

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ ԿԱՐԵՆ ԿԱՌԼԵՆԻ

ԱՐՏԱՔԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ ՉԵՂՈՔ ԵՎ ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ՈՐՈՇ ԷՖԵԿՏՆԵՐ

*Ա.04.02 – «Տեսական ֆիզիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման*

Ա Տ Ե Ն Ա Խ Ո Ս ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

*Գիտական ղեկավար
ֆիզիկամաթեմատիկական
գիտությունների թեկնածու
Ռ.Գ. Պետրոսյան*

ԵՐԵՎԱՆ – 2017 թ.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԱՌԱՋԱԲԱՆ	4
ԳԼՈՒԽ 1. ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՎ ՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՀԱՄԱՍԵՌ, ԲԱՅՑ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՄԵՋ ՓՈՓՈԽՎՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ	10
1.1. Էլեկտրամագնիսական և ձայնային ալիքների տարածումը Ժամանակային անհամասեռ միջավայրերում	10
1.2. Էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածումը տարածական համասեռ, բայց ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրերում	12
1.2.1. Էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու անցումը ժամանակի մեջ միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության կտրուկ փոփոխության պայմաններում	14
1.2.2. Էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու անցումը ժամանակի մեջ միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության սահուն փոփոխության պայմաններում	19
1.2.3. Արդյունքների քննարկում	23
1.3. Ձայնային ալիքների տարածումը տարածական համասեռ, բայց ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրերում	26
1.3.1. Ձայնային ալիքների անդրադարձումն ու անցումը Ժամանակի մեջ կտրուկ փոփոխվող միջավայրում	31
1.3.2. Ձայնային ալիքների անդրադարձումն ու անցումը Ժամանակի մեջ սահուն փոփոխվող միջավայրում	33
1.3.3. Արդյունքների քննարկում	38
ԳԼՈՒԽ 2. ՆԵՅՏՐՈՆՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ԿԱՆԳՈՒՆ ՁԱՅՆԱՅԻՆ ԵՎ ԼԱՋԵՐԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ	41
2.1. Կոնդենսացված միջավայրերում նեյտրոնների դիֆրակցիան	41
2.2. Նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղներում կանգուն ձայնային ալիքի դաշտում	46

2.2.1. Նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – ձայնային ալիք փոխազդեցությունը.....	49
2.2.2. Նեյտրոնների դիֆրակցիայի պայմանները.....	57
2.2.3. Ձայնային ալիքի քվանտային կառուցվածքը և Դեբայ– Ուոլլերի գործակցի վրա հնարավոր ազդեցությունը.....	59
2.3. Նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղներում կանգուն լազերային ալիքի դաշտում.....	65
2.3.1. Շրյոդինգերի հավասարման լուծումը կանգուն լազերային ալիքի դաշտում շարժվող նեյտրոնի համար.....	67
2.3.2. Նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – լազեր փոխազդեցությունը.....	71
2.3.3. Նեյտրոնների դիֆրակցիայի պայմանները.....	77
ԳԼՈՒԽ 3. ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՎԱՋՈՂ ՀԱՐԹ ԱԼԻՔԻ ԴԱՇՏՈՒՄ	79
3.1. Կապիցա–Դիրակի էֆեկտի ընդհանուր նկարագրությունը.....	79
3.2. Էլեկտրոնների դիֆրակցիան միջավայրում վազող հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի վրա.....	82
3.3. Արդյունքների քննարկում.....	89
ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ	94
Ատենախոսության թեմայի շուրջ հրապարակված աշխատանքների ցանկ.....	96
Օգտագործված գրականության ցանկ.....	97

ԱՌԱՋԱԲԱՆ

Թեմայի արդիականությունը

Ատենախոսության երեք գլուխներում քննարկված են կոնդենսացված միջավայրերում ծայնային և էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման ու տարբեր պարբերական կառուցվածքների վրա նեյտրոնների և էլեկտրոնների դիֆրակցիայի մի շարք երևույթներ, որոնք կարելի է բաժանել ըստ երեք խմբերի:

Առաջին խումբ խնդիրներն առնչվում են միջավայրերում ժամանակային անհամասեռությունների վրա էլեկտրամագնիսական և ծայնային ալիքների ցրման հարցերին: Կան բազմաթիվ դրդապատճառներ կոնդենսացված միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման հետ կապված երևույթների խորը ուսումնասիրությունների համար՝ ինչպես հիմնարար ֆիզիկական, այնպես էլ կիրառական տեսանկյուններից: Մի կողմից զանազան դիէլեկտրիկ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման հետ կապված օրինաչափությունները հիմք են հանդիսանում ժամանակակից բազմաթիվ տեխնոլոգիաների համար: Օրինակ՝ ոչ գծային դիսպերսիոն միջավայրերում լույսի տարածման ուսումնասիրությունները բերել են հեռահաղորդակցման ժամանակակից օպտիկական համակարգերի մշակմանը: Մյուս կողմից էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման վրա զանազան գործոնների ազդեցության խոր ըմբռնումը նոր հնարավորություն է ընձեռում տարբեր դինամիկ երևույթների ուսումնասիրման գործում: Մասնավորապես մեր օրերում ֆեմտոսեկունդային լազերային իմպուլսներն ինտենսիվորեն օգտագործվում են գերարագ քիմիական և կենսաբանական երևույթներ քննելիս: Եթե գծային ոչ դիսպերսիոն միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման հետ կապված օրինաչափությունները համեմատաբար պարզ են և բավականին խորն ուսումնասիրված, ապա բազմաթիվ նոր երևույթներ են ի հայտ գալիս, երբ միջավայրն ունի դինամիկ բնույթ՝ բառիս լայն իմաստով, այսինքն՝ երբ նրա տարբեր բնութագրեր, մասնավորապես և առաջին հերթին դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը կամ բեկման ցուցիչը, ժամանակի ընթացքում փոփոխվում են, կամ էլ կախված են օպտիկական ինտենսիվությունից:

Այսպիսով, ժամանակի մեջ փոփոխվող դիէլեկտրիկ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման հետ կապված հիմնարար երևույթների անալիտիկ ուսումնասիրություններն արդիական են ու կարևոր նախ և առաջ դինամիկ առավել բարդ միջավայրերում բազմագործոն այլ բազմաթիվ երևույթների հետագա ինչպես հիմնարար, այնպես էլ կիրառական ուսումնասիրությունների տեսանկյունից:

Ձայնային ալիքների տարածումը դինամիկ միջավայրերում նույնպես ժամանակակից հետազոտությունների թիրախ է, և ոչ միայն ձայնատեղագրության, երկրաբանության, բժշկության և այլ գործնական ու տեխնիկական տեսանկյուններից, այլ նաև բարդ միջավայրերում նյութական և էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման համեմատական վերլուծության հիման վրա առավել նուրբ տեսական հիմնարար խնդիրների քննարկման դիրքերից:

Ատենախոսության մեջ քննարկված երկրորդ խումբ խնդիրներն առնչվում են կոնդենսացված միջավայրերում կանգուն ձայնային և լազերային ալիքների դաշտերում նեյտրոնների կոհերենտ ցրման հարցերին: Սկսած 20–րդ դարի կեսերից նեյտրոնների առածգական և ոչ առածգական ցրման մեթոդները հանդիսանում են կոնդենսացված միջավայրերի ուսումնասիրման խիստ արժեքավոր գործիք: Եթե շատ դեպքերում այս եղանակով ստացված արդյունքները գալիս են առավել հասանելի մեթոդներով ստացված տվյալները հաստատելու, ապա բազմաթիվ այլ դեպքերում նեյտրոնների ցրման մեթոդներով ստացվում են ինքնօրինակ տվյալներ, որոնք առավել պարզ մեթոդներով ձեռք բերել չի հաջողվում: Մասնավորապես նեյտրոնների ցրման մեթոդների կարևորությունը դժվար է գերազնահատել կոնդենսացված միջավայրերի մագնիսական և դինամիկ հատկությունների ուսումնասիրման գործում: Այսպես՝ նեյտրոնների ցրման եղանակով է հաստատվել սպինոնների գոյությունը, հայտնաբերվել այսպես կոչված «սպինային սառույցի» վիճակը:

Այսպիսով, նեյտրոնների ցրման եղանակներն իրենց ուրույն տեղն ունեն կոնդենսացված միջավայրերի փորձարարական հետազոտությունների այլ մեթոդների կողքին, և արդիական են նեյտրոնների դիֆրակցիայի մեթոդների կիրառման սահմանների ընդարձակմանն ուղղված հետագա աշխատանքները:

Ատենախոսության մեջ ուսումնասիրված երրորդ խումբ խնդիրներն առնչվում են

Էլեկտրոնային օպտիկային և նրա շրջանակներում Կապիցա-Դիրակի էֆեկտին հարակից որոշ հարցերի քննարկմանը: Վերջինս էլեկտրոնների համար հայտնաբերվել է մոտ մեկ ու կես տասնամյակ առաջ՝ էֆեկտի նկատմամբ առաջ բերելով զգալի տեսական և փորձարարական հետաքրքրություն: Առաջին հերթին դա պայմանավորված է մի շարք սկզբունքային, տեսական և փորձարարական չլուծված խնդիրների առկայությամբ: Մասնավորապես այնքան էլ պարզ չէ, թե ինչպես կարելի է համաձայնեցնել ալիքային և մասնիկային ներկայացումների շրջանակներում Կապիցա-Դիրակի էֆեկտի երկու բացատրությունները՝ մեկը բրեգյան դիֆրակցիայի մոդելի շրջանակներում, մյուսը՝ մակաձված կոմպտոնյան ցրման էֆեկտի հիման վրա: Մինևույն ժամանակ բացակայում է Կապիցա-Դիրակի էֆեկտի հետևողական քվանտ-էլեկտրոդինամիկական տեսությունը: Բաց է նաև լուսային փնջի կանգուն ալիքից տարբերվող կոնֆիգուրացիաների պայմաններում Կապիցա-Դիրակի էֆեկտը փորձնականորեն դիտելու հնարավորության հարցը:

Կապիցա-Դիրակի էֆեկտն ատոմների համար հայտնաբերված լինելով ավելի վաղ՝ մեր օրերում լայնորեն օգտագործվում է ատոմային օպտիկայում՝ ինտերֆերոմետրերում ատոմային փնջերի կոհերենտ մասնատման նպատակով: Բաց է նաև Կապիցա-Դիրակի էֆեկտն էլեկտրոնային օպտիկայում նույն նպատակներով կիրառելու հնարավորության և արդյունավետության հարցը:

Այսպիսով, չնայած իր պատկառելի տարիքին, Կապիցա-Դիրակի էֆեկտի շուրջ կուտակվել են մի շարք կարևոր չլուծված խնդիրներ, որոնք այդ և հարակից էֆեկտների հետագա ուսումնասիրությունները դարձնում են խիստ ցանկալի և արդիական՝ այդ թվում նաև էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում:

Մակրոսկոպիկ էլեկտրոդինամիկայում հանրահայտ է Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության (երկվության) հարցը: Վերջին տարիներին նկատվում է այդ հարցի նկատմամբ հետաքրքրության զգալի աճ: Դա հիմնականում պայմանավորված է էլեկտրամագնիսական ալիքների իմպուլսի համար Աբրահամի և Մինկովսկու առաջարկած արտահայտությունները համապատասխանաբար կինետիկ և կանոնիկ իմպուլսների նկարագրությանը վերագրելու հնարավորությամբ: Բայց էլեկտրոդինամիկայի շրջանակներում նույնիսկ «ֆոտոնի կինետիկ իմպուլս» կամ «ֆոտոնի կանոնիկ

իմպուլս» բառակապակցությունները հնչում են բավականին էկզոտիկ, այնինչ դրանք հստակ սահմանված հասկացություններ են էլեկտրոնի համար: Այս ենթատեքստում առանձնակի հետաքրքրություն է ներկայացնում էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում էլեկտրամագնիսական դաշտում շարժվող էլեկտրոնի համար Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության նմանակի առկայության հնարավորությունը:

Աշխատանքի նպատակն ու խնդիրները

1. Ուսումնասիրել տարածական համասեռ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների ձևափոխումը (անցումը, անդրադարձումը) ժամանակի մեջ միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության կտրուկ և սահուն փոփոխության պայմաններում: Պարզել էլեկտրամագնիսական ալիքների և միջավայրի միջև էներգիայի և իմպուլսի փոխանակման բնույթը:
2. Ուսումնասիրել տարածական համասեռ հեղուկ միջավայրերում ձայնային ալիքների տարածումն ու ձևափոխումը (անցումը, անդրադարձումը) ժամանակի մեջ միջավայրի հավասարակշիռ վիճակի բնութագրերի (խտություն, ձայնի տարածման արագություն) կտրուկ և սահուն փոփոխության պայմաններում: Պարզել ձայնային ալիքի մարման և ուժգնացման պայմանները:
3. Քննարկել նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղական ցանցում՝ կանգուն ձայնային ալիքի ազդեցության պայմաններում: Հաշվարկել ջերմային և կարճալիք (բարձր էներգիայով) նեյտրոնների դիֆրակցիայի հավանականությունը:
4. Հաշվարկել Դեբայ-Ուոլլերի գործակցի արժեքը բյուրեղական ցանցում տարածվող ձայնային ալիքների առկայության պայմաններում:
5. Քննարկել նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղական ցանցում՝ լազերային կանգուն ալիքի ազդեցության պայմաններում: Հաշվարկել ջերմային և կարճալիք (բարձր էներգիայով) նեյտրոնների դիֆրակցիայի հավանականությունը:
6. Էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում քննարկել դիէլեկտրիկ միջավայրում վազող հարթ միագույն էլեկտրամագնիսական ալիքի վրա էլեկտրոնների կոհերենտ ցրման երևույթը:
7. Նկարագրել Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության (երկվության) նմանակը

էլեկտրոնային օպտիկայում՝ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում շարժվող էլեկտրոնի օրինակով: Պարզել այս դեպքում Աբրահամ–Մինկովսկու երկվության Բարների մեկնաբանության կիրառման հնարավորությունը:

Գիտական նորույթը

1. Էլեկտրամագնիսական դաշտի էներգիայի և իմպուլսի թենզորի համար Աբրահամի և Մինկովսկու կողմից առաջարկված արտահայտությունների հիման վրա բացահայտված է ոչ ստացիոնար դիէլեկտրիկ միջավայրերում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների ձևափոխման ընթացքում ալիքի և դաշտի միջև իմպուլսի փոխանակման բնույթը: Դիէլեկտրիկ միջավայրի սահուն փոփոխման դեպքն ուսումնասիրված է անալիտիկ ճշգրիտ լուծման հիման վրա:
2. Հիդրոդինամիկայի շրջանակներում անալիտիկ լուծումների հիման վրա բացահայտված է հեղուկ միջավայրերում տարածվող ձայնային ալիքների ձևափոխման բնույթը միջավայրի և կտրուկ, և սահուն փոփոխման պայմաններում:
3. Բացահայտված է բյուրեղներում բարձր էներգիայով նեյտրոնների կոհերենտ ցրման հնարավորությունը կանգուն էլեկտրամագնիսական և ձայնային ալիքների առկայության պայմաններում: Յուցադրված է, որ վերջին դեպքում ձայնային ալիքը կազմող ֆոնոնները ներդրում չունեն Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքում:
4. Էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում բացահայտված է Աբրահամ–Մինկովսկու հակասության նմանակի առկայությունը: Տրված է այս հակասության բացատրություն Բարների մեկնաբանության շրջանակներում:

Պաշտպանությանը ներկայացված հիմնական դրույթները

1. Մակրոսկոպիկ էլեկտրոդինամիկայում էլեկտրամագնիսական դաշտի էներգիայի և իմպուլսի թենզորի վերաբերյալ Աբրահամի մոտեցման շրջանակներում տարածական համասեռ, բայց ժամանակի մեջ կտրուկ փոփոխվող դիէլեկտրիկ թափանցելիությամբ միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքի ձևափոխման (անցման և անդրադարձման) ընթացքում միջավայրն ու ալիքը փոխանակվում են ոչ միայն էներգիայով, այլ նաև իմպուլսով, որն Աբրահամի ուժի վկայություն է: Ի հակադրություն սրան՝ Մինկովսկու մոտեցման շրջանակներում

միջավայրն ու ալիքը փոխանակվում են միայն էներգիայով, իսկ ալիքի իմպուլսը պահպանվում է: Պատկերը պահպանվում է նաև միջավայրի դիֆրակտիկ թափանցելիության սահուն փոփոխման պայմաններում:

2. Համասեռ հեղուկ միջավայրերի խտության և նրանցում ձայնի տարածման արագության կտրուկ կամ սահուն փոփոխման պայմաններում տեղի է ունենում ձայնային ալիքների ձևափոխում (անցումը և անդրադարձումը), ընդ որում, անկախ այդ փոփոխման բնույթից, տեղի է ունենում ձայնային ալիքների ուժգնացում:
3. Բյուրեղական ցանցի և նրանում «տարածվող» կանգուն ինչպես լազերային, այնպես էլ ձայնային ալիքների համադրման արդյունքում ձևավորվում է կանոնավոր մեկ այլ կառուցվածք (կեղծ ցանց), որի վրա հնարավոր է կարճալիք նեյտրոնների կոհերենտ ցրում: Ընդ որում վերջին դեպքում կանգուն ձայնային ալիքը ներդրում չունի Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքում:
4. Ռաման–Նաթի ռեժիմում էլեկտրոնների և լազերային ճառագայթման փոխազդեցությունը հնարավոր է քննարկել էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում: Ընդ որում այստեղ էլ ի հայտ է գալիս Աբրահամ–Մինկովսկու հակասության (երկվության) նմանակը, որը կարելի է ամբողջովին հարթել Բարնեթի մեկնաբանության շրջանակներում: Այն է. լազերային ճառագայթման դաշտում էլեկտրոնների կինետիկ իմպուլսն էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում համապատասխանում է Աբրահամի մոտեցմանը, իսկ էլեկտրոնների կանոնիկ իմպուլսը՝ Մինկովսկու մոտեցմանը:

Հրապարակումները

Գրախոսվող գիտական պարբերականներում ատենախոսության թեմայի շուրջ հրատարակված է 8 աշխատանք (ցուցակը տրված է ատենախոսության վերջում):

Ատենախոսության կառուցվածքն ու ծավալը

Ատենախոսությունը կազմված է առաջաբանից, հիմնական երեք գլուխներից, եզրակացությունից և օգտագործված գրականության ցանկից: Վերջինս պարունակում է 197 անուն հղումներ: Ատենախոսության ընդհանուր ծավալն է 114 էջ:

ԳԼՈՒԽ 1.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՎ ԶԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՀԱՄԱՍԵՌ, ԲԱՅՑ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՄԵՋ ՓՈՓՈԽՎՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ

1.1. Էլեկտրամագնիսական և ծայնային ալիքների տարածումը ժամանակային անհամասեռ միջավայրերում

Մաքսվելի հավասարումներն ինքնաբավ կերպով էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածումը նկարագրում են միայն վակուումում: Զանազան միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման խնդիրն ընդհանուր դեպքում առավել բարդ է նյութական հավասարումների ու առավել խճճված սահմանային պայմանների հաշվի առնման անհրաժեշտության պատճառով: Խնդիրն էլ առավել է բարդանում, երբ միջավայրն անհամասեռ է կամ ժամանակի մեջ փոփոխվող: Նման խնդիրներ բնական կերպով ի հայտ են գալիս դիէլեկտրիկ և կիսահաղորդիչ ալիքատարներում էլեկտրամագնիսական ազդանշանների տարածման քննարկումների ժամանակ: Եվ քանի որ այս խնդիրները զգալի նշանակություն ունեն քվանտային էլեկտրոնիկայում և օպտիկական հեռահաղորդակցության տեխնոլոգիաների մշակման գործում, ապա միկրոալիքային ու օպտիկական իմպուլսների և ակտիվ դիէլեկտրիկ ու կիսահաղորդիչ միջավայրերի փոխազդեցության հարցերը վերջին տարիներին գտնվում են նշանակալի հետաքրքրության կենտրոնում:

Ժամանակի մեջ փոփոխվող գծային դիէլեկտրիկ միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների հաճախության, էներգիայի, իմպուլսի դինամիկան առաջին անգամ քննարկել է Ֆ.Ռ. Մորգենթերը 1958 թ. [1]՝ բացահայտելով, որ հարթ մոնոքրոմատիկ ալիքի ակնթարթային հաճախությունը գծայնորեն շեղվում է միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության շեղմանը զուգահեռ: Ինչպես նաև միջավայրի իմպեդանսի (μ/ϵ) փոփոխության արդյունքում կարող են ի հայտ գալ անդրադարձող ալիքներ: Այնուամենայնիվ երկրորդային ալիքների մոնոքրոմատիկ բնույթը պահպանվում է, եթե միջավայրը ոչ դիսպերսիոն է: Լ.Բ. Ֆելսենն ու

Ջ.Մ. Ուփտմանն էլ նույն խնդրին անդրադարձել են ժամանակի մեջ փոփոխվող դիսպերսիոն միջավայրի օրինակով [2]: Համաձայն Ռ.Լ. Ֆանտեի [3]՝ ընդհանուր պատկերը պահպանվում է, երբ հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքն ուղղահայաց ընկնում է երկու միջավայրերի սահմանային հարթության վրա՝ միջավայրերից մեկի դիէլեկտրիկ թափանցելիության կտրուկ փոփոխման պայմաններում: Էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածումը ինչպես ժամանակի, այնպես էլ տարածության մեջ միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության դանդաղ փոփոխման (համեմատած ալիքի ժամանակային պարբերության և ալիքի երկարության հետ) պայմաններում ուսումնասիրել են Ռ. Լանդաուերն ու Ս.Տ. Պենգը [4]՝ միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը ներկայացնելով ծանծաղ, շարժվող խզումների շարքի տեսքով՝ հարևան խզումների միջև դիէլեկտրիկ թափանցելիությունն ընդունելով հաստատուն: Կտրուկ փոփոխվող դիէլեկտրիկ թափանցելիությամբ միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների խնդրին անդրադարձել են նաև Տ.Մ. Ռուփզն ու ուրիշներ [5]՝ կիրառելով Լապլասի ձևափոխության եղանակը: Միջավայրի իմպեդանսի ժամանակային կտրուկ փոփոխման արդյունքում տեղի ունեցող անդրադարձումն էլ մանրամասնորեն քնարկել է Ջ. Աու-Յեունգը [6]՝ նշելով, որ անդրադարձող ալիքը հանդիսանում է ընկնող ալիքի փուլային համալուծ արձագանք: 1951 թ. Ս.Ա. Շչեկունոֆը, քննարկելով տարածական անհամասեռ միջավայրերում տարածվող ալիքների հարցը, եզրակացրել է [7], որ այս խնդրում վազող և կանգուն ալիքները որոշակի իմաստով անտարբերակելի են: Ժամանակային անհամասեռ միջավայրերում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների համար նույն սկզբունքը հիմնավորել են Ս.Ի. Ավերկովն ու Վ.Պ. Բոլդինը [8]: Ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման այլ, այդ թվում նաև ժամանակակից, ուսումնասիրություններին կարելի է ծանոթանալ [9] ակնարկից (տես նաև [10, 11, 12] և այնտեղ զետեղված հղումները):

Մի շարք փորձերում հաստատվել է դինամիկ միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների հաճախականության շեղման կանխատեսումը [13, 14, 15]: Վերջին տարիներին այն դիտվել է նաև օպտիկական տիրույթում [16, 17, 18, 19, 20]: Այս ֆենոմենը հաճախ անվանում են հաճախության ադիաբատիկ փոխարկման

երևույթ: Պլազմայի ֆիզիկայի ենթատեքստում այն անվանում են նաև ֆոտոնի արագացման երևույթ [21]:

Կոնդենսացված միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման հետ կապված բազմաթիվ հետաքրքիր երևույթներ են ի հայտ գալիս նաև միջավայրի կամ նրա սահմանների շարժման պարագայում [22] (տես նաև [10], գլուխ 4):

Հեղուկ միջավայրերում ձայնային ալիքների տարածման հետ կապված երևույթները նույնպես հանդիսանում են հետաքրքրության առարկա [23, 24]: Այստեղ ոչ ստացիոնար երևույթներ կարող են ի հայտ գալ ինչպես միջավայրի կամ նրա սահմանների շարժման պարագայում [25], այնպես էլ միջավայրի հավասարակշիռ վիճակի բնութագրերի (խտություն, ձայնի տարածման արագություն) փոփոխության պայմաններում [26, 27, 28]:

1.2. Էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածումը տարածական համասեռ, բայց ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրերում

Դիէլեկտրիկ միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների ժամանակային դինամիկան նկարագրելու համար գրի առնենք Մաքսվելի ազատ հավասարումները՝

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1.2.1')$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.2.1'')$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (1.2.1''')$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.2.1'''')$$

որտեղ ∇ -ն նշում է դիֆերենցման վեկտորական օպերատորը (Համիլտոնի օպերատորը), $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ – էլեկտրական ու մագնիսական դաշտերի լարվածությունները, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ – էլեկտրական ու մագնիսական դաշտերի ինդուկցիաները (էլեկտրական դաշտի ինդուկցիան հաճախ անվանում են նաև շեղում): Այս հավասարումներն էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածումն ինքնահամաձայնեցված կերպ նկարագրում են միայն վակուումում: Միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական

ալիքները միանշանակ նկարագրելու համար սրանց հարկավոր է հավելել նյութական առնչությունները, որոնք կապ կհաստատեն էլեկտրական ու մագնիսական դաշտերի լարվածությունների $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$ և ինդուկցիաների $(\mathbf{D}, \mathbf{B})$ միջև: Պարզագույն, բայց բավականին մեծ թվով խնդիրների առնչվող դեպքում, համասեռ, իզոտրոպ, գծային, ոչ դիսպերսիոն միջավայրերի համար, էլեկտրական դաշտի լարվածությունն ու ինդուկցիան կապված են $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ պարզ առնչությամբ, որտեղ ε -ը ներկայացնում է միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը: Միևնույն ժամանակ ոչ մագնիսական միջավայրերի համար, ինչն էլ կենթադրենք հետագա քննարկման ողջ ընթացքում, մագնիսական թափանցելիությունը հավասար է մեկի՝ $\mu = 1$: Այսինքն մագնիսական դաշտի լարվածությունն ու ինդուկցիան համընկնում են: Այսպիսի մասնավոր դեպքում դիէլեկտրիկ թափանցելիությունն ու բեկման ցուցիչը առնչվում են $\varepsilon = n^2$ պարզ բանաձևով:

Տարածական համասեռ, բայց ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրերի դեպքում, երբ դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը կախված է միայն ժամանակից՝ $\varepsilon(t)$, Մաքսվելի (1.2.1) հավասարումներից էլեկտրական դաշտի ինդուկցիայի համար հեշտությամբ ստանում ենք հետևյալ ալիքային հավասարումը՝

$$\nabla^2 \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) - \frac{\varepsilon(t)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0: \quad (1.2.2)$$

Հիմնվելով այն հանգամանքի վրա, որ քննատկվող խնդրում միջավայրը տարածական համասեռ է, այս հավասարման լուծումը փնտրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \equiv \tilde{\mathbf{d}} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{d}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \mathcal{D}(t), \quad (1.2.3)$$

որտեղ $\tilde{\mathbf{d}}$ -ն միավոր վեկտոր է՝ ուղղված էլեկտրական դաշտի ինդուկցիայի վեկտորի ուղղությամբ: Տեղադրելով (1.2.3) անգատոցը (1.2.2) հավասարման մեջ՝ $\mathcal{D}(t)$ -ի համար ստանում ենք հետևյալ միաչափ հավասարում՝

$$\frac{d^2 \mathcal{D}(t)}{dt^2} - \frac{c^2 k^2}{\varepsilon(t)} \mathcal{D}(t) = 0, \quad (1.2.4)$$

Այս հավասարումը մաթեմատիկորեն համարժեք է տարածական անհամասեռ դիէլեկտրիկ թափանցելիությամբ միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների դինամիկան նկարագրող համապատասխան հավասարմանը [29]՝ միայն թե

այն տարբերությամբ, որ դիֆերենցիալ $\varepsilon(t)$ թափանցելիությունն ի հայտ է գալիս $\mathcal{D}(t)$ -ի գործակցի հայտարարում:

Հիմնվելով $\varepsilon(t)$ -ի բացահայտ տեսքի վրա՝ (1.2.4) հավասարման հիման վրա կարելի է նկարագրել ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրերում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների դինամիկան՝ անկախ դիֆերենցիալ թափանցելիության ժամանակային փոփոխության բնույթից: Հաջորդ գլխում նմանատիպ հավասարում դուրս կբերենք ոչ ստացիոնար հեղուկներում տարածվող ձայնային ալիքների համար՝ հիմնվելով էյլերի և անընդհատության հավասարումների վրա:

Ստորև կքննարկենք (1.2.4) ալիքային հավասարման լուծումները երկու դեպքում, երբ դիֆերենցիալ թափանցելիությունը ժամանակից կախված փոփոխվում է կտրուկ կամ սահուն կերպով: Առաջին դեպքում կկիրառենք էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի ինդուկցիաների անընդհատության պայմանը, մյուս դեպքում ճշգրիտ կլուծենք (1.2.4) հավասարումը դիֆերենցիալ թափանցելիության S -նման փոփոխման պայմաններում՝ իրական փորձերում դիտվող իրավիճակը նմանակելով: Վերջին դեպքում մեր մոտեցումը հիմնված է ալիքային հավասարման ուղղակի և ճշգրիտ ինտեգրման վրա՝ ի տարբերություն այլ եղանակների, ինչպիսին են ներկայացումը Գրինի ֆունկցիայի միջոցով [2], Վենտգել-Կրամերս-Բրիլյուենի մոտավորությունը [3, 8], Վոլտերայի ինտեգրալ հավասարումը [30, 31, 10], Մաքսվելի հավասարումների թվային լուծումը [32] և այլն:

1.2.1. Էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու անցումը

Ժամանակի մեջ միջավայրի դիֆերենցիալ թափանցելիության

կտրուկ փոփոխության պայմաններում

Մինչ սահուն փոփոխվող դիֆերենցիալ թափանցելիությամբ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման քննարկումն անդրադառնանք նույն հարցին դիֆերենցիալ թափանցելիության կտրուկ փոփոխության պայմաններում: Այն առաջին անգամ քննարկվել է Ֆ.Ռ. Մորգենթեյների կողմից [1]: Մենք կհետևենք [12] աշխատանքի շարադրմանը՝ նպատակ ունենալով միջավայրի և նրանում տարածվող

էլեկտրամագնիսական ալիքների միջև էներգիայի և իմպուլսի փոխանցումները քննարկել Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության (երկվության) ենթատեքստում:

Համարենք, որ միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը կտրուկ փոփոխվում է $t = 0$ պահին ε_1 -ից ($t < 0$) մինչ ε_2 ($t > 0$): Դիէլեկտրիկ թափանցելիության այս հաստատուն արժեքների համար (1.2.4) հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել հարթ միագույն ալիքների տեսքով: Սկզբնական $\omega_{in} = ck/\sqrt{\varepsilon_1}$ հաճախությամբ և $\mathcal{D}_{in}$ ամպլիտուդով ընկնող ալիքի դեպքում՝

$$\mathcal{D}_{in}(\mathbf{r}, t) \equiv \mathcal{D}(\mathbf{r}, t < 0) = \mathcal{D}_{in} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_{in}t)}, \quad (1.2.5)$$

դիէլեկտրիկ թափանցելիության կտրուկ փոփոխումն առաջ է բերում երկու ալիքների վերադրում՝ փոխանցված ($\mathcal{T}$) և անդրադարձած ($\mathcal{R}$)՝

$$\mathcal{D}_{out}(\mathbf{r}, t) \equiv \mathcal{D}(\mathbf{r}, t > 0) = \mathcal{D}_{\mathcal{T}} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_{\mathcal{T}}t)} + \mathcal{D}_{\mathcal{R}} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_{\mathcal{R}}t)}, \quad (1.2.6)$$

որոնք տարածվում են հակադիր հաճախություններով՝ $\omega_{\mathcal{T}} = -\omega_{\mathcal{R}} = ck/\sqrt{\varepsilon_2} \equiv \omega_{out}$ և տարբեր ամպլիտուդներով՝ $\mathcal{D}_{\mathcal{T}}$ և $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ (նկար 1): Ընկնող և փոխանցված ալիքների հաճախությունները կապված են հետևյալ պարզ առնչությամբ [1]՝

$$\omega_{in}n_1 = \omega_{out}n_2, \quad (1.2.7)$$

որտեղ $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ և $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$ – ներկայացնում են միջավայրի բեկման ցուցիչը մինչ դիէլեկտրիկ թափանցելիության փոփոխումը ($t < 0$) և հետո ($t > 0$):

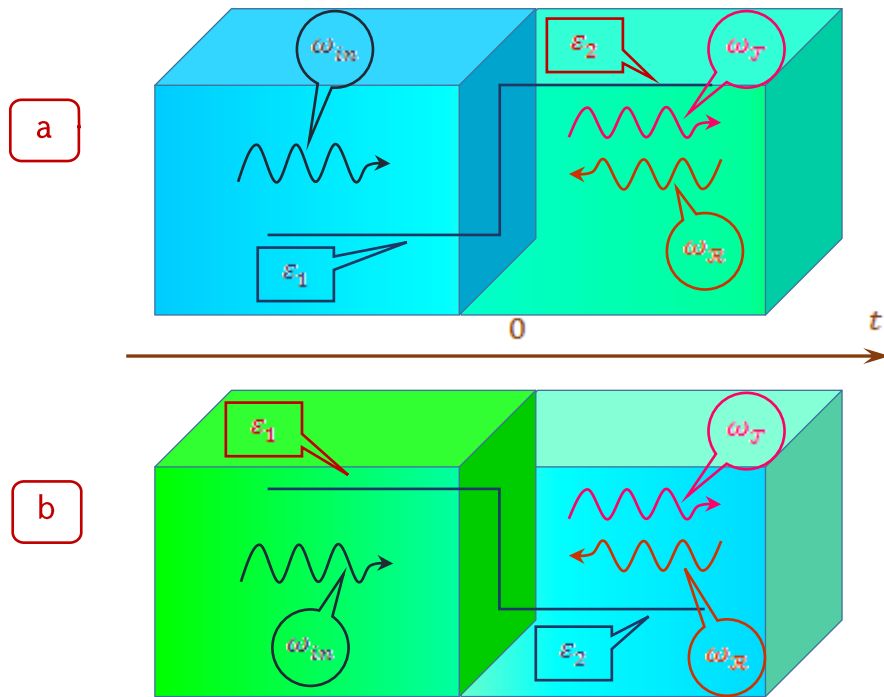
(1.2.6) հավասարման մեջ անդրադարձած ալիքը կարելի է մեկնաբանել որպես ժամանակի մեջ հակառակ ուղղությամբ տարածվող ալիք՝ դրական ω_{out} հաճախությամբ, կամ էլ ժամանակի մեջ ուղիղ ուղղությամբ տարածվող ալիք՝ բացասական $\omega_{\mathcal{R}} = -\omega_{out}$ հաճախությամբ: Այնուամենայնիվ ընկնող, փոխանցված և անդրադարձած ալիքների համար Պոյնինգի վեկտորը ($\mathcal{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}$) հաշվարկելով կարելի է ցույց տալ, որ անդրադարձած ալիքը նկարագրում է տարածության մեջ փաստացի անդրադարձում՝

$$\mathcal{S}_{in} = \frac{c^2 |\mathcal{D}_{in}|^2}{4\pi \omega_{in} \varepsilon_1^2} \mathbf{k}, \quad (1.2.8')$$

$$\mathcal{S}_{\mathcal{T}} = \frac{c^2 |\mathcal{D}_{\mathcal{T}}|^2}{4\pi \omega_{\mathcal{T}} \varepsilon_2^2} \mathbf{k} = \frac{c^2 |\mathcal{D}_{\mathcal{T}}|^2}{4\pi \omega_{out} \varepsilon_2^2} \mathbf{k}, \quad (1.2.8'')$$

$$\mathcal{S}_{\mathcal{R}} = \frac{c^2 |\mathcal{D}_{\mathcal{R}}|^2}{4\pi\omega_{\mathcal{R}}\varepsilon_2^2} \mathbf{k} = -\frac{c^2 |\mathcal{D}_{\mathcal{R}}|^2}{4\pi\omega_{out}\varepsilon_2^2} \mathbf{k}, \quad (1.2.8''')$$

Դժվար չէ նկատել, որ անդրադարձած ալիքին համապատասխանող Պոյնթինգի վեկտորը՝ $\mathcal{S}_{\mathcal{R}}$, հակազուգահեռ է ընկնող և փոխանցված ալիքներին համապատասխանող Պոյնթինգի վեկտորներին՝ $\mathcal{S}_{in}$ և $\mathcal{S}_{\mathcal{T}}$: Նույն արդյունքը կարելի էր բացահայտել ընկնող, անդրադարձած և փոխանցված ալիքների փուլային արագությունները ներկայացնելով:



Նկար 1. Տարածական համասեռ դիէլեկտրիկ միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու փոխանցումը ժամանակի ընթացքում դիէլեկտրիկ թափանցելիության կտրուկ փոփոխման պայմաններում:

Այժմ քննարկենք նկարագրված երևույթի էներգետիկ բնութագրերը: Այդ նպատակով սովորականի նման սահմանենք անդրադարձման և փոխանցման գործակիցները որպես անդրադարձած ու փոխանցված ալիքներում և ընկնող ալիքում էներգիաների ըստ ժամանակի միջինացված հոսքերի հարաբերություն՝

$$\mathcal{R} = \frac{n_2 |\mathcal{D}_{\mathcal{R}}/\varepsilon_2|^2}{n_1 |\mathcal{D}_{in}/\varepsilon_1|^2}, \quad (1.2.9.a)$$

$$\mathcal{T} = \frac{n_2 |\mathcal{D}_{\mathcal{T}}/\varepsilon_2|^2}{n_1 |\mathcal{D}_{in}/\varepsilon_1|^2}: \quad (1.2.9.b)$$

Ժամանակի մեջ անփոփոխ, բայց տարածական անհամասեռ դիֆեկտորիկ միջավայրերում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների պարագայում նմանատիպ սահմանումը բերում է Ֆրենելի հայտնի բանաձևերին [33, 34, 35]:

Գրի առնենք էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի անընդհատության պայմանները հանձինս $t = \pm 0$ պահերին ինդուկցիաների հավասարության՝

$$\mathcal{D}_{out}(\mathbf{r}, t \searrow 0) = \mathcal{D}_{in}(\mathbf{r}, t \nearrow 0), \quad (1.2.10')$$

$$\mathcal{B}_{out}(\mathbf{r}, t \searrow 0) = \mathcal{B}_{in}(\mathbf{r}, t \nearrow 0): \quad (1.2.10'')$$

Էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի ինդուկցիաների անընդհատությունն արտահայտող այս առնչությունները հեշտությամբ կարելի է ստանալ Մաքսվելի հավասարումների առաջին զույգը (1.2.1'–1.2.1'') դիֆեկտորիկ թափանցելիության կտրուկ փոփոխման $t = 0$ պահի շուրջ անվերջ փոքր ժամանակային տիրույթում ինտեգրելով: Նշենք, որ գրականության մեջ հաճախ օգտվում են սահմանային այլ պայմաններից [36] (տես [9, 37] և այնտեղ զետեղված հղումները)՝ պահանջելով դիֆեկտորիկ թափանցելիության խզման կետում էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի լարվածության վեկտորների անընդհատությունը: Այստեղ հակասություն չկա, քանի որ այս վերջին սահմանային պայմանները հիմնականում կիրառվում են պլազմայում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքները նկարագրելիս, իսկ պլազման ոչ մի կերպ հնարավոր չէ ներկայացնել որպես ոչ դիսպերսիոն միջավայր:

Այժմ (1.2.5), (1.2.6) և (1.2.10) բանաձևերը համատեղելով՝ անդրադարձաձև և փոխանցված ալիքների ամպլիտուդների համար ստանում ենք՝

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{R}} = \mathfrak{D}_{in} \frac{\omega_{out} - \omega_{in}}{2\omega_{out}}, \quad (1.2.11')$$

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}} = \mathfrak{D}_{in} \frac{\omega_{out} + \omega_{in}}{2\omega_{out}}: \quad (1.2.11'')$$

