

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ**  
**НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АРХИТЕКТУРЫ И**  
**СТРОИТЕЛЬСТВА АРМЕНИИ**

**ДАВЕЯН СМБАТ АРУТОВИЧ**

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ**  
**ПРИ СТАТИЧЕСКОМ И ДИНАМИЧЕСКОМ**  
**ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

**ДИССЕРТАЦИЯ**

**на соискание ученой степени доктора технических наук**  
**по специальности 05.23.01 - «Строительные конструкции, здания,**  
**сооружения, строительные материалы и строительная механика»**

**Научный консультант:**

**доктор технических наук,**  
**профессор МИНАСЯН Р.С.**

**ЕРЕВАН - 2016**

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	6
<b>ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ</b> .....	10
<b>1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ РАСЧЕТА КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ</b> .....	15
<b>2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ И ОСНОВАНИЙ</b> .....	30
2.1. Определение угла наклона диафрагмы высотных крупнопанельных зданий вследствие податливости основания .....	32
2.2. Деформации основания высотного крупнопанельного здания с учетом пол- зучести грунта.....	37
2.3. Метод расчета устойчивости высотного крупнопанельного здания под воз- действием собственного веса с учетом податливости грунта основания.....	42
<b>3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯ- НИЯ НЕСУЩИХ СТЕН КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ</b> .....	53
3.1. Напряженно-деформированное состояние швов несущих стен и стояков вы- сотных крупнопанельных зданий под воздействием внешних вертикальных нагрузок .....	53
3.2. Напряжения в поперечной диафрагме крупнопанельных высотных зданий с дверными и оконными проемами.....	66
3.3. Напряженно-деформированное состояние сплошной стеновой панели с уче- том воздействия соседних элементов.....	71
3.4. Метод расчета напряженно-деформированного состояния поперечной диаф- рагмы с проемами.....	76
3.5. Приближенный метод определения несущей способности внутренних стен крупнопанельных высотных зданий.....	82
3.6. Метод расчета устойчивости стояка каркаса крупнопанельных высотных зданий .....	85
3.7. Метод расчета кручения высотного крупнопанельного здания под воздей-	

ствием горизонтальной нагрузки.....	92
<b>4. СОВМЕСТНАЯ РАБОТА СТЕН И ОБЛИЦОВОЧНЫХ ПЛИТ.....</b>	<b>99</b>
4.1. Совместная работа бетона и облицовочных плит несущих стен крупнопанельных зданий .....	99
4.2. Напряженно-деформированное состояние несущей панели стены с облицовочными плитами при учете ползучести контактного шва .....	108
<b>5. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ .....</b>	<b>118</b>
5.1. Метод расчета местных напряжений в углах проема несущей диафрагмы .....	118
5.2. Метод расчета коэффициентов податливости связей несущих диафрагм с учетом пластических деформаций .....	123
5.3. Установление коэффициентов жесткости стен крупнопанельного здания, ослабленного дверными или оконными рядами перемычек, с учетом пластической деформации .....	129
5.4. Напряжения переходного участка ступенчатой колонны от вертикальной нагрузки .....	137
5.5. Напряженно-деформированное состояние диафрагмы с проемом под воздействием горизонтальной нагрузки.....	141
5.6. Напряженное состояние стены под воздействием опирающейся на нее балки...	147
<b>6. ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ .....</b>	<b>157</b>
6.1. Влияние деформации фундамента на колебания зданий при динамической нагрузке .....	158
6.2. Метод расчета касательных напряжений в стыковых соединениях продольных и поперечных стен зданий под воздействием горизонтальных динамических сил .....	162
6.3. Напряжения в стыковых соединениях несущих стен крупнопанельного здания при продольном динамическом воздействии нагрузки с учетом	

влияния основания .....	168
6.4. Приближенный метод расчета крупнопанельного высотного здания при продольном динамическом воздействии нагрузки с учетом упругих свойств материала здания и основания .....	174
6.5. Напряженно-деформированное состояние продольных несущих стен и стыков междуэтажных перекрытий крупнопанельных зданий при воздействии динамической нагрузки .....	184
6.6. Напряжения в стыковых соединениях каркаса высотного крупнопанельного здания, возникающие под действием динамических нагрузок .....	190
6.7. Оценка сейсмостойкости крупнопанельных высокоэтажных зданий методом теории вероятности и математической статистики .....	195
<b>7. ПРОГРАММА, ОБЪЕКТЫ, МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ .....</b>	<b>202</b>
7.1. Экспериментальные исследования при статическом воздействии нагрузки .....	202
7.1.1. Программа проведения экспериментальных исследований .....	202
7.1.2. Объекты экспериментальных исследований .....	203
7.1.3. Экспериментальная установка и методика проведения экспериментов.....	208
7.1.4. Методика испытания кубиков и призм для выявления прочностных и деформационных показателей цементно-песчаного раствора .....	210
7.1.5. Методика испытания диафрагм-моделей при горизонтальной статической нагрузке .....	218
7.1.6. Анализ результатов экспериментальных исследований .....	219
7.2. Экспериментальные исследования при динамическом воздействии нагрузки...	226
7.2.1. Объекты экспериментальных исследований .....	230
7.2.2. Экспериментальная установка и методика проведения экспериментов диафрагмы-модели .....	232
<b>8. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАТУРНЫХ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ И АНАЛИЗ ИХ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ ПО СН РА II - 6.02-2006 И</b>	

<b>ТРЕМ МОДЕЛИРОВАННЫМ АКСЕЛЕРОГРАММАМ .....</b>	<b>236</b>
8.1. Анализ существующих теоретических и экспериментальных исследований динамических характеристик крупнопанельных зданий .....	236
8.2. Натурные исследования 9- и 12-этажных крупнопанельных зданий в г. Ереван .....	242
8.2.1. Определение динамических характеристик 12-этажного крупнопанельного здания, находящегося по адресу: г. Ереван, ул. Маркаряна 45 .....	244
8.2.2. Определение динамических характеристик 9-этажного крупнопанельного здания, находящегося по адресу: г. Ереван, Давидашен 43 .....	248
8.2.3. Определение динамических характеристик 9-этажного крупнопанельного здания, находящегося по адресу: г. Ереван, ул. Бабаджаняна 63 .....	249
8.3. Сравнительный анализ сейсмических поперечных сил по СН РА II-6.02-2006 и моделированным акселерограммам .....	250
<b>ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ .....</b>	<b>256</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>262</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Первые панельные дома появились в Голландии после Первой мировой войны, а позднее их начали строить в Германии, Франции, Швеции и Финляндии.

Строительство зданий из крупных панелей позволяет существенно повысить степень индустриальности строительства и производительность труда, снизить стоимость строительства и сократить сроки возведения зданий.

В современном строительстве крупнопанельные конструкции применяются для возведения жилых домов, общественных и промышленных зданий. Наибольшее распространение крупнопанельные конструкции получили в массовом жилищно-гражданском строительстве, где сооружение зданий из крупных панелей, изготовленных на домостроительных комбинатах и заводах, позволяет в 1,5-2 раза сократить сроки строительства и снизить затраты труда на строительной площадке на 30-40 % [364].

Крупнопанельное домостроение получило широкое распространение в 50-х годах XX века и сыграло важную роль в ликвидации острого дефицита жилья во многих странах послевоенной Европы. В бывшем СССР на конец 80-х годов доля полносборного крупнопанельного жилья составила 60 % от общего объема жилищного строительства в стране, а в некоторых городах - 75-90 % [364].

В последние десятилетия крупнопанельное домостроение, особенно высотное, находится в состоянии ускоренного развития, основанием которому послужила разработка качественно новых строительных конструкций, заменивших массивные элементы сборными тонкостенными узлами. Новый подход к решению проблемы теории напряженно-деформированного состояния всей строительной конструкции как единой, механической динамической системы, а также новые научные основы проектирования крупнопанельных зданий направлены на резкое повышение их надежности и долговечности. Неоспоримы значительный качественный рост и экономическая эффективность полносборного высотного домостроения строительной системы в результате сокращения продолжительности и трудоемкости строительства и наличия сравнительно высококачественных несущих

щих элементов всего здания. Благодаря решению сложных задач рассматриваемой проблемы удалось строительную промышленность высотного домостроения перевести на индустриальные рельсы.

Строительство зданий из крупных панелей позволяет существенно повысить степень индустриальности строительства, следовательно, и производительность труда, снизить стоимость строительства и сократить сроки возведения зданий.

Вместе с тем не редки случаи, когда при расчете и проектировании зданий не учитываются внешне незаметные особые сочетания нагрузок, возникающих, например, при эксплуатации сооружений в сложных условиях, в том числе при землетрясении, сопровождающемся одновременно разнонаправленными колебаниями. Причиной такого подхода является отставание уровня современной теории строительной механики от требований практических задач, а следствием - огромный экономический ущерб от разрушения строений и многочисленные человеческие жертвы.

Естественно, современное состояние высотного крупнопанельного строительства зданий, уровень развития соответствующих теорий расчетов напряженно-деформированного состояния системы несущих элементов зданий и оснований требуют от ученых, занимающихся данной проблемой, проведения продолжительных целенаправленных исследований для разработки новых аспектов в теории строительной механики и практических навыков в области высотного крупнопанельного строительства зданий.

В свете поставленных задач рассматриваемой проблемы анализ результатов проведенных исследований показывает, что для дальнейшего повышения эксплуатационной надежности зданий с увеличением их высоты, особенно в сейсмических зонах, необходимо использовать новые, более прочные и легкие материалы.

Вместе с тем в несущих конструкциях используются высококачественные бетоны и прочные стали, а в ограждающих элементах - только легкие бетоны, для стыков - эффективные теплоизоляционные материалы.

Заметим, что еще имеются достаточно малоизученные сложные процессы, которые возникают от взаимной работы между несущими стенами, фундаментами и грунтами

под их основанием, от влияния податливости соединений между сборными элементами и других факторов. В этой области еще предстоит решить ряд задач по уточнению некоторых положений динамики и статики теории расчета крупнопанельных высотных зданий, направленных на повышение их эксплуатационной надежности в обычных и сложных ситуациях.

Естественно, рост масштаба крупнопанельного домостроения требует дальнейшего развития теории расчета всей системы зданий путем творческого применения основ строительной механики и новых современных методов проведения экспериментальных исследований, служащих важным подспорьем для разработки новых рациональных методов проектирования крупнопанельных высотных зданий с повышенной надежностью и минимальной стоимостью.

Реальное решение рассматриваемой проблемы связано с обеспечением несущей способности зданий, что требует более глубоких и интенсивных исследований напряженно-деформированного состояния несущих стен и их стыков.

Общие вопросы развития теории расчета зданий и сооружений рассмотрены в работах известных ученых строительной механики: В.В. Болотина, В.З. Власова, Б.Г. Галеркина, Г.А. Гениева, Б.Н. Жемочкина, А.Н. Крылова, Б.Г. Коренева, Р.Р. Матевосяна, П.Ф. Папковича, П.А. Пастернака, А.И. Рабиновича, В.Д. Райзера, А.Р. Ржаницына, Н.Н. Складнева и др.

Вопросы прочности, жесткости, устойчивости, трещиностойкости, колебаний и сейсмостойкости крупнопанельных зданий рассмотрены в работах В.З. Власова, А.А. Гагариной, И.И. Гольденבלата, М.И. Горбунов-Посадова, П.Ф. Дроздова, Ю.А. Дыховичного, В.К. Егупова, А.С. Калманока, Н.И. Левина, В.И. Лишака, Р.Р. Матевосяна, И.Е. Милейковского, Н.В. Морозова, Н.А. Николаенко, Л.Л. Панышина, Д.А. Питлюка, С.В. Полякова, Р.С. Минасяна, Г.К. Хайдукова, Э.Е. Хачияна, Д.Н. Соболева, В.В. Ханджи, П.П. Шагина и др.

Анализ работ перечисленных исследователей показывает, что в решении поставленных задач имеется ряд завершенных теорий расчетов, базированных на дискретной,



дискретно-континуальной и консольно-заменяющей расчетных схемах [33-309]. Сравнительная оценка указанных трех схем показывает, что из них высокую точность результатов расчетов обеспечивает дискретно-континуальная схема, теоретической основой которой является теория составных стержней А.Р. Ржаницына. Из числа решенных вариантов этих задач есть много работ, сложных и даже недоступных методам строительной механики. Для их решения целесообразно разработать приемлемую методику исследования, применяя методы теории упругости.

Основная сложность точного решения этих задач заключается в невозможности прогнозирования повреждений несущих конструкций зданий вследствие просадки грунта основания или под воздействием других факторов.

Методика теории расчета задачи пока окончательно не разработана, и потому для оценки влияния жесткости надземной части здания на работу конструкции фундамента используются приближенные приемы.

Анализ материалов обзора литературы в целом указывает на необходимость доработки теории расчета динамических касательных напряжений в соединениях и перемычках панелей крупнопанельных многоэтажных зданий. При этом расчетные модели должны достаточно близко соответствовать действительной работе зданий в натуре.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Развитие жилищного строительства в нашей республике и во всем мире требует дальнейшего увеличения объема строительства крупнопанельных зданий и решения проблемы повышения их надежности, долговечности и экономической эффективности.

Применение крупнопанельных элементов в строительстве привело к качественным изменениям проектирования и возведения зданий: изменились конструктивные схемы, появились новые возможности повышения безопасности и долговечности зданий, уменьшения расхода материалов, веса и снижения себестоимости конструкций.

Решение данной проблемы связано главным образом от уровня развития строительной механики, задачей которой является обеспечение требуемой несущей способности рассматриваемых зданий, стен, их стыков, отдельных узлов и элементов.

Однако на практике преимущества крупнопанельных зданий используются далеко не полностью. Часть реализации имеющихся резервов скрывается в несовершенной методике расчета и недостаточной изученности несущих конструкций.

Необоснованное проектирование зданий при воздействии особых сочетаний нагрузок может привести к большим материальным ущербам и человеческим жертвам.

Мировое масштабное строительство крупнопанельных зданий на специалистов строительной механики возлагает следующую обязанность – учитывать каждый элемент достижений науки, способствующий уточнению размеров, сечений и количества арматуры, которая в конечном итоге приведет к повышению экономической эффективности конструкции.

Следовательно, актуальным является разработка и реализация новых, научно обоснованных и эффективных методов расчета крупнопанельных зданий.

Решение указанных задач требует проведения комплексных теоретических и экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния несущих стен и их стыков при статическом и динамическом воздействиях.

**Цель и задачи исследований.** Целью проведения теоретических и экспериментальных исследований является выявление реальной сути соответствия основ теории расчета и совершенных методов проектирования крупнопанельных зданий с практическими требованиями домостроительной промышленности.

Не умоляя заслуги зарубежных и отечественных ученых научных центров по строительной механике, их весомый вклад в формировании и развитии теоретико-методологических основ проектирования крупнопанельных зданий, следует признать, что в области рассматриваемой проблемы еще имеется ряд недостаточно разработанных важных задач.

Для достижения представленной цели в настоящей диссертационной работе рассматриваются следующие задачи:

- выявление влияния податливости основания высотных крупнопанельных зданий на напряженно-деформированное состояние диафрагмы зданий;
- установление закономерности изменения деформации основания высотного крупнопанельного здания с учетом ползучести грунта;
- разработка метода расчета устойчивости высотного крупнопанельного здания под воздействием собственного веса;
- установление напряженно-деформированного состояния швов несущих стен и стояков высотных крупнопанельных зданий под воздействием внешних вертикальных нагрузок;
- установление напряженно-деформированного состояния поперечной диафрагмы высотных крупнопанельных зданий с дверными и оконными проемами;
- установление напряженно-деформированного состояния сплошной стеновой панели с учетом воздействия соседних элементов;
- разработка метода расчета кручения высотного крупнопанельного здания под воздействием горизонтальной нагрузки.
- разработка метода расчета совместной работы бетона и облицовочных плит несущих стеновых панелей крупнопанельных зданий с учетом и без учета ползучести

контактного шва;

- установление местных напряжений, возникающих в углах проема несущей диафрагмы;
- разработка метода расчета коэффициентов податливости связей несущих диафрагм с учетом пластических деформаций;
- установление коэффициентов жесткости стен крупнопанельного здания, ослабленного дверными или оконными рядами перемычек, при пластической деформации;
- установление напряженно-деформированного состояния переходного участка ступенчатой колонны от вертикальной нагрузки;
- установление напряженного состояния стены под воздействием опирающейся на нее балки.
- определение влияния деформации фундамента на колебания зданий при динамической нагрузке;
- разработка метода расчета касательных напряжений в стыковых соединениях продольных и поперечных стен зданий под воздействием горизонтальных динамических сил;
- теория расчета динамических касательных напряжений в стыковых соединениях наружных и внутренних несущих стен крупнопанельного здания под воздействием динамической нагрузки в горизонтальном направлении;
- определение напряженного состояния стыковых соединений несущих стен крупнопанельного здания при продольном динамическом воздействии нагрузки с учетом влияния деформации основания;
- установление напряженно-деформированного состояния продольных несущих стен и стыков междуэтажных перекрытий крупнопанельных зданий под воздействием динамической нагрузки;
- определение напряжений в стыковых соединениях каркаса высотного крупнопанельного здания, возникающих под воздействием динамических нагрузок;
- оценка сейсмостойкости крупнопанельных зданий методом теории вероятности и

математической статистики.

**Научная новизна работы.** Впервые разработаны новые концептуальные подходы относительно развития теории расчета высотных крупнопанельных зданий под воздействием статических и динамических нагрузок.

Впервые проведены следующие исследования:

- определены угол наклона, наибольшее перемещение вершины диафрагмы, деформации основания здания и установлены условия устойчивости высотного крупнопанельного здания с учетом податливости основания;
- вариационными методами теории упругости установлено напряженно-деформированное состояние сплошных и проемных несущих стен и их стыков при вертикальном и горизонтальном воздействии нагрузки;
- определен угол закручивания здания и установлены прочностные и жесткостные условия при кручении высотного крупнопанельного здания под воздействием несимметричных горизонтальных нагрузок;
- установлено напряженно-деформированное состояние в контактном слое несущей стены и облицовочных плит с учетом и без учета ползучести контактного шва;
- установлено напряженное состояние в переходном участке простенка с подоконной перемычкой при вертикальном и горизонтальном воздействии нагрузки;
- установлены коэффициенты жесткости стен крупнопанельного здания с проемами при учете пластической деформации;
- установлено напряженно-деформированное состояние стены под воздействием опирающейся на нее балки с помощью системы уравнений функции деформации Ламэ;
- установлено влияние жесткости фундамента на работу подземной части здания при динамическом воздействии нагрузки;
- установлено напряженное состояние в швах соединений наружных и внутренних несущих стен при внезапном воздействии горизонтальной и вертикальной динамической нагрузки;
- установлено напряженно-деформированное состояние в стыках швов продольных

- стен и междуэтажных перекрытий крупнопанельных зданий под воздействием динамической силы;
- установлена сейсмостойкость крупнопанельных высокоэтажных зданий методом теории вероятности и математической статистики.

**Практическая ценность.** Результаты теоретических и экспериментальных исследований несущих стен и их стыков можно использовать в руководствах по проектированию крупнопанельных зданий, в строительных нормативных документах и научно-исследовательских работах при разработке новых стеновых панелей и конструктивных схем их стыков.

Предложенные формулы, выводы и рекомендации могут быть использованы для установления напряженно-деформированного состояния несущих стен и их элементов.

Результаты аналитических решений рассмотренных динамических задач могут послужить критериями для оценки динамических напряжений в столбах диафрагмы, связях, соединениях и монтажных швах несущих панелей.

Полученные расчетные формулы и рекомендации могут послужить основой для разработки машинных способов расчета и проектирования крупнопанельных зданий и для студентов вузов при выполнении курсовых проектов и дипломных работ по специальностям: гражданское, промышленное и гидротехническое строительство.

# 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ РАСЧЕТА КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ

Началом разработки теории расчета зданий и сооружений считаются 1907-1950-е годы прошлого столетия, когда появились труды Е. Melan [351], А.Н. Крылова [154], К.С. Завриева [123, 124], Л.С. Гильмана [53], Б.Г. Галеркина [46, 47], М.А. Biot [328], А.И. Рабиновича [240], Е. Reissner [357], К.Е. Егорова [113, 114], И.И. Гольденבלата и др. [55, 56], А.Г. Назарова [213, 214], М. Hetenyi [340], Д.Д. Баркана [16], В.З. Власова и Н.Н. Леонтьева [40], А.А. Гвоздева и Н.И. Карпенко [50], А.П. Синицына [261, 262], G.W. Housner [344, 345], В.В. Болотина [33, 34], П.Ф. Дроздова и др. [105-111] и других ученых.

Научные основы теории расчета зданий и сооружений разработаны начиная с 1950 г. известными учеными - В.В. Болотиным [33, 34], В.З. Власовым и Н.Н. Леонтьевым [40], Б.Г. Галеркиным [46, 47], Г.А. Гениевым, В.Н. Киссюком и Г.А. Тюпиным [51], А.Н. Крыловым [154], Б.Г. Корневым [147], Р.Р. Матевосяном и др. [174-176], Р.С. Минасяном и др. [182-188, 190-199, 201-204], П.А. Пастернаком [225], В.Д. Райзером [241], А.Р. Ржаницыным [244-246] и другими учеными.

Особо следует указать большие заслуги ученых, разработавших теории расчета прочности, жесткости, устойчивости, трещиностойкости, колебаний и сейсмостойкости крупнопанельных зданий: В.З. Власов и Н.Н. Леонтьев [40], А.А. Гагарина и др. [44, 45], И.И. Гольденבלат и др. [55, 56], П.Ф. Дроздов и др. [105-111], Ю.А. Дыховичный [112], М.И. Горбунов-Посадов и др. [57, 58], В.К. Егупов и др. [115, 116], А.С. Калманок [132, 133], И.Л. Корчинский [148, 149], Б.А. Косицин и др. [150-152], Т.Ф. Кузнецов и др., [155], П.Г. Лабозин [160, 161], Н.И. Левин и др. [162, 163], В.И. Лишак [165, 166], Р.Р. Матевосян и др. [174-176], И.Е. Милейковский [180, 181], Р.С. Минасян и др. [182-188, 190-199, 201-204], Н.В. Морозов, В.Т. Цимблер [208], Ю.Б. Морозов [209], Л.Л. Паньшин [223], Д.А. Питлюк и др. [227-229], С.В. Поляков и др. [231-236], Д.Н. Соболев и др. [266-268], В.В. Ханджи [294, 295], Э.Е. Хачиян и др. [296-304], П.П. Шагин [308, 309] и другие.

Не умаляя заслуг авторов-исследователей перечисленных литературных источников, считаем необходимым также отметить результаты работ ряда ученых по некоторым особенно важным направлениям теорий расчета зданий и сооружений, базированных на дискретной (Попова Т.А. [237]), дискретно-континуальной (Гусельников В.М. [66], Дроздов П.Ф., Себикин И.М. [106], Дроздов П.Ф. [109], Подольский Д.М. [230], Сигалов Э.Е. [259]) и консольно-заменяющей (Косицын Б.А. [150]) расчетных схемах. Наиболее удачной и универсальной из этих схем для многоэтажных крупнопанельных зданий, как было отмечено выше, является дискретно-континуальная схема, предложенная А.Р. Ржаницыным [245]. Достаточно важные, с практической точки зрения, результаты получены также П.Ф. Дроздовым и И.М. Себикиным [106].

В действительности имеется ряд решений задачи совместной работы зданий и оснований, однако некоторые, более точные из них настолько сложны, что для их решения следует прибегать к теории упругости. Основная сложность заключается в том, что не всегда становится возможным прогнозировать поведение или же иногда критическое состояние несущих конструкций здания вследствие просадки грунта основания и других внешних воздействий [12, 38, 57, 140, 152, 166, 171, 199, 206, 220, 252, 266].

Естественно, проектировщики сегодня ждут от разработчиков теории расчета четких и точных расчетных моделей, учитывающих все действительные входные возмущающие параметры, без упрощения расчетных схем. Однако до сих пор нет практически приемлемых расчетных моделей, позволяющих с допустимой точностью вскрыть реальную суть напряженно-деформированного состояния системы «здание-фундамент-основание» для точного расчета зданий и сооружений без принятия больших запасов прочности, приводящих к дороговизне и увеличению массы строений.

На сегодняшний день практически наиболее приемлемыми расчетными схемами являются модели изменения жесткости основания, разработанные А.В. Вронским [43], Б.А. Косициным [152], В.И. Лишаком [165, 166], И.А. Розенфельдом и др. [247, 248], Д.Н. Соболевым и др. [266-268], П.П. Шагиным [308, 309], В.П. Блажко [31] и другими учеными.



Следующий важный раздел теории расчета рассматриваемой проблемы - расчет крупнопанельных зданий на местную и общую устойчивость и на прочность с учетом действия продольных сил,- достаточно глубоко и подробно решен Р.Р. Матевосяном и др. [174-176].

В цитированных трудах Р.Р. Матевосяном проведен кинематический анализ простых и сложных многознаковых систем и даны расчеты их устойчивости.

Подробный анализ известных научных работ показывает, что рассматриваемая проблема действительно является актуальной, и в этом направлении следует обеспечить непрерывность проведения исследований, шаг за шагом уточняя и развивая теорию расчета системы «здание-фундамент-основание», приближаясь к конечной цели, тем самым завершить общую теорию расчета [33, 205, 230].

Продолжая анализ состояния данной проблемы, стоит констатировать, что в большинстве решаемых задач действительные соотношения размеров несущих стен таковы, что результаты решения задачи по теории изгиба получаются недопустимо ошибочными. Для выхода из этой ситуации предлагается рассматривать стены как балки-стенки, опирающиеся на упругое основание. В этой задаче в уточнении с допустимым упрощением нуждаются методы определения реактивных усилий на подошве основания, величин усилий вертикальных соединений многостолбовых стеновых систем и оснований, а также методы выявления напряженно-деформированного состояния наружных стен [203].

В некоторых теориях расчета стеновые панели рассматриваются изолированно, между тем, на самом деле, они находятся под комбинированным воздействием сил соседних элементов [44, 45, 108, 163]. В дальнейшем следует учитывать также этот пробел.

Следующими уязвимыми местами в теории расчета крупнопанельных зданий являются стыковые соединения и перемычки панелей [13, 84, 92, 106, 121, 159]. Здесь имеется ряд нерешенных вопросов, и поэтому, в первую очередь, определение динамических срезающих напряжений в соединениях и перемычках панелей требует безотлагательного решения.

Обобщая состояние вышеперечисленных вопросов, заключаем, что в рассматри-

ваемой проблеме предстоит решить задачи разработки теории расчета напряженно-деформированного состояния несущих стен и их элементов в крупнопанельных высотных зданиях с учетом упругих свойств грунтового основания под воздействием статических и динамических нагрузок.

Следующим важным аспектом рассматриваемой проблемы является анализ последствий использования современной методики расчета и проектирования крупнопанельных высотных зданий и предложение выхода из действительной ситуации.

Учитывая важность непрерывного наблюдения за эксплуатацией крупнопанельных высотных зданий в течение продолжительного времени, Ю.В. Измайлов, Н.З. Гельман, В.Ф. Майборода [129], М.М. Кукебаев, Г.Г. Шрохов [157], Э.Е. Хачиян [303, 304], Р.С. Минасян, Л.В. Шахсуварян и В.К. Гукасян [183], А.Р. Ржаницын [244], И.Я. Рудницкий [252], В.Б. Швец и В.М. Скульский [315] провели конкретные плановые наблюдения за состоянием строений и установили, что в период эксплуатации не редки случаи возникновения трещин в несущих элементах, которые, несомненно, снижают их прочность, жесткость, трещиностойкость и при несвоевременном предотвращении могут привести к трагедиям. Естественно, основной причиной этого явления является осадка основания, приводящая к неравномерному распределению реактивных давлений на подошве фундамента. В действительности осадка основания зависит от физико-механических и технологических свойств грунта и по своей природе возникновения является случайной величиной, исключающей точное прогнозирование во времени и по величине [152, 141, 203].

Изложенное диктует необходимость обратить серьезное внимание на разработку средств предотвращения таких причин, для чего Б.Д. Васильев предлагает возводить здания на сильно уплотненных основаниях [38], А.В. Вронский – проводить предварительную оценку напряженного состояния зданий, возводимых на основаниях с неравномерной сжимаемостью в плане [43], В.И. Лишак – методический расчет конструкций крупнопанельных зданий с учетом неравномерности осадки оснований [166], Д.Н. Соболев – практический метод определения расчетных усилий в крупнопанельных зданиях на неоднородных основаниях [266], П.П. Шагин - определить прочность и устойчивость бескар-

касных зданий на сильно и неравномерно сжимаемых грунтах [308]. Таким образом, при известных значениях действительных давлений и деформаций на подошве основания учеными разработаны методы, гарантирующие надежность эксплуатации зданий. Эти разработки также приближенные и подлежат дальнейшему уточнению путем выявления действительных условий совместной работы стены и основания.

Важным разделом теории расчета зданий являются вопросы распределения давлений вдоль основания стен, по которым также имеются приемлемые достижения. Приведем наиболее значимые из них. Так, Б.А. Косицин разработал способ расчета крупнопанельных зданий на неравномерные осадки оснований [152]. Такую же методику расчета, но на других основаниях, разработал В.И. Лишак [165, 166]. Л.К. Морозов представил диссертационную работу, посвященную расчету зданий на сжимаемых основаниях [207]. Д.Н. Соболев и др. разработали теорию расчета крупнопанельных зданий на неоднородных основаниях, но с учетом деформаций сдвига [267, 268].

Разработанные общие методы расчетов в основном основаны на решениях дифференциальных уравнений четвертого порядка с постоянными коэффициентами. Однако они достаточно сложны и громоздки, и поэтому они, естественно, потерпели неудачу при внедрении в инженерную практику.

В ряде случаев в проектной практике, основываясь на гипотезе коэффициента постели и принимая линейное распределение реакций грунта по площади подошвы, здание принимается как балка, работающая на упругом основании. Недоразумение такого подхода к решению достаточно ответственных задач очевидно. Так, при экспериментальных исследованиях установлено, что напряжения на подошве жестких зданий, возведенных на сыпучих грунтах, имеют параболическое распределение, что с достаточным допущением соответствует решениям теории упругости. Заметим, что по установленным данным распределение напряжения на подошве здания, согласно исследованиям В.А. Флорина [293], зависит от ряда внешних факторов: вида грунта, его численных характеристик, технологических и физических свойств, размеров, очертания площади подошвы и, естественно, от величины нагрузки. В зависимости от внешних условий в одном и том же

грунте имеет место различное очертание эпюры напряжения по подошве здания, и поэтому естественно, что в таких условиях задача определения того, каковы будут изменения очертания эпюры давлений на основании при постепенном росте внешней нагрузки от нуля до значительной величины, остается открытой [58, 114, 203].

Винклеровская модель упругого основания для определения давления основания и усилий в балке с учетом размера и формы подошвы фундамента, неоднородности грунта по вертикали и горизонтали и воздействия соседних сооружений при определении коэффициента постели объединяет в себе преимущество методов коэффициента постели и линейно-деформируемой среды, а результаты решения задачи не страдают от их недостатков [58, 147, 247, 252, 260, 262].

С.С. Григорян отмечает, что в строительной механике грунтов важной задачей является расчет осадок фундаментов сооружений [63]. По его мнению, для решения этой задачи необходимо иметь подходящую модель грунтового основания, т.е. систему математических соотношений, позволяющую определить поля напряжений, деформаций и т.д. в массиве под фундаментом заданной конфигурации, несущим заданные нагрузки от сооружения. В настоящее время в качестве такой модели используется модель линейно упругой среды, и для решения технических вопросов используются решения соответствующих краевых задач в рамках линейной теории упругости.

Поскольку в обычной строительной практике нагрузки на фундамент таковы, что величины напряжений оказываются в пределах линейного участка компрессионной кривой, считается допустимым и естественным пользоваться при решении соответствующих задач моделью и методами математической теории упругости [63, 64].

Экспериментальные исследования, проводившиеся для установления применимости упругой модели при описании механического поведения грунтового основания выявили один весьма существенный факт. Оказалось, что при фиксированной удельной нагрузке на жесткий штамп (модель фундамента) осадка последнего с изменением его размеров лишь сравнительно в узком диапазоне значений размеров может быть согласована с предсказаниями теории упругости. Результаты таких опытов впоследствии проводившихся в

большом количестве показали, что если при фиксированной удельной нагрузке уменьшать размер штампа, то роль пластических деформаций в основании начинает возрастать, соответственно растут и осадки, пока при каком-то значении штампа не будет исчерпана несущая способность основания. Затухание же роста осадок с ростом размера штампа связывается либо с неоднородным строением основания по глубине, либо с влиянием начальных напряжений в основании, обусловленных весомостью грунта [63, 64].

Наличие этого затухания принудило некоторых авторов сделать ряд схематизаций по учету влияния начального напряженного состояния основания, обусловленного его весомостью, а также неоднородностью грунта на распределение напряжений и деформаций основания под сооружением, предназначенных для устранения наблюдающихся несоответствий между предсказаниями теории упругости и опытом. Эти схематизации сводились к тому, что вместо однородного упругого основания тем или иным способом в рассмотрение искусственно вводилось упругое основание конечной толщины, выбор которой позволял согласовывать данные теории и опыта. Указанная искусственность в частности, проявляется в том, что для разных характерных размеров фундамента в плане приходится выбирать разные значения толщины упругого основания [63, 64].

Продолжая анализ данных литературного обзора, далее устанавливаем, что не редки случаи, когда от неправильной постановки цели и объяснения результатов этих экспериментальных исследований по величине деформации подошвы фундамента стен получены ошибочные результаты, тогда как измерительная аппаратура при этом дала правильные показания до появления трещин в рассматриваемой зоне [147, 153, 170, 210].

При дальнейшей сравнительной оценке применяемых теорий устанавливаем, что определение давления на подошве фундамента крупнопанельных зданий, основанное на решении теории упругости, является методом более современным по сравнению с методами, основанными на гипотезе Винклера. Об этом свидетельствуют признания исследователей - Л.А. Галина [48, 49], Н.М. Герсеванова и Д.Е. Польшина [52], В.К. Голуба [54], а также М.И. Горбунов-Посадова и др. [58], И.И. Гудушаури [65], К.Е. Егорова [113], Б.Н. Жемочкина и др. [118, 119], Б.Г. Коренева [147], Я.А. Пратдсеви [238], И.А. Симвулиди

[260], В.А. Флорина [293].

Вместе с тем заметим, что широкому применению указанных методов препятствует наличие системы уравнений с громоздкостью вычислений. Попытки составить расчетные таблицы, содержащие некоторые классические задачи, частично облегчают трудоемкость вычислений проектировщиков, однако данные таблиц также нуждаются в полной корректировке [48, 49, 65, 293].

Не умаляя достоинства имеющихся в наличии методов расчета зданий, рассмотрим мнения ведущих НИИ и проектных организаций, а также предпочитаемые ими методы.

Расчет крупнопанельных зданий по осадке основания главным образом представлен в работах ЦНИИСК, в которых наружная стена принимается как балка на упругом основании с коэффициентом постели, непрерывно меняющимся по длине балки, и равномерно распределенной всей нагрузкой; ЦНИИЭП жилища и НИИ оснований и подземных сооружений, в которых наружная стена является балкой на упруго оседающих опорах, расположенных в местах поперечных фундаментов, причем упругие свойства основания принимаются различными на разных опорах [54, 147, 154, 262].

Следует согласиться с тем, что равенством осадки фундаментов поперечных стен и наружной стены в месте их пересечения можно определить силы взаимодействия между поперечными и наружными стенами, вызывающие возникновение изгибающего момента и поперечной силы в наружной стене. Расчетная схема крупнопанельных зданий на осадочных грунтах, как балка с приведенными жесткостью и характеристиками, является достаточно простой, и не случайно, что она оценивается положительно [105, 106, 112].

Считаем необходимым отметить, что заслуживают особого внимания расчетные схемы крупнопанельных домов на неравномерных осадках, предложенные Л.И. Неймарком [220], З. Бажантом [15], Б.А. Косициным [152], Д.Н. Соболевым и др. [266-268], П.П. Шагиным [308], В.И. Лишаком [166]. Несмотря на точность разработок Л.И. Неймарка, они существенно не отличаются от других, более точных теорий расчетов. Поэтому решающим фактором расчета является выбор более обоснованной модели грунтовой среды.

Высоко оценивая заслуги ЦНИИСК, Промстрой НИИпроекта и ряда других научно-исследовательских и проектных организаций, следует согласиться с мнениями ведущих ученых в том, что, несмотря на значительные успехи в строительстве крупнопанельных зданий, все же модель «основание-здание», учитывающая все существенные особенности взаимодействия осадочного грунта и изгибаемого гибкого здания, еще окончательно не разработана [38, 57, 140, 152, 178, 191].

На сегодняшний день расчет оснований зданий и сооружений производится по второму предельному состоянию. Возникает необходимость установить значения предельно допустимых деформаций оснований крупнопанельных зданий, возводимых на осадочных грунтах. Эти деформации намечаются определить расчетным путем с учетом совместной работы основания и конструкции, но поскольку до настоящего времени нет надежного способа определения допустимых деформаций, то пока рекомендуется проведение натурного наблюдения и изучение деформаций зданий, учитывая условия эксплуатации и состояния конструкций [23, 140, 152, 248, 266].

Заслуживают пристального внимания проведенные в разных зонах, в том числе сейсмических, натурные испытания крупнопанельных домов разных типов и серий в различных конструктивных вариантах, построенных на осадочных грунтах. Интересно отметить, что в целях установления закономерности совместной работы крупнопанельного дома жесткой схемы и основания грунт был искусственно замочен [37, 275, 299].

По достоинству следует оценить модельные испытания крупнопанельных зданий при неравномерных осадках, проведенные научно-исследовательскими и проектными организациями стран СНГ. В области решения рассматриваемой проблемы значительны успехи ученых Армении, которые исследовали поведение высотных зданий, возведенных на основании из каменистых грунтов. Накоплена ценная информация о результатах исследования большого количества зданий по состоянию их конструкции в Армении, особенно на примере аварийных домов г. Ереван [203, 299].

Анализом обследования крупнопанельных зданий установлено, что характер деформации стен от неравномерной осадки грунта под основанием фундамента в основном

зависит от характера осадки и представляет собой прогиб или перегиб [57, 119, 203, 220].

Установлена реальная степень искривления стен, зависящая от прочности и жесткости фундамента и стен. Отмечены интересные явления. При малой жесткости стен и фундамента они следуют за деформацией грунта в основании, при этом степень их искривления близка к деформации грунта. При большой жесткости фундамента и стен они выравнивают деформации грунта, а степень их искривления уменьшается. Трещины в стенах и фундаментах зданий, построенных на каменистых грунтах, возникают в местах их наибольшего перегиба с раскрытием в направлении растянутой зоны. Выявлено, что сдвиг междуэтажных перекрытий и покрытий по опорным площадкам обычно наблюдается при больших осадках и сопровождается образованием трещин в стенах с недостаточной поперечной и продольной прочностью, особенно когда поперечные стены расположены на больших расстояниях и когда отсутствует анкеровка перекрытий к стенам или другим несущим конструкциям зданий [203].

Теория расчета высотных крупнопанельных зданий в сейсмоопасной зоне - сравнительно новое направление, в котором суть взаимной работы основания и несущих стен раскрывается путем определения реактивных давлений для жестко-конечного и гибкого зданий под воздействием вертикальных, горизонтальных сил и изгибающих моментов. При решении задачи искомые реактивные нормальные и сдвигающие давления распределяются на бесконечные степенные ряды полинома Лежандра. Далее, вводя функции напряжений в уравнение перемещений поверхности основания здания и пользуясь методом коллокации, получаются системы бесконечных алгебраических уравнений. Коэффициенты полинома Лежандра определяются путем их совместных решений [203].

Ценность разработанной теории заключается в том, что для решения задачи в систему вводятся аппроксимирующие функции. При их преобразовании получаются простые математические выражения для определения коэффициентов полинома Лежандра.

Отметим, что решение задачи доведено до логического конца. С этой целью, используя функции напряжений преобразования Фурье и Лапласа, задача была сведена к сингулярному интегральному уравнению, решаемому формулами интегрирования Гаусса-



Якоби [203].

Случай изгиба несущих стен рассматривается под воздействием вертикальных и горизонтальных нагрузок, с чем, безусловно, следует согласиться. Эта задача справедливо решается вариационным методом упругости – методом Кастильяно-Ритца.

Отметим, что эта задача относится к теории расчета коротких и короткокоротких зданий, поэтому здесь не рассматриваются способы составления соответствующих дифференциальных уравнений и их решения [203].

С методической точки зрения, для решения соответствующих задач по крупнопанельным высотным зданиям представляет определенный интерес задача установления картины напряженно-деформированного состояния проемных и сплошных стеновых панелей с учетом влияния соседних элементов [106, 107, 124, 203, 208].

В этих работах рассчитана модель фрагмента стены, вырезанного из наружной стены крупнопанельного здания, где панель работает в середине соседних элементов. В рассматриваемой системе искомыми силовыми величинами являются внутренние нормальные и сдвигающие усилия в верхнем и нижнем монтажных швах. Задача решается методом теории упругости. Расчетная модель составлена в виде линейно-упругих взаимно перпендикулярных вертикальных и горизонтальных полос, а искомые усилия обобщены с помощью ряда Фурье. В работах применен интересный способ составления уравнений перемещений по принципу начала возможных перемещений, решаемых методом отдельных переменных. Компоненты напряжений определяются вариационным уравнением Кастильяно [203].

В этих исследованиях особенно выделяются анализ и оценка динамических напряжений, возникающих в элементах несущих стен от внезапного действия нагрузки и сейсмической силы. Динамические уравнения деформаций крайних колебаний столбов составлены основываясь на пропорциональной зависимости между смещением и срезающими силами. В этом случае получаем дифференциальные уравнения динамических напряжений [203].

Достаточно интересна и методически поучительна методика определения дина-

мических напряжений под воздействием сейсмических волн. При этом сейсмические силы рассматриваются от удара и толчка [296].

Установлено также, что для определения динамических напряжений достаточно наличие трех типов колебаний, позволяющих решать полезные и ценные практические задачи [296, 299].

Анализ обзорного материала показывает, что из современных методов определения давления на подошве фундамента крупнопанельных зданий пригодны два: первый, при котором перемещение основания зависит от поверхностной структуры упругого тела и принимается как наиболее распространенная гипотеза о пропорциональной зависимости между реакцией и осадкой основания (гипотеза Фусса-Винклера); второй, при котором нормальные давления на поверхности основания вызывают перемещение от деформации всего упругого тела (гипотеза упругого полупространства).

Согласно гипотезе Фусса-Винклера, осадка грунтового основания происходит только в точке приложения силы, а величина этой осадки прямо пропорциональна интенсивности нагрузки в этой точке. Модель Фусса-Винклера продолжительное время критиковалась без основания и отсутствия экспериментальных подтверждений [330]. В качестве недостатка этой модели отмечалось отсутствие в ней распределительной способности и переменность коэффициента постели для каждого вида грунтового основания и его загрузки.

Вместе с тем следует признать, что применением этой модели сильно упрощается решение аналогичных задач, однако при этом оказывается влияние на точность полученных данных по низким зданиям.

Многочисленные опыты Л.И. Метвелова, Э.С. Бртешевича, И.И. Черкасова, Е.К. Массальского и др. показали, что механическая модель грунта имеет определенную область применения. Так, например, для песчаных грунтов, обладающих малой распределительной способностью, наиболее приемлемой моделью является винклеровское основание [203].

Справедливо признать, что за последующие 10-15 лет экспериментальные данные

говорят о наибольшей приемлемости винклеровского основания. Однако при этом следует обратить должное внимание на правильность выбора численного значения коэффициента постели.

Параллельно с изложенным удачной считалась модель, в которой зависимость между реактивным давлением грунта и осадкой остается постоянной, а коэффициент постели принимается переменным. К таким относятся модели, предложенные Д.Н. Соболевым и др. [266-268], Б.А. Косицыным [152], В.И. Лишаком [166], П.П. Шагиным [308], И.А. Розенфельдом и др. [248], А.А. Мустафаевым [210] и другими.

С целью устранения недостатков модели Фусса-Винклера, Н.М. Герсевановым, Д.Е. Польшиным [52] и Л.С. Гильманом [53] была предложена модель однородного упругого полупространства, механические свойства которого выражаются модулем деформации и коэффициентом Пуассона. Продолжая анализ изложенных положений, замечаем, что теория упругого полупространства позволяет установить недостающую зависимость между реактивным давлением по подошве фундамента и осадкой основания. Однако в области упругого основания под фундаментной балкой реакция грунта не всегда распределяется равномерно и, согласно исследованиям А.П. Криворотого [153], находится в зависимости от характера нагрузки, ее распределения, жесткости и длины балки и от характеристики грунта.

Здесь следует отметить, что метод расчета, основанный на теории упругости полупространства, не всегда дает достоверные данные из-за следующих недостатков:

1. Модель действительна при небольших нагрузках на грунт. Если зона пластических деформаций по фундаментам оказывается большой, то при расчетах по гипотезе Винклера получаются лучшие результаты.
2. При расчете методом общих деформаций основным является модуль деформаций грунта, при котором влияющими являются характеристика грунта, размеры основания и коэффициент постели. Следовательно, модуль деформаций является неполноценным измерителем жесткости. Однако следует учитывать, что теория линейно деформируемой среды позволяет оценить напряженное состояние основания даже в фазе

уплотнения и использовать его, когда имеет место приближенная линейная зависимость между деформацией и напряжением.

Вместе с тем, несмотря на то, что метод расчета фундаментных конструкций обеспечивает достаточно точные результаты, однако возникают чрезвычайно сложные трудности чисто математического характера.

В завершении краткого обзора научно-технической литературы по разработанным методикам теории расчета крупнопанельных зданий считаем необходимым отметить заслуги ученых стран СНГ и зарубежья, внесших огромный вклад в решение рассматриваемой проблемы, основанной на гипотезе упругого полупространства: Н.М. Герсеванов и Д.Е. Польшин [52], М.И. Горбунов-Посадов и др. [57, 58], К.Е. Егоров [113, 114], Б.Н. Жемочкин и др. [118, 119], И.А. Симвулиди [260], В.А. Флорин [293], Э.Е. Хачиян [304], Р.С. Минасян [203].

Проведенный обзор позволяет развитие теории расчета разбить на следующие периоды: 1930-1950 гг. - начало основания теории; 1950-1970 гг. - период интенсивного развития; 1970-1990 гг. - период разработки классической теории расчета крупнопанельных зданий и с 1990 г. до наших дней - период революционного развития теории, когда ученые всего мира одновременно в теории расчета зданий стали учитывать воздействие землетрясения, а область исследований расширили, учитывая также параметры крупнопанельных высотных зданий в системе «здание-фундамент-основание».

### **Выводы по главе 1**

1. Из разработанных моделей деформации грунтовой среды при взаимодействии с крупнопанельными зданиями выделяются две модели:
  - а) взяв за основу гипотезу Фусса-Винклера, согласно которой имеет место пропорциональная зависимость между реакцией и осадкой основания, принимается зависимость перемещения основания от поверхностной структуры упругого тела;
  - б) перемещения от деформации всего упругого тела вызываются в результате переменности давления поверхности основания.

2. Рекомендуется расчетную схему крупнопанельных зданий относительно неравномерности осадки основания принять в виде балочной системы с обобщенными изгибными и сдвиговыми жесткостями.
3. Наличие огромного количества разработок теории расчета еще не является основой для предложения проектировщикам общих и достаточно простых методов определения реактивных давлений на подошве фундамента крупнопанельных высотных зданий.
4. Ученые строительной механики продолжают интенсивные исследования по разработке наиболее реальных теорий расчета по определению реактивных давлений, способствующих выявлению характера их распределения, для вскрытия точной сути напряженно-деформированного состояния системы несущих стен высотных крупнопанельных зданий, фундаментов и оснований.

## 2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ И ОСНОВАНИЙ

В теории расчета крупнопанельных зданий особое место отведено изучению взаимной работы несущих стен зданий и основания [129, 157, 183, 245, 252, 315].

Результатами многочисленных исследований причин возникновения трещин и разнообразных деформаций в несущих элементах при их эксплуатации установлено, что они в основном появляются в результате неравномерных осадок основания и, как следствие, меняется характер распределения реактивных давлений на подошве фундамента [38, 43, 58, 152, 166, 203, 207, 210, 257, 258, 260, 266, 293, 310].

Неравномерные осадки основания по своему характеру случайны и разнообразны, поэтому их учет и прогнозирование связаны с большими трудностями. Следовательно, одной из важных задач практики расчета и проектирования крупнопанельных зданий является определение расчетных усилий, возникающих в элементах здания под воздействием неравномерной осадки основания [43, 140, 152].

Вопросами распределения давлений вдоль основания стен занимались многие ученые, которые предлагали много хороших решений [57, 58, 152, 194, 207, 250, 252, 338].

С целью решения поставленной задачи – определения давления основания, а затем усилий, возникающих в элементах здания, использована модель упругого основания на основе гипотезы Фусса-Винклера, причем при определении коэффициента постели учитывались размеры и форма подошвы фундамента и фактическая неоднородность грунта по разным направлениям [48, 49, 52, 54, 57, 65, 113, 118, 147, 238, 260, 293].

Однако широкое применение этой расчетной модели в практике проектирования зданий сталкивается со сложной ситуацией математического характера – с громоздкостью вычислений и тем, что в каждом частном случае необходимо решать систему уравнений с большим числом неизвестных.

Расчет крупнопанельных зданий в условиях неравномерных осадок успешно осуществлялся З. Бажантом [15], Л.И. Неймарком [220], Б.А. Косициным [150-152], Хорви

[341-343], Койтером и Албласом [350], Пиккетом и Айенгером [356], Зорским [363], Теодореску [359], Теокарисом [360] и Бенсемом [326].

Анализируя имеющиеся литературные данные, можно заключить, что для определения давления на подошве фундамента крупнопанельных зданий достойны внимания только два метода. Первый метод базируется на гипотезе Фусса-Винклера, согласно которой осадка грунтового основания происходит только в точке приложения силы и величина осадки прямо пропорциональна интенсивности нагрузки в этой точке. Основным недостатком указанной модели считалось отсутствие в ней распределительной способности, а также переменность значения коэффициента постели для каждого вида грунтового основания и его загрузки.

С целью устранения недостатков, присущих модели Фусса-Винклера, в дальнейшем взамен нее была предложена модель однородного упругого полупространства, когда нормальные давления на поверхности основания вызывают перемещения вследствие деформации всего упругого тела (упругого полупространства) [152, 154, 203].

Второй метод - теория упругого полупространства, - дает возможность получить недостающую зависимость между реактивным давлением на подошве фундамента и осадкой основания. Однако следует отметить, что метод расчета, основанный на теории упругого полупространства, также пригоден не во всех случаях. Недостатки этого метода следующие: 1) при его применении обязательно наличие сравнительно небольших нагрузок на грунт, при которых грунт является линейно-деформируемой средой; 2) модуль деформации грунта является основой для расчета по методу общих деформаций, зависит не только от характеристик грунта, но также от размеров основания, т.е. является неполноценным измерителем жесткости основания [141, 152, 154, 203].

Анализируя результаты исследований исследователей, находим, что при решении рассматриваемой задачи не учитывались «особенности» напряжений. Некоторый прогресс наблюдается в работе Бенсема [326], который применив преобразования Лапласа в функциях напряжений получил систему линейных алгебраических уравнений. Заметим также, что основная часть решения задачи была выполнена интегральными уравнениями.

Общий анализ обзорного материала [12, 42, 220, 326, 330, 335-337, 341-343, 358, 360-363] приводит к заключению, что задачу распределения реактивных давлений вдоль основания можно решить численным методом, применяя сингулярные уравнения.

При такой постановке решения задачи можно определить характер «особенности» и коэффициенты концентрации напряжений в углах основания здания.

Следует отметить, что для определения реактивных давлений на подошве фундамента крупнопанельного здания проф. Р.С. Минасяном [203] разработан метод решения задачи, который доступный, удобный и достаточной точный для применения при проектировании крупнопанельных зданий.

Таким образом, для правильной оценки совместной работы несущих стен крупнопанельных зданий и оснований с учетом податливости грунта основания, а также усилий, возникающих в элементах здания, пока еще имеются нерешенные задачи.

С целью уточнения методики расчета несущей способности конструкций высотного здания как в целом, так и его отдельных элементов с учетом податливости основания нами рассмотрены влияние податливости основания зданий на напряженно-деформированное состояние диафрагмы, деформации их основания с учетом ползучести грунта, устойчивость зданий под воздействием собственного веса, деформации фундамента на их колебания при динамической нагрузке и напряжения в стыковых соединениях несущих стен крупнопанельного здания при продольном динамическом воздействии нагрузки.

### ***2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛА НАКЛОНА ДИАФРАГМЫ ВЫСОТНЫХ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ ВСЛЕДСТВИЕ ПОДАТЛИВОСТИ ОСНОВАНИЯ***

При изучении напряженно-деформированного состояния диафрагмы стен высотных крупнопанельных зданий в расчетной системе она в основном рассматривается как консольная балка, жестко прикрепленная к грунту [106, 170, 352].

Результаты теоретических и экспериментальных исследований, а также продолжительные наблюдения показывают, что значения деформации и напряжения диафрагмы могли бы отразить действительную картину процесса, если в расчетной системе было бы

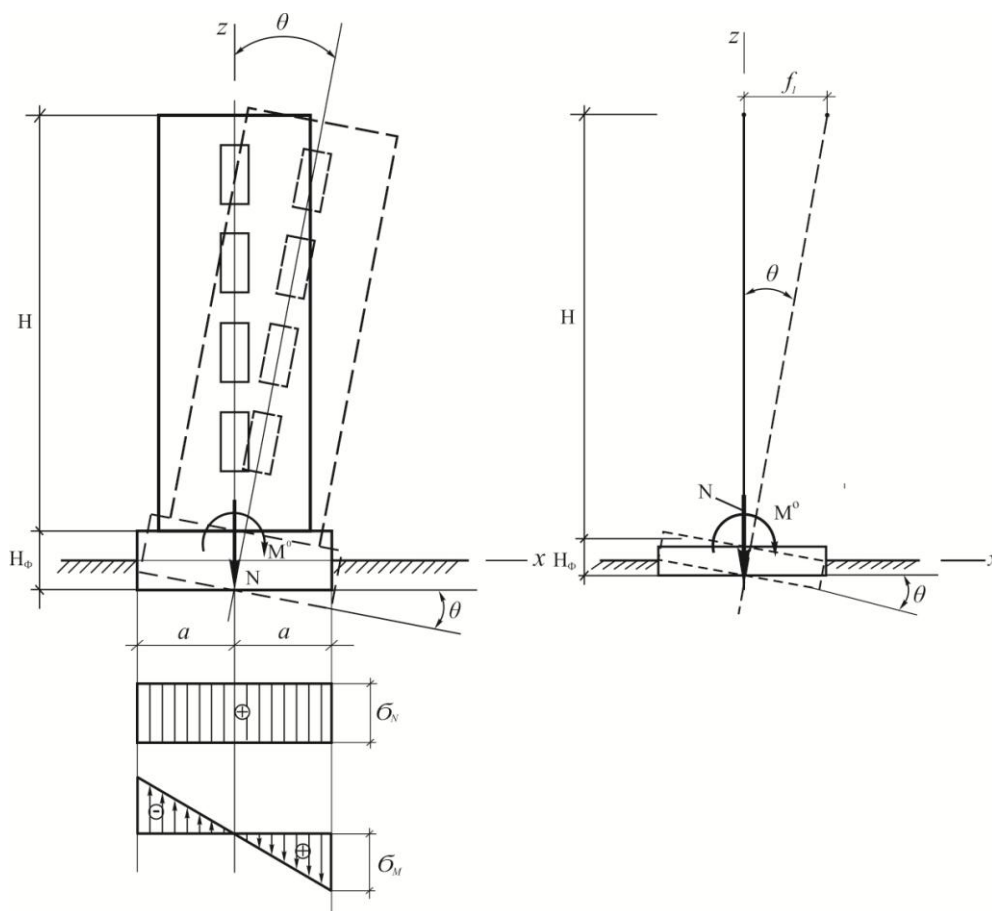


выбрано податливое взаимодействие между стеной и основанием с учетом физико-механических свойств основания [39, 138, 278, 284, 287, 291, 292, 317, 321, 331].

Для изучения напряженно-деформированного состояния диафрагмы первостепенное значение имеет определение величины угла наклона -  $\theta$ , посредством которой и оценивается характеристика податливости основания.

Первым шагом для изучения напряженного состояния несущих стен зданий является уточнение взаимодействия между ними и их основаниями. Эти взаимодействия можно выявить, определяя характер распределения напряжений и деформаций на поверхности основания.

Для изучения характера распределения контактных напряжений на поверхности основания в расчетной модели принимается, что произвольная внешняя нагрузка к поверхности основания приложена через достаточно жесткие стены здания. В таком случае любые силы, действующие на здание, вертикальными и горизонтальными силами могут быть приведены к центральной и к моменту (рис. 2.1).



**Рис. 2.1.** Схема отклонения диафрагмы и фундамента

Граничные условия задачи будут:

$$V_o(\xi)|_{z=0} = K_o \xi; \quad U_o(\xi)|_{z=0} = const, \quad (2.1)$$

где  $K_o$  – угол наклона здания относительно поверхности основания, определяющийся выражением:

$$tg \theta = \frac{\partial V_o(\xi)}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad (2.2)$$

где  $\xi = \frac{x}{a}$  - безразмерная величина.

Учитывая свойства полинома Лежандра, в качестве закона реактивных нормальных и сдвигающих давлений, т.е. функции  $R(\xi)$  и  $q(\xi)$  представим в виде рядов [203]:

$$R(\xi) = A_o \xi (1 - \xi^2)^{-1/2} + \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n-1} P_{2n+1}(\xi), \quad (2.3)$$

$$q(\xi) = B_o (1 - \xi^2)^{-1/2} + \sum_{n=0}^{\infty} D_{2n} P_{2n}(\xi), \quad (2.4)$$

где  $\xi = \frac{x}{a}$  - безразмерная величина,  $P_{2n}(\xi)$  и  $P_{2n+1}(\xi)$  - полиномы Лежандра I рода.

Учитывая характер действия внешней нагрузки, функция  $R(\xi)$  принимается нечетной, а  $q(\xi)$  - четной.

Вертикальные и горизонтальные перемещения определяются следующим выражением [203]:

$$V_o(\xi) = -\frac{2(1-\nu_o^2)}{\pi E_o} a \left\{ A_o \pi (-P_1 \xi) + \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n+1} \frac{2}{4n+3} \left[ Q_{2n+2}(\xi) - Q_{2n}(\xi) \right] \right\} + \\ + \frac{(1+\nu_o)(1-2\nu_o)}{2E_o} a \left\{ B_o - (2 \arcsin \xi) + \sum_{n=0}^{\infty} D_{2n} \frac{2}{4n+1} \left[ P_{2n-1}(\xi) - P_{2n+1}(\xi) \right] \right\} + b_2 = K_o \xi; \quad (2.5)$$

$$U_o(\xi) = -\frac{2(1-\nu_o^2)}{\pi E_o} a \left\{ D_o [(\xi+1) \ln|\xi+1| + (1-\xi) \ln|\xi-1| - 2] + \sum_{n=0}^{\infty} D_{2n} \frac{2}{4n+1} \left[ Q_{2n+1}(\xi) - Q_{2n-1}(\xi) \right] \right\} - \\ - \frac{(1+\nu_o)(1-2\nu_o)}{2E_o} a \left\{ A_o (-2\sqrt{1-\xi^2}) + \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n+1} \frac{2}{4n+3} \left[ P_{2n+2}(\xi) - P_{2n}(\xi) \right] \right\} - b_1 \xi + b_2 = 0, \quad (2.6)$$

где  $E_o$  и  $\nu_o$  - соответственно модуль деформации полуплоскости и коэффициент Пуассона-

на,  $b_1$  и  $b_2$  - неизвестные постоянные, определяющиеся из граничных условий задачи.

Для жесткого, целого элемента угол  $\theta$  определяется следующим выражением:

$$\theta = K_\xi = \frac{\partial V(\xi)}{\partial \xi} = -\frac{1-v_o^2}{\pi E_o} \int_{-1}^{+1} R(\xi) \frac{d\bar{\xi}}{\xi - \bar{\xi}} + \frac{(1+v_o)(1-2v_o)}{E_o} q(\xi), \quad (2.7)$$

где  $\xi = \frac{t}{a}$ ;  $t$  - текущая координата.

Несобственные интегралы, входящие в выражение угла поворота, следует принимать равными главным значениям интегралов Коши. В этом случае нетрудно показать допустимость применения дифференцирования по параметру под знаком интеграла.

Принимая за начало координат  $\xi = 0$ , получим

$$K_o = \frac{2(1-v_o^2)}{\pi E_o} \int_{-1}^{+1} \frac{R(\bar{\xi})}{\bar{\xi}} d\bar{\xi} + \frac{(1+v_o)(1-2v_o)}{E_o} q(0), \quad (2.8)$$

или, обозначив  $K_o = K \frac{2(1-v_o^2)}{\pi E_o}$ , получим

$$K = \int_{-1}^{+1} \frac{R(\bar{\xi})}{\bar{\xi}} d\bar{\xi} + 2\alpha q(0); \quad \alpha = \frac{\pi(1-2v_o)}{4(1-v_o)}. \quad (2.9)$$

Подставляя значения  $R(\xi)$  и  $q(\xi)$  в уравнение (2.9) и интегрируя его, определим коэффициент угла наклона диафрагмы  $K$ :

$$K = tg \theta = \int_{-1}^{+1} A_o (1-\xi^2)^{-\frac{1}{2}} d\bar{\xi} + 2\alpha \left( B_o + D_o - \frac{D_2}{2} + \frac{3}{8} D_4 \right) = \pi A_o + \alpha \left( 2B_o + 2D_o - D_2 + \frac{3}{4} D_4 \right), \quad (2.10)$$

или для  $K_o$  получим

$$K_o = \frac{2(1-v_o^2)}{\pi E_o} \left[ \pi A_o + \alpha \left( 2B_o + 2D_o - D_2 + \frac{3}{4} D_4 \right) \right]. \quad (2.11)$$

Для определения неизвестных коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$  воспользуемся граничными условиями задачи:

$$\xi = 0; \quad V_o(\xi) = K_o \xi = 0; \quad \xi = \pm 1; \quad \bar{U}_o(\xi) = 0.$$

Для  $b_1$  и  $b_2$  получим

$$b_1 = 0, \quad b_2 = D_o(2 - 2 \ln 2) + \frac{D_2}{3} + \frac{D_4}{10}.$$

Функции  $R(\xi)$  и  $q(\xi)$  определяются тождествами  $V_o(\xi) \equiv K_o \xi$ ;  $\bar{U}_o(\xi) \equiv 0$ .

Методика определения неизвестных коэффициентов  $A_o$ ,  $B_o$ ,  $D_o$ ,  $D_2$  и  $D_4$  известна и не составляет труда.

Зная значение  $K_o$ , угол наклона диафрагмы  $\theta$  определим следующей формулой:

$$\theta \approx K_o \cdot \frac{\pi E_o}{2(1 - \nu_o^2)}. \quad (2.12)$$

В практических целях угол наклона можно определить и приближенным путем. Нормальная сила, действующая на уровне подошвы фундамента и возникающая от вертикальных нагрузок, а также момент  $M_\phi^o$ , возникающий в грунте основания под действием горизонтальных нагрузок, образуют трапецевидную эпюру давления (рис. 2.1). Из этой эпюры легко отделить обратносимметрическую часть, возникаемую от момента  $M_\phi^o$  и вызывающую наклон фундамента.

Напряжение, вызванное от момента  $M_\phi^o$ , на краях основания будет

$$\sigma = \frac{M_\phi^o}{J_\phi^o} \cdot \frac{a}{2}, \quad (2.13)$$

где  $J_\phi^o$  - момент инерции всей диафрагмы относительно центра тяжести подошвы фундамента;  $a$  - длина фундамента в плане.

Полагая, что осадка по краям фундамента определяется в зависимости от жесткостных характеристик основания (от коэффициента постели -  $c$  [ $\text{кг}/\text{см}^3$ ]), получим

$$\delta = \frac{\sigma}{c}. \quad (2.14)$$

Итак, угол наклона фундамента  $\theta$  будет равен

$$\theta \approx \text{tg } \theta = \frac{\delta}{0.5a} = \frac{2\sigma}{ca} = \frac{M_\phi^o}{J_\phi^o \cdot c}, \quad (2.15)$$

откуда (рис. 2.1) можем написать

$$f_1 = \frac{M_o}{cJ_\phi^o} (H + H_\phi). \quad (2.16)$$

Суммируя деформации, вызванные изгибом и креном здания, находим полный прогиб его вершины:

$$f = \int_0^H \theta(x) dx + f_1. \quad (2.17)$$

## **2.2. ДЕФОРМАЦИИ ОСНОВАНИЯ ВЫСОТНОГО КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ ГРУНТА**

Для безопасной эксплуатации крупнопанельного высотного здания важное значение имеет точное определение деформации грунта основания здания [206]. Учитывая, что в основаниях высотных зданий возникают относительно большие давления, считаем необходимым учитывать также деформации, возникающие от ползучести грунта. С учетом жесткости здания давление ( $P_o$ ), передаваемое на грунт основания, принимается постоянным. Контактные реактивные напряжения на поверхности основания, согласно полиному Лежандра, имеют симметричный криволинейный вид.

В рассматриваемой задаче напряжения в углах здания имеют конечные величины, установленные теоретическим и экспериментальным путем [83, 203].

Расчетная схема представлена на рис 2.2.

Для определения деформации основания высотного здания длину здания принимаем за единицу [118]:

$$U(0) = \frac{2(1-\nu_o^2)}{E_o} P_o, \quad (2.18)$$

где  $U_o$  - деформация в подошве фундамента здания;  $P_o$  - интенсивная нагрузка, возникающая в той же плоскости от веса здания;  $E_o$  - модуль деформации грунта основания;  $\nu_o$  - коэффициент Пуассона грунта основания.

Функцию распределения величины напряжений грунта основания можем определить согласно [203]:

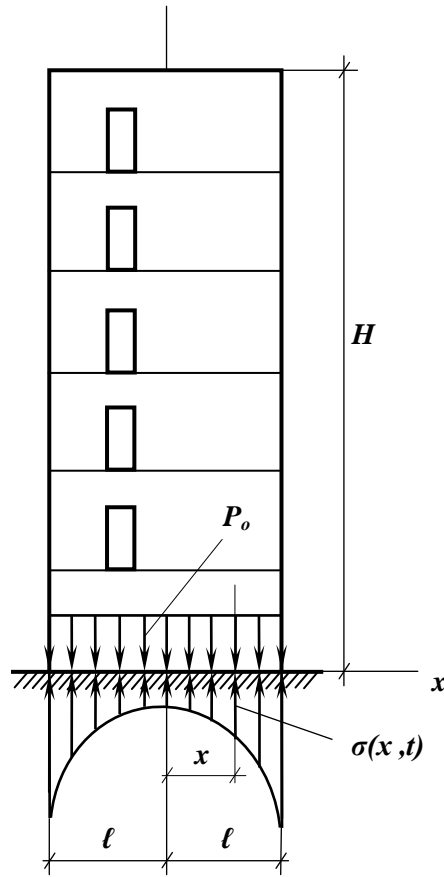


Рис. 2.2. Расчетная схема здания и основания

$$\sigma_o(\xi) = \frac{A_o}{8} \left[ (3\xi^4 + 4\xi^2 + 1) \right] + \left[ C_o + \frac{1}{2} C_2 (3\xi^2 - 1) + \frac{1}{8} C_4 (35\xi^4 - 30\xi^2 + 3) \right], \quad (2.19)$$

где  $\xi = \frac{x}{l}$ ;  $A_o$ ,  $C_o$ ,  $C_2$  и  $C_4$  - постоянные коэффициенты, определяемые в виде

$$A_o = \frac{2}{\pi} P_o; \quad C_o = P_o; \quad C_2 = \frac{40,52 - 2,44\beta}{45 + 2,0\beta + 0,02\beta^2} \cdot P_o; \quad C_4 = \frac{13,51 + 2,03P_o}{45 + 2,0\beta + 0,02\beta^2} \cdot P_o, \quad (2.20)$$

$$\beta = \frac{\pi v_1 (1 + v_1)}{2(1 - v_o^2)} \cdot \frac{E_o}{E_1} \quad (\beta - \text{приведенный коэффициент гибкости здания}),$$

$E_1$  - приведенный коэффициент деформации материала здания;  $v_1$  - приведенный коэффициент Пуассона материала здания.

Поскольку общая деформация грунта основания включает также деформацию, возникающую вследствие ползучести грунта, то для установления связи между деформацией основания грунта и давлением в зависимости от времени целесообразно пользоваться

ся механической моделью Максвелла-Фохта для полупространства [117].

Принимая постоянным коэффициент податливости грунта основания, решение дифференциального уравнения деформации сводится к решению дифференциального уравнения первой степени с переменными коэффициентами:

$$n \cdot \frac{E_o}{1-\nu_o^2} \dot{\varepsilon}(\xi, t) + \frac{E}{1-\nu_o^2} \varepsilon(\xi, t) = n \dot{\sigma}(\xi, t) + \sigma(\xi, t), \quad (2.21)$$

где  $n = \frac{K}{E_o + E_1}$ ;  $E = \frac{E_o E_1}{E_o + E_1}$ ,  $\varepsilon(\xi, t)$  - относительная деформация грунта основания здания;  $K$  - коэффициент вязкости грунта;  $n$  - время релаксации.

Поскольку при деформации грунта изменение напряжений ( $\sigma(\xi, t)$ ) протекает довольно медленно, то эти напряжения можно представить в следующем виде:

$$\sigma(\xi, t) = \sigma_o(\xi) \left( 1 + \frac{t}{t_o} \right); \quad \dot{\sigma}(\xi, t) = \sigma_o(\xi) \frac{1}{t_o}, \quad (2.22)$$

где  $t_o$  - время практического затухания нормального напряжения ( $\sigma(\xi, t)$ ) грунта;  $t$  - текущее время.

Подставляя величину  $\sigma(\xi, t)$  из (2.19) в уравнение (2.22), получим

$$m \{ n E_o \dot{\varepsilon}(\xi, t) + E \varepsilon(\xi, t) \} = \sigma_o(\xi, t) \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{t}{t_o} \right]. \quad (2.23)$$

Преобразуя и обозначая уравнение (2.23):

$$\dot{\varepsilon}(\xi, t) + \frac{E}{n E_o} \varepsilon(\xi, t) = \frac{\sigma_o(\xi)}{m n E_o} \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{t}{t_o} \right] \text{ и } a = \frac{E}{n E_o}; \quad b = \frac{1}{m n E_o}; \quad m = \left( \frac{1}{1-\nu_o^2} \right), \text{ получим}$$

$$\dot{\varepsilon}(\xi, t) + a \varepsilon(\xi, t) = b \sigma_o(\xi) \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{t}{t_o} \right]. \quad (2.24)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (2.24) по времени, получим

$$\varepsilon(\xi, t) = e^{-a \int dt} \left[ C_1 + b \sigma_o(\xi) \int \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{t}{t_o} \right] e^{a \int dt} dt \right]. \quad (2.25)$$

Интегрируя выражение (2.25), получим

$$\begin{aligned}\varepsilon(\xi, t) &= e^{-at} \left\{ C_1 + b \sigma_o(\xi) \int \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{t}{t_o} \right] e^{at} dt \right\} = \\ &= e^{-at} \left\{ C_1 + b \sigma_o(\xi) \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) \frac{1}{a} + \frac{1}{t_o a^2} (at - 1) \right] e^{at} \right\}\end{aligned}$$

или

$$\varepsilon(\xi, t) = C_1 e^{-at} + \frac{b}{a} \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{1}{at_o} (at - 1) \right] \sigma_o(\xi), \quad (2.26)$$

где  $\frac{b}{a} = \frac{1}{mE} = \frac{1 - \nu_o^2}{E}$ .

Для определения постоянной величины интегрирования  $C_1$  воспользуемся начальным условием задачи:

$$\text{при } t = 0; \quad \varepsilon(0) = \frac{1 - \nu_o^2}{E_o} P_o. \quad (2.27)$$

Используя начальное условие (2.27) и подставляя в выражение (2.26), получим

$$\begin{aligned}\frac{-1 - \nu_o^2}{E_o} P_o &= C_1 + \frac{1 - \nu_o^2}{E} \sigma_o(\xi) \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) - \frac{1}{at_o} \right], \\ C_1 &= - \left\{ \frac{1 - \nu_o^2}{E} \sigma_o(\xi) \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) - \frac{1}{at_o} \right] + \frac{1 - \nu_o^2}{E_o} P_o \right\}.\end{aligned} \quad (2.28)$$

Подставив величину  $C_1$  в уравнение (2.26), получим

$$\varepsilon(\xi, t) = - \left\{ \frac{1 - \nu_o^2}{E} \sigma_o(\xi) \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) - \frac{1}{at_o} \right] + \frac{1 - \nu_o^2}{E_o} P_o \right\} e^{-at} + \frac{1 - \nu_o^2}{E} \sigma_o(\xi) \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{1}{at_o} (at - 1) \right].$$

Преобразуя и группируя последнее уравнение, получим

$$\varepsilon(\xi, t) = - \frac{\sigma_o(\xi)}{E} (1 - \nu_o^2) \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{1}{at_o} (at - 1) \right] - \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) - \frac{1}{at_o} \right] e^{-at} - \frac{1 - \nu_o^2}{E_o} P_o e^{-at} \right\}. \quad (2.29)$$

Обозначив  $\Phi(t) = \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) + \frac{1}{at_o} (at - 1) \right] - \left[ \left( 1 + \frac{n}{t_o} \right) - \frac{1}{at_o} \right] e^{-at}$ , из (2.29) получим

$$\varepsilon(\xi, t) = - \frac{1 - \nu_o^2}{E} \sigma_o(\xi) \Phi(t) - \frac{1 - \nu_o^2}{E_o} P_o e^{-at}. \quad (2.30)$$

Для определения деформации величину  $\sigma_o(\xi)$  из выражения (2.19) подставим в



уравнение (2.30):

$$\varepsilon(\xi, t) = -\frac{1-\nu_o^2}{E} \left\{ \frac{A_o}{8} \left[ (3\xi^4 + 4\xi^2 + 1) \right] + \left[ C_o + \frac{1}{2} C_2 (3\xi^2 - 1) + \frac{1}{8} C_4 (35\xi^4 - 30\xi^2 + 3) \right] \right\} \times \\ \times \Phi(t) - \frac{1-\nu_o^2}{E_o} P_o e^{-at}. \quad (2.31)$$

Используя величину относительной деформации грунта из уравнения (2.31), можем определить деформацию грунта основания крупнопанельного высотного здания ( $U(\xi, t)$ ) в зависимости от времени деформации:

$$U(\xi, t) = -\frac{1-\nu_o^2}{E} P_o \int_{-1}^{+1} \varepsilon(\xi, t) d\xi = \\ = -\frac{1-\nu_o^2}{E} P_o \ell \int_{-1}^{+1} \left\{ \frac{A_o}{8} (3\xi^4 + 4\xi^2 + 1) + \left[ \bar{C}_o + \frac{1}{2} \bar{C}_2 (3\xi^2 - 1) + \frac{1}{8} \bar{C}_4 (35\xi^4 - 30\xi^2 + 3) \right] \right\} \Phi(t) + \frac{E}{E_o} e^{-at} d\xi. \quad (2.32)$$

Интегрируя уравнение (2.32), получим

$$U(\xi, t) = -\frac{1-\nu_o^2}{E} P_o \ell \left[ \left\{ \frac{\bar{A}_o}{8} \left( \frac{3}{5} \xi^5 + \frac{4}{3} \xi^3 - \xi \right) + \left[ \bar{C}_o \xi + \frac{1}{2} \bar{C}_2 (\xi^3 - \xi) + \frac{1}{8} \bar{C}_4 (7\xi^5 - 10\xi^3 + 3\xi) \right] \right\} \Phi(t) + \xi \frac{E}{E_o} e^{-at} \right]_{-1}^{+1}, \\ U(\xi, t) = -\frac{2(1-\nu_o^2)}{E} P_o \ell \left\{ \left[ \bar{A}_o \left( \frac{14}{120} \right) + (\bar{C}_o) \right] \Phi(t) + \frac{E}{E_o} e^{-at} \right\}. \quad (2.33)$$

Пример. Принимая  $E_o = 2 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2$ ;  $\nu_o = 0,3$ ;  $E = \frac{E_1 E_o}{E_1 + E_o} \approx \frac{E_o}{2}$ ;  $t = 1 \text{ час}$ ;

$$K = \frac{3500}{24} \text{ кгс/см}^2 \cdot \text{час} = 1,46 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2 \cdot \text{час};$$

$$n = \frac{K}{E_1 + E_o} = \frac{1,46}{3 \cdot 10^2} \cdot 10^2 = 0,487; \quad a = \frac{E}{E_o n} = \frac{1}{2n} = 1,03;$$

$e^{-1,03t} = 0,3570$ ;  $\Phi(t) = 0,674$ ;  $\bar{A}_o = \frac{A_o}{P_o} = \frac{2}{\pi \cdot 2} = \frac{1}{\pi} = 0,32$ ;  $\bar{C}_o = \frac{C_o}{P_o} = \frac{1}{2} = 0,5$ , получаем

$$U(\xi, t) = -\frac{1-0,3^2}{2 \cdot 10^2} \cdot 2 \cdot 600 \left\{ \left[ \frac{0,32}{120} (14) + 0,5 \right] 0,674 + 0,254 \right\} =$$

$$= (1-0,09) 6 \left[ (3,73 \cdot 10^{-2} + 0,5) 0,674 + 0,254 \right] = -3,93 \text{ см.}$$

Расчетные значения  $U(\xi, t)$  при разных величинах  $E_o$  и  $\nu_o$  представлены в таблице 2.1.

**Таблица 2.1**

Расчетные значения  $U(\xi, t)$  при разных величинах  $E_o$  и  $\nu_o$

$E_o$ (кгс/см <sup>2</sup> )	$\nu_o$	$K$ (кгс/см <sup>2</sup> ·час)	$n$	$a$	$C_o$	$\bar{A}_o$	$\Phi(t)$	$U(\xi, t)$ (см)
$2 \cdot 10^2$	0,3	$1,46 \cdot 10^2$	0,487	1,03	0,5	0,32	0,674	-3,93
$3,5 \cdot 10^2$	0,35	$1,46 \cdot 10^2$	0,278	1,80	0,5	0,32	0,873	-1,87
$4,6 \cdot 10^2$	0,37	$1,46 \cdot 10^2$	0,211	2,37	0,5	0,32	0,945	-1,37

Деформация грунта без учета деформации ползучести определяется выражением [118]

$$U_o(\xi, 0) = \frac{2(1-\nu_o^2)}{E_o} P_o = 0,02 \text{ см.}$$

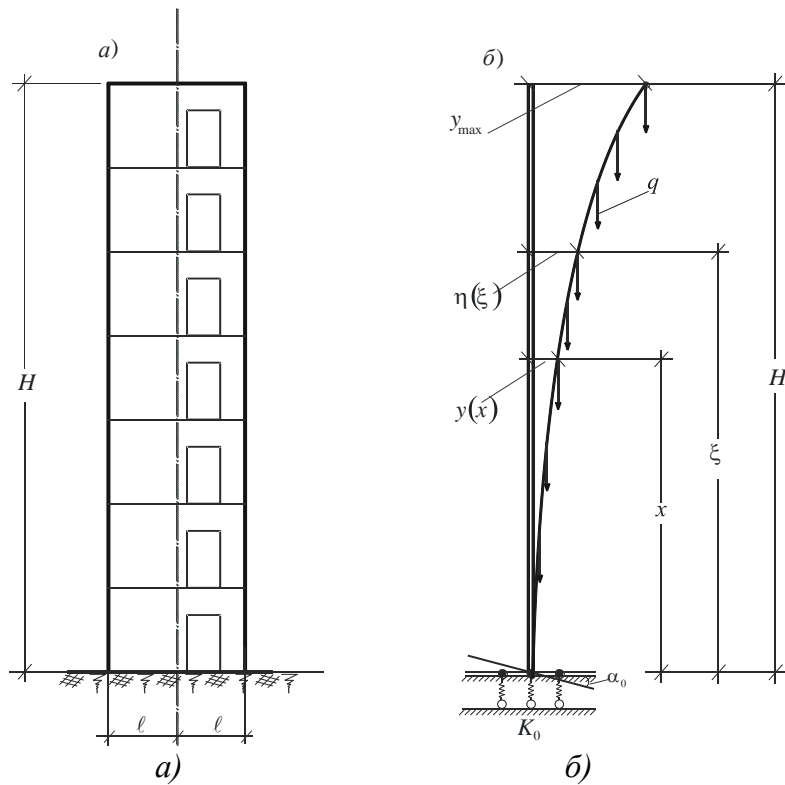
### **2.3. МЕТОД РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ВЫСОТНОГО КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ СОБСТВЕННОГО ВЕСА С УЧЕТОМ ПОДАТЛИВОСТИ ГРУНТА ОСНОВАНИЯ**

Результаты многочисленных исследований, посвященных установлению устойчивости высотных крупнопанельных зданий, показывают, что вследствие податливости грунта под подошвой фундамента возникает дополнительный крен, приводящий к потере его продольной устойчивости [140, 141, 150].

В расчетной схеме высотное крупнопанельное здание представлено с упругой заделкой (рис. 2.3 а, б).

Учитывая податливость грунта под подошвой, представим условие устойчивости здания в форме дифференциального уравнения упругой линии [78]:

$$EJy''(x) = -M(x) = -q \int_x^H (y - \eta) d\xi = -q \int_x^H y d\xi + q \int_x^H \eta d\xi, \quad (2.34)$$



**Рис. 2.3.** Расчетная схема устойчивости высотного крупнопанельного здания на упругом основании: а - здание; б - расчетная схема

где  $y(x)$  и  $\eta(\xi)$  - прогибы сечений  $x$  и  $\xi$ ;  $EJ$  - обобщенная жесткость при изгибе [150].

Дифференцируя уравнение (2.34) по  $x$ , получим

$$EJy'''(x) = -q \int_x^H \frac{dy}{dx} d\xi - qy'(H-x) + q \int_x^H \frac{d\eta}{dx} d\xi + q(H-x)'\eta. \quad (2.35)$$

В правой части дифференциального уравнения (2.35) второй и четвертый члены сокращаются, так как  $y(x) = \eta(x)$ . Третий интеграл равен нулю, так как  $d\eta/dx = 0$ , поскольку  $\eta = f(\xi)$ , и при дифференцировании по  $x$  должна рассматриваться как постоянная величина, т.е.

$$q \int_x^H \frac{d\eta}{dx} d\xi = 0. \quad (2.36)$$

С учетом сокращений и условия (2.36) получим

$$EJy'''(x) = -qy'(H-x). \quad (2.37)$$

Дифференцируя уравнение (2.37) по  $x$ , получим искомое дифференциальное уравнение четвертого порядка:

$$EJy^{IV}(x) = -q(H-x)y''(x) + qy'(x). \quad (2.38)$$

Для удобства интегрирования уравнения (2.38) приведем его к безразмерному виду, выполнив замену независимой переменной:

$$\xi = x/H. \quad (2.39)$$

В результате получим

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{H} \frac{dy}{d\xi}; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{H^2} \frac{d^2y}{d\xi^2}; \quad \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{1}{H^4} \frac{d^4y}{d\xi^4}. \quad (2.40)$$

После подстановки (2.39) и (2.40) в уравнение (2.38) получим необходимую безразмерную форму этого уравнения:

$$y^{IV}(\xi) + \frac{qH^3}{EJ}(1-\xi)y''(\xi) - \frac{qH^3}{EJ}y'(\xi) = 0. \quad (2.41)$$

Введем обозначения для безразмерного параметра нагрузки:

$$a = qH^3/EJ. \quad (2.42)$$

С учетом (2.42) уравнение (2.41) примет вид

$$y^{IV}(\xi) + a(1-\xi)y''(\xi) - ay'(\xi) = 0. \quad (2.43)$$

Для упрощения уравнения (2.43) введем новую независимую переменную:

$$\eta = (1-\xi). \quad (2.44)$$

При переходе к новой переменной  $\eta$  (2.44) производные в уравнении (2.43) получают вид

$$\frac{dy}{d\xi} = -\frac{dy}{d\eta}; \quad \frac{d^2y}{d\xi^2} = +\frac{d^2y}{d\eta^2}; \quad \frac{d^4y}{d\xi^4} = \frac{d^4y}{d\eta^4}. \quad (2.45)$$

Подставляя выражения этих производных через новую переменную в уравнение (2.43), получим

$$y^{IV}(\eta) + a\eta y''(\eta) + ay'(\eta) = 0. \quad (2.46)$$

Заметим, что уравнение (2.46) может быть представлено в виде полной производной:

$$[y'''(\eta)]' + a[\eta y'(\eta)]' = 0. \quad (2.47)$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$y'''(\eta) + a\eta y'(\eta) = A_1, \quad (2.48)$$

где  $A_1$  - постоянная величина.

Уменьшим порядок уравнения (2.48) на единицу путем использования новой функции:

$$U = dy/d\eta. \quad (2.49)$$

Тогда из (2.48) получим дифференциальное уравнение второго порядка, которое не интегрируется в элементарных функциях:

$$U''(\eta) + a\eta U(\eta) = A_1. \quad (2.50)$$

Соответствующее однородное уравнение имеет вид

$$U''(\eta) + a\eta U(\eta) = 0. \quad (2.51)$$

Интегрирование однородного дифференциального уравнения дает

$$U(\eta) = C_2 \eta^{1/2} J_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right) + C_3 \eta^{1/2} J_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right), \quad (2.52)$$

где  $J_{\pm 1/3}\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right)$  - бесселевы функции дробных порядков  $\left(\pm \frac{1}{3}\right)$ .

В дальнейшем изложении сложный безразмерный аргумент функций Бесселя обозначим через

$$Z = \frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}. \quad (2.53)$$

В сокращенном виде функции Бесселя принимают вид

$$J_{1/3}\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right) = J_{1/3}(z) \left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right) = J_{-1/3}\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right) = J_{-1/3}(z), \quad (2.54)$$

тогда производные функций Бесселя будут

$$\frac{d}{d\eta} J_{1/3}\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right) = \sqrt{a} \eta^{1/2} J'_{1/3}\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right) = \sqrt{a} \eta^{1/2} J'_{1/3}(z). \quad (2.55)$$

Для сокращения записей обозначения производных в дальнейшем принимают вид

$$J'_{-1/3}(z); \quad C'_2; \quad C'_3 \quad \text{и т.д.}$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения (2.48) производится по методу Лагранжа – по вариациям произвольных постоянных в общем решении (2.52) однородного уравнения (2.51).

Применяя известную процедуру метода вариаций, определим первую производную общего решения (2.52):

$$U'(\eta) = C_2' \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + C_3' \eta^{1/2} J_{-1/3}(z) + C_2 \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{1/3}'(z) \right] + C_3 \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{-1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{-1/3}'(z) \right]. \quad (2.56)$$

Сумма первых двух членов этого уравнения должна быть равна нулю, так как содержит производные произвольных величин  $C_2, C_3$ , поэтому:

$$C_2' \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + C_3' \eta^{1/2} J_{-1/3}(z) = 0. \quad (2.57)$$

С учетом выражения (2.57) первая производная принимает вид

$$U'(\eta) = C_2 \left[ \frac{1}{2} \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{1/3}'(z) \right] + C_3 \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{-1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{-1/3}'(z) \right]. \quad (2.58)$$

Для определения второй производной используем рекуррентные формулы функций Бесселя [282]. Тогда получим

$$U''(\eta) = C_2' \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{1/3}'(z) \right] + C_3' \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{-1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{-1/3}'(z) \right] - C_2 a \eta^{3/2} J_{1/3}(z) - C_3 a \eta^{3/2} J_{-1/3}(z). \quad (2.59)$$

Подставляя решение (2.52) и выражение второй производной (2.59) в неоднородное уравнение (2.48), получим второе уравнение относительно  $C_2$  и  $C_3$ , которое вместе с уравнением (2.57) приводит к следующей системе:

$$\begin{cases} C_2' \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + \bar{C}_3' \eta^{1/2} J_{-1/3}(z) = 0, \\ C_2 \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{1/3}'(z) \right] + C_3 \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{-1/3}(z) + \sqrt{a} \eta J_{-1/3}'(z) \right] = A_1. \end{cases} \quad (2.60)$$

Из первого уравнения системы (2.68) находим

$$C_2^1 = -C_3^1 \frac{J_{-1/3}(z)}{J_{1/3}(z)}. \quad (2.61)$$

Подставляя (2.61) во второе уравнение системы (2.60), после сокращения получим

$$C_3^1 \sqrt{a} \eta \left[ \frac{J_{1/3}(z)J'_{-1/3}(z) - J_{-1/3}(z)J'_{1/3}(z)}{J_{1/3}(z)} \right] = A_1. \quad (2.62)$$

Заметим, что числитель уравнения в квадратных скобках представляет собой развернутую форму определителя Вронского, составленного на основе общего решения (2.52) однородного уравнения (2.51), которое, согласно Ломмелю [282], имеет вид

$$J_{1/3}(z)J'_{-1/3}(z) - J_{-1/3}(z)J'_{1/3}(z) = -\frac{\sqrt{3}}{\pi z}. \quad (2.63)$$

Подставляя это значение определителя Вронского в числитель (2.62), находим

$$C_3 = -A_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \eta^{1/2} J_{1/3}(z). \quad (2.64)$$

Учитывая (2.64), из (2.61) имеем

$$C_2 = A_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \eta^{1/2} J_{-1/3}(z). \quad (2.65)$$

Интегрирование выражений (2.64) и (2.65) дает

$$C_2 = A_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a} \int J_{-1/3}(z) dz + A_2, \quad (2.66)$$

$$C_3 = -A_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a} \int J_{1/3}(z) dz + A_3, \quad (2.67)$$

где  $A_2$  и  $A_3$  - новые произвольные постоянные.

Подставляя значения  $C_2$  и  $C_3$  из (2.66) и (2.67) в общее решение (2.52) однородного уравнения (2.51), получим общее решение искомого неоднородного уравнения (2.50):

$$U(\eta) = A_1 \frac{2}{3\sqrt{a}} \eta^{1/2} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \left[ J_{1/3}(z) \int J_{-1/3}(z) dz - J_{-1/3}(z) \int J_{1/3}(z) dz \right] + A_2 \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + A_3 \eta^{1/2} J_{-1/3}(z). \quad (2.68)$$

Заметим, что в решении (2.68) выражение в квадратных скобках с постоянным мно-

жителем  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$  представляет собой функцию Ломмеля [282], общая форма которой имеет

вид

$$S_{K,\nu}(z) = \frac{\pi}{2 \sin \nu \pi} \left[ J_{\nu}(z) \int_0^z Z^k J_{-\nu}(z) dz - J_{-\nu}(z) \int_0^z Z^k J_{\nu}(z) dz \right]. \quad (2.69)$$

В данном случае  $K = 0$ ;  $\nu = 1/3$ , при этих значениях индексов функция Ломмеля совпадает с выражением в квадратных скобках (2.68), умноженным на  $\frac{\pi}{3}$ :

$$S_{0; \frac{1}{3}}(z) = \frac{\pi}{3} \left[ J_{1/3}(z) \int J_{-1/3}(z) dz - J_{-1/3}(z) \int J_{1/3}(z) dz \right]. \quad (2.70)$$

С учетом полученного выражения функции Ломмеля (2.70) решение (2.68) будет иметь следующий вид:

$$U(\eta) = y'(\eta) = A_1 \frac{2}{3\sqrt{a}} \eta^{1/2} S_{0; \frac{1}{3}}(z) + A_2 \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + A_3 \eta^{1/2} J_{-1/3}(z). \quad (2.71)$$

Общее решение (2.71) неоднородного уравнения (2.50) позволяет перейти к прежним переменным и получить решение исходного уравнения (2.46) четвертого порядка.

Учитывая прежнюю замену переменных (2.49), определим безразмерную функцию прогибов ( $y$ ), представляя уравнение (2.71) в виде

$$y(\eta) = A_1 \frac{2}{3\sqrt{a}} \int S_{0; \frac{1}{3}}(z) \eta^{1/2} d\eta + A_2 \int J_{1/3}(z) \eta^{1/2} d\eta + A_3 \int J_{-1/3}(z) \eta^{1/2} d\eta + A_4. \quad (2.72)$$

Принимая во внимание принятое обозначение независимой переменной (2.53), преобразуем дифференциалы под знаком интегралов на основании выражения

$$d(z) = d\left(\frac{2}{3} \sqrt{a} \eta^{3/2}\right) = \sqrt{a} \eta^{1/2} d\eta. \quad (2.73)$$

В результате запишем окончательно искомое общее решение однородного уравнения (2.46) четвертого порядка:

$$y(z) = A_1 \frac{2}{3a} \int S_{0; \frac{1}{3}}(z) dz + A_2 \frac{1}{\sqrt{a}} \int J_{1/3}(z) dz + A_3 \frac{1}{\sqrt{a}} \int J_{-1/2}(z) dz + A_4, \quad (2.74)$$



где  $Z = \frac{2}{3}\sqrt{a}\eta^{3/2}$ .

Для использования граничных условий необходимо также определить вторую производную. Дифференцируя выражение (2.71), получим

$$y''(\eta) = A_1 \frac{2}{3\sqrt{a}} \frac{d}{d\eta} \left[ \eta^{1/2} S_{0; \frac{1}{3}}(z) \right] + A_2 \frac{d}{d\eta} \left[ \eta^{1/2} J_{1/3}(z) \right] + A_3 \frac{d}{d\eta} \left[ \eta^{1/2} J_{-1/3}(z) \right]. \quad (2.75)$$

Для вычисления производной функции Ломмеля в выражении (2.75) воспользуемся известной рекуррентной формулой [25]:

$$\frac{d}{dz} \left[ z^v S_{K, v}(z) \right] = (K + v - 1) Z^v S_{K-1; v-1}(z). \quad (2.76)$$

Для вычисления производных функций Бесселя в (2.75) используем формулу

$$J'_v(z) = J_{v-1}(z) - v \frac{J_v(z)}{z}. \quad (2.77)$$

Имея в виду значение независимой переменной (2.53):

$$Z = \frac{2}{3}\sqrt{a}\eta^{3/2}$$

и выполняя тождественные преобразования в процессе дифференцирования, получим выражение второй производной общего решения исходного уравнения (2.46):

$$y'' = -A_1 \frac{4}{9} \eta S_{-1; -2/3}(z) + A_2 \sqrt{a} \eta J_{-2/3}(z) - A_3 \sqrt{a} \eta J_{-2/3}(z). \quad (2.78)$$

Таким образом, на основании общего решения ( $y, y'$  и  $y''$ ) из (2.72), (2.71) и (2.78), а также из известных граничных условий можно определить все неизвестные постоянные ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ).