Սրանք էլ տեղադրելով (1.2.9) բանաձևերի մեջ՝ անդրադարձման և փոխանցման գործակիցների համար հանգում ենք հետևյալ արդյունքին՝

$$\mathcal{R} = \frac{n_1(n_1 - n_2)^2}{4n_2^3} = \frac{\omega_{out}(\omega_{out} - \omega_{in})^2}{4\omega_{in}^3}, \quad (1.2.12')$$

$$\mathcal{T} = \frac{n_1(n_1 + n_2)^2}{4n_2^3} = \frac{\omega_{out}(\omega_{out} + \omega_{in})^2}{4\omega_{in}^3}; \quad (1.2.12'')$$

Գումարելով անդրադարձման և փոխանցման գործակիցները՝

$$\mathcal{R} + \mathcal{T} = \frac{n_1(n_1^2 + n_2^2)}{2n_2^3} = \frac{\omega_{out}(\omega_{in}^2 + \omega_{out}^2)}{2\omega_{in}^3} \neq 1, \quad (1.2.13)$$

եզրակացնում ենք, որ էլեկտրամագնիսական ալիքի էներգիան չի պահպանվում: Տեղի է ունենում էներգիայի անցում միջավայրից դաշտ կամ հակառակը՝ կախված նրանից, թե ալիքն «անցնում է» օպտիկական հոծ միջավայրից դեպի առավել նոսր միջավայր ($n_1 > n_2$), թե հակառակը ($n_1 < n_2$): Ինչպես կցուցադրենք հաջորդ դրվագում՝ էլեկտրամագնիսական ալիքների նման վարքն էականորեն տարբերվում է ժամանակի մեջ փոփոխվող հեղուկ միջավայրերում տարածվող ձայնային ալիքների վարքից, երբ ձայնային ալիքն ուժգնանում է անկախ նրանից, թե հեղուկ միջավայրերի համապատասխան բնութագրերը ժամանակի ընթացքում աճում են, թե նվազում:

Հետաքրքիր է նաև (1.2.12) բանաձևերը համեմատել բեկման N_1 և N_2 ցուցիչներով տարբեր համասեռ միջավայրերի սահմանին ուղղահայաց ընկնող ալիքների դեպքը նկարագրող Ֆրենելի բանաձևերի հետ (աղյուսակ 1):

աղյուսակ 1

	Տարածական համասեռ, ժամանակային անհամասեռ	Տարածական անհամասեռ, ժամանակային համասեռ
Անդրադարձման գործակից	$\mathcal{R} = \frac{n_1(n_1 - n_2)^2}{4n_2^3}$	$\mathcal{R} = \left(\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}\right)^2$
Փոխանցման գործակից	$\mathcal{T} = \frac{n_1(n_1 + n_2)^2}{4n_2^3}$	$\mathcal{T} = \frac{4N_1N_2}{(N_1 + N_2)^2}$
Էներգիայի հաշվեկշիռը	$\mathcal{R} + \mathcal{T} \neq 1$	$\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$

Տարածական և ժամանակային անհամասեռ դիէլեկտրիկ միջավայրերում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձման ու փոխանցման գործակիցները տարբերությունն էականորեն պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ եթե երկու դեպքում էլ ընկնող և փոխանցված ալիքները տարածվում են առաջին

(n_1, N_1) և երկրորդ (n_2, N_2) միջավայրերում՝ համապատասխանաբար, ապա անդրադարձած ալիքը տարածական անհամասեռության պայմաններում տարածվում է առաջին (N_1) միջավայրում, իսկ ժամանակային անհամասեռության պայմաններում տարածվում է երկրորդ (n_2) միջավայրում:

Ժամանակի մեջ միջավայրի դիֆեկտորիկ թափանցելիության կտրուկ փոփոխության պայմաններում էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձման ու փոխանցման խնդիրն ունի բավականին թափանցիկ ֆիզիկական բնույթ, իսկ վերը ներկայացված քննարկումը հաստատվում է բազմաթիվ այլ վերլուծություններով: Բայց այստեղ առկա է նախկինում ժամանակի մեջ փոփոխվող դիֆեկտորիկ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման ենթատեքստում գրականության մեջ առ այսօր դեռ չքննարկված մի նուրբ հարց, որին կանդրադառնանք ստորև:

1.2.2. Էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու անցումը

Ժամանակի մեջ միջավայրի դիֆեկտորիկ թափանցելիության

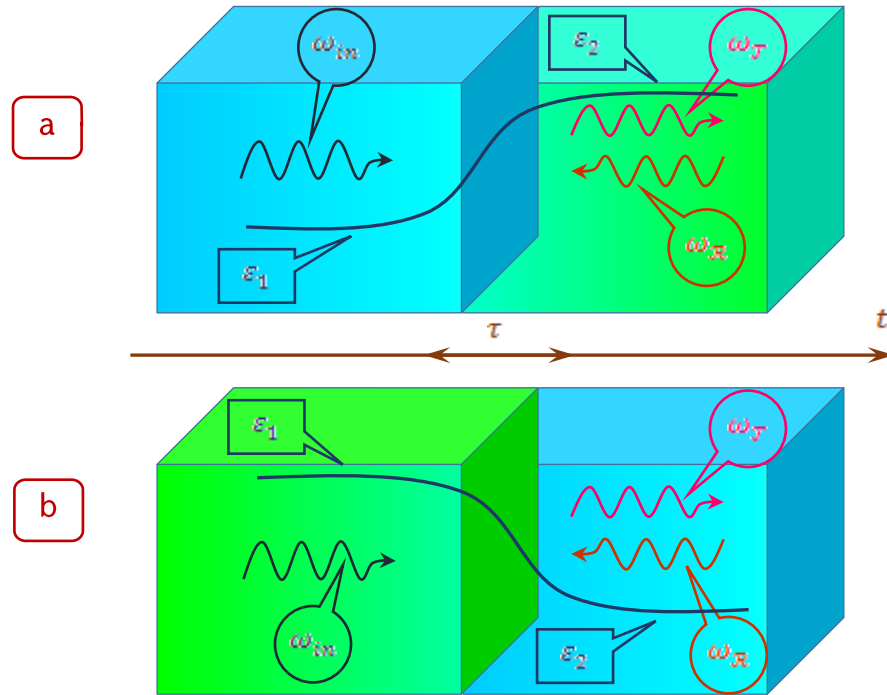
սահուն փոփոխության պայմաններում

Առավել իրատեսական դեպքում հարկավոր է ենթադրել, որ միջավայրի դիֆեկտորիկ թափանցելիությունը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է ոչ թե կտրուկ աստիճանաձև, այլ սահուն կերպով՝ որոշակի վերջավոր τ ժամանակահատվածում (նկար 2): Այս նպատակով դիֆեկտորիկ թափանցելիության սահուն փոփոխությունը մոդելավորենք հետևյալ բանաձևով՝

$$\varepsilon(t) = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 + e^{t/\tau})}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 e^{t/\tau}}; \quad (1.2.14)$$

Այս ընտրությունը նախ և առաջ թույլ է տալիս վերարտադրել դիֆեկտորիկ թափանցելիության հաստատուն ε_1 և ε_2 արժեքները համապատասխանաբար $t \ll 0$ և $t \gg 0$ սահմանային ժամանակային տիրույթներում, ինչպես նաև ապահովում է դիֆեկտորիկ թափանցելիության փոփոխության բավականին հստակ ժամանակային տեղայնացում $t = 0$ պահի շուրջը $\sim \tau$ ժամանակահատվածում: Միևնույն ժամանակ (1.2.14) ընտրությունը հնարավորություն է ընձեռնում խնդիրը քննարկել անալիտիկ

ճշգրիտ լուծման շրջանակներում [12]:



Նկար 2. Տարածական համասեռ դիէլեկտրիկ միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու փոխանցումը ժամանակի ընթացքում դիէլեկտրիկ թափանցելիության սահուն փոփոխման պայմաններում:

Տեղադրելով (1.2.14) բանաձևը (1.2.4) ալիքային հավասարման մեջ՝ $\mathcal{D}(t)$ համար ստանում ենք երկրորդ կարգի հետևյալ գծային հավասարումը՝

$$\xi(1-\xi)\frac{d^2\mathcal{D}}{d\xi^2} + (1-\xi)\frac{d\mathcal{D}}{d\xi} + \left(\frac{\alpha}{\xi} - \beta\right)\mathcal{D} = 0, \quad (1.2.15)$$

որտեղ կատարել ենք փոփոխականի փոխարինում՝ $\xi \equiv -e^{t/\tau}$, և ընդունել ենք հետևյալ նշանակումները՝

$$\alpha \equiv \frac{c^2 k^2 \tau^2}{\varepsilon_1}, \quad \beta \equiv \frac{c^2 k^2 \tau^2}{\varepsilon_2}: \quad (1.2.16)$$

(1.2.15) հավասարումը կարող ենք բերել էյլերի քաջ հայտնի հիպերերկրաչափական դիֆերենցիալ հավասարմանը՝ կատարելով հետևյալ տեղադրումը՝

$$\mathcal{D}(\xi) = \xi^{i\sqrt{\alpha}} \mathcal{F}(\xi): \quad (1.2.17)$$

Սա տեղադրելով (1.2.15) հավասարման մեջ՝ ստանում ենք՝

$$\xi(1-\xi)\frac{d^2\mathcal{F}}{d\xi^2} + [d - (a+b+1)\xi]\frac{d\mathcal{F}}{d\xi} - ab\mathcal{F} = 0, \quad (1.2.18)$$

որտեղ հիպերերկրաչափական դիֆերենցիալ հավասարմանը նմանակելու նպատակով կատարել ենք հետևյալ նշանակումները՝

$$a \equiv i(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}), \quad b \equiv i(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}), \quad d \equiv 2i\sqrt{\alpha} + 1: \quad (1.2.19)$$

Այժմ (1.2.18) հավասարման լուծումը կարող ենք արտահայտել Գաուսի հիպերերկրաչափական ֆունկցիայի միջոցով՝ $\mathcal{F}(\xi) = {}_2F_1(a, b; d; \xi)$, որտեղ $\mathcal{C}$ -ն հաստատուն է: Այս լուծումը միավորելով (1.2.17) ու (1.2.3) բանաձևերի հետ, կատարելով $\mathfrak{D}_{in} \equiv (-1)^{i\sqrt{\alpha}} \mathcal{C}$ նշանակումը և վերադառնալով ժամանակային փոփոխականին՝ էլեկտրական դաշտի ինդուկցիայի համար $t < 0$ տիրույթում ստանում ենք՝

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t < 0) = \tilde{\mathbf{d}} \mathfrak{D}_{in} e^{-i(kr - \omega_{in}t)} F(a, b; d; -e^{t/\tau}), \quad (1.2.20')$$

$$\omega_{in} = \frac{ck}{\sqrt{\varepsilon_1}}: \quad (1.2.20'')$$

$t \ll 0$ սահմանում, այսինքն մինչ դիէլեկտրիկ թափանցելիության փոփոխումը, միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքը նկարագրող (1.2.20) բանաձևից ընկնող ալիքի համար ստանում ենք հետևյալ սահմանային արտահայտությունը՝

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t \ll 0) \cong \tilde{\mathbf{d}} \mathfrak{D}_{in} e^{-i(kr - \omega_{in}t)}, \quad (1.2.21)$$

որն իրենից ներկայացնում է հարթ միագույն էլեկտրամագնիսական ալիք, ինչ նպատակ էլ հետապնդում էինք ի սկզբանե:

Իրականում (1.2.20') բանաձևը խնդրի լուծումը ներկայացնում է նաև $t > 0$ ժամանակային տիրույթում: Բայց $t \gg 0$ սահմանը քննարկելու համար նպատակահարմար է այն ներկայացնել մաթեմատիկորեն համարժեք այլ տեսքով [38]՝

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t > 0) = & \tilde{\mathbf{d}} \mathfrak{D}_{in} e^{-i(kr - \omega_{in}t)} \times \\ & \times \left[\frac{\Gamma(d)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(d-a)} e^{-at/\tau} F(a, a+1-d; a+1-b; -e^{-t/\tau}) + \right. \\ & \left. + \frac{\Gamma(d)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(d-b)} e^{-bt/\tau} F(b, b+1-d; b+1-a; -e^{-t/\tau}) \right]: \end{aligned} \quad (1.2.22)$$

Այս բանաձևը ներկայացնում է ժամանակի մեջ փոփոխվող ամպլիտուդով տարածվող

երկու ալիքների վերադրում: $t \gg 0$ սահմանում դրանք հակազուգահեռ ուղղություններով տարածվող երկու հարթ միագույն ալիքներ են՝

$$D(r, t \gg 0) \cong \tilde{d} \mathfrak{D}_{\mathcal{R}} e^{-i(kr + \omega_{out} t)} + \tilde{d} \mathfrak{D}_{\mathcal{T}} e^{-i(kr - \omega_{out} t)}, \quad (1.2.23')$$

$$\omega_{out} = \frac{ck}{\sqrt{\varepsilon_2}}: \quad (1.2.23'')$$

Այստեղ կատարել ենք հետևյալ նշանակումները՝

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{R}} = \mathfrak{D}_{in} \frac{\Gamma(d)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(d-b)}, \quad (1.2.24')$$

$$\mathfrak{D}_{\mathcal{T}} = \mathfrak{D}_{in} \frac{\Gamma(d)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(d-a)}: \quad (1.2.24'')$$

Վերջին բանաձևերը ներկայացնում են անդրադարձած և փոխանցված ալիքների ամպլիտուդները՝ կախված դիէլեկտրիկ թափանցելիության փոփոխման ժամանակային τ մասշտաբից և նորմավորված ընկնող ալիքի ամպլիտուդով: Այս բանաձևերը տեղադրելով փոխանցման և անդրադարձման գործակիցները սահմանող (1.2.9) բանաձևերի մեջ՝ ստանում ենք՝

$$\mathcal{T} = \frac{\omega_{out}^2}{\omega_{in}^2} \frac{\sinh^2(\pi(\omega_{in} + \omega_{out})\tau)}{\sinh(2\pi\omega_{in}\tau) \sinh(2\pi\omega_{out}\tau)}, \quad (1.2.25')$$

$$\mathcal{R} = \frac{\omega_{out}^2}{\omega_{in}^2} \frac{\sinh^2(\pi(\omega_{in} - \omega_{out})\tau)}{\sinh(2\pi\omega_{in}\tau) \sinh(2\pi\omega_{out}\tau)}: \quad (1.2.25'')$$

Այս բանաձևերը ստանալիս օգտագործել ենք հետևյալ քաջ հայտնի առնչությունները՝

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z),$$

$$|\Gamma(iz)|^2 = \Gamma(iz)\Gamma(-iz) = \frac{\pi}{z \sinh(\pi z)}:$$

Դժվար չէ ցույց տալ, որ $\tau \rightarrow 0$ սահմանում (1.2.25) բանաձևերը համընկնում են դիէլեկտրիկ թափանցելիության կտրուկ փոփոխման պայմաններում անդրադարձման և փոխանցման գործակիցները ներկայացնող (1.2.12) բանաձևերի հետ՝ վերջավոր τ -ի պայմաններում ընդհանրացնելով վերջիններս դիէլեկտրիկ թափանցելիության ժամանակային կտրուկ փոփոխումից դեպի սահուն փոփոխում:

1.2.3. Արդյունքների քննարկում

Միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության ժամանակային և կտրուկ, և սահուն փոփոխման պայմաններում միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքներն էներգիա են փոխանակում միջավայրի հետ՝ արդյունքում ուժգնանալով կամ մարելով: Սահուն փոփոխման դեպքում, որը տեղի է ունենում վերջավոր τ ժամանակահատվածում, անդրադարձման և փոխանցման գործակիցների գումարը ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\mathcal{R} + \mathcal{T} = \frac{1}{2} \frac{\omega_{out}^2}{\omega_{in}^2} \left(\frac{\tanh(\pi \omega_{in} \tau)}{\tanh(\pi \omega_{out} \tau)} + \frac{\tanh(\pi \omega_{out} \tau)}{\tanh(\pi \omega_{in} \tau)} \right): \quad (1.2.26)$$

Քանի որ այս բանաձևի աջ մասում փակագծերի մեջ վերցված արտահայտությունը միշտ մեծ է երկուսից, ապա անմիջապես նկատում ենք, որ դիէլեկտրիկ թափանցելիության փոփոխման τ ժամանակային մասշտաբի փոքր արժեքների պայմանում էլեկտրամագնիսական ալիքը կամ ուժգնանում է, կամ մարում կախված նրանից, թե ալիքի փոփոխվող հաճախությունը աճում է, թե նվազում, կամ համարժեքորեն (տես բանաձև (1.2.7))՝ միջավայրի բեկման ցուցիչը նվազում է, թե աճում: Նույն իրավիճակը դիտվում է միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության ժամանակային կտրուկ փոփոխության պայմաններում (տես բանաձև (1.2.13)): Ինչպես կցուցադրենք հաջորդ դրվագում՝ իրավիճակը խիստ տարբերվում է ժամանակի մեջ փոփոխվող հեղուկ միջավայրում տարածվող ձայնային ալիքների դեպքից, երբ անկախ միջավայրի փոփոխման ուղղությունից՝ ձայնային ալիքները կարող են միայն ուժգնանալ: Ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրում տարածվող ձայնային և էլեկտրամագնիսական ալիքների միջև այս տարբերությունը միջին հաշվով պայմանավորված է հենց ձայնային և էլեկտրամագնիսական ալիքների զանազանվող բնույթով: Եթե վակուումում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքներն իրենցից ներկայացնում են մատերիայի ինքնաբավ ձև, ապա դիէլեկտրիկ միջավայրում տարածվելիս ձեռք են բերում նյութական բաղադրիչ: Սա այն իմաստով, որ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքները նկարագրվում են ոչ միայն էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի լարվածություններով, այլ նաև

ինդուկցիաներով: Իսկ սրանցում, ինչպես քաջ հայտնի է, բացի էլեկտրական և մագնիսական դաշտերից ներկայացված է նաև նյութական միջավայրը՝ հանձինս դիէլեկտրիկ բևեռացման և մագնիսացման՝

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{M}:$$

Այնինչ ձայնային ալիքն ամբողջովին ունի նյութական բնույթ այն իմաստով, որ իրենից ներկայացնում է իր իսկ տարածման միջավայրի հավասարակշիռ վիճակի փոքր գրգռում և չի կարող տարածվել այդ միջավայրից դուրս դեպի վակուում:

Դիէլեկտրիկ միջավայրերում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների երկակի բնույթի հետ է կապված ևս մեկ նուրբ խնդիր: Արդեն մեկ դարից ավել է, ինչ մակրոսկոպիկ էլեկտրոդինամիկայում քննարկվում է Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության (երկվության) հարցը: Խոսքը գնում է դիէլեկտրիկ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական դաշտի էներգիայի և իմպուլսի թենզորի ճիշտ արտահայտության մասին: Պարզագույն դեպքում հարցը կարելի է ձևակերպել այսպես. դիէլեկտրիկ և մագնիսական տարբեր թափանցելիությամբ օժտված միջավայրի միջև անցնելիս ինչպե՞ս է փոփոխվում էլեկտրամագնիսական ալիքի (ֆոտոնի) իմպուլսը: Միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքի իմպուլսի խտության համար Աբրահամի առաջարկած արտահայտությունից՝

$$\mathbf{g}^A = \frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad (1.2.27)$$

բխում է, որ ֆոտոնի իմպուլսն այնքան ավելի փոքր է, որքան օպտիկապես ավելի խիտ է միջավայրը, այնինչ Մինկովսկու առաջարկած բանաձևից՝

$$\mathbf{g}^M = \frac{1}{4\pi c} \mathbf{D} \times \mathbf{B} = \varepsilon\mu \mathbf{g}^A = n^2 \mathbf{g}^A, \quad (1.2.28)$$

հետևում է ճիշտ հակառակը. ֆոտոնի իմպուլսն այնքան ավելի մեծ է, որքան օպտիկապես ավելի խիտ է միջավայրը: Այս բանաձևերը կիրառենք դիէլեկտրիկ թափանցելիության ժամանակային կտրուկ փոփոխության պայմաններում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման խնդրում: Կիրառելով Աբրահամի բանաձևը՝ ընկնող, փոխանցված և անդրադարձած ալիքների համար համապատասխանաբար հանգում ենք հետևյալ արդյունքին՝

$$\mathbf{g}_{in}^A = \frac{|\mathcal{D}_{in}|^2}{4\pi\omega_{in}\varepsilon_1^2} \mathbf{k}, \quad (1.2.29')$$

$$\mathbf{g}_{\mathcal{T}}^A = \frac{|\mathcal{D}_{\mathcal{T}}|^2}{4\pi\omega_{out}\varepsilon_2^2} \mathbf{k}, \quad (1.2.29'')$$

$$\mathbf{g}_{\mathcal{R}}^A = -\frac{|\mathcal{D}_{\mathcal{R}}|^2}{4\pi\omega_{out}\varepsilon_2^2} \mathbf{k}, \quad (1.2.29''')$$

իսկ Մինկովսկու բանաձևի հիման վրա՝ հետևյալ՝

$$\mathbf{g}_{in}^M = \frac{|\mathcal{D}_{in}|^2}{4\pi\omega_{in}\varepsilon_1} \mathbf{k}, \quad (1.2.30')$$

$$\mathbf{g}_{\mathcal{T}}^M = \frac{|\mathcal{D}_{\mathcal{T}}|^2}{4\pi\omega_{out}\varepsilon_2} \mathbf{k}, \quad (1.2.30'')$$

$$\mathbf{g}_{\mathcal{R}}^M = -\frac{|\mathcal{D}_{\mathcal{R}}|^2}{4\pi\omega_{out}\varepsilon_2} \mathbf{k}: \quad (1.2.30''')$$

Ի սկզբանե ենթադրվել էր տարածական համասեռություն, որից, համաձայն Նյոտերի հայտնի թեորեմի, կարծես թե հետևում է, որ քննարկվող երևույթի ընթացքում լուսային ալիքի իմպուլսը պահպանվում է: Այնինչ (1.2.29) բանաձևերից հետևում է, որ Աբրահամի մոտեցման շրջանակներում էլեկտրամագնիսական ալիքի իմպուլսը չի պահպանվում՝ $\mathbf{g}_{in}^A \neq \mathbf{g}_{\mathcal{R}}^A + \mathbf{g}_{\mathcal{T}}^A$: Միևնույն ժամանակ (1.2.30) բանաձևերի հիման վրա նկատենք, որ Մինկովսկու մոտեցման շրջանակներում էլեկտրամագնիսական ալիքի իմպուլսն իսկապես պահպանվում է՝ $\mathbf{g}_{in}^M = \mathbf{g}_{\mathcal{R}}^M + \mathbf{g}_{\mathcal{T}}^M$: Այս մասնավոր արդյունքի հիման վրա կարծես թե Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության (երկվության) հարցի շրջանակներում կարելի է կատարել վճռական հետևություններ ի օգուտ դիէլեկտրիկ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական դաշտի էներգիայի և իմպուլսի թենզորի համար Մինկովսկու առաջարկած արտահայտության: Բայց նկատենք, որ հնարավոր է նաև այլ մեկնաբանություն: Խնդրում առկա տարածական համասեռությունից ըստ Նյոտերի հայտնի թեորեմի բխում է ոչ թե միայն լուսային ալիքի, այլ ողջ համակարգի իմպուլսի պահպանման օրենքը: Համապատասխանաբար՝ եթե Աբրահամի մոտեցման շրջանակներում էլեկտրամագնիսական ալիքի իմպուլսը չի պահպանվում, ապա այն պատճառով, որ միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիության փոփոխման արդյունքում միջավայրն ու էլեկտրամագնիսական ալիքը փոխանակվում են ոչ միայն էներգիայով,

այլ նաև իմպուլսով: Միևնույն ժամանակ սա նշանակում է, որ միջավայրի դիֆֆուզիոն թափանցելիության փոփոխման ընթացքում էլեկտրամագնիսական ալիքի և միջավայրի միջև փոխազդեցությունն ունի ուժային բնույթ: Ըստ էության դա այսպես կոչված Աբրահամի ուժն է [39, 40]: Այսպիսով՝ հարցը միանշանակ չէ, և անհրաժեշտ են հետագա վերլուծություններ:

Վերջում նշենք ևս մեկ հետաքրքիր հանգամանք, որը կարելի է բացահայտել (1.2.25) բանաձևերի հիման վրա փոխանցման և անդրադարձման գործակիցների տարբերությունը հաշվարկելիս՝

$$\mathcal{T} - \mathcal{R} = \frac{\omega_{out}^2}{\omega_{in}^2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2: \quad (1.2.31)$$

Այս տարբերությունն անկախ է դիֆֆուզիոն թափանցելիության փոփոխման տևողությունից և ունի նույն տեսքը, ինչ կտրուկ փոփոխման պայմաններում: Ընդ որում այն հավասար է մեկի միայն $n_1 = n_2$ դեպքում, երբ $\mathcal{R} = 0$: Այս իրավիճակը նույնպես տարբերվում է ժամանակի մեջ փոփոխվող հեղուկ միջավայրում տարածվող ձայնային ալիքների դեպքից, երբ փոխանցման և անդրադարձման գործակիցների տարբերությունը միշտ հավասար է մեկի:

1.3. Ձայնային ալիքների տարածումը տարածական համասեռ, բայց ժամանակի մեջ փոփոխվող միջավայրերում

Հոսող միջավայրերում, այնպիսին, ինչպես գազերում, հեղուկներում կամ պլազմայում, ձայնային ալիքների տարածումը սովորաբար նկարագրվում է կամ հիդրոդինամիկայի շրջանակներում, երբ արհամարվում է միջավայրի միկրոսկոպիկ կառուցվածքը և այն համարվում է հոծ, կամ էլ կինետիկ տեսության շրջանակներում: Մենք կսահմանափակվենք առաջին մոտեցմամբ, ընդ որում ամենուր կընդունենք իդեալական հեղուկի մոդելը՝ արհամարելով ներքին շփմամբ, այն է մածուցիկությամբ, և ջերմահաղորդականությամբ պայմանավորված էներգիայի կորուստները: Կարհամարենք նաև գրավիտացիոն ուժերը՝ համարելով, որ միջավայրը բնութագրվում է Ֆրուդի մեծ թվով՝ $Fr \equiv u/\sqrt{Dg} \gg 1$ (u -ն միջավայրը բնութագրող մի ինչ-որ

արագություն է, D -ն այսպես կոչված հոսքի խորությունը, g -ն գրավիտացիայով պայմանավորված արագացումը):

Հիդրոդինամիկայի շրջանակներում միջավայրի վիճակը միանշանակ նկարագրվում է արագության՝ $\mathbf{v}(x, y, z, t)$, ճնշման՝ $p(x, y, z, t)$, և զանգվածի խտության՝ $\rho(x, y, z, t)$, բաշխման ֆունկցիաներով: Իհարկե՝ ճնշման և զանգվածի խտության փոխարեն կարելի է օգտագործել երկու այլ թերմոդինամիկական ֆունկցիաներ, այնպիսին, ինչպես ջերմաստիճանն ու էնտրոպիան: Ընդհանուր առմամբ բաշխման հինգ սկալյար ֆունկցիաները բավարար են հոսող միջավայրերի վիճակը նկարագրելու համար, ընդ որում այդ ֆունկցիաների տարածական արգումենտը նշում է տարածության մեջ մի ինչ որ որոշակի կետ, այլ ոչ թե միջավայրի որոշակի մասնիկի կոորդինատ:

Բաշխման հինգ սկալյար ֆունկցիաները միանշանակ հաշվարկելու համար մեզ անհրաժեշտ են հինգ հավասարումներ [23]: Մեկ հավասարում ապահովում է զանգվածի խտության անընդհատության պայմանը՝

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0: \quad (1.3.1)$$

Այլ երեք պայմաններ ապահովում է Նավյե-Սթոքսի հավասարումը, որը իդեալական հեղուկի դեպքում կարելի է պարզեցնել մինչ էյլերի հավասարում՝

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho}: \quad (1.3.2)$$

Վերջապես, իդեալական հեղուկի համար ջերմահաղորդման անտեսման և, հետևաբար, շարժման ադիաբատիկ հետադարձելի բնույթի պայմաններում հինգերորդ հավասարումն ապահովում է էնտրոպիայի անընդհատության պայմանը՝

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho s \mathbf{v}) = 0: \quad (1.3.3)$$

Իզենտրոպիկ հեղուկի համար այս հավասարումը պարզենում է մինչ հաստատուն էնտրոպիայի պայման՝

$$s = const: \quad (1.3.4)$$

Հեղուկում տարածվող ձայնային ալիքներն իրենցից ներկայացնում են փոքր

ամպլիտուդով տատանումներ, որոնցում իրար պարբերաբար հաջորդում են սեղման և ընդարձակման տարրական ակտերը: Դա կարելի է ներկայացնել հավասարակշիռ վիճակի արժեքներից խտության և ճնշման շեղումների միջոցով՝

$$\rho = \rho_0 + \varrho; \quad (1.3.5)$$

$$p = p_0 + p, \quad (1.3.6)$$

որտեղ ρ_0 -ն և p_0 -ն հեղուկի խտության և ճնշման արժեքներն են հավասարակշիռ վիճակում, իսկ ϱ -ն և p -ն ներկայացնում են ձայնային ալիքում խտության և ճնշման տատանողական շեղումները հավասարակշիռ արժեքներից: Ձայնային ալիքում խտության և ճնշման տատանումները փոքր են՝ $\varrho \ll \rho_0$, $p \ll p_0$, հետևաբար ձայնի տարածման արագության համեմատ փոքր են նաև հեղուկի առանձին մասնիկների արագությունները՝ $v \ll c$: Այս պայմաններում տեղադրելով (1.3.5) և (1.3.6) բանաձևերը զանգվածի անընդհատության (1.3.1) և էյլերի (1.3.2) հավասարումների մեջ և արհամարելով ըստ ϱ , p և v երկրորդ կարգի փոքր մեծությունները, ստանում ենք՝

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.3.7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\nabla p}{\rho_0} = 0: \quad (1.3.8)$$

(1.3.7) հավասարումը ստանալիս հաշվի է առնված այն հանգամանքը, որ իդեալական հեղուկում կամայական շարժում, այդ թվում նաև ձայնը, ունի ադիաբատիկ բնույթ: Հետևաբար խտության փոքր փոփոխություններն առաջ են բերում ճնշման փոքր փոփոխություններ՝

$$p = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \varrho: \quad (1.3.9)$$

Հեղուկում ձայնային ալիքի տարածմամբ պայմանավորված շարժումները համարելով ոչ մրրկային, կարելի է ներմուծել արագության պոտենցիալ՝ $\mathbf{v} = \nabla \varphi$: Այժմ համատեղելով (1.3.7) ու (1.3.8) հավասարումները և արագությունը արտահայտելով արագության պոտենցիալով՝ վերջինիս նկատմամբ հեղուկ միջավայրում տարածվող ձայնային ալիքների համար ստացվում է հետևյալ ալիքային հավասարումը՝

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \varphi = 0, \quad (1.3.10)$$

որտեղ կատարված է հետևյալ նշանակումը՝

$$c^2 \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s : \quad (1.3.11)$$

Ալիքային (1.3.10) հավասարումը ածանցելով ըստ տարածական կոորդինատների կամ ժամանակային փոփոխականի՝ կարելի է նկատել, որ նույն հավասարմանն են բավարարում արագության վեկտորի բաղադրիչներն ու ճնշումը, հետևաբար (1.3.9) պայմանի շնորհիվ նաև զանգվածի խտությունը: Այս հավասարումը նկարագրում է ձայնային ալիքների տարածումը հավասարակշիռ վիճակում տարածական և ժամանակային համասեռ իդեալական հեղուկ միջավայրերում, c -ն էլ փաստորեն ձայնի տարածման արագությունն է [23]: Բայց այն հնարավոր է կիրառել նաև ժամանակի մեջ միջավայրի խտության և նրանում ձայնի տարածման արագության կտրուկ փոփոխման պայմաններում ձայնային ալիքների տարածումը նկարագրելիս՝ միջավայրի բուն կտրուկ փոփոխությունը հաշվի առնելով եզրային պայմաններում:

Հեղուկ միջավայրի սահուն փոփոխության պայմաններում ձայնային ալիքների տարածման նկարագրությունը գտնվում է ալիքային (1.3.10) հավասարման կիրառության շրջանակներից դուրս: Այդ պատճառով հարկավոր է այն փոքր ինչ ընդհանրացնել: Այդ նպատակով նկատենք, որ (1.3.5) առնչության մեջ ρ_0 -ն այլևս հաստատուն չէ, այլ ժամանակից կախված նախօրոք տրված ֆունկցիա: Այժմ կրկնելով (1.3.10) հավասարման դուրս բերումը և հաշվի առնելով հավասարակշիռ վիճակի խտության, հետևաբար նաև ձայնի տարածման արագության ժամանակային նախօրոք տրված կախվածությունները՝ հանգում ենք հետևյալ հավասարմանը [28]՝

$$\frac{1}{\rho_0(t)} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_0(t) \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) - (c(t))^2 \nabla^2 \varphi = 0: \quad (1.3.12)$$

Ստորև այս հավասարման հիման վրա կքննարկենք ձայնային ալիքների տարածումը միջավայրի խտության և միջավայրում ձայնի տարածման արագության ժամանակային սահուն փոփոխման պայմաններում:

Ձայնի տարածումը միջավայրի խտության և միջավայրում ձայնի տարածման արագության տարածական փոփոխման պայմաններում ուսումնասիրելու նպատակով

գիտական գրականության մեջ լայնորեն կիրառվում է Բերգմանի հավասարումը [41]՝

$$\rho_0 \nabla \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla \varphi \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0: \quad (1.3.13)$$

Նկատենք, որ կա հետաքրքիր նմանություն (1.3.12) և Բերգմանի (1.3.13) հավասարումների միջև: Երկուսն էլ կարելի է ստանալ (1.3.10) ալիքային հավասարման հիման վրա տարածական և ժամանակային դիֆերենցման օպերատորները վերասահմանելով: Բերգմանի հավասարման պարագայում դա $\nabla^2 \rightarrow \rho_0 \nabla (1/\rho_0) \nabla$ անցումն է, իսկ (1.3.12) հավասարման պարագայում՝ $(\partial^2 / \partial t^2) \rightarrow (1/\rho_0)(\partial / \partial t) \rho_0 (\partial / \partial t)$: Նկատենք, որ նշված ձևափոխություններն իրար նկատմամբ ունեն որոշակի համաչափություն և ինչ-որ իմաստով կարող են համարվել համալուծ:

Նույն մոտեցումն օգտագործվում է նաև այլ պարագաներում [42]: Մասնավորապես անհամասեռ արագությամբ հոսող միջավայրերում ձայնի տարածումը նկարագրելիս հաճախ դիմում են Բլոխինցկի հավասարման [43, 44] օգնությանը, որը կարելի է ստանալ Բերգմանի հավասարումից ժամանակային մասնավոր ածանցյալը նյութական ածանցյալով փոխարինելիս՝ $(\partial / \partial t) \rightarrow (\partial / \partial t) + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$: Տարբեր պայմաններում ձայնի տարածման նկարագրության նպատակով կիրառվող նմանատիպ հավասարումների առավել մեծ թվով օրինակներ քննարկելիս թերևս հնարավոր է ձևակերպել հստակ եղանակներ մասնավոր դեպքերի համար դուրս բերված հավասարումներից առավել ընդհանուր դեպքեր ընդգրկող հավասարումներ ստանալու համար: Բայց այս հարցը ունի հետագա քննարկման և հիմնավորման կարիք:

1.3.1. Ձայնային ալիքների անդրադարձումն ու անցումը ժամանակի

մեջ կտրուկ փոփոխվող միջավայրում

Մինչ միջավայրի խտության և նրանում ձայնի տարածման արագության ժամանակային սահուն փոփոխման պայմաններում ձայնային ալիքների տարածման խնդրի քննարկումը՝ անդրադառնանք նույն հարցին տեխնիկապես առավել պարզ դեպքում, երբ միջավայրի խտությունը և նրանում ձայնի տարածման արագությունը

$t = 0$ պահին կտրուկ փոխվում են $\rho_0 = \rho_1$ և $c = c_1$ արժեքներից մինչ $\rho_0 = \rho_2$ և $c = c_2$: Ինչպես արդեն նշել ենք վերը՝ այս քննարկումը կիրականացնենք (1.3.10) ալիքային հավասարման հիման վրա՝ լուծելով այն հաստատուն ρ_1, c_1 և ρ_2, c_2 արժեքների համար, իսկ միջավայրի կտրուկ փոփոխությունը հաշվի կառնենք եզրային պայմաններում հանձինս խտության և ձայնի տարածման արագության խզման կետում ճնշման և արագությունների բաշխման ֆունկցիաների անընդհատության պայմանի [27, 28]:

Ակնհայտ է, որ համապատասխան դիսպերսիոն առնչությանը բավարարող մոնոքրոմատիկ հարթ ալիքների կամայական վերադրում հանդիսանում է (1.3.10) հավասարման լուծում: Ճիշտ է նաև հակառակ պնդումը: Հետևաբար ժամանակային $t < 0$ տիրույթում միջավայրում տարածվող ձայնային ալիքը կարող ենք ներկայացնել եզակի մոնոքրոմատիկ հարթ ալիքի տեսքով՝

$$\varphi_{in}(\mathbf{r}, t) \equiv \varphi_{t < 0}(\mathbf{r}, t) = \phi_{in} e^{-i(K\mathbf{r} - \Omega_{in}t)}, \quad (1.3.14')$$

$$\Omega_{in} = c_1 K: \quad (1.3.14'')$$

Ակնհայտ է, որ միջավայրի խտության և նրանում ձայնի տարածման արագության փոփոխումից հետո այն այլևս չի կարող տարածվել եզակի մոնոքրոմատիկ հարթ ալիքի տեսքով, այլ իրենից ներկայացնում է փոխանցված ($\mathcal{T}$) և անդրադարձած ($\mathcal{R}$) երկու մոնոքրոմատիկ հարթ ալիքների վերադրում՝

$$\varphi_{out}(\mathbf{r}, t) \equiv \varphi_{t > 0}(\mathbf{r}, t) = \phi_{\mathcal{T}} e^{-i(K\mathbf{r} - \Omega_{\mathcal{T}}t)} + \phi_{\mathcal{R}} e^{-i(K\mathbf{r} - \Omega_{\mathcal{R}}t)}, \quad (1.3.15')$$

$$\Omega_{\mathcal{T}} = -\Omega_{\mathcal{R}} = c_2 K \equiv \Omega_{out}: \quad (1.3.15'')$$

Մի կողմից փոխանցված ու անդրադարձած, մյուս կողմից ընկնող ալիքների ամպլիտուդների միջև կապ հաստատելու համար (1.3.14) և (1.3.15) լուծումների հիման վրա գրի առնենք խզման $t = 0$ պահին արագության և ճնշման բաշխման ֆունկցիաների անընդհատության պայմանները՝

$$\phi_{in} = \phi_{\mathcal{T}} + \phi_{\mathcal{R}}, \quad (1.3.16')$$

$$\Omega_{in} \rho_1 \phi_{in} = \Omega_{out} \rho_2 (\phi_{\mathcal{T}} - \phi_{\mathcal{R}}): \quad (1.3.16'')$$

Այստեղ հաշվի ենք առել արագության և ճնշման բաշխման ֆունկցիաներն արագության պոտենցիալով արտահայտող $\mathbf{v} = \nabla \varphi$ և $p = p_0 - \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ առնչությունները:

(1.3.16) բանաձևերից հեշտությամբ ստանում ենք պահանջվող առնչությունները՝

$$\phi_{\mathcal{T}} = \frac{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1}{2\rho_2 c_2} \phi_{in}, \quad (1.3.17')$$

$$\phi_{\mathcal{R}} = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{2\rho_2 c_2} \phi_{in}; \quad (1.3.17'')$$

Ձայնային ալիքի տարածման հետ կապված է էներգիայի որոշակի հոսք, որն ուղղված է ձայնի տարածման ուղղությամբ և մոնոքրոմատիկ հարթ ալիքի պարագայում թվայնապես հավասար է ձայնի տարածման արագության և ձայնային ալիքում էներգիայի խտության արտադրյալին՝ $q = c\rho_0 v^2$: Սրա հիման վրա անդրադարձման գործակիցն սահմանվում է որպես անդրադարձած և ընկնող ձայնային ալիքներում էներգիայի ըստ ժամանակի միջինացված հոսքերի հարաբերություն [23]: Նույն կերպ սահմանվում է նաև փոխանցման գործակիցը: Վերը բերված բանաձևերից նման կերպ սահմանված փոխանցման և անդրադարձման գործակիցների համար առանց դժվարության կարելի է ստանալ հետևյալ արտահայտությունները՝

$$\mathcal{T} \equiv \frac{\rho_2 c_2 \overline{v_{\mathcal{T}}^2}}{\rho_1 c_1 \overline{v_{in}^2}} = \frac{(\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1)^2}{4(\rho_1 c_1)(\rho_2 c_2)}, \quad (1.3.18')$$

$$\mathcal{R} \equiv \frac{\rho_2 c_2 \overline{v_{\mathcal{R}}^2}}{\rho_1 c_1 \overline{v_{in}^2}} = \frac{(\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1)^2}{4(\rho_1 c_1)(\rho_2 c_2)}; \quad (1.3.18'')$$

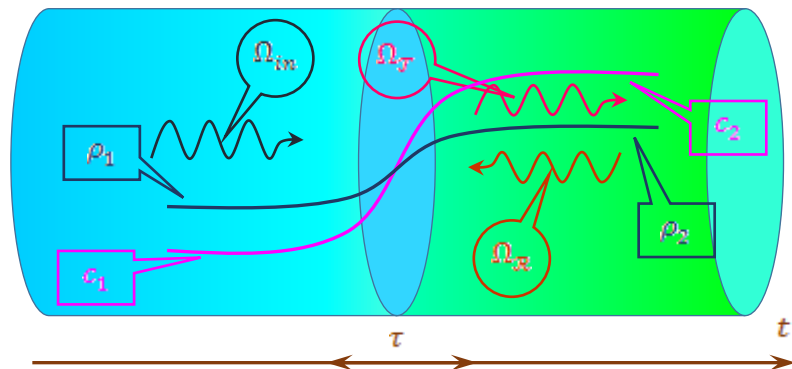
Գումարելով փոխանցման և անդրադարձման գործակիցները՝

$$\mathcal{T} + \mathcal{R} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} + \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} \right) \geq 1, \quad (1.3.19)$$

դժվար չէ նկատել, որ այն միշտ մեծ է մեկից: Այլ կերպ ասած՝ տարածական համասեռ, բայց ժամանակի մեջ կտրուկ փոփոխվող միջավայրում տարածվող ձայնային ալիքները միշտ ուժգնանում են՝ անկախ միջավայրի փոփոխման ուղղությունից: Ինչպես արդեն նշել ենք վերը, այս իրավիճակը խիստ տարբերվում է դիէլեկտրիկ միջավայրում տարածվող էլեկտրամագնիսական ալիքների դեպքից:

1.3.2. Ձայնային ալիքների անդրադարձումն ու անցումը ժամանակի մեջ սահուն փոփոխվող միջավայրում

Եթե նախորդ ենթադրվագում քննարկեցինք ձայնի տարածման երևույթը միջավայրի կտրուկ փոփոխության պայմաններում, ապա հաճախ առավել իրատեսական է նույն հարցը քննարկել միջավայրի խտության և նրանում ձայնի տարածման արագության ժամանակային սահուն փոփոխման պայմաններում (նկար 3) [27, 28]: Ճիշտ այս նպատակով էլ վերը դուրս էինք բերել (1.3.12) ալիքային հավասարումը: Նրանում $\rho_0(t)$ -ն և $c(t)$ -ն ներկայացնում են խտության և ձայնի տարածման արագության կանխորոշված ժամանակային փոփոխությունները և կանխավ տրված ֆունկցիաներ են:



Նկար 3. Տարածական համասեռ հեղուկ միջավայրում ձայնային ալիքների անցումն ու անդրադարձումը ժամանակի ընթացքում միջավայրի խտության և նրանում ձայնի տարածման արագության սահուն փոփոխման պայմաններում:

Մեր նպատակների համար հեղուկ միջավայրի սահուն փոփոխությունը մոդելավորենք հետևյալ բանաձևերով՝

$$\rho_0(t) = \frac{\rho_1 \rho_2}{\sqrt{\rho_1^2 + \frac{\rho_2^2 - \rho_1^2}{1 + e^{t/\tau}}}}, \quad (1.3.20')$$

$$c(t) = \sqrt{c_2^2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{1 + e^{t/\tau}}}: \quad (1.3.20'')$$

Այս ընտրությունը թույլ է տալիս $t \ll 0$ և $t \gg 0$ սահմանային ժամանակային տիրույթներում վերարտադրել միջավայրի խտության և նրանում ձայնի տարածման

արագության հաստատուն ρ_1, c_1 և ρ_2, c_2 արժեքները, ինչպես նաև ապահովում է միջավայրի սահուն փոփոխության բավականին հստակ ժամանակային մասշտաբ՝ $\sim \tau$: Միևնույն ժամանակ (1.3.20) ընտրությունը թույլ է տալիս որոշակի ընդունելի մոտավորությունների շրջանակում խնդիրը քննարկել անալիտիկ լուծման հիման վրա:

Տեղադրելով (1.3.20) բանաձևերը (1.3.12) ալիքային հավասարման մեջ և խնդրի տարածական համասեռության հանգամանքի շնորհիվ լուծումը փնտրելով տարածական հարթ ալիքի տեսքով՝

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \Phi(t) \frac{e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}}{\sqrt{\rho_0(t)}}, \quad (1.3.21)$$

ոչ բարդ ձևափոխություններից հետո հանգում ենք հետևյալ հավասարմանը՝

$$\frac{\partial^2 \Phi(t)}{\partial t^2} + f(t)\Phi(t) = 0, \quad (1.3.22)$$

$$f(t) = \frac{1}{4\rho_0^2(t)} \left(\frac{\partial \rho_0(t)}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2\rho_0(t)} \frac{\partial^2 \rho_0(t)}{\partial t^2} + K^2 c^2(t): \quad (1.3.23)$$

(1.3.22) հավասարումը էականորեն կպարզենա, եթե (1.3.23) բանաձևի աջ մասի առաջին երկու անդամներում խտության ժամանակային $\partial \rho_0(t)/\partial t$ ածանցյալը փոխարինենք հաստատուն $\Delta \rho_0/\tau \equiv \lambda$ արժեքով, որտեղ $\Delta \rho_0$ -ն հավասարակշիռ վիճակի խտության փոփոխությունն է բնութագրական τ ժամանակահատվածում: Ընդ որում երկրորդ անդամն ընդհանրապես կանհետանա: Այս մոտավորությունը ֆիզիկորեն ընդունելի է այնքանով, որքանով գործնական պայմաններում սովորաբար ձայնի տարածման արագության փոփոխությունները լինում են շատ ավելի էական, քան համապատասխան հավասարակշիռ վիճակի խտության փոփոխությունները՝ $\Delta c/c \gg \Delta \rho_0/\rho_0$: Այս մոտավորության շրջանակներում ժամանակային փոփոխականի $t \rightarrow \xi \equiv -e^{t/\tau}$ փոխարինումից հետո (1.3.22) հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\xi(1-\xi) \frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} + (1-\xi) \frac{d\Phi}{d\xi} + \left(\frac{\alpha}{\xi} - \beta \right) \Phi = 0, \quad (1.3.24)$$

որտեղ ընդունել ենք հետևյալ նշանակումները՝

$$\alpha \equiv \frac{\lambda^2 \tau^2}{4\rho_1^2} + K^2 c_1^2 \tau^2, \quad \beta \equiv \frac{\lambda^2 \tau^2}{4\rho_2^2} + K^2 c_2^2 \tau^2; \quad (1.3.25)$$

Կատարելով հետևյալ տեղադրումը՝

$$\Phi(\xi) = \xi^{i\sqrt{\alpha}} \mathcal{F}(\xi), \quad (1.3.26)$$

(1.3.24) հավասարումը կարող ենք բերել էյլերի քաջ հայտնի հիպերերկրաչափական դիֆերենցիալ հավասարմանը՝

$$\xi(1-\xi) \frac{d^2 \mathcal{F}}{d\xi^2} + [d - (a+b+1)\xi] \frac{d\mathcal{F}}{d\xi} - ab \mathcal{F} = 0, \quad (1.3.27)$$

որտեղ հիպերերկրաչափական դիֆերենցիալ հավասարմանը նմանակելու նպատակով կատարել ենք հետևյալ նշանակումները՝

$$a \equiv i(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}), \quad b \equiv i(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}), \quad d \equiv 2i\sqrt{\alpha} + 1: \quad (1.3.28)$$

Այս հավասարման որոշակի լուծում է հանդիսանում Գաուսի հիպերերկրաչափական ֆունկցիան՝ $\mathcal{F}(\xi) = {}_2F_1(a, b; d; \xi)$, որտեղ ${}_2F_1$ -ն հաստատուն է: Վերհիշելով (1.3.21) ու (1.3.26) նշանակումները, վերադառնալով ժամանակային t փոփոխականին և կատարելով $\phi_{in} \equiv (-1)^{i\sqrt{\alpha}} \mathcal{C} / \sqrt{\rho_1}$ նշանակումը, որի իմաստը պարզ կդառնա ստորև՝ ընկնող ալիքի բացահայտ տեսքը պարզելիս, այս լուծումն արագության պոտենցիալի համար կարող ենք գրառել հետևյալ տեսքով՝

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \phi_{in} \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{1/2} e^{-i(K\mathbf{r} - \Omega t)} F(a, b; d; -e^{t/\tau}), \quad (1.3.29')$$

$$\Omega^2 \equiv \frac{\alpha}{\tau^2} = \frac{\lambda^2}{4\rho_1^2} + K^2 c_1^2: \quad (1.3.29'')$$

Իրականում (1.3.29) բանաձևերը պարունակում են ընկնող, փոխանցված և անդրադարձած բոլոր երեք ալիքների նկարագիրը: Դրանք բացահայտ տեսքով ներկայացնելու համար հարկավոր է հաշվարկել այս բանաձևերի սահմանային տեսքը վաղ անցյալի ($t \ll 0$) և հեռավոր ապագայի ($t \gg 0$) ժամանակային տիրույթներում: Վաղ անցյալի տիրույթում արագության պոտենցիալի սահմանային տեսքը ակնհայտ է: Առաջին հայացքից առավել ակնհայտ է թվում (1.3.29'') բանաձևով տրվող հաճախության սահմանային տեսքի բացահայտումը, քանի որ այն ընդհանրապես ժամանակից կախված չէ: Բայց հիշենք, որ (1.3.29) բանաձևերը ստանալիս կատարել

ենք մոտավորություն, երբ խնդրի քննարկման որոշակի փուլում անտեսել ենք միջավայրի հավասարակշիռ խտության ժամանակային ածանցիալի կախվածությունը ժամանակից՝ այն փոխարինելով հաստատուն մեծությամբ՝ $\partial\rho_0(t)/\partial t \rightarrow \lambda$: Այժմ, (1.3.29) բանաձևերի սահմանային տեսքը բացահայտելիս, ըստ էության անհրաժեշտ է գնահատել այս «կեղծ հաստատունի» սահմանային արժեքը: Դա իրականացնելու համար հարկավոր է կատարել հակառակ փոխարինումը՝ $\lambda \rightarrow \partial\rho_0(t)/\partial t$: Այս ածանցյալը $t \rightarrow \pm\infty$ սահմաններում առանց դժվարության հաշվարկելով՝ նկատում ենք, որ $t \ll 0$ և $t \gg 0$ սահմանային ժամանակային տիրույթները քննարկելիս հարկավոր է λ «կեղծ հաստատունը» հավասարացնել զրոյի: Իհարկե՝ այս հանգամանքը կարելի էր ակնկալել նաև ընդհանուր ֆիզիկական վերլուծության հիման վրա: Մասնավորապես $t \rightarrow -\infty$ սահմանում (1.3.29'') բանաձևով որոշվող մեծությունը ներկայացնում է ընկնող ձայնային ալիքի հաճախությունը դեռ ազատ տարածվելիս: Հետևաբար այն պետք է հավասար լինի ձայնի տարածման արագության և ալիքային վեկտորի թվային արժեքի արտադրյալին, իսկ դա հնարավոր է հենց $\lambda = 0$ դեպքում:

Այս պարզաբանումների լույսի ներքո այժմ կարող ենք հեշտությամբ հաշվարկել (1.3.29) բանաձևերի սահմանային տեսքը վաղ անցյալի ժամանակային տիրույթում՝

$$\varphi(\mathbf{r}, t \ll 0) \equiv \varphi_{in}(\mathbf{r}, t) \cong \phi_{in} e^{-i(K\mathbf{r} - \Omega_{in}t)}, \quad (1.3.30')$$

$$\Omega_{in} = Kc_1: \quad (1.3.30'')$$

Այս բանաձևերը ներկայացնում են ընկնող ալիքը մինչև միջավայրի ժամանակային փոփոխությունները: Անդրադարձած և փոխանցված ալիքները ներկայացնելու համար անհրաժեշտ է հաշվարկել (1.3.29) բանաձևերի սահմանային տեսքը հեռավոր ապագայի ($t \gg 0$) ժամանակային տիրույթում: Այդ նպատակին հասնելու համար նախ և առաջ (1.3.29') բանաձևը ներկայացնենք մաթեմատիկորեն համարժեք այլ տեսքով՝ օգտվելով հիպերերկրաչափական ֆունկցիայի հայտնի հատկություններից [38]՝

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \phi_{in} \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{1/2} e^{-i(K\mathbf{r} - \Omega t)} \times$$

$$\times \left[\frac{\Gamma(d)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(d-a)} e^{-at/\tau} F(a, a+1-d; a+1-b; -e^{-t/\tau}) + \frac{\Gamma(d)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(d-b)} e^{-bt/\tau} F(b, b+1-d; b+1-a; -e^{-t/\tau}) \right]; \quad (1.3.31)$$

Այս բանաձևից $t \rightarrow +\infty$ սահմանում ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\varphi(r, t \gg 0) \equiv \varphi_{out}(r, t) \cong \phi_{\mathcal{R}} e^{-i(Kr + \Omega_{out} t)} + \phi_{\mathcal{T}} e^{-i(Kr - \Omega_{out} t)}, \quad (1.3.32')$$

$$\Omega_{out} = Kc_2: \quad (1.3.32'')$$

Այստեղ Ω_{out} հաճախությունը հաշվարկելիս հաշվի ենք առել վերը Ω_{in} հաճախությունը հաշվարկելիս կատարված մեկնաբանությունները: (1.3.32) բանաձևերը ներկայացնում են հակադիր հաճախություններով տարածվող անդրադարձած և փոխանցված ալիքները հեռավոր ապագայի ($t \gg 0$) ժամանակային տիրույթում: Նրանցում կատարված են հետևյալ նշանակումները՝

$$\phi_{\mathcal{R}} = \phi_{in} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1/2} \frac{\Gamma(d)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(d-b)}, \quad (1.3.33')$$

$$\phi_{\mathcal{T}} = \phi_{in} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1/2} \frac{\Gamma(d)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(d-a)}; \quad (1.3.33'')$$

Այս բանաձևերով որոշվում են փոխանցված և անդրադարձած ձայնային ալիքների ամպլիտուդները՝ նորմավորված ընկնող ալիքի ամպլիտուդով: Սրանց միջոցով նախորդ ենթադրվագում սահմանված անդրադարձման և փոխանցման գործակիցների համար հեշտությամբ ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունները՝

$$\mathcal{R} = \frac{c_2}{c_1} \left| \frac{\Gamma(d)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(d-b)} \right|^2, \quad (1.3.34')$$

$$\mathcal{T} = \frac{c_2}{c_1} \left| \frac{\Gamma(d)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(d-a)} \right|^2, \quad (1.3.34'')$$

որոնք (1.3.18) բանաձևերն ընդհանրացնում են հեղուկ միջավայրի կտրուկ փոփոխման պայմաններից մինչ վերջավոր τ ժամանակային մասշտաբով բնութագրվող սահուն փոփոխման դեպքը:

1.3.3. Արդյունքների քննարկում

Այսպիսով, նախորդ երկու ենթադրվագներում քննարկելով ձայնային ալիքների տարածումը ժամանակի ընթացքում կտրուկ և սահուն փոփոխվող հեղուկ միջավայրերում՝ պարզեցինք, որ ի սկզբանե տարածվող հարթ մոնոքրոմատիկ ձայնային ալիքը միջավայրում տեղի ունեցող փոփոխությունների արդյունքում տրոհվում է հակադիր հաճախություններով տարածվող երկու այլ հարթ մոնոքրոմատիկ ձայնային ալիքների, որոնց վրա ողջ քննարկման ընթացքում հղում էինք որպես անդրադարձած և փոխանցված ալիքների: Նման անվանումները պայմանավորված էին այս և փոփոխական դիֆրեկտիկ թափանցելիությամբ միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման խնդիրների միջև առկա հստակ նմանությամբ: Իսկ վերջին խնդրում համապատասխան էլեկտրամագնիսական ալիքների մեկնաբանումը որպես անդրադարձած և փոխանցված ալիքներ ուներ հստակ հիմնավորում, որը նախորդ դրվագում ներկայացրեցինք այդ ալիքներին համապատասխանող Պոյնինգի վեկտորները հաշվարկելով և դրանց ուղղություններն ընկնող ալիքին համապատասխանող Պոյնինգի վեկտորի ուղղության հետ համադրելով: Այնուամենայնիվ փոփոխական հեղուկ միջավայրում տարածվող ձայնային ալիքների պարագայում անդրադարձած և փոխանցված ալիքների մեկնաբանությունն ունի որոշակի պարզաբանման կարիք: Այսպես, եթե փորձենք խնդրում առկա երեք մոնոքրոմատիկ ալիքները նկարագրել միայն իրենց ալիքային վեկտորներով, ապա ոչ մի անդրադարձած ալիքի մասին էլ հնարավոր չի լինի խոսել, քանի որ բոլոր երեք ալիքների ալիքային վեկտորները նույնն են: Փուլային արագությանն անդրադառնալիս դժվար չէ նկատել, որ միջավայրում տեղի ունեցած փոփոխություններից հետո տարածվող ալիքներից մեկի փուլային արագությունն ունի ընկնող ալիքի փուլային արագությանը հակադիր ուղղություն, իսկ մյուսինը՝ համընթաց: Սրա հիման վրա էլ հենց կարելի էր բացասական և դրական հաճախություններով տարածվող ալիքները մեկնաբանել որպես անդրադարձած և փոխանցված ալիքներ՝ համապատասխանաբար, ինչն էլ հենց կատարել ենք: Նույն եզրակացությանը կհանգեինք փուլային արագության փոխարեն խմբային

արագությունը քննարկելիս, քանի որ խնդրում առկա երեք ալիքն էլ իրենցից ներկայացնում են հարթ մոնոքրոմատատիկ ալիքներ: Բայց առավել ընդհանուր դեպքերում փուլային և խմբային արագությունները կարող են տարբերվել ոչ միայն իրենց թվային արժեքներով, այլ նաև ուղղությամբ: Հետևաբար անհրաժեշտ են ֆիզիկորեն առավել հիմնավոր փաստարկներ անդրադարձած և փոխանցված ալիքները տարբերակելու համար: Իսկ այդպիսի փաստարկներն ըստ էության կարող են հիմնված լինել միայն համապատասխան ալիքներով տեղափոխվող էներգիայի հոսքերի ուղղության համադրման վրա: Նախորդ դրվագում քննված խնդրում դա էլ հենց արտահայտում էր Պոյթինգի վեկտորը:

Քննարկենք նաև, թե որքանով են միմյանց համահունչ նախորդ ենթադրվագներում հեղուկ միջավայրի ժամանակային կտրուկ և սահուն փոփոխությունների դեպքերի համար ստացված արդյունքները: Բայց նախ նկատենք, որ սահուն փոփոխության դեպքը քննարկելիս կատարել ենք որոշակի մոտավորություն, հետևաբար այդ և կտրուկ փոփոխության պայմաններում ստացված արդյունքների միջև համեմատություններ իմաստ ունի անցկացնել միայն որոշակի սահմանային դեպքերում: Մասնավորապես $\lambda = 0$ սահմանում, այսինքն միջավայրի սահուն փոփոխության ընթացքում խտության փոփոխություններն արհամարելիս՝ $\rho_1 = \rho_2$, անդրադարձման և փոխանցման գործակիցները ներկայցնող (1.3.33) բանաձևերը էականորեն պարզենում են և

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \quad |\Gamma(iz)|^2 = \Gamma(iz)\Gamma(-iz) = \frac{\pi}{z \sinh(\pi z)}$$

քաջ հայտնի առնչությունների կիրառմամբ կարող են գրառվել հետևյալ տեսքով՝

$$\mathcal{R} = \frac{\sinh^2(\pi K(c_2 - c_1)\tau)}{\sinh(2\pi K c_2 \tau) \sinh(2\pi K c_1 \tau)}, \quad (1.3.35')$$

$$\mathcal{T} = \frac{\sinh^2(\pi K(c_2 + c_1)\tau)}{\sinh(2\pi K c_2 \tau) \sinh(2\pi K c_1 \tau)}; \quad (1.3.35'')$$

իսկ միջավայրի փոփոխման ժամանակային τ մասշտաբի ծայրահեղ փոքր արժեքների դեպքում էլ՝ հետևյալ՝

$$\mathcal{R} = \frac{(c_2 - c_1)^2}{4c_2 c_1}, \quad (1.3.36')$$

$$\mathcal{T} = \frac{(c_2 + c_1)^2}{4c_2 c_1}; \quad (1.3.36'')$$

Այս վերջին բանաձևերը իսկապես համահունչ են միջավայրի կտրուկ փոփոխման պայմաններում անդրադարձման և փոխանցման գործակիցների համար ստացված (1.3.18) բանաձևերին:

Նկատենք նաև, որ (1.3.35) բանաձևերով տրվող անդրադարձման և փոխանցման գործակիցների գումարը միշտ մեծ է մեկից՝

$$\mathcal{R} + \mathcal{T} = \frac{1}{2} \left(\frac{\tanh(\pi K c_2 \tau)}{\tanh(\pi K c_1 \tau)} + \frac{\tanh(\pi K c_1 \tau)}{\tanh(\pi K c_2 \tau)} \right) \geq 1: \quad (1.3.37)$$

Այս արդյունքը կարելի էր ստանալ նաև (1.3.33) բանաձևերից և պահպանվում է $\tau \rightarrow 0$ սահմանում: Այսինքն հեղուկ միջավայրի ժամանակային և կտրուկ, և սահուն փոփոխման պայմաններում նրանում տարածվող ձայնային ալիքներն էներգետիկ տեսանկյունից միշտ ուժգնանում են: Այս իրավիճակը էականորեն տարբերվում է ժամանակի ընթացքում փոփոխվող դիէլեկտրիկ թափանցելիությամբ օժտված միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման դեպքից (տես բանաձև (1.2.26)):

(1.3.35) բանաձևերից բխում է ևս մեկ հետաքրքիր հանգամանք՝

$$\mathcal{T} - \mathcal{R} = 1: \quad (1.3.38)$$

Փոխանցման և անդրադարձման գործակիցների տարբերությունը միշտ հավասար է մեկի՝ անկախ միջավայրի փոփոխման բնույթից: Այս իրավիճակը նույնպես էականորեն տարբերվում է ժամանակի ընթացքում փոփոխվող դիէլեկտրիկ թափանցելիությամբ օժտված միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման դեպքից, երբ փոխանցման և անդրադարձման գործակիցների տարբերությունը կարող է լինել ինչպես մեծ, այնպես էլ փոքր մեկից (տես բանաձև (1.2.31)):

ԳԼՈՒԽ 2.

ՆԵՅՏՐՈՆՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ԿԱՆԳՈՒՆ ՁԱՅՆԱՅԻՆ ԵՎ ԼԱՋԵՐԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ

2.1. Կոնդենսացված միջավայրերում նեյտրոնների դիֆրակցիան

Մասնիկների ալիքային հատկությունների վերաբերյալ դե Բրոյլի կանխատեսումը նեյտրոնների վրա 1936 թ. տարածել է Վ.Մ. Էլսասսերը [45]՝ քննարկելով բյուրեղական ցանցերի վրա ջերմային նեյտրոնների բրեզգյան ցրման հնարավորությունը: Նույն թվականին էլ կատարվել են առաջին որակական փորձերը [46, 47]: Բայց կոնդենսացված միջավայրերի ուսումնասիրման գործում նեյտրոնների դիֆրակցիայի մեթոդների կարևորությունը սկսել է աճել միայն 2-րդ համաշխարհայինից հետո [48, 49, 50, 51, 52]՝ միջուկային ռեակտորների տեխնիկայի ակտիվ զարգացմանը զուգահեռ:

Նեյտրոնները ցույց են տալիս, թե որտեղ են գտնվում ատոմները: Նեյտրոնները ցույց են տալիս, թե ինչ են անում ատոմները: Ահա նորեկյան կոմիտեի այն հակիրճ բացատրությունը, թե ինչու է ֆիզիկայի բնագավառում 1994 թ. նորեկյան մրցանակը շնորհվել Կլիֆֆորդ Գլենվուդ Շալլին և Բերտրամ Նեվիլ Բրոկհաուզին՝ ի նշան 1940-ականների երկրորդ կեսին և 1950-ական թվականներին կոնդենսացված միջավայրերի ուսումնասիրման նպատակով նեյտրոնների ցրման մեթոդների ստեղծման գործում նրանց պիոներական ներդրման [53, 54]: Իսկապես, նեյտրոնների ցրման մեթոդներն արդեն վաղուց հանդիսանում են կոնդենսացված միջավայրերի ուսումնասիրման կարևոր գործիք և իրենց արժեքավոր դիրքն են գրավում այնպիսի հզոր եղանակների կողքին, ինչպիսին են ռենտգենյան ճառագայթների [55, 56, 57, 58, 59, 60, 61] կամ էլ մասամբ էլեկտրոնների [62, 63, 64] դիֆրակցիայի մեթոդները: Նշված մեթոդների համատեղ կիրառությունը հնարավորություն է ընձեռնում կոնդենսացված միջավայրերը փորձնականորեն ուսումնասիրել իմպուլսի և էներգիայի շատ լայն տիրույթներում՝ պայմանավորված այդ եղանակների փոխլրացման բարձր աստիճանով:

Նեյտրոնների դիֆրակցիայի եղանակի առավելություններն ու թերությունները

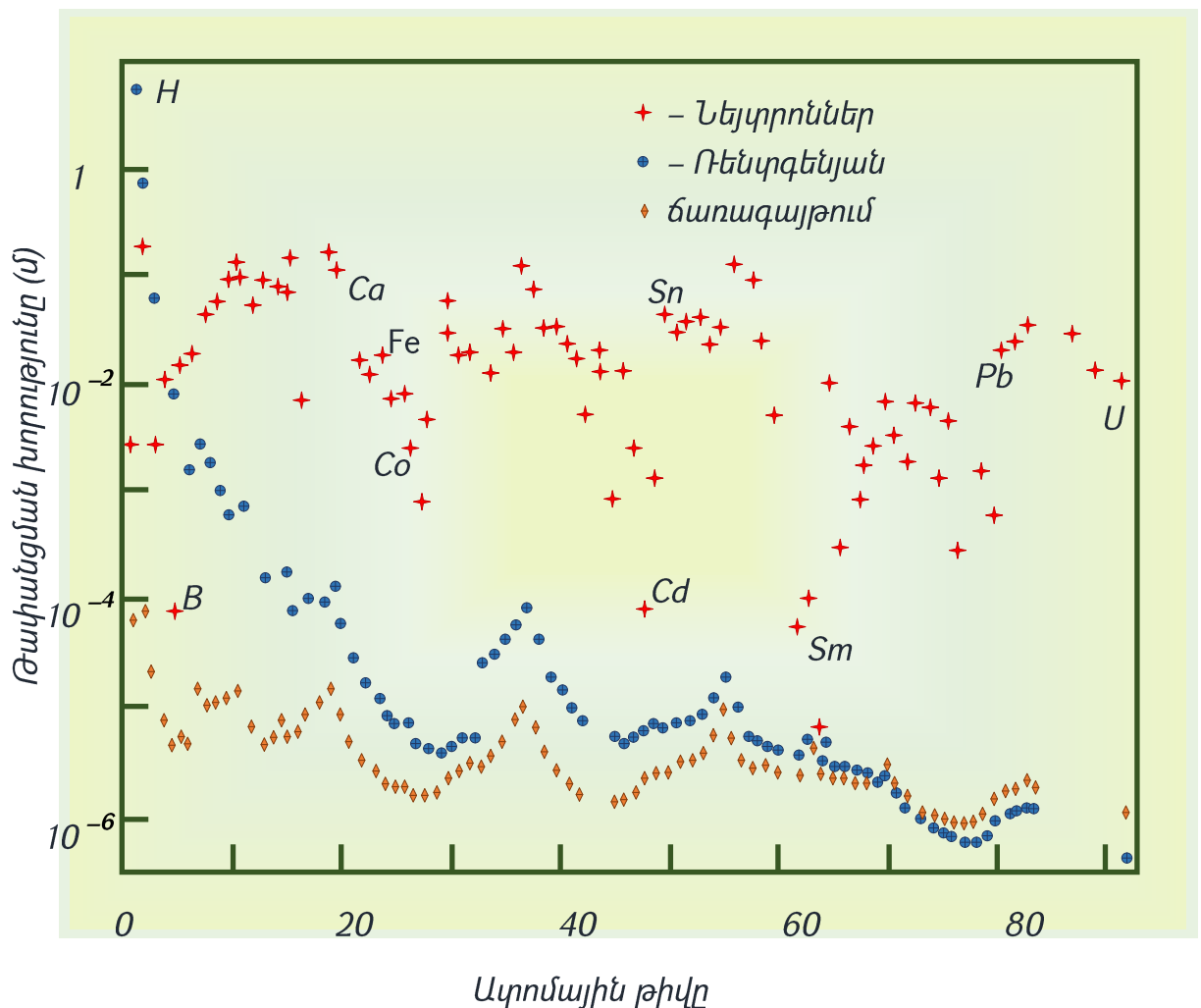
պայմանավորված են արդեն իսկ նեյտրոնների հատկություններով: Նեյտրոնների գոյությունը դեռ 1920 թ. կանխատեսել է Ռեզերֆորդը [65], բայց միևնույն ժամանակ նա նեյտրոնների համար առաջ է քաշել սխալ մոդել՝ ենթադրելով, թե դրանք կազմված են պրոտոնից և փոքր հեռավորության վրա պրոտոնի շուրջը պտտվող էլեկտրոնից: Եվ միայն 1930 թ. Վ.Հ. Համբարձումյանն ու Դ.Դ. Իվանենկոն [66, 67] վճռականորեն հերքել են ատոմային միջուկներում էլեկտրոնների առկայության հնարավորությունը՝ փաստորեն առաջ քաշելով նեյտրոնի, որպես տարրական մասնիկի գաղափարը: Դա հնարավորություն է տվել Իվանենկոյին 1932 թ. Ջեյմս Չեդվիկի կողմից նեյտրոնների գոյությունը փորձնականորեն հաստատելուց [68, 69] ամիջապես հետո ենթադրել, որ ատոմային միջուկները կազմված են նեյտրոններից և պրոտոններից [70]: Ժամանակակից պատկերացումներով նեյտրոնը տարրական մասնիկ չէ, այլ կազմված է երեք կվարկից՝ udd : Բայց ցածր էներգիաների տիրույթում, մասնավորապես՝ կոնդենսացված միջավայրերում նրանց ցրման երևույթներում, նեյտրոնները գործնականորեն հանդես են գալիս որպես կետային մասնիկներ: Մեծ ճշտությամբ համարվում է, որ նեյտրոնների էլեկտրական լիցքը զրոյական է, բայց էլեկտրական լիցքի քվանտացման ֆենոմենի ավարտուն տեսության բացակայության պայմաններում չկա որևէ տեսական արգելք նեյտրոնների չնչին էլեկտրական լիցք ունենալու նկատմամբ: Չունենալով էլեկտրական լիցք՝ նեյտրոնները հեշտությամբ մասնակցում են միջուկային ռեակցիաներին, որոնք էլ նեյտրոնային փնջեր ստանալու գործնականորեն միակ աղբյուրն են: Բայց նեյտրոնները բացարձակ չեզոք մասնիկներ չեն և տարբերվում են իրենց հակամասնիկներից: Կրում են $\hbar/2$ սպին և, հետևաբար, ենթարկվում են Ֆերմի-Դիրակի քվանտային վիճակագրությանը: Պայմանավորված ներքին կառուցվածքով՝ նեյտրոնները կրում են նաև անոմալ մագնիսական մոմենտ [71]՝ $\mu_n = -1.04187563(25) \times 10^{-3} \cdot \mu_B = -1.91304272(45) \cdot \mu_N$: Նեյտրոնի զանգվածը՝ $m_n = 939.565379(21) \text{ MeV}/c^2$, փոքր ինչ մեծ է պրոտոնի զանգվածից՝ $\Delta m = 1.2933322(4) \text{ MeV}/c^2$: Արդյունքում նեյտրոններն ազատ վիճակում անկայուն մասնիկներ են: Ըստ էության նեյտրոնների տրոհման միակ խողովակը β -տրոհումն է՝ $n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$, տրոհման $880.1(1.1) \text{ վ}$ կիսաապարբերությամբ:

Այլ մեթոդների նկատմամբ նեյտրոնների ցրման եղանակների առավել կարևոր

առանձնահատկությունները, որոնք հետևում են նեյտրոնների հիմնական հատկություններից, կարելի է ամփոփել հետևյալ կերպ [72].

- Ի տարբերություն ռենտգենյան ճառագայթների և էլեկտրոնների, որոնք փոխազդում են միջավայրը կազմող ատոմների էլեկտրոնային թաղանթների հետ, նեյտրոնները հիմնականում փոխազդում են ատոմային միջուկների հետ: Դրա շնորհիվ նեյտրոնները թեթև տարրերի վրա ցրվում են նույնքան արդյունավետ, որքան ծանր տարրերի վրա, ի տարբերություն նույն ռենտգենյան ճառագայթների կամ էլեկտրոնների: Օրինակ առաջին բարձր ջերմաստիճանային գերհաղորդիչներից մեկը (YBaCu_4O_7) պարունակում է իտրիում և պղինձ, որոնց վրա ռենտգենյան ճառագայթների կամ էլեկտրոնների ցրման բարձր մակարդակը խոչնդոտում է տարրական բջջում թթվածնի ատոմի դիրքի որոշմանը: Նման դժվարություններ չեն առաջանում նեյտրոնների ցրման եղանակները կիրառելիս: Միևնույն ժամանակ նեյտրոնները հեշտությամբ իրարից տարբերակում են նաև իզոտոպների կամ համեմատելի ատոմային թվեր ունեցող ատոմների միջուկները: Օրինակ՝ երկաթի Fe^{54} և Fe^{56} իզոտոպների վրա նեյտրոնների ցրման երկարությունը տարբերվում է մոտ 2 անգամ [73]:
- Կոշտ ռենտգենյան ճառագայթման ալիքի երկարության հետ համեմատելի ալիքի երկարություն ունեցող նեյտրոնների էներգիան համեմատելի է կոնդենսացված միջավայրերում առկա տարրական գրգռումների էներգիաների հետ: Դա հնարավորություն է ընձեռնում ուսումնասիրել կոնդենսացված միջավայրերի ոչ միայն «միջինացված» ստատիկ կառուցվածքը, այլ նաև դինամիկ հատկությունները: Մասնավորապես նեյտրոնների ցրման եղանակով են հաստատվել գերհոսելի He^4 -ում առկա քվազիմասնիկների՝ ֆոնոնների և ռոտոնների համար Լանդաուի կողմից առաջարկված դիսպերսիոն առնչությունները [74, 75, 76], իսկ հետագայում  կետից ներքև ուղղակի դիտվել Բոզե-Էյնշտեյնի վերջավոր կոնդենսատ [77]:
- Լինելով չեզոք՝ նեյտրոնները միջավայրի հետ հիմնականում փոխազդում են միջուկային ուժերով, որոնք խիստ կարճազդեցիկ են՝ մի քանի ֆերմի կարգի ($1 \text{ ֆմ} = 10^{-13} \text{ սմ}$): Եթե սրան հավելենք այն հանգամանքը, որ կոնդենսացված

միջավայրերում միջմիջուկային հեռավորությունները մի քանի տասնյակ հազար անգամ ավելին են, քան միջուկի չափսերը կամ միջուկային փոխազդեցությունների ազդեցության շառավիղը, ապա ակնհայտ է, որ նեյտրոնները կարող են ներթափանցել կոնդենսացված միջավայրեր շատ ավելի խորը հեռավորություններ, քան ռենտգենյան ճառագայթները կամ էլեկտրոնները [78] (նկար 2): Օրինակ այլումինում 1 մմ հեռավորություն հատելիս նեյտրոնային փնջի ինտենսիվությունը նվազում է 1 %, մինչդեռ ռենտգենյան փնջի ինտենսիվությունը նվազում է 99 %:



Նկար 4. Ցուցադրված է տարբեր պինդ կամ հեղուկ միջավայրեր էլեկտրոնների, ռենտգենյան ճառագայթների և նեյտրոնների ներթափանցման խորության (այսինքն այն հեռավորության, որն անցնելիս փնջի ինտենսիվությունը նվազում է $e \approx 2.71$ անգամ) կախվածությունը միջավայրը կազմող քիմիական տարրերի

Կոնդենսացված միջավայրեր նեյտրոնների համեմատաբար առավել խորը հեռավորություններ ներթափանցելու կարողությունը հնարավորություն է տալիս փորձնականորեն ուսումնասիրել այդ միջավայրերի ծավալային հատկությունները: Դա նաև կարևոր է ծայրահեղ պայմաններում (շատ բարձր կամ ցածր ջերմաստիճաններ, բարձր ճնշումներ, ինտենսիվ արտաքին էլեկտրական կամ մագնիսական դաշտեր և այլն) միջավայրերի հատկությունները հետազոտելու համար: Բայց միևնույն ժամանակ նեյտրոնային փնջերի փոքր ինտենսիվությունը (10^4 նեյտրոն/վ·մմ² նեյտրոնային փնջերում ընդդեմ 10^{18} ֆոտոն/վ·մմ² ռենտգենյան փնջերում) նյութի հետ նեյտրոնների փոխազդեցության ցածր ուժգնության հետ համատեղ կարող է դիտվել որպես կոնդենսացված միջավայրերի ուսումնասիրման գործում նեյտրոնների ցրման եղանակների կիրառումը սահմանափակող գործոն:

- Նեյտրոնները կրելով անոմալ մագնիսական մոմենտ՝ գերազանց հնարավորություն են ընձեռնում մագնիսական կառուցվածքների և մագնիսական գրգռումների ուսումնասիրման համար: Այս դեպքում նեյտրոնները փոխազդում են միջավայրի ատոմների d կամ f էլեկտրոնային թաղանթներում չզույգավորված էլեկտրոնների առկայությամբ պայմանավորված մագնիսական մոմենտի կամ էլ համակարգի սպինային կոլեկտիվ գրգռումների հետ: Մասնավորապես նեյտրոնների ոչ առաձգական ցրման եղանակով է հաստատվել [79, 80] սպինոնների գոյությունը՝ կանխատեսված դեռ 1981 թ. Լ.Դ Ֆադեևի և Լ.Ա. Թախտաջյանի կողմից [81], երբ հանգույցներում $s = 1/2$ մագնիսական մոմենտ կրող հեյզենբերգյան միաչափ շղթայում տարրական գրգռումները այլևս միավոր սպին կրող մագնոնները չեն, այլ սրանք տրոհվում են երկու $1/2$ սպինով այլ քվազիմասնիկների, որոնց էլ անվանել են սպինոն [82]: Կոնդենսացված միջավայրերի մագնիսական հատկությունների ուսումնասիրման գործում նեյտրոնների ցրման մեթոդներով ձեռք բերված կարևորագույն արդյունքներից մեկն էլ հանդիսանում է այսպես կոչված «սպինային սառույցի» վիճակի հայտնաբերումը $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ համակարգում [83]: Այս վիճակում համակարգի քվազիմասնիկները նմանակում են մագնիսական միաբևեռներին [84]: Վերջին

տարիներին նեյտրոնների ցրման մեթոդներով ստացվել են այդպիսի քվադրմասնիկների գոյությունը հաստատող առաջին տվյալները [85, 86, 87]:

Կոնդենսացված միջավայրերում նեյտրոնների դիֆրակցիայի խնդիրների տեսական քննարկումները սկսվել են առաջին փորձարարական աշխատանքներին համարյա զուգահեռ: Հետագա հետազոտությունների համար նշանակալի վաղ աշխատանքներից հիշատակման արժանի են հատկապես Ֆերմիի [88] և Վիկի [89] աշխատանքները: Առաջինում Ֆերմին զարգացրել է ատոմային միջուկների հետ նեյտրոնների փոխազդեցությունը մոդելավորող կիսափորձառական մոդել՝ հիմնավորելով այդ փոխազդեցությունն հետագայում իր անունը կրող հայտնի կեղծ պոտենցիալով նկարագրելու հնարավորությունը: Իսկ Վիկին էլ առաջինն էր, ով նշել է բյուրեղական ցանցերում և գազային կամ ամորֆ միջավայրերում նեյտրոնների ցրման գործընթացների միջև ինտերֆերենցիոն երևույթներով պայմանավորված խիստ տարբերությունները: Հետագա հետազոտություններն ընթացել են լայն ճակատով: Դրանց կարելի է ծանոթանալ ինքնօրինակ աշխատանքների կամ էլ թեմային նվիրված բազմաթիվ գրքերի միջոցով:

Այսպիսով, նեյտրոնների ցրման վրա հիմնված եղանակներն իրենց արժեքավոր և որոշ իմաստով անկրկնելի դիրքն են զբաղեցնում կոնդենսացված միջավայրերի փորձարարական հետազոտությունների այլ մեթոդների կողքին: Բայց և ցանկալի ու արդիական են նեյտրոնների դիֆրակցիայի մեթոդների կիրառման սահմանների ընդարձակմանն ուղղված հետագա աշխատանքները:

2.2. Նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղներում կանգուն ձայնային ալիքի դաշտում

Քննարկենք նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղական ցանցում՝ կանգուն ձայնային ալիքի ազդեցության պայմաններում, և ցուցադրենք կարճալիք (բարձր էներգիայով) նեյտրոնների դիֆրակցիայի հնարավորությունը [90, 91]: Ավելին՝ ցույց կտանք, որ կանգուն ձայնային ալիքի առկայությունն առաջ է բերում «կեղծ ցանցի» ձևավորում, որի վրա էլ ըստ էության ցրվում են նեյտրոնները: Նշենք, որ վազող ալիքի

պայմաններում նման «կեղծ ցանց» չի ձևավորվում, քանի որ այդ դեպքում նեյտրոն – ձայնային ալիք փոխազդեցությունն ունի ոչ առաձգական բնույթ [92, 93]:

Նեյտրոնների դիֆրակցիայի ինտենսիվությունը կարող է նվազել, եթե բյուրեղական ցանցում ատոմների կարգավորված տեղաբաշխումն ինչ որ պատճառով խախտվում է: Նման խախտման հիմնական պատճառներից մեկը միջուկների ջերմային տատանումներն են: Ատոմային միջուկներն ունեն 10^{-13} սմ կարգի չափսեր, բայց ջերմային տատանումների արդյունքում նրանք «սփռվում» են ավելի մեծ տիրույթով՝ որոշ դեպքերում ընդհուպ մինչև ատոմի չափսեր: Ցանցի ջերմային տատանումների ազդեցությունը դիֆրակցիայի ինտենսիվության վրա նկարագրվում է Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի միջոցով [94, 95]:

Բյուրեղական ցանցում ատոմների կանոնավոր տեղաբաշխումը խախտվում է նաև ձայնային ալիքի տարածման արդյունքում: Հետևաբար կարելի է սպասել, որ վերջինս ունի որոշակի ներդրում Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքում: Բայց նախնական հաշվարկներում նեյտրոնների դիֆրակցիայի վրա ձայնային ալիքի այս միջնորդված հնարավոր ազդեցությունն առանց որևէ հիմնավորման կանտեսենք՝ հաշվի առնելով նեյտրոնների դիֆրակցիայի վրա ձայնային ալիքի միայն ուղղակի ազդեցությունը: Հետևաբար սպասվող վիճակագրական միջինացումները կկատարենք ըստ Գիբբսի բաշխման՝ հաշվի առնելով ջերմային և անտեսելով ձայնային ալիքի ֆոնոնները: Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքում ձայնային ալիքի հնարավոր ներդրման հարցին կանդրադառնանք առանձին՝ ցուցադրելով, որ իրականում այն զրոյական է:

Բյուրեղական ցանցի ջերմային տատանումները սովորաբար քննարկվում են հարմոնիկ մոտավորությամբ [96], ինչը ստորև ամենուրեք կենթադրենք նաև մենք: Երկրորդային քվանտացման մոտեցման շրջանակներում ատոմային միջուկների շեղման օպերատորն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{\xi}_{\vec{n}}(t) = \sum_{S, \vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2MN\omega_S(\vec{q})}} \vec{e}_S(\vec{q}) \left[\hat{b}_{S, \vec{q}} e^{i\vec{q}\vec{R}_{\vec{n}}^0} e^{-i\omega_S(\vec{q})t} + \hat{b}_{S, \vec{q}}^\dagger e^{-i\vec{q}\vec{R}_{\vec{n}}^0} e^{i\omega_S(\vec{q})t} \right], \quad (2.2.1)$$

որտեղ $\vec{R}_{\vec{n}}^0 = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$, n_i – ամբողջ թվեր են, $\vec{a}_i$ – ցանցի բազիսային

վեկտորները, M – միջուկների զանգվածը, N – տարրական բջիջների քանակը բյուրեղում, $\vec{q}$, $\mathcal{U}_S(\vec{q})$ և $\vec{e}_S(\vec{q})$ – ջերմային ֆոնոնների ալիքային վեկտորը, հաճախությունն ու փառագումը, $\hat{b}_{S,\vec{q}}$ և $\hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger$ – ֆոնոնների ոչնչացման և ծնման օպերատորները: Վերջիններս բավարարում են Բոզեի կոմուտացման առնչություններին՝

$$[\hat{b}_k, \hat{b}_{k'}^\dagger] = \delta_{kk'}, \quad [\hat{b}_k, \hat{b}_{k'}] = [\hat{b}_k^\dagger, \hat{b}_{k'}^\dagger] = 0:$$

Արտաքին ձայնային կանգուն ալիքի առկայության պայմաններում հնարավոր է ցուցադրել բարձր էներգիաներով նեյտրոնների դիֆրակցիայի հնարավորությունը, ինչպես նաև էականորեն լուսաբանել դիֆրակցիոն միներալների և մաքսիմումների դիտման ընթացքում միջուկների ջերմային շարժման հետ կապված որոշ խնդիրներ: Կանգուն ձայնային ալիքը կվերցնենք հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{\zeta}_{\vec{n}}(t) = \vec{\zeta} \cos(\vec{\lambda} \vec{R}_{\vec{n}}^0 - \Omega t) + \vec{\zeta} \cos(-\vec{\lambda} \vec{R}_{\vec{n}}^0 - \Omega t), \quad (2.2.2)$$

որտեղ $\vec{\zeta} = \zeta \vec{e}_{S_0}(\vec{q})$, $\vec{\lambda}$ և $\Omega = \mathcal{U}_{S_0}(\vec{\lambda})$ – կանգուն ձայնային ալիքի ամպլիտուդը, ալիքային վեկտորը և հաճախությունն են՝ համապատասխանաբար: Ատոմների շեղման (2.2.1) օպերատորը հնարավորություն է տալիս հաշվի առնել «արտաքին» ձայնային ալիքի քվանտային բնույթը:

Բյուրեղում ատոմային միջուկների դիրքը $\vec{n}$ բջջում որոշվում է $\vec{R}_{\vec{n}}$ շառավիղ վեկտորով, որը արտաքին ձայնային ալիքի բացակայության պայմաններում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{R}_{\vec{n}} = \vec{R}_{\vec{n}}^0 + \vec{\xi}_{\vec{n}}: \quad (2.2.3)$$

Կանգուն ձայնային ալիքի առկայության պայմաններում այն հարկավոր է փոխարինել հետևյալ առնչությամբ՝

$$\vec{R}_{\vec{n}}(t) = \vec{R}_{\vec{n}}^0 + \vec{\xi}_{\vec{n}} + \vec{\zeta}_{\vec{n}}(t): \quad (2.2.4)$$

Բյուրեղական ցանցում ատոմային միջուկների պարբերական բաշխման շնորհիվ տարբեր միջուկների վրա ցրված նեյտրոնային ալիքները կարող են վերադարձվել մեկը մյուսին՝ առաջ բերելով ինտերֆերենցիոն պատկեր: Յրման ինտերֆերենցիոն մասը անվանում են կոհերենտ ցրում: Այն ի հայտ է գալիս և առաձգական, և ոչ առաձգական ցրման դեպքերում: Բայց եթե ատոմային միջուկներն ունեն սպին կամ էլ բյուրեղական

ցանցում հանդիպում են տարբեր իզոտոպների տեսքով, ապա միջուկային սպինների անկանոն ուղղվածության կամ ցանցում տարբեր իզոտոպների պատահական բաշխվածության պատճառով տարբեր միջուկներ նեյտրոնները ցրում են իրարից մասամբ անկախ: Արդյունքում և առաձգական, և ոչ առաձգական ցրման մի մասը դառնում է ոչ կոհերենտ: Այդ պատճառով նեյտրոնների ցրումը բյուրեղների վրա կքննարկենք միաիզոտոպային բաղադրությամբ բյուրեղական ցանցի օրինակով, որը տարրական բջջում պարունակում է զրոյական սպինով մեկ ատոմ: Այսպիսի մոտեցումը չի ազդում սկզբունքային հետևությունների վրա, բայց հնարավորություն է տալիս առավել հանգամանորեն քննարկել նեյտրոնների կոհերենտ ցրումն ու դիֆրակցիան բյուրեղական ցանց վրա՝ խուսափելով այսպես կոչված իզոտոպային և սպինային ոչ կոհերենտ ցրումը դիտարկելու անհրաժեշտությունից:

2.2.1. Նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – ձայնային ալիք փոխազդեցությունը

Նեյտրոնների և բյուրեղը կազմող ատոմների միջուկների միջև փոխազդեցությունը կնկարագրենք Ֆերմիի կեղծ պոտենցիալով [88]՝

$$V(t) = -\frac{2\pi\hbar^2 f}{m} \sum_{\vec{n}} \delta(\vec{r} - \vec{R}_{\vec{n}}(t)), \quad (2.2.5)$$

որտեղ f -ը միջուկների վրա նեյտրոնների ցրման ամպլիտուդն է, m -ը՝ նեյտրոնի զանգվածը:

Բյուրեղական ցանցում ձայնային ալիքների առկայության պայմաններում նեյտրոնների դիֆրակցիայի հնարավորությունը կքննարկենք ժամանակից կախված S -մատրիցայի (ցրման մատրիցա) տեսության շրջանակներում՝ օգտագործելով փոխազդեցության ներկայացումը [97]:

Նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – ձայնային ալիք ողջ համակարգի ժամանակից կախված համիլտոնիանն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\tilde{H}(t) = \tilde{H}_0 + V(t), \quad (2.2.6)$$

որտեղ $\tilde{H}_0 = \vec{p}^2 / 2m$ ազատ նեյտրոնների համիլտոնիանն է, իսկ փոխազդեցությունը տրվում է (2.2.5) բանաձևով, որտեղ ներառված են և ջերմային, և ձայնային ալիքի

ֆոնոնների ներդրումը:

Ազատ նեյտրոնների ալիքային ֆունկցիայի տարածաժամանակային բաղադրիչը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$|\psi(t)\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}\vec{r} - Et)}, \quad (2.2.7)$$

որտեղ $\vec{p}$ և E – նեյտրոնի իմպուլսի վեկտորն ու էներգիան են՝ համապատասխանաբար: Նեյտրոնի սպինային վիճակը գրգռող գործոնների բացակայության պայմաններում նեյտրոնի սպինային ազատության աստիճանը կանտեսենք:

Ազատ նեյտրոնների ալիքային ֆունկցիան ժամանակի մեջ ծավալվում է համաձայն էվոլյուցիայի հետևյալ օպերատորի՝

$$\bar{U}_0(t, t') = e^{-(i/\hbar)E(t-t')} \quad (2.2.8)$$

ըստ $|\psi(t)\rangle = \bar{U}_0(t, t') |\psi(t')\rangle$ էվոլյուցիայի օրենքի՝ սկզբնական $\bar{U}_0(t', t') = 1$ պայմանով: Էվոլյուցիայի օպերատորը, վերցրած ժամանակի տարբեր պահերի, կազմում է խումբ [97] հետևյալ հատկություններով՝

$$\bar{U}_0(t, t') \bar{U}_0^\dagger(t, t') = \bar{U}_0^\dagger(t, t') \bar{U}_0(t, t') = 1, \quad (2.2.9')$$

$$\bar{U}_0^\dagger(t, t') = \bar{U}_0(t', t) = \bar{U}_0^{-1}(t, t'), \quad (2.2.9'')$$

և բաղադրման հետևյալ օրենքով՝

$$\bar{U}_0(t, t') = \bar{U}_0(t, t'') \bar{U}_0(t'', t): \quad (2.2.10)$$

Ժամանակային էվոլյուցիայի այս օպերատորը բավարարում է Շրյոդինգերի օպերատորական հավասարմանը՝

$$i\hbar \frac{\partial \bar{U}_0(t, t')}{\partial t} = \bar{H}_0 \bar{U}_0(t, t'): \quad (2.2.11)$$

Նեյտրոնների և ֆոնոնների միջև փոխազդեցությունն անտեսելու պայմաններում նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – կանգուն ձայնային ալիք ողջ համակարգի ալիքային ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$|\Psi(t)\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}\vec{r} - Et)} \prod_{S, \vec{q}} |v_{S, \vec{q}}\rangle, \quad (2.2.12)$$

որտեղ $\prod_{S, \vec{q}} |v_{S, \vec{q}}\rangle$ – ցանցի տատանողական վիճակի ալիքային ֆունկցիան է՝

տատանումների S -ճյուղում $\vec{q}$ -ալիքային վեկտորով $v_{S,\vec{q}}$ հատ ֆոնոնների առկայության պայմաններում:

Համակարգի վիճակը t պահին զարգանում է t' պահին ունեցած վիճակից ըստ էվոլյուցիայի հետևյալ օրենքի՝

$$|\Psi(t)\rangle = \bar{U}(t, t') |\Psi(t')\rangle, \quad (2.2.13)$$

որտեղ ողջ համակարգի ժամանակային էվոլյուցիայի $\bar{U}(t, t')$ օպերատորը բավարարում է Շրյոդինգերի հետևյալ հավասարմանը՝

$$i\hbar \frac{\partial \bar{U}(t, t')}{\partial t} = \bar{H}(t) \bar{U}(t, t') \quad (2.2.14)$$

սկզբնական $\bar{U}(t', t') = 1$ պայմանով, և օժտված է նույն (2.2.7 – 2.2.9) հատկություններով, ինչ $\bar{U}_0(t, t')$ օպերատորը: Այն կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով [97]՝

$$\bar{U}(t, t') = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{U}^{(n)}(t, t'), \quad (2.2.15)$$

որտեղ՝

$$\bar{U}^{(0)}(t, t') = \bar{U}_0(t, t'), \quad (2.2.16')$$

$$\begin{aligned} \bar{U}^{(n)}(t, t') \equiv (i\hbar)^{-n} \int_{t > \tau_n > \tau_{n-1} > \dots > \tau_1 > t'} d\tau_n d\tau_{n-1} \dots d\tau_1 \bar{U}_0(t, \tau_n) V(\tau_n) \times \\ \times \bar{U}_0(\tau_n, \tau_{n-1}) V(\tau_{n-1}) \dots \bar{U}_0(\tau_2, \tau_1) V(\tau_1) \bar{U}_0(\tau_1, t'): \end{aligned} \quad (2.2.16'')$$

Էվոլյուցիայի $\bar{U}(t, t')$ օպերատորի այս ներկայացումն աստիճանային շարք է ըստ $V(t)$ փոխազդեցության, որտեղ $\bar{U}^{(n)}(t, t')$ ներկայացնում են այդ շարքի n -րդ կարգի անդամը:

Վերադառնանք նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – ձայնային ալիք փոխազդեցությանը և քննարկենք ողջ համակարգի անցումը սկզբնական վիճակից վերջնական վիճակ: Այս վիճակները հնարավոր չէ ներկայացնել ալիքային ֆունկցիաների միջոցով, քանի որ վերջավոր ջերմաստիճաններում բյուրեղական ցանցը (ֆոնոնային ենթահամակարգը) ջերմային միջավայրի (թերմոստատի) առկայության պայմաններում այլևս չի գտնվում «մաքուր» քվանտային վիճակում, այլ գտնվում է քվանտ-վիճակագրական «խառը» վիճակում, որը նկարագրվում է

խտության մատրիցայով: Բայց մենք կընդունենք պայմանական նշանակումների այլ համակարգ, որի շրջանակներում մաքուր և խառը վիճակները կնկարագրենք միատիպ նշանակումներով: Քննարկվող խնդրի օրինակով այն է. սկզբնական և վերջնական վիճակներում նեյտրոն – բյուրեղական ցանց փոխազդեցության բացակայության և բյուրեղական ցանցի տատանումների համար հարմոնիկ մոտավորության պայմաններում ողջ համակարգի «ալիքային ֆունկցիան» ունի հետևյալ տեսքը՝

$$|\Psi_i(t')\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}_i^2 - E_i t')} \prod_{S,\vec{q}} |\bar{v}_{S,\vec{q}}\rangle, \quad (2.2.17')$$

$$|\Psi_f(t)\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}_f^2 - E_f t)} \prod_{S,\vec{q}} |\bar{v}_{S,\vec{q}}\rangle, \quad (2.2.17'')$$

որտեղ $\vec{p}_i, E_i$ և $\vec{p}_f, E_f$ – սկզբնական և վերջնական վիճակներում նեյտրոնի իմպուլսի վեկտորն ու էներգիան են: Սկզբնական և վերջնական վիճակների ալիքային ֆունկցիաների ֆոնոնային մասում լրացման թվերի վրա քաշված գծիկները նշում են այն, որ վերջավոր ջերմաստիճաններում ֆոնոնային ենթահամակարգը գտնվում է քվանտ-վիճակագրական «խառը» վիճակում, որի արդյունքում այդ թվերն անորոշ են, իսկ հայտնի է դրանց հավանականային բաշխման ֆունկցիան: Հետևաբար $\langle \bar{v}_{S,\vec{q}} | \hat{A} | \bar{v}_{S,\vec{q}} \rangle$ տեսքի միջինացումը հարկավոր է հասկանալ ոչ թե քվանտ-մեխանիկական, այլ քվանտ-վիճակագրական միջինացման իմաստով՝

$$\langle \bar{v}_{S,\vec{q}} | \hat{A} | \bar{v}_{S,\vec{q}} \rangle \equiv \overline{\langle v_{S,\vec{q}} | \hat{A} | v_{S,\vec{q}} \rangle} = Sp(\hat{\rho} \hat{A}) = \sum_{v_{S,\vec{q}}} p(v_{S,\vec{q}}) \langle v_{S,\vec{q}} | \hat{A} | v_{S,\vec{q}} \rangle$$

Հարմոնիկ մոտավորության շրջանակներում տարբեր ճյուղերի և / կամ տարբեր իմպուլսներով ֆոնոնների լրացման թվերը վիճակագրորեն անկախ են և ջերմային հավասարակշռության վիճակում նկարագրվում են Գիբբսի բաշխման ֆունկցիայով, իսկ միջին արժեքը որոշվում է Պլանկի բանաձևով՝

$$\bar{v}_{S,\vec{q}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar U_S(\vec{q})}{k_B T}\right) - 1};$$

Ֆոնոնների միջին թիվը նկարագրելով Պլանկի բանաձևով՝ փաստորեն կատարում ենք որոշակի մոտավորություն՝ անտեսելով համակարգում առկա կանգուն ձայնային ալիքի ֆոնոնները: Իհարկե այս խնդրում ձայնային ալիքը հանդես է գալիս

որպես դասական դաշտ, բայց միկրոսկոպիկ մակարդակի վրա այն իրենից ներկայացնում է քվանտային կոհերենտ վիճակ՝ ցանցի տատանումների S_0 -ճյուղի $\pm\Delta$ -ալիքային վեկտորով ֆոնոնների թվի Պուասոնի բաշխմամբ: Այս ֆոնոններն անտեսելու մոտավորությունը կարող է ազդել միայն Դեբայ-Ուոլլերի գործակցի արժեքի վրա՝ համապատասխան վիճակագրական միջինացման արդյունքում: Բայց, ինչպես արդեն նշել ենք վերը և կցուցադրենք ստորև, Դեբայ-Ուոլլերի գործակցի արժեքում կանգուն ձայնային ալիքի ֆոնոնները ներդրում չունեն:

Նկատենք նաև, որ վերջնական վիճակի ալիքային ֆունկցիայի ֆոնոնային մասում լրացման թվերը ունեն նույն բաշխվածությունը, ինչ սկզբնական վիճակի ալիքային ֆունկցիայի ֆոնոնային մասում: Այս ընտրությունը համապատասխանում է այն մոտավորությանը, երբ համարում ենք, որ բյուրեղում նեյտրոնների ցրումն ցանցի նկատմամբ ունի առաձգական բնույթ: Հետևաբար ցանցի տատանողական վիճակը չի փոխվում, այսինքն ջերմային ֆոնոնների արձակում կամ կլանում տեղի չի ունենում: Ինչ վերաբերվում է կանգուն ձայնային ալիքի ֆոնոններին, ապա սրանց արձակումը կամ կլանումը չի ազդում ձայնային ալիքի վիճակի վրա, քանի որ վերջինս ֆոնոնների քվանտային կոհերենտ վիճակ է, այսինքն ֆիքսված փուլի պայմաններում ձայնային ալիքի ֆոնոնների թիվը անորոշ է և նկարագրվում է Պուասոնի բաշխմամբ:

Յրման հավանականության ամպլիտուդն ըստ գրգռումների տեսության (2.2.15) շարքի առաջին մոտավորության ունի հետևյալ տեսքը՝

$$M_{fi} \equiv \langle \Psi_f | \bar{U}^{(1)}(t, t') | \Psi_i \rangle = \langle \Psi_f | \int_{t'}^t d\tau \bar{U}_0(t, \tau) V(\tau) \bar{U}_0(\tau, t') | \Psi_i \rangle: \quad (2.2.18)$$

Ազատ նեյտրոնների ժամանակային էվոլյուցիայի օպերատորը, նեյտրոն – բյուրեղական ցանց փոխազդեցությունը և համակարգի սկզբնական ու վերջնական վիճակները նշող ալիքային ֆունկցիաները համապատասխանաբար նկարագրող (2.2.5), (2.2.8) և (2.2.17) առնչությունները տեղադրելով (2.2.18) բանաձևի մեջ՝ M_{fi} մատրիցային էլեմենտի համար ստանում ենք՝

$$M_{fi} = -\frac{2\pi\hbar f}{im} \int_{t'}^t d\tau \int d\vec{r} e^{-(i/\hbar)(E_i - E_f)\tau} \sum_{\vec{n}} \prod_{S, \vec{q}} \langle \bar{v}_{S, \vec{q}} | e^{(i/\hbar)(\vec{p}_i - \vec{p}_f)\vec{r}} \delta(\vec{r} - \vec{R}_{\vec{n}}(t)) | \bar{v}_{S, \vec{q}} \rangle,$$

որտեղ կոորդինատական ինտեգրումը կատարվում է ըստ բյուրեղի գրաված ծավալի:

Կատարելով այդ ինտեգրումը և կանգուն ձայնային ալիքի համար օգտագործելով (2.2.2) առնչությունը՝ ստանում ենք՝

$$M_{fi} = -\frac{2\pi\hbar f}{im} \sum_{\vec{n}} e^{i\vec{Q}\vec{R}_{\vec{n}}^0} \prod_{S,\vec{q}} \left\langle \bar{v}_{S,\vec{q}} \left| e^{i\vec{Q}\vec{\xi}_{\vec{n}}} \right| \bar{v}_{S,\vec{q}} \right\rangle \int_{t'}^t d\tau e^{-(i/\hbar)(E_i - E_f)\tau} e^{i\vec{Q}\vec{\zeta} \cos(\vec{\lambda}\vec{R}_{\vec{n}}^0 - \Omega\tau)} e^{-i\vec{Q}\vec{\zeta} \cos(\vec{\lambda}\vec{R}_{\vec{n}}^0 + \Omega\tau)};$$

Այստեղ ներ ենք մուծել $\vec{Q} \equiv (1/\hbar)(\vec{p}_i - \vec{p}_f)$ նշանակումը: Վերջին երկու էքսպոնենտները համաձայն Յակոբի-Անգերի առնչության [98] վերլուծելով անվերջ շարքի ըստ Բեսսելի ֆունկցիաների՝

$$e^{i\alpha \cos \beta} = \sum_{s=-\infty}^{s=\infty} i^s J_s(\alpha) e^{is\beta},$$

հավանականության ամպլիտուդի համար ստանում ենք՝

$$M_{fi} = -\frac{2\pi\hbar f}{im} \sum_{s_1, s_2=-\infty}^{\infty} \left\{ i^{s_1+s_2} J_{s_1}(\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s_2}(-\vec{Q}\vec{\zeta}) \times \right. \\ \left. \times \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \sum_{\vec{n}} e^{i(\vec{Q} + (s_1 + s_2)\vec{\lambda})\vec{R}_{\vec{n}}^0} \prod_{S,\vec{q}} \left\langle \bar{v}_{S,\vec{q}} \left| e^{i\vec{Q}\vec{\xi}_{\vec{n}}} \right| \bar{v}_{S,\vec{q}} \right\rangle \right\}, \quad (2.2.19)$$

որտեղ կատարել ենք հետևյալ նշանակումը՝

$$\hbar\Omega_{s_1 s_2} \equiv E_i - E_f + (s_1 - s_2)\hbar\Omega:$$

Ինչպես արդեն նշել ենք, քանի որ համակարգի ֆոնոնային ենթահամակարգի վիճակը կարող ենք նկարագրել էներգետիկ մակարդակների լրացման թվերի միայն վիճակագրական բաշխման ֆունկցիայով, ապա (2.2.19) բանաձևում առկա քվանտ-մեխանիկական միջինացումը հարկավոր է փոխարինել քվանտ-վիճակագրական միջինացմամբ: Հայտնի են այդ քվանտ-վիճակագրական միջինացումը կատարելու մի շարք եղանակներ: Դրանք հիմնականում հիմնված են Վիկի ընդհանրացված թեորեմի, այն է Բլոխի և Դոմինիսիսի թեորեմը [99, 100, 101], վրա: Հայտնի են այլ առավել պարզ մոտեցումներ [102, 103, 104], որոնցում Վիկի թեորեմը բացահայտ չի կիրառվում: Ամեն դեպքում բոլոր մոտեցումներն էլ տալիս են հետևյալ արդյունքը՝

$$\left\langle \bar{v}_{S,\vec{q}} \left| e^{\alpha \hat{b}_{S,\vec{q}} + \beta \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger} \right| \bar{v}_{S,\vec{q}} \right\rangle \equiv \overline{\left\langle v_{S,\vec{q}} \left| e^{\alpha \hat{b}_{S,\vec{q}} + \beta \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger} \right| v_{S,\vec{q}} \right\rangle} = e^{\alpha\beta \left(\frac{1}{2} + \bar{v}_{S,\vec{q}} \right)},$$

որտեղ α, β – սովորական թվեր են:

Արդյունքում հավանականության ամպլիտուդը ձեռք է բերում հետևյալ տեսքը՝

$$M_{fi} = -\frac{2\pi\hbar f}{im} e^{-w} \times \sum_{s_1, s_2 = -\infty}^{\infty} \left\{ i^{s_1+s_2} J_{s_1}(\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s_2}(-\vec{Q}\vec{\zeta}) \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \sum_{\vec{n}} e^{i(\vec{Q} + (s_1+s_2)\vec{\Lambda})\vec{R}_{\vec{n}}^0} \right\}, \quad (2.2.20)$$

որտեղ ներ ենք մուծել հետևյալ նշանակումը՝

$$w \equiv \sum_{s, \vec{q}} \frac{\hbar}{2MN\Omega_s(\vec{q})} (\vec{Q}\vec{e}_s(\vec{q}))^2 \left(\frac{1}{2} + \bar{\nu}_{s, \vec{q}} \right):$$

Հավանականության ամպլիտուդի հիման վրա միավոր ժամանակում նեյտրոնների ցրման հավանականությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$W_{\vec{p}_f, \vec{p}_i} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\partial |M_{fi}|^2}{\partial \Delta t}, \quad (2.2.21)$$

որտեղ, $\Delta t \equiv t - t'$:

Օգտագործելով (2.2.20) առնչությունը՝ հավանականության ամպլիտուդի բացարձակ արժեքի քառակուսու համար ստանում ենք՝

$$|M_{fi}|^2 = \frac{(2\pi)^2 \hbar^2 |f|^2}{m^2} e^{-2w} \sum_{s_1, s_2, s'_1, s'_2} \{ J_{s_1}(\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s_2}(-\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s'_1}(\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s'_2}(-\vec{Q}\vec{\zeta}) \times \\ \times \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \int_{t'}^t d\tau' e^{i\Omega_{s'_1 s'_2} \tau'} \sum_{\vec{n}} e^{i(\vec{Q} + (s_1+s_2)\vec{\Lambda})\vec{R}_{\vec{n}}^0} \sum_{\vec{n}'} e^{-i(\vec{Q} + (s'_1+s'_2)\vec{\Lambda})\vec{R}_{\vec{n}'}^0} \}: \quad (2.2.22)$$

Եթե (2.2.22) բանաձևում ժամանակային ինտեգրումներն ու կորդինատական գումարումները կատարելիք համապատասխանաբար $\Delta t \rightarrow \infty$ և մեծ N սահմաններում, ապա (2.2.22) բանաձևի 2-րդ տողի արտահայտությունը ուղիղ համեմատական կլինի δ -ֆունկցիաների հետևյալ արտադրյալին՝

$$\delta(E_i - E_f + (s_1 - s_2)\hbar\Omega) \delta(E_i - E_f + (s'_1 - s'_2)\hbar\Omega) \times \\ \times \delta(\hbar\vec{Q} + (s_1 + s_2)\hbar\vec{\Lambda} + \hbar\vec{g}) \delta(\hbar\vec{Q} + (s'_1 + s'_2)\hbar\vec{\Lambda} + \hbar\vec{g}'), \quad (2.2.23)$$

որտեղ $\vec{g}$ և $\vec{g}'$ վեկտորները հակադարձ ցանցի վեկտորներ են: (2.2.23) արտադրյալը կարելի է ներկայացնել հետևյալ համարժեք տեսքով՝

$$\delta(E_i - E_f + (s_1 - s_2)\hbar\Omega) \delta((s_1 - s_2) - (s'_1 - s'_2))\hbar\Omega \times \\ \times \delta(\hbar\vec{Q} + (s_1 + s_2)\hbar\vec{\Lambda} + \hbar\vec{g}) \delta(((s_1 + s_2) - (s'_1 + s'_2))\hbar\vec{\Lambda} + \hbar\vec{g}''): \quad (2.2.24)$$

Հետևաբար (2.2.22) բանաձևում կարող ենք ընդունել, որ՝

$$(s'_1 - s'_2)\hbar\Omega = (s_1 - s_2)\hbar\Omega, \quad (2.2.25')$$

$$(s'_1 + s'_2)\hbar\vec{\Lambda} = (s_1 + s_2)\hbar\vec{\Lambda} + \hbar\vec{g}'': \quad (2.2.25'')$$

Հաշվի առնելով նաև այն հանգամանքը, որ ուղիղ և հակադարձ ցանցերի վեկտորների արտադրյալը ամբողջ պատիկ է 2π -ին՝ (2.2.22) բանաձևը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$|M_{fi}|^2 = \frac{(2\pi)^2 \hbar^2 |f|^2}{m^2} e^{-2w} \sum_{s_1, s_2, s'_1, s'_2} \left\{ J_{s_1}(\vec{Q}\vec{z}) J_{s_2}(-\vec{Q}\vec{z}) J_{s'_1}(\vec{Q}\vec{z}) J_{s'_2}(-\vec{Q}\vec{z}) \times \left| \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \right|^2 \left| \sum_{\vec{n}} e^{i(\vec{Q} + (s_1 + s_2)\vec{\Lambda})\vec{R}_n^0} \right|^2 \right\}, \quad (2.2.26)$$

որտեղ գումարի նշանի վրա շտրիխն ազդանշանում է առ այն, որ գումարումը հարկավոր է կատարել (2.2.25) պայմանների շրջանակում: Այս արտահայտությունը տեղադրելով (2.2.21) առնչության մեջ՝ ստանում ենք՝

$$W_{\vec{p}_f, \vec{p}_i} = \frac{(2\pi)^3 \hbar^2 |f|^2}{m^2} e^{-2w} \sum_{s_1, s_2, s'_1, s'_2} \left\{ J_{s_1}(\vec{Q}\vec{z}) J_{s_2}(-\vec{Q}\vec{z}) J_{s'_1}(\vec{Q}\vec{z}) J_{s'_2}(-\vec{Q}\vec{z}) \times \left| \sum_{\vec{n}} e^{i(\vec{Q} + (s_1 + s_2)\vec{\Lambda})\vec{R}_n^0} \right|^2 \delta(\Omega_{s_1 s_2}) \right\}: \quad (2.2.27)$$

Հաշվի առնելով այն, որ մեծ N համար կոորդինատական գումարումը կարելի է փոխարինել ինտեգրմամբ ըստ $(\sum_{\vec{n}} \dots) \rightarrow \left(\left(\frac{N}{V} \right) \int \dots d\vec{g} \right)$ կանոնի, որտեղ ինտեգրումը կատարվում է ըստ Բրիլյուենի առաջին գոտու ծավալի, և δ -ֆունկցիայի քառակուսու համար կիրառելով $\delta^2(\vec{g}) = \frac{1}{v'} \delta(\vec{g})$ ներկայացումը, որտեղ $v' = \frac{(2\pi)^3}{v} = \frac{(2\pi)^3}{\vec{a}_1[\vec{a}_2 \vec{a}_3]} = \frac{(2\pi)^3 N}{V}$ – հակադարձ ցանցի տարրական բջջի (Բրիլյուենի առաջին գոտու) ծավալն է, (2.2.26) բանաձևում կոորդինատական գումարի մոդուլի քառակուսին կարող ենք փոխարինել հետևյալ կերպ՝

$$\left| \sum_{\vec{n}} e^{i(\vec{Q} + (s_1 + s_2)\vec{\Lambda})\vec{R}_n^0} \right|^2 \rightarrow \frac{(2\pi)^3 N}{V} \delta(\vec{Q} + (s_1 + s_2)\vec{\Lambda} + \vec{g}),$$

որտեղ $\vec{g} = g_1 \vec{b}_1 + g_2 \vec{b}_2 + g_3 \vec{b}_3$ (g_i – ամբողջ թվեր են, $\vec{b}_i$ – հետադարձ ցանցի բազիսային վեկտորներն են): Վերջնականորեն ստանում ենք՝

$$W_{\vec{p}_f, \vec{p}_i} = \frac{(2\pi)^6 \hbar^4 |f|^2 N}{m^2 V} e^{-2w} \sum_{s_1, s_2, s'_1, s'_2} \left\{ \begin{aligned} & J_{s_1}(\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s_2}(-\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s'_1}(\vec{Q}\vec{\zeta}) J_{s'_2}(-\vec{Q}\vec{\zeta}) \times \\ & \times \delta(E_i - E_f + (s_1 - s_2) \hbar \Omega) \times \\ & \times \delta(\vec{p}_i - \vec{p}_f + (s_1 + s_2) \hbar \vec{\lambda} + \hbar \vec{g}) \end{aligned} \right\}: \quad (2.2.28)$$

Այստեղ e^{-2w} – Դեբայ–Ուոլլերի քաջ հայտնի գործակիցն է [105, 106, 107]: Այն նկարագրում է ջերմային տատանումների արդյունքում ցանցի պարբերականության աղավաղումը:

2.2.2. Նեյտրոնների դիֆրակցիայի պայմանները

(2.2.28) բանաձևում առկա δ -ֆունկցիաներն արտահայտում են էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքները նեյտրոնների ցրման առանձին խողովակներում, այսինքն ցրման ընթացքում արձակած և կլանված ֆոնոնների թվի որոշակի արժեքների դեպքում: Դրանք են՝

$$E_i - E_f + (s_1 - s_2) \hbar \Omega = 0, \quad (2.2.29)$$

$$\vec{p}_i - \vec{p}_f + (s_1 + s_2) \hbar \vec{\lambda} + \hbar \vec{g} = 0: \quad (2.2.30)$$

որտեղ s_1 և s_2 թվերն ընդունում են ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական արժեքներ: Այդ արժեքները համապատասխանում են կանգուն ձայնային ալիքի այս կամ հակադիր ուղղությամբ տարածվող մոնոքրոմատիկ (միագույն) բաղադրիչի (ենթաալիքի) հետ նեյտրոնի փոխազդեցության արդյունքում ֆոնոնների կլանմանը և արձակմանը: Եվ քանի որ կանգուն ձայնային ալիքի երկու մոնոքրոմատիկ բաղադրիչներն էլ կարելի է դիտարկել որպես ֆոնոնների կոհերենտ վիճակ, ապա ֆոնոնների կլանման և հարկադրական արձակման արդյունքում սրանց վիճակը չի փոխվում: Այս իրավիճակը խիստ նման է Կապիցա–Դիրակի էֆեկտին [108, 109], երբ էլեկտրոններն առաձգական ցրվում են կանգուն էլեկտրամագնիսական ալիքի վրա:

Էներգիայի և իմպուլսի պահպանման (2.2.29) և (2.2.30) օրենքների հիման վրա կարելի է նկարագրել ձայնային ալիքի նկատմամբ նեյտրոնների և առաձգական, և ոչ առաձգական ցրման գործընթացները: Նախ քննարկենք նեյտրոնների առաձգական ցրումը: Այս դեպքում, նեյտրոնների էներգիայի պահպանման պայմաններում, (2.2.29) առնչությունից բխում է, որ $s_1 = s_2 \equiv s$: Արդյունքում իմպուլսի պահպանման (2.2.30)

օրենքն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{p}_i - \vec{p}_f + 2s\hbar\vec{\Lambda} + \hbar\vec{g} = 0, \quad (2.2.31)$$

որն էլ իր հերթին կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$4d^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\pi^2} s^2 \Lambda^2 \lambda_n^2 d^2 + \lambda_n^2 + \frac{1}{\pi^2} s \vec{\Lambda} \vec{g} \lambda_n^2 d^2, \quad (2.2.32)$$

որտեղ $d = 2\pi/|\vec{g}|$ – բյուրեղական ցանցում նեյտրոնների կոհերենտ ցրման հարթությունների միջև հեռավորությունն է, λ_n – նեյտրոնների դե Բրոյլի ալիքի երկարությունն է, θ – նեյտրոնների ցրման անկյունը (սկզբնական և վերջնական $\vec{p}_i$ և $\vec{p}_f$ իմպուլսների միջև անկյունը):

Նկատենք, որ ձայնային ալիքի բացակայության պայմաններում (2.2.32) առնչությունն անցնում է դիֆրակցիայի Բրեգգի պայմանին՝ $2d \sin \frac{\theta}{2} = \lambda_i$, ինչպես և պետք է լիներ: Նույն տեսքով կարելի է ներկայացնել (2.2.32) առնչությունը՝

$$2d_{eff} \sin \frac{\theta}{2} = \lambda_n,$$

որտեղ՝

$$d_{eff} = \frac{d}{\sqrt{1 + \frac{s^2 \Lambda^2 d^2}{\pi^2} + \frac{s \vec{\Lambda} \vec{g} d^2}{\pi^2}}} = \frac{2\pi}{|2s\hbar\vec{\Lambda} + \hbar\vec{g}|}.$$

d_{eff} տարածական պարբերությունը ներկայացնում է մի ինչ որ «կեղծ ցանց», որը ձևավորվում է բյուրեղական ցանցի և կանգուն ձայնային ալիքի հետ նեյտրոնի փոխազդեցության ընթացքում:

Նեյտրոնների ոչ առաձգական ցրման պարագայում (2.2.29) և (2.2.30) պահպանման օրենքներից դիֆրակցիայի անկյան համար հեշտությամբ կարելի է ստանալ հետևյալ առնչությունը՝

$$\cos \theta = \frac{1 + \frac{m(s_1 - s_2)\Omega\lambda_i^2}{4\pi^2\hbar} - \frac{\lambda_i^2}{8\pi^2} ((s_1 + s_2)^2 \Lambda^2 + g^2 + 2(s_1 + s_2)\vec{\Lambda}\vec{g})}{\sqrt{1 + \frac{m(s_1 - s_2)\Omega\lambda_i^2}{2\pi^2\hbar}}}, \quad (2.2.33)$$