С этой целью сначала выполним некоторые преобразования и приведем данные, необходимые для решения данной задачи. Ряд функций, входящих в полученные решения (2.72), (2.71) и (2.78), табулированы [282], а для нетабулированных функций приведем их разложения в бесконечные степенные ряды, используя общие формулы [156]:

$$\begin{aligned}
S_{0;-\frac{1}{3}}(z) &= \frac{z}{4} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K \left(\frac{z}{2}\right)^{2K}}{\Gamma\left(\frac{4}{3} + K\right) \Gamma\left(\frac{5}{3} + K\right)}; \\
S_{-1;-\frac{2}{3}}(z) &= -\frac{3}{4} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K \left(\frac{z}{2}\right)^{2K}}{\Gamma\left(\frac{1}{3} + K\right) \Gamma\left(\frac{2}{3} + K\right)}; \\
\int S_{0;\frac{1}{3}}(z) dz &= \frac{z^2}{8} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K \left(\frac{z}{2}\right)^{2K}}{(K+1) \Gamma\left(\frac{1}{3} + K\right) \Gamma\left(\frac{5}{3} + K\right)}; \\
\int J_{\frac{1}{3}}(z) dz &= 3 \left(\frac{z}{2}\right)^{4/3} \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K \left(\frac{z}{2}\right)^{2K}}{(3K+2) K! \Gamma\left(\frac{4}{3} + K\right)}; \\
\int J_{-1/3}(z) dz &= 3 \left(\frac{z}{2}\right)^{2/3} \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K \left(\frac{z}{2}\right)^{2K}}{(3K+1) K! \Gamma\left(\frac{2}{3} + K\right)},
\end{aligned} \tag{2.79}$$

где  $\Gamma(\cdot)$  - гамма-функция.

Согласно расчетной схеме крупнопанельного здания (рис. 2.4 б), граничными условиями будут:

$$1) \text{ при } x=0; \quad \xi=0; \quad y(0)=0; \quad y'(0)=\alpha_0; \quad y''(0)=\frac{M_0}{EJ},$$

$$2) \text{ при } x=H; \quad \xi=1; \quad y''(1)=0; \quad y'''(0)=0,$$

где  $M_0 = \alpha_0 K_0$ ;  $K_0 = CJ_0$  ( $K_0$  - коэффициент упругого основания;  $C$  - коэффициент постели,  $H/M^3$ ;  $J_0$  - момент инерции основания).

Используя граничные условия, на основании (2.72), (2.71) и (2.78) определим систему четырех уравнений устойчивости здания.

При подстановке граничных условий необходимо перейти к основной переменной  $\xi$  (2.39), характеризующей безразмерную длину здания и входящей в основное уравнение устойчивости четвертого порядка (2.43). При этом следует рассчитать значение аргумента (2.53) специальных функций на концах интервала (0; 1) интегрирования с учетом

выражения для  $\eta$  (2.44), в котором связаны две независимые переменные.

Принимая во внимание также формулу безразмерного параметра "а" (2.42), при  $x = 0$  получим  $\xi = 0$ , следовательно:

$$Z = \frac{2}{3} \sqrt{a\eta}^{3/2} = \frac{2}{3} \sqrt{a(1-\xi)}^{3/2} \Big|_{\xi=0} = \frac{2}{3} \left( \frac{qH^3}{EJ} \right)^{1/2}, \quad (2.80)$$

для  $x = H$ ,  $\xi = 1$ ,  $z = 0$ .

Для численного расчета коэффициента постели грунта основания ( $c = 30 \text{ H / см}^3$ ) было использовано следующее граничное условие:  $\alpha_0 = y'(\xi) = y'(0)$ .

При подстановке граничных условий и выполнении преобразований с постоянными коэффициентами уравнений и с определителем этой системы уравнений запишем условие устойчивости здания:

$$\begin{bmatrix} \int S_{0; \frac{1}{3}}(z) dz; & \int J_{1/3}(z) dz; & \int J_{-1/3}(z) dz; & 1 \\ -\frac{2}{3} S_{-1; -\frac{2}{3}}(z) dz; & J_{-2/3}(z); & -J_{2/3}(z); & 0,85 \\ \int S_{0; \frac{1}{3}}(z) dz; & \int J_{2/3}(z) dz; & \int J_{-1/3}(z) dz; & 1 \\ -\frac{2}{3} S_{-1; -\frac{1}{3}}(z); & J_{-2/3}(z); & -J_{2/3}(z); & 0 \end{bmatrix} = 0. \quad (2.81)$$

Определение наименьшего корня уравнения (2.81) производилось с использованием разложений (2.79) при фиксированном аргументе  $z$ . После вычисления наименьшего корня уравнения (2.81)  $z$  определяется в пределах

$$1,429 < z < 1,421, \quad (2.82)$$

$$z = \frac{2}{3} \left( \frac{qH^3}{EJ} \right)^{1/2} = 1,421.$$

Принимая нижнюю оценку параметра критической нагрузки (2.82), получим значение критической силы крупнопанельного высотного здания:

$$(qH)_{кр} = 4,543 \frac{EJ}{H^2}. \quad (2.83)$$

## Выводы по главе 2

1. Путем определения угла наклона ( $\theta$ ) и наибольшего перемещения ( $f$ ) становится возможным проведение анализа напряженно-деформированного состояния отдельных элементов диафрагмы.
2. Анализ данных расчетов показывает, что разница между результатами точных и приближенных расчетов величины угла наклона диафрагмы не превышает 10 %, поэтому для практических расчетов следует пользоваться методом приближенного расчета (уравнения 2.15 и 2.16), являющимся наиболее простым.
3. Результаты сравнительных расчетов (2.18) и данные таблицы 2.1 свидетельствуют, что для безопасной эксплуатации крупнопанельного высотного здания необходимо учитывать также деформацию, вызываемую ползучестью грунта основания здания.
4. Сравнивая величину полученной критической нагрузки с учетом податливости заделки (2.83) со стойкой при жестком защемлении нижнего конца (верхний конец свободен), приходим к выводу, что разность в результатах значительна - критическая нагрузка меньше в 1,7 раза. Поэтому при расчете критической нагрузки необходимо учитывать податливость заделки.

### **3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕСУЩИХ СТЕН КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ**

Величины параметров напряженно-деформированного состояния несущих стен крупнопанельных зданий зависят от правильного проектирования зданий и их конструкций, которые, в свою очередь, зависят от точности применяемой теории расчета, определяющей надежность, долговечность зданий и величину финансовых затрат на строительство.

Изложенное диктует необходимость разработки теории расчета с учетом возможных внешних нагрузок.

Учитывая наличие разнообразных конструктивных схем крупнопанельных зданий, возникает необходимость их классификации по группам с учетом способов соединения стен в пространственную коробку и панельных конструкций в плоские составные системы. По этим двум признакам крупнопанельные здания делятся на три группы: пространственно-жесткие, здания с податливыми соединениями продольных и поперечных стен и здания с точечными соединениями панелей [29, 105-107, 112, 133, 231, 251, 319].

В действительности реальные связи обладают конечной податливостью, что позволяет точнее оценить степень деформации столбов как упругоподатливых связанных элементов.

Крупнопанельные здания моделируются по известным трем расчетным схемам [59, 66, 106, 116, 150, 230, 237, 242, 245, 259, 296, 311-314], из которых предпочтение следует отдавать дискретно-континуальной схеме, как наиболее удобной и универсальной.

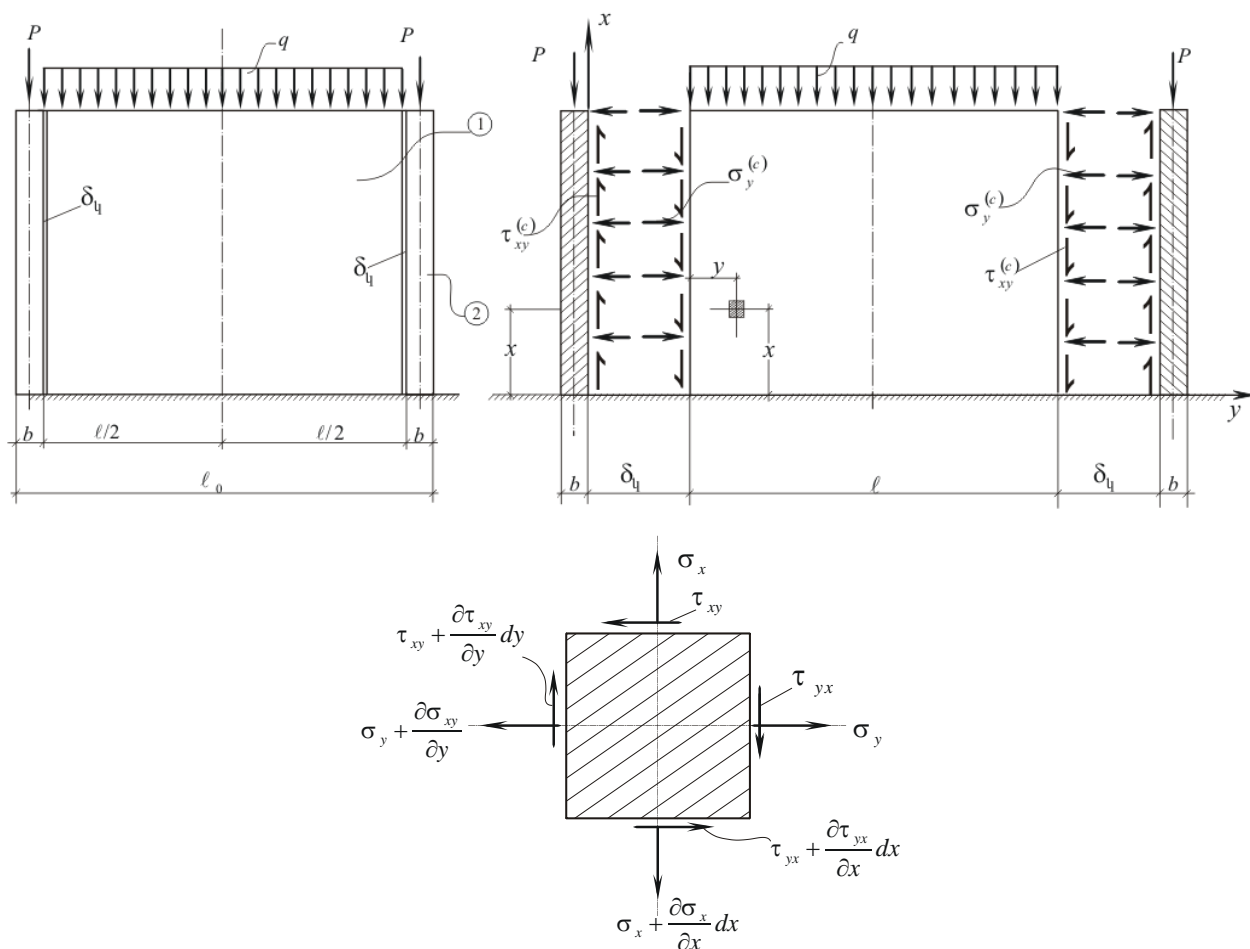
#### ***3.1. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ШВОВ НЕСУЩИХ СТЕН И СТОЯКОВ ВЫСОТНЫХ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК***

Решение поставленной задачи по прочности и жесткости несущих стен и стояков высотных крупнопанельных зданий преследует цель - определить напряжения в их швах

[167, 318].

При решении задачи в качестве несущей диафрагмы выбрана поперечная стена первого этажа здания как наиболее напряженного узла [77].

Согласно постановке задачи, расчетные схемы представлены на рис. 3.1.



**Рис. 3.1.** Расчетные схемы несущей стены со стояками

На расчетных схемах:  $P$  - сила, действующая на стояк;  $q$  - распределенная нагрузка на поперечной несущей стене;  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  - нормальные напряжения;  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{yx}$  - касательные напряжения на поперечной стене;  $\sigma_c(y)$  и  $\tau_c(xy)$  - нормальные и касательные напряжения на площадке стыка стояка и поперечной стены.

Для удобства решения задачи несущую стену разложим на два элемента: стояки и несущую поперечную стену, которая представляет собой плоскую плиту [106, 121, 164, 203].

В качестве граничных условий рассматриваем внутренние напряжения, возникаю-

щие в плоскости соединения.

Для исследования напряженного состояния плиты используем выражения работы от напряжений и деформаций [203]:

$$\int_A \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \cdot V(x, y) dA - \int_A \tau_{xy} \frac{\partial V(x, y)}{\partial y} dA = 0, \quad (3.1)$$

$$\int_A \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \cdot U(x, y) dA - \int_A \sigma_y \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} dA = 0, \quad (3.2)$$

где  $V(x, y)$  и  $U(x, y)$  - перемещения в поперечной стене по направлению осей  $x$  и  $y$ ;  $dA$  - площадь элемента.

Для решения задачи удобно перемещения представить бесконечными рядами синуса и косинуса согласно [203]:

$$V(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(x) \cos \alpha_n y, \quad (3.3)$$

$$U(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x) \sin \alpha_n y, \quad (3.4)$$

где  $\alpha_n = \frac{n\pi}{2\ell}$ .

Для определения величины напряжений воспользуемся обобщенным законом Гука:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} + \nu \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} \right], \quad (3.5)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} + \nu \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} \right], \quad (3.6)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{\partial V(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} \right], \quad (3.7)$$

где  $E$  и  $\nu$  - соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона материала.

Подставляя функции перемещений из (3.4), в (3.5), (3.6) и (3.7), получим

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [V_n'(x) + \alpha_n \nu U_n(x)] \cos \alpha_n y, \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} [\alpha_n U_n(x) + \nu V_n'(x)] \cos \alpha_n y, \\ \tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu^2)} [(-\alpha_n) V_n(x) + U_n'(x)] \sin \alpha_n y. \end{cases} \quad (3.8)$$

Определим частные производные напряжений  $\sigma_x$  и  $\tau_{xy}$  по  $x$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{E}{1-\nu^2} [V_n''(x) + \alpha_n \nu U_n'(x)] \cos \alpha_n y, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \frac{E}{2(1+\nu^2)} [(-\alpha_n) V_n'(x) + U_n''(x)] \sin \alpha_n y. \end{cases} \quad (3.9)$$

Подставляя величины (3.9) и (3.8) в (3.1) и (3.2) с учетом  $V(x, y)$  и  $U(x, y)$ , из (3.3) и (3.4) получим

$$\begin{aligned} & b \int_{-\ell/2}^{+\ell/2} \frac{E}{1-\nu^2} [V_n''(x) + \alpha_n \nu U_n'(x)] V_n(x) \cos^2 \alpha_n y dy + \\ & + b \int_{-\ell/2}^{+\ell/2} \frac{E}{2(1+\nu)} [U_n'(x) - \alpha_n V_n(x)] \alpha_n V_n \sin^2 \alpha_n y dy = 0, \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} & b \int_{-\ell/2}^{+\ell/2} \frac{E}{2(1-\nu)} [U_n''(x) - \alpha_n V_n'(x)] U_n(x) \sin^2 \alpha_n y dy - \\ & - b \int_{-\ell/2}^{+\ell/2} \frac{E}{1-\nu^2} [\alpha_n U_n(x) + \nu V_n'(x)] \alpha_n U_n(x) \cos^2 \alpha_n y dy = 0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Интегрируя и сокращая последние выражения на  $\frac{V_n(x), E}{1-\nu^2}$  и  $b$ , а также производя несложные математические преобразования, получим

$$V_n''(x) + \alpha_n \nu U_n'(x) + \left(\frac{1-\nu}{2}\right) [U_n'(x) - \alpha_n V_n(x)] \alpha_n = 0, \quad (3.12)$$

$$\left(\frac{1-\nu}{2}\right) [U_n''(x) - \alpha_n V_n'(x)] - [\alpha_n U_n(x) + \nu V_n'(x)] \alpha_n = 0. \quad (3.13)$$

Группируя, получим



$$\left\{ \begin{aligned} V_n''(x) - \alpha_n^2 \left( \frac{1-v}{2} \right) V_n(x) + \alpha_n \left( \frac{1+v}{2} \right) U_n'(x) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (3.14)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left( \frac{1-v}{2} \right) U_n''(x) - \alpha_n^2 U_n(x) - \alpha_n \left( \frac{1+v}{2} \right) V_n'(x) &= 0. \end{aligned} \right. \quad (3.15)$$

Решим эту систему дифференциальных уравнений относительно  $V_n(x)$ . Предварительно дифференцируя второе уравнение

$$\left( \frac{1-v}{2} \right) U_n'''(x) - \alpha_n^2 U_n'(x) - \alpha_n \left( \frac{1+v}{2} \right) V_n''(x) = 0$$

или

$$\alpha_n^2 U_n'(x) - \left( \frac{1-v}{2} \right) U_n'''(x) + \alpha_n \left( \frac{1+v}{2} \right) V_n''(x) = 0, \quad (3.16)$$

получим

$$V_n''(x) - \alpha_n^2 \left( \frac{1-v}{2} \right) V_n(x) + \frac{1+v}{2\alpha_n} \left[ \left( \frac{1-v}{2} \right) U_n'''(x) - \alpha_n \left( \frac{1+v}{2} \right) V_n''(x) \right] = 0,$$

$$V_n''(x) \left( 1 - \frac{\alpha_n(1+v)^2}{4} \right) - \alpha_n^2 \left( \frac{1-v}{2} \right) V_n(x) + \frac{1-v^2}{4\alpha_n} U_n'''(x) = 0,$$

$$\left( \frac{5+2v+v^2}{4} \right) V_n''(x) - \left( \frac{1-v}{2} \right) \alpha_n^2 V_n(x) + \frac{1-v}{4\alpha_n^2} U_n'''(x) = 0.$$

Дифференцируя три раза уравнение (3.14), получим

$$\alpha_n \left( \frac{1+v}{2} \right) U_n'''(x) = -V_n^{IV}(x) + \alpha_n^2 \left( \frac{1-v}{2} \right) V_n''(x)$$

и

$$\frac{1-v^2}{4\alpha_n^2} U_n'''(x) = -\frac{1-v}{2\alpha_n^3} V_n^{IV}(x) + \frac{(1-v)^2}{4\alpha_n} V_n''(x). \quad (3.17)$$

Используя уравнения (3.16) и (3.17), получим

$$V_n^{IV}(x) - \frac{2\alpha_n^2}{1-v} \left[ \frac{5+2v+v^2}{2} + \frac{(1-v)^2}{4} \right] V_n''(x) + \alpha_n^4 V_n(x) = 0$$

или

$$V_n^{IV}(x) - 2\beta_n^2 V_n''(x) + \alpha_n^4 V_n(x) = 0, \quad (3.18)$$

где  $2\beta_n^2 = \alpha_n^2 \frac{11+3\nu+2\nu^2}{2(1-\nu)}$ .

Из характеристического уравнения дифференциального уравнения (3.18) получим

$$\omega_n^4 - 2\beta_n^2 \omega_n^2 + \alpha_n^4 = 0, \quad (3.19)$$

откуда  $\omega_{1n} = \sqrt{\beta_n^2 + \sqrt{\beta_n^4 - \alpha_n^4}}$ ,  $\omega_{2n} = \sqrt{\beta_n^2 - \sqrt{\beta_n^4 - \alpha_n^4}}$ , где  $\beta_n^4 - \alpha_n^4 > 0$ .

Таким образом, интегрирование дифференциального уравнения (3.18) даст

$$V_n(x) = C_{1n} sh \omega_{1n} x + C_{2n} ch \omega_{1n} x + C_{3n} sh \omega_{2n} x + C_{4n} ch \omega_{2n} x, \quad (3.20)$$

а

$$V(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} sh \omega_{1n} x + C_{2n} ch \omega_{1n} x + C_{3n} sh \omega_{2n} x + C_{4n} ch \omega_{2n} x) \cos \alpha_n y, \quad (3.21)$$

где  $C_{1n}$ ,  $C_{2n}$ ,  $C_{3n}$  и  $C_{4n}$  - постоянные коэффициенты, для определения которых воспользуемся граничными условиями:

$$\begin{cases} 1. x=0; V(0, y)=0; & 2. x=0; V'(0, y)=0, \\ 3. x=h; \sigma(h, y)=-q; & 4. x=h; \tau_{xy}(h, y)=0. \end{cases} \quad (3.22)$$

Подставляя первое граничное условие в (3.21), получим

$$C_{2n} = -C_{4n}. \quad (3.23)$$

Для использования второго граничного условия продифференцируем (3.21):

$$V'(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} [\omega_{1n} (C_{1n} ch \omega_{1n} x + C_{2n} sh \omega_{1n} x) + \omega_{2n} (C_{3n} ch \omega_{2n} x + C_{4n} sh \omega_{2n} x)] \cos \alpha_n y. \quad (3.24)$$

Подставляя второе граничное условие, получим

$$C_{3n} = -\frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} \cdot C_{1n}. \quad (3.25)$$

Используя зависимости (3.23) и (3.25), уравнение (3.21) примет более упрощенный вид, где неизвестные коэффициенты  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$  равны друг другу:

$$V(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_{1n} \left( sh \omega_{1n} x - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} sh \omega_{2n} x \right) + C_{2n} (ch \omega_{1n} x - ch \omega_{2n} x) \right] \cos \alpha_n y, \quad (3.26)$$

$$V'(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} [C_{1n}(\omega_{1n}ch\omega_{1n}x - \omega_{1n}ch\omega_{2n}x) + C_{2n}(\omega_{1n}sh\omega_{1n}x - \omega_{2n}sh\omega_{2n}x)] \cos \alpha_n y. \quad (3.27)$$

Для использования третьего и четвертого граничных условий необходимо определить также горизонтальное перемещение  $U(x, y)$ , для чего воспользуемся уравнением (3.14):

$$U'_n(x) = \alpha_n \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) V_n(x) - \frac{2}{\alpha_n(1+\nu)} V_n''(x). \quad (3.28)$$

Для определения величин  $V_n(x)$  и  $V_n''(x)$  сначала из (3.27) определим  $V_n''(x)$ :

$$V_n''(x) = [C_{1n}(\omega_{1n}^2 sh\omega_{1n}x - \omega_{1n}\omega_{2n}sh\omega_{2n}x) + C_{2n}(\omega_{1n}^2 ch\omega_{1n}x - \omega_{2n}^2 ch\omega_{2n}x)]. \quad (3.29)$$

Подставляя в уравнение (3.28) значения  $V(x, y)$  из (3.26) и  $V_n''(x)$  из (3.29), получим

$$U'_n(x) = \alpha_n \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left[ C_{1n} \left( sh\omega_{1n}x - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} sh\omega_{2n}x \right) + C_{2n} (ch\omega_{1n}x - ch\omega_{2n}x) \right] - \frac{2}{\alpha_n(1+\nu)} [C_{1n}(\omega_{1n}^2 sh\omega_{1n}x - \omega_{1n}\omega_{2n}sh\omega_{2n}x) + C_{2n}(\omega_{1n}^2 ch\omega_{1n}x - \omega_{2n}^2 ch\omega_{2n}x)]. \quad (3.30)$$

Группируя уравнение (3.27) и имея в виду, что  $U(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x) \sin \alpha_n y$ , получим

величину горизонтального перемещения:

$$U'(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ C_{1n} \left[ \alpha_n \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( sh\omega_{1n}x - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} sh\omega_{2n}x \right) - \frac{2}{\alpha_n(1+\nu)} (\omega_{1n}^2 sh\omega_{1n}x - \omega_{1n}\omega_{2n}sh\omega_{2n}x) \right] + C_{2n} \left[ \alpha_n \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) (ch\omega_{1n}x - ch\omega_{2n}x) - \frac{2}{\alpha_n(1+\nu)} (\omega_{1n}^2 ch\omega_{1n}x - \omega_{2n}^2 ch\omega_{2n}x) \right] \right\} \sin \alpha_n y. \quad (3.31)$$

Интегрируя уравнение (3.31), получим

$$U(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ C_{1n} \left[ \alpha_n \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{ch\omega_{1n}x}{\omega_{1n}} - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}^2} ch\omega_{2n}x \right) - \frac{2}{\alpha_n(1+\nu)} (\omega_{1n}ch\omega_{1n}x - \omega_{1n}ch\omega_{2n}x) \right] + C_{2n} \left[ \alpha_n \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{sh\omega_{1n}x}{\omega_{1n}} - \frac{sh\omega_{2n}x}{\omega_{2n}} \right) - (\omega_{1n}sh\omega_{1n}x - \omega_{2n}sh\omega_{2n}x) \right] \right\} \sin \alpha_n y + C. \quad (3.32)$$

Имея функции  $V_n(x)$  и  $U_n(x)$  и воспользуясь обобщенным законом Гука для плоского напряженного состояния, из уравнений (3.5), (3.6) и (3.7) определим компоненты напряжения:

$$\begin{aligned}
\sigma_x = & \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} + \nu \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} \right] = \frac{E}{1-\nu^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \omega_{1n} [C_{1n} (ch\omega_{1n}x - ch\omega_{2n}x) + \right. \\
& + C_{2n} \left( sh\omega_{1n}x - \frac{\omega_{2n}}{\omega_{1n}} sh\omega_{2n}x \right)] + \nu C_{1n} \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{ch\omega_{1n}x}{\omega_{1n}} - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}^2} ch\omega_{2n}x \right) - \right. \\
& - \frac{2}{(1+\nu)} (\omega_{1n}ch\omega_{1n}x - \omega_{1n}ch\omega_{2n}x) \left. \right] + \nu C_{2n} \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{sh\omega_{1n}x}{\omega_{1n}} - \frac{sh\omega_{2n}x}{\omega_{2n}} \right) - \right. \\
& \left. \left. - (\omega_{1n}sh\omega_{1n} - \omega_{2n}sh\omega_{2n}) \right] \right\} \cos \alpha_n y, \quad (3.33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_y = & \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} + \nu \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} \right] = \frac{E}{1-\nu^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ C_{1n} \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{ch\omega_{1n}x}{\omega_{1n}} - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}^2} ch\omega_{2n}x \right) - \right. \right. \\
& - \frac{2}{(1+\nu)} (\omega_{1n}ch\omega_{1n}x - \omega_{1n}ch\omega_{2n}x) \left. \right] + C_{2n} \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{sh\omega_{1n}x}{\omega_{1n}} - \frac{sh\omega_{2n}x}{\omega_{2n}} \right) - \right. \\
& \left. - (\omega_{1n}sh\omega_{1n}x - \omega_{2n}sh\omega_{2n}x) \right] + \nu \left[ C_{1n} (\omega_{1n}ch\omega_{1n}x - \omega_{1n}ch\omega_{2n}x) + \right. \\
& \left. + C_{2n} (\omega_{1n}sh\omega_{1n}x - \omega_{2n}sh\omega_{2n}x) \right] \right\} \cos \alpha_n y, \quad (3.34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{xy} = & \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{\partial V(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} \right] = -\frac{E}{2(1+\nu)} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[ C_{1n} \alpha_n \left( \frac{2\nu}{1+\nu} \right) \left( sh\omega_{1n}x - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} sh\omega_{2n}x \right) \right] + \right. \\
& \left. + C_{2n} \left[ \left( \frac{2\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n (ch\omega_{1n}x - ch\omega_{2n}x) + \left( \frac{2}{1+\nu} \right) \frac{1}{\alpha_n} (\omega_{1n}^2 ch\omega_{1n}x - \omega_{2n}^2 ch\omega_{2n}x) \right] \right\} \sin \alpha_n y. \quad (3.35)
\end{aligned}$$

Теперь, используя третье граничное условие ( $x=h, \sigma_x(h, y)=-q$ ), из уравнения (3.33) получим

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \omega_{1n} \left[ C_{1n} (ch\omega_{1n}h - ch\omega_{2n}h) + C_{2n} \left( sh\omega_{1n}h - \frac{\omega_{2n}}{\omega_{1n}} sh\omega_{2n}h \right) \right] + \right. \\
& + \nu C_{1n} \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{ch\omega_{1n}h}{\omega_{1n}} - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}^2} ch\omega_{2n}h \right) - \frac{2}{1+\nu} (\omega_{1n}ch\omega_{1n}h - \omega_{2n}ch\omega_{2n}h) \right] + \\
& \left. + \nu C_{2n} \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{sh\omega_{1n}h}{\omega_{1n}} - \frac{sh\omega_{2n}h}{\omega_{2n}} \right) - (\omega_{1n}sh\omega_{1n}h - \omega_{2n}sh\omega_{2n}h) \right] \right\} = -q_n \left( \frac{1-\nu^2}{E} \right), \quad (a)
\end{aligned}$$

где  $q_n = \frac{4q}{\pi}$ .

Используя четвертое граничное условие ( $x = h, \tau_{xy}(h, y) = 0$ ), получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[ C_{1n} \left( \frac{2\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n \left( sh\omega_{1n}h - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} sh\omega_{2n}h \right) \right] + \right. \\ \left. + C_{2n} \left[ \left( \frac{2\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n (ch\omega_{1n}h - ch\omega_{2n}h) + \frac{2}{\alpha_n(1+\nu)} (\omega_{1n}^2 ch\omega_{1n}h - \omega_{2n}^2 ch\omega_{2n}h) \right] \right\} = 0. \quad (6)$$

Приняв обозначения в (а) и (б), получим следующие уравнения:

$$A_{1n}(\omega_n, h) = \left\{ \omega_{1n} (ch\omega_{1n}h - ch\omega_{2n}h) + \nu \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{ch\omega_{1n}h}{\omega_{1n}} - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}^2} ch\omega_{2n}h \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{2}{1+\nu} \right) (\omega_{1n} ch\omega_{1n}h - \omega_{2n} ch\omega_{2n}h) \right] \right\}, \quad (3.36)$$

$$A_{2n}(\omega_n, h) = \left\{ \omega_{1n} \left( sh\omega_{1n}h - \frac{\omega_{2n}}{\omega_{1n}} sh\omega_{2n}h \right) + \nu \left[ \alpha_n^2 \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left( \frac{sh\omega_{1n}h}{\omega_{1n}} - \frac{sh\omega_{2n}h}{\omega_{2n}} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - (\omega_{1n} sh\omega_{1n}h - \omega_{2n} sh\omega_{2n}h) \right] \right\}, \quad (3.37)$$

$$B_{1n}(\omega_{1n}, h) = \left[ \alpha_n \left( \frac{2\nu}{1+\nu} \right) \left( sh\omega_{1n}h - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} sh\omega_{2n}h \right) \right], \quad (3.38)$$

$$B_{2n}(\omega_n, h) = \left[ \left( \frac{2\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n (ch\omega_{1n}h - ch\omega_{2n}h) + \left( \frac{2}{\alpha_n(1+\nu)} \right) (\omega_{1n}^2 ch\omega_{1n}h - \omega_{2n}^2 ch\omega_{2n}h) \right]. \quad (3.39)$$

Используя полученные уравнения (3.36), (3.37), (3.38) и (3.39), после решения системы уравнений (а) и (б) относительно  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$  получим

$$\begin{cases} A_{1n}C_{1n} + A_{2n}C_{2n} = -q_n \left( \frac{1-\nu^2}{E} \right), \\ B_{1n}C_{1n} + B_{2n}C_{2n} = 0. \end{cases} \quad (3.40)$$

Из уравнения (3.40) получим конечные значения постоянных  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$ :

$$\begin{cases} C_{1n} = -\frac{1-\nu^2}{E} \cdot \left( \frac{q_n B_{2n}}{A_{1n} B_{2n} - A_{2n} B_{1n}} \right), \\ C_{2n} = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot \left( \frac{q_n B_{1n}}{A_{1n} B_{2n} - A_{2n} B_{1n}} \right). \end{cases} \quad (3.41)$$

Имея значения  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$  и используя выражения (3.26), (3.32), (3.33), (3.34) и (3.35), легко определить функции перемещений ( $V(x, y)$  и  $U(x, y)$ ) и функции составляющих напряжений  $\sigma_x, \sigma_y$  и  $\tau_{xy}$ .

Эпюры напряжений  $\sigma_x, \sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  представлены на рисунке 3.2.

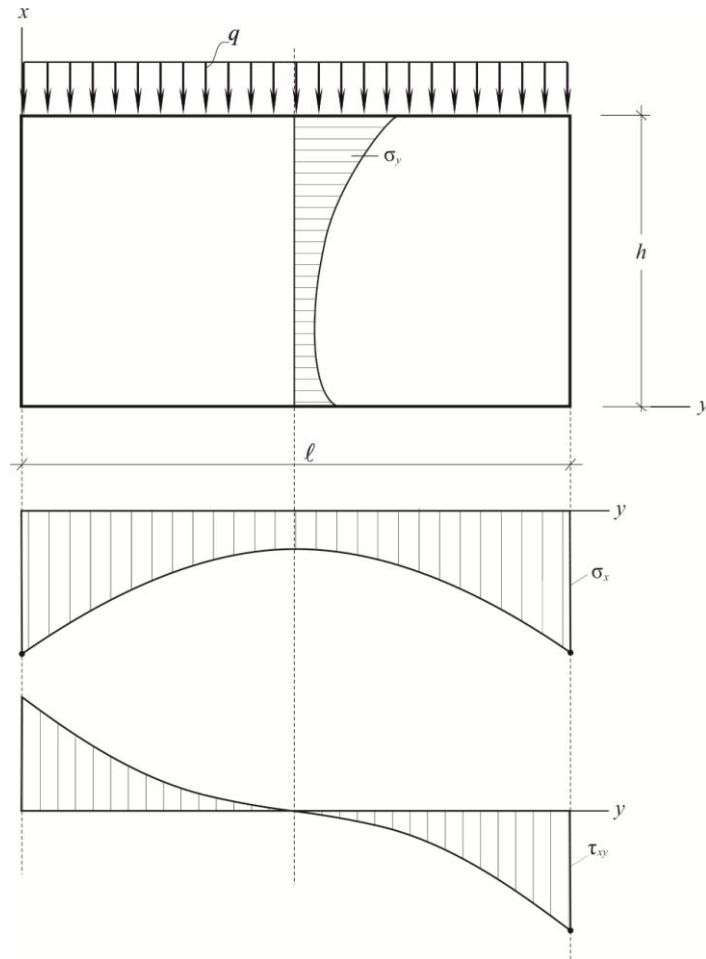


Рис. 3.2. Эпюры напряжений  $\sigma_x, \sigma_y$  и  $\tau_{xy}$

Для определения величины напряжений и деформаций в стыке соединения поперечной стены и стояков воспользуемся следующими зависимостями:

$$b_c \tau'_c(x) = K_c \Delta V'_c(x) \text{ и } \sigma_c(x) = K_n \Delta U'_c(x), \quad (3.42)$$

где  $K_c$  и  $K_n$  - коэффициенты жесткости сдвига и нормали в стыке соединения соответственно поперечной стены и стояков;  $b_c$  - ширина шва;  $\Delta V_c$  и  $\Delta U_c$  - деформации сдвига и нормали:

$$\begin{cases} \Delta V_c = V^{(1)}\left(x, \frac{\ell}{2}\right) - V^{(2)}(x), \\ \Delta U_c = U^{(1)}\left(x, \frac{\ell}{2}\right) - U^{(2)}(x), \end{cases} \quad (3.43)$$

где  $V^{(1)}\left(x, \frac{\ell}{2}\right)$ ,  $V^{(2)}(x)$  и  $U^{(1)}\left(x, \frac{\ell}{2}\right)$  и  $U^{(2)}(x)$  - соответственно продольные и поперечные перемещения поперечной стены и стояков в месте соединения шва.

Для определения  $V^{(1)}(x, \ell/2)$  и  $U^{(1)}(x, \ell/2)$  воспользуемся уравнениями (а) и (б).

Учитывая  $y = \ell/2$ , получим

$$V^{(1)}(x, \ell/2) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ C_{1n} \left( sh \omega_{1n} x - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} \sin \omega_{2n} x \right) + C_{2n} (ch \omega_{1n} x - \cos \omega_{2n} x) \right] \cos \frac{n\pi}{4}, \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} U^{(1)}(x, \ell/2) = & \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ C_{1n} \left[ \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n \left( \frac{ch \omega_{1n} x}{\omega_{1n}} + \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} \cos \omega_{2n} x \right) - \right. \right. \\ & - \left. \left( \frac{2}{1+\nu} \cdot \frac{1}{\alpha_n} \right) (\omega_{1n} ch \omega_{1n} x - \omega_{2n} \cos \omega_{2n} x) \right] + C_{2n} \left[ \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n \left( \frac{sh \omega_{1n} x}{\omega_{1n}} - \frac{\sin \omega_{2n} x}{\omega_{2n}} \right) - \right. \\ & \left. \left. - \left( \frac{2}{1+\nu} \cdot \frac{1}{\alpha_n} \right) (\omega_{1n} sh \omega_{1n} x + \omega_{2n} \sin \omega_{2n} x) \right] \frac{\sin n\pi}{4} + C. \right. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Таким образом,

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV^{(1)}(x)}{dx} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ C_{1n} (\omega_{1n} ch \omega_{1n} x - \omega_{2n} \cos \omega_{2n} x) + C_{2n} (\omega_{1n} sh \omega_{1n} x + \omega_{2n} \sin \omega_{2n} x) \right] \cos \frac{n\pi}{4}, \\ \frac{dU^{(1)}(x)}{dx} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ C_{1n} \left[ \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n sh \omega_{1n} x - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} \sin \omega_{2n} x - \left( \frac{2}{1+\nu} \right) \frac{1}{\alpha_n} \times \right. \right. \\ & \times (\omega_{1n}^2 sh \omega_{1n} x + \omega_{1n} \omega_{2n} \sin \omega_{2n} x) \left. \right] + C_{2n} \left[ \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n (ch \omega_{1n} x - \cos \omega_{2n} x) - \right. \\ & \left. \left. - \left( \frac{2}{1+\nu} \right) \frac{1}{\alpha_n} (\omega_{1n}^2 ch \omega_{1n} x + \omega_{2n}^2 \cos \omega_{2n} x) \right] \frac{\sin n\pi}{4} - \frac{T_c(x)}{E_1 A_1} \right\}. \end{aligned} \right. \quad (3.46)$$

Для определения деформации стояков воспользуемся следующими известными выражениями:

$$\begin{aligned} \frac{dV^{(2)}(x)}{dx} &= \frac{T_c(x)}{E_2 A_2} - \frac{P}{E_2 A_2}, \\ \frac{dU^{(2)}(x)}{dx} &= \nu \left( \frac{T_c(x)}{E_2 A_2} - \frac{P}{E_2 A_2} \right), \end{aligned} \quad (3.47)$$

где  $EA$  - жесткость стойки при сжатии;  $P$  - продольная сила, действующая на стояк;

$T_c(x)$  - сила сдвига в месте соединения шва,  $T_c(x) = b \int_0^x \tau_c(x) dx$ .

Подставляя значения деформаций в уравнение (3.42), учитывая (3.43) и имея в виду, что  $\tau'_c(x) = T'_c(x)/b$ , получим

$$T'_c(x) - \frac{K_c}{EA} T_c(x) = -K_c \left\{ \left[ C_{1n}(ch\omega_{1n}x - \cos\omega_{2n}x) + C_{2n} \left( sh\omega_{1n}x + \frac{\omega_{2n}}{\omega_{1n}} \sin\omega_{2n}x \right) \right] \right\} \omega_{1n} \cos \frac{n\pi}{4} - \frac{P}{EA} K_c, \quad (3.48)$$

где  $\frac{1}{EA} = \left( \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right)$ .

Интегрируя уравнение (3.48), получим

$$T_c(x) = B_{1n} ch\lambda_n x + B_{2n} sh\lambda_n x + \bar{T}_c(x), \quad (3.49)$$

где  $\lambda_n^2 = K_c / EA$ ,  $\bar{T}_c(x)$  - частное решение дифференциального уравнения:

$$\bar{T}_c(x) = -K_c \left\{ \left[ \left( \frac{\omega_{1n}}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) (C_{1n} ch\omega_{1n}x + C_{2n} sh\omega_{1n}x) + \left( \frac{\omega_{2n}}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) (C_{1n} ch\omega_{2n}x - C_{2n} sh\omega_{2n}x) \right] \cos \frac{n\pi}{4} + K_c \frac{P}{\lambda_n^2 EA} \right\}. \quad (3.50)$$

Постоянные  $B_{1n}$  и  $B_{2n}$  можно определить из граничных условий соединения шва:

$$\begin{cases} 1) x = 0; & \tau_c(0) = T'_c(0)/b = 0, \\ 2) x = h; & T_c(h) = 0. \end{cases} \quad (3.51)$$

Для использования первого условия продифференцируем выражение (3.49):

$$\begin{aligned} \tau_c(x) = T'_c(x) &= \lambda_n B_{1n} sh\lambda_n x + \lambda_n B_{2n} ch\lambda_n x - \\ &- K_c \left\{ \left[ \left( \frac{\omega_{1n}}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) (\omega_{1n} C_{1n} sh\omega_{1n}x + \omega_{1n} C_{2n} ch\omega_{1n}x) + \right. \right. \\ &\left. \left. + \left( \frac{\omega_{2n}}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) (\omega_{2n} C_{1n} sh\omega_{2n}x - \omega_{2n} C_{2n} ch\omega_{2n}x) \right] \right\} \cos \frac{n\pi}{4}. \end{aligned}$$



Тогда

$$\begin{aligned}
 B_{2n} &= \frac{K_c}{\lambda_n} \left[ \left( \frac{\omega_{1n}}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) \omega_{1n} C_{2n} - \left( \frac{\omega_{2n}}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) \omega_{2n} C_{2n} \right] \cos \frac{n\pi}{4} = \\
 &= \frac{K_c}{\lambda_n} \left[ \left( \frac{\omega_{1n}^2}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) - \left( \frac{\omega_{2n}^2}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) \right] C_{2n} \cos \frac{n\pi}{4}.
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

Подставляя второе граничное условие в (3.49), получим

$$B_{1n} = K_c \left[ \left( \frac{\omega_{1n}}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) + \left( \frac{\omega_{2n}}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) \right] C_{1n} \cos \frac{n\pi}{4} - K_c \frac{P}{EA}. \tag{3.53}$$

Подставляя значения постоянных  $B_{1n}$  и  $B_{2n}$  в (3.52) и (3.43), из (3.49) получим конечные значения  $T_c(x)$  и  $\tau_c(x)$ :

$$\begin{aligned}
 T_c(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} K_c \left\{ \left[ \left( \frac{\omega_{1n}}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) + \left( \frac{\omega_{2n}}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) \right] C_{1n} \cos \frac{n\pi}{4} - \frac{P}{EA} \right\} ch \lambda_n x + \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_c}{\lambda_n} \left\{ \left[ \left( \frac{\omega_{1n}^2}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) - \left( \frac{\omega_{2n}^2}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) \right] C_{2n} \cos \frac{n\pi}{4} \right\} sh \lambda_n x + \bar{T}_c(x),
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_c(x) &= T_c'(x)/b = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_c \lambda_n}{b} \left\{ \left[ \left( \frac{\omega_{1n}}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) + \left( \frac{\omega_{2n}}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) \right] C_{1n} ch \frac{n\pi}{4} - \frac{P}{EA} \right\} sh \lambda_n x + \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_c}{b} \left\{ \left[ \left( \frac{\omega_{1n}^2}{\omega_{1n}^2 - \lambda_n^2} \right) - \left( \frac{\omega_{2n}^2}{\omega_{2n}^2 - \lambda_n^2} \right) \right] C_{2n} ch \frac{n\pi}{4} \right\} ch \lambda_n x + T_c'(x)/b.
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

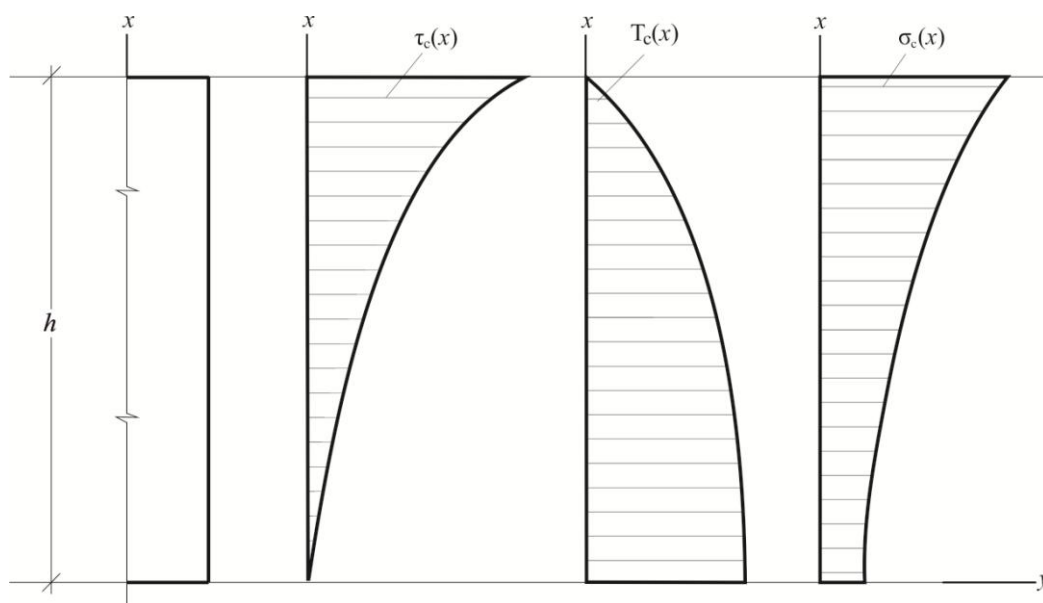
Имея функцию  $T_c(x)$ , определим величину напряжения  $\sigma_c(x)$ , используя второе выражение системы уравнений (3.42):

$$\sigma_c(x) = K_n \Delta U'(x) = K_n \left[ \frac{dU^{(1)}(x)}{dx} - \left( \frac{T_c(x) - P}{EA} \right) \right]. \tag{3.56}$$

С учетом  $U^{(1)}(x)$  и  $T_c(x)$  окончательно получим

$$\begin{aligned}
 \sigma_c(x) &= K_n \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} C_{1n} \left[ \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \alpha_n \right) \left( sh \omega_{1n} x - \frac{\omega_{1n}}{\omega_{2n}} sh \omega_{2n} x \right) - \right. \right. \\
 &- \left. \left( \frac{2}{1+\nu} \frac{1}{\alpha_n} \right) \left( \omega_{1n}^2 sh \omega_{1n} x + \omega_{1n} \omega_{2n} \sin \omega_{2n} x \right) \right] + C_{2n} \left[ \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \alpha_n \left( ch \omega_{1n} x - \cos \omega_{2n} x \right) - \right. \\
 &- \left. \left. \left( \frac{2}{1+\nu} \frac{1}{\alpha_n} \right) \left( \omega_{1n}^2 ch \omega_{1n} x + \omega_{2n}^2 ch \omega_{2n} x \right) \frac{\sin n\pi}{4} \right] - \frac{T_c(x) - P}{EA} (K_n) \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.57}$$

На рис. 3.3 представлены эпюры распределения нормальных  $\sigma_c$  и касательных  $\tau_c$  напряжений и силы  $T_c$  сдвига.



**Рис. 3.3.** Эпюры распределения нормальных  $\sigma_c$  и касательных  $\tau_c$  напряжений и силы  $T_c$  сдвига

### **3.2. НАПРЯЖЕНИЯ В ПОПЕРЕЧНОЙ ДИАФРАГМЕ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ С ДВЕРНЫМИ И ОКОННЫМИ ПРОЕМАМИ**

Задаче по установлению напряженно-деформированного состояния поперечной диафрагмы крупнопанельного здания по сравнению с продольной диафрагмой учеными данной области уделяется больше внимания, потому что жесткость здания в поперечном направлении сравнительно меньше. Большие деформации и напряжения в поперечном направлении гораздо опаснее [66, 106, 155, 322].

Заметим, что теория расчета поперечных стен с проемами более сложная по сравнению с методом расчета поперечных стен сплошного сечения. Первый метод расчета, основанный на теории составных стержней А.Р. Ржаницина, более сложный по сравнению со вторым методом расчета стен без проемов [133]. При решении этой задачи принимается допущение, что закон распределения реакций упругих связей по высоте стены – линейный.

При решении этой задачи исследователями данной области [106, 249] силовые фак-

торы задаются функциями, определяемыми путем решения системы дифференциальных уравнений. При этом следует учитывать, что при числе упругих связей более двух решение задачи достаточно сложно. Следует принять во внимание то обстоятельство, что в этих расчетах не учитывались воздействия жесткости и упругой заделки в основании, ощутимо влияющих на устойчивость высотного крупнопанельного здания.

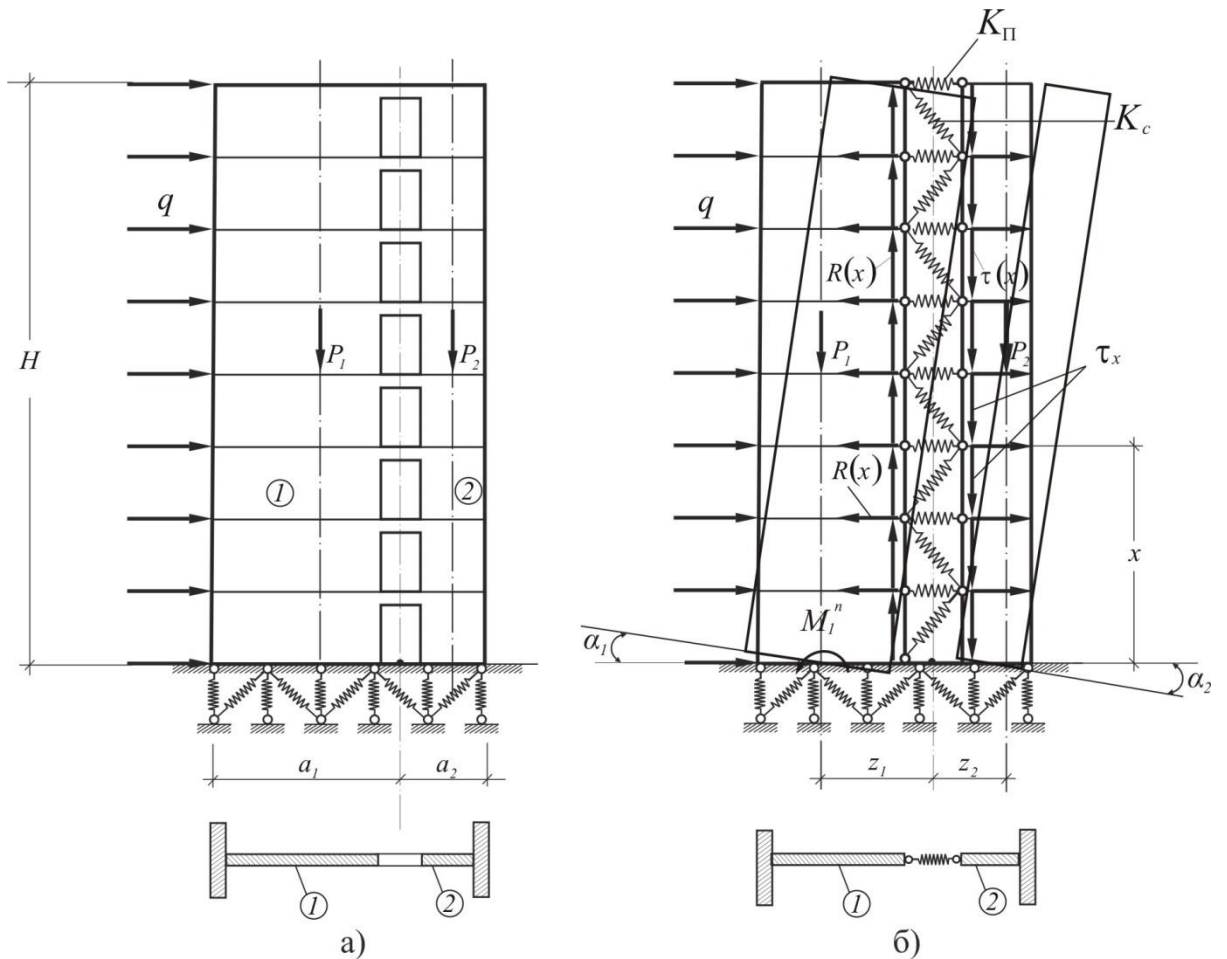
Изложенное говорит о том, что теория расчета поперечных стен с проемами нуждается в доработке.

Наличие дверных и оконных проемов значительно осложняет прочностное состояние поперечной диафрагмы крупнопанельных высотных зданий. Поэтому в таких зданиях определение усилий, возникающих в поперечной диафрагме под воздействием внешних нагрузочных факторов, является одной из важных задач строительной механики [179, 250, 251, 305, 322].

Исходя из важности рассматриваемой проблемы, разрабатывается теория расчета для определения усилий в поперечной несущей диафрагме крупнопанельного высотного здания, основанная на идее представления поперечной стены с проемами как отдельной самостоятельной правильной многостолбовой диафрагмы [74] (рис. 3.4 а). Неразрывность элементов в задаче обеспечивается совместной работой столбов диафрагмы у их связей-перемычек. Для составления расчетной модели в перемычках на одной вертикали проводится разрез, в результате чего образуются отдельные элементы-столбы. Взаимное влияние этих столбов имитируется при помощи внутренних сил, возникающих в местах разреза (рис. 3.4 б). В расчетной схеме неизвестными являются нормальные и сдвигающие усилия в нормальных и сдвигающих связях.

В рассматриваемой задаче точность решения значительно выше по сравнению с имеющимися в работах [17, 18, 66, 106, 126, 322], поскольку, кроме сдвигающих связей, учитываются также нормальные связи и податливость грунтового основания. Вместе с тем выявление неизвестных усилий сравнительно усложняется, поскольку, кроме сдвигающих  $\tau$ , появляются еще и неизвестные нормальные усилия  $R$ .

В расчетной схеме внешними нагрузками являются: горизонтальная – интенсив-



**Рис. 3.4.** Схема расчета усилий в поперечной диафрагме:  
*а* - поперечная диафрагма; *б* - отдельные диафрагмы столбов

ность давления  $q$  и вертикальная - собственный вес  $P$ . Согласно расчетной схеме, изгибающие моменты в сечениях первого и второго элементов будут [69, 200]:

$$\begin{cases} M_1(x) = \int_0^x \int_0^H [R(x) - q(x)] dx dx + z_1 \int_x^H \tau(x) dx + M_1^n, \\ M_2(x) = -\int_0^x \int_0^H R(x) dx dx + z_2 \int_x^H \tau(x) dx + M_2^n. \end{cases} \quad (3.58)$$

Здесь  $M_1^n$  и  $M_2^n$  - моменты в сечениях, возникающие от поворота фундамента и определяемые следующими зависимостями [68]:

$$M_1^n = C\alpha_1 \text{ и } M_2^n = C\alpha_2, \quad (3.59)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  - углы поворота фундамента вследствие податливости основания;  $C$  - коэффициент жесткости основания;  $R(x)$  и  $\tau(x)$  - нормальные и сдвигающие усилия соответствен-

но в нормальных и сдвигающих связях.

Принимая линейную связь между напряжениями и деформациями в нормальных  $V(x)$  и сдвигающих  $U(x)$  связях, получим

$$\begin{cases} R(x) = K_n[V_1(x) - V_2(x)], \\ \tau(x) = K_c[U_1(x) - U_2(x)], \end{cases} \quad (3.60)$$

где  $K_n$  и  $K_c$  - объемные коэффициенты жесткости соответственно нормальных и сдвигающих связей;  $V(x)$  и  $U(x)$  - прогибы и продольные деформации столбов, которые определяются согласно схеме (рис. 3.4) следующими выражениями:

$$V_1(x) = \frac{1}{D_1} \left\{ \int_0^x \int_x^H [M(x) - M(x) + z_1 T(x) + C\alpha_1] dx dx \right\}, \quad (3.61)$$

$$V_2(x) = \frac{1}{D_2} \left\{ \int_0^x \int_x^H [z_2 T(x) - M(x) + C\alpha_2] dx dx \right\}, \quad (3.62)$$

$$\begin{cases} U_1(x) = \int_x^H \left[ \left( \frac{1}{B_1} + \frac{z_1^2}{D_1} \right) T(x) + \frac{z_1}{D_1} M(x) + C \frac{\alpha_1 z_1}{D_1} - \frac{P_1(H-x)}{B_1} - \frac{M(x)}{D_1} z_1 \right] dx, \\ U_2(x) = \int_x^H \left[ \frac{z_2}{D_2} M(x) - \left( \frac{1}{B_2} + \frac{z_2^2}{D_2} \right) T(x) - C \frac{\alpha_2 z_2}{D_2} - \frac{P_2(H-x)}{B_2} \right] dx, \end{cases} \quad (3.63)$$

где  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $D_1$  и  $D_2$  - жесткости при сжатии и изгибе первого и второго столбов;  $T(x)$  и  $M(x)$  - сдвигающие силы и изгибающие моменты в сдвигающих и нормальных связях;  $P_1$  и  $P_2$  - погонные продольные силы от собственного веса.

Используя выражения (3.61), значения (3.62), (3.63) и зависимости  $M''(x) = R(x)$ ,  $T'(x) = \tau(x)$ , решение задачи можно свести к решению двух дифференциальных уравнений, где неизвестными являются  $M(x)$  и  $T(x)$ :

$$M^{IV}(x) + 4v^4 M(x) = - \left[ \frac{M(x)}{D_1} + \beta T(x) + \Delta_1(\alpha) \right] K_n, \quad (3.64)$$

$$T'(x) - \alpha^2 T(x) = \left[ \beta(x) M - \frac{M(x)}{D_1} z_1 + \Delta_2(\alpha) \right] K_c. \quad (3.65)$$

Здесь

$$4v^4 = K_n \gamma; \quad \gamma = \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right); \quad \beta = \left( \frac{z_1}{D_1} - \frac{z_2}{D_2} \right),$$

$$\alpha^2 = K_c \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} + \frac{z_1^2}{D_1} + \frac{z_2^2}{D_2} \right), \quad \Delta_1(\alpha) = C \left( \frac{\alpha_1}{D_1} - \frac{\alpha_2}{D_2} \right),$$

$$\Delta_2(\alpha) = C \left( \frac{\alpha_1 z_1}{D_1} + \frac{\alpha_2 z_2}{D_2} \right).$$

Установлено, что сдвигающие усилия мало влияют на величины нормальных усилий, поэтому ими в уравнении (3.64) можно пренебречь. Тогда из дифференциального уравнения (3.64) легко определить значение изгибающих моментов в нормальных связях  $M(x)$ , принимая при этом следующие граничные условия:

$$M(H) = 0; \quad M'(H) = 0; \quad M'''(H) = 0; \quad M'(0) = 0. \quad (3.66)$$

Решая дифференциальное уравнение (3.64) и учитывая, что члены, содержащие коэффициент  $e^{-vH}$ , мало влияют на распределение усилий (ограничившись точностью 2...3 %), получим

$$M(x) = -\frac{qH}{\gamma D_1} \left[ \frac{e^{-vx}}{v} \cdot \frac{\sin v(H-x)}{\sin vH + \cos vH} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{x}{H} \right)^2 \right] +$$

$$+ \frac{\Delta_1}{\gamma} \left[ \frac{e^{v(H-x)} (\sin vx + \cos vx)}{\sin vH + \cos vH} - 1 \right]. \quad (3.67)$$

Подставляя значение  $M(x)$  в дифференциальное уравнение (3.65), а также интегрируя и используя граничные условия  $T'(0) = 0$  и  $T(H) = 0$ , находим выражения для  $T(x)$ :

$$T(x) = \frac{q\beta K_c}{4\alpha^4 \gamma D_1} \left\{ \frac{\alpha H}{\left( 1 + \frac{4v^4}{\alpha^4} \right) (\sin vH + \cos vH)} \left[ \left( 1 - \frac{2v^2}{\alpha^2} \right) \sin vH + \right. \right.$$

$$\left. \left( 1 + \frac{2v^2}{\alpha^2} \right) \cos vH \right] \frac{sh\alpha(H-x)}{ch\alpha H} + \left( \frac{2v}{\alpha} \right) e^{-vH} \frac{ch\alpha x}{ch\alpha H} -$$

$$\left. - \left( \frac{\alpha}{v} \right) e^{-vx} \left[ \sin v(H-x) + \frac{2v^2}{\alpha^2} \cos v(H-x) \right] \right\} -$$

$$-\left[ \alpha H \frac{\sin \alpha(H-x)}{\cos \alpha H} - \left(1 - z_1 \frac{\gamma}{\beta}\right) \frac{\alpha^2}{2} (H-x)^2 \right] \left\{ -\frac{\Delta_2}{\alpha^2} \left(1 - \frac{ch \alpha x}{ch \alpha H}\right) K_c \right. \quad (3.68)$$

В формулах (3.67) и (3.68) последние члены, содержащие углы поворота столбов, возникающие от податливости основания поперечной диафрагмы, определяются выражением

$$tg \alpha_l = -\frac{1 - \nu_o^2}{\pi E_o} \int_{-1}^{+1} \frac{\bar{R}(\xi)}{\xi} d\xi + \frac{(1 + \nu_o)(1 - 2\nu_o)}{E_o} \bar{q}(\xi)|_{\xi=0}, \quad (3.69)$$

где  $\xi = \frac{z}{\alpha}$  - безразмерная координата;  $\nu_o$  и  $E_o$  - соответственно коэффициент Пуассона и модуль деформации грунта;  $\bar{R}(\xi)$  и  $\bar{q}(\xi)$  - реактивные давления на подошве основания, определяемые формулами, предложенными Р.С. Минасяном [203]

$$\bar{R}(\xi) = C_1 \xi + \frac{C_3}{2} (5\xi^3 - 3\xi), \quad (3.70)$$

$$\bar{q}(\xi) = D_o + \frac{D_2}{2} (3\xi^3 - 1) + \frac{D_4}{8} (35\xi^4 - 30\xi^2 + 3),$$

где

$$C_1 = \frac{(1,50 + 0,20\beta)K}{5 + \beta} q; \quad C_3 = \frac{(3,50 + 0,60\beta)K}{5 + \beta} q; \quad D_o = q;$$

$$D_2 = \frac{(56,50 + \beta)K}{41,80 + 1,20\beta + 0,03\beta^2} q; \quad D_4 = \frac{(1,25 + \beta)K}{41,80 + 1,20\beta + 0,03\beta^2} q;$$

$$\beta = \frac{\pi\alpha}{2H}; \quad K = \frac{\pi(1 - 2\nu_o)}{4(1 - \nu_o)}; \quad a = a_1 + a_2;$$

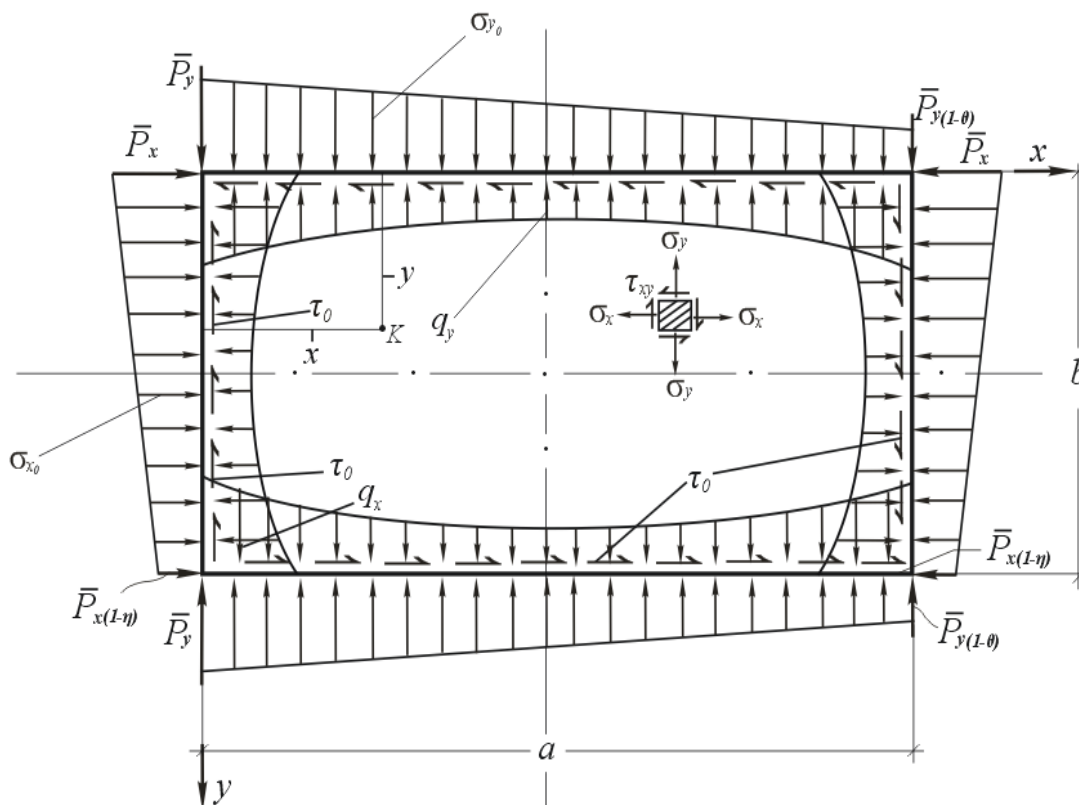
$q$  - интенсивность горизонтального давления.

### **3.3. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СПЛОШНОЙ СТЕНОВОЙ ПАНЕЛИ С УЧЕТОМ ВОЗДЕЙСТВИЯ СОСЕДНИХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Установление реальной сути поведения сплошной стеновой панели под воздействием соседних элементов является одним из важных разделов в теории расчета проч-

ности крупнопанельных высотных зданий.

Результаты исследований прочности здания показывают, что сплошная несущая стеновая панель по контуру подвергается воздействию нормальных и сдвигающих усилий, закон изменения которых неизвестен [133, 136, 146, 182, 184, 249, 251, 279] (рис. 3.5).



**Рис. 3.5.** Расчетная схема сплошной стеновой панели

Для установления напряженного состояния стеновой панели целесообразно использовать вариационное уравнение Кастильяно [70].

Потенциальная энергия внутренних сил на единицу объема  $U^0(x, y)$  через напряжения выражается формулой:

$$U^0(x, y) = \frac{1}{2E} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 - 2\nu \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) - 2(1 + \nu) \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right]. \quad (3.71)$$

Тогда вариационное уравнение Кастильяно примет вид



$$\delta U^0(x, y) = \delta \frac{1}{2E} \iint \left[ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 - 2\nu \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) - 2(1+\nu) \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy = 0. \quad (3.72)$$

Согласно известной теореме Мориса Леви, в случае заданных на контуре усилий распределение напряжений в односвязной области не зависит от упругих постоянных, поэтому, принимая  $\nu = 0$ , можем написать

$$\delta U^0(x, y) = \delta \frac{1}{2E} \iint \left[ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 - 2 \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy = 0, \quad (3.73)$$

где  $\Phi(x, y)$  - функция Эри.

Задача решения интеграла (3.73) заключается в выборе такого значения  $\Phi(x, y)$ , при котором интеграл  $U^0(x, y)$  стремился бы к минимуму и удовлетворял граничным условиям.

На расчетной схеме продольные стены и междуэтажные перекрытия служат контурными элементами жесткости для сплошной несущей стены (панели) в горизонтальном и вертикальном направлениях, поэтому эти элементы могут деформироваться в продольном и поперечном направлениях в плоскости диафрагмы [106].

Осевые напряжения в элементах жесткости с достаточной точностью можно принять постоянными вдоль сторон  $a$  и  $b$  (рис. 3.5).

Граничные условия нагрузки и перемещения рассматриваются в виде

$$\begin{aligned} T^0(x) &= -t \cdot a \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} & 0 \leq x \leq a; \\ T^0(y) &= -t \cdot b \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} & 0 \leq y \leq b; \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$U(x, y) = \begin{cases} U_1^0(0, y) \Big|_{x=0}; \\ U_2^0(a, y) \Big|_{x=a}; \end{cases} \quad (3.75)$$

$$V(x, y) = \begin{cases} V_1^0(x, 0) \Big|_{y=0}; \\ V_2^0(x, b) \Big|_{y=b}, \end{cases} \quad (3.76)$$

где  $T^0(x)$  и  $T^0(y)$ - срезающие силы, действующие по контуру;  $t$  - толщина стены;  $U(x, y)$  и  $V(x, y)$  - соответственно горизонтальное и вертикальное перемещения стены.

Для решения этой задачи для функции Эри ряд принимаем в виде

$$\Phi(x, y) = \varphi_0(x, y) + \sum_{i=1}^n C_i \varphi_i(x, y),$$

где  $C_i$ - неопределенный параметр.

Здесь нулевой член  $\varphi_0$  удовлетворяет граничным условиям задачи, а остальные функции  $\varphi_i$  дают нулевые напряжения на контуре, т.е. удовлетворяют равенствам

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi_1(x, y)}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varphi_1(x, y)}{\partial x \partial y} = 0, & 0 \leq x \leq a; \\ \frac{\partial^2 \varphi_1(x, y)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi_1(x, y)}{\partial x \partial y} = 0, & 0 \leq y \leq b. \end{cases} \quad (3.77)$$

Удовлетворение этих условий в большинстве случаев не представляет трудности.

Так, например,

$$\Phi(x, y) = \varphi_0(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} R_n(y) \cos \alpha_n x + \sum_{m=1}^{\infty} S_m(y) \cos \beta_m y, \quad (3.78)$$

где  $\alpha_n = \frac{n\pi}{a}$ ;  $\beta_m = \frac{m\pi}{b}$ ,  $\varphi_0(x, y)$ - алгебраический многочлен, равный

$$\varphi_0 = -\frac{\bar{P}_y}{2} \left(1 - \theta \frac{x}{3a}\right) x^2 - \frac{P_x}{2} \left(1 - \eta \frac{y}{3b}\right) y^2, \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} = -\bar{P}_x \left(1 - \eta \frac{y}{b}\right) = \sigma_{ox}; \quad \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} = -\bar{P}_y \left(1 - \eta \frac{x}{a}\right) = \sigma_{oy}, \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x \partial y} = \tau_0.$$

Функции  $R_n(y)$ ,  $S_m(x)$  определяются так, чтобы каждый член ряда, которому они

принадлежат, удовлетворяя бигармоническому уравнению. Легко показать, что

$$R_n(y) = A_n ch\alpha_n y + B_n sh\alpha_n y + C_n \alpha_n y ch\alpha_n y + D_n \alpha_n y sh\alpha_n y,$$

$$S_m(x) = E_m ch\beta_m x + F_m sh\beta_m x + G_m \beta_m x ch\beta_m x + H_m \beta_m x sh\beta_m x. \quad (3.81)$$

Постоянные  $A_n, B_n, \dots, H_m$  определяются из граничных условий (3.74), (3.75) и (3.76).

Окончательные значения этих коэффициентов имеют вид

$$A_n = -\frac{E}{2\alpha_n sh\alpha_n b} \left[ \psi_1(S_1) \left( \alpha_n b \frac{ch2\alpha_n b}{sh\alpha_n b} + ch\alpha_n b \right) - \psi_2(S_2) \left( 1 + \alpha_n b \frac{ch\alpha_n b}{sh\alpha_n b} \right) \right], \quad (3.82)$$

$$B_n = \frac{E}{2\alpha_n} \cdot \psi_1(S_1), \quad (3.83)$$

$$C_n = B_n = \frac{E}{2\alpha_n} \psi(S_1), \quad (3.84)$$

$$D_n = \frac{E}{2\alpha_n sh\alpha_n b} [\psi_1(S_1) ch\alpha_n b - \psi_2(S_2)], \quad (3.85)$$

$$E_m = -\frac{E}{2\beta_m sh\beta_m a} \left[ \varphi_1(N_1) \left( ch\beta_m a + \beta_m a \frac{ch2\beta_m a}{sh\beta_m a} \right) - \varphi_2(N_2) \left( 1 + \beta_m a \frac{ch\beta_m a}{sh\beta_m a} \right) \right], \quad (3.86)$$

$$F_m = \frac{E}{2\beta_m} \cdot \varphi_1(N_1), \quad (3.87)$$

$$G_m = F_m = \frac{E}{2\beta_m} \cdot \varphi_1(N_1), \quad (3.88)$$

$$H_m = \frac{E}{2\beta_m sh\beta_m a} [\varphi_1(N_1) ch\beta_m a - \varphi_2(N_2)], \quad (3.89)$$

где

$$\psi_1(S_1) = \frac{q_{no} - b_n S_1}{EJ_{1p}(\alpha_n^2) - S_1}; \quad q_{ni} = \frac{\int_0^a q_{yi} \varphi_n dx}{\int_0^a \varphi_n'^2 dx} \Big|_{i=0;b},$$

$$\psi_2(S_2) = \frac{q_{nb} - b_n S_2}{EJ_{2p}(\alpha_n^2) - S_2}; \quad b_{ni} = \frac{\int_0^a V_o''(x)_i \varphi_n dx}{\int_0^a \varphi_n'^2 dx},$$

$$\varphi_1(N_1) = \frac{q_{m0} - b_m N_1}{EJ_{1c} \beta_m^2 - N_1}; \quad q_{mi} = \frac{\int_0^b q_{xj} \varphi_m dy}{\int_0^b U_0''(y) \varphi_m'^2 dy} \Big|_{j=0;a},$$

$$\varphi_2(N_2) = \frac{q_{ma} - b_m N_2}{EJ_{2c} \beta_m^2 - N_2}; \quad b_{mi} = \frac{\int_0^a U_0''(y)_j \varphi_m dy}{\int_0^b \varphi_m'^2 dy},$$

$$\varphi_n = \cos d_n x, \quad \varphi_m = \cos \beta_m y. \quad (3.90)$$

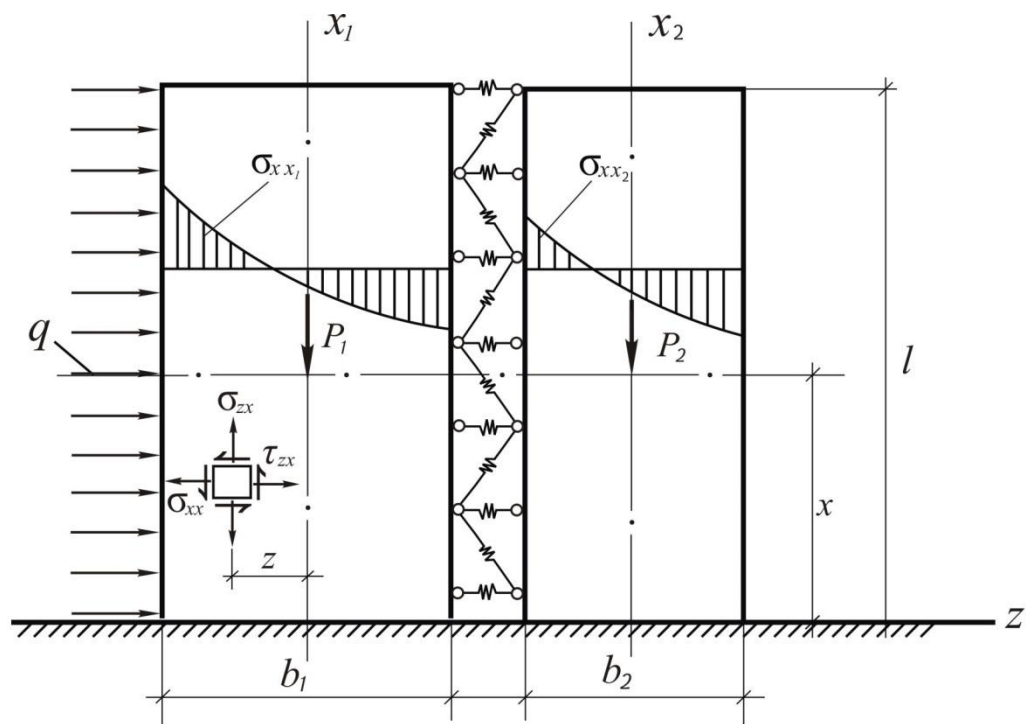
По значениям функций  $R_n(y)$  и  $S_m(x)$  компоненты напряжений  $\sigma(x)$ ;  $\sigma(y)$ ;  $\tau(x, y)$  определяются следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} = -\sum \alpha_n^2 R_n(y) \cos \alpha_n x + \sum S_m''(x) \cos \beta_m y + \frac{P_x}{2} \left(1 - \theta \frac{x}{a}\right), \\ \sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2} = \sum R_n''(y) \cos \alpha_n x + \sum \beta_m^2 S_m(x) \cos \beta_m y + \frac{P_y}{2} \left(1 - \eta \frac{y}{b}\right), \\ \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x \partial y} = -\sum R_n'(y) \alpha_n \sin \alpha_n x + \sum S_m'(x) \beta_m \sin \beta_m y + \tau_0. \end{cases} \quad (3.91)$$

### 3.4. МЕТОД РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОПЕРЕЧНОЙ ДИАФРАГМЫ С ПРОЕМАМИ

В общей теории расчета напряженно-деформированного состояния поперечной диафрагмы по своей значимости особого внимания заслуживает задача о напряженном состоянии поперечной диафрагмы с дверными или оконными проемами, рассматриваемыми как самостоятельные плоские элементы столба (рис. 3.6) [104, 109, 142, 163, 203, 237]. При этом нормальные и сдвигающие их силы принимаются как внешние нагрузки.

Аналитический метод решения рассматриваемой задачи достаточно сложный, поэтому при разработке теории расчета принят ряд допущений, что оказывает ощутимое отрицательное влияние на конечные результаты расчета на прочность.



**Рис. 3.6.** Расчетная схема поперечной диафрагмы

Нами делается попытка путем разработки приближенного, но простого метода расчета восполнить этот пробел.

Суть поставленной задачи заключается в определении компонентов напряжений в консольной диафрагме, упруго защемленной с грунтовым основанием здания, при отношении высоты к ширине  $\frac{l}{b} > 1,5$  (рис. 3.6 и 3.7) [69, 82].

Для решения рассматриваемой задачи функцию напряжения  $\sigma_{xx}$  целесообразно выразить в виде степенного полинома [69]:

$$\sigma_{xx} = A(x)\frac{z}{h} + B(x)\frac{z^2}{h^2} + D(x), \quad (3.92)$$

где первый член - напряжение, известное из технической теории изгиба; второй член - дополнительное напряжение, возникающее от линейной деформации; третий член - напряжение от вертикальной нагрузки;  $A(x), B(x), D(x)$  - неизвестные коэффициенты, зависящие от координат.

Напишем уравнения равновесия для плоского напряженного состояния диафрагмы, удовлетворяющие условиям решения задачи [109]:

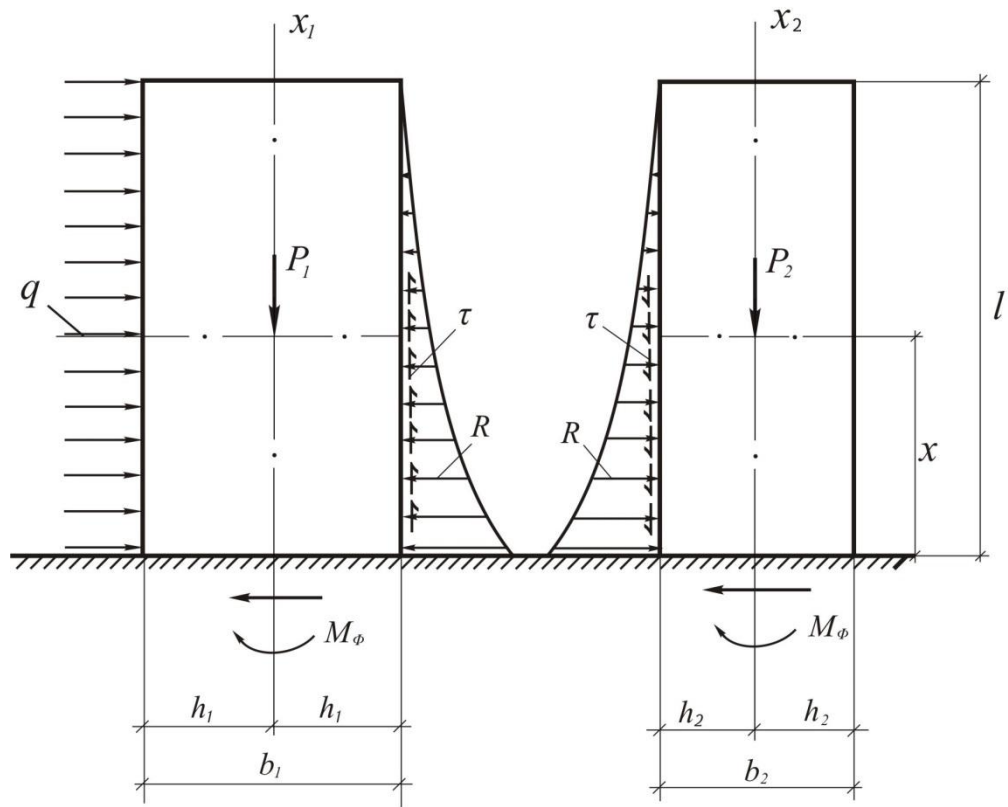


Рис. 3.7. Расчетная схема для определения компонентов напряжений

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{P}{2h}, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (3.93)$$

где  $P$  - интенсивность собственного веса;  $h$  - ширина диафрагмы ( $h = b_1 + b_2$ ).

Подставляя значение  $\sigma_{xx}$  в уравнения равновесий продольных сил и изгибающих моментов:

$$\int_{-h}^{+h} \sigma_{xx} dz = T(x) - P(l - x); \quad (3.94)$$

$$\int_{-h}^{+h} \sigma_{xx} z dz = M(x) - M(x) + M_\phi + T(x)h, \quad (3.95)$$

получим

$$\int_{-h}^{+h} \left[ A(x) \frac{z}{h} + B(x) \frac{z^2}{h^2} + D(x) \right] dz = T(x) - P(l - x); \quad (3.96)$$

$$\int_{-h}^{+h} \left[ A(x) \frac{z}{h} + B(x) \frac{z^2}{h^2} + D(x) \right] z dz = M(x) - M(x) + M_\phi + T(x)h, \quad (3.97)$$

где  $T(x)$  - срезающая сила, возникающая от касательных напряжений;  $M(x)$  - изгибающий момент в рассматриваемом сечении, возникающий от сил, действующих в связях;  $M_\phi$  - изгибающий момент в сечении защемления столба диафрагмы, возникающий от внешних нагрузок;  $M(x)$  - изгибающий момент в рассматриваемом сечении, возникающий от внешних нагрузок;  $z$  - координата точки, в которой определяются напряжения.

Интегрируя оба уравнения, получим

$$\begin{cases} A(x) = \frac{3}{2h^2} [M_\phi - M(x) + T(x)h]; \\ B(x) = \frac{3}{2h} T(x); \\ D(x) = -\frac{P}{2h} (1-x). \end{cases} \quad (3.98)$$

Подставив величины  $A(x)$ ,  $B(x)$  и  $D(x)$  в (3.92), получим окончательное выражение для определения нормального напряжения  $\sigma_{xx}$ :

$$\sigma_{xx} = \frac{3z}{2h^3} [M_\phi - M(x) + T(x)h] + \frac{3T(x)}{2h} \left( \frac{z}{h} - \frac{z^2}{h^2} \right) - \frac{P}{2h} (1-x). \quad (3.99)$$

Используя выражение  $\sigma_{xx}$  (3.99) из уравнения равновесия (3.93), определим напряжения  $\sigma_{zz}$  и  $\tau_{xz}$ :

$$-\tau_{xz} = \int \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dz - \frac{P}{2h} + f_1(x). \quad (3.100)$$

После интегрирования последнего уравнения с учетом значения  $\sigma_{xx}$  получим

$$-\tau_{xz} = \frac{3z^2}{4h^3} [M'(x) - M'(x)] + \frac{3T(x)}{2} \left( \frac{z^2}{2h^2} + \frac{z^3}{3h^3} \right) + f_1(x). \quad (3.101)$$

Используя граничные условия  $z = h$ ,  $\tau_{xh} = -\tau(x)$ , из последнего уравнения находим неизвестную функцию  $f_1(x)$ :

$$f_1(x) = -\frac{3}{4h} [M'(x) - M'(x)] - \frac{\tau(x)}{4}. \quad (3.102)$$

Используя уравнение (3.102), получим выражения для определения касательных напряжений:

$$\tau_{xz} = \frac{3}{4h} [M'(x) - M''(x)] \left(1 - \frac{z^2}{h^2}\right) + \frac{\tau(x)}{4} \left(1 - \frac{3z^2}{h^2} - \frac{2z^3}{h^3}\right). \quad (3.103)$$

Величину  $\sigma_{zz}$  находим из второго уравнения равновесия (3.93):

$$-\sigma_{zz} = \int \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dz + f_2(x). \quad (3.104)$$

После интегрирования (3.104) с учетом  $M'(x) = R$ ,  $M''(x) = q$  получим

$$-\sigma_{zz} = \frac{3(R-q)}{4} \left(\frac{z}{h} - \frac{z^3}{3h^3}\right) + \frac{\tau'(x)}{4} \left(\frac{z}{h} - \frac{z^3}{h^3} - \frac{z^4}{2h^4}\right) + f_2(x), \quad (3.105)$$

где  $q$  - интенсивность внешней нагрузки;  $R(x)$  и  $\tau(x)$  - соответственно нормальное и касательное напряжения нормальных и касательных связей.

Для определения неизвестной функции  $f_2(x)$  используем граничные условия по высоте левой и правой кромок ( $z = \pm h$ ), а именно [69]:

$$\begin{aligned} z = -h; \quad \sigma_{zz}|_{z=-h} &= -q, \\ z = +h; \quad \sigma_{zz}|_{z=+h} &= -R. \end{aligned} \quad (3.106)$$

Из первого и второго граничных условий (3.106) получается одинаковая величина:

$$f_2(x) = \frac{R+q}{2} + \frac{\tau'(x)h}{8}. \quad (3.107)$$

Определим  $\sigma_{zz}$  с учетом  $f_2(x)$ :

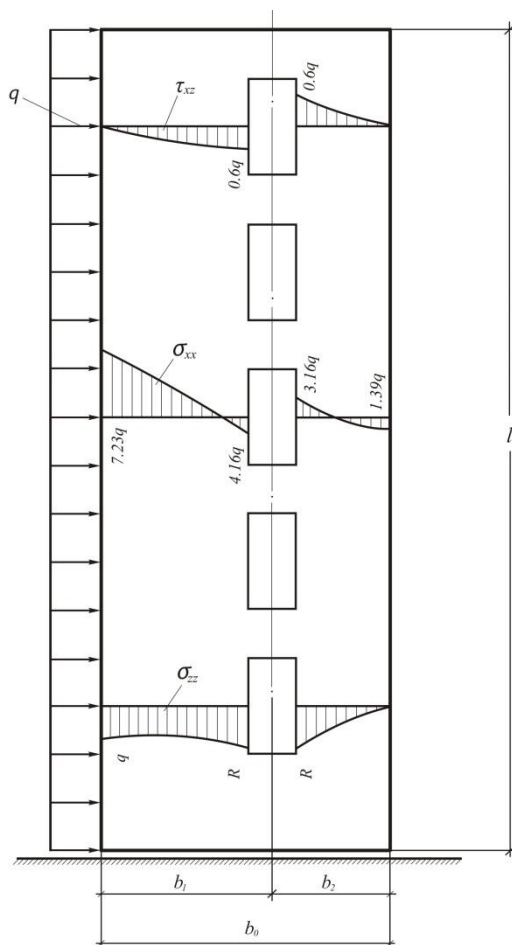
$$\sigma_{zz} = -\frac{R+q}{2} - \frac{3(R-q)}{4} \left(1 - \frac{z^2}{3h^2}\right) \frac{z}{h} - \frac{\tau'(x)h}{8} \left(1 + 2\frac{z}{h} - 2\frac{z^3}{h^3} - \frac{z^4}{h^4}\right). \quad (3.108)$$

Таким образом, для расчета компонентов напряжений получим окончательные формулы:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{3z}{2h^3} [M'(x) - M(x) + M_\phi] + \frac{3T(x)}{2h} \left(1 + \frac{z}{h}\right) \frac{z}{h} - \frac{P}{2h} (1-x); \\ \sigma_{zz} = -\frac{R+q}{2} - \frac{3(R-q)}{4} \left(1 - \frac{z^2}{3h^2}\right) \frac{z}{h} - \frac{\tau'(x)h}{8} \left(1 + 2\frac{z}{h} - \frac{2z^3}{h^3} - \frac{z^4}{h^4}\right); \\ \tau_{xz} = \frac{3}{4h} [M'(x) - M''(x)] \left(1 - \frac{z^2}{h^2}\right) + \frac{\tau(x)}{4} \left(1 - \frac{3z^2}{h^2} - \frac{2z^3}{h^3}\right). \end{cases} \quad (3.109)$$



Результаты вычислений по установлению закономерностей изменения компонентов напряжений в виде эпюр представлены на рис. 3.8.



**Рис. 3.8.** Эпюры изменения компонентов напряжений  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  и  $\tau_{xz}$

При разработке теории расчета ряда сложных процессов исследователи вынужденно прибегают к некоторым допущениям, которые в некоторой степени влияют на точность ожидаемых конечных результатов [37, 106, 111].

С целью установления влияния сделанных допущений на достоверность результатов вышеприведенных теоретических исследований нами проведены экспериментальные исследования. Были изготовлены три модели диафрагм с проемами в масштабах 1:10; 1:15 и 1:10 [69] (глава 7).

### 3.5. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ВНУТРЕННИХ СТЕН КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ

Необходимость разработки теории приближенного расчета внутренних стен зданий объясняется чрезмерной сложностью полученных дифференциальных уравнений [109, 111].

Предлагаемый приближенный метод, основанный на предварительном знании напряженного состояния стен крупнопанельных зданий, сводится к определению их несущей способности. Метод в основном применяется для исследования внутренних стен с учетом деформации монтажных стыков при действии вертикальных нагрузок. Нормальные и касательные напряжения ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) определяются на основе функций напряжений Ламэ (рис. 3.9) [71, 203]:

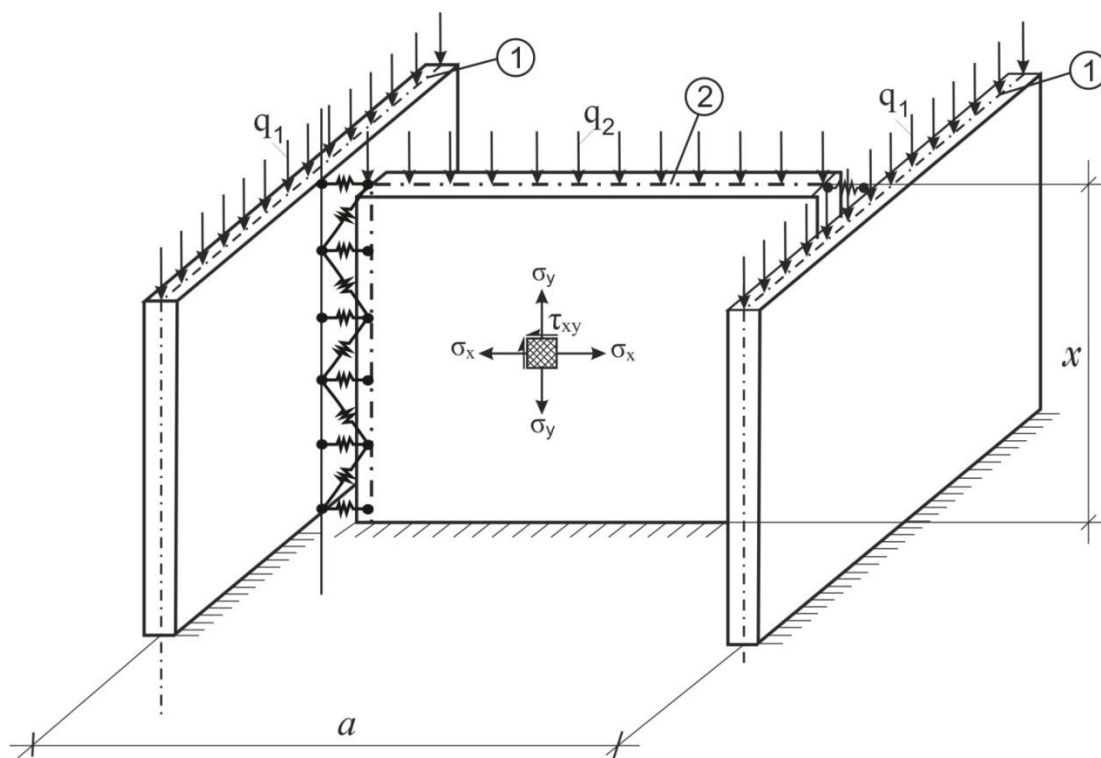


Рис. 3.9. Расчетная схема наружных и внутренних стен

$$\begin{aligned}\sigma_x &= (\lambda + 2G) \frac{\partial U}{\partial x} + \lambda \frac{\partial V}{\partial y}; \\ \sigma_y &= (\lambda + 2G) \frac{\partial V}{\partial y} + \lambda \frac{\partial U}{\partial x}; \\ \tau_{xy} &= G \left( \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda \frac{\partial U}{\partial y} \right),\end{aligned}\tag{3.110}$$

где  $U$  и  $V$  - горизонтальные и вертикальные перемещения;  $\lambda$  и  $G$  - коэффициенты Ламэ:

$$\begin{cases} \lambda = \nu E / (1 + \nu)(1 - 2\nu), \\ G = E / 2(1 + \nu), \end{cases} \quad (3.111)$$

$E$  - модуль деформации материала стен;  $\nu$  - коэффициент Пуассона.

При разработке приближенного метода расчета несущей способности плоских конструкций (стен) использована гипотеза об условии прочности бетона, предложенная Г.А. Гениевым и др. [51]:

При выборе гипотезы необходимо установить вид функции  $\Phi(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$ , где во всем диапазоне роста напряжений точно определяются возможные значения  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\sigma_3$ , т.е. главные напряжения и условия разрушения бетона при росте нагружения.

Принято также, что рассматриваемое условие прочности можно представить в координатах  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\sigma_3$  и с конусообразностью круга Мора с тремя плоскостями напряжений, пересекающимися с поверхностью Мора в области растягивающих напряжений.

Эта поверхность напряжения параболическая. В общем случае ее уравнение можно представить в виде

$$\begin{aligned} &(\sigma_1 + \sigma_n)^2 + (\sigma_2 + \sigma_n)^2 + (\sigma_3 + \sigma_n)^2 - [(\sigma_1 + \sigma_n)(\sigma_2 + \sigma_n) + (\sigma_2 + \sigma_n)(\sigma_3 + \sigma_n) + \\ &+ (\sigma_3 + \sigma_n)(\sigma_1 + \sigma_n)] = (R_c - R_p)[(\sigma_1 + \sigma_n) + (\sigma_2 + \sigma_n) + (\sigma_3 + \sigma_n)], \end{aligned} \quad (3.112)$$

где  $\sigma_n$  - значение предела прочности при всестороннем растяжении;  $R_c$  - предел прочности при сжатии;  $R_p$  - предел прочности при растяжении.

В качестве основного расчетного параметра применяется равенство  $R_c = R_{n.n}$ , где  $R_{n.n}$  - предел прочности бетона. Тогда предложенное Г.А. Гениевым и др. [51] условие прочности можно представить в виде

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (R_c - R_p)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - R_c R_p = 0. \quad (3.113)$$

Предлагаемый теоретический метод аналитического определения несущей способности стены можно применять в конструкциях внутренних стен монтажными стыками.

При расчете стен необходимо знать геометрические размеры стен и их стыков, условие закрепления, вид внешних нагрузок, характеристику материала, величины модулей деформации бетона стен и материала стыков. При этом на первой стадии расчета величины модулей можно принять постоянными.

По полученным значениям нормальных и касательных напряжений для каждого сечения можно определить обобщенные напряжения по известной формуле

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2}, \quad (3.114)$$

где  $\sigma_x, \sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  определяются согласно Р.С. Минасяну [203]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \sum \frac{2q}{\alpha_n \ell} \sin \alpha_n \cdot a[(1 - \alpha_n y)] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x, \\ \sigma_y = \sum \frac{2q}{\alpha_n \ell} \sin \alpha_n \cdot a[(1 + \alpha_n y)] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x - \frac{qa}{\ell}, \\ \tau_{xy} = \frac{2q}{\alpha_n \ell} \sin \alpha_n \cdot a[(\alpha_n y)] e^{-\alpha_n y} \sin \alpha_n x, \\ \sigma_z = 0, \end{array} \right. \quad (3.115)$$

$q$  - величина удельной нагрузки, распределенной на балке;  $\ell$  - длина рассматриваемой части стены;  $\alpha_n = \frac{n\pi}{\ell}$ ;  $a$  - полудлина опорной части балки (рис. 3.9).