որտեղ $\lambda_i = 2\pi\hbar/p_i$ – նեյտրոնների դե Բրոյլի ալիքի երկարությունն է սկզբնական

վիճակում:

2.2.3. Ձայնային ալիքի քվանտային կառուցվածքը և Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի վրա հնարավոր ազդեցությունը

Բյուրեղներում նեյտրոնների կոհերենտ ցրման հիմնական գրավականներից մեկը բյուրեղական ցանցի տարածական հստակ պարբերականությունն է: Բայց այդ պարբերականությունը կարող է խոտորվել մասնավորապես ցանցի ջերմային տատանումների արդյունքում: Այս հանգամանքը զանազան երևույթներ քննարկելիս հաշվի է առնվում Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի միջոցով:

Ցանցի պարբերականության որոշակի խախտման պատճառ կարող են հանդիսանալ նաև բյուրեղում տարածվող ձայնային ալիքները: Հետևաբար կարելի է սպասել, որ սրանք էլ կարող են որոշակի ներդրում ունենալ Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքում: Բայց նախորդ ենթադրվագներում կանգուն ձայնային ալիքի առկայության պայմաններում բյուրեղներում նեյտրոնների դիֆրակցիան քննարկելիս, համակարգի վիճակը (2.2.17) ալիքային ֆունկցիաներով նակարագրելով, այս հանգամանքը փաստորեն անտեսեցինք: Այժմ անդրադառնանք այդ մոտավորության օրինականության հարցին՝ պարզելով կանգուն ձայնային ալիքի հնարավոր ներդրումը Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքում [110]: Դա կատարենք քվանտային քննարկման շրջանակներում: Այդ նպատակով նախ և առաջ հարկավոր է պարզել ձայնային ալիքի դաշտի քվանտային կառուցվածքը:

Հայտնի է, որ դասական c-թվային դաշտերին քվանտային մակարդակի վրա առավել մոտ հարում են համապատասխան քվանտային դաշտերի կոհերենտ վիճակները [111, 112, 113]: Դրանում մասնավորապես կարելի է համոզվել նկատելով, որ c-թվային «հոսանքները» դասական տեսության մեջ ստեղծելով դասական c-թվային դաշտեր՝ քվանտային տեսության շրջանակներում ստեղծում են համապատասխան քվանտային դաշտերի կոհերենտ վիճակներ: Իսկապես, թող փոխազդեցությունը տրված է հետևյալ համիլտոնիանով՝

$$\begin{aligned}\tilde{H}_{int}(t) &= -\sum_{\vec{n}} \sum_{S, \vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2MN\mathcal{U}_S(\vec{q})}} \left\{ \vec{e}_S(\vec{q}) \vec{J}_{\vec{n}}(t) \hat{b}_{S, \vec{q}} e^{i\vec{q}\vec{R}_{\vec{n}}^0} e^{-i\mathcal{U}_S(\vec{q})t} + l.h. \right\} = \\ &= -\sum_{S, \vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2MN\mathcal{U}_S(\vec{q})}} \left\{ \vec{e}_S(\vec{q}) \vec{J}(\vec{q}, t) \hat{b}_{S, \vec{q}} e^{-i\mathcal{U}_S(\vec{q})t} + l.h. \right\}, \quad (2.2.34)\end{aligned}$$

որտեղ $\vec{J}(\vec{q}, t) = \sum_{\vec{n}} \vec{J}_{\vec{n}}(t) e^{i\vec{q}\vec{R}_{\vec{n}}^0}$ – «հոսանքի» խտության Ֆուրիե ձևափոխությունն է: Ժամանակային էվոլյուցիայի օպերատորը փոխազդեցության ներկայացման շրջանակներում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{aligned}\tilde{U}(t, 0) &= \hat{\mathcal{T}} \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \tilde{H}_{int}(\tau) \right\} = e^{i\Phi} \prod_{S, \vec{q}} \tilde{D}(\beta_{S, \vec{q}}(t)), \\ \beta_{S, \vec{q}}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar}{2MN\mathcal{U}_S(\vec{q})}} \int_0^t d\tau \vec{e}_S(\vec{q}) \vec{J}(\vec{q}, \tau) e^{-i\mathcal{U}_S(\vec{q})\tau},\end{aligned}$$

որտեղ $\hat{\mathcal{T}}$ – ժամանակային կարգավորման օպերատորն է, որով էլ պայմանավորված է $e^{i\Phi}$ փուլային գործակիցը, իսկ $\tilde{D}(\beta)$ ունիտար օպերատորը սահմանվում է հետևյալ առնչություններով՝

$$\begin{aligned}\tilde{D}^{-1}(\beta_{S, \vec{q}}) \hat{b}_{S', \vec{q}'} \tilde{D}(\beta_{S, \vec{q}}) &= \hat{b}_{S', \vec{q}'} + \delta_{SS'} \delta_{\vec{q}\vec{q}'} \beta_{S, \vec{q}}, \\ \tilde{D}^{-1}(\beta_{S, \vec{q}}) \hat{b}_{S', \vec{q}'}^\dagger \tilde{D}(\beta_{S, \vec{q}}) &= \hat{b}_{S', \vec{q}'}^\dagger + \delta_{SS'} \delta_{\vec{q}\vec{q}'} \beta_{S, \vec{q}}^*,\end{aligned}$$

Արդյունքում, եթե համակարգի սկզբնական վիճակը վակուումն է, ապա t պահին այն հայտնվում է $\|\{\beta_{S, \vec{q}}(t)\}\rangle$ կոհերենտ վիճակում՝

$$\begin{aligned}|\psi(t)\rangle &= \tilde{U}(t, 0)|\{0\}\rangle = \prod_{S, \vec{q}} \tilde{D}(\beta_{S, \vec{q}}(t))|\{0\}\rangle = \prod_{S, \vec{q}} \|\beta_{S, \vec{q}}(t)\rangle \equiv \|\{\beta_{S, \vec{q}}(t)\}\rangle \equiv \\ &\equiv \prod_{S, \vec{q}} e^{-\frac{1}{2}|\beta_{S, \vec{q}}(t)|^2} e^{\beta_{S, \vec{q}}(t) \hat{b}_{S, \vec{q}}^\dagger} |\{0\}\rangle = \prod_{S, \vec{q}} e^{-\frac{1}{2}|\beta_{S, \vec{q}}(t)|^2} \sum_l \frac{(\beta_{S, \vec{q}}(t) \hat{b}_{S, \vec{q}}^\dagger)^l}{l!} |\{0\}\rangle: \quad (2.2.35)\end{aligned}$$

Դասական քննարկման դեպքում նույն «հոսանքի» ստեղծած c -թվային դաշտը տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\vec{\zeta}_{\vec{n}}(t) = \sum_{S, \vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2MN\mathcal{U}_S(\vec{q})}} \left\{ \vec{e}_S(\vec{q}) \beta_{S, \vec{q}}(t) e^{i\vec{q}\vec{R}_{\vec{n}}^0} e^{-i\mathcal{U}_S(\vec{q})t} + l.h. \right\}: \quad (2.2.36)$$

Այսպիսով, կարելի է անդել, որ (2.2.35) և (2.2.36) առնչությունները նկարագրում են նույն իրական դաշտը, միայն թե համապատասխանաբար քվանտային և դասական մակարդակների վրա:

Նկատի ունենալով վերը շարադրվածը՝ դժվար չէ կռահել, որ (2.2.2) առնչությամբ նկարագրվող կանգուն ձայնային ալիքի դաշտին քվանտային մակարդակի վրա համապատասխանում է հետևյալ կոհերենտ վիճակը՝

$$|\vec{\zeta}_{\vec{n}}(t)\rangle = \|\{\vec{\zeta}_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}\}\rangle, \quad (2.2.37)$$

որտեղ՝ $\vec{\zeta} = \zeta(2MNV_{S_0}(\vec{A})/\hbar)^{1/2}$: Իսկապես, (2.2.37) կոհերենտ վիճակը ձայնային դաշտի $\vec{\xi}_{\vec{n}}(t)$ օպերատորի սեփական ֆունկցիան է՝ $\vec{\xi}_{\vec{n}}(t)$ սեփական արժեքով՝

$$\vec{\xi}_{\vec{n}}(t) \|\{\vec{\zeta}_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}\}\rangle = \vec{\xi}_{\vec{n}}(t) \|\{\vec{\zeta}_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}\}\rangle$$

Այսպիսով, ձայնային ալիքի առկայության պայմաններում ֆոնոնների միջին թիվը այլևս չի որոշվում Պլանկի բանաձևով, այլ այդ ջերմային ֆոնոններին հավելվում են ձայնային ալիքի ֆոնոնները, որոնց միջին թիվը (2.2.37) վիճակում որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\bar{v}_{S,\vec{q}}^{(\vec{A})} = \langle\langle\{\vec{\zeta}_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}\}\|\hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger \hat{b}_{S,\vec{q}}\|\{\vec{\zeta}_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}\}\rangle\rangle = |\vec{\zeta}|^2 \delta_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}, \quad (2.2.38)$$

իսկ (2.2.37) վիճակում S_0 ճյուղի $\pm\vec{A}$ ալիքային վեկտորով ν հատ ֆոնոն գտնելու հավանականությունն էլ տրվում է Պուասոնի բաշխմամբ՝

$$p_{S,\vec{q}}^{(\vec{A})}(\nu) = \frac{|\vec{\zeta}|^{2\nu}}{(\nu)!} e^{-|\vec{\zeta}|^2} \delta_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}: \quad (2.2.39)$$

Եթե հաշվի առնենք այն, որ ջերմային հավասարակշռության վիճակում համակարգում S ճյուղի $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով ν հատ ջերմային ֆոնոն գտնելու հավանականությունն էլ տրվում է Գիբբսի բաշխմամբ՝

$$p_{S,\vec{q}}^{(\nu)}(\nu) = \frac{e^{-\beta \nu \hbar U_S(\vec{q})}}{Z_{S,\vec{q}}}, \quad (2.2.40)$$

որտեղ $Z_{S,\vec{q}} = \sum_{\nu=0}^{\infty} e^{-\beta \nu \hbar U_S(\vec{q})} = (1 - e^{-\beta \hbar U_S(\vec{q})})^{-1}$ – վիճակագրական գումարն է և կատարում է նորմավորման դեր՝ $\sum_{\nu} p_{S,\vec{q}}(\nu) = 1$, ապա կարող ենք ակնկալել, որ համակարգում S ճյուղի $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով ν հատ ջերմային և ձայնային ֆոնոն գտնելու հավանականությունը կտրվի հետևյալ բանաձևով՝

$$p_{S,\vec{q}}(v) = \sum_{\iota=0}^v p_{S,\vec{q}}^{(\varphi)}(\iota) p_{S,\vec{q}}^{(\vec{a})}(v - \iota) = \sum_{\iota=0}^v p_{S,\vec{q}}^{(\varphi)}(v - \iota) p_{S,\vec{q}}^{(\vec{a})}(\iota); \quad (2.2.41)$$

Բայց վերջին պնդումը ֆիզիկորեն հիմնավոր չէ: Բանը նրանում է, որ հարմոնիկ մոտավորությունն ընդունելով՝ արհամարում ենք ֆոնոն – ֆոնոն փոխազդեցությունները: Բայց այդ դեպքում ի՞նչ գործոնների շնորհիվ է համակարգում հաստատվում ջերմային հավասարակշռության վիճակ, եթե ոչ ֆոնոն – ֆոնոն ուղղակի կամ անուղղակի փոխազդեցություններով պայմանավորված կինետիկ գործընթացների արդյունքում: Հետևաբար միջֆոնոնային փոխազդեցությունները հարմոնիկ մոտավորության շրջանակներում կարելի է անտեսել այնքանով, որքանով չնչին է այդ գործոնի ներդրումը համակարգի ջերմային հավասարակշռության վիճակը բնութագրող մեծությունների արժեքում: Բայց միշտ հարկավոր է նկատի ունենալ ֆոնոն–ֆոնոնային փոխազդեցությունների առկայությունը, որքան էլ դրանք չնչին լինեն, եթե խոսքը գնում է ջերմային հավասարակշռության վիճակի հաստատման մասին: Այսպիսով, նույնիսկ հարմոնիկ մոտավորության շրջանակներում ջերմային և ձայնային ալիքի ֆոնոնները ադիտիվ չեն վերադրվում մեկը մյուսին, այլ տեղի է ունենում համակարգի ջերմային հավասարակշռության վիճակի վերափոխում: Իհարկե, դա կարելի է նկարագրել ֆոնոն–ֆոնոնային փոխազդեցությունները հաշվի առնելով և կինետիկ գործընթացները քննարկելով, բայց նույն նպատակին կարող ենք հասնել, եթե ձայնային ալիքի առկայության պայմաններում ֆոնոնների կինետիկան նկարագրելու փոխարեն ի սկզբանե հաշվի առնենք ձայնային ալիքի «աղբյուրը»՝ այն ներառելով համակարգի համիլտոնիանում: Հաշվի առնելով ձայնային ալիքը որպես կոհերենտ վիճակ ներկայացնելու մասին վերը բերված փաստարկները՝ կարելի է կոսիել, որ ձայնային ալիքի աղբյուրը համիլտոնիանում պետք է նկարագրել հետևյալ տեսքի անդամով [114, 115, 116]՝

$$\hat{H}_a = \zeta \left(\hat{b}_{S_0, \pm \vec{A}}^\dagger e^{-i\vec{q}\vec{R}_0^\perp} e^{i\vec{U}_S(\vec{q})t} + \hat{b}_{S_0, \pm \vec{A}} e^{i\vec{q}\vec{R}_0^\perp} e^{-i\vec{U}_S(\vec{q})t} \right); \quad (2.2.42)$$

Վերը շարադրվածի լույսի ներքո վերադառնանք Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքում կանգուն ձայնային ալիքի հնարավոր ներդրման քննարկմանը: Դեբայ–Ուոլլերի գործակցիցը որոշվում է հետևյալ առնչությամբ՝

$$e^{-2w} = \left| \prod_{S,\vec{q}} \left(\bar{v}_{S,\vec{q}} \left| e^{i\vec{Q}\vec{\xi}_{\vec{q}}} \right| \bar{v}_{S,\vec{q}} \right) \right|^2, \quad (2.2.43)$$

որտեղ $\vec{\xi}_{\vec{q}}$ օպերատորը որոշվում է (2.2.1) բանաձևով, իսկ միջինացումը հարկավոր է հասկանալ քվանտ-վիճակագրական միջինացման իմաստով: Այսինքն՝

$$\prod_{S,\vec{q}} \left(\bar{v}_{S,\vec{q}} \left| e^{i\vec{Q}\vec{\xi}_{\vec{q}}} \right| \bar{v}_{S,\vec{q}} \right) = \frac{Sp(\hat{\rho} e^{i\vec{Q}\vec{\xi}_{\vec{q}}})}{Sp(\hat{\rho})}, \quad (2.2.44)$$

որտեղ $\hat{\rho}$ – ֆոնոնային համակարգի խտության մատրիցան է՝ $\hat{\rho} = e^{-\beta\hat{H}}$, $\beta = (k_B T)^{-1}$, իսկ համիլտոնիանը հարմոնիկ մոտավորության շրջանակներում ձայնային կանգուն ալիքի առկայության պայմաններում որոշվում է հետևյալ առնչությամբ՝

$$\hat{H} = \sum_{S,\vec{q}} \hbar U_S(\vec{q}) \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger \hat{b}_{S,\vec{q}} + \zeta \left(\hat{b}_{S_0,\pm\vec{A}}^\dagger e^{-i\vec{q}\vec{R}_0^\pm} e^{iU_S(\vec{q})t} + \hat{b}_{S_0,\pm\vec{A}} e^{i\vec{q}\vec{R}_0^\pm} e^{-iU_S(\vec{q})t} \right): \quad (2.2.45)$$

Տեղադրելով (2.2.1), (2.2.44) և (2.2.45) առնչությունները (2.2.3) բանաձևի մեջ՝ Դերայ-Ուոլլերի գործակցի համար ստանում ենք՝

$$e^{-2w} = \left| \frac{Sp \left(\prod_{S,\vec{q}} e^{-\beta \left(\hbar U_S(\vec{q}) \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger \hat{b}_{S,\vec{q}} + (\zeta_{S,\vec{q}} \hat{b}_{S,\vec{q}} + \zeta_{S,\vec{q}}^* \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger) \right)} e^{i(\vec{Q}\vec{\xi}_S(\vec{q}))(\eta_{S,\vec{q}} \hat{b}_{S,\vec{q}} + \eta_{S,\vec{q}}^* \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger)} \right)}{Sp \left(\prod_{S,\vec{q}} e^{-\beta \left(\hbar U_S(\vec{q}) \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger \hat{b}_{S,\vec{q}} + (\zeta_{S,\vec{q}} \hat{b}_{S,\vec{q}} + \zeta_{S,\vec{q}}^* \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger) \right)} \right)} \right|^2, \quad (2.2.46)$$

որտեղ կիրառել ենք $\eta_{S,\vec{q}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2MN U_S(\vec{q})}} e^{i\vec{q}\vec{R}_0^\pm} e^{-iU_S(\vec{q})t}$ և $\zeta_{S,\vec{q}} = \zeta e^{i\vec{q}\vec{R}_0^\pm} e^{-iU_S(\vec{q})t} \delta_{S,S_0} \delta_{\vec{q},\pm\vec{A}}$ նշանակումները:

Կատարենք ծնման և ոչնչացման օպերատորների «ծգման» ձևափոխություն՝

$$\hat{b}_{S,\vec{q}} = \hat{a}_{S,\vec{q}} - \frac{\zeta_{S,\vec{q}}^*}{\hbar U_S(\vec{q})}, \quad \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger = \hat{a}_{S,\vec{q}}^\dagger - \frac{\zeta_{S,\vec{q}}}{\hbar U_S(\vec{q})}:$$

Արդյունքում (2.2.46) առնչությունը ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$e^{-2w} = \left| \frac{Sp \left(\prod_{S,\vec{q}} e^{-\beta \hbar U_S(\vec{q}) \hat{a}_{S,\vec{q}}^\dagger \hat{a}_{S,\vec{q}}} e^{i(\vec{Q}\vec{\xi}_S(\vec{q})) \left(\eta_{S,\vec{q}} \hat{a}_{S,\vec{q}} + \eta_{S,\vec{q}}^* \hat{a}_{S,\vec{q}}^\dagger - \frac{\zeta_{S,\vec{q}} \eta_{S,\vec{q}}^* + \zeta_{S,\vec{q}}^* \eta_{S,\vec{q}}}{\hbar U_S(\vec{q})} \right)} \right)}{Sp \left(\prod_{S,\vec{q}} e^{-\beta \hbar U_S(\vec{q}) \hat{a}_{S,\vec{q}}^\dagger \hat{a}_{S,\vec{q}}} \right)} \right|^2, \quad (2.2.47)$$

Նկատենք, որ այս առնչության աջ մասում համարիչի երկրորդ էքսպոնենտի արգումենտում առկա c-թվային (ոչ օպերատորական) գումարելին իրենից

ներկայացնում է փուլային գործակից, հետևաբար մոդուլի նշանի տակ կարող է արհամարվել: Արդյունքում (2.2.47) առնչությունը ձեռք է բերում նույն տեսքը, ինչ կունենար ձայնային ալիքի բացակայության պայմաններում Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի հաշվարկման ժամանակ: Ամեն դեպքում հաշվարկները հասցնենք ավարտին: Դրա համար հարկավոր է ըստ ծնման և ոչնչացման օպերատորների գծային արգումենտ ունեցող էքսպոնենտը շարքի վերլուծել, այնուհետև կիրառելով Վիկի ընդհանրացված թեորեմը, այն է Բլոխի և Դոմինիսիսի թեորեմը [99, 100, 117], այդ վերլուծության յուրաքանչյուր անդամ միջինացնել և կատարել գումարումը: Արդյունքում ստացվում է ճիշտ նույն արտահայտությունը, ինչ ձայնի բացակայության պարագայում՝

$$e^{-2w} = \exp \left\{ \sum_{\vec{s}, \vec{q}} \frac{\hbar}{MN U_{\vec{s}}(\vec{q})} \left(\vec{Q} \vec{e}_{\vec{s}}(\vec{q}) \right)^2 \left(\frac{1}{2} + \bar{v}_{\vec{s}, \vec{q}} \right) \right\},$$

որտեղ լրացման թվերի $\bar{v}_{\vec{s}, \vec{q}}$ միջին արժեքները որոշվում են Պլանկի բանաձևով՝

$$\bar{v}_{\vec{s}, \vec{q}} = \frac{1}{\exp \left(\frac{\hbar U_{\vec{s}}(\vec{q})}{k_B T} \right) - 1};$$

Այսպիսով, բյուրեղում տարածվող ձայնային ալիքը չի մասնակցում Դեբայ–Ուոլլերի գործակցի արժեքը որոշող գործընթացներին: Դրա ֆիզիկական իմաստը կայանում է նրանում, որ ձայնային ալիքի ազդեցությունը բյուրեղական ցանցի վրա հարկավոր է բնութագրել ոչ թե որպես խոտորում, այլ որպես բյուրեղական ցանցի մոդուլյացիա, որի արդյունքում ձևավորվում է նոր պարբերական կառուցվածք՝ «կեղծ ցանց», և որի վրա էլ միջին հաշվով տեղի է ունենում նեյտրոնների դիֆրակցիան: Նշենք նաև, որ նման մեկնաբանությունը խիստ համահունչ է նախորդ ենթադրվագում ստացված արդյունքներին:

2.3. Նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղներում կանգուն լազերային ալիքի դաշտում

Քննարկենք նեյտրոնների դիֆրակցիան բյուրեղական ցանցի վրա՝ լազերային կանգուն ալիքի ազդեցության պայմաններում, և ցուցադրենք կարճալիք (բարձր

էներգիայով) նեյտրոնների դիֆրակցիայի հնարավորությունը [118]: Այս հնարավորությունն ըստ էության պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ լազերային կանգուն ալիքը իրենից ներկայացնելով որոշակի պարբերական կառուցվածք՝ ինչ որ իմաստով վերադրվում է բյուրեղական ցանցի հետ՝ մոդուլացնելով այն և առաջ բերելով «կեղծ ցանցի» ձևավորում, որի վրա էլ միջին հաշվով ցրվում են նեյտրոնները: Եվ քանի որ նշված «ցանցը» կարող է ունենալ շատ ավելի մանր պարբերականություն, քան բյուրեղական ցանցի պարբերականությունն է, ապա նրա վրա շոշափելի դիֆրակցիա կարող են դրսևորել առավել բարձր էներգիաներով նեյտրոնները, որոնց դիֆրակցիան բյուրեղական ցանցի վրա չնչին է: Միևնույն ժամանակ հարկավոր է հաշվի առնել, որ լազերային ճառագայթման հետ նեյտրոնների փոխազդեցությունն ունի ծայրահեղ փոքր ինտենսիվություն, հետևաբար երևույթը դիտելու համար անհրաժեշտ են ծայրահեղ մեծ ինտենսիվությամբ լազերային փնջեր: Այդ իմաստով նպատակահարմար է դիտարկել նաև բյուրեղներում էլեկտրոնների դիֆրակցիան լազերային ալիքի առկայության պայմաններում [119]: Բայց դա հետագա ուսումնասիրությունների թեմա է:

Նշենք նաև, որ վազող էլեկտրամագնիսական ալիքի պայմաններում նման «կեղծ ցանց» չի ձևավորվում, քանի որ այդ դեպքում նեյտրոն – էլեկտրամագնիսական ալիք փոխազդեցությունն ունի ոչ առաձգական բնույթ [92, 93]:

Ինչպես նախորդ դրվագում, այնպես էլ այստեղ բյուրեղներում նեյտրոնների դիֆրակցիան կքննարկենք տարրական բջջում զրոյական սպինով մեկ ատոմ պարունակող միաիզոտոպային բաղադրությամբ բյուրեղական ցանցի օրինակով՝ խուսափելով այսպես կոչված իզոտոպային և սպինային ոչ կոհերենտ ցրումը դիտարկելու անհրաժեշտությունից:

Նեյտրոնների դիֆրակցիայի հնարավորությունը կքննարկենք ժամանակից կախված **S**-մատրիցայի (ցրման մատրիցա) տեսության շրջանակներում՝ օգտագործելով փոխազդեցության ներկայացումը:

Նեյտրոն – լազերային դաշտ – բյուրեղական ցանց ողջ համակարգի ժամանակից կախված համիլտոնիանն ընդհանուր դեպքում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{H}(t) = \vec{H}_0(t) + V(t), \quad (2.3.1)$$

որտեղ աջ մասում առկա առաջին անդամը ներկայացնում է համակարգում առկա փոխազդեցության այն մասը, որը պատրաստվում ենք հաշվի առնել հնարավորինս ճշգրիտ: Որպես այդպիսին կընտրենք նեյտրոն – էլեկտրամագնիսական կանգուն ալիք ենթահամակարգը: Փոխազդեցության մնացած մասն էլ՝ $V(t)$, կդիտենք որպես փոքր խոտորում առաջինիս նկատմամբ և կքննարկենք գրգռումների տեսության շրջանակում՝ առաջին հիմնական մոտավորությամբ: Այս խնդրում դա նեյտրոն – բյուրեղական ցանց փոխազդեցությունն է:

Նեյտրոնների և բյուրեղի ատոմային միջուկների միջև փոխազդեցությունը սովորականի նման կնկարագրենք Ֆերմիի կեղծ պոտենցիալով [88]

$$V(t) = -\frac{2\pi\hbar^2 f}{m} \sum_{\vec{n}} \delta(\vec{r} - \vec{R}_{\vec{n}}(t)), \quad (2.3.2)$$

որտեղ f – միջուկների վրա նեյտրոնների ցրման ամպլիտուդն է, m – նեյտրոնի զանգվածը: $\vec{R}_{\vec{n}}$ շառավիղ վեկտորն էլ որոշում է ատոմային միջուկի դիրքը բյուրեղական ցանցի $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ (n_i – ամբողջ թվեր են) վեկտորով համարակալված տարրական բջջում՝

$$\vec{R}_{\vec{n}} = \vec{R}_{\vec{n}}^0 + \vec{\xi}_{\vec{n}}, \quad (2.3.3)$$

որտեղ $\vec{R}_{\vec{n}}^0$ շառավիղ վեկտորը նկարագրում է ատոմային միջուկի միջին դիրքը $\vec{n}$ -տարրական բջջում՝ $\vec{R}_{\vec{n}}^0 = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$, ($\vec{a}_i$ – ցանցի բազիսային վեկտորներն են), իսկ $\vec{\xi}_{\vec{n}}$ վեկտորը նկարագրում է ջերմային շարժման արդյունքում միջուկի դիրքի շեղումը միջինից: Վերջինս սովորաբար քննարկվում է հարմոնիկ մոտավորությամբ: Երկրորդային քվանտացման մոտեցման շրջանակներում՝

$$\vec{\xi}_{\vec{n}}(t) = \sum_{S, \vec{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2MN\mathcal{U}_S(\vec{q})}} \vec{e}_S(\vec{q}) \left[\hat{b}_{S, \vec{q}} e^{i\vec{q}\vec{R}_{\vec{n}}^0} e^{-i\mathcal{U}_S(\vec{q})t} + \hat{b}_{S, \vec{q}}^\dagger e^{-i\vec{q}\vec{R}_{\vec{n}}^0} e^{i\mathcal{U}_S(\vec{q})t} \right], \quad (2.3.4)$$

որտեղ M – միջուկի զանգվածն է, N – տարրական բջիջների քանակը բյուրեղում, $\vec{q}$, $\mathcal{U}_S(\vec{q})$ և $\vec{e}_S(\vec{q})$ – ջերմային ֆոնոնների ալիքային վեկտորը, հաճախությունն ու բևեռացումը, $\hat{b}_{S, \vec{q}}$ և $\hat{b}_{S, \vec{q}}^\dagger$ – ֆոնոնների ոչնչացման և ծնման օպերատորները: Վերջիններս բավարարում են Բոզեի փոխատեղման առնչություններին՝

$$[b_k, b_{k'}^\dagger] = \delta_{kk'}, \quad [b_k, b_{k'}] = [b_k^\dagger, b_{k'}^\dagger] = 0:$$

2.3.1. Շրյոդինգերի հավասարման լուծումը կանգուն լազերային

ալիքի դաշտում շարժվող նեյտրոնի համար

Կանգուն լազերային ալիքի առկայության պայմաններում բյուրեղի վրա նեյտրոնների դիֆրակցիայի խնդրում չգրգռված համակարգի ալիքային ֆունկցիան կառուցելու համար լուծենք Շրյոդինգերի ժամանակային հավասարումը կանգուն լազերային ալիքի դաշտում շարժվող նեյտրոնի համար: Նեյտրոնը լազերի ալիքային դաշտի հետ փոխազդում է անոմալ մագնիսական մոմենտի ($\mu = -1.91\mu_N$) շնորհիվ: Հետևաբար մեր խնդրում, լազերային ալիքի առկայության պայմաններում, Շրյոդինգերի ժամանակային հավասարումը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{H}_0(t)|\psi(\vec{r}, t)\rangle \equiv \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \mu\vec{\sigma}\vec{\mathcal{H}}\right)|\psi(\vec{r}, t)\rangle = i\hbar \frac{\partial|\psi(\vec{r}, t)\rangle}{\partial t}, \quad (2.3.5)$$

որտեղ $\hbar$ – Պլանկի հաստատունն է, m – նեյտրոնի զանգվածը, $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – Լապլասի օպերատորը, $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – Պաուլի մատրիցաները, $\vec{\mathcal{H}} = (0, 0, \mathcal{H}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) + \mathcal{H}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} + \omega t))$ – կանգուն լազերային ալիքի մագնիսական լարվածության վեկտորը, $\mathcal{H}_0$, $\vec{k}$ և ω – կանգուն լազերային ալիքի ամպլիտուդը, ալիքային վեկտորը և հաճախությունը՝ համապատասխանաբար:

Շրյոդինգերի ժամանակային հավասարման լուծումը փնտրենք հետևյալ տեսքով՝

$$|\psi(\vec{r}, t)\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}\vec{r} - Et)} F_1(\varphi_1) F_2(\varphi_2) |\chi\rangle, \quad (2.3.6)$$

որտեղ $\varphi_1 \equiv \vec{k}\vec{r} - \omega t$, $\varphi_2 \equiv \vec{k}\vec{r} + \omega t$ – կանգուն լազերային ալիքի երկու միագույն բաղադրիչների (ենթաալիքների) փուլերն են, $|\chi\rangle$ – հաստատուն սպինոր է, իսկ $F_1(\varphi_1)$ և $F_2(\varphi_2)$ – դանդաղ փոփոխվող ֆունկցիաներ են:

Տեղադրելով (2.3.6) անգատը (2.3.5) հավասարման մեջ՝ ստանում ենք՝

$$\left\{ \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} (F_1'' F_2 + 2F_1' F_2' + F_1 F_2'') + i\hbar \left(\frac{\vec{p}\vec{k}}{m} - \omega \right) F_1' F_2 + i\hbar \left(\frac{\vec{p}\vec{k}}{m} + \omega \right) F_1 F_2' \right. \\ \left. + \left(E - \frac{\vec{p}^2}{2m} \right) F_1 F_2 + \mu \mathcal{H}_0 \sigma_z (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) F_1 F_2 \right\} |\chi\rangle = 0, \quad (2.3.7)$$

որտեղ շտրիխը նշանակում է ածանցյալ ըստ $F_1(\varphi_1)$ և $F_2(\varphi_2)$ ֆունկցիաների համապատասխան արգումենտների:

(2.3.7) հավասարումը թերևս հնարավոր չէ լուծել ճշգրիտ անալիտիկ տեսքով: Ընդհանրապես արտաքին էլեկտրամագնիսական դաշտի առկայության պայմաններում Շրյոդինգերի հավասարման համար անալիտիկ ճշգրիտ լուծումներ հայտնի են միայն փոքրաթիվ մասնավոր դեպքերում: Մասնավորապես այդպիսի լուծումներ հայտնի են շրջանաձև բևեռացված էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում շարժվող նեյտրոնի համար [120]:

Անալիտիկ, թեկուզև մոտավոր լուծումներ ստանալու ակնկալիքով՝ փորձենք պարզեցնել (2.3.7) հավասարումը: Նախ նշենք, որ $\vec{p}$ և E մեծությունները մասամբ ներկայացնում են նեյտրոնի իմպուլսն ու էներգիան և ի սկզբանե իրարից անկախ հաստատուններ են: Նաև նկատենք, որ (2.3.6) ալիքային ֆունկցիայում $\vec{p}$ և E մեծությունները սահմանված են համապատասխանաբար $const_1 \cdot \vec{k}$ և $const_2 \cdot \omega$ տեսքի գումարելիների ճշտությամբ: Ընդ որում ընդհանուր դեպքում $const_1 \neq const_2$: Հետևաբար, առանց սահմանափակումների կարող ենք այդ մեծությունների վրա դնել մեկ հավելյալ պայման: Քանի որ սպասում ենք, որ լազերային դաշտը «անջատելիս» $\vec{p}$ և E մեծությունները պետք է անցնեն ազատ նեյտրոնի իմպուլսին ու էներգիային, ապա վերը նշված հավելյալ պայմանը ընտրենք $E = \vec{p}^2 / (2m)$ առնչության տեսքով՝ էականորեն պարզեցնելով (2.3.7) հավասարումը:

Աշխատելով էյկոնալի մոտավորությամբ՝ ենթադրենք, որ նեյտրոնի ալիքային ֆունկցիայի ամպլիտուդը ներկայացնող $F_1(\varphi_1)$ և $F_2(\varphi_2)$ ֆունկցիաներն ու նրանց առաջին կարգի ածանցիալները խիստ դանդաղ փոփոխվող ֆունկցիաներ են: Հետևաբար (2.3.7) հավասարման մեջ կարող ենք անտեսել բարձր կարգի ածանցիալները, որոնք միավորել ենք հավասարման ձախ մասում գրված առաջին անդամում: Արդյունքում (2.3.7) հավասարումը կարող ենք տրոհել երկու գծային դիֆերենցիալ սպինորային հավասարումների՝

$$\left\{ i\hbar \left(\frac{\vec{p}\vec{k}}{m} - \omega \right) F_1' + \mu \mathcal{H}_0 \sigma_z \cos \varphi_1 F_1 \right\} |\chi\rangle = 0, \quad (2.3.8')$$

$$\left\{ i\hbar \left(\frac{\vec{p}\vec{k}}{m} + \omega \right) F_2' + \mu\mathcal{H}_0 \sigma_z \cos \varphi_2 F_2 \right\} |\chi\rangle = 0: \quad (2.3.8'')$$

Թող $|\chi\rangle$ սպինորը լինի σ_z օպերատորի սեփական վեկտոր՝

$$\sigma_z |\chi_\eta\rangle = \eta |\chi_\eta\rangle: \quad (2.3.9)$$

Ապա (2.3.8) հավասարումները ստանում են հետևյալ տեսքը՝

$$i\hbar \left(\frac{\vec{p}\vec{k}}{m} - \omega \right) F_1' + \eta\mu\mathcal{H}_0 \cos \varphi_1 F_1 = 0,$$

$$i\hbar \left(\frac{\vec{p}\vec{k}}{m} + \omega \right) F_2' + \eta\mu\mathcal{H}_0 \cos \varphi_2 F_2 = 0,$$

որոնք հեշտությամբ լուծելով՝ ստանում ենք՝

$$F_1 = \exp \left(\eta i \frac{\mu\mathcal{H}_0 \sin \varphi_1}{\hbar\vec{p}\vec{k}/m - \hbar\omega} \right), \quad (2.3.10')$$

$$F_2 = \exp \left(\eta i \frac{\mu\mathcal{H}_0 \sin \varphi_2}{\hbar\vec{p}\vec{k}/m + \hbar\omega} \right): \quad (2.3.10'')$$

Ի մի բերելով (2.3.6), (2.3.9) և (2.3.10) բանաձևերը՝ նեյտրոնի ալիքային ֆունկցիայի համար վերջնականորեն ստանում ենք՝

$$|\psi_\eta(\vec{r}, t)\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}\vec{r} - Et)} e^{i\eta C_1(\vec{p}) \sin \varphi_1} e^{i\eta C_2(\vec{p}) \sin \varphi_2} |\chi_\eta\rangle, \quad (2.3.11)$$

$$C_{1,2}(\vec{p}) \equiv \mu\mathcal{H}_0 / (\hbar\vec{p}\vec{k}/m \pm \hbar\omega), \quad (2.3.11')$$

որտեղ $\eta = \pm 1$ – նկարագրում է նեյտրոնի սպինի ուղղությունը z -առանցքի ուղղության նկատմամբ:

Վերադառնալով E և $\vec{p}$ մեծություններին՝ անհրաժեշտ է կրկին ընդգծել, որ սրանք կանգուն լազերային ալիքի դաշտում նեյտրոնի ողջ էներգիան և իմպուլսը չեն, այլ ներկայացնում են էներգիայի և իմպուլսի միայն մի մասը, որը պայմանավորված չէ էլեկտրամագնիսական ալիքի հետ փոխազդեցությամբ: Իսկ նեյտրոնի ողջ էներգիան և իմպուլսն ունեն նաև այլ բաղադրիչ, որը պայմանավորված է լազերային ալիքի մագնիսական դաշտի հետ նեյտրոնի սպինի (մագնիսական մոմենտի) փոխազդեցությամբ: Ասվածը ավելի ակնառու դարձնելու համար նեյտրոնի (2.3.11) ալիքային ֆունկցիան շարքի վերլուծենք ըստ Բեսսելի ֆունկցիաների համաձայն Յակոբի–Անգերի առնչության [98]՝

$$e^{i\alpha \sin \beta} = \sum_{s=-\infty}^{s=\infty} J_s(\alpha) e^{is\beta}; \quad (2.3.12)$$

Արդյունքում նեյտրոնի ալիքային ֆունկցիայի համար ստանում ենք՝

$$|\psi_{\eta}(\vec{r}, t)\rangle = \sum_{l, l'=-\infty}^{\infty} \left\{ J_l(\eta C_1(\vec{p})) J_{l'}(\eta C_2(\vec{p})) e^{(i/\hbar)((\vec{p}+(l+l')\vec{k})\vec{r} - (E-(l-l')\omega)t)} \right\} |\chi_{\eta}\rangle; \quad (2.3.13)$$

Ալիքային ֆունկցիայի (2.3.13) ներկայացումը հնարավորություն է տալիս առաջ քաշել հետևյալ պատկերավոր մեկնաբանությունը. (2.3.11) ալիքային ֆունկցիան նկարագրում է ոչ թե մեկ առանձին նեյտրոն, այլ նեյտրոնների փունջ, որի տարբեր նեյտրոններն ի սկզբանե ունենալով նույն $E = \vec{p}^2/(2m)$ էներգիան և իմպուլսը՝ կանգուն լազերային ալիքի դաշտում հայտնվելով և նրա հետ փոխազդելով՝ ձեռք են բերում (կամ կորցնում) հավելյալ էներգիա և իմպուլս՝ շարունակելով տարածվել նոր $E - (l - l')\omega$ և $\vec{p} + (l + l')\vec{k}$ էներգիայով և իմպուլսով: Ընդ որում նեյտրոնների վիճակը նկարագրվում է նաև նոր l և l' քվանտային թվերով, որոնք նկարագրում են նեյտրոն – լազեր փոխազդեցության արդյունքում կանգուն էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտի երկու մոնոքրոմատիկ (միագույն) բաղադրիչներից (ենթաալիքներից) նեյտրոնի կլանած (ճառագայթած) ֆոտոնների թիվը: Առանձին (l, l') –նեյտրոնի ալիքային ֆունկցիան էլ ունի հետևյալ տեսքը՝

$$|\phi_{\eta, l, l'}(\vec{r}, t)\rangle \sim e^{(i/\hbar)((\vec{p}+(l+l')\vec{k})\vec{r} - (E-(l-l')\omega)t)} |\chi_{\eta}\rangle, \quad (2.3.14)$$

իսկ (2.3.13) արտահայտության մեջ առկա $J_l(\eta C_1(\vec{p})) J_{l'}(\eta C_2(\vec{p}))$ գործակիցն էլ նկարագրում է փնջում $\vec{p}$ իմպուլսով և սպինի η ուղղությամբ (l, l') –նեյտրոն գրանցելու հավանականության ամպլիտուդը:

Այսպիսով (2.3.11) ալիքային ֆունկցիան նկարագրում է նեյտրոն – կանգուն լազերային ալիք համակարգը: Ստորև այն կօգտագործենք կանգուն լազերային ալիքի առկայության պայմաններում բյուրեղական ցանցի վրա նեյտրոնների դիֆրակցիան դիտարկելիս՝ նեյտրոն – լազերային ալիք ենթահամակարգի ներդրումը Ֆարրիի ներկայացման միջոցով ճշգրիտ հաշվի առնելու համար:

2.3.2. Նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – լազեր փոխազդեցությունը

Նեյտրոն – բյուրեղական ցանց – կանգուն լազերային ալիք փոխազդեցությունը քննարկենք ժամանակից կախված S -մատրիցայի (ցրման մատրիցա) տեսության շրջանակներում՝ օգտագործելով փոխազդեցության ներկայացումը: Այդ նպատակով պետք է ստանանք ողջ համակարգի համիլտոնիանի (2.3.1) մասնատմամբ սահմանված հիմնական ենթահամակարգի ժամանակային էվոլյուցիայի օպերատորը Շրյոդինգերի ներկայացմամբ: Այնուհետև անցնելով միջանկյալ ներկայացմանը (փոխազդեցության ներկայացում)՝ գրգռումների տեսության շրջանակում որոշակի մոտավորությամբ կառուցել ողջ համակարգի ժամանակային էվոլյուցիայի օպերատորը, որն էլ ի վերջո թույլ է տալու հաշվարկել բյուրեղական ցանցի վրա նեյտրոնների դիֆրակցիայի հավանականությունը:

Նույն այս եղանակն էինք կիրառել նախորդ դրվագում՝ բյուրեղական ցանցում կանգուն ձայնային ալիքի առկայության պայմաններում նեյտրոնների դիֆրակցիան քննարկելիս: Այդ պատճառով չկրկնվելու համար ամիջականորեն օգտվենք (2.2.18) բանաձևից՝

$$M_{fi} \equiv \langle \Psi_f | \bar{U}^{(1)}(t, t') | \Psi_i \rangle = \left\langle \Psi_f \left| \int_{t'}^t d\tau \bar{U}_0(t, \tau) V(\tau) \bar{U}_0(\tau, t') \right| \Psi_i \right\rangle: \quad (2.3.15)$$

որտեղ $\bar{U}_0(t, t')$ օպերատորը այժմ որոշում է $\bar{H}_0(t)$ համիլտոնիանով նկարագրվող նեյտրոն – կանգուն լազերային ալիք ենթահամակարգի ժամանակային էվոլյուցիան: Այդ ենթահամակարգի (2.3.11) ալիքային ֆունկցիայի հիման վրա $\bar{U}_0(t, t')$ օպերատորը կարող ենք գրառել հետևյալ տեսքով՝

$$\bar{U}_0(t, t') = \exp \left\{ \begin{aligned} &(-i/\hbar)(E_f t - E_i t') + \\ &\eta_f i C_1(\vec{p}_f) \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t) - \eta_i i C_1(\vec{p}_i) \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t') + \\ &\eta_i i C_2(\vec{p}_i) (\sin(\vec{k}\vec{r} + \omega t) - \eta_f i C_2(\vec{p}_f) \sin(\vec{k}\vec{r} + \omega t')) \end{aligned} \right\}: \quad (2.3.16)$$

Սկզբնական և վերջնական վիճակներում նեյտրոն – բյուրեղական ցանց փոխազդեցության բացակայության և բյուրեղական ցանցի տատանումների համար հարմոնիկ մոտավորության պայմաններում ողջ համակարգի ալիքային ֆունկցիա ունի հետևյալ տեսքը՝

$$|\Psi_i(t')\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}_i^2 - E_i t')} e^{\eta_i i C_1(\vec{p}_i) \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t')} e^{\eta_i i C_2(\vec{p}_i) \sin(\vec{k}\vec{r} + \omega t')} |\chi_{\eta_i}\rangle \prod_{S,\vec{q}} |\bar{v}_{S,\vec{q}}\rangle, \quad (2.3.17')$$

$$|\Psi_f(t)\rangle = e^{(i/\hbar)(\vec{p}_f^2 - E_f t)} e^{\eta_f i C_1(\vec{p}_f) \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} e^{\eta_f i C_2(\vec{p}_f) \sin(\vec{k}\vec{r} + \omega t)} |\chi_{\eta_f}\rangle \prod_{S,\vec{q}} |\bar{v}_{S,\vec{q}}\rangle, \quad (2.3.17'')$$

որտեղ $\vec{p}_i, E_i$ և $\vec{p}_f, E_f$ – նեյտրոնի սկզբնական և վերջնական վիճակների իմպուլսի վեկտորն ու էներգիան են, η_i և η_f – որոշում են սկզբնական և վերջնական վիճակներում նեյտրոնի սպինի ուղղությունը:

Սկզբնական և վերջնական վիճակների ալիքային ֆունկցիաների ֆոնոնային մասում լրացման թվերի վրայով բաշված գծիկները նշում են այն, որ վերջավոր ջերմաստիճաններում այդ թվերը անորոշ են, իսկ հայտնի են միայն դրանց բաշխման ֆունկցիաները: Հետևաբար $\langle \bar{v}_{S,\vec{q}} | \hat{A} | \bar{v}_{S,\vec{q}} \rangle$ տեսքի միջինացումները հարկավոր է հասկանալ ոչ թե քվանտ-մեխանիկական, այլ քվանտ-վիճակագրական միջինացման իմաստով: Հարմոնիկ մոտավորության շրջանակներում ֆոնոնների լրացման թվերը վիճակագրորեն անկախ են և ջերմային հավասարակշռության վիճակում դրանց հավանականային բաշխումը նկարագրվում է Գիբբսի բաշխման ֆունկցիայով, իսկ S -ճյուղի $\hbar\vec{q}$ – իմպուլսով ֆոնոնների միջին թիվը տրվում է Պլանկի բանաձևով՝

$$\bar{v}_{S,\vec{q}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar U_S(\vec{q})}{k_B T}\right) - 1};$$

Նկատենք, որ սկզբնական և վերջնական վիճակների ալիքային ֆունկցիաների ֆոնոնային մասերում լրացման թվերի բաշխվածությունը նույնն է: Այս ընտրությունը համապատասխանում է այն մոտավորությանը, երբ համարում ենք, որ բյուրեղական ցանցի վրա նեյտրոնների ցրումը ունի առաձգական բնույթ: Հետևաբար ցանցի տատանողական վիճակը չի փոխվում, այսինքն ջերմային ֆոնոնների արձակում կամ կլանում տեղի չի ունենում:

Տեղադրելով (2.3.17), (2.3.16) և (2.3.2) առնչությունները (2.3.15) բանաձևի մեջ՝ սկզբունքային դժվարություններ չպարունակող որոշ ստանդարտ հաշվարկներից հետո M_{fi} մատրիցային էլեմենտի համար ստանում ենք՝

$$M_{fi} = -\frac{2\pi\hbar f\delta_{\eta_f\eta_i}}{im} \int_{t'}^t d\tau \int d\vec{r} \left\{ e^{-(i/\hbar)(E_i-E_f)\tau} \sum_{\vec{n}} \prod_{S,\vec{q}} \langle \vec{v}_{S,\vec{q}} | \delta(\vec{r} - \vec{R}_{\vec{n}}(t)) | \vec{v}_{S,\vec{q}} \rangle \times \right. \\ \left. \times e^{(i/\hbar)(\vec{p}_i - \vec{p}_f)\vec{r}} e^{\eta_i(C_1(\vec{p}_i) - C_1(\vec{p}_f)) \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega\tau)} e^{\eta_i(C_2(\vec{p}_i) - C_2(\vec{p}_f)) \sin(\vec{k}\vec{r} + \omega\tau)} \right\}, \quad (2.3.18)$$

որտեղ կոորդինատային ինտեգրումը կատարվում է ըստ բյուրեղի գրաված ծավալի: (2.3.18) բանաձևում հաշվի առնելով $\langle \chi_{\eta_f} | \chi_{\eta_i} \rangle = \delta_{\eta_f\eta_i}$ հավասարությունը՝ կատարել ենք $\eta_f = \eta_i \equiv \eta$ նշանակումը:

Վերջին երկու էքսպոնենտները համաձայն Յակոբի-Անգերի (2.3.12) առնչության վերլուծելով անվերջ շարքի ըստ Բեսսելի ֆունկցիաների և կատարելով կոորդինատական ինտեգրումը՝ հավանականության ամպլիտուդի համար ստանում ենք՝

$$M_{fi} = -\frac{2\pi\hbar f\delta_{\eta_f\eta_i}}{im} \sum_{s_1, s_2 = -\infty}^{\infty} \left\{ J_{s_1}(\eta(C_1(\vec{p}_i) - C_1(\vec{p}_f))) J_{s_2}(\eta(C_2(\vec{p}_i) - C_2(\vec{p}_f))) \times \right. \\ \left. \times \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \sum_{\vec{n}} e^{i\vec{Q}_{s_1 s_2} \vec{R}_{\vec{n}}^0} \prod_{S,\vec{q}} \langle \vec{v}_{S,\vec{q}} | e^{i\vec{Q}_{s_1 s_2} \vec{r}} | \vec{v}_{S,\vec{q}} \rangle \right\} \quad (2.3.19)$$

որտեղ կատարել ենք հետևյալ նշանակումները՝

$$\hbar\vec{Q}_{s_1 s_2} \equiv \vec{p}_i - \vec{p}_f + (s_1 + s_2)\hbar\vec{k},$$

$$\hbar\Omega_{s_1 s_2} \equiv E_i - E_f + (s_1 - s_2)\hbar\omega:$$

Հետագա մաթեմատիկական ձևափոխությունները կատարենք նույն հունով, ինչ նախորդ դրվագում:

Քանի որ համակարգի ֆոնոնային ենթահամակարգի վիճակը կարող ենք նկարագրել էներգետիկ մակարդակների լրացման թվերի միայն վիճակագրական բաշխման ֆունկցիայով, ապա (2.3.19) բանաձևում առկա քվանտային միջինացումը հարկավոր է հասկանալ քվանտ-վիճակագրական միջինացման իմաստով: Հայտնի են այդ քվանտ-վիճակագրական միջինացումը կատարելու մի շարք եղանակներ: Առավել պարզ մոտեցումը թերևս առաջարկել է Ն. Դ. Մերմինը [102]: Ամեն դեպքում անկախ կիրառված եղանակից կարելի է ստանալ հետևյալ առնչությունը՝

$$\langle \vec{v}_{S,\vec{q}} | e^{\alpha \hat{b}_{S,\vec{q}} + \beta \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger} | \vec{v}_{S,\vec{q}} \rangle \equiv \overline{\langle \vec{v}_{S,\vec{q}} | e^{\alpha \hat{b}_{S,\vec{q}} + \beta \hat{b}_{S,\vec{q}}^\dagger} | \vec{v}_{S,\vec{q}} \rangle} = e^{\alpha\beta(\frac{1}{2} + \bar{v}_{S,\vec{q}})},$$

որտեղ α, β – սովորական թվեր են:

Արդյունքում հավանականության ամպլիտուդը ձեռք է բերում հետևյալ տեսքը՝

$$M_{fi} = -\frac{2\pi\hbar f\delta_{\eta_f\eta_i}}{im} \sum_{s_1, s_2=-\infty}^{\infty} \left\{ J_{s_1}(\eta(c_1(\vec{p}_i) - c_1(\vec{p}_f))) J_{s_2}(\eta(c_2(\vec{p}_i) - c_2(\vec{p}_f))) \times \right. \\ \left. \times e^{-w_{s_1 s_2}} \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \sum_{\vec{n}} e^{i\vec{Q}_{s_1 s_2} \vec{R}_{\vec{n}}^0} \right\}, \quad (2.3.20)$$

որտեղ որդեգրել ենք հետևյալ նշանակումը՝

$$w_{s_1 s_2} \equiv \sum_{S, \vec{q}} \frac{\hbar}{2MNU_S(\vec{q})} (\vec{Q}_{s_1 s_2} \vec{e}_S(\vec{q}))^2 \left(\frac{1}{2} + \bar{v}_{S, q} \right):$$

Հավանականության ամպլիտուդի հիման վրա նեյտրոնների ցրման հավանականությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$W_{\vec{p}_f, \vec{p}_i} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\partial |M_{fi}|^2}{\partial \Delta t}, \quad (2.3.21)$$

որտեղ $\Delta t \equiv t - t'$:

Օգտագործելով (2.3.20) առնչությունը՝ հավանականության ամպլիտուդի բացարձակ արժեքի քառակուսու համար ստանում ենք՝

$$|M_{fi}|^2 = \frac{(2\pi)^2 \hbar^2 |f|^2 \delta_{\eta_f \eta_i}}{m^2} \times \\ \times \sum_{s_1, s_2, s'_1, s'_2} \left\{ \begin{aligned} & e^{-(w_{s_1 s_2} + w_{s'_1 s'_2})} \times \\ & \times J_{s_1}(\eta(c_1(\vec{p}_i) - c_1(\vec{p}_f))) J_{s_2}(\eta(c_2(\vec{p}_i) - c_2(\vec{p}_f))) \times \\ & \times J_{s'_1}(\eta(c_1(\vec{p}_i) - c_1(\vec{p}_f))) J_{s'_2}(\eta(c_2(\vec{p}_i) - c_2(\vec{p}_f))) \times \\ & \times \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \int_{t'}^t d\tau' e^{i\Omega_{s'_1 s'_2} \tau'} \sum_{\vec{n}} e^{i\vec{Q}_{s_1 s_2} \vec{R}_{\vec{n}}^0} \sum_{\vec{n}'} e^{-i\vec{Q}_{s'_1 s'_2} \vec{R}_{\vec{n}'}^0} \end{aligned} \right\}: \quad (2.3.22)$$

Մի պահ անտեսենք այն, որ (2.3.21) բանաձևում սահմանային $\Delta t \rightarrow \infty$ անցումը կատարվում է ածանցումից հետո և (2.3.22) բանաձևում ժամանակային ինտեգրումներն ու կորդինատական գումարումները կատարենք համապատասխանաբար $\Delta t \rightarrow \infty$ և $N \rightarrow \infty$ սահմաններում: Արդյունքում (2.3.22) բանաձևի 3-րդ տողի արտահայտությունը կդառնա ուղիղ համեմատական δ -ֆունկցիաների հետևյալ արտադրյալին՝

$$\delta(E_i - E_f + (s_1 - s_2)\hbar\omega) \delta(E_i - E_f + (s'_1 - s'_2)\hbar\omega) \times \\ \times \delta(\hbar\vec{Q} + (s_1 + s_2)\hbar\vec{k} + \hbar\vec{g}) \delta(\hbar\vec{Q} + (s'_1 + s'_2)\hbar\vec{k} + \hbar\vec{g}'), \quad (2.3.23)$$

որտեղ $\vec{g}$ և $\vec{g}'$ վեկտորները հակադարձ ցանցի վեկտորներ են: (2.3.23) արտադրյալը կարելի է ներկայացնել հետևյալ համարաժեք տեսքով՝

$$\delta(E_i - E_f + (s_1 - s_2)\hbar\omega) \delta(((s_1 - s_2) - (s'_1 - s'_2))\hbar\omega) \times \\ \times \delta(\hbar\vec{Q} + (s_1 + s_2)\hbar\vec{k} + \hbar\vec{g}) \delta(((s_1 + s_2) - (s'_1 + s'_2))\hbar\vec{k} + \hbar\vec{g}''): \quad (2.3.24)$$

Հետևաբար (2.3.22) բանաձևում կարող ենք ընդունել, որ՝

$$(s'_1 - s'_2)\hbar\omega = (s_1 - s_2)\hbar\omega, \quad (2.3.25')$$

$$(s'_1 + s'_2)\hbar\vec{k} = (s_1 + s_2)\hbar\vec{k} + \hbar\vec{g}'': \quad (2.3.25'')$$

Հաշվի առնելով նաև այն հանգամանքը, որ ուղիղ և հակադարձ ցանցերի վեկտորների արտադրյալը ամբողջ պատիկ է 2π -ին՝ (2.3.22) բանաձևը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$|M_{fi}|^2 = \frac{(2\pi)^2 \hbar^2 |f|^2 \delta_{\eta_f \eta_i}}{m^2} \times \\ \times \sum_{s_1, s_2, s'_1, s'_2} \left\{ \begin{aligned} & e^{-2W_{s_1 s_2}} \left| \int_{t'}^t d\tau e^{-i\Omega_{s_1 s_2} \tau} \right|^2 \left| \sum_{\vec{n}} e^{i\vec{Q}_{s_1 s_2} \vec{R}^0_{\vec{n}}} \right|^2 \times \\ & \times J_{s_1}(\eta(C_1(\vec{p}_i) - C_1(\vec{p}_f))) J_{s_2}(\eta(C_2(\vec{p}_i) - C_2(\vec{p}_f))) \times \\ & \times J_{s'_1}(\eta(C_1(\vec{p}_i) - C_1(\vec{p}_f))) J_{s'_2}(\eta(C_2(\vec{p}_i) - C_2(\vec{p}_f))) \end{aligned} \right\}, \quad (2.3.26)$$

որտեղ գումարի նշանի վրա շտրիխն ազդանշանում է առ այն, որ գումարումը հարկավոր է կատարել (2.3.25) պայմանների շրջանակում:

Այս արտահայտությունը տեղադրենք (2.3.21) առնչության մեջ և հաշվի առնենք այն, որ մեծ N համար (2.3.26) բանաձևում առկա կորրեկցիաների գումարի մոդուլի քառակուսին կարող ենք փոխարինել հետևյալ կերպ՝

$$\left| \sum_{\vec{n}} e^{i(\vec{Q} + (s_1 + s_2)\vec{\Lambda})\vec{n}} \right|^2 \rightarrow \frac{(2\pi)^3 N}{V} \delta(\vec{Q} + (s_1 + s_2)\vec{\Lambda} + \vec{g}),$$

որտեղ $\vec{g} = g_1 \vec{b}_1 + g_2 \vec{b}_2 + g_3 \vec{b}_3$ (g_i – ամբողջ թվեր են, $\vec{b}_i$ – հետադարձ ցանցի բազիսային վեկտորներն են): Արդյունքում վերջնականորեն ստանում ենք՝

$$W_{\vec{p}_f, \vec{p}_i} = \frac{(2\pi)^6 \hbar^4 |f|^2 N \delta_{\eta_f \eta_i}}{m^2 V} \times$$

$$\times \sum_{s_1, s_2, s_1', s_2'}' e^{-2w_{s_1 s_2}} \left\{ \begin{aligned} & J_{s_1}(\eta(C_1(\vec{p}_i) - C_1(\vec{p}_f))) J_{s_2}(\eta(C_2(\vec{p}_i) - C_2(\vec{p}_f))) \times \\ & \times J_{s_1'}(\eta(C_1(\vec{p}_i) - C_1(\vec{p}_f))) J_{s_2'}(\eta(C_2(\vec{p}_i) - C_2(\vec{p}_f))) \times \\ & \times \delta(E_i - E_f + (s_1 - s_2)\hbar\omega) \times \\ & \times \delta(\vec{p}_i - \vec{p}_f + (s_1 + s_2)\hbar\vec{k} + \hbar\vec{g}) \end{aligned} \right\}: \quad (2.3.27)$$

Այստեղ $e^{-2w_{s_1 s_2}}$ – Դեբայ–Ուոլլերի քաջ հայտնի գործակիցն է [105, 106]: Այն նկարագրում է ջերմային տատանումների արդյունքում ցանցի պարբերականության խախտումը, որն էլ իր հերթին աղավաղում է ցանցի վրա նեյտրոնների կոհերենտ ցրման արդյունքում ձևավորվող դիֆրակցիոն պատկերը:

2.3.3. Նեյտրոնների դիֆրակցիայի պայմանները

Կան որոշակի նմանություններ ինչպես բյուրեղներում կանգուն ձայնային և լազերային ալիքների ազդեցության տակ նեյտրոնների դիֆրակցիայի խնդիրներում դուրս բերված (2.2.28) և (2.3.27) բանաձևերի, այնպես էլ այդ բանաձևերը ստանալու եղանակների միջև: Եվ դա բնական է, քանի որ երկու դեպքում էլ գործ ունենք կանգուն ալիքների հետ, որոնք անկախ իրենց բնույթից՝ նեյտրոնների դիֆրակցիայի գործընթացում միջին հաշվով ունեն որակապես նույն ներդրումը: Հետևաբար (2.3.27) բանաձևից ցրման առանձին խողովակների համար բխող պահպանման օրենքների հիման վրա կանգուն լազերային ալիքի ազդեցության տակ նեյտրոնների դիֆրակցիայի սպասվող պայմանները կրկնելու են բյուրեղներում կանգուն ձայնային ալիքի ազդեցության տակ նեյտրոնների դիֆրակցիայի պայմանները: Առաձգական ցրման դեպքում դա հետևյալ պայմանն է՝

$$4d^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\pi^2} s^2 k^2 \lambda_n^2 d^2 + \lambda_n^2 + \frac{1}{\pi^2} s \vec{k} \vec{g} \lambda_n^2 d^2, \quad (2.3.28)$$

որը կարելի է ներկայացնել Բրեգգի օրենքի տեսքով՝

$$2d_{eff} \sin \frac{\theta}{2} = \lambda_n, \quad d_{eff} = \frac{d}{\sqrt{1 + \frac{s^2 k^2 d^2}{\pi^2} + \frac{s \vec{k} \vec{g} d^2}{\pi^2}}}$$

որտեղ $d = 2\pi/|\vec{g}|$, λ_n – նեյտրոնների դե Բրոյլի ալիքի երկարությունն է, θ – նեյտրոնների ցրման անկյունը (սկզբնական և վերջնական $\vec{p}_i$ և $\vec{p}_f$ իմպուլսների միջև

անկյունը), իսկ նեյտրոնների ոչ առաձգական ցրման պարագայում հետևյալ պայմանը՝

$$\cos \theta = \frac{1 + \frac{m(s_1 - s_2)\omega\lambda_i^2}{4\pi^2\hbar} - \frac{\lambda_i^2}{8\pi^2}((s_1 + s_2)^2 k^2 + g^2 + 2(s_1 + s_2)\vec{k}\vec{g})}{\sqrt{1 + \frac{m(s_1 - s_2)\omega\lambda_i^2}{2\pi^2\hbar}}}, \quad (2.3.29)$$

որտեղ $\lambda_i = \frac{2\pi\hbar}{p_i}$ – նեյտրոնների դե Բրոյլի ալիքի երկարությունն է սկզբնական վիճակում:

Բայց բյուրեղներում կանգուն ձայնային ու լազերային ալիքների ազդեցության պայմաններում նեյտրոնների դիֆրակցիայի գործընթացների միջև կան նաև էական ֆիզիկական տարբերություններ: Դա արդեն իսկ կարելի է նկատել (2.2.28) և (2.3.27) բանաձևերում առկա Դեբայ–Ուոլլերի գործակիցը քննարկելիս: Եթե ձայնային ալիքի առկայության պայմաններում Դեբայ–Ուոլլերի գործակիցի արժեքը կախված է դիֆրակցիայի ընթացքում նեյտրոնին հաղորդած իմպուլսից, ապա լազերային ալիքի առկայության դեպքում Դեբայ–Ուոլլերի գործակիցի արժեքը կախված է ոչ միայն դիֆրակցիայի ընթացքում նեյտրոնին հաղորդած իմպուլսից, այլ նաև դիֆրակցիայի ծավալման խողովակից (երևույթին մասնակցող ֆոտոնների թվից): Դրա ֆիզիկական պատճառը այն է, որ եթե առաջին դեպքում նեյտրոնի և ձայնային կանգուն ալիքի միջև ֆոնոնների փոխանակման և բյուրեղական ցանցի վրա նեյտրոնի ցրման գործընթացներն ընթանում են համատեղ (զուգահեռաբար), ապա երկրորդ դեպքում լազերային ալիքի հետ փոխազդեցության արդյունքում նեյտրոնի էներգիան և իմպուլսը վերանորմավորվում են, իսկ բյուրեղական ցանցի վրա արդեն ցրվում է այդ «հագնված» նեյտրոնը:

Այս պատկերն ավելի ակնառու կլիներ, եթե բյուրեղներում կանգուն լազերային ալիքի ազդեցության պայմաններում նեյտրոնների դիֆրակցիան ի սկզբանե քննարկելինք կանգուն լազերային ալիքի դաշտում նեյտրոնների ալիքային ֆունկցիայի (2.3.13) ներկայացման և դրա մեկնաբանման շրջանակներում:

ԳԼՈՒԽ 3. ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՎԱՋՈՂ ՀԱՐԹ ԱԼԻՔԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

3.1. Կապիցա–Դիրակի էֆեկտի ընդհանուր նկարագրությունը

Էլեկտրոնի ալիքային հատկությունների վերաբերյալ դե Բրոյլի կանխատեսումը հաստատելուն ուղղված Դեյվիսոնի և Ջերմերի հայտնի փորձերից [121, 122] միայն մի քանի տարի անց Կապիցան և Դիրակը քննարկել են [108] էլեկտրոնների կոհերենտ ցրման նպատակով որպես դիֆրակցիոն ցանց նյութական բյուրեղների փոխարեն կանգուն լուսային ալիքի կանոնավոր կառուցվածքն օգտագործելու հնարավորությունը: Ֆոտոնների և էլեկտրոնների փոխազդեցության թույլ ինտենսիվության արդյունքում Կապիցա–Դիրակի էֆեկտը (այսուհետև ԿԴ էֆեկտ) դիտելու առաջին փորձերը կատարվել են միայն 1960–ականներին [123, 124, 125, 126]՝ լազերային տեխնիկայի զարգացմանը զուգահեռ: 1960–ականներին եկել է նաև այն գիտակցումը, որ ԿԴ էֆեկտն առավել հեշտությամբ կարելի է դիտել ատոմների համար [127]՝ պայմանավորված որոշակի պայմաններում լազերային ճառագայթման հետ ատոմների փոխազդեցության ռեզոնանսային բնույթով: Իսկապես, 1980–ականների երկրորդ կեսին վերջապես հաջողվել է Կապիցա–Դիրակի էֆեկտը դիտել ատոմների համար նախ դիֆրակցիոն (հաճախակի անվանում են Ռաման–Նաթի) [128], ապա նաև Բրեզգի ռեժիմներում [129]: Նույն ժամանակներում ԿԴ էֆեկտը դիտվել է նաև էլեկտրոնների համար դիֆրակցիոն ռեժիմում [130, 131], իսկ հետագայում՝ նաև դանդաղ ատոմների [132] և Բոզե–Էյնշտեյնի կոնդենսատի [133] համար: Եվ միայն 2001 թ. Կապիցայի և Դիրակի պիոներական աշխատանքից մոտ յոթ տասնամյակ անց վերջապես ԿԴ էֆեկտն էլեկտրոնների համար դիտվել է նաև Բրեզգի ռեժիմում՝ հաստատելով Կապիցայի և Դիրակի ինքնօրինակ կանխատեսումը [134, 135]: Վերջին տարիներին հավաքվել են մեծաքանակ վկայություններ առավել բարդ մոլեկուլային օբյեկտների համար ԿԴ էֆեկտը դիտելու վերաբերյալ [136], մասնավորապես C_{60} և C_{70} ֆուլերենների [137], և նույնիսկ 430–ական ատոմ պարունակող $C_{60}[C_{12}F_{25}]_{10}$ և $C_{168}H_{94}F_{152}O_8N_4S_4$ համար [138]:

Գիտական գրականության մեջ տարիների ընթացքում ԿԴ էֆեկտը տեսականորեն քննարկվել է մի շարք տեսանկյուններից [109, 139]: Առավել հաճախ հարցը դիտարկվում է որպես քվանտ-մեխանիկական խնդիր, երբ կանգուն ալիքի դաշտում էլեկտրոնների դինամիկան քննարկվում է համապատասխան պոնդերոմոտիվ պոտենցիալով Շրյոդինգերի հավասարման հիման վրա: Նման մոտեցում 60-ականների երկրորդ կեսին հետևողականորեն զարգացրել են Լ.Ս.Բարտելն [140] ու Մ.Վ.Ֆեդորովը [141] (տես նաև [142, 143]): Նշենք նաև, որ նմանատիպ մոտեցում 1930-ականներին զարգացրել են Ռամանն ու Նաթը ԿԴ էֆեկտին շատ իմաստներով երկվորյակ Դեբայ-Սիրսի էֆեկտի (այն է լուսային ալիքի կոհերենտ ցրումը միջավայրում տարածվող ձայնային ալիքի պարբերական կառուցվածքի վրա) ուսումնասիրմանը նվիրված իրենց հայտնի աշխատանքների շարքի վերջին երկուսում [144, 145]:

Հայտնի են նաև ԿԴ էֆեկտի քննարկումներ էլեկտրոնների շարժման զուտ դասական նկարագրության շրջանակներում [146, 147, 148, 149]: Մասնավորապես ցուցադրված է, որ ուժեղ դաշտի սահմանում ԿԴ էֆեկտի քվանտ-մեխանիկական և դասական նկարագրությունները համընկնում են [150]:

Այնուամենայնիվ առավել ակնառու պատկեր է ձևավորվում ԿԴ էֆեկտն էլեկտրոն-ֆոտոն փոխազդեցության ենթատեքստում քննարկելիս: Մասնավորապես հենց իրենք՝ Կապիցան և Դիրակն իրենց պիոներական աշխատանքում էֆեկտի գոյությունը հիմնավորելով կանգուն լուսային ալիքի պարբերական կառուցվածքի վրա էլեկտրոնների բրեգման ցրման հնարավորությամբ՝ էֆեկտի տեսական նկարագրման համար առաջարկել են հարկադրված (մակաձված) կոմպտոնյան (թոմսոնյան) ցրման մոդելը՝ համադրելով սովորական կոմպտոնյան հետ ցրման հավանականության հայտնի բանաձևերը և մակաձված ու ինքնական ճառագայթման Էյնշտեյնի գործակիցների հարաբերությունը: Հայտնի պատճառներով մակաձված կոմպտոնյան ցրման խնդիրը սկեռուն ուշադրության կենտրոնում է հայտնվել միայն 1960-ականներին [151, 152, 153, 154, 155]: Այս ուղղությամբ ստացված արդյունքներն ավելի քան խորն են և բազմազան [156, 157], բայց միևնույն ժամանակ առկա են որոշ չլուծված խնդիրներ: Մասնավորապես՝ պարզ չէ կոմպտոնյան ցրման ընթացքում ըստ

լազերային ճառագայթման ինտենսիվության ոչ գծային էֆեկտների առկայության հարցը: Թեկուզև մեր օրերում հետազոտողների մեծամասնությունը հակված է ընդունել դրանց հնարավորությունը [158], բայց հիմնականում ինտուիտիվ փաստարկների հիման վրա, այնինչ դա վկայող տեսական կամ փորձարարական միանշանակ վկայություններ բացակայում են [159]:

Սպասվում է, որ ԿԴ էֆեկտի հիմքում ընկած ֆիզիկական մեխանիզմները կարող են գործել նաև լազերային ճառագայթման կանգուն ալիքից տարբերվող կոնֆիգուրացիաների պայմաններում: Մասնավորապես 1970–ականներին Հ.Կ. Ավետիսյանը քննարկել է դիէլեկտրիկ միջավայրում տարածվող միագույն լազերային ճառագայթման վրա էլեկտրոնային փնջի կոհերենտ ցրման հնարավորությունը [160], իսկ Վ.Մ. Հարությունյանն ու Հ.Կ. Ավետիսյանը նույն երևույթի հնարավորությունը հիմնավորել են տարբեր հաճախությամբ հակազուգահեռ ուղղություններով տարածվող երկու միագույն էլեկտրամագնիսական ալիքների պարագայում [161]: Այս վերջին դեպքում ըստ էության գործ ունենք ԿԴ սովորական էֆեկտի հետ, միայն թե որոշակի արագությամբ շարժվող հաշվարկի համակարգում, երբ էլեկտրոնները հաշվարկի լաբորատոր համակարգում որոշակի անկյան տակ ընկնելով լազերային փնջի վրա՝ իրենց շոշափող արագությամբ շարժվող հաշվարկի համակարգում լազերային փնջի վրա արդեն ընկնում են ուղղահայաց ուղղությամբ, իսկ լազերային փնջի բաղադրիչներն էլ Դոպլերի էֆեկտի շնորհիվ «ձեռք են բերում» նույն հաճախությունը: Առավել նոր ժամանակներում լազերային փնջի նույն կոնֆիգուրացիայի պայմաններում, բայց արդեն հաշվարկի լաբորատոր համակարգում ուղղահայաց ուղղությամբ ընկնող էլեկտրոնային փնջի համար ԿԴ էֆեկտի դիտման հնարավորությունը քննարկել են Օ. Սմիրնովան և ուրիշներ [162, 163]՝ էֆեկտը պայմանավորելով ոչ գծային փոխազդեցություններով:

Ատոմների համար ԿԴ էֆեկտը դիտելու հնարավորության վրա 1966 թ. առաջինը պնդել են Ս. Ալթշուլերը և ուրիշներ [127, 164]: Իսկապես՝ որոշակի պայմաններում լազերային ճառագայթման և ատոմների միջև փոխազդեցությունն ունի ռեզոնանսային բնույթ: Եվ քանի որ մակածված ճառագայթումն ամբողջովին պայմանավորված է ֆոտոնների բոզե-էյնշտեյնյան վիճակագրությամբ, այլ ոչ թե ճառագայթումը կլանող և

վերարձակող օբյեկտների ներքին բնույթով, ապա ԿԴ էֆեկտը կարելի է դիտել նաև ատոմների համար՝ ընդ որում լազերային ճառագայթման շատ ավելի ցածր ինտենսիվության պայմաններում: 1980-ականների երկրորդ կեսին դա իսկապես փորձնականորեն դիտվել է [128, 129, 165]: Ավելին՝ մեր օրերում ատոմային օպտիկայում այն ձեռք է բերել կարևոր կիրառական նշանակություն և ակտիվորեն օգտագործվում է ինտերֆերոմետրերում՝ ատոմային և մոլեկուլային փնջերը կոհերենտ մասնատելու նպատակով [166, 167, 168, 169, 170, 171, 172]: Օրակարգային է էլեկտրոնային օպտիկայում ԿԴ էֆեկտը նույն նպատակներով կիրառման հարցը [139, 173, 174, 175]: Մասամբ նաև այս պատճառով են ուշագրավ էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում ԿԴ էֆեկտի նկարագրությանն ուղղված Ֆ. Էիլտոցկու և Ք. Լոյբների աշխատանքները [176, 177, 178, 179], որոնցում հեղինակները Դեբայ-Սիրսի էֆեկտը նկարագրելու համար Ռամանի ու Նաթի կիրառած եղանակը տեղափոխել են ԿԴ էֆեկտի դաշտ: Ստորև մենք նույն եղանակով կքննարկենք դիէլեկտրիկ միջավայրում վազող հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի վրա էլեկտրոնների դիֆրակցիայի հնարավորությունը՝ նպատակ ունենալով վերահաստատել նախկին արդյունքներն [160] ու նման խնդիրներում օպտիկայում մշակված տեսական մեթոդների կիրառման հնարավորությունը [176, 179], դրանով էլ իսկ դաշտ բացել օպտիկայում և մակրոսկոպիկ էլեկտրոդինամիկայում քաջ հայտնի Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության (երկվության) հարցն էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում քննարկելու համար:

3.2. Էլեկտրոնների դիֆրակցիան միջավայրում վազող հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի վրա

Քննարկենք դիէլեկտրիկ միջավայրում վազող հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի վրա էլեկտրոնների դիֆրակցիայի հնարավորությունը [180]: Միջավայրի առկայությունը հնարավորություն է ընձեռնում հաշվարկի համակարգ կապել լուսային ալիքի հետ, որը միջավայրում տարածվում է վակուումում լույսի տարածման արագությունից ցածր արագությամբ: Ստորև կցուցադրենք, որ հաշվարկի այդ

«ալիքային» համակարգում վազող ալիքը որոշ դեպքերում էլեկտրոնների համար գործում է որպես ստացիոնար դիֆրակցիոն ցանց: Իսկապես, եթե հաշվարկի լաբորատոր համակարգում էլեկտրոններն ընդհանուր դեպքում լուսային ալիքի վրա կարող են ընկնել կամայական անկյան տակ, ապա էլեկտրոնների արագությունը կարելի է կարգավորել այնպես, որ «ալիքի հետ կապված» հաշվարկի համակարգում էլեկտրոնները լազերային փնջի վրա ընկնեն վերջինիս «տարածման» ուղղությանն ուղղահայաց, որն էլ, ինչպես կտեսնենք ստորև, ապահովում է լազերային փնջի հետ էլեկտրոնների կոհերենտ փոխազդեցությունը: Այսպիսի մասնավոր երկրաչափության պայմաններում ԿԴ էֆեկտն առաջին անգամ քննարկվել է Հ.Կ. Ավետիսյանի կողմից Կլեյն-Գորդոնի հավասարման հիման վրա էյկոնալի մոտավորությամբ [160, 181] (տես նաև [182], որտեղ նաև տրված է որոշակի պատմական ակնարկ): Մենք այն կդիտարկենք համարժեք Ռաման-Նաթի մոտավորությամբ: Ընդ որում կհետևենք Դեբայ-Սիրսի էֆեկտի ուսումնասիրման շրջանակներում բուն Չ.Վ. Ռամանի ու Ն.Ս. Նաժենդրա Նաթի կողմից մշակված տեխնիկային [183, 184, 185]՝ տեղափոխված ԿԴ էֆեկտի քննարկման դաշտ Ֆ. Էիլտցկու և Բ. Լոյբների կողմից [176, 177, 178, 179]: Այդ նպատակով կօգտագործենք Համիլտոնի անալոգիան էլեկտրոնային օպտիկայի և քվանտային մեխանիկայի միջև [186, 187]՝ այն հաջորդելով դիֆրակցիայի Հելմհոլց-Կիրկհոֆֆի տեսության կիրառմամբ, որը կիրականացնենք Ֆրաունհոֆերի հեռավոր դաշտի մոտավորությամբ՝ լուսային ալիքի վրա էլեկտրոնների ցրման արդյունքում ձևավորվող դիֆրակցիոն պատկերը քննարկելով լուսային փնջից մեծ հեռավորությունների վրա:

Այսպիսով, m զանգվածով և $e = -|e|$ լիցքով էլեկտրոնները θ անկյան տակ ընկնում են n բեկման ցուցչով բնութագրվող միջավայրում վազող գծային բևեռացված լազերային միագույն փնջի վրա: x և y առանցքներն ընտրելով համապատասխանաբար լազերային ալիքի տարածման և բևեռացման ուղղությամբ՝ էլեկտրամագնիսական դաշտը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

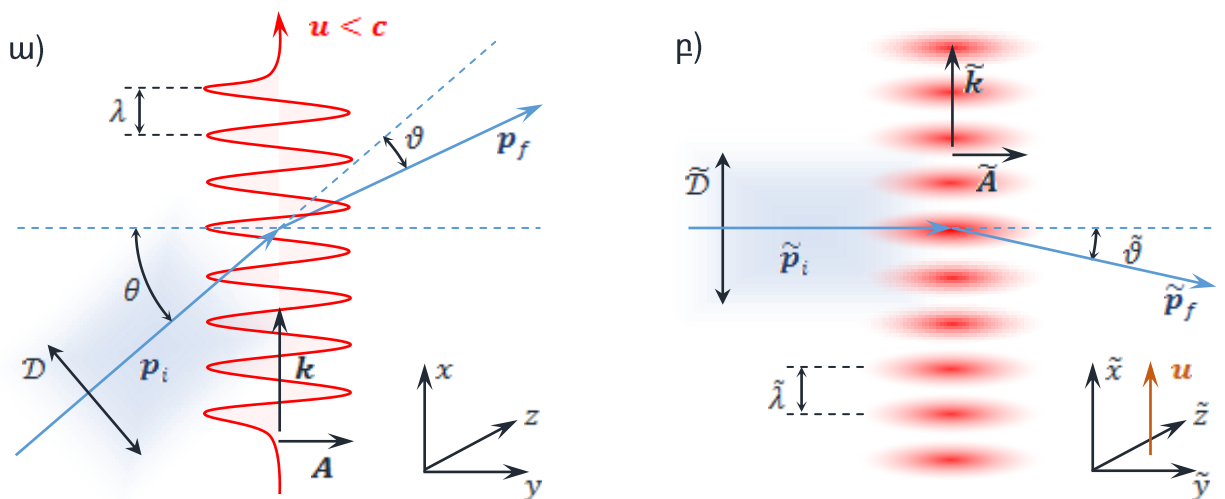
$$A^\mu(x, t) = (0, \mathbf{A}) = (0, 0, A \cos(kx - \omega t), 0), \quad (3.2.1)$$