По эпюрам напряжений следует проанализировать характер напряженного состояния и для тех областей, где возникает опасное состояние, по известным, заранее заданным призматическим прочностям  $R_c$  и пределу прочности на растяжение  $R_p$ , используя условия прочности.

При известных начальных модулях деформаций необходимо определить изменения модулей и построить график изменений, используя формулу проф. Л.И. Онищика:

$$E_t = E_o \left( 1 - \frac{\sigma}{1,1R_{\text{пр}}} \right), \quad (3.116)$$

где  $R_{\text{пр}}$  - призматическая прочность бетона;  $E_o$  и  $E_t$  - начальный и производный модули деформации материала стен;  $\sigma$  - произвольная нормальная составляющая напряжения.

Анализируя эпюры напряжений  $\sigma_x, \sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  [203], устанавливаются наиболее опасные зоны разрушения.

Согласно нашим исследованиям, максимальная величина сжимающего напряжения в стене имеет место под балкой и составляет  $\sigma_y = 1,13q$ , а касательные напряжения на участке опоры балки -  $\tau_{xy} = 0,04q$ .

Зная величины нормального и касательного напряжений, можно установить величины главных напряжений по формуле

$$\sigma_{1,2} = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}. \quad (3.117)$$

### **3.6. МЕТОД РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ СТОЯКА КАРКАСА КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ**

Основной несущей конструкцией крупнопанельных высотных зданий является их каркас. В существующей теории расчета устойчивости, изложенной в научной литературе, имеется ряд допущений, а также не учитывается величина взаимодействия стояка каркаса и смежной стены. Между тем результаты испытаний показывают, что нельзя пренебрегать их влиянием на устойчивость стояка.

В данной работе делается попытка учета влияния смежной стены при установлении условий устойчивости стояка.

Расчетная схема задачи представлена на рис. 3.10, где взаимодействие смежной стены оценивается только силой трения, а влияние нормальных сил из-за их незначительности пренебрегается, поскольку при растяжении практически можно пренебречь прочностью соединения раствора, что, в свою очередь, приводит к увеличению запаса прочности [73].

Допустим, что в пределах одного этажа концы стояка можно принимать как неподвижно-шарнирные соединения.

Пользуясь зависимостью совместимости деформаций в шарнирах  $A$  и  $B$   $\Delta l_A + \Delta l_B = 0$ ,

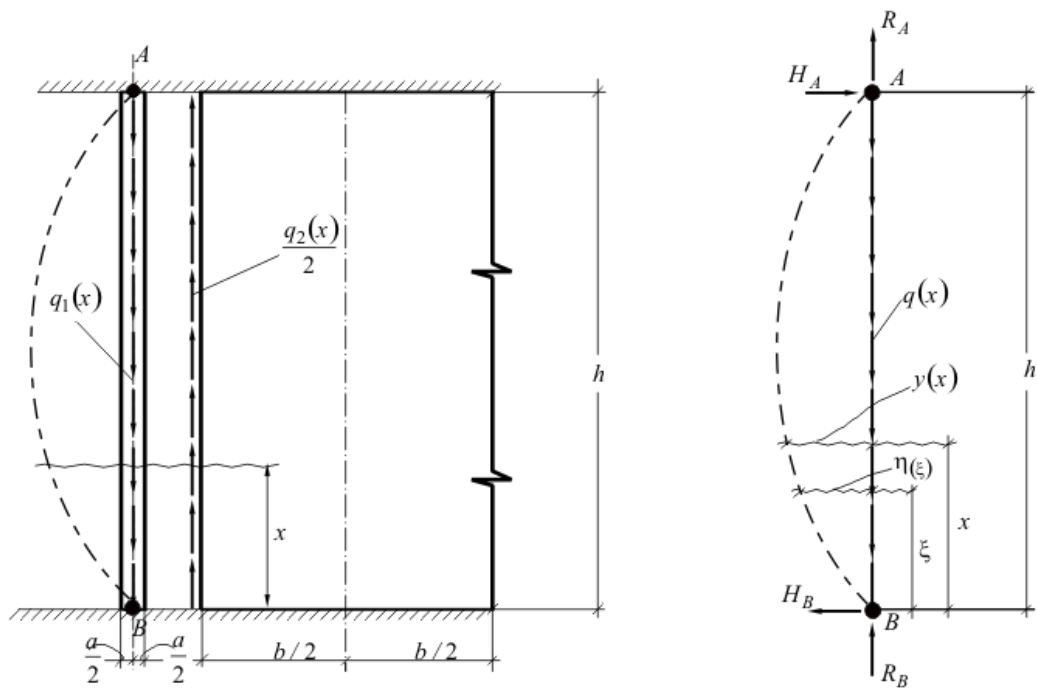


Рис. 3.10. Расчетная схема стояка и смежной стены

для вертикальных составляющих реакций получим

$$R_A = R_B = \frac{qh}{2}, \quad (3.118)$$

а для горизонтальных составляющих реакций:

$$H_A = H_B = \frac{1}{h} \int_0^h qy dx, \quad (3.119)$$

где  $q$  - сила, действующая на один продольный погонный метр стояка, по величине равная

$$\begin{cases} q = \left( q_1 - \frac{q_2}{2} \right), & \text{или} \\ q(x) = \left[ q_1(x) - \frac{q_2(x)}{2} \right], \end{cases}, \quad (3.120)$$

$q_1$  и  $q_2$  - величины веса одного погонного метра соответственно стояка и смежной стены,  $q(x) = qx$ .

Воспользуясь расчетной схемой (рис. 3.10), величину изгибающего момента в произвольном сечении  $x$  представим в виде

$$EJy''(x) = H_B x - R_B y(x) + q \int_0^x y(x) d\xi - q \int_0^x \eta(\xi) d\xi, \quad (3.121)$$

где  $E$  - модуль деформации стояка;  $J$  - момент инерции сечения стояка.

Дифференцируя уравнение (3.121) поочередно дважды, соответственно получим

$$\left\{ \begin{array}{l} EJy'''(x) = H_B - R_B y'(x) + q \int_0^x y'(x) d\xi - q \int_0^x \frac{d\eta(\xi)}{dx} d\xi; \\ EJy^{IV}(x) + (R_B - qx)y''(x) - qy'(x) = 0; \\ \left( \frac{d\eta(\xi)}{dx} \right) = 0. \end{array} \right. \quad (3.122)$$

Учитывая величину  $R_B = \frac{qh}{2}$ , второе уравнение (3.122) примет вид

$$EJy^{IV}(x) + q\left(\frac{h}{2} - x\right)y''(x) - qy'(x) = 0. \quad (3.123)$$

Для интегрирования дифференциального уравнения с переменными коэффициентами примем следующее обозначение:  $x = \xi l$ . Тогда

$$d\xi = \frac{dx}{l}; \quad (d\xi)^2 = \left(\frac{dx}{l}\right)^2; \quad (d\xi)^4 = \left(\frac{dx}{l}\right)^4.$$

Следовательно, уравнение (3.123) примет вид

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} + \frac{ql^3}{EJ} \left(\frac{1}{2} - \xi\right) \frac{d^2 y}{d\xi^2} - \frac{ql^2}{EJ} \frac{dy}{d\xi} = 0. \quad (3.124)$$

Обозначив  $k = \frac{ql^3}{EJ}$ , уравнение (3.124) примет следующий вид:

$$y^{IV}(\xi) + k\left(\frac{1}{2} - \xi\right)y''(\xi) - ky'(\xi) = 0. \quad (3.125)$$

Обозначив  $\left(\frac{1}{2} - \xi\right) = \eta$ , можем написать  $y'(\xi) = -y'(\eta)$ . Тогда уравнение (3.125)

примет вид

$$y^{IV}(\eta) + k\eta y''(\eta) + ky'(\eta) = 0. \quad (3.126)$$

Для упрощения решения уравнение представим в виде

$$(y'''(\eta))' + k(\eta y'(\eta))' = 0. \quad (3.127)$$

Интегрируя его, получим

$$y'''(\eta) + k\eta y'(\eta) = C_1, \quad (3.128)$$

где  $C_1$  - постоянная интегрирования.

Произведя новую подстановку  $y'(\eta) = \frac{dy(\eta)}{d\eta} = U(\eta)$ , получим

$$U''(\eta) + k\eta U(\eta) = A_1, \quad (3.129)$$

однородное уравнение которого будет

$$U''(\eta) + k\eta U(\eta) = 0. \quad (3.130)$$

Интегрирование однородного дифференциального уравнения (3.130) проводится применением функций Бесселя [20]:

$$U(\eta) = C_2 \eta^{1/2} J_{1/3} \left( \frac{2}{3} \sqrt{k} \eta^{3/2} \right) + C_3 \eta^{1/2} J_{-1/3} \left( \frac{2}{3} \sqrt{k} \eta^{3/2} \right), \quad (3.131)$$

где  $J_{\pm 1/3} \left( \frac{2}{3} \sqrt{k} \eta^{3/2} \right)$  - функция Бесселя порядка  $(\pm 1/3)$ .

Для удобства обозначим  $Z = \frac{2}{3} \sqrt{k} \eta^{3/2}$ . Тогда уравнение (3.131) примет вид

$$U = C_2 \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + C_3 \eta^{1/2} J_{-1/3}(z). \quad (3.132)$$

При выполнении частного решения неоднородного дифференциального уравнения удобно пользоваться методом Лагранжа (вариационный способ постоянных коэффициентов).

Выполняя известные действия, получим



$$\left\{ \begin{array}{l} U'(\eta) = C_2' \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + C_3' \eta^{1/2} J_{-1/3}(z) + C_2 \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{1/3}(z) + \sqrt{k} \eta J_{1/3}'(z) \right] + \\ \quad + C_3 \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{-1/3}(z) + \sqrt{k} \eta J_{-1/3}'(z) \right]; \\ U''(\eta) = C_2' \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{1/3}(z) + \sqrt{k} \eta J_{1/3}'(z) \right] + C_3' \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{-1/3}(z) + \sqrt{k} \eta J_{-1/3}'(z) \right] - \\ \quad - C_2 k \eta^{3/2} J_{1/3}(z) - C_3 k \eta^{3/2} J_{-1/3}(z). \end{array} \right. \quad (3.133)$$

Таким образом, подставляя результаты решения уравнения (3.131) в (3.129), получим второе уравнение относительно  $C_2'$  и  $C_3'$ . Используя

$$C_2' \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + C_3' \eta^{1/2} J_{-1/3}(z) = 0, \quad (3.134)$$

получим систему уравнений относительно  $C_2'$  и  $C_3'$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_2' \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + C_3' \eta^{1/2} J_{-1/3}(z) = 0, \\ C_2' \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{1/3}(z) + \sqrt{k} \eta J_{1/3}'(z) \right] + C_3' \left[ \frac{1}{2} \eta^{-1/2} J_{-1/3}(z) + \sqrt{k} \eta J_{-1/3}'(z) \right] = C. \end{array} \right. \quad (3.135)$$

Решая систему уравнений относительно  $C_3'$ , получим

$$C_3' \sqrt{k} \eta \left[ \frac{J_{1/3}(z) J_{-1/3}'(z) - J_{-1/3}(z) J_{1/3}'(z)}{J_{1/3}(z)} \right] = C_1. \quad (3.136)$$

Поскольку числитель уравнения (3.136) представляет собой определитель Вронского, то, согласно теории Ломмеля, получим

$$J_{1/3}(z) J_{-1/3}'(z) - J_{-1/3}(z) J_{1/3}'(z) = -\frac{2}{\pi z} \cdot \sin \frac{\pi}{2}. \quad (3.137)$$

С учетом (3.137) из (3.136) получим

$$C_3' = -C_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \eta^{1/2} J_{1/3}(z). \quad (3.138)$$

Следовательно, из системы (3.135) можно определить также величину  $C_2'$ :

$$C_2' = C_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \eta^{1/2} J_{-1/3}(z). \quad (3.139)$$

Интегрируя последние два уравнения, соответственно получим

$$\begin{cases} C_2 = C_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3k}} \int J_{-1/3}(z) dz + A; \\ C_3 = -C_1 \frac{2\pi}{3\sqrt{3k}} \int J_{1/3}(z) dz + B. \end{cases} \quad (3.140)$$

Таким образом, с учетом величин  $C_2$  и  $C_3$  в общем решении уравнения (3.129) из уравнения (3.131) получим

$$U = C_1 \frac{2}{3\sqrt{k}} \eta^{1/2} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \left[ J_{1/3}(z) \int J_{-1/3}(z) dz - J_{-1/3}(z) \int J_{1/3}(z) dz \right] + A \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + B \eta^{1/2} J_{-1/3}(z). \quad (3.141)$$

Выражение в квадратных скобках уравнения (3.141) есть функция Ломмеля [20] в виде

$$S_{m,v} = \frac{\pi}{2 \sin v\pi} \left[ J_v(z) \int_0^z z^m J_{-v}(z) dz - J_{-v}(z) \int_0^z z^m J_v(z) dz \right]. \quad (3.142)$$

Для данного случая  $m=0$ ,  $v = \frac{1}{3}$ . Следовательно, функция Ломмеля совпадает с выражением в уравнении (3.141) (квадратные скобки), умноженным на  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ .

Таким образом, с учетом (3.142) из (3.141) получим

$$U = y'(\eta) = C_1 \frac{2}{3\sqrt{k}} \eta^{1/2} S_{0,1/3}(z) + A \eta^{1/2} J_{1/3}(z) + B \eta^{1/2} J_{-1/3}(z). \quad (3.143)$$

Интеграл уравнения (3.143) представим в виде

$$y(\eta) = C_1 \frac{2}{3\sqrt{k}} \int S_{0,1/3}(z) \eta^{1/2} d\eta + A \int J_{1/3}(z) \eta^{1/2} d\eta + B \int J_{-1/3}(z) \eta^{1/2} d\eta + D. \quad (3.144)$$

Далее, учитывая зависимость  $z = 2/3\sqrt{k}\eta^{3/2}$ , можно написать

$$d(z) = d\left(\frac{2}{3}\sqrt{k}\eta^{3/2}\right) = \sqrt{k}\eta^{1/2} d\eta. \quad (3.145)$$

Используя (3.145) и однородное решение дифференциального уравнения (3.126), получим

$$y = C_1 \frac{2}{3k} \int S_{0,1/3}(z) dz + A \frac{1}{\sqrt{k}} \int J_{1/3}(z) dz + B \frac{1}{\sqrt{k}} \int J_{-1/3}(z) dz + D. \quad (3.146)$$

Следовательно,

$$y'' = C_1 \frac{2}{3\sqrt{k}} \cdot \frac{d}{d\eta} [\eta^{1/2} S_{0,1/3}(z)] + A \frac{d}{d\eta} [\eta^{1/2} J_{1/3}(z)] + B \frac{d}{d\eta} [\eta^{1/2} J_{-1/3}(z)]. \quad (3.147)$$

Для определения неизвестных постоянных ( $C_1, A, B$  и  $D$ ) воспользуемся граничными условиями:

- 1)  $x = 0; \xi = 0; y = 0; y'' = 0;$
- 2)  $x = h; \xi = 1; y = 0; y'' = 0.$

Учитывая граничные условия в (3.146) и (3.147) и свойства функции Ломмеля, получим систему уравнений относительно  $C_1, A, B$  и  $D$ .

Опуская достаточно сложные преобразования, для определения критической силы приравняем нулю определитель системы уравнений:

$$\begin{bmatrix} \int S_{0,1/3}(\bar{z})d\bar{z}; & \int J_{1/3}(\bar{z})d\bar{z}; & \int J_{-1/3}(\bar{z})d\bar{z}; & 1 \\ -\frac{2}{3}S_{-1,-2/3}(\bar{z}); & \int J_{-2/3}(\bar{z}); & -J_{2/3}(\bar{z}); & 0 \\ \int S_{0,1/3}(i\bar{z}); & \int J_{1/3}(i\bar{z})d(i\bar{z}); & \int J_{-1/3}(i\bar{z})d(i\bar{z}); & 1 \\ -\frac{2}{3}S_{-1,-1/3}(i\bar{z}); & \int J_{-2/3}(i\bar{z}); & -J_{2/3}(i\bar{z}); & 0 \end{bmatrix} = 0, \quad (3.148)$$

где  $\bar{z} = \frac{2}{3} \left( \frac{qh^3}{8EJ} \right)^{1/2}$ .

Для определения наименьшей величины определителя (3.148) числовые расчеты проведем для предела ( $9,45 \leq \bar{z} \leq 9,46$ ).

Следовательно,

$$9,45 \leq \frac{2}{3} \left( \frac{qh^3}{8EJ} \right)^{1/2} \leq 9,46,$$

откуда величина критической силы будет

$$(qh)_{kp} \approx 134,1 \left( \frac{EJ}{h} \right). \quad (3.149)$$

### 3.7. МЕТОД РАСЧЕТА КРУЧЕНИЯ ВЫСОТНОГО КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Для проверки прочности и жесткости высотного крупнопанельного здания в первую очередь следует определить угол закручивания здания при горизонтальном действии нагрузки, поскольку высотные здания под воздействием внешних возмущений, в том числе кручений, подвергаются опасным деформациям. Согласно многолетним экспериментальным исследованиям, известны выходные параметры деформаций высотных зданий.

К сожалению, до настоящего времени отсутствует теория расчета кручения крупнопанельного высотного здания. При проверке здания на прочность под воздействием несимметричных горизонтальных нагрузок особенно важно установить действительные величины углов закручивания.

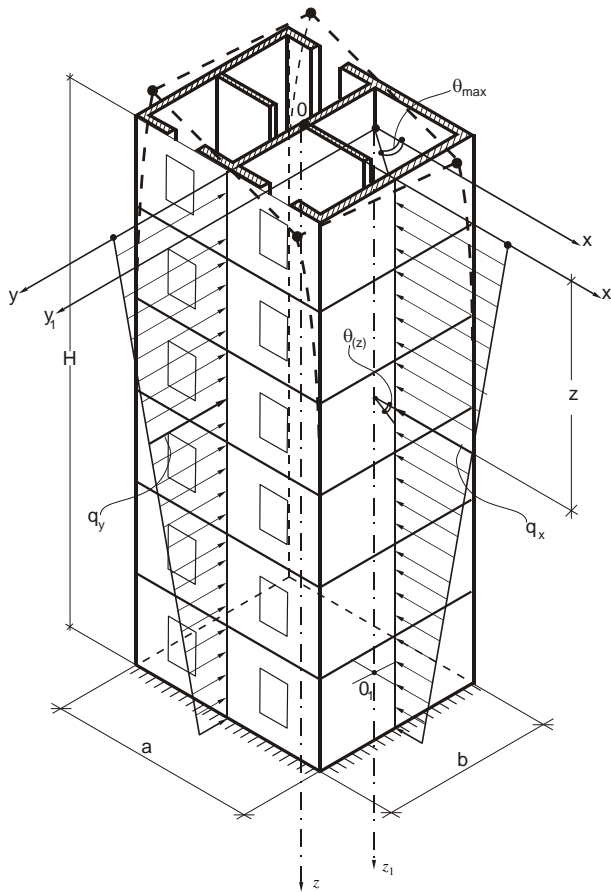
В рассматриваемой расчетной схеме здание принимается как ветвь, обладающая изгибными  $(EJ_x, EJ_y)$ , крутильными  $(EJ_K)$  и осевыми  $(EA_i)$  жесткостями, а перемычки в диафрагмах и ядрах жесткости, а также вертикальные ряды, соединенные между панелями, - как швы, характеризуемые коэффициентами жесткости на сдвиг [76] (рис. 3.11).

Напряженно-деформированное состояние здания при кручении описывается дифференциальным уравнением [246]

$$\sum EJ_{\omega} \theta^{IV} - \sum GJ_d \theta'' = m + \sum_{i=1}^n T_i'' \omega_j, \quad (3.150)$$

где  $\theta$  - угол закручивания здания;  $E$  и  $G$  - модули деформаций стены при растяжении (сжатии) и сдвиге;  $J_{\omega}$  - секториальный момент инерции сечения;  $J_d$  - крутящий момент инерции стен при чистом кручении;  $m$  - интенсивность момента распределения по высоте здания;  $T_i$  - обобщенные сдвигающие усилия в швах, условно расположенных по вертикальным осям проемов;  $\omega_j$  - секториальная координата по отношению к главному полюсу (центру изгиба) и главной секториальной нулевой точке.

Для определения сдвигающего усилия  $(T)$  используем дифференциальное уравнение [246]



**Рис. 3.11.** Расчетная схема здания на кручение

$$T_i''(z) / K_{ci} = \sum_{j=1}^n \Delta_{ij} T_j(z) + \Delta_{io} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (3.151)$$

где

$$\Delta_{io} = \frac{1}{E} \left[ \left( \frac{N_i^o}{A_i} - \frac{N_j^o}{A_j} \right) - \frac{M_y^o V_i}{\Sigma J_y} + \frac{M_x^o U_i}{\Sigma J_x} + \frac{B^o \omega_i}{\Sigma J_\omega} \right], \quad (3.152)$$

$N_i^o$  и  $N_j^o$  - нормальные силы смежных стен от внешней нагрузки в  $i$ -й и  $j$ -й соединениях  $i$ -го шва;  $M_x^o$ ,  $M_y^o$  и  $B^o$  - соответственно моменты и бимомент от внешней нагрузки относительно главных осей  $x$ ,  $y$  и главного полюса основной системы;  $A_i$  и  $A_j$  - площади поперечных сечений смежных  $i$ -й и  $j$ -й стен,

$$a \quad \Delta_{ij} = \frac{1}{E} \left[ \frac{V_i V_j}{\Sigma J_i} + \frac{U_i U_j}{\Sigma J_x} + \frac{\omega_i \omega_j}{\Sigma J_\omega} \right]. \quad (3.153)$$

Здесь  $U_i U_j$  и  $V_i V_j$  - соответственно расстояния от осей симметрии до стыков соединений.

Для нашего случая  $\Delta_{io}$  из (3.152) можно упростить в виде [246]

$$\Delta_{io} = \frac{q_x z^2 \cdot V_i}{2\Sigma J_y} - \frac{q_y z^2 \cdot U_i}{2\Sigma J_x} - \frac{m[\lambda H sh \lambda z - ch \lambda H + ch \lambda (H - z)] \omega_i}{\lambda^2 E \Sigma J_\omega ch \lambda H}, \quad (3.154)$$

где  $\lambda = \sqrt{G \Sigma J_d / E \Sigma J_\omega}$ ,  $J_d$  - крутящий момент инерции стержня при чистом кручении.

Приняв за начало координат оси  $z$  на верхней поверхности (рис. 3.11), краевые условия будут

$$z = 0; T_i(0) = 0; \text{ и при } z = H; T_i'(H) = 0. \quad (3.155)$$

Подставляя значения  $\Delta_{ji}$  и  $\Delta_{io}$  из (3.153) и (3.154) в (3.151), находим

$$T_i''(z) - v^2 T_i(z) = a_0 + a_1 z^2 + a_2 sh \lambda z + a_3 ch \lambda (H - z), \quad (3.156)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} v^2 &= K_{ci} \sum_{i=1}^n \Delta_{ij} = K_{ci} \Sigma \left( \frac{V_i V_j}{\Sigma J_y} + \frac{U_i U_j}{\Sigma J_x} + \frac{\omega_i \omega_j}{\Sigma J_\omega} \right) \frac{1}{E}, \\ a_0 &= \frac{m \omega_i K_{ci}}{\lambda^2 E \Sigma J_\omega ch \lambda H} ch \lambda H = \frac{m \omega_i H K_{ci}}{\lambda^2 \Sigma J_\omega E}, \\ a_1 &= \left( \frac{q_x V_i}{\Sigma J_y} - \frac{q_y U_i}{\Sigma J_x} \right) \frac{K_{ci}}{2}, \\ a_2 &= - \frac{m \omega_i \lambda H}{\lambda^2 E \Sigma J_\omega ch \lambda H} K_{ci} = \frac{m \omega_i H K_{ci}}{\lambda E \Sigma J_\omega ch \lambda H}, \\ a_3 &= - \frac{m \omega_i K_{ci}}{\lambda^2 E \Sigma J_\omega ch \lambda H}. \end{aligned} \right. \quad (3.157)$$

Пользуясь методикой решения дифференциального уравнения (3.151), предложенной А.Р. Ржаницыным [246], получим

$$T_i(z) = A sh \lambda z + B ch \lambda z - \left( a_0 + \frac{2a_1}{v^2} + a_1 z^2 \right) \frac{1}{v^2} + \frac{1}{\lambda^2 - v^2} [a_2 sh \lambda z + a_3 ch \lambda (H - z)]. \quad (3.158)$$

Для использования краевых условий необходимо определить также  $T'(z)$ :

$$T_i'(z) = \lambda A ch \lambda z + \lambda B sh \lambda z - \frac{2a_1}{v^2} z + \frac{\lambda}{\lambda^2 - v^2} [a_2 ch \lambda z - a_3 sh \lambda (H - z)] \quad (3.159)$$

Подставляя краевые условия из (3.155) в (3.158) и (3.159), находим

$$A = \left( \frac{2a_1 H}{v^2} - \frac{a_2 \lambda}{\lambda^2 - v^2} sh \lambda H \right) \frac{1}{v ch \lambda H} - \left[ \frac{1}{v^2} \left( a_0 + \frac{2a_1}{v^2} \right) + \frac{a_3}{\lambda^2 - v^2} ch \lambda H \right] \frac{sh v H}{ch v H}, \quad (3.160)$$

$$B = \frac{1}{v^2} \left( a_0 + \frac{2a_1}{v^2} \right) + \frac{a_3}{\lambda^2 - v^2} ch v H. \quad (3.161)$$

Для интегрирования дифференциального уравнения (3.150) вычислим сначала  $T_i''(z)$ , т.е.

$$T_i''(z) = \lambda^2 (A sh \lambda z + B ch \lambda z) + a_2 sh \lambda + a_3 ch \lambda (H - z) \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - v^2} - \frac{2a_1}{v^2}, \quad (3.162)$$

подставив его в (3.150), получим

$$\theta^{IV}(z) - \alpha^2 \theta''(z) = b_0 + b_1 sh \lambda z + b_2 ch \lambda z + b_3 ch \lambda (H - z), \quad (3.163)$$

где  $\alpha^2 = \frac{\Sigma G J_d}{\Sigma E J_\omega}$ ;

$$b_0 = \left( \frac{m}{\Sigma E J_\omega} - \frac{2a_1}{v^2} \right);$$

$$b_1 = \frac{\Sigma \omega_c}{\Sigma E J_\omega} \left( v^2 A + \frac{\lambda^2 a_2}{\lambda^2 - v^2} \right); \quad (3.164)$$

$$b_2 = \frac{\Sigma \omega_i}{\Sigma E J_\omega} (v^2 B);$$

$$b_3 = \frac{\Sigma \omega_c}{\Sigma E J_\omega} \left( \frac{\lambda^2 a_3}{\lambda^2 - v^2} \right).$$

После интегрирования (3.163) находим

$$\theta(z) = C_1 sh \alpha z + C_2 ch \alpha z + C_3 + C_4 z + \bar{\theta}(z), \quad (3.165)$$

где  $\bar{\theta}(z)$  - частное решение дифференциального уравнения, которое можно отыскать в виде

$$\bar{\theta}(z) = d_1 sh \lambda z + d_2 ch \lambda z + d_3 ch \lambda (H - z) + d_4 z^2 + d_5 z + d_6. \quad (3.166)$$

Подставляя вычисленные значения  $\bar{\theta}''(z)$  и  $\bar{\theta}^{IV}(z)$  в (3.163) и учитывая равенства подобных членов, находим

$$d_1 = \frac{b_1}{\lambda^2(\lambda^2 - \alpha^2)}; \quad d_2 = \frac{b_2}{\lambda^2(\lambda^2 - \alpha^2)}; \quad d_3 = \frac{b_3}{\lambda^2(\lambda^2 - \alpha^2)}; \quad d_4 = -\frac{b_6}{2\alpha^2}. \quad (3.167)$$

Используя (3.167) и (3.166), из (3.165) находим

$$\theta(z) = C_1 sh\alpha z + C_2 ch\alpha z + \bar{C}_3 + \bar{C}_4 z + d_1 sh\lambda z + d_2 ch\lambda z + d_3 ch\lambda(H-z) + d_4 z^2, \quad (3.168)$$

где 
$$\bar{C}_3 = (C_3 + d_6) \text{ и } \bar{C}_4 = (C_4 + d_5). \quad (3.169)$$

Для определения  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\bar{C}_3$  и  $\bar{C}_4$  используем следующие граничные условия:

- 1) при  $z = H$  -  $\theta(H) = \theta'(H) = 0$ ;
  - 2) при  $z = 0$  -  $\theta''(0) = \theta'''(0) = 0$ .
- (3.170)

Подставляя  $\theta(z)$ ,  $\theta'(z)$ ,  $\theta''(z)$  и  $\theta'''(z)$  в (3.170), получим

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\lambda^3}{\alpha^3}(d_3 sh\lambda H - d_1), \\ C_2 = -\frac{\lambda^2}{\alpha^2}(d_3 ch\lambda H + d_2) - \frac{2d_4}{\alpha^2}, \\ \bar{C}_3 = -(\bar{C}_4 H + C_1 sh\alpha H + d_1 sh\lambda H + C_2 ch\alpha H + d_2 ch\lambda H + d_4 H^2 + d_3); \\ \bar{C}_4 = -[\alpha(C_1 ch\alpha H + C_2 sh\alpha H) + \lambda ch\lambda H + \lambda d_2 sh\lambda H + 2d_4 H]. \end{cases} \quad (3.171)$$

При подстановке значений  $C_1$  и  $C_2$  в выражения  $\bar{C}_3$  и  $\bar{C}_4$  из (3.171), окончательно получим

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\lambda^3}{\alpha^3}(d_3 sh\lambda H - d_1), \quad C_2 = -\frac{\lambda^2}{\alpha^2}(d_3 ch\lambda H + d_2) - \frac{2d_4}{\alpha^2}, \\ \bar{C}_3 = -\left\{ -\left[ \left[ \left( \frac{\lambda^3}{\alpha^3}(d_3 sh\lambda H - d_1) \right) ch\lambda H - \left( \frac{\lambda^2}{\alpha^2}(d_3 ch\lambda H + d_2) - \frac{2d_2}{\alpha^2} \right) sh\alpha H \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + \lambda ch\lambda H + \lambda d_2 sh\lambda H + 2d_4 H \right\} + \left( \frac{\lambda^3}{\alpha^3}(d_3 sh\lambda H - d_1) \right) sh\alpha H + d_1 sh\lambda H - \right. \\ \left. - \left( \frac{\lambda^2}{\alpha^2}(d_3 ch\lambda H + d_2) - \frac{2d_4}{\alpha^2} \right) ch\alpha H + d_2 ch\lambda H + d_4 H^2 + d_3 \right\}, \\ \bar{C}_4 = -\left\{ \alpha \left[ \left( \frac{\lambda^3}{\alpha^3}(d_3 sh\lambda H - d_1) \right) ch\alpha H - \left( \frac{\lambda^2}{\alpha^2}(d_3 ch\lambda H + d_2) - \frac{2d_2}{\alpha^2} \right) sh\alpha H \right] + \right. \\ \left. + \lambda ch\lambda H + \lambda d_2 sh\lambda H + 2d_4 H \right\}. \end{cases} \quad (3.172)$$



### Выводы по главе 3

1. Таким образом, полученные расчетные выражения (3.54), (3.55), (3.57), (3.44) и (3.45) позволяют установить величины силы сдвига в месте соединения шва, контактных напряжений и деформаций в системе стояк-стена, а также раскрыть реальную суть совместной их работы в области шва. Полученные функции расчета нормальных и касательных напряжений и деформаций в системе стояк-стена позволили установить условие предотвращения появления трещин на площадках контакта.

Численный расчет величин касательных напряжений показывает, что максимальное их значение превосходит допустимый предел растяжения раствора в шве (в 1,5 раза), поэтому прочность раствора необходимо определить исходя из максимальных касательных напряжений.

2. Полученные формулы (3.67) и (3.68) позволяют легко определить все расчетные величины в нормальных и сдвигающих связях для поперечной диафрагмы, имеющей несимметрично размещенные оконные или дверные проемы.

Анализ данных расчетных величин показывает, что учет упругого поворота основания диафрагмы существенно меняет картину напряженного состояния наиболее нагруженной нижней части здания. Однако в случае, когда  $\frac{P}{q} \geq 50$ , практически по датливость грунтового основания не влияет на распределение расчетных величин, и их можно не учитывать при проектировании крупнопанельного здания.

3. Полученные расчетные формулы для определения компонентов напряжений (3.91) в несущей стене могут быть применены для построения эпюры распределения напряжений в любом поперечном сечении сплошной стеновой панели с учетом воздействия соседних элементов.
4. Анализом эпюр компонентов напряжений  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  и  $\tau_{xz}$  (рис. 3.8) установлено, что закономерность изменения касательных напряжений близка к параболическому закону, установленному по элементарной теории изгиба, закономерность изменения нормального напряжения близка к прямолинейному закону, а в крайних волокнах стол-

бов значительно отличается от ожидаемой элементарной теории изгиба. Более того, как кажется, в сечениях диафрагмы нарушаются условия равновесия, однако в действительности такое явление отсутствует.

Эпюры напряжения  $\tau_{zz}$  (рис. 3.8) в представленном виде вообще отсутствуют в элементарной теории изгиба.

5. Полученные уравнения для расчета компонентов напряжений (3.109) имеют удовлетворительную достоверность и удобны для решения практических задач. Поэтому рекомендуем разработанную теорию расчета применять при проведении соответствующих проектных работ.
6. Рассчитанные по приближенным формулам величины главных напряжений дают возможность проверить условие прочности по формуле (3.113) и ее соответствие с данными, полученными точными расчетами.

Сравнение полученных данных показывает, что расхождение приближенной формулы от точной не превышает  $\pm 5\%$ , что дает основание для широкого применения приближенного метода расчета.

7. Получена формула определения допустимого критического усилия в зависимости от высоты крупнопанельного здания (3.149). Установлено, что при большом значении критического усилия стояк попадает в зону неустойчивого равновесия. Также установлено, что при взаимодействии смежной стены со стояком величину допустимой критической силы можно увеличить в 1,5 раза.
8. Имея окончательное значение угла закручивания здания (3.168), численными расчетами легко установить закономерность изменения продольных усилий, возникающих в наиболее удаленных точках от главного полюса стен.

Результаты исследований кручения крупнопанельного высотного здания показывают, что напряженно-деформированное состояние здания занимает промежуточное место между составными стержнями, листовыми связями сдвига и монолитными стержнями. Разработанная теория расчета угла закручивания высотных зданий позволяет на стадии проектирования определить оптимальные величины несущих стен.

## 4. СОВМЕСТНАЯ РАБОТА СТЕН И ОБЛИЦОВОЧНЫХ ПЛИТ

### 4.1. СОВМЕСТНАЯ РАБОТА БЕТОНА И ОБЛИЦОВОЧНЫХ ПЛИТ НЕСУЩИХ СТЕН КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ

В современном домостроительном производстве широкое применение нашли стеновые панели с облицовочными плитами. В панелях в качестве несущего слоя, в основном, используются легкие бетоны, а вместо облицовки – туфовые плиты.

Стенные панели с облицовочными плитами применяются более полвека, однако научное обоснование их применения до сих пор носит эмпирический характер. Вместе с тем теория изучения напряженно-деформированного состояния контактного шва облицовка-панель сильно отстает от теорий расчетов составных частей тонкостенных конструкций и усиленных зданий [106, 111, 189].

Несущие внешние панели современных крупнопанельных зданий в основном облицовывают туфовыми плитами, защищающими внешний слой от разрушения и нарушения эстетической целостности. В обоих случаях требуется обеспечить совместную работу слоя несущего бетона и плит, для чего требуется установить напряженное состояние контактного связывающего слоя бетона несущей стены и плит, что позволяет оценить их совместную работу [2, 24, 41, 88, 134, 222, 277].

Действующая на внешние стены нагрузка рассматривается как собственный вес  $N^0$  панелей верхних этажей (центральная продольная сила) и возникающая сила  $N_h$  от реакции опоры междуэтажного покрытия на слой бетона (эксцентрическая продольная сила) (рис. 4.1).

Возникающие продольные силы  $N_1^0$  и  $\bar{N}_2^0$  можно определить в зависимости от результирующей силы, используя распределение по жесткости сжатия:

$$N_1^0 = N^0 B_1 / \Sigma B; \quad \bar{N}_2^0 = N^0 B_2 / \Sigma B; \quad N_2^0 = \bar{N}_2^0 + N_h, \quad (4.1)$$

здесь  $N_1^0$  и  $\bar{N}_2^0$  - продольные силы, действующие соответственно на первый и второй слои;  $N_h$  - реакция балки на слой бетона;  $B_1$  и  $B_2$  - жесткости соответствующих слоев:

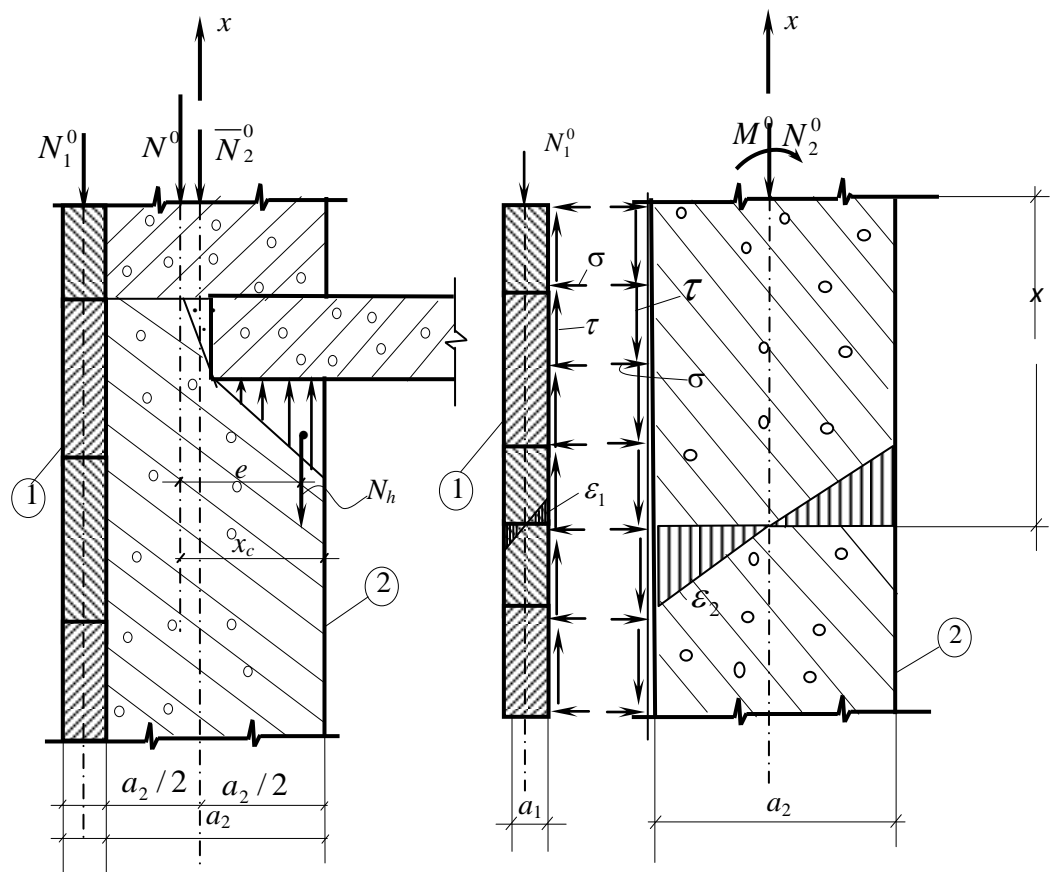


Рис. 4.1. Расчетная схема стены и облицовочных плит

$$B_1 = E_1 A_1 \text{ и } B_2 = E_2 A_2; \quad \Sigma B = B_1 + B_2, \quad (4.2)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  - модули деформаций слоев;  $A_1$  и  $A_2$  - площади поперечных сечений слоев.

Величину момента, действующего на второй слой, можно определить по выражению

$$M^0 = N_h \cdot e, \quad (4.3)$$

где  $e$  - эксцентricность по отношению к центру тяжести стены,  $e = \frac{a_2}{2} - \frac{c}{3}$ ;  $c$  - расстояние центра тяжести эпюры давления опорной площади от края стены.

Совместная работа слоя бетона и облицовочных плит обусловлена величинами нормальных  $\sigma(x)$  и касательных  $\tau(x)$  напряжений, возникающих в их контактном шве.

Для определения функций распределения и величин напряжений  $\sigma(x)$  и  $\tau(x)$  рекомендуется пользоваться условием совместности уравнений деформаций, возникающих в рассматриваемых слоях, предложенным проф. Р.С. Минасяном [203].

При наличии внешних и внутренних сил, действующих на слои, можно составить дифференциальные уравнения для контактного связывающего слоя.

Деформации, возникающие в контактной плоскости связывающего слоя между первым и вторым слоями, определяются по следующим выражениям:

$$\varepsilon_1 = -\frac{N_1^0}{B_1} + \frac{T(x)}{B_1} + \frac{T(x)a_1^2}{4D_1} + \frac{M(x)a_1}{2D_1}, \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2^0}{B_2} + \frac{T(x)}{B_2} - \frac{T(x)a_2^2}{4D_2} + \frac{M(x)a_2}{2D_2} + \frac{M^0 a_2}{2}. \quad (4.5)$$

Здесь  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  - деформации в контактных швах;  $T(x)$  и  $M(x)$  - касательная сила и изгибающий момент в контактом связывающем слое;  $D_1$  и  $D_2$  - жесткости слоев при изгибе, которые определяются выражениями

$$\begin{cases} D_1 = E_1 J_1, \\ D_2 = E_2 J_2, \end{cases} \quad (4.6)$$

где  $J_1$  и  $J_2$  - моменты инерции удельной длины сечений первого и второго слоев:

$$J_1 = \frac{1 \cdot a_1^3}{12}, \quad J_2 = \frac{1 \cdot a_2^3}{12}.$$

Поскольку контактно-связывающий слой подвергается деформации сдвига, то ее величина будет

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = -\left(\frac{N_1^0}{B_1} - \frac{N_2^0}{B_2}\right) + \left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} + \frac{a_1^2}{4D_1} + \frac{a_2^2}{4D_2}\right)T(x) + M(x)\left(\frac{a_1}{2D_1} - \frac{a_2}{2D_2}\right) - \frac{M_0 a_2}{2D_2}. \quad (4.7)$$

Известно также, что между деформацией сдвига и напряжением существует линейная зависимость, поэтому справедливо выражение

$$K_c \Delta\varepsilon = \tau'(x). \quad (4.8)$$

Здесь  $K_c$  - коэффициент жесткости связывающего слоя при сдвиге;  $\tau(x)$  - касательное напряжение в контактом слое:

$$K_c = \frac{G_{\text{ш}}}{(1 + \delta_{\text{ш}} G_{\text{прив}} / h G_{\text{ш}}) h}, \quad (4.9)$$

где  $G_{\text{прив}}$  - приведенный коэффициент сдвига,  $G_{\text{прив}} = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$ ;  $G_{\text{ш}}$  - модуль сдвига связывающего слоя;  $G_1$  и  $G_2$  - модули сдвига первого и второго слоев;  $\delta_{\text{ш}}$  - толщина связывающего шва;  $h = (a_1 + a_2)/2$  (рис. 4.1).

Используя выражения (4.8) и (4.7), а также известную зависимость (4.10):

$$\frac{T'(x)}{b} = \tau(x) \quad (b=1), \quad (4.10)$$

получим

$$T''(x) - \alpha^2 T(x) = \beta M(x) + \Delta_0, \quad (4.11)$$

где

$$\begin{cases} \alpha^2 = K_c b \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} + \frac{a_1^2}{4D_1} + \frac{a_2^2}{4D_2} \right), \\ \beta = K_c b \left( \frac{a_1}{2D_1} - \frac{a_2}{2D_2} \right), \\ \Delta_0 = K_c b \left( \frac{N_2^0}{B_2} - \frac{N_1^0}{B_1} - \frac{M^0 a_2}{2D_2} \right) = K_c b \left( \frac{N_h}{B_2} - \frac{M^0 a_2}{2D_2} \right). \end{cases} \quad (4.12)$$

В дифференциальном уравнении (4.11) имеются два неизвестных параметра, поэтому составим второе уравнение, используя зависимость между разницей величин кривизны первого и второго слоев и изгибающим моментом:

$$\frac{1}{\rho_1} = -\frac{M(x)}{D_1} + T(x) \frac{a_1}{2D_1}, \quad (4.13)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{M(x)}{D_2} - M^0 \frac{1}{D_2} + T(x) \frac{a_2}{2D_2} \quad \text{или} \quad (4.14)$$

$$\left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) = \Delta y''(x) = T(x) \left( \frac{a_1}{2D_1} - \frac{a_2}{2D_2} \right) - M(x) \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) + M^0 \frac{1}{D_2}, \quad (4.15)$$

где  $\Delta y(x)$  - разница прогибов первого и второго слоев.

Используя зависимость между поперечной деформацией и моментом, возникающим в связывающем контактом шве, можем написать

$$\sigma''(x) = K_n \Delta y''(x) = -M^{IV}(x)/b. \quad (4.16)$$

Здесь  $K_n$  - коэффициент поперечной жесткости контактно-связывающего слоя:

$$K_n = \frac{E_{ш}}{\left(1 + \delta_{ш} E_{прив} / h E_{ш}\right) h}, \quad (4.17)$$

где  $E_{прив} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ ;  $E_{ш}$  - модуль деформации связывающего слоя;  $E_1$  и  $E_2$  - модули де-

формации растяжения и сжатия первого и второго слоев.

Используя выражения (4.15) и (4.16), получим

$$M^{IV}(x) + 4v^4 M(x) = \gamma M(x) + \Delta_1, \quad (4.18)$$

где

$$\begin{cases} 4v^4 = bK_n \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right), \\ \gamma = bK_n \left( \frac{a_1}{2D_1} - \frac{a_2}{2D_2} \right), \\ \Delta_1 = bK_n \left( \frac{M^0}{D_2} \right). \end{cases} \quad (4.19)$$

Учитывая незначительное влияние  $\gamma T(x)$  на изгибающий момент, этой величиной можно пренебречь. Тогда уравнение (4.18) примет вид

$$M^{IV}(x) + 4v^4 M(x) = \Delta_1. \quad (4.20)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (4.20), получим

$$M(x) = e^{-vx} (C_1 \sin vx + C_2 \cos vx) + e^{vx} (C_3 \sin vx + C_4 \cos vx) + \frac{\Delta_1}{4v^4}. \quad (4.21)$$

Величину срезающей силы определим из соотношения

$$M(x) = Q(x) = v \left\{ \left[ (C_3 - C_4) e^{vx} - (C_1 + C_2) e^{-vx} \right] \sin vx + \left[ (C_3 + C_4) e^{vx} + (C_1 - C_2) e^{-vx} \right] \cos vx \right\}. \quad (4.22)$$

Постоянные  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$  определим из граничных условий задачи:

$$\begin{cases} x = 0; & M(0) = 0; & Q(0) = 0, \\ x = \ell; & M(\ell) = 0; & Q(\ell) = 0. \end{cases} \quad (4.23)$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\Delta_1}{4v^4} \left[ e^{-v\ell} \frac{\sin v\ell - \cos v\ell}{\sin v\ell(\cos v\ell - 1) + \cos v\ell(\cos v\ell + 1)} - 1 \right], \\ C_2 = \frac{\Delta_1}{4v^4} \left[ e^{-v\ell} \frac{\sin v\ell + \cos v\ell}{\sin v\ell(\cos v\ell - 1) + \cos v\ell(\cos v\ell + 1)} - 1 \right], \\ C_3 = \frac{\Delta_1}{4v^4} \left[ e^{-v\ell} \frac{\cos v\ell - \sin v\ell}{\sin v\ell(\cos v\ell - 1) + \cos v\ell(\cos v\ell + 1)} \right], \\ C_4 = \frac{\Delta_1}{4v^4} \left[ e^{-v\ell} \frac{\cos v\ell + \sin v\ell}{\sin v\ell(\cos v\ell - 1) + \cos v\ell(\cos v\ell + 1)} \right]. \end{cases} \quad (4.24)$$

Учитывая соотношение  $e^{v\ell} \gg e^{-v\ell}$ , выражение коэффициентов  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$  можно упростить, в результате чего получим

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = -\frac{\Delta_1}{4v^4}, \\ C_3 = C_4 = 0. \end{cases} \quad (4.25)$$

С учетом вышеизложенного функция  $M(x)$  примет более удобный для расчета вид

$$M(x) = -\frac{\Delta_1}{4v^4} \left[ e^{-vx} (\sin vx + \cos vx) - 1 \right]. \quad (4.26)$$

С учетом зависимости напряжения и изгибающего момента  $\sigma(x) = -M''(x)/b$  получим

$$\sigma(x) = \frac{\Delta_1}{2v^2 b} e^{-vx} (\sin vx - \cos vx). \quad (4.27)$$

Подставляя величину  $M(x)$  из (4.26) в дифференциальное уравнение (4.11), получим

$$T''(x) - \alpha^2 T(x) = -\beta \frac{\Delta_1}{4v^4} \left[ e^{-vx} (\sin vx + \cos vx) - 1 \right] + \Delta_0. \quad (4.28)$$

Интегрируя последнее выражение, получим

$$\begin{aligned} T(x) = & A \operatorname{sh} \alpha x + B \operatorname{ch} \alpha x + \frac{\Delta_1}{4v^4} \beta \left( \frac{e^{-vx}}{\alpha^4 + 4v^4} \right) \times \\ & \times \left[ (\alpha^2 + 2v^2) \sin vx + (\alpha^2 - 2v^2) \cos vx \right] - \frac{\Delta_0}{\alpha^2}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Используя граничные условия:

$$\begin{cases} 1) \text{ при } x = 0 - T(0) = 0, \\ 2) \text{ при } x = \ell - \tau(\ell) = 0 \end{cases} \quad (4.30)$$



и подставляя первое условие в (4.29), а также решая относительно  $B$ , получим

$$B = -\frac{\Delta_1}{4v^4} \beta \left( \frac{\alpha^2 - 2v^2}{\alpha^4 + 4v^4} \right) + \frac{\Delta_0}{\alpha^2}. \quad (4.31)$$

Для применения второго граничного условия используем касательное напряжение  $\tau(x)$ , возникающее на контактном шве. В результате имеем  $\tau(x) = T'(x)/b$ . Тогда, дифференцируя (4.29), получим

$$\tau(x) = \frac{1}{b} \left[ \alpha(A \operatorname{ch} \alpha x + B \operatorname{sh} \alpha x) + \frac{\Delta_1}{4v^3} \beta \left( \frac{e^{-vx}}{\alpha^4 + 4v^4} \right) \cdot (2v^2 \cos vx - \alpha^2 \sin vx) \right]. \quad (4.32)$$

Подставляя второе граничное условие в (4.32), с учетом принятого условия  $e^{-v\mathbf{l}} \rightarrow 0$  получим значение постоянной  $A$ :

$$A = -B \operatorname{th} \alpha \mathbf{l} = \left\{ \Delta_1 \left[ \frac{\beta}{4v^4} \left( \frac{\alpha^2 - 2v^2}{4v^4 + \alpha^2} \right) - \frac{\Delta_0}{\alpha} \right] \right\} \operatorname{th} \alpha \mathbf{l}. \quad (4.33)$$

Подставляя значения  $A$  и  $B$  в (4.29), получим выражения для расчета касательной (срезающей) силы и напряжения в контактном шве:

$$T(x) = - \left\{ \frac{\Delta_0}{\alpha^2} \left[ 1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha (\mathbf{l} - x)}{\operatorname{ch} \alpha \mathbf{l}} \right] + \frac{\Delta_1 \beta (\alpha^2 - 2v^2)}{4v^4 (\alpha^2 + 4v^4)} \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{\operatorname{ch} \alpha (\mathbf{l} - x)}{\operatorname{ch} \alpha \mathbf{l}} - e^{-vx} \left( \cos vx - \frac{(\alpha^2 + 2v^2)}{(\alpha^2 - 2v^2)} \sin vx \right) \right] \right\}, \quad (4.34)$$

$$\tau(x) = \frac{1}{b} \left\{ \frac{\Delta_0}{\alpha} \cdot \frac{\operatorname{sh} \alpha (\mathbf{l} - x)}{\operatorname{ch} \alpha \mathbf{l}} + \frac{\Delta_1 \beta}{4v^4 (\alpha^4 + 4v^4)} \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{\alpha (\alpha^2 - 2v^2) \operatorname{sh} \alpha (\mathbf{l} - x)}{\operatorname{ch} \alpha \mathbf{l}} - 2v e^{-vx} (\alpha^2 \cos vx - 2v^2 \sin vx) \right] \right\}. \quad (4.35)$$

Имея окончательные функции  $\sigma(x)$  из (4.27) и  $\tau(x)$  из (4.35), для ясного представления зависимостей с учетом входных известных величин построим их графики (эпюры) распределения по высоте стены  $\sigma(x) = \varphi_1(\mathbf{l})$ , и  $\tau(x) = \varphi_2(\mathbf{l})$ :

$$N^0 = 2000 \text{ кгс} = 20 \text{ кН}; \quad N_h = 0,5 \text{ кН};$$

$$b = 1 \text{ н.см}; \quad a_1 = 5 \text{ см}; \quad a_2 = 30 \text{ см};$$

$$\mathbf{l} = 300 \text{ см}; \quad N^0 = 20 \text{ кН}; \quad N_h = 0,5 \text{ кН}; \quad E_{\text{бетон}} = 10^5 \text{ кгс/см}^2;$$

$$E_{\text{камень}} = 10^5 \text{ кгс/см}^2; E_{\text{шов}} = 0,3 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2;$$

$$G_{\text{бет}} = 0,8 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2, \quad G_{\text{камень}} = 0,8 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; \quad G_{\text{шов}} = 0,24 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2;$$

$$G_{\text{прив}} = \frac{G_{\text{бетон}} \cdot G_{\text{камень}}}{G_{\text{бетон}} + G_{\text{камень}}} = 0,40 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; \quad E_{\text{прив}} = \frac{E_{\text{бетон}} \cdot E_{\text{камень}}}{E_{\text{бетон}} + E_{\text{камень}}} = 0,50 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2;$$

$$J_1 = \frac{1 - \delta_1^3}{12} = 10,4 \text{ см}^4; \quad J_2 = \frac{1 - \delta_2^3}{12} = 2250 \text{ см}^4;$$

$$A_1 = b_1 \cdot A_1 = 5 \text{ см}^2; \quad A_2 = b_2 \cdot A_2 = 1 \cdot 30 = 30 \text{ см}^2;$$

$$B_1 = E_1 \cdot A_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ кгс}; \quad B_2 = E_2 \cdot A_2 = 30 \cdot 10^5 \text{ кгс};$$

$$D_1 = E_1 \cdot J_1 = 10,4 \cdot 10^5 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2; \quad D_2 = E_2 \cdot J_2 = 2250 \cdot 10^5 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2;$$

$$\sum B = B_1 + B_2 = 35 \cdot 10^5 \text{ кгс}; \quad \sum D = D_1 + D_2 = 2260,4 \cdot 10^5 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2;$$

$$N^0 = 2000 \text{ кгс}, \quad N_1^0 = 0,28 \cdot 10^3 \text{ кгс}, \quad N_2^0 = 1,71 \cdot 10^3 \text{ кгс},$$

$$b = 1 \text{ н.см}; \quad a_1 = 5 \text{ см}; \quad a_2 = 30 \text{ см};$$

$$N_h = 50 \text{ кгс}; \quad M^0 = N_h \cdot e = 50(15 - 5) = 500 \text{ кгс} \cdot \text{см};$$

$$K_c = \frac{0,24 \cdot 10^5}{\left(1 + 2 \frac{1,67}{17,5}\right) \cdot 17,5} = 0,01 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^3;$$

$$K_n = \frac{0,30 \cdot 10^5}{\left(1 + 2 \frac{1,67}{17,5}\right) \cdot 17,5} = 0,014 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^3;$$

$$\alpha^2 = K_c \cdot b \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} + \frac{a_1^2}{4D_1} + \frac{a_2^2}{4D_2} \right) =$$

$$= 0,01 \cdot 10^5 \cdot 1 \left( \frac{1}{5 \cdot 10^5} + \frac{1}{30 \cdot 10^5} + \frac{5^2}{4 \cdot 10,4 \cdot 10^5} + \frac{30^2}{4 \cdot 2250 \cdot 10^5} \right) = 0,008;$$

$$\alpha = 0,09;$$

$$\beta = K_c \cdot b \left( \frac{a_1}{2D_1} - \frac{a_2}{2D_2} \right) = 0,01 \cdot 10^5 \left( \frac{5}{4 \cdot 10,4 \cdot 10^5} + \frac{30}{4 \cdot 2250 \cdot 10^5} \right) = 0,0025;$$

$$\Delta_0 = -0,025; \quad \Delta_1 = 0,0924; \quad 4\nu^4 = 0,134 \cdot 10^{-4};$$

$$\nu^2 = 0,18 \cdot 10^{-2}; \quad \nu = 0,04; \quad \mathbf{l} = 300 \text{ см};$$

$$\sin \nu \mathbf{l} = -0,84; \quad \cos \nu \mathbf{l} = 0,54; \quad \text{ch} \alpha \mathbf{l} = 2,6 \cdot 10^7;$$

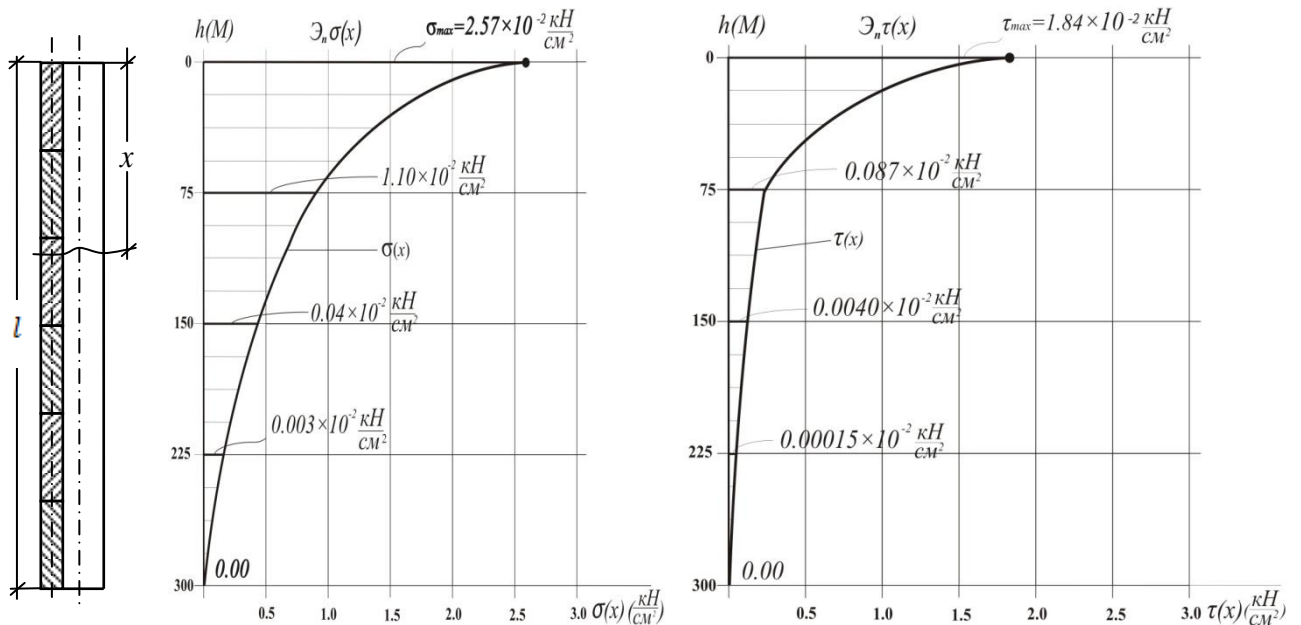
$$sh\alpha l = 2,6 \cdot 10^7; \Delta_0 = -0,025; \Delta_1 = 0,0924.$$

Для различных значений координаты  $x$  результаты расчетов приведены в табличном виде (табл. 4.1).

**Таблица 4.1**

$x$	$+ix$	$e^{-ix}$	$\sin ix$	$\cos ix$	$\frac{\Delta_1}{v^2 b}$	$\frac{\Delta_1}{2v^2 b} \cdot e^{-ix}$	$\sin vx - \cos vx$	$\sigma(x)$	$\frac{sh\alpha(1-x)}{ch\alpha l}$	$\alpha^2 \cos vx$	$2v^2 \sin vx$	$\alpha^2 \cos vx - 2v^2 \sin vx$	$\tau(x)$
0	0	1	0	1				-2,57	0	0,10	0,010	1,840	1,840
75	3,0	0,05	0,14	0,99	25,7			-1,10	0,0001	0,0099	$0,045 \cdot 10^{-2}$	$0,095 \cdot 10^{-2}$	0,087
150	3,0	0,0024	0,276	0,961				-0,04	0,06	0,0096	$0,09 \cdot 10^{-2}$	$0,087 \cdot 10^{-2}$	0,004
225	9,0	0,0001	-0,910	0,910				0,0026	0,002	0,0041	$-0,30 \cdot 10^{-2}$	$0,71 \cdot 10^{-2}$	0,00015
300	12,0	0,00	-0,84	0,54				0,00	0,00	0,0054	$-0,27 \cdot 10^{-2}$	$0,81 \cdot 10^{-2}$	0,0
								1,38	1,00				

По полученным данным построены эпюры  $\sigma(x)$  и  $\tau(x)$  напряжений в контактном слое по высоте стены (рис. 4.2).



**Рис. 4.2.** Эпюры  $\sigma(x)$  и  $\tau(x)$  напряжений в контактном слое по высоте стены

Таким образом, имея максимальные значения напряжений, можно провести проверку прочности контактного слоя:

$$\sigma_{max} = 2,57 \cdot 10^{-2} \text{ кН / см}^2 > R_{нор}^{расч} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ кН / см}^2;$$

$$\tau_{max} = 1,84 \cdot 10^{-2} \text{ кН / см}^2 < R_{кас}^{расч} = 4,41 \cdot 10^{-2} \text{ кН / см}^2,$$

где  $R_{нор}^{расч}$  и  $R_{кас}^{расч}$  - расчетные сопротивления в контактном слое шва для нормального и касательного напряжений.

#### **4.2. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ НЕСУЩЕЙ ПАНЕЛИ СТЕНЫ С ОБЛИЦОВОЧНЫМИ ПЛИТАМИ ПРИ УЧЕТЕ ПОЛЗУЧЕСТИ КОНТАКТНОГО ШВА**

В период эксплуатации крупнопанельных домов часто встречаются случаи, когда из панелей стены выпадают облицовочные плиты. Причиной этому, в основном, является недостаточное сцепление между бетоном и облицовкой или расслоение вследствие деформации растворного контактного шва из-за его ползучести [145].

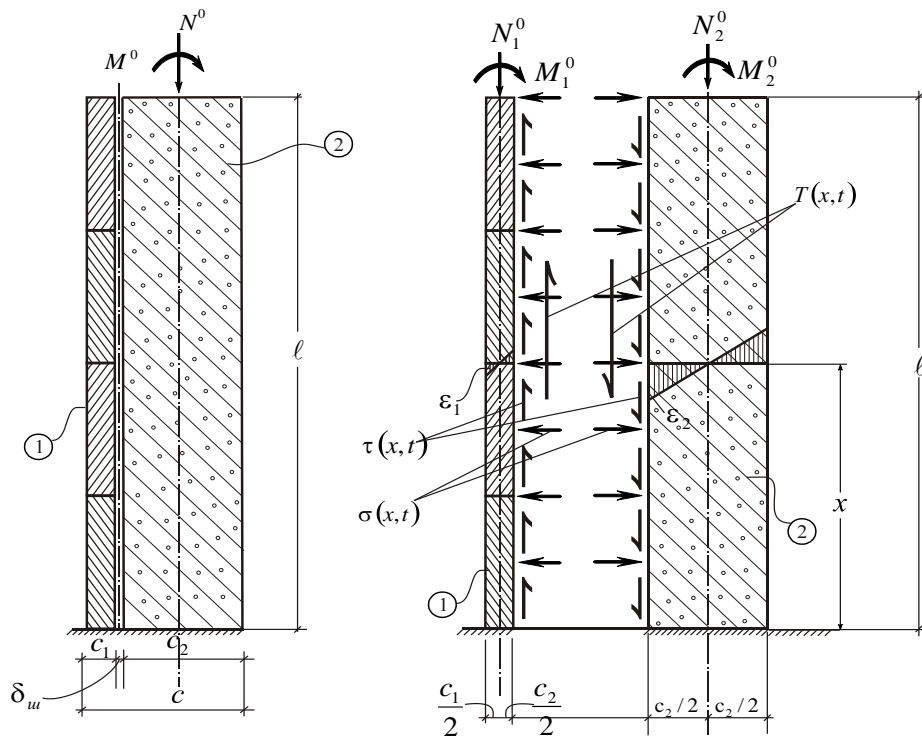
Величина деформации шва в результате ползучести связана с большими напряжениями, возникающими в контактном шве [333]. Естественно, необходимость исследования упомянутых процессов, направленных на изучение реальной сути рассматриваемого явления и его предотвращение, имеет научное и большое практическое значение.

Для решения данной задачи расчетную схему представим в виде, приведенным на рис. 4.3.

На расчетной схеме рисунка  $\sigma(x,t)$  и  $\tau(x,t)$  - нормальные и касательные погонные усилия в растворном шве (Н/м);  $N^0$  и  $M^0$  - соответственно внешняя продольная сила и изгибающий момент;  $N_1^0$ ,  $N_2^0$ ,  $M_1^0$  и  $M_2^0$  - соответственно их составляющие на 1-ом и 2-ом слоях, определяемые следующими выражениями:

$$\begin{cases} N_1^0 = N^0 \frac{B_1}{B_1 + B_2}; & N_2^0 = N^0 \frac{B_2}{B_1 + B_2}, \\ M_1^0 = M^0 \frac{D_1}{D_1 + D_2}; & M_2^0 = M^0 \frac{D_2}{D_1 + D_2}, \end{cases} \quad (4.36)$$

$$B_i = E_i A_i; \quad D_i = E_i J_i \quad (i = 1, 2).$$



**Рис. 4.3.** Расчетная схема несущей панели стены с облицовкой:  
 1 - облицовочная плита; 2 - панель; 3 - слой раствора

Здесь  $B_i$  и  $D_i$  - соответственно жесткости слоев при сжатии и изгибе;  $E_i$  - модули деформации;  $A_i$  и  $J_i$  - площади поперечных сечений и их моменты инерций.

Относительные деформации ползучести, возникающие в плоскости контакта связывающего слоя между первым и вторым слоями, определяются по следующим выражениям:

$$\begin{cases} \varepsilon_1(x,t) = -\frac{N_1^0}{B_1} - \frac{M_1^0 C_1}{2D_1} + \frac{T(x,t)}{B_1} + \frac{T(x,t)C_1^2}{4D_1} + \varepsilon_{1n}(x,t), \\ \varepsilon_2(x,t) = -\frac{N_2^0}{B_2} + \frac{M_2^0 C_2}{2D_2} - \frac{T(x,t)}{B_2} - \frac{T(x,t)C_2^2}{4D_2} + \varepsilon_{2n}(x,t), \end{cases} \quad (4.37)$$

где  $T(x,t)$  - неизвестная касательная сила во шве, возникающая вследствие разницы деформаций слоев;  $\varepsilon_{1n}(x,t)$  и  $\varepsilon_{2n}(x,t)$  - относительные деформации разделяющих плоскостей при ползучести.

При решении данной задачи необходимо знать также величину разницы относительных деформаций:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon(x,t) = \varepsilon_1(x,t) - \varepsilon_2(x,t) = & \left( \frac{N_2^0}{B_2} - \frac{N_1^0}{B_1} \right) - \left( \frac{M_2^0 C_2}{2D_2} + \frac{M_1^0 C_1}{2D_1} \right) + \\ & + T(x,t) \left[ \left( \frac{1}{B_2} + \frac{1}{B_1} \right) + \left( \frac{C_2^2}{4D_2} + \frac{C_1^2}{4D_1} \right) \right] - \left[ \varepsilon_{2n}(x,t) - \varepsilon_{1n}(x,t) \right]. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Учитывая линейную зависимость между относительными деформациями и касательными усилиями для контактного шва, можно написать [106]

$$\Delta\varepsilon(x,t) = \frac{\tau'(x,t)}{K_c} = \frac{T''(x,t)}{K_c}, \quad (4.39)$$

где  $K_c$  - коэффициент жесткости контактного шва при сдвиге ( $H/m^2$ ),  $K_c = \Delta_1^c(x,t)$ .

С учетом значения  $\Delta\varepsilon(x,t)$  из уравнения (4.38) выражение для  $\frac{T''(x,t)}{K_c}$  можно

представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} T''(x,t)/K_c = T(x,t) & \left( \frac{1}{B_2} + \frac{1}{B_1} + \frac{C_2}{2D_2} + \frac{C_1}{2D_1} \right) + \\ & + \left( \frac{N_2^0}{B_2} - \frac{N_1^0}{B_1} - \frac{M_2^0 C_2}{2D_2} + \frac{M_1^0 C_1}{2D_1} \right) + \Delta\varepsilon_n(x,t), \end{aligned} \quad (4.40)$$

где  $\Delta\varepsilon_n(x,t)$  - деформация, зависящая от ползучести шва.

Обозначив:

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= K_c \left[ \left( \frac{1}{B_2} + \frac{1}{B_1} \right) + \left( \frac{C_2^2}{4D_2} + \frac{C_1^2}{4D_1} \right) \right], \\ \Delta_0^c &= K_c \left[ \left( \frac{N_2^0}{B_2} - \frac{N_1^0}{B_1} \right) - \left( \frac{M_2^0 C_2}{2D_2} - \frac{M_1^0 C_1}{2D_1} \right) \right], \end{aligned}$$

уравнение (4.40) примет следующий вид:

$$T''(x,t) - \alpha^2 T(x,t) - \Delta_0^c = \Delta\varepsilon_n(x,t). \quad (4.41)$$

Рассмотрим случай, когда растворный шов деформируется как упруго-вязкое тело.

Тогда уравнение (4.41) перепишем в виде

$$\begin{aligned} T''(x,t) + nH \dot{T}''(x,t) = \alpha^2 T(x,t) + \Delta_0^c(x,t) + \Delta\varepsilon_n(x,t) + \\ + nH \left[ \left( \alpha^2 \dot{T}(x,t) + \dot{\Delta}_0^c(x,t) + \Delta \dot{\varepsilon}_n(x,t) \right) \right], \end{aligned} \quad (4.42)$$

где  $nH = K$  ( $K$  - коэффициент вязкости);  $H$  - мгновенный модуль деформаций. Точками над  $T$ ,  $\Delta_0^c$  и  $\varepsilon$  обозначено дифференцирование по времени  $t$  ползучести.

Обозначив:

$$T''(x,t) - \alpha^2 T(x,t) - (\Delta_0^c(x,t) + \Delta \varepsilon_n(x,t)) = \Phi(x,t), \quad (4.43)$$

уравнение (4.42) примет вид

$$\dot{\Phi}(x,t) + \Phi(x,t) \frac{K_c}{nH} = 0. \quad (4.44)$$

Для решения дифференциального уравнения (4.44) примем

$$\Phi(x,t) = T(x)\varphi(t), \quad (4.45)$$

где  $T(x)$  - касательная сила без учета деформации ползучести;  $\varphi(t)$  - функция ползучести.

Подставляя значение (4.45) в (4.44) и интегрируя его, получим

$$\Phi(x,t) = T(x) e^{-\frac{K_c t}{nH}}. \quad (4.46)$$

Для определения  $T(x)$  уравнение (4.41) представим в виде

$$T''(x) - \alpha^2 T(x) = \Delta_c^0, \quad \text{где } \Delta_c^0 = \Delta_o^c + \Delta_1^c. \quad (4.47)$$

Решение этого уравнения дает

$$T(x) = C_1 \operatorname{ch} \alpha x + C_2 \operatorname{sh} \alpha x - \frac{\Delta_c^0}{\alpha^2}. \quad (4.48)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяем из следующих граничных условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \text{ при } x = 0 - T(0) = 0, \\ 2) \text{ при } x = \ell - T'(\ell) = \tau(\dot{h}) = 0. \end{array} \right. \quad (4.49)$$

Подставляя первое граничное условие в (4.48), получим

$$C_1 = \Delta_c^0 / \alpha^2. \quad (4.50)$$

Для использования второго граничного условия определим  $\tau(x)$ :

$$\tau(x) = T'(x) = \alpha(C_1 \operatorname{sh} \alpha x + C_2 \operatorname{ch} \alpha x), \quad (4.51)$$

тогда

$$C_2 = -C_1 \frac{\operatorname{sh} \alpha \ell}{\operatorname{ch} \alpha \ell}. \quad (4.52)$$

Подставляя значения  $C_1$  и  $C_2$  в (4.48), получим

$$T(x) = \frac{\Delta_c^0}{\alpha^2} \left( \frac{chx(1-x)}{ch\alpha l} - 1 \right). \quad (4.53)$$

Таким образом, окончательные выражения для  $T(x,t)$  и  $\tau(x,t)$  будут

$$T(x,t) = \frac{\Delta_c^0}{\alpha^2} \left( \frac{ch\alpha(1-x)}{ch\alpha l} - 1 \right) e^{-\frac{K_c t}{nH}}, \quad (4.54)$$

$$\tau(x,t) = T'(x,t) = -\frac{\Delta_c^0}{\alpha^2} \frac{sh\alpha(1-x)}{ch\alpha l} e^{-\frac{K_c t}{nH}}. \quad (4.55)$$

Теперь определим нормальное погонное усилие  $\sigma(x,t)$  во шве.

Для составления второго уравнения совместимости деформаций воспользуемся разницей кривизны слоев панели:

$$\Delta y'' = \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) = - \left( \frac{M_2^0}{D_2} + \frac{M_1^0}{D_1} \right) + T(x,t) \left( \frac{C_2}{2D_2} + \frac{C_1}{2D_1} \right) + M(x,t) \left( \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} \right), \quad (4.56)$$

где  $M(x,t)$  - изгибающий момент растворного шва;  $\rho_1$  и  $\rho_2$  - радиусы кривизны слоев.

Представим зависимость между  $M''(x,t)$  и  $\Delta y''$  в виде

$$-M''(x,t) = K_n y''(x,t) = \sigma(x,t), \quad (4.57)$$

где  $K_n$  - коэффициент жесткости шва в поперечном направлении ( $H/m^2$ ).

Используя (4.56) и (4.57), можем написать

$$M^{IV}(x,t) + 4v^4 M(x,t) + \beta T(x,t) + \Delta_n^0 = 0, \quad (4.58)$$

где  $4v^4 = K_n \left( \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} \right)$ ;  $\beta = K_n \left( \frac{C_1}{2D_1} + \frac{C_2}{2D_2} \right)$ ;  $\Delta_n^0 = K_n \left( \frac{M_1^0}{D_1} + \frac{M_2^0}{D_2} \right)$ .

Интегрируя дифференциальное уравнение (4.58) при  $t = 0$ , получим

$$M(x) = A_1 chvx \cos vx + A_2 chvx \sin vx + A_3 shvx \cos vx + A_4 shvx \sin vx + \frac{1}{4v^4 \alpha^2} \left[ \left( \beta \Delta_c^0 - \alpha^2 \Delta_n^0 \right) + \beta \frac{\Delta_c^0}{\left( 1 + 4 \frac{v^4}{\alpha^4} \right)} \cdot \frac{ch\alpha(1-x)}{ch\alpha l} \right]. \quad (4.59)$$



Для определения неизвестных постоянных  $A_1, A_2, A_3$  и  $A_4$  для контактного шва учтены следующие граничные условия:

$$M(0) = M''(0) = 0; \quad M(l) = M'(l) = 0. \quad (4.60)$$

По (4.59) определим  $M'(x)$ :

$$M'(x) = v(A_2 + A_3)chvx \cos vx + v(A_4 - A_3)chvx \sin vx + v(A_1 + A_4)shvx \cos vx + v(A_2 - A_3)shvx \sin vx - \left( \frac{\beta}{1 + 4 \frac{v^4}{\alpha^4}} \right) \left( \frac{\Delta_c^0}{4\alpha^2 v^4} \right) \cdot \frac{sh\alpha(l-x)}{ch\alpha l}. \quad (4.61)$$

Используя граничные условия (4.60), из (4.59) и (4.61) определим значения  $A_1, A_2, A_3$  и  $A_4$ . Далее, подставляя их значения в (4.59), получим окончательное выражение для  $M(x)$ :

$$M(x) = -e^{-vx} \left\{ \left[ K_1 + K_2 \left( 1 + \frac{\alpha}{v} th\alpha l \right) \right] \sin vx + \left[ (K_1 + K_2) \cos vx \right] \right\} + \left( K_1 + K_2 \frac{ch\alpha(l-x)}{ch\alpha l} \right), \quad (4.62)$$

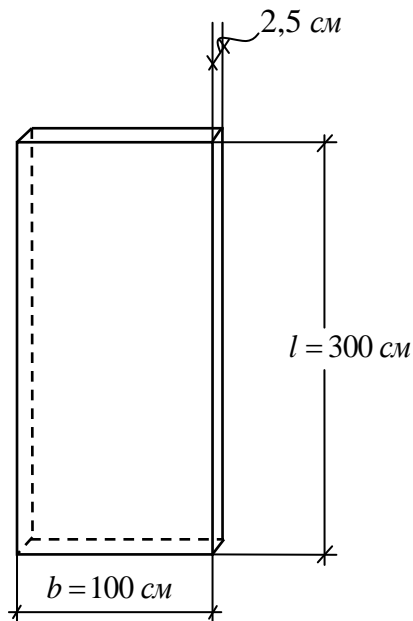
где

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{4\alpha^2 v^4} [\beta \Delta_c^0 - \alpha^2 \Delta_n^0], \\ K_2 = \frac{\beta}{4\alpha^2 v^4} \left( \frac{\Delta_c^0}{1 + 4 \frac{v^4}{\alpha^4}} \right). \end{cases} \quad (4.63)$$

Используя зависимость  $-\sigma(x, t) = M(x)$ , получим

$$\sigma(x) = -2v^2 e^{-vx} \left\{ \left[ K_1 + K_2 \left( 1 + \frac{\alpha}{v} th\alpha l \right) \right] \cos vx - (K_1 + K_2) \sin vx \right\} + \left( \alpha^2 K_2 \frac{ch\alpha(l-x)}{ch\alpha l} \right). \quad (4.64)$$

Для доказательства действительности разработанной теории представлена модель рассматриваемой панели с параметрами



$$\delta_{\text{бем}} = 25 \text{ см}; \quad \delta_{\text{нл,л}} = 2,5 \text{ см}; \quad \delta = \delta_{\text{бем}} + \delta_{\text{нл}} = 27,5 \text{ см};$$

$$l = 300 \text{ см}; \quad b = 100 \text{ см};$$

$$G_{\text{нл}} = \gamma_{\text{нл}} A_{\text{нл}} l_{\text{нл}} = 2,5 \text{ м/м}^3 \cdot 1 \times 0,275 \cdot 3,0 = 2,0 \text{ т.с.}$$

$$\text{Для 6-го этажа } G_{\text{нл}}(h)6 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ т.с}; \quad N^0 = 12 \text{ т.с};$$

$$M^0 = N_{\text{неп}} \cdot e = 3 \cdot 0,08 = 0,24 \text{ т.с.м}; \quad M^0 = 0,24 \text{ т.с.м}.$$

$$B_1 = E_1 A_1 = 10^5 \text{ кгс/см}^2 \cdot 2,5 \cdot 100 = 250 \cdot 10^5 \text{ кгс} = 25 \cdot 10^3 \text{ т.с};$$

$$B_2 = E_2 A_2 = 10^5 \cdot 25 \cdot 100 = 25 \cdot 10^7 = 25 \cdot 10^4 \text{ т.с} = 250 \cdot 10^3 \text{ т.с};$$

$$E_1 J_1 = D_1 = \frac{10^5 \cdot \delta_n^3 \cdot 10^2}{12} = \frac{10^7 \cdot 2,5^3}{12} = 1,3 \cdot 10^7 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2;$$

$$E_2 J_2 = D_2 = \frac{10^5 \cdot 25^3 \cdot 10^2}{12} = 1300 \cdot 10^7 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2;$$

$$K_c = 10^2 \text{ кгс/см}^2; \quad K_n = 0,5 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2;$$

$$N_1^0 = N^0 \frac{B_1}{B_1 + B_2} = 12 \cdot 10^3 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{275 \cdot 10^3} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ кгс};$$

$$N_2^0 = N^0 \frac{B_2}{B_1 + B_2} = 12 \cdot 10^3 \cdot \frac{250 \cdot 10^3}{275 \cdot 10^3} = 11,0 \cdot 10^3 \text{ кгс};$$

$$M_1^0 = M^0 \frac{D_1}{D_1 + D_2} = 24 \cdot 10^3 \cdot \frac{1,3 \cdot 10^7}{1300 \cdot 1,3 \cdot 10^7} = 24 \text{ кгс} \cdot \text{см};$$

$$M_2^0 = M^0 \frac{D_2}{D_1 + D_2} = 24 \cdot 10^3 \cdot \frac{1300 \cdot 10^7}{1300 \cdot 1,3 \cdot 10^7} = 23,9 \cdot 10^3 \text{ кгс} \cdot \text{см}$$

$$\alpha^2 = 10^2 \left[ \left( \frac{10^{-3}}{25} + \frac{10^{-3}}{250} \right) + \left( \frac{12,5}{2 \cdot 1300} \cdot 10^{-7} + \frac{1,25 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1,3} \right) \right] =$$

$$= 10^2 \left( 0,04 + 0,004 + \frac{10^{-4}}{210} + \frac{10^{-4}}{2,1} \right) = 4,4 \cdot 10^{-3} = 0,44 \cdot 10^{-2};$$

$$\alpha^2 = 0,44 \cdot 10^{-2}, \quad \alpha = 0,066 \text{ см}^{-1}.$$

$$\Delta_0^e = \frac{10^2}{2} \left\{ \left( \frac{11 \cdot 10^3}{250 \cdot 10^3} - \frac{1,1 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^3} \right) - \left( \frac{23,9 \cdot 10^3 \cdot 12,5}{2,6 \cdot 10^{10}} - \frac{24 \cdot 1,25}{2,6 \cdot 10^{-7}} \right) \right\} =$$

$$= 10^2 \left\{ (0) - (114,9 - 11,54) 10^{-7} \right\} = 103,5 \cdot 10^{-5} \kappa z / cM^2 = 10,35 \cdot 10^{-4} \kappa z c / cM^2;$$

$$\tau(x, t) = -\frac{10,35}{0,44 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-4} \left\{ \frac{sh \alpha (1-x)}{ch \alpha l} \right\} e^{-\frac{K_c t}{nH}};$$

$$\frac{K_c t}{nH} \cdot \frac{10^2 t}{x} = \frac{10^2}{x} \cdot t \approx 0,05t;$$

$$\tau(x, t) = -\frac{10,35 \cdot 10^{-2}}{0,44} \left( \frac{sh 0,0044 \cdot (1-x)}{ch 0,44 \cdot 10^{-2} l} \right) e^{-0,05t} = 0,235 \cdot \left( \frac{sh 0,44 \cdot 10^{-2}}{ch 1,32} \right). \quad (4.65)$$

$$4v^4 = 0,5 \cdot 10^2 \left( \frac{10^{-7}}{1,3} + \frac{10^{-7}}{1,3} \right) = 0,385 \cdot 10^{-5}$$

$$v^4 = \frac{0,0385}{4} \cdot 10^{-4} = 0,0095 \cdot 10^{-4}; \quad v = 0,31 \cdot 10^{-1} = 0,031;$$

$$\beta = 0,5 \cdot 10^2 \left( \frac{1,25}{2,6 \cdot 10^7} + \frac{25}{2,6 \cdot 10^{10}} \right) = 0,5 \cdot 10^{-5} (0,48) = 0,24 \cdot 10^{-5};$$

$$\Delta_n^0 = 0,5 \cdot 10^2 \left( \frac{24}{1,3 \cdot 10^7} + \frac{23,2}{1,3 \cdot 10^{10}} \right) = 9,23 \cdot 10^2 \cdot 10^{-7} = 2,23 \cdot 10^{-5};$$

$$\sigma(x, t) = -0,2 \cdot e^{-0,03 \cdot x} \left[ K_1 + K_2 \left( 1 + \frac{0,066}{0,031} tg 0,03 \cdot 300 \right) \right] \sin 0,03x +$$

$$+ [(K_1 + K_2) \cos 0,03x] + \left( 0,004 \cdot K_2 \frac{ch 0,066(300-x)}{2,0} \right) e^{-0,7}.$$

$$K_1 = \frac{1}{4 \cdot 0,004 \cdot 0,0095 \cdot 10^{-4}} \left( 0,25 \cdot 10^{-5} \cdot 10,35 \cdot 10^{-4} - 0,4 \cdot 10^{-2} \cdot 9,23 \cdot 10^{-5} \right) =$$

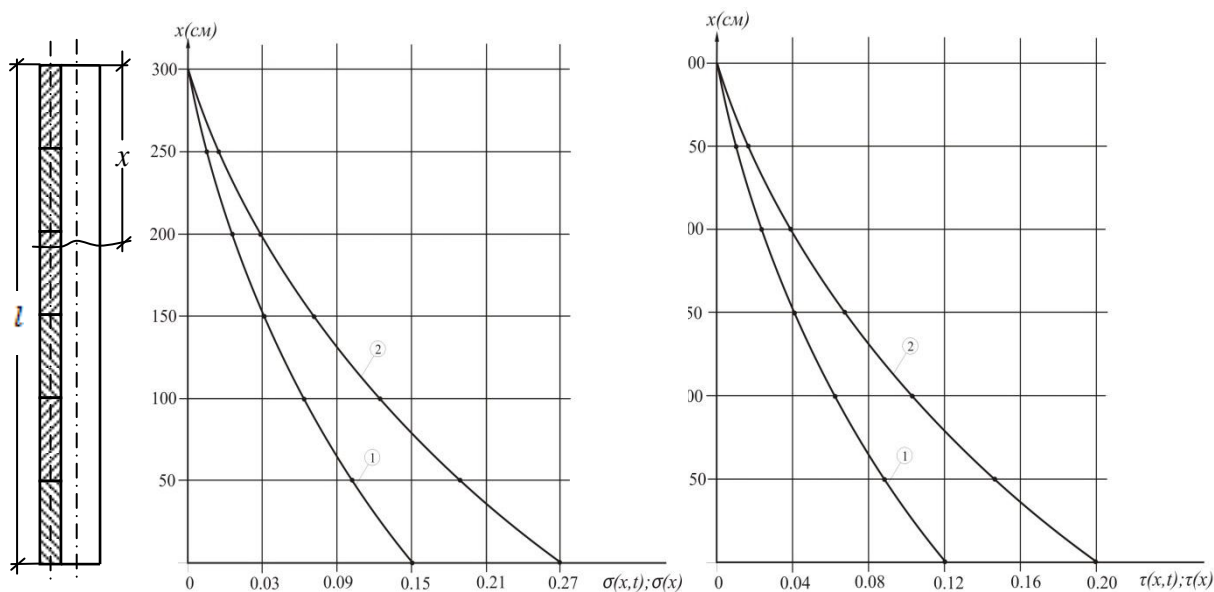
$$= \frac{10^8}{1,6 \cdot 0,95} \cdot 10^{-7} (0,025 - 3,7) = -\frac{3,7 \cdot 10}{1,6 \cdot 0,95} = -24,3;$$

$$K_2 = \frac{10^8}{1,6 \cdot 0,95} \left( \frac{0,24 \cdot 10^{-5}}{1 + 4 \frac{0,95 \cdot 10^{-6}}{0,2 \cdot 10^{-4}}} \right) = \frac{10^8 \cdot 10^{-5}}{1,6 \cdot 0,95} \left( \frac{0,24}{1,04} \right) = \frac{240}{1,52} = 158,$$

$$K_2 - K_1 = 158 - 24,3 = 133,7.$$

$$\begin{aligned} \sigma(x,t) &= -0,2 \cdot e^{-0,03x} [-24,3 + 158(1 + 2 \cdot (-0,446))] \sin 0,03x + \\ &+ [(-133,7) \cos 0,03x] + \left( 0,63 \frac{\operatorname{ch}(0,066) \cdot (300-x)}{2} \right) e^{-0,7} = \\ &= -0,2 e^{-0,03x} \{ [-24,3 + 15,8] \sin 0,03x - 0,133 \cos 0,03x + \\ &+ 0,315 \cdot \operatorname{ch} 0,066(300-x) \} e^{-0,7} = -0,2 e^{-0,03x} \{ [-(8,5) \sin 0,03x - 0,133 \cos 0,03x] + \\ &+ 0,315 \operatorname{ch} (0,066)(300-x) \}. \end{aligned}$$

Согласно полученным данным и по уравнениям (4.64), (4.55) построены кривые зависимостей нормальных  $\sigma(x)$  и касательных  $\tau(x)$  погонных усилий в зависимости от координаты ( $x$ ) по высоте панели при учете ползучести растворного контактного шва (1) и без учета ползучести растворного контактного шва (2) (рис. 4.4).



**Рис. 4.4.** Кривые зависимостей нормальных и касательных погонных усилий от координаты ( $x$ ) высоты панели:  
 1 - с учетом ползучести растворного контактного шва;  
 2 - без учета ползучести растворного контактного шва

#### Выводы по главе 4

1. Анализом результатов теоретических исследований установлено, что опасными в контактном слое несущей стены и облицовочных плит являются нормальные напряжения (рис. 4.2).

2. Для обеспечения необходимой надежности сцепления контактного шва каменной плиты и несущей стены следует выбрать марку раствора шва с учетом величины  $R_{нор}^{расч}$ .
3. Достоверность полученных уравнений (4.64) и (4.55) для определения нормальных и касательных напряжений в контактном шве при учете ползучести раствора доказана результатами лабораторных экспериментов. Расхождение результатов расчетов и экспериментов не превышает 10 % (рис. 4.4).
4. Анализ полученных уравнений (4.64) и (4.55) для расчета нормальных и касательных погонных усилий показывает, что при учете ползучести раствора эти погонные усилия значительно уменьшаются.

## **5. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ**

Анализом результатов экспериментально-теоретических исследований, посвященных изучению напряженного состояния стеновой панели, установлено, что основная часть этих исследований относится к отдельным панелям [44, 104, 106, 146, 154, 208, 218, 225, 239, 255, 256, 261, 283, 311]. Между тем нет сомнений, что напряженное состояние каждой панели зависит от напряженно-деформированного состояния соседних элементов.

Сложность решения рассматриваемой задачи заключается в трудности определения закономерности распределения усилий вокруг контура и в отдельных сечениях панелей, зависящей от способа соединения элементов между собой и, конечно, от упругих характеристик применяемых материалов. Решение этой задачи, по признанию ряда исследователей, еще нуждается в доработке.

Анализ данных литературных источников показал, что в несущей способности панелей диктующим условием является несущая способность отдельных участков в зонах монтажных швов и около углов оконного проема, т.е. в местах концентрации напряжений.

Решение рассматриваемой задачи, на наш взгляд, следует начать от выявления точной картины величин и закона распределения напряжений в указанных выше опасных сечениях, в том числе: величины контурных нормальных и сдвигающих напряжений; усилий на переходном участке от простенка к подоконнику стеновой панели, при действии вертикальных и горизонтальных нагрузок.

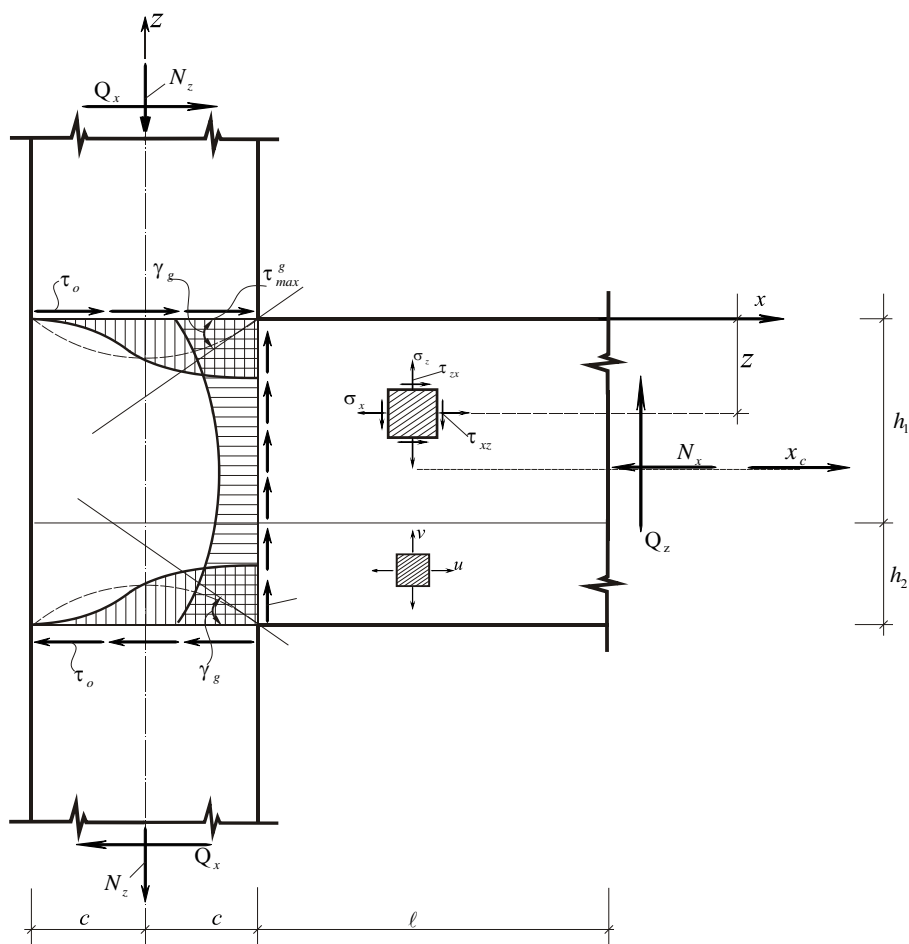
### ***5.1. МЕТОД РАСЧЕТА МЕСТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В УГЛАХ ПРОЕМА НЕСУЩЕЙ ДИАФРАГМЫ***

Анализ результатов проведенных теоретических и экспериментальных исследований по расчету местных напряжений в угловых точках проемов диафрагмы показал,

что они в достаточной степени отличаются друг от друга. Основная причина заключается в том, что в этих исследованиях не учтена моментная депланация сечений в зонах концентрации напряжений, отличающаяся высоким градиентом. Траектория главных напряжений резко изгибается перед этими сечениями, в результате чего на главных осях возникают моментное взаимодействие напряжений и моментный депланационный сдвиг.

В разрабатываемой теории расчета ставится цель - учесть в рассматриваемой задаче моментную депланацию сечений в зонах концентрации напряжений.