որտեղ $\mu = 0, \dots, 3$, իսկ ալիքի A ամպլիտուդը ներկայացնում է լազերային փնջի

ինտենսիվությունը՝ $I \sim n\omega^2 A^2$: Ալիքային քառաչափ վեկտորն ունի հետևյալ տեսքը՝ $k^\mu = (\omega/c, \mathbf{k}) = (\omega/c, k, 0, 0)$, որտեղ ω և $k = \omega n/c$ ներկայացնում են ալիքի անկյունային հաճախությունն ու ալիքային թիվը՝ համապատասխանաբար: Լուսային փնջի վրա θ անկյան տակ ընկնող էլեկտրոնների քառաչափ իմպուլսն էլ ունի հետևյալ տեսքը՝

$$p_i^\mu = \left(\frac{\mathcal{E}_i}{c}, \mathbf{p}_i \right) = \left(\frac{\mathcal{E}_i}{c}, p_i \sin \theta, p_i \cos \theta, 0 \right), \quad (3.2.2)$$

որտեղ $\mathcal{E}_i$ էներգիան և եռաչափ $\mathbf{p}_i$ իմպուլսը կապված են ստանդարտ ռելյատիվիստիկ $\mathcal{E}_i^2 = m^2 c^4 + p_i^2 c^2$ առնչությամբ: Զուտ պարզության համար, առանց ընդհանրությունը սահմանափակելու, ընտրել ենք $p_i^{(z)} = 0$, որը ենթադրում է, թե լազերային փնջի հետ էլեկտրոնների փոխազդեցությունն իրականանում է $x - y$ հարթության մեջ (նկար 5):



Նկար 5. Դիէլեկտրիկ միջավայրում լազերային փնջի վրա էլեկտրոնների ցրման երկրաչափությունը հաշվարկի լաբորատոր (ա) և լազերային փնջի հետ կապված (բ) համակարգերում:

Այժմ հաշվարկի լաբորատոր համակարգից անցնենք լուսային ալիքի տարածման արագությամբ՝ $u = c/n < c$, ալիքի տարածման ուղղության երկայնքով շարժվող հաշվարկի համակարգ, որը պայմանականորեն կանվանենք հաշվարկի ալիքային համակարգ: Հաշվարկի նշված համակարգը [180] աշխատանքում մեկնաբանվում է որպես հաշվարկի լաբորատոր համակարգի նկատմամբ լուսային ալիքի խմբային արագությամբ շարժվող հաշվարկի համակարգ: Եվ թեկուզ քննարկվող խնդրում

լուսային ալիքի խմբային և փուլային արագությունները ձևականորեն համընկնում են, բայց, ինչպես իրավմամբ նշված է [182] աշխատանքում, դա հակասում է քննարկվող երևույթի ֆիզիկական մեխանիզմի համընդհանուր ընդունված մեկնաբանությանը, քանի որ էլեկտրոնային և լուսային փնջերի կոհերենտ ռեզոնանսային փոխազդեցությունը պայմանավորված է լուսային ալիքի տարածման ուղղությամբ էլեկտրոնների շարժման և լուսային ալիքի փուլային արագությունների հավասարությամբ: Հետևաբար հաշվարկի ալիքային համակարգը հարկավոր է մեկնաբանել որպես հաշվարկի լաբորատոր համակարգի նկատմամբ լուսային ալիքի փուլային արագությամբ շարժվող հաշվարկի համակարգ: Քանի որ քննարկվող խնդրում էլեկտրոնային և լուսային փնջերի կոհերենտ ռեզոնանսային փոխազդեցությունն ապահովելու նպատակով էլեկտրոնների արագությունը հարկավոր է կարգավորվել այնպես, որ նրանք լուսային ալիքի տարածման ուղղությամբ շարժվեն ալիքի տարածման փուլային արագությամբ, ապա կարելի է նաև ասել, որ հաշվարկի նշված համակարգը կապված է էլեկտրոնային փնջի արագության x -բաղադրիչի հետ (տես նկար 5):

Այսպիսով՝ հաշվարկի լաբորատոր և ալիքային համակարգերն իրար կապող Լորենցի համապատասխան ձևափոխություններն են՝

$$\tilde{B}^{(0)} = \frac{nB^{(0)} - B^{(1)}}{\sqrt{n^2 - 1}}, \quad \tilde{B}^1 = \frac{nB^{(1)} - B^{(0)}}{\sqrt{n^2 - 1}}, \quad \tilde{B}^{(2)} = B^{(2)}, \quad \tilde{B}^{(3)} = B^{(3)}, \quad (3.2.3)$$

որտեղ B^μ – կամայական քառաչափ վեկտոր է: Լորենցի (3.2.3) ձևափոխությունները կիրառելով լուսային ալիքի էլեկտրամագնիսական դաշտի քառաչափ (3.2.1) վեկտոր-պոտենցիալի համար՝ ստանում ենք՝

$$\tilde{A}^\mu(\tilde{x}, \tilde{t}) = (0, 0, \tilde{A} \cos(\tilde{k} \tilde{x}), 0), \quad (3.2.4)$$

որը փաստորեն Մաքսվելի և Մինկովսկու հավասարումների լուծումն է շարժվող միջավայրում «տարածվող» հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի համար [188]: Այս առնչության մեջ $\tilde{k} = \omega\sqrt{n^2 - 1}/c$ ներկայացնում է լազերային փնջի ալիքային թիվն իր իսկ հետ կապված հաշվարկի համակարգում՝ միևնույն ժամանակ որոշելով դիֆրակցիոն ցանցի տարածական պարբերականությունը՝ $\tilde{\lambda} = 2\pi/\tilde{k}$: Ավելին, այս հաշվարկի համակարգում լազերային փնջով ներկայացված դիֆրակցիոն ցանցն ունի

ստացիոնար բնույթ, որը հեշտությամբ կարելի է նկատել և (3.2.4) առնչությունից, և Լորենտցի (3.2.3) ձևափոխությունները կիրառելով լուսային ալիքի հաճախության համար՝ $\tilde{\omega} \sim n\omega - kc = 0$:

Քանի որ հետաքրքրվում ենք այն մասնավոր երկրաչափությամբ, երբ լազերային փնջի հետ կապված հաշվարկի համակարգում էլեկտրոններն առաջինիս վրա ընկնում են ուղիղ անկյան տակ, ինչպես Ռաման-Նաթի ռեժիմում տեղի ունեցող Կապիցա-Դիրակի սովորական էֆեկտի ժամանակ, ապա հարկավոր է պահանջել, որպեսզի հաշվարկի լաբորատոր համակարգում լույսի տարածման ուղղությամբ էլեկտրոնային փունջը շարժվի լուսային փնջի տարածման u արագությամբ՝ $v_i^{(x)} = c^2 p_i^{(x)} / \varepsilon_i = u$: Այս պարագայում, Լորենտցի ձևափոխությունները կիրառելով էլեկտրոնների քառաչափ (3.2.2) իմպուլսի համար, ստանում ենք՝

$$\tilde{p}_i^\mu = \left(\frac{\tilde{\varepsilon}_i}{c}, \tilde{\mathbf{p}}_i \right) = \left(\frac{\tilde{\varepsilon}_i}{c}, 0, \tilde{p}_i, 0 \right): \quad (3.2.5)$$

Այժմ պատրաստ ենք կիրառել Համիլտոնի անալոգիան՝ էլեկտրամագնիսական դաշտում էլեկտրոնների «հետագիծը» ներկայացնելով որպես փոփոխական բեկման ցուցչով օժտված միջավայրում էլեկտրոնների անցած «օպտիկական ճանապարհ»: Այդ նպատակով լազերի դաշտում շարժվող էլեկտրոնների համար սահմանենք բեկման ցուցիչ՝ որպես դաշտում և դաշտից դուրս էլեկտրոնների կինետիկ իմպուլսների հակադարձ հարաբերություն՝ $\mathcal{N}(\tilde{x}) \equiv \tilde{p}_i / \tilde{p}(\tilde{x})$: Հաշվի առնելով լուսային փնջի հետ կապված հաշվարկի համակարգում լուսային ալիքի ստացիոնար բնույթը՝ կարող ենք կիրառել էներգիայի պահպանման օրենքը՝

$$\tilde{\varepsilon}_i^2 = \tilde{p}_i^2 c^2 + m^2 c^4 = \left(\tilde{p}(\tilde{x}) - \frac{e \tilde{A}(\tilde{x})}{c} \right)^2 c^2 + m^2 c^4:$$

Ապա հաշվի առնելով (3.2.4) առնչությունը լուսային ալիքի դաշտի քառաչափ վեկտոր-պոտենցիալի համար՝ վերը սահմանված բեկման ցուցչի համար ստանում ենք՝

$$\mathcal{N}(\tilde{x}) \approx 1 - \frac{e \tilde{A}}{c \tilde{p}_i} \cos(\tilde{k} \tilde{x}): \quad (3.2.6)$$

Աշխատելով Ֆրաունհոֆերի մոտավորությամբ՝ այս բանաձևը ստանալիս արհամարել ենք $\tilde{p}$ և $\tilde{A}$ վեկտորների միջև անկյունը: Ֆրաունհոֆերի, հետևաբար նաև Ռաման-

Նաթի մոտավորության կիրառությունը թույլատրելի է այնքանով, որքանով լուսային փնջի և էլեկտրոնների միջև փոխազդեցության տևողությունը՝ $\tau \sim \tilde{d}\tilde{\xi}_i/(c^2\tilde{p}_i)$ բավականին կարճ է, որպեսզի էլեկտրոնները շոշափելի շեղում դրսևորեն «ուղղագիծ հետագծից»: Այս պայմանը քանակական առնչության տեսքով ձևակերպելու համար նկատենք, որ ալիքի հետ կապված հաշվարկի համակարգում էլեկտրոնների վրա ազդում է միայն մագնիսական ինդուկցիայի անհամասեռ դաշտը՝ $\tilde{\mathbf{E}} = -c^{-1} \partial \tilde{\mathbf{A}} / \partial \tilde{t} = 0$, $\tilde{\mathbf{B}} = \nabla \times \tilde{\mathbf{A}} = (0, 0, -\tilde{k}\tilde{A} \sin(\tilde{k}\tilde{x}))$: «Ուղղագիծ հետագծից» չնչին շեղումների պայմանում կարող ենք անտեսել մագնիսական դաշտի անհամասեռությունը և դիտարկենք այդ դաշտի միջինացված ազդեցությունը էլեկտրոնների վրա: Արդյունքում ուղղագիծ հետագծից էլեկտրոնների հետագծի շեղումը կարող ենք բնութագրել կորության շառավղով՝ $\tilde{r} = |\hbar/(e\tilde{A})|$, ու լուսային փնջի և էլեկտրոնների միջև փոխազդեցության կարճ տևողություն ապահովելու նպատակով պահանջել, որ այն շատ ավելի մեծ լինի լազերային փնջի շառավղից՝ $\tilde{r} \gg \tilde{d}$: Այս վերջին առնչությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ռելյատիվիստիկ ինվարիանտ տեսքով՝

$$\Delta = \left| \frac{e}{c\hbar} \tilde{A}\tilde{d} \right| = \left| \frac{e}{c\hbar} A d \right| \ll 1: \quad (3.2.7)$$

Շարունակելով հետևել Համիլտոնի անալոգիայի տրամաբանությանը՝ լազերային ալիքում էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիան ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$\psi(\tilde{x}, \tilde{y}) = \psi_i \exp\left(\frac{ip_i \mathcal{N}(\tilde{x}) \tilde{y}}{\hbar}\right) \mathcal{F}(\tilde{x}, \tilde{y}): \quad (3.2.8)$$

Այստեղ ψ_i ամպլիտուդը որոշում է էլեկտրոնային փնջի ինտենսիվությունը մինչ լազերային փունջ ներթափանցելը՝ $\mathbb{I}_i \equiv |\psi_i|^2$, իսկ $\mathcal{F}(\tilde{x}, \tilde{y})$ -ը սահուն փոփոխվող ֆունկցիա է, որը լուսային փնջի ներսում մեղմակի ձևափոխում է էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի ամպլիտուդը: Պայմանավորված լազերային փնջի հետ էլեկտրոնների փոխազդեցության կարճ ժամանակահատվածով կամ էլ համարժեք (3.2.6) պայմանով՝ պարզապես կարող ենք վերցնել $\mathcal{F}(\tilde{x}, \tilde{d}) = 1$: Արդյունքում, ընտրված մոտավորության շրջանակներում, լուսային փունջը հատելիս փոփոխվում է էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիայի միայն փուլը՝ պայմանավորված այն հանգամանքով, որ լուսային փնջում էլեկտրոնները տարածվում են $\mathcal{N}(\tilde{x}) \tilde{d}$ «օպտիկական ճանապարհով»:

Այժմ կիրառենք դիֆրակցիայի Հելմհոլց-Կիրկհոֆֆի տեսությունը Ֆրաունհոֆերի հեռավոր դաշտի մոտավորությամբ: Այդ նպատակով կազմենք Ֆրաունհոֆերի դիֆրակցիոն ինտեգրալը ցրված էլեկտրոնային ալիքի համար [186]

$$\Psi_{\tilde{\mathcal{D}}}(\tilde{\vartheta}) = \mathcal{C} \int_0^{\tilde{\mathcal{D}}} d\tilde{x} \mathcal{T}(\tilde{x}, \tilde{d}) \exp\left(\frac{ip_i \tilde{\vartheta} \tilde{x}}{\hbar}\right), \quad (3.2.9)$$

որտեղ $\mathcal{C}$ – հաստատուն է, որի արժեքը կորոշենք ստորև, $\tilde{\mathcal{D}}$ – էլեկտրոնային փնջի տրամագիծն է և միևնույն ժամանակ ներկայացնում է դիաֆրագմայի բացվածքը, $\tilde{\vartheta}$ – էլեկտրոնի սկզբնական և վերջնական իմպուլսների միջև անկյունն է և

$$\mathcal{T}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{\psi(\tilde{x}, \tilde{y})}{\psi_i} = \exp\left(\frac{ip_i \mathcal{N}(\tilde{x}) \tilde{y}}{\hbar}\right):$$

Եզրային էֆեկտներից խուսափելու համար ընդունենք $\tilde{\mathcal{D}} \gg \tilde{\lambda}$ պայմանը, որը համարժեք տեսքով կարելի է գրառել որպես՝ $\tilde{\mathcal{D}} = N\tilde{\lambda}$, որտեղ $N \gg 1$ ամբողջ թիվ է:

Հաշվի առնելով $\mathcal{T}(\tilde{x}, \tilde{d})$ ֆունկցիայի պարբերականությունը՝ $\mathcal{T}(\tilde{x} + \tilde{\lambda}, \tilde{d}) = \mathcal{T}(\tilde{x}, \tilde{d})$, (3.2.9) արտահայտությունը հեշտությամբ կարելի է բերել հետևյալ տեսքի՝

$$\Psi_{\tilde{\mathcal{D}}}(\tilde{\vartheta}) = \frac{1 - \exp\left(\frac{i\tilde{p}_i \tilde{\vartheta} \tilde{\lambda} N}{\hbar}\right)}{1 - \exp\left(\frac{i\tilde{p}_i \tilde{\vartheta} \tilde{\lambda}}{\hbar}\right)} \Psi_{\tilde{\lambda}}(\tilde{\vartheta}): \quad (3.2.10)$$

Ցրված էլեկտրոնային փնջի ինտենսիվության բաշխումն էլ ըստ դիֆրակցիայի $\tilde{\vartheta}$ անկյան որոշվում է $\Psi_{\tilde{\mathcal{D}}}(\tilde{\vartheta})$ մոդուլի քառակուսով և ձեռք է բերում հետևյալ տեսքը՝

$$\mathbb{I}_{\tilde{\mathcal{D}}}(\tilde{\vartheta}) = |\Psi_{\tilde{\mathcal{D}}}(\tilde{\vartheta})|^2 = \left| \frac{\sin\left(\frac{\tilde{p}_i \tilde{\vartheta} \tilde{\lambda} N}{2\hbar}\right)}{\sin\left(\frac{\tilde{p}_i \tilde{\vartheta} \tilde{\lambda}}{2\hbar}\right)} \right|^2 |\Psi_{\tilde{\lambda}}(\tilde{\vartheta})|^2: \quad (3.2.11)$$

Այս առնչությունից հետևում է, որ էլեկտրոնների դիֆրակցիայի ըստ ինտենսիվության առավելագույն արժեքները համապատասխանում են $\tilde{p}_i \tilde{\vartheta}_s = s\hbar \tilde{k}$ պայմանին բավարարող անկյուններին, որտեղ s – ամբողջ թիվ է: Այս պայմանը ունի պարզ ֆիզիկական մեկանաբանություն. լուսային ալիքի վրա ցրման ընթացքում էլեկտրոնները կլանելով կամ ճառագայթելով $|s|$ հատ ֆոտոն՝ ձեռք են բերում $s\hbar \tilde{k}$ երկայնակի իմպուլս՝ ալիքից դուրս թռչելով սկզբնական տարածման նկատմամբ $\tilde{\vartheta}_s$ անկյան տակ: Ավելին, հաշվի առնելով (3.2.6) առնչությունը և Բեսսելի ամբողջ թվային

կարգով առաջին սերի ֆունկցիաների հայտնի ինտեգրալ ներկայացումը՝ $\int_0^{2\pi} d\tau e^{i\Delta \cos \tau - i s \tau} = 2\pi i^s J_s(\Delta)$, կարող ենք հաշվել (3.2.9) ինտեգրալը անալիտիկ տեսքով՝

$$\Psi_{\tilde{\mathcal{D}}}(\tilde{\vartheta}_s) = \mathcal{C} \tilde{\lambda} N i^s \exp\left(\frac{i p_i \tilde{d}}{\hbar}\right) J_s(\Delta): \quad (3.2.12)$$

Արդյունքում ցրված էլեկտրոնային փնջի ինտենսիվությունը որոշող (3.2.11) բանաձևն «առավելագույն դիֆրակցիայի» անկյունների համար ձեռք է բերում հետևյալ տեսքը՝

$$\mathbb{I}(\tilde{\vartheta}_s) = \mathbb{I}_i J_s^2(\Delta) \approx \frac{\mathbb{I}_i \Delta^s}{2^s (s!)^2}, \quad (3.2.13)$$

որտեղ Δ որոշվում է (3.2.7) բանաձևով, իսկ վերջին գնահատականը հետևում է $\Delta \ll 1$ պայմանից: (3.2.13) առնչությունը ստանալիս հաշվի ենք առել այն, որ լուսային փնջի բացակայության պայմաններում $\mathcal{T}(\tilde{x}, \tilde{y}) = 1$, $\tilde{\vartheta} = 0$ և $\mathbb{I} = \mathbb{I}_i$: Հետևաբար, համաձայն (3.2.9) և (3.2.11) բանաձևերի՝ $\mathbb{I}_i = |\Psi_{\tilde{\mathcal{D}}}|^2 = (\mathcal{C} \tilde{\lambda} N)^2 \Rightarrow \mathcal{C} = \sqrt{\mathbb{I}_i / (\tilde{\lambda} N)}$: Նշենք նաև, որ նշանակումների ճշտությամբ (3.2.13) առնչությունը Դեբայ-Սիրսի էֆեկտի քննարկման ենթատեքստում ստացել են Չ.Վ. Ռամանն ու Ն.Ս. Նաժենդրա Նաթը [183, 184, 185], իսկ բուն քննարկված խնդրի ենթատեքստում այս արդյունքին առաջին անգամ հանգել է Հ.Կ. Ավետիսյանը [160]: Այս վերջին աշխատանքի վրա [180] աշխատանքում հղում թյուրիմացաբար տրվել էր հիմնական ենթատեքստից դուրս:

3.3. Արդյունքների քննարկում

Այսպիսով՝ լազերային փնջի վրա ըստ ինտենսիվության էլեկտրոնների առավելագույն դիֆրակցիա դիտվում է $\sin \tilde{\vartheta}_s = s \hbar \tilde{k} / \tilde{p}_i$ առնչությանը բավարարող անկյունների պարագայում: Պարզենք այս առնչության տեսքը հաշվարկի լաբորատոր համակարգում՝ կապ հաստատելով «առավելագույն դիֆրակցիայի» և լազերային փնջի վրա էլեկտրոնների անկման անկյունների միջև: Այդ նպատակով գրի առնենք լուսային ալիքի հետ կապված հաշվարկի համակարգում ցրված էլեկտրոնների իմպուլսը՝

$$\tilde{p}_f^\mu = \left(\frac{\tilde{\mathcal{E}}_f}{c}, \tilde{\mathbf{p}}_f \right) = \left(\frac{\tilde{\mathcal{E}}_i}{c}, s \hbar \tilde{k}, \tilde{p}_f^y, 0 \right): \quad (3.2.14)$$

Լորենտցի հետադարձ ձևափոխությունների միջոցով հաշվարկի ալիքային

համակարգից վերադառնալով հաշվարկի լաբորատոր համակարգ՝ ցրված էլեկտրոնների իմպուլսի համար ստանում ենք՝

$$p_f^\mu = \left(\frac{\mathcal{E}_f}{c}, \mathbf{p}_f \right) = \left(\frac{(\mathcal{E}_i + s\hbar\omega)}{c}, p_i \sin \theta + s\hbar k, p_i \cos \theta, 0 \right): \quad (3.2.15)$$

Այստեղ օգտագործել ենք իմպուլսի պահպանման օրենքը լուսային ալիքի տարածման ուղղության նկատմամբ իմպուլսի ուղղահայաց բաղադրիչների համար՝ $\tilde{p}_f^{(y)} = \tilde{p}_i^{(y)} = p_f^{(y)} = p_i^{(y)} = p_i \cos \theta$:

Նկատենք, որ հաշվարկի լաբորատոր համակարգում էլեկտրոնների սկզբնական և վերջնական վիճակներում քառաչափ իմպուլսները նկարագրող (3.2.2) և (3.2.15) առնչությունների պարագայում $p_i^\mu p_{i,\mu} = m^2 c^2$ և $p_f^\mu p_{f,\mu} = m^2 c^2$ ռելյատիվիստիկ պայմանները համատեղելի չեն: Բայց սա սկզբունքային հակասություն չէ, քանի որ քաջ հայտնի է, որ Ռաման-Նաթի մոտավորությունը ենթադրում է լուսային ալիքի հետ էլեկտրոնային փնջի փոխազդեցության կարճ տևողություն, որի պայմաններում էլեկտրոնների կինետիկ էներգիան անտեսվում է: Հակառակ դեպքում էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքներից բխում է, որ լուսային ալիքի վրա էլեկտրոնների դիֆրակցիան հնարավոր է միայն Բրեգգի անկյան տակ ընկնող էլեկտրոնների համար, մինչդեռ Ռաման-Նաթի մոտավորության շրջանակներում սովորաբար ենթադրվում է, որ լուսային ալիքի վրա էլեկտրոններն ընկնում են ուղղահայաց ուղղությամբ:

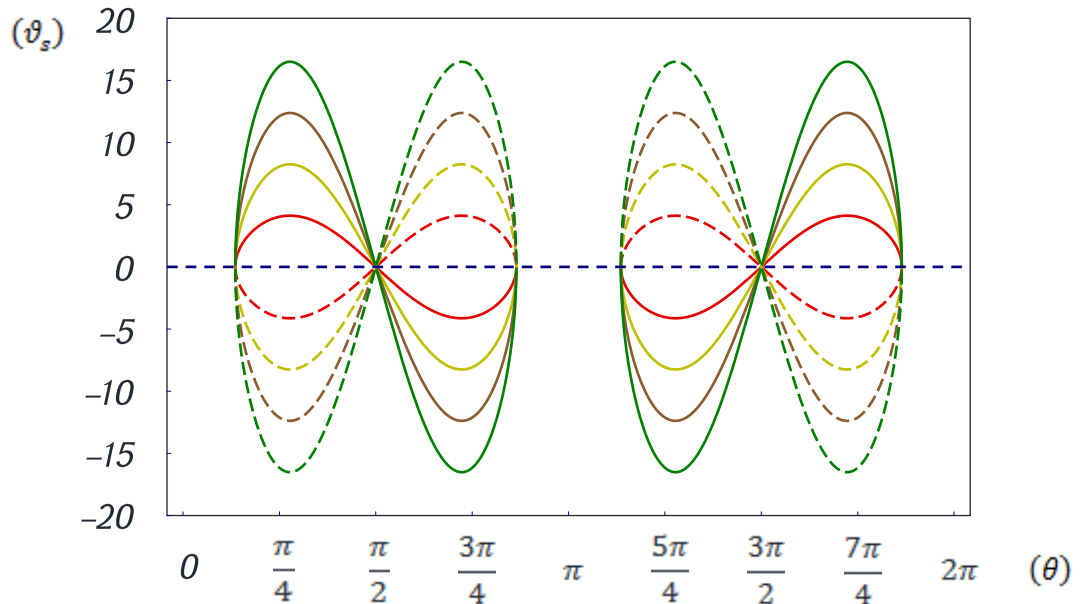
Այժմ (3.2.2) և (3.2.15) արտահայտությունների հիման վրա հաշվարկի լաբորատոր համակարգում լուսային ալիքի հետ $|s|$ հատ ֆոտոն փոխանակելու խողովակով ընթացող էլեկտրոնների ըստ ինտենսիվության առավելագույն դիֆրակցիայի անկյան համար, որպես պարզ երկրաչափական խնդրի լուծում, կարելի է հեշտությամբ ստանալ հետևյալ բանաձևը՝

$$tg \vartheta_s = \frac{s\hbar k \cos \theta}{s\hbar k \sin \theta + \frac{mc}{\sqrt{n^2 \sin^2 \theta - 1}}}: \quad (3.2.16)$$

Այստեղ օգտագործել ենք այն հանգամանքը, որ ալիքի տարածման ուղղության նկատմամբ էլեկտրոնների երկայնակի արագության ֆիքսված արժեքի պայմաններում՝ $v_i^{(x)} = u = c/n$, իմպուլսի և լուսային ալիքի վրա անկման անկյունը միանշանակ կապված են $p_i = mc/\sqrt{n^2 \sin^2 \theta - 1}$ առնչությամբ: Միևնույն ժամանակ, հաշվի առնելով

$\varepsilon_i = ncp_i \cos \theta$ առնչությունը, (4.2.16) բանաձևը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\operatorname{tg} \vartheta_s = \frac{s\hbar\omega \sqrt{\varepsilon_i^2(n^2 - 1) - n^2m^2c^4}}{\varepsilon_i^2 - m^2c^4 + s\hbar\omega \varepsilon_i}; \quad (3.2.17)$$

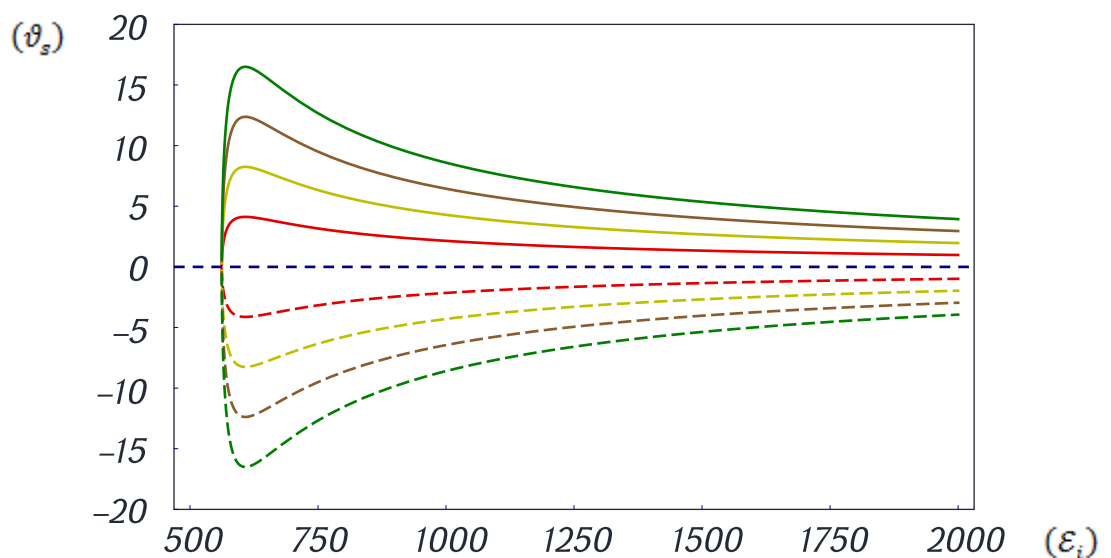


Գծանկար 1. Էլեկտրոնների բեկման անկյան $(\vartheta_s, \times 10^{-6}$ ռադիան) կախվածությունը ալիքի վրա անկման անկյունից (θ) $s = 0, 1, 2, 3, 4$ թվով ֆոտոնների կլանման (հոծ գիծ) կամ ճառագայթման

(3.2.17) և (3.2.16) բանաձևերից հետևում է, որ էլեկտրոնների էներգիան և լուսային ալիքի վրա անկման անկյունը հարկավոր է սահմանափակել $\varepsilon_i > nmc^2/\sqrt{n^2 - 1}$ և $\sin^2 \theta > 1/n^2$ պայմաններով՝ համապատասխանաբար: Սա պարզորոշ երևում է նաև գծանկարներ 1 և 2 վրա, որոնք ներկայացնում են (3.2.16) և (3.2.17) առնչությունները $n = 2, 4$ բեկման ցուցչով միջավայրում տարածվող 590 նմ ալիքի երկարությամբ լուսային ալիքի օրինակով: Հակառակ դեպքում լազերային փնջի հետ կապված հաշվարկի համակարգում հնարավոր չէ ապահովել լուսային ալիքի հետ էլեկտրոնների փոխազդեցության կոհերենտ բնույթը:

Այսպիսով, միջավայրում վազող լուսային ալիքի պարագայում հնարավոր է էլեկտրոնների արագությունը կարգավորել այնպես, որ վերջիններս ալիքի տարածման ուղղությամբ շարժվելով նույն արագությամբ, ինչ ալիքի տարածման փուլային

արագությունն է, և անկյան տակ ընկնելով լազերային փնջի վրա՝ նմանակեն ԿԴ էֆեկտի պարագայում դիտվող կոհերենտ ցրումը: Սակայն, ի տարբերություն ԿԴ սովորական էֆեկտի, երբ էլեկտրոնները կանգուն լուսային ալիքի վրա ցրվում են հակադիր ուղղությամբ տարածվող լազերային փնջերից մեկից ֆոտոններ կլանելու և մյուս փունջ դրանք հարկադիր ճառագայթելու արդյունքում, ապա վերը քննարկված դեպքում էլեկտրոնները վազող լուսային ալիքի վրա կոհերենտ ցրվում են ֆոտոններ կլանելով կամ արձակելով: Ավելին, եթե ԿԴ սովորական էֆեկտը Ռաման-Նաթի ռեժիմում տեղի է ունենում լուսային փնջի վրա էլեկտրոնների ուղղահայաց անկման պայմաններում, ապա միջավայրում տարածվող լուսային ալիքի վրա էլեկտրոնները կոհերենտ ցրվում են անկյան տակ ընկնելով, ինչը անհրաժեշտ է լուսային ալիքի հետ կապված հաշվարկի համակարգում էլեկտրոնների անկման ուղղահայաց ուղղությունն ապահովելու համար:



Գծանկար 2. Էլեկտրոնների բեկման անկյան (θ_s , $\times 10^{-6}$ ռադիան) կախվածությունը սկզբնական էներգիայից (ϵ_i , կէՎ) $s = 0, 1, 2, 3, 4$ թվով ֆոտոնների կլանման (հոծ գիծ) կամ ճառագայթման

Վերջում անդրադառնանք էլեկտրոն-օպտիկական բեկման ցուցիչը որոշող (3.2.6) բանաձևին: Օպտիկայում և մակրոսկոպիկ էլեկտրոդինամիկայում քաջ հայտնի է այսպես կոչված Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության հարցը [189, 190, 191]: Պարզագույն դեպքում խոսքը գնում է այն մասին, թե վակուումից դեպի n բեկման

ցուցչով օպտիկական միջավայր անցնելիս ֆոտոնի (էլեկտրամագնիսական ալիքի) իմպուլսը նվազում է, թե աճում [192]: Մակրոսկոպիկ էլեկտրոդինամիկայում էլեկտրամագնիսական դաշտի էներգիայի և իմպուլսի համար Մինկովսկու [193] առաջարկած թենզորի հիման վրա կարելի է եզրակացնել, որ միջավայր անցնելիս ֆոտոնի իմպուլսը n անգամ աճում է՝ $p_{Minkowski} = n \cdot p_{vacuum}$, իսկ Աբրահամի [194, 195] առաջարկած թենզորի հիման վրա՝ n անգամ նվազում՝ $p_{Abraham} = p_{vacuum} / n$: Վերջերս Ս.Մ. Բարնետն հիմնավորել է այս խնդրի մի նոր մեկնաբանություն [196, 197], ըստ որի նկարագրված երկու արդյունքներն իրար չեն հակասում, քանի որ առաջին դեպքում խոսքը գնում է միջավայրում ֆոտոնի կանոնիկ իմպուլսի մասին, երկրորդ դեպքում՝ կինետիկ: Այսպիսով՝ էլեկտրոն-օպտիկական բեկման ցուցչի համար (3.2.6) բանաձևը ստանալիս փաստորեն հետևել ենք Աբրահամի մոտեցմանը՝ բեկման ցուցիչը սահմանելով որպես լազերային ալիքի դաշտում և դաշտից դուրս էլեկտրոնների կինետիկ իմպուլսների հակադարձ հարաբերություն՝ $\mathcal{N}(\tilde{x}) \equiv \tilde{p}_i / \tilde{p}(\tilde{x})$: Բայց, հետևելով Մինկովսկու մոտեցմանը, կարող էինք էլեկտրոն-օպտիկական $\mathcal{N}(\tilde{x})$ բեկման ցուցիչը սահմանել որպես լազերային ալիքի դաշտում և դաշտից դուրս էլեկտրոնների կանոնիկ իմպուլսների հարաբերություն՝

$$\mathcal{N}(\tilde{x}) = \frac{\left| \tilde{p}(\tilde{x}) - \frac{e}{c} \tilde{A} \cos(\tilde{k}\tilde{x}) \right|}{\tilde{p}_i} \approx 1 - \frac{e \tilde{A} \cos(\tilde{k}\tilde{x})}{c \tilde{p}_i} + \dots: \quad (3.2.18)$$

Այստեղ վերջին արդյունքը ստանալիս հաշվի ենք առել այն հանգամանքը, որ Ռաման-Նաթի մոտավորության շրջանակներում էլեկտրոնների կինետիկ էներգիան անտեսվում է՝ պայմանավորված լուսային ալիքի հետ էլեկտրոնների փոխազդեցության կարճ տևողությամբ: Արդյունքում արհամարում ենք էլեկտրոնների կինետիկ իմպուլսի փոփոխությունը՝ $\tilde{p}(\tilde{x}) \approx \tilde{p}_i$:

Այսպիսով՝ Մինկովսկու մոտեցումը նմանակելու արդյունքում էլեկտրոն-օպտիկական բեկման ցուցչի համար ստանում ենք (3.2.18) բանաձևը: Բայց այն ամբողջովին համընկնում է Աբրահամի մոտեցումը նմանակող (3.2.6) բանաձևի հետ: Սա ըստ էության մակրոսկոպիկ էլեկտրոդինամիկայի շրջանակներում Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության (կամ երկվության) Բարնետի մեկնաբանության [196, 197] հաստատումն է էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Ընդհանուր դեպքում դիֆրակցիան կարելի է որակել որպես ալիքների տարածման ընթացքում երկրաչափական օպտիկայի օրենքներից շեղման երևույթ: Այն ունի համընդհանուր ալիքային բնույթ և դրսևորում է նմանատիպ օրինաչափություններ ամենատարբեր բնույթի ալիքային դաշտեր դիտարկելիս: Ատանախոսության մեջ էլ հենց քննարկված են զանազան բնույթի կոնդենսացված միջավայրերում ժամանակային անհամասեռությունների և նյութական կամ դաշտերով պայմանավորված պարբերական կառուցվածքների վրա ձայնային, էլեկտրամագնիսական, նեյտրոնային և էլեկտրոնային դաշտերի կոհերենտ ցրման և դիֆրակցիայի մի շարք մասնավոր երևույթներ:

Առաջին գլխում քննարկված է ոչ ստացիոնար դիէլեկտրիկ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման և ձևափոխման երևույթը: Միջավայրի կտրուկ փոփոխման պայմաններում էլեկտրամագնիսական ալիքների ձևափոխումը զուգակցվում է ալիքների և միջավայրի միջև ոչ միայն էներգիայի, այլ նաև իմպուլսի փոխանակմամբ: Միջավայրի սահուն փոփոխման դեպքը քննարկված է մասնավոր, բայց անալիտիկ ճշգրիտ լուծում թույլատրող օրինակի հիման վրա: Էլեկտրամագնիսական ալիքների ձևափոխման և միջավայրի հետ էներգիայի ու իմպուլսի փոխանակման բնույթը որակապես պահպանվում է նաև միջավայրի սահուն փոփոխման պայմաններում:

Առաջին գլխում անալիտիկ լուծումների հիման վրա նաև քննարկված է ոչ ստացիոնար հեղուկ միջավայրերի խտության և նրանցում ձայնի տարածման արագության կտրուկ կամ սահուն փոփոխման պայմաններում ձայնային ալիքների տարածման և ձևափոխման երևույթը: Տույց է տրված, որ ձայնային ալիքների ձևափոխումը զուգակցվում է անդրադարձմամբ: Ի տարբերություն ոչ ստացիոնար դիէլեկտրիկ միջավայրերում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման խնդրի, այստեղ տեղի է ունենում ձայնային ալիքների ուժգնացում՝ անկախ հեղուկ միջավայրի փոփոխման բնույթից:

Երկրորդ գլխում քննարկված են բյուրեղական ցանցում նեյտրոնների կոհերենտ

ցրման խնդիրներ՝ կանգուն ինչպես լազերային, այնպես էլ ձայնային ալիքների առկայության պայմաններում: Յուր և տրված, որ բյուրեղական ցանցի և կանգուն ձայնային կամ լազերային ալիքների համադրման արդյունքում ձևավորվում է կանոնավոր մեկ այլ կառուցվածք (կեղծ ցանց), որն ունենալով առավել մանր պարբերականություն, ձայնային կամ լազերային ալիքների բավականաչափ բարձր ինտենսիվության պայմաններում ապահովում է էլ առավել կարճալիք (բարձր էներգիայով) նեյտրոնների կոհերենտ ցրման հնարավորություն: Ընդ որում կանգուն ձայնային ալիքը ոչ մի կերպ չի աղավաղում բյուրեղական ցանցի պարբերականությունը և չունի ներդրում Դեբայ-Ուոլլերի գործակցի արժեքում: Եթե բյուրեղում տարածվող լազերային ճառագայթման պարագայում քննարկված խնդիրը մեր օրերում ունի միայն տեսական հետաքրքրություն՝ պայմանավորված նեյտրոնների և լազերային ճառագայթման փոխազդեցության խիստ ցածր ինտենսիվությամբ, ապա ձայնային ալիքների պարագայում կատարված կանխատեսումները հասանելի են փորձարարական ստուգման համար:

Երրորդ գլխում էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում քննարկված է էլեկտրոնների և դիէլեկտրիկ միջավայրում տարածվող լազերային ճառագայթման փոխազդեցության մի մասնավոր խնդիր, որը սերտորեն առնչվում է ինչպես Կապիցա-Դիրակի, այնպես էլ Դեբայ-Սիրսի էֆեկտների հետ: Կատարված ուսումնասիրության արդյունքներն էականորեն համընկնում են առավել վաղ աշխատանքներում այլ մոտեցմամբ ստացված արդյունքների հետ՝ ևս մեկ անգամ ցուցադրելով նմանատիպ խնդիրներում էլեկտրոնային օպտիկայի մեթոդների կիրառման հանարավորությունն ու փորձարարական տարբեր ռեժիմներին դրանց սերտ առնչությունը: Ընդ որում այստեղ էլ ի հայտ է գալիս Աբրահամ-Մինկովսկու հակասության նմանակը, որն իր բնական լուծումն ունի Բարենթի մեկնաբանության շրջանակներում: Այն է. լազերային ճառագայթման դաշտում էլեկտրոնների կինետիկ իմպուլսն էլեկտրոնային օպտիկայի շրջանակներում համապատասխանում է Աբրահամի մոտեցմանը, իսկ էլեկտրոնների կանոնիկ իմպուլսը՝ Մինկովսկու մոտեցմանը:

Արենահոսության թեմայի շուրջ հրապարակված աշխատանքների ցանկ

1. K.K. Grigoryan, A.G. Hayrapetyan, R.G. Petrosyan, “On the neutron diffraction in crystals in the field of a standing sound wave”, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section B*, vol. 268, no. 14, pp. 2366–2370, 2010.
2. K.K. Grigoryan, A.G. Hayrapetyan, R.G. Petrosyan, “On the neutron diffraction in a crystal in the field of a standing laser wave”, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section B*, vol. 268, no. 16, pp. 2539–2543, 2010.
3. A.G. Hayrapetyan, K.K. Grigoryan, R.G. Petrosyan, “On the neutron diffraction in a crystal under the influence of field of a sound wave”, in *Sound Waves: Propagation, Frequencies and Effects*, V. Abagnali, G. Fabbri, Eds., New York, Nova Science Publishers, 2011, pp. 151–173.
4. A.G. Hayrapetyan, K.K. Grigoryan, R.G. Petrosyan, “On the Transformation of Sound Waves in Non-Stationary Media”, in *Sound Waves: Propagation, Frequencies and Effects*, V. Abagnali, G. Fabbri, Eds., New York, Nova Science Publishers, 2011, pp. 175–189.
5. A.G. Hayrapetyan, K.K. Grigoryan, R.G. Petrosyan, S. Fritzsche, “Propagation of sound waves through a spatially homogeneous but smoothly time-dependent medium”, *Annals of Physics*, vol. 333, pp. 47–65, June 2013.
6. K.K. Grigoryan, “Possible contribution of sound wave to the value of the Debye–Waller factor”, *Հայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի լրաբեր*, տ. 11, № 3, с. 621–623, 2014.
7. A.G. Hayrapetyan, K.K. Grigoryan, J.B. Götte, R.G. Petrosyan, “Kapitza–Dirac Effect with Traveling Waves”, *New Journal of Physics*, vol. 17, no. 8, pp. 082002.1–8, 2015.
8. A.G. Hayrapetyan, J.B. Götte, K.K. Grigoryan, S. Fritzsche, R.G. Petrosyan, “Electromagnetic wave propagation in spatially homogeneous yet smoothly time-varying dielectric media”, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, vol. 178, pp. 158–166, July 2016.