В качестве расчетной модели рассматривается фрагмент поперечной несущей диафрагмы крупнопанельного здания, нагруженной только горизонтальной нагрузкой (рис. 5.1).



**Рис. 5.1.** Расчетная схема для определения местных напряжений

Для определения напряжений с учетом вышеизложенного предлагается метод, основанный на уравнениях возможных перемещений, выражающих условия равновесия

элементарного параллелепипеда, выделенного из исследуемой модели.

Обозначив продольные перемещения по оси  $z$  через  $V(x, z)$ , поперечные по оси  $x$  -  $U(x, z)$  и записав на основании начала возможных перемещений уравнения, выражающие условия равновесия элементарного параллелепипеда в направлении осей  $x$  и  $z$ , получим уравнения, выражающие работу внешних и внутренних сил на соответствующих перемещениях [201, 226]:

$$\int_A \frac{\partial \sigma_z^P}{\partial z} V(x, z) dA - \int_A \tau_{xz}^P \frac{\partial V(x, z)}{\partial x} dA = 0, \quad (5.1)$$

$$\int_A \frac{\partial \tau_{xz}^P}{\partial z} U(x, z) dA - \int_A \sigma_x^P \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} dA = 0, \quad (5.2)$$

где  $\sigma_z^P$ ,  $\tau_{xz}^P$ ,  $\sigma_x^P$  - компоненты уравновешивающих напряжений;  $dA$  - площадь элементарного параллелепипеда.

Выражения перемещений удобно представить в виде

$$\begin{cases} V(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(z) \cos \alpha_n x, \\ U(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(z) \sin \alpha_n x, \end{cases} \quad (5.3)$$

где  $U_n(z)$  и  $V_n(z)$  - искомые функции, зависящие только от  $z$ .

С учетом выражений (5.3), уравнения (5.1) и (5.2) примут вид

$$\int_A \frac{\partial \sigma_z^P}{\partial z} V_n(z) \cos \alpha_n x dA + \int_A \tau_{xz}^P \alpha_n V_n(z) \sin \alpha_n x dA = 0, \quad (5.4)$$

$$\int_A \frac{\partial \tau_{xz}^P}{\partial z} U_n(z) \sin \alpha_n x dA + \int_A \sigma_x^P \alpha_n U_n(z) \cos \alpha_n x dA = 0. \quad (5.5)$$

Согласно обобщенному закону Гука, имеем

$$\sigma_z^P = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial V(x, z)}{\partial z} - \nu \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} \right] - \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \frac{\partial V^P(x, z)}{\partial x}, \quad (5.6)$$

$$\sigma_x^P = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} - \nu \frac{\partial V(x, z)}{\partial z} \right], \quad (5.7)$$



$$\tau_{xz}^P = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{\partial V^P(x, z)}{\partial x} + \nu \frac{\partial U(x, z)}{\partial z} \right], \quad (5.8)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \frac{\partial V(x, z)}{\partial x}. \quad (5.9)$$

Для упрощения решения задачи можно допустить, что депланационный сдвиг возникает только по оси  $z$ . В уравнениях (5.6), (5.7), (5.8) и (5.9) принимается  $\gamma_{xz}^D = \partial V(x, z)/\partial x$ , где  $\gamma_{xz}^D$  - депланационный сдвиг, а обычный сдвиг принят равным нулю  $\gamma_{xz} = 0$ .

Совместное решение (5.3), (5.4), (5.5), (5.6), (5.7), (5.8) и (5.9) дает

$$\int_A \left\{ [V_n''(z) + \alpha_n \nu U_n'(z)] \cos \alpha_n x - \frac{1-\nu}{2} \alpha_n V_n'(z) \sin \alpha_n x \right\} \times \\ \times \cos \alpha_n x dA + \frac{1-\nu}{2} \alpha_n \int_A [U_n'(z) - \alpha_n V_n(z)] \sin^2 \alpha_n x dA = 0, \quad (5.10)$$

$$\int_A [U_n''(z) - \alpha_n V_n'(z)] \sin^2 \alpha_n x dA + \frac{1-\nu}{2} \alpha_n \int_A U_n'(z) \sin \alpha_n x \cos \alpha_n x dA - \\ - \int_A [\alpha_n U_n(z) + \nu V_n(z)] \cos^2 \alpha_n x dA = 0. \quad (5.11)$$

Учитывая отсутствие внешних сил в перемычках, можно принять второе допущение:  $U_n(z) = \text{const}$ ,  $U_n'(z) = 0$ .

Следовательно, интегрируя (5.10), получим

$$V_n''(z) + 2\omega_n V_n'(z) - \lambda_n^2 V_n(z) = 0, \quad (5.12)$$

где

$$2\omega_n = \frac{1 - \cos 2\alpha_n C}{2\alpha_n C + \sin 2\alpha_n C} \left( \frac{1-\nu}{2} \alpha_n \right), \quad \lambda_n^2 = \frac{2\alpha_n C - \sin 2\alpha_n C}{2\alpha_n C + \sin 2\alpha_n C} \left( \frac{1-\nu}{2} \alpha_n^2 \right).$$

Уравнение (5.12) удовлетворяет любому из корней характеристического уравнения, поэтому, учитывая условия задачи, решение можно записать в виде

$$V_n(z) = C_{1n} e^{-(\omega_n - \gamma_n)z} + C_{2n} e^{-(\omega_n + \gamma_n)z}, \quad (5.13)$$

где  $\gamma_n = (\omega_n^2 + \lambda_n^2)^{1/2}$ .

Значения  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$  определяются из граничных условий:

$$\begin{aligned} 1. \quad & V_n(z)|_{z=0} = V_{max}, \quad V_n(z)|_{z=h} = 0, \quad C_1 + C_2 = V_{max}; \\ 2. \quad & C_{1n} = -V_{max} \frac{\exp(-\gamma_n h)}{2gh\gamma_n h}, \quad C_{2n} = V_{max} \left( 1 + \frac{\exp(-\gamma_n h)}{2gh\gamma_n h} \right). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Совместное решение (5.3), (5.13) и (5.14) дает

$$V(x, z) = V_{max} \exp[-(\omega_n + \gamma_n)z] \left\{ \frac{gh\gamma_n z}{gh\gamma_n h} \exp[-\gamma_n(h-z)] \right\} \cos \alpha_n x. \quad (5.15)$$

Контактные деформационные касательные напряжения  $\tau_k^g(0, z)$  будут также затухать по оси  $z$  по тому же показательному закону, что и продольные деформации  $V(x, z)$ , т.е.

$$\tau_k^g(0, z) = \tau_{max}^g \exp[-(\omega_n + \gamma_n)z] \left\{ 1 - \frac{gh\gamma_n z}{sh\gamma_n h} \exp[-\gamma_n(h-z)] \right\}. \quad (5.16)$$

Таким образом, в зонах деформационного сдвига для касательных напряжений получили показательный затухающий закон, что соответствует результатам экспериментов на стеновых диафрагмах около проемов [201].

В формуле (5.16) остается определить  $\tau_{max}^g$ , значение которого находим из условия равновесия:

$$\int_0^h \tau_k^g(0, z) dA = P_0 c = N_z. \quad (5.17)$$

Совместно решая (5.16) и (5.17), получим

$$\tau_{max}^g = N_z \left\{ \frac{1 - \exp[-(\omega_n + \gamma_n)h]}{\omega_n + \gamma_n} - \frac{\gamma_n ch\omega_n h - \omega_n sh\omega_n h - \gamma_n \exp(-\gamma_n h)}{\lambda_n^2 sh\gamma_n h} \right\}^{-1}. \quad (5.18)$$

Для определения коэффициента концентрации напряжений в углах ( $x=0$ ), где максимальные сжимающие деформации переходят в деформацию деформационного сдвига и где напряжение  $\sigma_{min}$  незначительно, справедливо условие  $\sigma_{max} \approx 2\tau_{max}^g$ .

Таким образом, коэффициент концентрации напряжений для рассматриваемой модели имеет вид

$$K = 2c \left\{ \frac{1 - \exp[-(\omega_n - \gamma_n)h]}{\omega_n + \gamma_n} - \frac{\gamma_n c h \omega_n h - \omega_n s h \omega_n h - \gamma_n \exp(-\gamma_n h)}{\lambda_n^2 s h \lambda_n h} \right\}^{-1}. \quad (5.19)$$

Для оценки значений депланационного сдвигающего напряжения и коэффициента концентрации напряжений рассмотрим пример.

Пусть  $l = 150 \text{ см}$ ;  $c = 50 \text{ см}$ ;  $h_{\text{под}} = 70 \text{ см}$ ,  $n = 1$ . Тогда  $\omega_n = 0,002 \text{ см}^{-1}$ ;  $\lambda_n^2 = 0,66 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-2}$  и  $\tau_{\text{max}}^g = 1,425 P_o$ ;  $\sigma_{\text{max}} = 2,85 P_o$ , а коэффициент концентрации  $K = 2,85$ .

Графики депланационных напряжений приведены на рис. 5.1.

Как видно из выражения (5.19), коэффициент концентрации «K» в значительной степени зависит от ширины простенка (c) и высоты подоконника (h).

## **5.2. МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОДАТЛИВОСТИ СВЯЗЕЙ НЕСУЩИХ ДИАФРАГМ С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ**

Известно, что напряженно-деформированное состояние несущих диафрагм при статическом и динамическом воздействиях нагрузки в значительной мере зависит от величины коэффициентов податливости связей.

При деформации зданий связи диафрагмы находятся в сложном напряженно-деформированном состоянии, в которых в основном происходят растяжение (сжатие) и изгиб. Поскольку при деформации в соединениях возникает значительно большее напряжение, чем в основных элементах (столбах), то в них пластические деформации развиваются сравнительно раньше, поэтому они разрушаются первыми [125]. Определение пластических деформаций в допустимых пределах, возникающих в соединениях, без значительной потери несущей способности основных конструкций, несомненно, позволит уменьшить расход материалов в зданиях и сооружениях [108, 263, 264, 353].

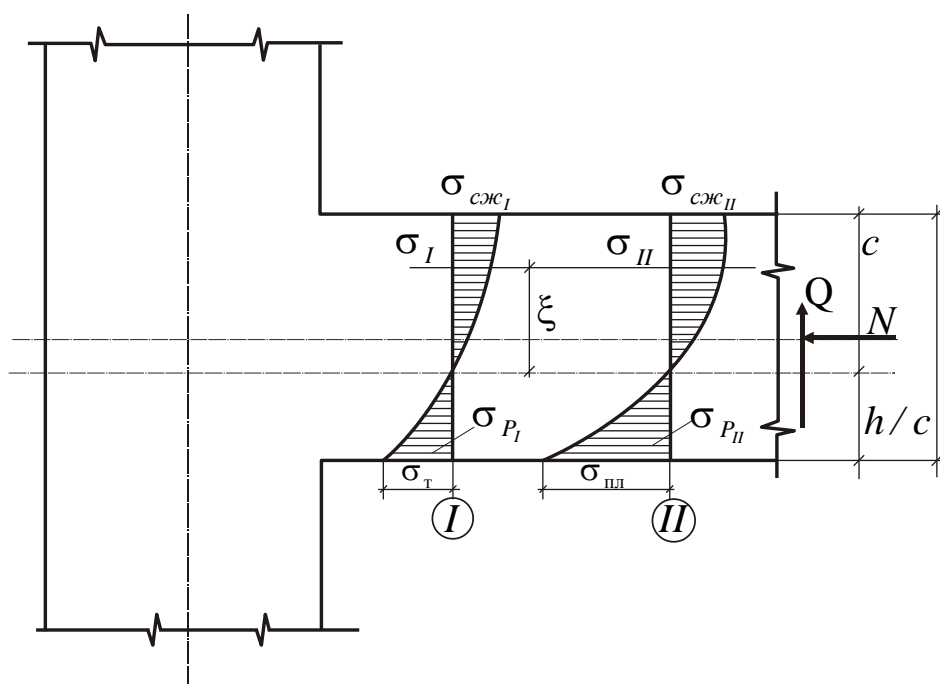
При теоретическом изучении напряженного состояния стыковых соединений

сплошного вида последние заменяются эквивалентными и дискретными податливыми стержневыми связями.

Характеристикой податливости соединений может служить величина ее деформации от единичного усилия, которая зависит от конструкции соединения и сечения соединенных элементов. Коэффициенты податливости соединений диафрагм с учетом реальных условий могут быть установлены, главным образом, на основе экспериментальных данных.

Определение коэффициентов податливости соединения сводится к расчету отдельных равномерно распределенных элементов, нагруженных продольной и поперечной силами [67, 200, 310].

Поскольку нормальные связи и связи сдвига способны воспринимать перемещения только по нормалям и касательно к поверхности соединенных элементов, то здесь для простоты они рассматриваются отдельно. Следовательно, при деформации диафрагм возникающие в связях нормальные и сдвигающие силы одновременно вызывают нормальные и касательные напряжения. При появлении пластических деформаций в зоне растяжения графики напряжения можно представить в следующем виде (рис. 5.2).



*Рис. 5.2. Эпюры нормальных напряжений в поперечном сечении изгибаемого элемента*

Учитывая деформацию бетона, можно предположить, что в стадии предельного сопротивления эпюра нормальных напряжений по высоте сечения будет иметь криволинейный вид. Степень искривления эпюры должна зависеть от отношения  $h/c$ , величины сдвигающих (поперечных) сил, упругой характеристики материала, а при динамическом действии нагрузки - также от скорости нагружения: чем медленнее нагружение, тем в большей степени сказывается релаксация в крайней сжатой зоне. Такого вида эпюру для первой стадии работы удобно аппроксимировать сочетанием прямой в зоне растяжения и кривой в зоне сжатия, т.е.

$$\sigma_{P_I} = A_I K_1 \left( \frac{z}{h} \right); \quad \sigma_{сж_I} = A_I \left( 1 - e^{-K_1 \frac{z}{h}} \right). \quad (5.20)$$

На второй стадии работы, т.е. в момент достижения предельного сопротивления, когда в крайних волокнах растянутой и сжатой зон появляются пластические деформации, для растянутой зоны принимаем параболическую функцию, а для сжатой, как и выше, - экспоненциальную:

$$\sigma_{P_{II}} = A_{II} K_2 \left( \frac{z}{h} \right)^2; \quad \sigma_{сж_{II}} = A_{II} \left( 1 - e^{-K_2 \frac{z}{h}} \right), \quad (5.21)$$

где  $z$  - расстояние от нейтральной оси;  $K$  - параметр, зависящий от скорости нагружения и геометрических размеров и обуславливающий кривизну эпюры, определяется к моменту достижения напряжением предела текучести у края растянутой зоны.

Введя безразмерную величину  $\xi = \frac{z}{h}$ , для первой стадии получим

$$\sigma_{P_I} = A_I K_1 (1 - \xi); \quad \sigma_{сж_I} = A_I \left( 1 - e^{-K_1 \xi} \right), \quad (5.22)$$

для второй стадии:

$$\sigma_{P_{II}} = A_{II} K_2 (1 - \xi)^2; \quad \sigma_{сж_{II}} = A_{II} \left( 1 - e^{-K_2 \xi} \right). \quad (5.23)$$

Положение нейтральной оси « $\xi$ » определяется из условия равенства усилий сжатия и растяжения.

Для нашего случая это равенство площадей эпюр:

$$A_{\mathbf{I}} \int_0^{\xi_0} (1 - e^{-K_1 \xi}) d\xi = A_{\mathbf{I}} K_1 \int_0^{1-\xi_0} \xi d\xi \quad (5.24)$$

или

$$\xi_0 - \frac{1}{K_1} (1 - e^{-K_1 \xi_0}) = \frac{1}{2} K_1 (1 - \xi_0)^2, \quad (5.25)$$

которое при учете (5.22) представляется в виде

$$\xi_0 = \frac{\sigma_{сжк}}{K_1} + \frac{\sigma_P}{2} (1 - \xi_0). \quad (5.26)$$

Абсолютную величину напряжений можно найти из (5.26), используя условие равенства приложенного изгибающего момента и момента внутренних сил:

$$\begin{aligned} M_{\mathbf{I}} &= A_{\mathbf{I}} b h^2 \int_0^{\xi_0} \xi (1 - e^{-K_1 \xi}) d\xi + A_{\mathbf{I}} b h^2 \int_0^{1-\xi_0} K_1 \xi^2 d\xi = \\ &= A_{\mathbf{I}} b h^2 \left\{ \frac{1}{2} \xi_0^2 + \frac{1}{3} K_1 (1 - \xi_0)^3 - \frac{1}{K_1^2} \left[ 1 - (1 - K_1 \xi_0) e^{-K_1 \xi_0} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Выполнив аналогичные процедуры, также для второй стадии находим

$$M_{\mathbf{II}} = A_{\mathbf{II}} b h^2 \left\{ \frac{1}{2} \xi_0^2 + \frac{1}{4} K_2 (1 - \xi_0)^4 - \frac{1}{K_2^2} \left[ 1 - (1 - K_2 \xi_0) e^{-K_2 \xi_0} \right] \right\}. \quad (5.28)$$

Параметры  $K_1$  и  $K_2$  зависят от геометрических размеров и скорости нагружения  $V_B$ , приближенно характеризуемой уровнем и скоростью возрастания напряжения растяжения при изгибе.

В порядке первого приближения представляется достаточным задаться видом функции  $K_i$ . Учитывая ее убывающий характер, принимаем ее, например, в виде

$$K_i = \frac{K_{\max i}}{1 + \varphi V_B}, \quad (5.29)$$

где  $\varphi$  - коэффициент пропорциональности, определяемый для данного материала экспериментально;  $K_{\max i}$  - максимально возможное значение  $K_i$ , которое также может быть определено экспериментально.

Если нет экспериментальных данных по определению значений  $K_i$ , то их можно вычислить следующим образом. Так как  $(A_i \cdot K_i)$  показывает тангенсы углов наклона  $\frac{d\alpha}{dz}$  касательной к вертикальной оси в точке  $\xi = 0$  и, кроме того, в пределах упругой деформации имеет место закон плоских сечений, то относительные деформации в крайних волокнах определяются выражениями

$$\varepsilon_p = c \frac{d\alpha}{dz}; \quad \varepsilon_{сж} = (h - c) \frac{d\alpha}{dz}. \quad (5.30)$$

Отношение этих величин составляет

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{сж}} = K_o \frac{c}{h - c} = K_o \frac{\xi_o}{1 - \xi_o}. \quad (5.31)$$

Введя вместо относительных деформаций напряжения в растянутой и сжатой зонах, получим

$$\left[ \frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} \right] = K_o \frac{\xi_o}{1 - \xi_o} = \mu, \quad K_o > 1. \quad (5.32)$$

С другой стороны, для крайних волокон из (5.22) и (5.29) находим

$$\left[ \frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} \right]_{\text{I}} = K_1 \frac{1 - \xi_o}{(1 - e^{-K_1 \xi_o})},$$

$$\left[ \frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} \right]_{\text{II}} = K_2 \frac{(1 - \xi_o)^2}{(1 - e^{-K_2 \xi_o})}. \quad (5.33)$$

Таким образом, подставляя значение  $\xi_o$  из (5.32) соответственно в (5.20) и (5.21) при  $V_B \rightarrow 0$ , находим приближенные значения  $K_1$  и  $K_2$ , т.е.

$$\mu_1(1 + \mu_1) = \frac{K_1}{\left[ 1 - \exp\left(-K_1 \frac{\mu_1}{1 + \mu_1}\right) \right]}, \quad (5.34)$$

$$\mu_2(1 + \mu_2) = \frac{K_2}{\left[ 1 - \exp\left(-K_2 \frac{\mu_2}{1 + \mu_2}\right) \right]}, \quad (5.35)$$

где

$$\mu_1 = \left[ \frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} \right]_{\text{I}} \quad \text{и} \quad \mu_2 = \left[ \frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} \right]_{\text{II}}. \quad (5.36)$$

Поскольку для первого приближения  $\mu_1 \approx \mu_2$ , то  $K_1 \approx K_2 = K$ .

Решая трансцендентные уравнения (5.34) и (5.35), по данным таблицы 5.1 получим

$$K \approx \left( 1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_{сж}} \right); \quad K = \frac{K_{\max}}{1 + \varphi V_B}. \quad (5.37)$$

Поскольку прочность растянутой зоны обеспечивается прочностью растянутой арматуры, которая всегда известна, то удобно установить зависимость между изгибающим моментом, остальными параметрами и прочностью растянутой арматуры  $M_{TB}$ :

$$M_{TB} = \gamma [\sigma_p] b h^2; \quad \gamma = \frac{\alpha [2 + K\mu(1 - \xi_o)]}{2\mu K \xi_o}. \quad (5.38)$$

При кратковременном действии нагрузки значение жесткости определяется по формуле

$$B_{Kp} = \frac{E_\alpha}{\psi} W_a (h - z_c), \quad (5.39)$$

где  $\psi$  - коэффициент неравномерности деформации крайнего волокна сжатого бетона на участке между трещинами, который вычисляется в виде

$$\psi = 1 - 0,6 \frac{M_{TB}}{M_{нор}}, \quad (5.40)$$

где  $M_{TB}$  известно из уравнения (5.38).

Коэффициент пропорциональности  $\varphi$  для данного материала определяется экспериментально. С этой целью была проведена серия испытаний стандартных образцов на изгиб с различными скоростями нагружения и соответствующих им образцов растяжения [108, 311].

Полученные результаты приведены в таблице 5.1.

Так как податливость соединений зависит от жесткости связей при изгибе, то при ее работе без появления трещин жесткость определяется по формуле



**Таблица 5.1**

№	Скорость нагружения $V$ , МПа/мин	Средние при растяжении, $\sigma_R$ , МПа	Средние $M_R$ , Н·см	$\varphi$	$\gamma$	$K$
1	100,0	90,0	15000	0	0,14	0
2	10,0	50,0	12000	0,001	0,10	0,90
3	0,2	40,0	10000	0,002	0,09	0,99

$$B_{кр} = 0,85E_B J_{np}, \quad (5.41)$$

где  $E_B$  - начальный модуль упругости бетона;  $J_{np}$  - момент инерции приведенного сечения с учетом арматуры.

Жесткость связей  $B_{кр}$  с учетом образования и раскрытия трещин определяется по формуле (5.39).

### **5.3. УСТАНОВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЖЕСТКОСТИ СТЕН КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ, ОСЛАБЛЕННОГО ДВЕРНЫМИ ИЛИ ОКОННЫМИ РЯДАМИ ПЕРЕМЫЧЕК, С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

При исследовании напряженно-деформированного состояния поперечной диафрагмы крупнопанельных зданий, как составной конструкции, необходимо достаточно точно определить коэффициенты жесткостей нормальной ( $K_{HP}$ ) и сдвигающей ( $K_{сд}$ ) связей (перемычек). В расчетной схеме перемычки представлены в виде упругих связей составной диафрагмы, обеспечивающих совместную работу отдельных столбов [106]. Связи здесь приняты континуальными. Значения нормальных и сдвигающих усилий, возникающих в отдельных столбах диафрагмы при статическом и динамическом действиях нагрузки, как известно, сильно зависят от величин коэффициентов жесткостей связей [203].

Работа стыковых соединений и перемычек или дверных проемов панелей имеет

свои особенности. В зависимости от направления действия внешней нагрузки (неравномерная осадка здания, ветер, сейсмическая нагрузка и т.д.) изменяется вид деформации, в результате чего сеть трещин приобретает в основном вид диагональной перекрестной решетки. При этом, несомненно, соединения снижают свою сопротивляемость.

Деформации таких соединений (стыков и перемычек) не только при наличии указанных трещин, но даже при трещине одного направления исследованы недостаточно.

При теоретическом изучении напряженно-деформированного состояния, как правило, стыковые соединения или перемычки проемов заменяются эквивалентными дискретными податливыми стержневыми связями [106, 204, 294, 295].

Определение коэффициентов жесткости (или податливости) такого соединения сводится к расчету дискретных или равномерно распределенных элементов, нагруженных продольной и поперечной силами [280]. Поскольку коэффициент жесткости представляет собой значение силы от единичной деформации, то здесь следует определить значение деформации при наличии пластических напряжений из-за их появления в связях при незначительных деформациях. Как известно, в этих связях основными силами являются сдвигающие ( $T_n$ ) и нормальные ( $N_n$ ) [79] (рис. 5.3), где  $T_n = \tau_{nl}hb$  - сдвигающая сила;  $N_n = \sigma_{nl}hb$  - нормальная сила ( $h$  - высота,  $b$  - ширина перемычки);  $\sigma_{nl}$  и  $\tau_{nl}$  - нормальные и сдвигающие пластические напряжения.

На рис. 5.3 представлены эпюры нормальных и сдвигающих напряжений на месте защемления перемычки с учетом возникновения пластических деформаций.

Учитывая характер деформаций бетона, можно предположить, что при небольших нагрузках эпюры напряжений имеют криволинейный вид. Степень искривления эпюры, очевидно, должна зависеть от отношения  $\frac{h}{\ell}$ , величины поперечных и продольных сил и упругой характеристики материала, а при динамическом действии нагрузки - также от скорости деформации.

Обозначив продольные перемещения по оси  $z$  через  $V(x, z)$ , горизонтальные по оси  $x$  -  $U(x, z)$  и записав на основании теории начала возможных перемещений уравне-

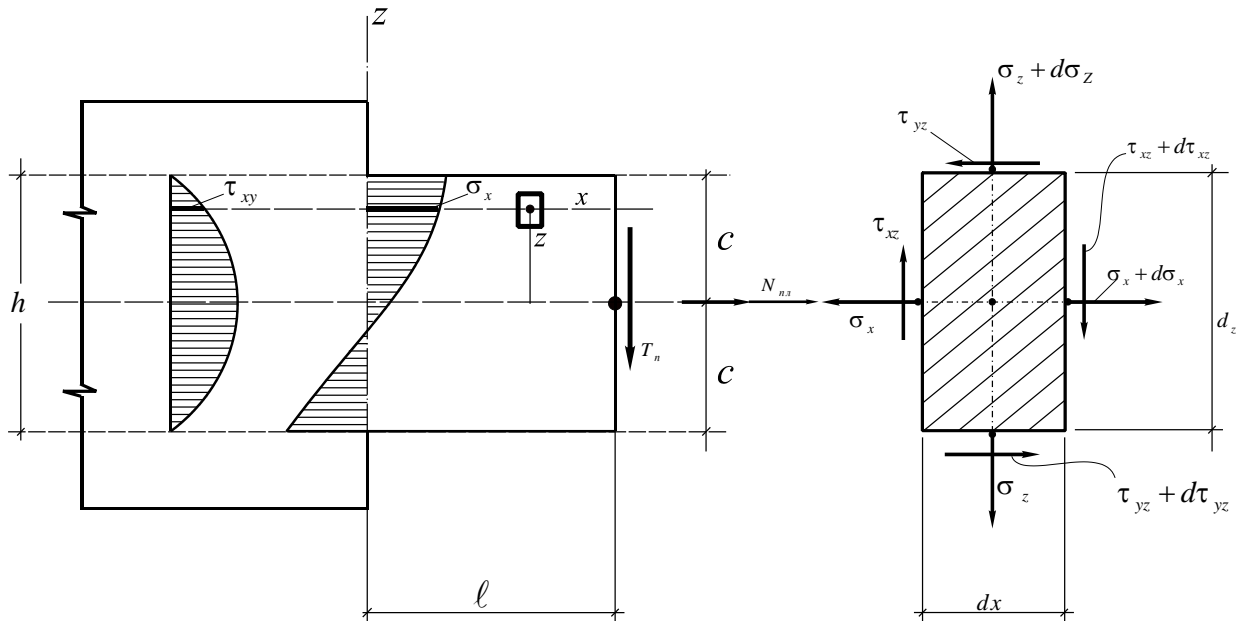


Рис. 5.3. Расчетная схема перемычки и элемента

ния, выражающие условия равновесия элемента в направлении осей  $x$  и  $z$ , получим уравнения, выражающие работу внешних и внутренних сил на соответствующих перемещениях:

$$\int_A \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} V(x, z) dA - \int_A \tau_{xz} \frac{\partial V(x, z)}{\partial x} dA = 0, \quad (5.42)$$

$$\int_A \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} U(x, z) dA - \int_A \tau_{xz} \frac{\partial V(x, z)}{\partial x} dA = 0, \quad (5.43)$$

где  $\sigma_z$  и  $\tau_{xz}$  - соответственно нормальные и касательные напряжения;  $V(x, z)$  и  $U(x, z)$  - перемещение по осям  $x$  и  $z$ .

Поскольку при определении напряжений в сечениях коротких балок, где резко меняются размеры конструкций, всегда имеем моментную депланацию в зонах концентрации напряжений, то вследствие этого резко возрастают и величины деформаций.

Учитывая эти деформации, выражения напряжений примут вид

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial V(x, z)}{\partial z} + \nu \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} \right] + \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \frac{\partial V(x, z)}{\partial x}, \quad (5.44)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} + \nu \frac{\partial V(x, z)}{\partial z} \right], \quad (5.45)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{\partial V(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial U(x, z)}{\partial z} \right], \quad (5.46)$$

где  $E$  и  $\nu$  - соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала перемычки.

В уравнении (5.44) последний член показывает значение напряжений от депланационной деформации при сдвиге сечения. Здесь принимается, что депланационный сдвиг происходит только по оси  $z$ . Это объясняется тем, что депланационный сдвиг соизмерим по величине с другими деформациями, что подтверждено экспериментами.

Для решения рассматриваемой задачи удобно значение перемещений представить в виде тригонометрических функций:

$$\begin{cases} V(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(z) \cos \alpha_n x; \\ U(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(z) \sin \alpha_n x, \end{cases} \quad (5.47)$$

где  $\alpha_n = \frac{n\pi}{2l}$ ;  $V_n(z)$  и  $U_n(z)$  - неизвестные функции в зависимости от координаты  $z$ .

Подставляя в уравнения (5.44), (5.45) и (5.46) значения перемещений из (5.47), получим

$$\begin{cases} \sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ [V_n'(z) + \nu \alpha_n U_n(z)] \cos \alpha_n x - \frac{1-\nu}{2} \alpha_n V_n(z) \sin \alpha_n x \right\}, \\ \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [\alpha_n U_n(z) + \nu V_n'(z)] \cos \alpha_n x, \\ \tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)} [(-\alpha_n) V_n(z) + U_n'(z)] \sin \alpha_n x. \end{cases} \quad (5.48)$$

Вычислим производные (5.48):

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ [V_n''(z) + \nu \alpha_n U_n'(z)] \cos \alpha_n x - \frac{1-\nu}{2} \alpha_n V_n'(z) \sin \alpha_n x \right\}, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{E}{2(1+\nu)} [(-\alpha_n) V_n'(z) + U_n''(z)] \sin \alpha_n x, \\ \frac{\partial V(x, z)}{\partial x} = -\alpha_n V_n(z) \sin \alpha_n x; \quad \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} = \alpha_n U_n(z) \cos \alpha_n x. \end{cases} \quad (5.49)$$

Отметим, что для данного случая на верхней и нижней гранях связей отсутствуют внешние нагрузки. Тогда:

$$U'_n(z) = U''_n(z) = 0, \quad U_n(z) = U_n = const. \quad (5.50)$$

С другой стороны, с целью упрощения решения задачи горизонтальное перемещение в направлении оси  $x$  в первом приближении можно определить при помощи известного выражения сопротивления материалов:

$$U(x) = \frac{N_{nl}x}{EA_2}, \quad \text{где } 0 \leq x \leq -l; \quad A_2 = 2b \cdot l, \quad \text{где } b - \text{ ширина связей.}$$

$$\text{Следовательно, } U(x) = \frac{\sigma_{nl}}{E} x; \quad \frac{\partial U(x)}{\partial x} = \varepsilon_{nl} = \frac{\sigma_{nl}}{E}. \quad (5.51)$$

Подставляя значения (5.48) и (5.49) в уравнения (5.42) и (5.43), с учетом (5.51) получим

$$\begin{aligned} & \int_0^{-l} \left\{ \left[ V''_n(z) + \nu \alpha_n U'_n(z) \right] V_n(z) \cos \alpha_n x - \frac{1-\nu}{2} \alpha_n V'_n(z) \sin \alpha_n x \right\} \cdot V_n(z) \cos \alpha_n x \, dx + \\ & + \int_0^{-l} \left\{ \left[ \left( \alpha_n V_n(z) - U'_n(z) \right) \frac{1-\nu}{2} \sin \alpha_n x \right] (-\alpha_n) V_n(z) \sin \alpha_n x \right\} dx = 0, \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{-l} \left[ \left( \frac{1-\nu}{2} \right) (-\alpha_n) V'_n(z) + U''_n(z) \right] \sin \alpha_n x U_n(z) \sin \alpha_n x \, dx - \\ & - \int_0^{-l} \left\{ \left[ \alpha_n U_n(z) + \nu V'_n(z) \right] \cos \alpha_n x \alpha_n U_n(z) \cos \alpha_n x \right\} dx = 0. \end{aligned} \quad (5.53)$$

Используя условия (5.50) и сокращая уравнения (5.52) на  $V_n(z)$  и  $U_n(z)$ , после интегрирования и преобразования находим

$$V''_n(z) - 2\omega V'_n(z) - \lambda_n^2 V_n(z) = 0, \quad (5.54)$$

$$\text{где } 2\omega = \frac{1-\nu}{2l}; \quad \lambda_n^2 = \frac{1-\nu}{2} \alpha_n^2.$$

Решая дифференциальное уравнение (5.54), получим

$$V_n(z) = Ae^{(\omega-K)z} + Be^{(\omega+K)z}, \quad (5.55)$$

$$\text{где } K = \sqrt{\omega^2 + \lambda_n^2}.$$

Следовательно,

$$V(x, z) = \left[ A e^{(\omega-K)z} + B e^{(\omega+K)z} \right] \cos \alpha_n x. \quad (5.56)$$

Для определения неизвестных постоянных величин  $A$  и  $B$  используем следующие условия:

$$1) \quad b \int_{-c}^{+c} \sigma_x dz /_{x=0} = -N_{nl}; \quad (5.57)$$

$$2) \quad b \int_{-c}^{+c} \tau_{xz} dz /_{x=-\ell} = T_{nl}, \quad (5.58)$$

где  $N_{nl}$  и  $T_{nl}$  - соответственно усилия в связях при появлении пластических деформаций:  $N_{nl} = \sigma_{nl} hb = 2\sigma_{nl} cb$  - нормальная сила;  $T_{nl} = \tau_{nl} hb = 2\tau_{nl} cb$  - сдвигающая сила;  $\sigma_{nl}$  и  $\tau_{nl}$  - нормальное и сдвигающее пластические напряжения;  $h$  - высота,  $b$  - ширина связей.

Для нормальных и сдвигающих напряжений из (5.48) можно написать

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [(\alpha_n) U_n + \nu V_n'(z)]; \quad (5.59)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{1-\nu}{2} (-\alpha_n) V_n(z) \right]. \quad (5.60)$$

Так как условия (5.57) и (5.58) используются для сечений  $x=0$  и  $x=-\ell$ , то

$$\cos \alpha_n x = 1 \quad \text{и} \quad \sin \alpha_n x = -1. \quad (5.61)$$

Учитывая условия (5.57) и (5.58) и уравнения (5.59) и (5.60), получим

$$\int_{-c}^{+c} \left[ \alpha_n \frac{N_{nl} \ell}{2Ecb} - \nu V_n'(z) \right] dz = N_{nl} \frac{1-\nu^2}{Eb} \quad (5.62)$$

и

$$\int_{-c}^{+c} V_n(z) dz \left( \frac{1-\nu}{2} \right) (-\alpha_n) = T_{nl} \frac{1-\nu^2}{Eb}. \quad (5.63)$$

Подставляя значения  $V_n(z)$  из (5.55) в (5.63) и интегрируя их, находим

$$\begin{cases} A \operatorname{sh}(\omega-k)c + B \operatorname{sh}(\omega+k)c = \frac{N_{nl}}{Eb} [(\alpha_n-1)+v^2], \\ A \frac{\operatorname{sh}(\omega-k)c}{\omega-k} + B \frac{\operatorname{sh}(\omega+k)c}{\omega+k} = -\frac{2T_{nl}}{Eb} \left( \frac{1+v}{\alpha_n} \right). \end{cases} \quad (5.64)$$

Совместно решая систему уравнений (5.64), получим

$$\begin{cases} A = -\frac{T_{nl}}{Eb} \left[ \frac{(\alpha_n-1)+v^2}{2(\omega+k)} m + \frac{1+v}{\alpha_n} \right] \frac{\omega^2-k^2}{k \operatorname{sh}(\omega+k)c}, \\ B = \frac{T_{nl}}{Eb} \left[ \frac{(\alpha_n-1)+v^2}{2(\omega-k)} m + \frac{1+v}{\alpha_n} \right] \frac{\omega^2-k^2}{k \operatorname{sh}(\omega-k)c}, \end{cases} \quad (5.65)$$

где  $m = N_{nl}/T_{nl}$ .

Обозначив:

$$\begin{cases} A = -\frac{T_{nl}}{Eb} \varphi_A = \frac{N_{nl}}{Eb} n \varphi_A, \\ B = \frac{T_{nl}}{Eb} \varphi_B = \frac{N_{nl}}{Eb} m \varphi_B, \end{cases} \quad (5.66)$$

где

$$\begin{cases} \varphi_A = \left[ \frac{\alpha_n-1+v^2}{2(\omega+k)} m + \frac{1+v}{\alpha_n} \right] \frac{\omega^2-k^2}{k \operatorname{sh}(\omega+k)c}, \\ \varphi_B = \left[ \frac{\alpha_n-1+v^2}{2(\omega-k)} m + \frac{1+v}{\alpha_n} \right] \frac{\omega^2-k^2}{k \operatorname{sh}(\omega-k)c}. \end{cases} \quad (5.67)$$

уравнение (5.56) примет вид

$$V(x, z) = \frac{T_{nl}}{Eb} \left[ \varphi_B e^{(\omega+k)z} - \varphi_A e^{(\omega-k)z} \right] \cos \alpha_n x. \quad (5.68)$$

Для определения точного значения горизонтального перемещения воспользуемся уравнением (5.53). Преобразуя его, находим

$$U_n(z) = \frac{2}{\alpha_n(1+v)} V'_n(z). \quad (5.69)$$

Определив из (5.68)  $V'_n(z)$ , с учетом  $T_{nl} = N_{nl}/m$  получим

$$V'_n(z) = \frac{N_{nl}}{nEb} \left[ \varphi_B (\omega+k) e^{(\omega+k)z} - \varphi_A (\omega-k) e^{(\omega-k)z} \right], \quad (5.70)$$

тогда

$$U_n(z) = \frac{N_{nl}}{nEb} \left[ \varphi_B(\omega+k)e^{(\omega+k)z} - \varphi_A(\omega-k)e^{(\omega-k)z} \right] \frac{2}{(1+\nu)\alpha_n}.$$

Следовательно,

$$U(z, x) = \frac{N_{nl}}{mEb} \left[ \varphi_B(\omega+k)e^{(\omega+k)z} - \varphi_A(\omega-k)e^{(\omega-k)z} \right] \frac{2}{(1+\nu)\alpha_n} \sin \alpha_n x. \quad (5.71)$$

Зная значения перемещений  $V(x, z)$  и  $U(x, z)$ , легко определить коэффициенты жесткостей связей сдвига ( $K_{cd}$ ) и нормальных связей ( $K_{np}$ ).

Поскольку коэффициент жесткости - это усилие от единичного перемещения, то:

$$V(x, z) \Big|_{\substack{z=0 \\ x=0}} = 1 \text{ и } K_{cd} = \frac{T_{nl}}{cb} - \text{коэффициент жесткости связей сдвига,}$$

$$U(x, z) \Big|_{\substack{z=0 \\ x=-\ell}} \text{ и } K_{np} = \frac{N_{nl}}{cb} - \text{коэффициент жесткости нормальных связей.}$$

Используя также уравнения (5.68) и (5.71), окончательно получим

$$K_{cd} = \frac{E}{c} \left( \frac{1}{\varphi_B - \varphi_A} \right), \quad K_{np} = \frac{nE}{2c} \alpha_n (1+\nu) \left( \frac{1}{\varphi_B(\omega+k) - \varphi_A(\omega-k)} \right). \quad (5.72)$$

Пример. Принимаем  $n=1$ ;  $l=50\text{ см}$ ;  $c=40\text{ см}$ ;  $\nu=0,3$

$$\alpha = \frac{\pi}{2l} = \frac{3,14}{2 \cdot 50} = 3,14 \cdot 10^{-2}; \quad \alpha^2 = 9,86 \cdot 10^{-4} = 0,1 \cdot 10^{-2}; \quad m = \sqrt{3} = 1,73.$$

$$\omega = \frac{1-\nu}{4l} = \frac{1-0,3}{4 \cdot 50} = \frac{0,7}{200} = 0,35 \cdot 10^{-2}; \quad \lambda = 1,84 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda^2 = \frac{1-\nu}{2} \alpha^2 = \frac{1-0,3}{2} \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} = 0,035 \cdot 10^{-2};$$

$$K = \sqrt{\omega^2 - \lambda^2} = \sqrt{0,12 \cdot 10^{-4} + 3,5 \cdot 10^{-4}} = 1,9 \cdot 10^{-2};$$

$$\varphi_A = \left[ \frac{\alpha - 1 + \nu^2}{2(\omega - K)} m + \frac{1 + \nu}{\alpha} \right] \frac{\omega^2 + K^2}{Ksh(\omega - K)c};$$

$$\varphi_B = \left[ \frac{\alpha - 1 + \nu^2}{2(\omega + K)} m + \frac{1 + \nu}{\alpha} \right] \frac{\omega^2 - K^2}{Ksh(\omega - K)c};$$

$$(\omega - K) = (0,35 \cdot 10^{-2} - 1,9 \cdot 10^{-2}) = -1,55 \cdot 10^{-2};$$

$$(\omega + K) = (0,35 \cdot 10^{-2} + 1,9 \cdot 10^{-2}) = 2,25 \cdot 10^{-2};$$



$$sh(\omega - K)c = sh(-1,55 \cdot 10^{-2}) \cdot 40 = sh(-0,62) = -0,66;$$

$$sh(\omega + K)c = sh(2,25 \cdot 10^{-2}) \cdot 40 = sh(0,90) = 1,03;$$

$$\varphi_A = \left[ \frac{3,14 \cdot 10^{-2} - 1 + 0,09}{2(-1,55) \cdot 10^{-2}} \cdot 1,73 + \frac{1 + 0,3}{3,14 \cdot 10^{-2}} \right] \frac{0,12 \cdot 10^{-4} - 3,61 \cdot 10^{-4}}{1,9 \cdot 10^{-2} \cdot (-0,66)} = -0,17;$$

$$\varphi_B = \left[ \frac{3,14 \cdot 10^{-2} - 1 + 0,09}{2(2,25) \cdot 10^{-2}} \cdot 1,73 + \frac{1 + 0,3}{3,14 \cdot 10^{-2}} \right] \frac{0,12 \cdot 10^{-4} - 3,61 \cdot 10^{-4}}{1,9 \cdot 10^{-2} \cdot (1,03)} = 1,30;$$

$$K_{сд} = \frac{E}{c} \left( \frac{1}{\varphi_B - \varphi_A} \right) = \frac{5 \cdot 10^5}{40} \left( \frac{1}{1,30 + 0,17} \right) = \frac{5 \cdot 10^5}{58,8} \cdot 0,08 \cdot 10^5 = 8 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2;$$

$$K_{нор} = \frac{nE}{2c} \alpha_n (1 + \nu) \left( \frac{1}{\varphi_B(\omega + K) - \varphi_A(\omega - K)} \right) = \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^5}{2 \cdot 40} \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} \cdot (1 + 0,3) \times$$

$$\times \frac{10^2}{(1,30 \cdot 2,25 + 0,17 \cdot (-1,55))} = 0,165 \cdot 10^5 = 16,5 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2;$$

$$K_{сд} = 8 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2; \quad K_{нор} = 16,5 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2.$$

$$\text{Следовательно, } \frac{K_{нор}}{K_{сд}} = \frac{16,5 \cdot 10^2}{8 \cdot 10^2} = 2,06 \text{ раза.}$$

#### **5.4. НАПРЯЖЕНИЯ ПЕРЕХОДНОГО УЧАСТКА СТУПЕНЧАТОЙ КОЛОННЫ ОТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ**

Для точной оценки состояния зданий и сооружений от нагрузок важное значение имеет детальное исследование напряженно-деформированного состояния их отдельных узлов. С этой точки зрения необходимо установить закономерности распределения напряжений на переходном участке колонн, имеющих ступенчатые сечения (рис. 5.4).

Учитывая сложность решения задачи, в предлагаемой расчетной системе делаются следующие допущения [72]:

1. Предполагается, что на переходном участке оба участка колонны связаны упруго-податливыми связями.
2. В связях между напряжениями и деформациями сохраняется линейная зависимость.
3. Связи имеют одинаковое деформационное свойство и распределены равными рас-

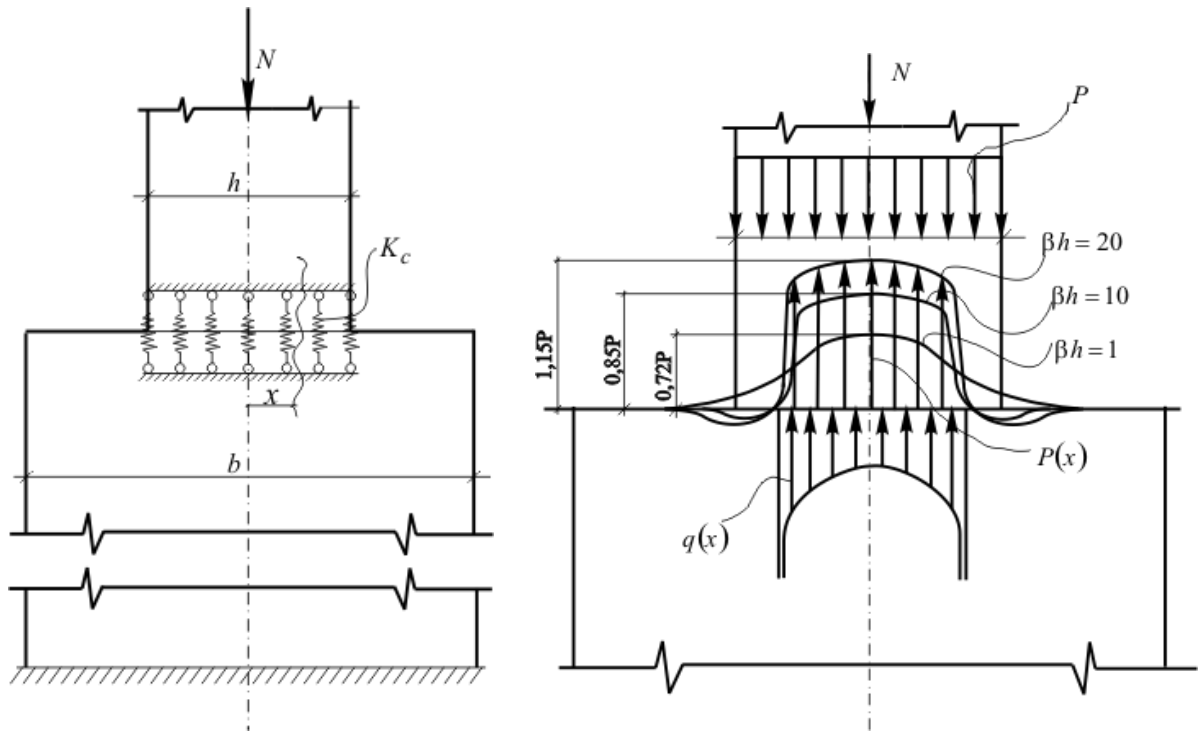


Рис. 5.4. Расчетная схема переходного участка колонны

стояниями.

Погрешность, возникающая в результате таких предположений, не выходит за допустимые пределы и полностью допустима при решении практических задач [203].

Для определения функции распределения напряжений в связях участка последние рассматриваются как плоские полуплоскости с областью изменения  $z \geq 0$ .