Օգտագործված գրականության ցանկ

- [1] F. R. Motghenthaler, "Velocity Modulation of Electromagnetic Waves," *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 6, no. 2, pp. 167-172, 1958.
- [2] L. B. Felsen and G. M. Whitman, "Wave propagation in time-varying media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 18, no. 2, pp. 242-253, 1970.
- [3] R. L. Fante, "Transmission of electromagnetic waves into time-varying media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 19, no. 3, pp. 417-424, 1971.
- [4] R. Landauer and S. T. Peng, "Velocity Modulation of Propagating Waves," *Journal of Applied Physics*, vol. 44, no. 3, pp. 1156-1161, 1973.
- [5] T. M. Ruiz, C. L. Wright and J. Smith, "Characteristics of Electromagnetic Waves Propagating in Time Varying Media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 26, no. 2, pp. 358-361, 1978.
- [6] J. C. AuYeung, "Phase-conjugate reflection from a temporal dielectric boundary," *Optics Letters*, vol. 8, no. 3, pp. 148-150, 1983.
- [7] S. A. Schelkunoff, "Remarks Concerning Wave Propagation in Stratified Media," *Communications on Pure & Applied Mathematics*, vol. 4, no. 1, pp. 117-128, 1951.
- [8] S. I. Averkov and V. P. Boldin, "Waves in nonstationary nonhomogeneous nondispersing media," *Radiophysics and Quantum Electronics*, vol. 23, no. 9, pp. 705-710, 1980.
- [9] Y. Xiao, D. N. Maywar and G. P. Agrawal, "Reflection and transmission of electromagnetic waves at a temporal boundary," *Optics Letters*, vol. 39, no. 3, pp. 574-577, 2014.
- [10] A. Nerukh, N. Sakhnenko, T. Benson and P. Sewell, *Non-Stationary Electromagnetics*, Boca Raton: Pan Stanford Publishing, 2012.
- [11] Y. Xiao, "Propagation of Optical Pulses in Dynamic Media: A Time Transformation Method," University of Rochester, Rochester, 2014.
- [12] A. G. Hayrapetyan, J. B. Götte, K. K. Grigoryan, S. Fritzsche and R. G. Petrosyan, "Electromagnetic wave propagation in spatially homogeneous yet smoothly time-

- varying dielectric media," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 178, pp. 158-166, 2016.
- [13] S. C. Wilks, J. M. Dawson and W. B. Mori, "Frequency Up-Conversion of Electromagnetic Radiation with Use of an Overdense Plasma," *Physical Review Letters*, vol. 61, no. 3, pp. 337-340, 1988.
 - [14] N. Yugami, T. Niiyama, T. Higashiguchi, H. Gao, S. Sasaki, H. Ito and Y. Nishida, "Experimental observation of short-pulse upshifted frequency microwaves from a laser-created overdense plasma," *Physical Review E*, vol. 65, no. 3, pp. 036505.1-5, 2002.
 - [15] A. Nishida, N. Yugami, T. Higashiguchi, T. Otsuka, F. Suzuki, M. Nakata, Y. Sentoku and R. Kodama, "Experimental observation of frequency up-conversion by flash ionization," *Applied Physics Letters*, vol. 101, no. 16, pp. 161118.1-3, 2012.
 - [16] M. F. Yanik and S. Fan, "Stopping Light All Optically," *Physical Review Letters*, vol. 92, no. 8, pp. 083901.1-4, 2004.
 - [17] M. F. Yanik and S. Fan, "Time Reversal of Light with Linear Optics and Modulators," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 17, pp. 173903.1-4, 2004.
 - [18] M. Notomi and S. Mitsugi, "Wavelength conversion via dynamic refractive index tuning of a cavity," *Physical Review A*, vol. 73, no. 5, pp. 051803.1-4, 2006.
 - [19] T. Kampfrath, D. M. Beggs, T. P. White, A. Melloni, T. F. Krauss and L. Kuipers, "Ultrafast adiabatic manipulation of slow light in a photonic crystal (T.Kampfrath, D.M.Beggs, T.P.White, A.Melloni, T.F.Krauss, L.Kuipers, 2010)," *Physical Review A*, vol. 81, no. 4, pp. 043837.1-6, 2010.
 - [20] S. F. Preble, Q. Xu and M. Lipson, "Changing the colour of light in a silicon resonator," *Nature Photonics*, vol. 1, no. 5, pp. 293-296, 2007.
 - [21] J. T. Mendonça, *Theory of Photon Acceleration*, Bristol, Philadelphia: IOP Publishing Ltd., 2001.
 - [22] Л. А. Островский, «Некоторые «парадоксы движущихся границ» в электродинамике,» *Успехи физических наук*, т. 116, № 2, pp. 315-326, 1975.

- [23] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теоретическая физика. Том 6. Гидродинамика, Москва: Физматлит, 2001.
- [24] G. Ben-Dor, Shock Wave Reflection Phenomena, Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2007.
- [25] A. Ascoli, C. Bernasconi and G. Cavalleri, "Refraction and reflection of a nonrelativistic wave when the interface and the media are moving," *Physical Review E*, vol. 54, no. 6, pp. 6291-6296, 1996.
- [26] A. R. Mkrtchyan, A. G. Hayrapetyan, B. V. Khachatryan and R. G. Petrosyan, "Transformation of sound and electromagnetic waves in non-stationary media," *Modern Physics Letters B*, vol. 24, no. 18, pp. 1951-1961, 2010.
- [27] A. G. Hayrapetyan, K. K. Grigoryan, R. G. Petrosyan and B. V. Khachatryan, "On the Transformation of Sound Waves in Non-Stationary Media," in *Sound Waves: Propagation, Frequencies and Effects*, New York, Nova Science Publishers, 2012, pp. 175-189.
- [28] A. G. Hayrapetyan, K. K. Grigoryan, R. G. Petrosyan and S. Fritzsche, "Propagation of sound waves through a spatially homogeneous but smoothly time-dependent medium," *Annals of Physics*, vol. 333, pp. 47-65, 2013.
- [29] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теоретическая физика. Том 8. Электродинамика сплошных сред, Москва: Физматлит, 2005.
- [30] F. V. Fedotov, A. G. Nerukh, T. M. Benson and P. Sewell, "Investigation of Electromagnetic Field in a Layer With Time-Varying Medium by Volterra Integral Equation Method," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 21, no. 1, pp. 305-314, 2003.
- [31] A. G. Nerukh, P. Sewell and T. M. Benson, "Volterra Integral Equations for Nonstationary Electromagnetic Processes in Time-Varying Dielectric Waveguides," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 22, no. 5, pp. 1408-1419, 2004.
- [32] A. Taflov and S. C. Hagness, Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Boston, London: Artech House Inc., 2005.

- [33] R. K. P. Zia, "Symmetric Fresnel equations: An energy conservation approach," *American Journal of Physics*, vol. 56, no. 6, pp. 555-558, 1988.
- [34] W. T. Doyle, "Scattering approach to Fresnel's equations and Brewster's law," *American Journal of Physics*, vol. 53, no. 5, pp. 463-468, 1985.
- [35] W. T. Doyle, "Graphical approach to Fresnel's equations for reflection and refraction of light," *American Journal of Physics*, vol. 48, no. 8, pp. 643-647, 1980.
- [36] C.-L. Jiang, "Wave propagation and dipole radiation in a suddenly created plasma," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 1, pp. 83-90, 1975.
- [37] M. I. Bakunov and A. V. Maslov, "Reflection and transmission of electromagnetic waves at a temporal boundary: Comment," *Optics Letters*, vol. 39, no. 20, p. 6029, 2014.
- [38] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, "Chapter 9. Hypergeometric Functions," in *Table of Integrals, Series, and Products*, Amsterdam, London, New York, Elsevier Inc., 2007.
- [39] В. П. Макаров и А. А. Рухадзе, «Сила, действующая на вещество в электромагнитном поле,» *Успехи Физических Наук*, т. 179, № 9, pp. 995-1001, 2009.
- [40] В. Л. Гинзбург и В. А. Угаров, «Несколько замечаний о силах и тензоре энергии-импульса в макроскопической электродинамике,» *Успехи Физических Наук*, т. 118, № 1, pp. 175-188, 1976.
- [41] P. G. Bergmann, "The Wave Equation in a Medium with a Variable Index of Refraction," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 17, no. 4, pp. 329-333, 1946.
- [42] A. D. Pierce, "Wave equation for sound in fluids with unsteady inhomogeneous flow," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 87, no. 6, pp. 2292-2299, 1990.
- [43] D. Blokhintzev, "The Propagation of Sound in an Inhomogeneous and Moving Medium I," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 18, no. 2, pp. 322-328, 1946.

- [44] D. Blokhintzev, "The Propagation of Sound in an Inhomogeneous and Moving Medium II," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 18, no. 2, pp. 329-334, 1946.
- [45] W. M. Elsasser, «Sur la diffraction des neutrons lents par les substances cristallines,» *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, vol. 202, pp. 1029-1030, 1936.
- [46] D. P. Mitchell and P. N. Powers, "Bragg Reflection of Slow Neutrons," *Physical Review*, vol. 50, no. 5, pp. 486-487, 1936.
- [47] H. von Halban et P. Preiswerk, «Preuve expérimentale de la diffraction des neutrons,» *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, vol. 203, pp. 73-75, 1936.
- [48] W. H. Zinn, "Diffraction of neutrons by a single crystal," *Physical Review*, vol. 71, no. 11, pp. 752-757, 1947.
- [49] E. Fermi and L. Marshall, "Interference phenomena of slow neutrons," *Physical Review*, vol. 71, no. 10, pp. 666-677, 1947.
- [50] L. B. Borst, A. J. Ulrich, C. L. Osborne and B. Hasbrouck, "Neutron diffraction and nuclear resonance structure," *Physical Review*, vol. 70, no. 7-8, p. 557, 1946.
- [51] E. O. Wollan and C. G. Shull, "The diffraction of neutrons by crystalline powders," *Physical Review*, vol. 73, no. 8, pp. 830-841, 1948.
- [52] B. N. Brockhouse and D. G. Hurst, "Energy distribution of slow neutrons scattered from solids," *Physical Review*, vol. 88, no. 3, pp. 542-547, 1952.
- [53] C. G. Shull, "Early development of neutron scattering," *Reviews of Modern Physics*, vol. 67, no. 4, pp. 753-757, 1995.
- [54] B. N. Brockhouse, "Slow neutron spectroscopy and the grand atlas of the physical world," *Reviews of Modern Physics*, vol. 67, no. 4, pp. 735-751, 1995.
- [55] W. H. Bragg and W. L. Bragg, "The Reflection of X-rays by Crystals I," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, vol. 88, no. 605, pp. 428-438, 1913.
- [56] W. H. Bragg, "The Reflection of X-rays by Crystals II," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, vol. 89, no. 610, pp. 246-248, 1913.

- [57] W. L. Bragg, "The Structure of Some Crystals as Indicated by Their Diffraction of X-rays," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, vol. 89, no. 610, pp. 248-277, 1913.
- [58] W. H. Bragg and W. L. Bragg, "The Structure of the Diamond," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, vol. 89, no. 610, pp. 277-291, 1913.
- [59] Y. Waseda, E. Matsubara and K. Shinoda, X-Ray Diffraction Crystallography: Introduction, Examples and Solved Problems, Berlin / Heidelberg: Springer, 2011.
- [60] A. Authier, Dynamical Theory of X-ray Diffraction, Oxford: Oxford University Press, 2001.
- [61] A. Authier, Early Days of X-ray Crystallography, Oxford: Oxford University Press, 2013.
- [62] M. A. Van Hove, W. H. Weinberg and C. Chan, Low-Energy Electron Diffraction: Experiment, Theory and Surface Structure Determination, Berlin / Heidelberg: Springer, 1986.
- [63] L. J. Clarke, Surface crystallography: An introduction to low energy electron diffraction, Chichester: John Wiley & Sons, Inc., 1985.
- [64] A. J. Schwartz, M. Kumar, B. L. Adams and D. P. Field, Editors, Electron Backscatter Diffraction in Materials Science, New York: Springer, 2009.
- [65] E. Rutherford, "Bakerian Lecture: Nuclear Constitution of Atoms," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, vol. 97, no. 686, pp. 374-400, 1920.
- [66] W. A. Ambarzumjan и D. D. Iwanenko, «Über eine Folgerung der Diracschen Theorie der Protonen und Elektronen,» *Доклады Академии Наук СССР, сер. А*, № 6, pp. 153-155, 1930.
- [67] V. Ambarzumian et D. Iwanenko, «Les électrons inobservables et les rayons β ,» *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, vol. 190, pp. 582-584, 1930.
- [68] J. Chadwick, "Possible Existence of a Neutron," *Nature*, vol. 129, no. 3252, p. 312, 1932.

- [69] J. Chadwick, "The existence of a neutron," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, vol. 136, no. 830, pp. 692-708, 1932.
- [70] D. D. Iwanenko, "The Neutron Hypothesis," *Nature*, vol. 129, no. 3265, p. 798, 1932.
- [71] J. Beringer, J. Arguin, R. M. Barnett, K. Copic and e. al., "Review of Particle Physics," *Physical Review D*, vol. 86, no. 1, pp. 1-1526, 2012.
- [72] P. Böni and A. Furrer, "Introduction to Neutron Scattering," in *Neutron Scattering in Layered Copper–Oxide Superconductors*, A. Furrer, Ed., Dordrecht, Boston, London, Kluwer Academic Publishers, 1998, pp. 1-22.
- [73] V. F. Sears, "Neutron scattering lengths and cross sections," *Neutron News*, vol. 3, no. 3, pp. 26-37, 1992.
- [74] J. L. Yarnell, G. P. Arnold, P. J. Bendt and E. C. Kerr, "Excitations in Liquid Helium: Neutron Scattering Measurements," *Physical Review*, vol. 113, no. 6, pp. 1379-1386, 1959.
- [75] L. D. Landau, "The Theory of Superfluidity of Helium II," *Journal of Physics (USSR)*, vol. 5, no. 1, pp. 71-90, 1941.
- [76] L. D. Landau, "On the Theory of Superfluidity of Helium II," *Journal of Physics (USSR)*, vol. 11, no. 1, pp. 91-92, 1947.
- [77] V. F. Sears, E. C. Svensson, P. Martel and A. D. B. Woods, "Neutron–Scattering Determination of the Momentum Distribution and the Condensate Fraction in Liquid ^4He ," *Physical Review Letters*, vol. 49, no. 4, pp. 279-282, 1982.
- [78] R. Pynn, "Neutron Scattering – A Primer," *Los Alamos Science*, vol. 19, pp. 1-31, 1990.
- [79] D. A. Tennant, T. G. Perring, R. A. Cowley and S. E. Nagler, "Unbound spinons in the $S=1/2$ antiferromagnetic chain KCuF_3 ," *Physical Review Letters*, vol. 70, no. 25, pp. 4003-406, 1993.
- [80] M. Mourigal, M. Enderle, A. Klöpperpieper, J. Caux, A. Stunault and H. M. Rønnow, "Fractional spinon excitations in the quantum Heisenberg antiferromagnetic chain," *Nature Physics*, vol. 9, no. 7, pp. 435-441, 2013.

- [81] L. D. Faddeev and L. Takhtajan, "What is the spin of a spin wave?," *Physics Letters A*, vol. 85, no. 6–7, pp. 375-377, 1981.
- [82] P. W. Anderson, "The resonating valence bond state in La_2CuO_4 and superconductivity," *Science*, vol. 235, no. 4793, pp. 1196-1198, 1987.
- [83] M. J. Harris, S. T. Bramwell, D. F. McMorrow, T. Zeiske and K. W. Godfrey, "Geometrical Frustration in the Ferromagnetic Pyrochlore $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$," *Physical Review Letters*, vol. 79, no. 13, pp. 2554-2557, 1997.
- [84] C. Castelnovo, R. Moessner and S. L. Sondhi, "Magnetic monopoles in spin ice," *Nature*, vol. 451, no. 7174, pp. 42-45, 2008.
- [85] T. Fennell, P. P. Deen, A. R. Wildes, K. Schmalzl, D. Prabhakaran, A. T. Boothroyd, R. J. Aldus, D. F. McMorrow and S. T. Bramwell, "Magnetic Coulomb Phase in the Spin Ice $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$," *Science*, vol. 326, no. 5951, pp. 415-417, 2009.
- [86] D. J. P. Morris, D. A. Tennant, S. A. Grigera, B. Klemke, C. Castelnovo, R. Moessner, C. Czternasty, M. Meissner, K. C. Rule and J. Hoffma, "Dirac Strings and Magnetic Monopoles in the Spin Ice $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$," *Science*, vol. 326, no. 5951, pp. 411-414, 2009.
- [87] H. Kadowaki, N. Doi, Y. Aoki, Y. Tabata, T. J. Sato, J. W. Lynn, K. Matsuhira and Z. Hiroi, "Observation of Magnetic Monopoles in Spin Ice," *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 78, no. 10, pp. 103706-103709, 2009.
- [88] E. Fermi, «Sul moto dei neutroni nelle sostanze idrogenate,» *Ricerca Scientifica*, vol. 7, n. 2, pp. 13-52, 1936.
- [89] G. Wick, „Über die Streuung von Neutronen an Kristallgittern,“ *Physikalische Zeitschrift*, Bd. 38, pp. 403-406, 1937.
- [90] K. K. Grigoryan, A. G. Hayrapetyan and R. G. Petrosyan, "On the neutron diffraction in crystals in the field of a standing sound wave," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*, vol. 268, no. 14, pp. 2366-2370, 2010.
- [91] A. G. Hayrapetyan, K. K. Grigoryan and R. G. Petrosyan, "On the neutron diffraction in a crystal under the influence of field of a sound wave," in *Sound Waves:*

Propagation, Frequencies and Effects, V. Abagnali and G. Fabbri, Eds., New York, Nova Science Publishers, 2012, pp. 151-173.

- [92] A. R. Mkrtchyan, A. G. Hayrapetyan, B. V. Khachatryan and R. G. Petrosyan, "On the possibility of high-energy neutron diffraction in a crystal in the field of laser radiation," *Physics of Atomic Nuclei*, vol. 73, no. 3, pp. 478-484, 2010.
- [93] A. G. Hayrapetyan, "On the Neutron Diffraction in Crystals in the Field of a Sound Wave," *Journal of Contemporary Physics*, vol. 44, no. 4, pp. 168-173, 2009.
- [94] C. Kittel, *Quantum Theory of Solids*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1963.
- [95] А. С. Давыдов, *Теория твёрдого тела*, Москва: Наука, 1976.
- [96] Х. Бётгер, *Принципы динамической теории решётки*, Москва: Мир, 1986.
- [97] A. Messiah, *Quantum Mechanics*, vol. 2, Amsterdam: North Holland, 1962.
- [98] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 10th ed., New York: Dover Publications, 1972.
- [99] C. Bloch and C. de Dominicis, "Un développement du potentiel de Gibbs d'un système quantique composé d'un grand nombre de particules," *Nuclear Physics*, vol. 7, pp. 459-479, 1958.
- [100] M. Gaudin, "Une démonstration simplifiée du théorème de Wick en mécanique statistique," *Nuclear Physics*, vol. 15, pp. 89-91, 1960.
- [101] Н. Н. Боголюбов и Н. Н. Боголюбов (мл.), *Введение в квантовую статистическую механику*, Москва: Наука, 1984.
- [102] N. D. Mermin, "A Short Simple Evaluation of Expressions of the Debye-Waller Form," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 7, no. 6, p. 1038, 1966.
- [103] T. D. Schultz, "Short Simple Evaluation of Expressions of the Debye-Waller Form Valid for Anharmonic Modes not in Thermal Equilibrium," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 8, no. 3, p. 581, 1967.
- [104] R. H. Terwiel, "Evaluation of Expressions of the Debye-Waller Form," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 8, no. 4, p. 926, 1967.
- [105] P. Debye, „Interferenz von Röntgenstrahlen und Wärmebewegung,“ *Annalen der Physik*, Bd. 348, Nr. 1, pp. 49-92, 1913.

- [106] I. Waller, „Zur Frage der Einwirkung der Wärmebewegung auf die Interferenz von Röntgenstrahlen,“ *Zeitschrift für Physik*, Bd. 17, Nr. 1, pp. 398-408, 1923.
- [107] I. Waller, „Die Einwirkung der Wärmebewegung der Kristallatome auf Intensität, Lage und Schärfe der Röntgenspektrallinien,“ *Annalen der Physik*, Bd. 388, Nr. 10, pp. 153-183, 1927.
- [108] P. L. Kapitza and P. A. M. Dirac, "The reflection of electrons from standing light waves," *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 29, no. 2, pp. 297-300, 1933.
- [109] H. Batelaan, "Illuminating the Kapitza–Dirac effect with electron," *Reviews of Modern Physics*, vol. 79, no. 3, pp. 929-941, 2007.
- [110] K. K. Grigoryan, «Possible contribution of sound wave to the value of the Debye–Waller factor,» *Հայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի լրաբեր*, т. 11, № 3, pp. 621-623, 2014.
- [111] R. J. Glauber, "Photon Correlations," *Physical Review Letters*, vol. 10, no. 3, pp. 84-86, 1963.
- [112] R. J. Glauber, "Coherent and Incoherent States of the Radiation Field," *Physical Review*, vol. 131, no. 6, pp. 2766-2788, 1963.
- [113] E. C. G. Sudarshan, "Equivalence of Semiclassical and Quantum Mechanical Descriptions of Statistical Light Beams," *Physical Review Letters*, vol. 10, no. 7, pp. 277-279, 1963.
- [114] R. P. Feynman, "An Operator Calculus Having Applications in Quantum Electrodynamics," *Physical Review*, vol. 84, no. 1, pp. 108-128, 1951.
- [115] J. Schwinger, "The Theory of Quantized Fields. III," *Physical Review*, vol. 91, no. 3, pp. 728-740, 1953.
- [116] А. М. Переломов, Обобщённые когерентные состояния и их применение, Москва: Наука, 1987.
- [117] С. В. Тябликов, Методы квантовой теории магнетизма, Москва: Наука, 1975.

- [118] K. K. Grigoryan, A. G. Hayrapetyan and R. G. Petrosyan, "On the neutron diffraction in a crystal in the field of a standing laser wave," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*, vol. 268, no. 16, pp. 2539-2543, 2010.
- [119] W. Xu, "Electron–photon–phonon interactions in polar semiconductors under free–electron laser irradiations," *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 10, no. 27, pp. 6105-6120, 1998.
- [120] Q. Lin, "Exact solutions for neutral particles in the field of a circularly polarized plane electromagnetic wave," *Physics Letters A*, vol. 342, no. 1–2, pp. 67-76, 2005.
- [121] C. J. Davisson and L. H. Germer, "The diffraction of electrons by a crystal of nickel," *Nature*, vol. 119, no. 2998, pp. 558-560, 1927.
- [122] C. J. Davisson and L. H. Germer, "Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel," *Physical Review*, vol. 30, no. 6, pp. 705-740, 1927.
- [123] H. Schwarz, H. A. Tourtellotte and W. W. Gaertner, "Direct observation of nonlinear scattering of electrons by laser beam," *Physics Letters*, vol. 19, no. 3, pp. 202-203, 1965.
- [124] L. S. Bartell, R. R. Roskos and H. Bradford Thomp, "Reflection of Electrons by Standing Light Waves: Experimental Study," *Physical Review*, vol. 166, no. 5, pp. 1494-1504, 1968.
- [125] Y. Takeda and I. Matsui, "Electron Reflection by Standing Wave of Giant Pulse Laser," *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 25, no. 4, p. 1202, 1968.
- [126] H. Pfeiffer, "Experimentelle prüfung der streuwarscheinlichkeit für elektronen beim Kapitza–Dirac–effekt," *Physics Letters A*, vol. 26, no. 8, pp. 362-363, 1968.
- [127] S. Altshuler, L. M. Frantz and R. Braunstein, "Reflection of Atoms from Standing Light Waves," *Physical Review Letters*, vol. 17, no. 5, pp. 231-232, 1966.
- [128] P. L. Gould, G. A. Ruff and D. E. Pritchard, "Diffraction of Atoms by Light: The Near–Resonant Kapitza–Dirac Effect," *Physical Review Letters*, vol. 56, no. 8, pp. 827-830, 1986.

- [129] P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Miklich and D. E. Pritchard, "Bragg scattering of atoms from a standing light wave," *Physical Review Letters*, vol. 60, no. 6, pp. 515-518, 1988.
- [130] P. H. Bucksbaum, M. Bashkansky and T. J. McIlrath, "Scattering of electrons by intense coherent light," *Physical Review Letters*, vol. 58, no. 4, pp. 349-352, 1987.
- [131] P. H. Bucksbaum, D. W. Schumacher and M. Bashkansky, "High-Intensity Kapitza-Dirac Effect," *Physical Review Letters*, vol. 61, no. 10, pp. 1182-1185, 1988.
- [132] S. Kunze, S. Dürr, K. Dieckmann, M. Elbs, U. Ernst, A. Hardell, S. Wolf and G. Rempe, "Standing wave diffraction with a beam of slow atoms," *Journal of Modern Optics*, vol. 44, no. 10, pp. 1863-1881, 1997.
- [133] Y. B. Ovchinnikov, J. H. Müller, M. R. Doery, E. J. D. Vredenburg, K. Helmerson, S. L. Rolston and W. D. Phillips, "Diffraction of a Released Bose-Einstein Condensate by a Pulsed Standing Light Wave," *Physical Review Letters*, vol. 83, no. 2, pp. 284-287, 1999.
- [134] D. L. Freimund, K. Aflatooni and H. Batelaan, "Observation of the Kapitza-Dirac effect," *Nature*, vol. 413, no. 6852, pp. 142-143, 2001.
- [135] D. L. Freimund and H. Batelaan, "Bragg Scattering of Free Electrons Using the Kapitza-Dirac Effect," *Physical Review Letters*, vol. 89, no. 28, pp. 283602.1-4, 2002.
- [136] K. Hornberger, S. Gerlich, P. Haslinger, S. Nimmrichter and M. Arndt, "Quantum interference of clusters and molecules," *Reviews of Modern Physics*, vol. 84, no. 1, pp. 157-173, 2012.
- [137] O. Nairz, B. Brezger, M. Arndt and A. Zeilinger, "Diffraction of Complex Molecules by Structures Made of Light," *Physical Review Letters*, vol. 87, no. 16, pp. 160401.1-4, 2001.
- [138] S. Gerlich, S. Eibenberger, M. Tomandl, S. Nimmrichter, K. Hornberger, P. J. Fagan, J. Tüxen, M. Mayor and M. Arndt, "Quantum interference of large organic molecules," *Nature Communications*, vol. 2, pp. 263.1-5, 2011.

- [139] H. Batelaan, "The Kapitza–Dirac effect," *Contemporary Physics*, vol. 41, no. 6, pp. 369-381, 2000.
- [140] L. S. Bartell, "Reflection of Electrons by Standing Light Waves: A Simple Theoretical Treatment," *Journal of Applied Physics*, vol. 38, no. 4, pp. 1561-1566, 1967.
- [141] М. В. Федоров, «Эффект Капицы–Дирака в сильном поле излучения,» *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*, т. 52, № 5, pp. 1434-1445, 1967.
- [142] H. Ezawa and H. Nomaizawa, "Theory of the Kapitza–Dirac Effect," *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 26, no. 2, pp. 458-468, 1969.
- [143] M. M. Nieto, "Diffraction of Electrons by Standing Electromagnetic Waves: The Kapitza–Dirac Effect," *American Journal of Physics*, vol. 37, no. 2, pp. 162-169, 1969.
- [144] C. V. Raman and N. S. Nagendra Nath, "The Diffraction of Light by High Frequency Sound Waves: Part IV. Generalised Theory," *Proceedings of the Indian Academy of Science, Section A*, vol. 3, no. 2, pp. 119-125, 1936.
- [145] C. V. Raman and N. S. Nagendra Nath, "The Diffraction of Light by High Frequency Sound Waves: Part V. General Considerations. Oblique Incidence and Amplitude Changes," *Proceedings of the Indian Academy of Science, Section A*, vol. 3, no. 5, pp. 459-465, 1936.
- [146] Y. W. Chan and W. L. Tsui, "Classical theory of scattering of an electron beam by a laser standing wave," *Physical Review A*, vol. 20, no. 1, pp. 294-303, 1979.
- [147] М. А. Ефремов и М. В. Федоров, «Классическая и квантовая версии эффекта Капицы–Дирака,» *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*, т. 116, № 3, pp. 870-884, 1999.
- [148] M. A. Efremov and M. V. Fedorov, "Kapitza–Dirac Effect: Classical and Quantum Regimes," *Laser Physics*, vol. 10, no. 1, pp. 182-187, 2000.
- [149] M. A. Efremov and M. V. Fedorov, "Wavepacket theory of the Kapitza–Dirac effect," *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, vol. 33, no. 20, pp. 4535-4550, 2000.

- [150] М. А. Ефремов, «Переход к классике в теории эффекта Капицы–Дирака в пределе сильного поля,» *Журнал "Исследовано в России"*, т. 6, pp. 693-702, 2003.
- [151] А. И. Никишов и В. И. Ритус, «Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле,» *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*, т. 46, № 2, pp. 776-796, 1964.
- [152] А. И. Никишов и В. И. Ритус, «Нелинейные эффекты в комптоновском рассеянии и образовании пар, связанные с поглощением нескольких фотонов,» *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*, т. 47, № 3, pp. 1130-1133, 1964.
- [153] L. S. Brown and T. W. B. Kibble, "Interaction of Intense Laser Beams with Electrons," *Physical Review*, vol. 133, no. 3A, pp. 705-719, 1964.
- [154] I. I. Goldman, "Intensity Effects in Compton Scattering," *Physics Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 103-106, 1964.
- [155] Z. Fried and J. H. Eberly, "Scattering of a High-Intensity, Low-Frequency Electromagnetic Wave by an Unbound Electron," *Physical Review*, vol. 136, no. 3B, pp. 871-887, 1964.
- [156] J. H. Eberly, "Interaction of Very Intense Light with Free Electrons," in *Progress in Optics*, vol. 7, Amsterdam, London, North-Holland Publishing Company, 1969, pp. 359-415.
- [157] N. B. Narozhny, "A Relativistic Electron in a Focused Laser Pulse," *Laser Physics*, vol. 15, no. 10, pp. 1458-1476, 2005.
- [158] C. Harvey, T. Heinzl and A. Ilderton, "Signatures of high-intensity Compton scattering," *Physical Review A*, vol. 79, no. 6, pp. 063407.1-17, 2009.
- [159] H. R. Reiss, "Mass shell of strong-field quantum electrodynamics," *Physical Review A*, vol. 89, no. 2, pp. 022116.1-5, 2014.
- [160] H. K. Avetissian, "Diffraction of electrons on the travelling electromagnetic wave," *Physics Letters A*, vol. 58, no. 3, pp. 144-146, 1976.

- [161] V. M. V.M.Haroutunian and H. K. Avetissian, "An analogue of the Kapitza–Dirac effect," *Physics Letters A*, vol. 51, no. 6, pp. 320-322, 1975.
- [162] O. Smirnova, D. L. Freimund, H. Batelaan and M. Ivanov, "Kapitza–Dirac Diffraction without Standing Waves: Diffraction without a Grating?," *Physical Review Letters*, vol. 92, no. 22, pp. 223601.1-4, 2004.
- [163] M. M. Dellweg and C. Müller, "Kapitza-Dirac scattering of electrons from a bichromatic standing laser wave," *Physical Review A*, vol. 91, no. 6, pp. 062102.1-7, 2015.
- [164] А. П. Казанцев и Г. И. Сурдутович, «Эффект Капицы–Дирака для атомов в сильном резонансном поле,» *Письма в ЖЭТФ*, т. 21, № 6, pp. 346-349, 1975.
- [165] S. Eilzer, H. Zimmermann and U. Eichmann, "Strong-Field Kapitza-Dirac Scattering of Neutral Atoms," *Physical Review Letters*, vol. 112, no. 11, pp. 113001.1-5, 2014.
- [166] M. Kasevich and S. Chu, "Atomic interferometry using stimulated Raman transitions," *Physical Review Letters*, vol. 67, no. 2, pp. 181-184, 1991.
- [167] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer and A. Zeilinger, "Atom Wave Interferometry with Diffraction Gratings of Light," *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 14, pp. 2633-2637, 1995.
- [168] D. M. Giltner, R. W. McGowan and S. A. Lee, "Atom Interferometer Based on Bragg Scattering from Standing Light Waves," *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 14, pp. 3638-3641, 1995.
- [169] Y. Torii, Y. Suzuki, M. Kozuma, T. Sugiura, T. Kuga, L. Deng and E. W. Hagley, "Mach–Zehnder Bragg interferometer for a Bose–Einstein condensate," *Physical Review A*, vol. 61, no. 4, pp. 041602.1-4, 2000.
- [170] S. Gerlich, L. Hackermüller, K. Hornberger and et al., "A Kapitza–Dirac–Talbot–Lau interferometer for highly polarizable molecules," *Nature Physics*, vol. 3, no. 10, pp. 711-715, 2007.
- [171] K. Hornberger, S. Gerlich and H. Ulbricht, "Theory and experimental verification of Kapitza–Dirac–Talbot–Lau interferometry," *New Journal of Physics*, vol. 11, no. 4, pp. 043032.1-23, 2009 .

- [172] W. D. Li, T. He and A. Smerzi, "Multimode Kapitza–Dirac Interferometry with Trapped Cold Atoms," *Physical Review Letters*, vol. 113, no. 2, pp. 023003.1-5, 2014.
- [173] A. H. Zewail and P. Baum, "Attosecond electron pulses for 4D diffraction and microscopy," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, vol. 104, no. 47, pp. 18409-18414, 2007.
- [174] S. A. Hilbert, C. Uiterwaal, B. Barwick, H. Batelaan and A. H. Zewail, "Temporal lenses for attosecond and femtosecond electron pulses," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, vol. 106, no. 26, pp. 10558-10563, 2009.
- [175] K. P. Marzlin, "Ramsey-Bordé interferometer for electrons," *Physical Review A*, vol. 88, no. 4, pp. 043621.1-5, 2013.
- [176] F. Ehlotzky and C. Leubner, "Elementary theory of the Kapitza–Dirac effect," *Optics Communications*, vol. 10, no. 2, pp. 175-180, 1974.
- [177] F. Ehlotzky, "Backward diffraction of electrons by a standing light wave," *Physics Letters A*, vol. 47, no. 6, pp. 491-492, 1974.
- [178] F. Ehlotzky, "Diffraction of Electrons by Two and Three Mutually Orthogonal Standing Light Waves," *Canadian Journal of Physics*, vol. 53, no. 2, pp. 157-164, 1975.
- [179] F. Ehlotzky and C. Leubner, "Elastic and inelastic scattering of electrons by a standing wave of intense and coherent light," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 8, no. 11, pp. 1806-1813, 1975.
- [180] A. G. Hayrapetyan, K. K. Grigoryan, J. B. Götte and R. G. Petrosyan, "Kapitza–Dirac Effect with Traveling Waves," *New Journal of Physics*, vol. 17, no. 8, pp. 082002.1-8, 2015.
- [181] H. K. Avetissian, *Relative Nonlinear Electrodynamics: Interaction of Charged Particles with Strong and Super Strong Laser Fields*, New York: Springer, 2006.
- [182] H. K. Avetissian, "Electron diffraction on a traveling wave: “Inelastic Kapitza–Dirac effect”," *Laser and Particle Beams*, vol. 34, no. 3, pp. 480-492, 2016.

- [183] C. V. Raman and N. S. Nagendra Nath, "The Diffraction of Light by High Frequency Sound Waves: Part I," *Proceedings of the Indian Academy of Science, Section A*, vol. 2, no. 4, pp. 406-412, 1935.
- [184] C. V. Raman and N. S. Nagendra Nath, "The Diffraction of Light by Sound Waves of High Frequency: Part II," *Proceedings of the Indian Academy of Science, Section A*, vol. 2, no. 4, pp. 413-420, 1935.
- [185] C. V. Raman and N. S. Nagendra Nath, "The Diffraction of Light by High Frequency Sound Waves: Part III. Doppler Effect and Coherence Phenomena," *Proceedings of the Indian Academy of Science, Section A*, vol. 3, no. 1, pp. 75-84, 1936.
- [186] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th (expanded) ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [187] D. I. Blokhintsev, *Quantum Mechanics*, Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Co., 1964.
- [188] Б. М. Болотовский и С. Н. Столяров, «Современное состояние электродинамики движущихся сред (Безграничные среды),» *Успехи физических наук*, т. 114, № 4, pp. 569-608, 1974.
- [189] R. N. C. Pfeifer, T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg and H. Rubinsztein–Dunlop, "Momentum of an electromagnetic wave in dielectric media," *Reviews of Modern Physics*, vol. 79, no. 4, pp. 1197-1216, 2007.
- [190] B. A. Kemp, "Resolution of the Abraham–Minkowski debate: Implications for the electromagnetic wave theory of light in matter," *Journal of Applied Physics*, vol. 109, no. 11, pp. 111101.1-17, 2011.
- [191] I. Brevik, "Experiments in phenomenological electrodynamics and the electromagnetic energy-momentum tensor," *Physics Reports*, vol. 52, no. 3, pp. 133-201, 1979.
- [192] U. Leonhardt, "Momentum in an uncertain light," *Nature*, vol. 444, no. 7121, pp. 823-824, 2006.

- [193] H. Minkowski, „Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern,“ *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, Nr. 1, pp. 53-111, 1908.
- [194] M. Abraham, «Zur Elektrodynamik bewegter Körper,» *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, vol. 28, n. 1, pp. 1-28, 1909.
- [195] M. Abraham, «Sull'elettrodinamica di Minkowski,» *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, vol. 30, n. 1, pp. 33-46, 1910.
- [196] S. M. Barnett, "Resolution of the Abraham–Minkowski Dilemma," *Physical Review Letters*, vol. 104, no. 7, pp. 070401.1-4, 2010.
- [197] S. M. Barnett and R. Loudon, "The enigma of optical momentum in a medium," *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, vol. 368, no. 1914, pp. 927-939, 2010.