Рассматриваемая задача симметрична по отношению к центральной оси, поэтому в переходной плоскости возникают только нормальные напряжения при краевом условии:

$$\sigma|_{z=0} = \sigma_0 = const. \quad (5.73)$$

Принимая линейную зависимость между напряжениями и деформациями, можно написать

$$q(x) = K_c V(x), \quad (5.74)$$

где  $q(x)$  - интенсивность сил, возникающих на переходном участке;  $K_c$  - коэффициент жесткости связей;  $V(x)$  - ожидаемое перемещение плоскости на переходном участке, которое можно определить, пользуясь выражением, предложенным Р.С. Минасяном [203]:

$$V(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+\nu}{\alpha_n E} e^{-\alpha_n z} \left[ \left( \frac{2}{1+\nu} + \alpha_n z \right) R_n - \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} + \alpha_n z \right) \tau_n \right] \cos \alpha_n x + \frac{Nz}{Eh}. \quad (5.75)$$

В нашем случае  $z = 0$  и  $\tau_n = 0$ , следовательно,

$$V(x) \Big|_{z=0} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2R_n}{\alpha_n E} \cos \alpha_n x, \quad (5.76)$$

где  $R_n$  - коэффициент Фурье, зависящий от интенсивности внешних сил;  $N$  - внешняя сила;  $E$  - модуль упругости;  $\nu$  - коэффициент Пуассона;  $\alpha_n = \frac{n\pi}{h}$  ( $h$  - ширина участка).

При определении функции распределения интенсивности сил в связях переходного участка для удобства ее можно выразить косинус-рядом Фурье:

$$\sigma \Big|_{z=0} = \sum_{n=1}^{\infty} (P_n - q_n) \cos \alpha_n x, \quad (5.77)$$

где  $P_n$  и  $q_n$  - соответственно коэффициенты Фурье, которые определяются по интенсивности действующих внешних сил и сил в связях участка.

Таким образом, интенсивность сил в связях будет

$$q(x) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n \cos \alpha_n x. \quad (5.78)$$

Используя выражения (5.74), (5.75), (5.76) и (5.77), получим

$$q_n = P_n \frac{\beta}{\alpha_n + \beta}, \quad (5.79)$$

где  $\beta = \frac{2K}{E}$ ,  $K = Kc \cdot \delta$  ( $\delta$  - толщина колонны).

Интенсивность, возникающую от внешней силы, также можно выразить рядом Фурье:

$$P(x) = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cos \alpha_n x, \quad (5.80)$$

где  $P_0 = \frac{Ph}{2b}$ , а

$$P_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{h/2} P(\xi) \cos \alpha_n \xi d\xi. \quad (5.81)$$

С другой стороны,

$$q(x) = q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \cos \alpha_n x \quad (5.82)$$

или

$$q(x) = q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \left( \frac{\beta}{\alpha_n + \beta} \right) \cos \alpha_n x. \quad (5.83)$$

Подставляя величину  $P_n$  из (5.81) в (5.83), получим

$$q(x) = \frac{2}{h} \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{\beta}{\alpha_n + \beta} \right) \cos \alpha_n x \int_0^{h/2} P(\xi) \cos \alpha_n \xi d\xi. \quad (5.84)$$

Произведя интегрирование, становится возможным определить функцию интенсивности сил на переходном участке:

$$q(x) = \frac{P_0 c}{h} + \frac{2P_0}{n\pi} \beta \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} \right) \frac{\sin \alpha_n h/2}{\alpha_n + \beta} \cos \alpha_n x. \quad (5.85)$$

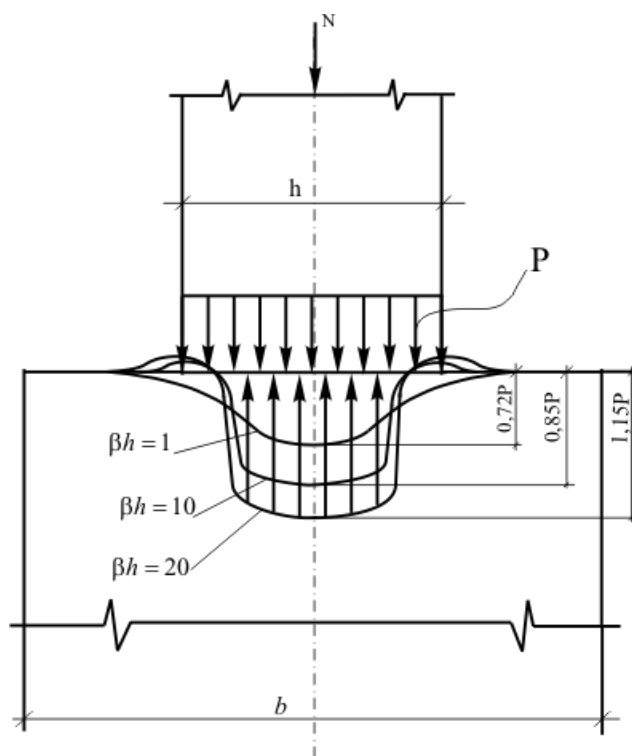
Известно, что величина коэффициента  $\beta$  зависит от коэффициента жесткости  $K_{сд}$ , который в основном определяется опытным путем.

При решении некоторых практических задач, если величина  $K_{сд}$  неизвестна, то ее можно определить, пользуясь приближенной формулой:

$$K_{сд} = \frac{E}{\delta} \left( \frac{A_1}{I_1} + \frac{A_2}{I_2} \right), \quad (5.86)$$

где  $A_1$  и  $I_1$  - соответственно площадь и длина сечения верхнего участка;  $A_2$  и  $I_2$  - те же величины для нижнего участка.

Для проверки достоверности предлагаемых формул произведены расчеты, результаты которых приведены на рис. 5.5 (при  $h/b = \frac{1}{2}$ ).



*Рис. 5.5. Кривые распределения напряжений в зависимости от величины  $\beta h$*

### **5.5. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ДИАФРАГМЫ С ПРОЕМОМ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ**

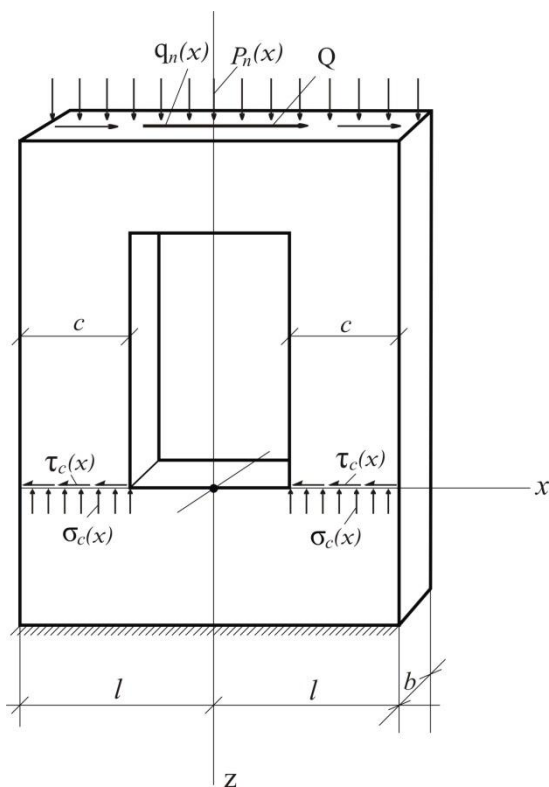
В диафрагмах с проемом под воздействием горизонтальной нагрузки напряжения концентрируются в углах проемов, в результате чего с них и начинается разрушение системы [69, 203]. Выявление реальной сути процесса разрушения диафрагмы и ее зависимости от внешних возмущающих факторов позволит разработать мероприятия по предотвращению указанного процесса.

Решению данной задачи посвящены ряд исследований, среди которых следует указать работы Г.М. Аминтаева [13], И.Г. Гохарь-Хармандарян [61], Р.С. Минасяна [203], Л.С. Махвиладзе [177], Б.К. Михайлова, Г.О. Кипиани [205], Г.Н. Савина [254] и др. Многочисленность работ, посвященных решению данной задачи, говорит о ее чрезвычайной важности. Поэтому для решения этой задачи – разрушения диафрагмы, – рассмотрим ее напряженно-деформированное состояние.

В настоящей работе при определении концентрации напряжений учтены не только касательные, но и нормальные напряжения, что позволяет представить более точную ме-

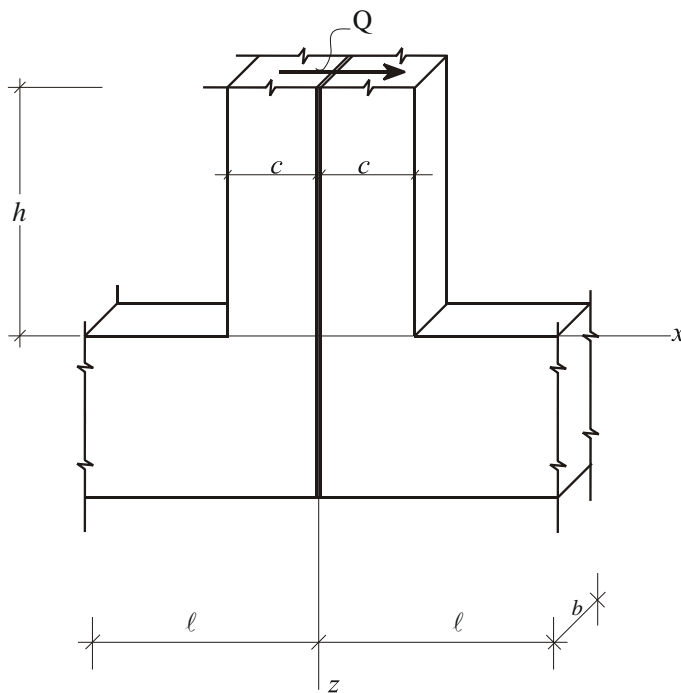
тодику расчета. Схема сил, действующих на диафрагму с проемом, представлена на рис.

5.6.



**Рис. 5.6.** Схема расположения сил и напряжений, действующих на диафрагму с проемом

Для определения составляющих напряжений в опасных переходных участках проема составлена соответствующая расчетная схема (рис. 5.7).



**Рис. 5.7.** Расчетная схема диафрагмы с проемом

Под воздействием горизонтальной нагрузки  $Q$  в плоскости переходного участка ( $z = 0$ ) возникают нормальное  $\sigma_0(x)$  и сдвигающее  $\tau_0(x)$  напряжения:

$$\begin{cases} \sigma_0(x) = \frac{Mx}{J} = K_1x, \\ \tau_0(x) = \frac{Q}{2J}(c^2 - x^2) = K_2(c^2 - x^2), \end{cases} \quad (5.87)$$

где  $M$  - изгибающий момент от нагрузки  $Q$ ;  $J$  - момент инерции поперечного сечения переходного участка;  $c$  - ширина рассматриваемого участка;  $K_1 = \frac{M}{J}$ ;  $K_2 = \frac{Q}{2J}$ .

Для решения поставленной задачи удобно правые части уравнений (5.87) разложить в ряд Фурье в виде

$$\begin{cases} \sigma_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \sin \alpha_n x, \\ \tau_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n \cos \alpha_n x, \end{cases} \quad (5.88)$$

где  $\alpha_n = \frac{n\pi}{l}$ ,  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  - коэффициенты Фурье, определяемые выражениями

$$\begin{cases} \sigma_n = \frac{2}{l} \int_0^c \sigma_0(\xi) \sin(\alpha_n \xi) d\xi, \\ \tau_n = \frac{2}{l} \int_0^c \tau_0(\xi) \cos(\alpha_n \xi) d\xi. \end{cases} \quad (5.89)$$

С учетом значений  $\sigma_0(x)$  и  $\tau_0(x)$  из (5.87) выражения (5.89) примут вид

$$\sigma_n = \frac{2}{l} K_1 \int_0^c \xi \sin(\alpha_n \xi) d\xi = \frac{2K_1}{\alpha_n^2 l} [\sin(\alpha_n c) - \alpha_n c \cos(\alpha_n c)]; \quad (5.90)$$

$$\tau_n = \frac{2}{l} K_2 \int_0^c (c^2 - \xi^2) \cos(\alpha_n \xi) d\xi = -\frac{4K_2}{\alpha_n^3 l} [\sin(\alpha_n c) + \alpha_n c \cos(\alpha_n c)]. \quad (5.91)$$

Таким образом, для нормальных и сдвигающих составляющих напряжений получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \sigma_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2K_1}{\alpha_n^2 \ell} \varphi_1(\alpha_n c) \sin(\alpha_n x), \\ \tau_0(x) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4K_2}{\alpha_n^3 \ell} \varphi_2(\alpha_n c) \cos(\alpha_n x), \end{cases} \quad (5.92)$$

где

$$\begin{cases} \varphi_1(\alpha_n c) = \sin(\alpha_n c) - \alpha_n c \cos(\alpha_n c), \\ \varphi_2(\alpha_n c) = \sin(\alpha_n c) + \alpha_n c \cos(\alpha_n c). \end{cases} \quad (5.93)$$

Учитывая линейную зависимость между напряжениями и перемещениями по краю сечения  $z = 0$ , для реакций от нормального и сдвигающего напряжений получим

$$P_c(x) = K_n V_c(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (P_n - \sigma_n) \sin(\alpha_n x), \quad (5.94)$$

$$q_c(x) = K_c U_c(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (q_n - \tau_n) \cos(\alpha_n x), \quad (5.95)$$

где  $P_c(x)$  и  $q_c(x)$  - реакции нормального и сдвигающего напряжений по краю сечения  $z = 0$ ;  $V_c(x)$ ,  $U_c(x)$  - нормальное и сдвигающее смещения краев сечения;  $K_n$  и  $K_c$  - коэффициенты объемных жесткостей в нормальном и сдвигающем направлениях;  $P_n$  ( $\kappa H/cm^2$ ),  $q_n$  ( $\kappa H/cm^2$ ) - коэффициенты Фурье для напряжения.

Пользуясь известными выражениями для определения перемещений  $V_c(x)$  и  $U_c(x)$  [203], имеем

$$\begin{cases} V_c(x) = -\left( \frac{2P_n}{\alpha_n E} - \frac{1-\nu}{\alpha_n G} q_n \right) \sin(\alpha_n x), \\ U_c(x) = -\left( \frac{1-\nu}{\alpha_n E} P_n - \frac{2q_n}{\alpha_n G} \right) \cos(\alpha_n x), \end{cases} \quad (5.96)$$

где  $E$  - модуль упругости материала диафрагмы при сжатии;  $G$  - модуль сдвига материала при сжатии;  $\nu$  - коэффициент Пуассона.

Подставляя значения  $V_c(x)$  и  $U_c(x)$  в (5.94) и (5.95), для величин  $P_n$  и  $q_n$  получим



$$P_n = \frac{\sigma_n \left(1 - \frac{2K_c}{\alpha_n G}\right) + \tau_n \left(\frac{1-v}{\alpha_n G}\right)}{\left[ \left(\frac{1-v}{\alpha_n G} K_n\right) \left(\frac{1-v}{\alpha_n E} K_c\right) + \left(1 + \frac{2K_n}{\alpha_n E}\right) \left(1 - \frac{2K_c}{\alpha_n G}\right) \right]}; \quad (5.97)$$

$$q_n = \frac{\sigma_n \left(1 - \frac{v}{\alpha_n E} K_c\right) - \tau_n \left(1 + \frac{2K_n}{\alpha_n E}\right)}{\left[ \left(\frac{1-v}{\alpha_n G} K_n\right) \left(\frac{1-v}{\alpha_n E} K_c\right) + \left(1 + \frac{2K_n}{\alpha_n E}\right) \left(1 - \frac{2K_c}{\alpha_n G}\right) \right]}. \quad (5.98)$$

С учетом значений  $\sigma_n = \frac{2K_1}{\alpha_n^2 l} \varphi_1(\alpha_n c)$  и  $\tau_n = -\frac{4K_2}{\alpha_n^3 l} \varphi_2(\alpha_n c)$  из (5.92), уравнения

(5.97) и (5.98) примут окончательный вид

$$P_n = \frac{\frac{2K_1}{\alpha_n^2 l} \left(1 - \frac{2K_c}{\alpha_n G}\right) \varphi_1(\alpha_n c) - \frac{4K_2}{\alpha_n^3 l} \left(\frac{1-v}{\alpha_n G}\right) \varphi_2(\alpha_n c)}{\left[ \left(\frac{1-v}{\alpha_n G} K_n\right) \left(\frac{1-v}{\alpha_n E} K_c\right) + \left(1 + \frac{2K_n}{\alpha_n E}\right) \left(1 - \frac{2K_c}{\alpha_n G}\right) \right]}; \quad (5.99)$$

$$q_n = \frac{\frac{2K_1}{\alpha_n^2 l} \left(\frac{1-v}{\alpha_n E}\right) K_c \varphi_1(\alpha_n c) + \frac{4K_2}{\alpha_n^3 l} \left(1 + \frac{2K_n}{\alpha_n E}\right) \varphi_2(\alpha_n c)}{\left[ \left(\frac{1-v}{\alpha_n G} K_n\right) \left(\frac{1-v}{\alpha_n E} K_c\right) + \left(1 + \frac{2K_n}{\alpha_n E}\right) \left(1 - \frac{2K_c}{\alpha_n G}\right) \right]}. \quad (5.100)$$

Для вычисления искомых величин напряжений  $P_c(x)$  и  $q_c(x)$  вернемся к уравнениям (5.94) и (5.95) и с учетом значений  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  из уравнений (5.92), а также  $P_c(x)$  и  $q_c(x)$  из (5.99) и (5.100) окончательно получим

$$\begin{cases} P_c(x) = \left[ P_n - \frac{2K_1}{\alpha_n^2 l} \varphi_1(\alpha_n c) \right] \sin(\alpha_n x), \\ q_c(x) = \left[ q_n + \frac{4K_2}{\alpha_n^3 l} \varphi_2(\alpha_n c) \right] \cos(\alpha_n x). \end{cases} \quad (5.101)$$

Для доказательства достоверности разработанной теории расчета на прочность диафрагмы с проемом необходимо в первую очередь установить значения объемных жесткостей  $K_n$  и  $K_c$ . При отсутствии их экспериментальных значений эти величины

рассчитываются по выражениям  $K_n \approx \frac{E}{h}$ ,  $K_c \approx \frac{G}{h}$ , где  $h$  - расстояние от горизонтальной

нагрузки  $Q$  до рассматриваемого сечения.

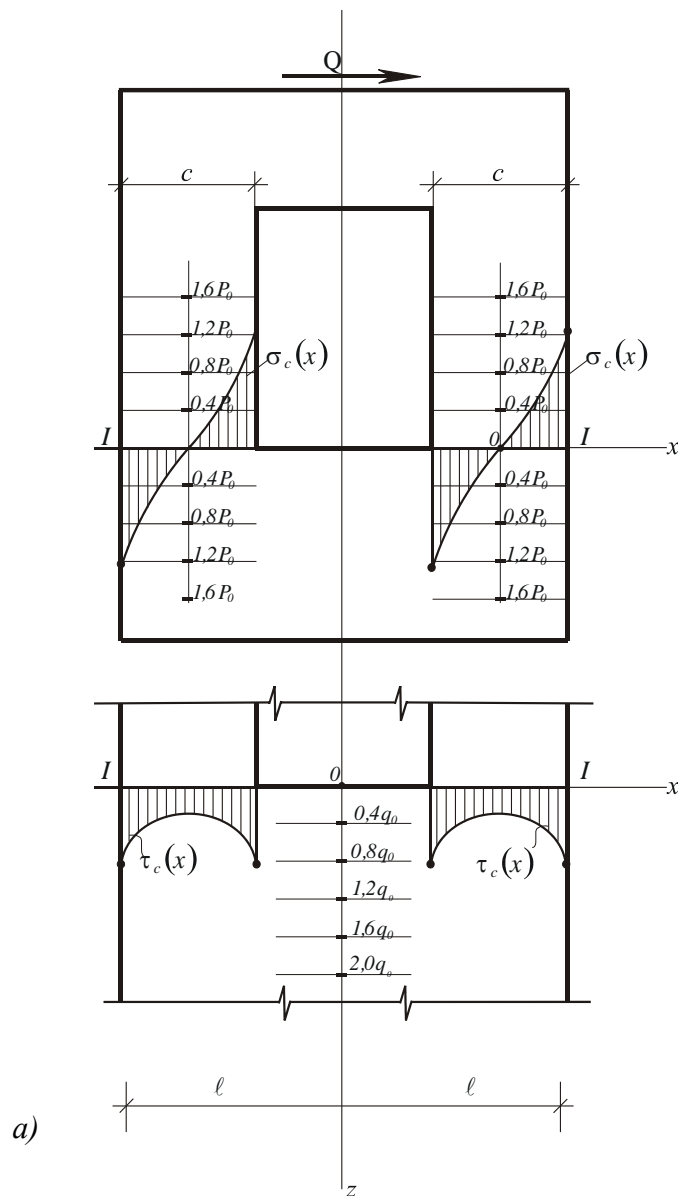
Для построения эпюр напряжений в сечениях диафрагмы с проемом воспользуемся следующими исходными данными:

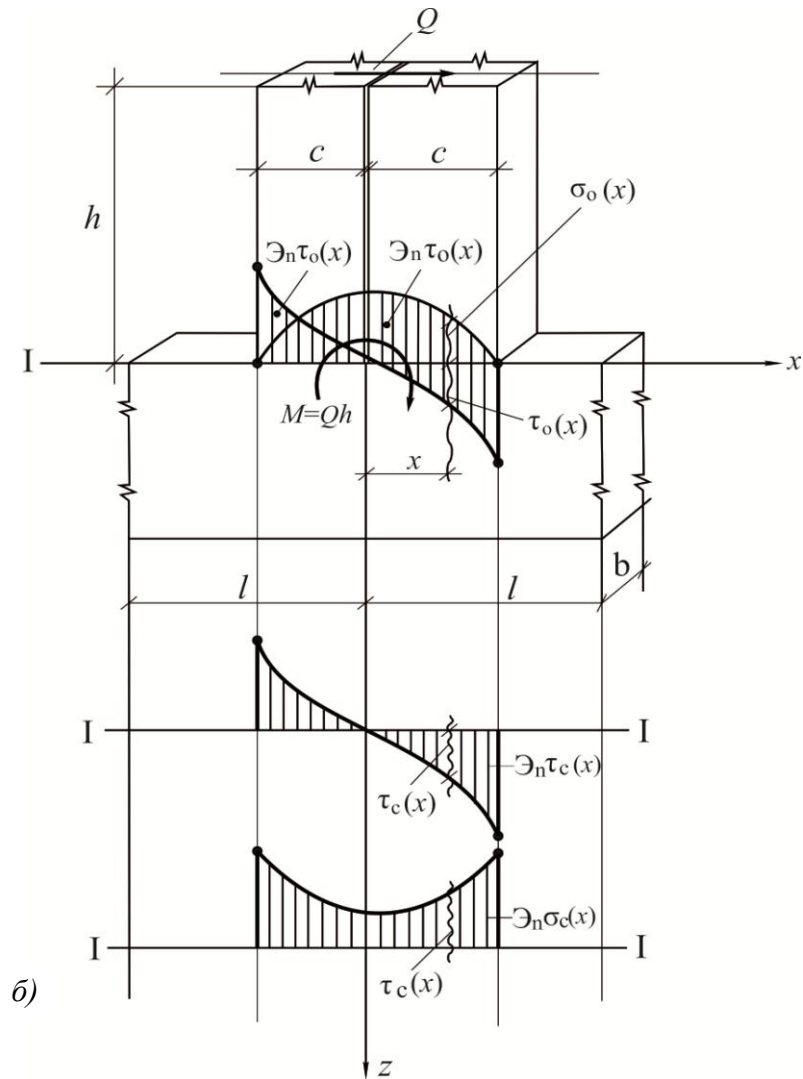
$$E = 10^3 \hat{e}l / \text{см}^2; \quad G = 0,8 \cdot 10^3 \hat{e}l / \text{см}^2; \quad Q = q_0 l; \quad M = Qh = q_0 lh;$$

$$l = 100 \text{ см}; \quad h = 150 \text{ см}; \quad b = 20 \text{ см}; \quad c = 30 \text{ см}; \quad \nu = 0,3; \quad J = \frac{b(2c)^3}{12}; \quad K_n = \frac{E}{h} = 10 \text{ кН/см}^3;$$

$$K_c = \frac{G}{h} = 8,0 \text{ кН/см}^3.$$

Эпюры распределения нормальных и сдвигающих напряжений представлены на рис. 5.8.





**Рис. 5.8.** Эпюры распределения нормальных и сдвигающих напряжений

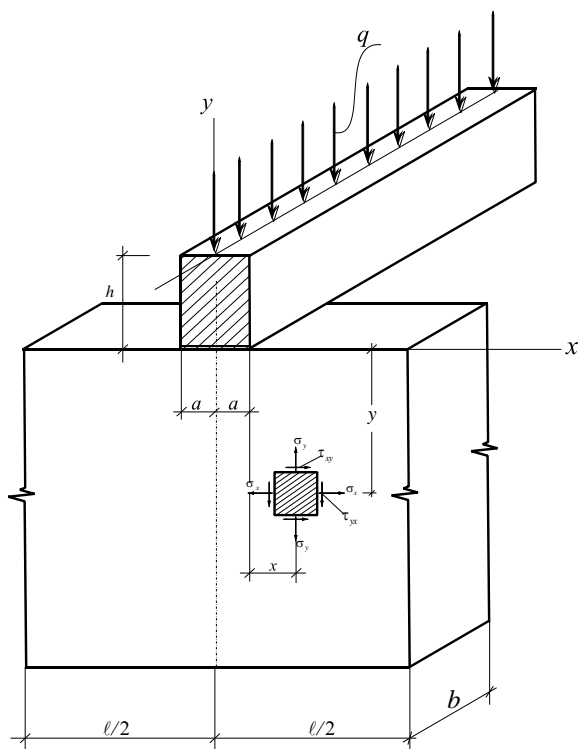
### **5.6. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СТЕНЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ОПИРАЮЩЕЙСЯ НА НЕЕ БАЛКИ**

Напряженно-деформированное состояние стены под воздействием опирающейся на нее балки внешне незаметное, однако в ряде случаев из-за неучета ряда факторов стена приходит в аварийное состояние.

Решая эту контактную задачу, необходимо учесть напряжения, возникающие не только в их контакте, но и по всей стене [35].

Рассматриваемая задача формулируется так: требуется определить напряженное состояние стены от воздействия нагрузки опирающейся на нее балки [5] (рис. 5.9).

Для решения задачи воспользуемся системой уравнений Ламэ [285]:



**Рис. 5.9.** Расчетная схема стены

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 U + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial e}{\partial x} = 0, \end{array} \right. \quad (5.102)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 V + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial e}{\partial y} = 0, \end{array} \right. \quad (5.103)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial y^2} = 0, \end{array} \right. \quad (5.104)$$

где  $U$  и  $V$  - перемещения в горизонтальном ( $U$ ) и вертикальном ( $V$ ) направлениях;  $e$  - объемная относительная деформация;  $\nu$  - коэффициент Пуассона.

При решении дифференциальных уравнений перемещений (5.102), (5.103) и (5.104) функции перемещений и объемной относительной деформации представим в виде ряда Фурье:

$$\left\{ \begin{array}{l} U(x, y) = U_n(y) \sin \alpha_n x, \end{array} \right. \quad (5.105)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x, y) = V_n(y) \cos \alpha_n x, \end{array} \right. \quad (5.106)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e(x, y) = e_n(y) \cos \alpha_n x, \end{array} \right. \quad (5.107)$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{l}, \quad (5.108)$$

где  $U_n(y)$ ,  $V_n(y)$  и  $e_n(y)$  - неизвестные функции, зависящие от координаты  $y$ ;  $l$  - длина рассматриваемой части стены.

Для определения функции  $e(x, y)$  подставим функцию (5.107) в уравнение (5.104).

В результате некоторых математических преобразований получим

$$\frac{\partial^2 e_n(y)}{\partial y^2} - \alpha_n^2 e_n(y) = 0, \quad (5.109)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e_n(y) = 0. \quad (5.110)$$

Решая дифференциальное уравнение (5.109), с учетом условия (5.110) получим

$$e_n(y) = C_{1n} e^{-\alpha_n y}. \quad (5.111)$$

Далее, подставляя ряд (5.111) в уравнения (5.102) и (5.103), получим

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 U_n(y)}{\partial y^2} - \alpha_n^2 U_n(y) &= \frac{1+v}{1-v} \alpha_n C_{1n} e^{-\alpha_n y}, \\ \frac{\partial^2 V_n(y)}{\partial y^2} - \alpha_n^2 V_n(y) &= \frac{1+v}{1-v} \alpha_n C_{1n} e^{-\alpha_n y}. \end{aligned} \right. \quad (5.112)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 U_n(y)}{\partial y^2} - \alpha_n^2 U_n(y) &= \frac{1+v}{1-v} \alpha_n C_{1n} e^{-\alpha_n y}, \\ \frac{\partial^2 V_n(y)}{\partial y^2} - \alpha_n^2 V_n(y) &= \frac{1+v}{1-v} \alpha_n C_{1n} e^{-\alpha_n y}. \end{aligned} \right. \quad (5.113)$$

Решение дифференциальных уравнений (5.112) и (5.113) приводит к следующим результатам:

$$U_n(y) = \left( C_{2n} - \frac{1+v}{1-v} \cdot \frac{y}{2} C_{1n} \right) e^{-\alpha_n y}, \quad (5.114)$$

$$V_n(y) = \left( C_{3n} - \frac{1+v}{1-v} \cdot \frac{y}{2} C_{1n} \right) e^{-\alpha_n y}. \quad (5.115)$$

Постоянные интегрирования  $C_{1n}$ ,  $C_{2n}$  и  $C_{3n}$  определим из граничных условий задачи. Одновременно используя

$$e(y, x) = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial V(x, y)}{\partial y} \quad (5.116)$$

и функции (5.105), (5.106), (5.107), получим

$$e_n(y) = \alpha_n U_n(y) + V_n'(y), \quad \left( V_n'(y) = \frac{\partial V_n}{\partial y} \right). \quad (5.117)$$

Далее, подставляя выражения (5.111), (5.114) и (5.115) в (5.116), получим следую-

щую зависимость:

$$C_{2n} - C_{3n} = \frac{C_{1n}}{2\alpha_n} \left( 2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \right), \quad (5.118)$$

где  $\left( 2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \right) = \frac{3-\nu}{1-\nu}$ .

Используя закон Гука и дифференциальную зависимость Ламэ, получим

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial U}{\partial x} + \nu \frac{\partial V}{\partial y} \right], \quad (5.119)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial V}{\partial y} + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right], \quad (5.120)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right]. \quad (5.121)$$

Дифференцируя функции  $U(x, y)$  и  $V(x, y)$ ,  $\left( \frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y} \right)$  и пользуясь выраже-

ниями (5.114) и (5.115), получим

$$\frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = \left[ \alpha_n C_{2n} - \frac{1+\nu}{1-\nu} (\alpha_n y) \frac{C_{1n}}{2} \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x, \quad (5.122)$$

$$\frac{\partial V(x, y)}{\partial y} = - \left[ \alpha_n C_{3n} + \frac{1+\nu}{1-\nu} (1 - \alpha_n y) \frac{C_{1n}}{2} \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x, \quad (5.123)$$

$$\frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = - \left[ \alpha_n C_{2n} + \frac{1+\nu}{1-\nu} (1 - \alpha_n y) \frac{C_{1n}}{2} \right] e^{-\alpha_n y} \sin \alpha_n x, \quad (5.124)$$

$$\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} = - \left[ \alpha_n C_{3n} - \frac{1+\nu}{1-\nu} (\alpha_n y) \frac{C_{1n}}{2} \right] e^{-\alpha_n y} \sin \alpha_n x. \quad (5.125)$$

Подставляя (5.122), (5.123), (5.124) и (5.125) соответственно в (5.119), (5.120) и (5.121), получим значения соответствующих функций напряжений:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \alpha_n (C_{2n} - \nu C_{3n}) - \frac{1+\nu}{2} C_{1n} \left( \alpha_n y + \frac{\nu}{1-\nu} \right) \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x, \quad (5.126)$$

$$\sigma_y = - \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \alpha_n (C_{3n} - \nu C_{2n}) - \frac{1+\nu}{2} C_{1n} \left( \alpha_n y + \frac{\nu}{1-\nu} \right) \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x, \quad (5.127)$$

$$\tau_{xy} = - \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \alpha_n (C_{2n} + C_{3n}) + \frac{1+\nu}{2(1-\nu)} C_{1n} (1 - 2\alpha_n y) \right] e^{-\alpha_n y} \sin \alpha_n x. \quad (5.128)$$

Используя (5.118), можно из выражений напряжений найти величину  $C_{3n}$ :

$$C_{3n} = -\frac{C_{1n}}{2\alpha_n} \left( 2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \right) + C_{2n},$$

тогда

$$\sigma_x = \frac{E}{1+\nu} \left[ \alpha_n C_{2n} + \left( \nu - \frac{1+\nu}{2} \right) \frac{C_{1n}}{1-\nu} \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x, \quad (5.129)$$

$$\sigma_y = -\frac{E}{1+\nu} \left[ \alpha_n C_{2n} - \left( 1 + \frac{1+\nu}{2} \alpha_n y \right) \frac{C_{1n}}{1-\nu} \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x, \quad (5.130)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{E}{1+\nu} \left[ \alpha_n C_{2n} - \left( 1 + \frac{1+\nu}{2} \alpha_n y \right) \frac{C_{1n}}{2} \right] e^{-\alpha_n y} \sin \alpha_n x. \quad (5.131)$$

Для определения  $C_{2n}$  и  $C_{1n}$  сначала выразим внешнюю силу рядом Фурье:

$$q(x) = \frac{2}{l} \int_0^a q \cos \alpha_n x dx = \frac{2q}{\alpha_n l} \sin \alpha_n a, \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{l},$$

$$q(x) = \frac{2q}{\alpha_n l} \sin \alpha_n a \cos \alpha_n x, \quad (5.132)$$

где  $a$  - полудлина опорной части балки.

Рассмотрим граничные условия:

$$1) \quad y=0; \quad \sigma_y /_{y=0} = -q(x).$$

Подставляя  $y=0$  в выражение (5.131), получим

$$\frac{E}{1+\nu} \left[ \alpha_n C_{2n} - \frac{C_{1n}}{1-\nu} \right] = q(x) = \frac{2q}{\alpha_n l} \sin \alpha_n a$$

или

$$\alpha_n C_{2n} - \frac{C_{1n}}{1-\nu} = \frac{2q(1+\nu)}{\alpha_n l E} \sin \alpha_n a. \quad (a)$$

$$2) \quad y=0; \quad \tau_{xy} /_{y=0} = 0$$

$$\alpha_n (C_{2n} + C_{3n}) + \frac{C_{1n}}{2} \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} \right) = 0$$

или

$$\alpha_n C_{2n} - \frac{C_{1n}}{2} = 0; \quad C_{2n} = \frac{C_{1n}}{2\alpha_n}. \quad (б)$$

Используя (а) и (б), получим

$$\frac{C_{1n}}{2} - \frac{C_{1n}}{1-\nu} = \frac{2q(1+\nu)}{\alpha_n l E} \sin \alpha_n a,$$

$$C_{1n} = -\frac{4q(1-\nu)}{\alpha_n l E} \sin \alpha_n a = \frac{2q}{\alpha_n l} \sin \alpha_n a, \quad (5.133)$$

$$\alpha_n C_{2n} = \frac{2q(1-\nu)}{\alpha_n l E} \sin \alpha_n a. \quad (5.134)$$

Имея величины  $\alpha_n$ ,  $C_{2n}$  и  $C_{1n}$  и подставляя их в выражения (5.129), (5.130) и (5.131), получим окончательные функции напряжений:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_x &= \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) 2q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n a}{\alpha_n l} \left[ 1 + \left( \nu - \frac{1+\nu}{2} \alpha_n y \right) \frac{2}{1-\nu} \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x; \end{aligned} \right. \quad (5.135)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_y &= -\left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) 2q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n a}{\alpha_n l} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1+\nu}{2} \alpha_n y \right) \frac{2}{1-\nu} \right] e^{-\alpha_n y} \cos \alpha_n x; \end{aligned} \right. \quad (5.136)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{xy} &= -\left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) 2q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n a}{\alpha_n l} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_n y \right) \right] e^{-\alpha_n y} \sin \alpha_n x. \end{aligned} \right. \quad (5.137)$$

Таким образом, имея функции составляющих напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$ , а также следующие начальные данные:  $l=400$  см;  $H=300$  см;  $b = \frac{h}{2} = 20$  см;  $a = \frac{b}{2} = 10$  см;  $\nu = 0,3$

$\alpha_n = \frac{n\pi}{l}$ ,  $\alpha_n l = n\pi$ ,  $\alpha_n a = \frac{n\pi a}{l}$ , получим

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) 2q \left\{ \frac{\sin \frac{\pi a}{l}}{\pi} \left[ 1 + \left( \nu - \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot y \right) \frac{2}{1-\nu} \right] e^{-\frac{\pi y}{l}} \cdot \cos \frac{\pi x}{l} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin \frac{2\pi a}{l}}{2\pi} \left[ 1 + \left( \nu - \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{2\pi}{l} \cdot y \right) \frac{2}{1-\nu} \right] e^{-\frac{2\pi y}{l}} \cdot \cos \frac{2\pi x}{l} \right\}, \end{aligned} \quad (5.138)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y &= -\left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) 2q \left\{ \frac{\sin \frac{\pi a}{l}}{\pi} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\pi y}{l} \right) \frac{2}{1-\nu} \right] e^{-\frac{\pi y}{l}} \cdot \cos \frac{\pi x}{l} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin \frac{2\pi a}{l}}{\pi} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\pi y}{l} \right) \frac{2}{1-\nu} \right] e^{-\frac{2\pi y}{l}} \cdot \cos \frac{\pi x}{l} \right\}, \end{aligned} \quad (5.139)$$



$$\tau_{xy} = -\left(\frac{1-\nu}{1+\nu}\right)2q \left\{ \frac{\sin \frac{\pi a}{l}}{\pi} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{\pi y}{l} \right) e^{-\frac{\pi y}{l}} \cdot \sin \frac{\pi x}{l} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sin \frac{\pi a}{l}}{\pi} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{\pi y}{l} \right) e^{-\frac{\pi y}{l}} \right] e^{-\frac{\pi y}{l}} \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \right] \right\}. \quad (5.140)$$

В сечениях  $x=0$  и  $y=0$  эпюры напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  будут иметь следующий вид (рис. 5.10):

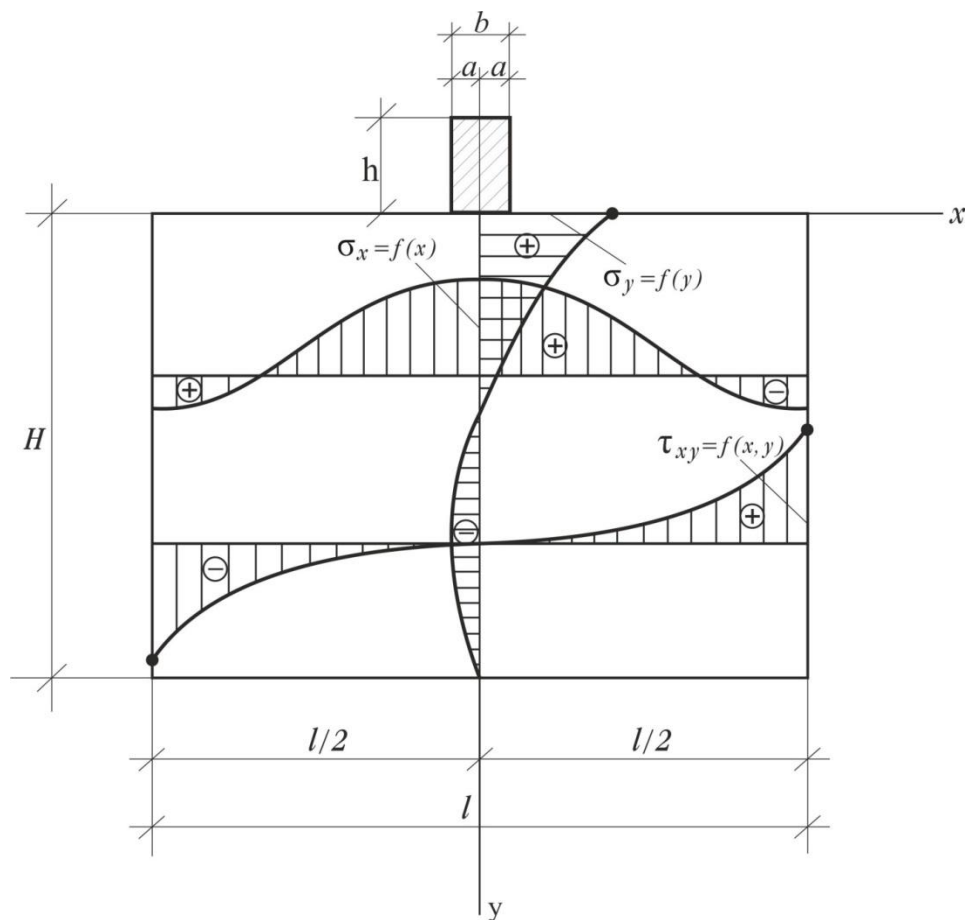


Рис. 5.10. Эпюры напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  в сечениях  $x=0$  и  $y=0$

Построим графики:

- 1) напряжения  $\sigma_x$  стены в сечениях  $y=0$ ,  $y=50$ ,  $y=100$ ,  $y=150$ ,  $y=200$ ,  $y=250$  и  $y=300$ ;
- 2) напряжения  $\sigma_y$  стены в сечениях  $x=-200$ ,  $x=-150$ ,  $x=-100$ ,  $x=-50$ ,  $x=0$ ,

$x = 50, x = 100, x = 150$  и  $x = 200$ ;

- 3) напряжения  $\tau_{xy}$  стены в сечениях  $y = 50, y = 100, y = 150, y = 200, y = 250$  и  $y = 300$ .

Эпюры напряжений  $\sigma_x, \sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  приведены на рис. 5.11.

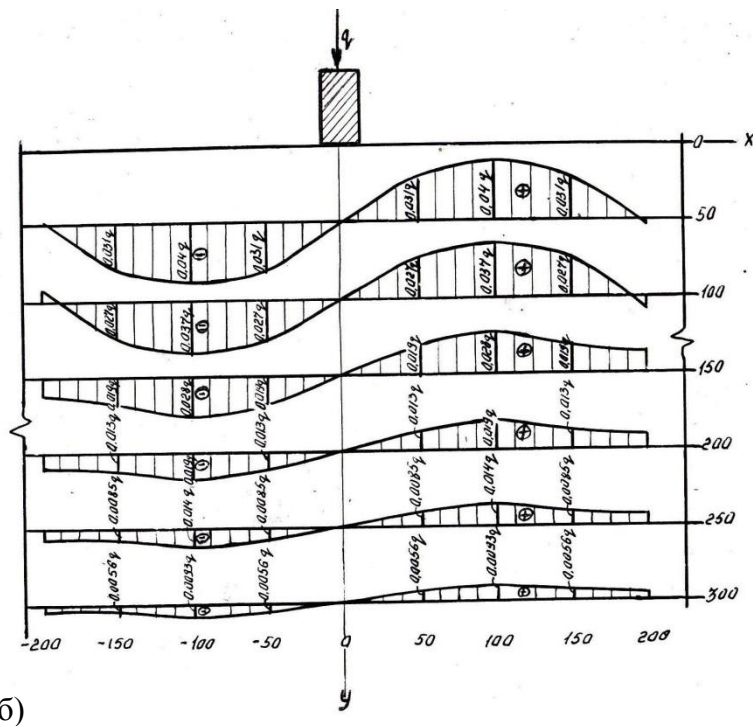
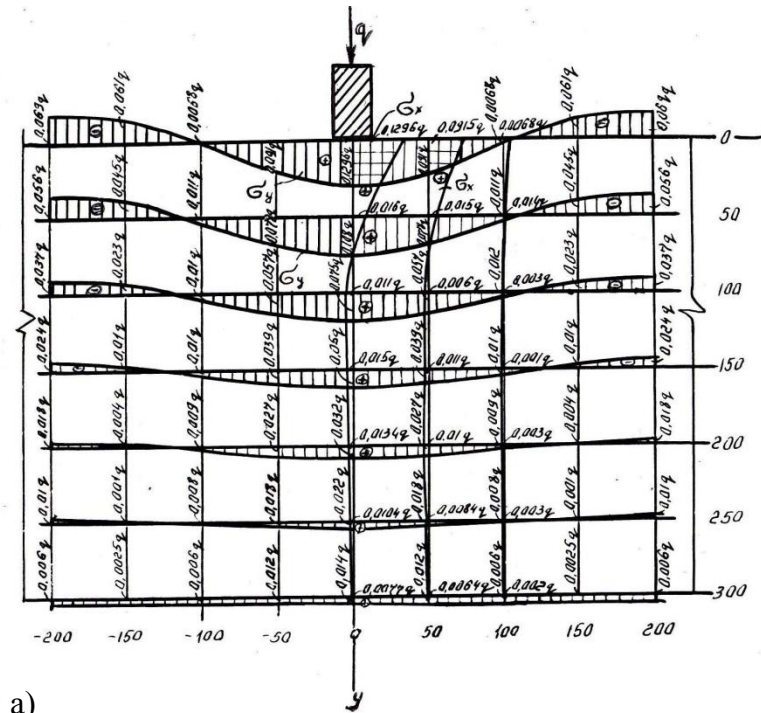


Рис. 5.11. Эпюры нормальных ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) (а) и касательных ( $\tau_{xy}$ ) напряжений (б)

## Выводы по главе 5

1. Зная величину коэффициента концентрации напряжений ( $K$ ) из (5.19), можно с легкостью определить величину максимального депланационного напряжения в критических точках, поскольку при высоких градиентах напряжений в них возникают пластические деформации, приводящие к образованию трещин, которые в дальнейшем создают зоны разрушения.

Предложенный метод расчета местных напряжений в углах несущей диафрагмы позволяет достаточно точно определить коэффициент концентрации напряжений (5.19) в критических точках (в углах отверстий), где моментный депланационный сдвиг достигает максимальной величины.

2. Из (5.37) следует, что при  $V_B \rightarrow \infty$ ,  $K \rightarrow 0$  имеем линейное распределение напряжения. С учетом образования и раскрытия трещин жесткость связей  $B_{кр}$  определяется по формуле (5.39).
3. Полученные уравнения, описывающие напряженно-деформированное состояние несущей диафрагмы крупнопанельных зданий (5.59) и (5.60), позволяют определить коэффициенты жесткостей несущих элементов зданий в их опасных сечениях и использовать их в проектных работах на стадии проектирования.
4. В результате разработки теории расчета коэффициентов жесткостей стен крупнопанельных зданий установлено, что величина коэффициента жесткости нормальных связей в среднем в два раза превышает величину коэффициента жесткости связей сдвига.
5. Для определения функции распределения напряжений на переходном участке колонны целесообразно предварительно ее выразить рядом Фурье (5.77), причем первые три члена ряда достаточны для использования результатов расчетов при решении практических задач.

Результаты расчетов показали, что распределение напряжений на переходном участке колонны в основном зависит от величины  $\frac{2K_c \delta}{E} h$ , с увеличением которой максимально возрастает величина напряжения. С целью уменьшения напряжения

предлагается закругление углов переходных участков.

6. Анализ построенных на основании приведенных данных эпюр напряжений (рис. 5.8) показал, что максимальные значения нормальных и касательных напряжений концентрируются в переходных участках диафрагмы.

Согласно нашим и имеющимся экспериментальным данным, разрушение диафрагмы с проемами происходит именно в переходных участках [69, 203].

Учитывая достоверность разработанной теории расчета, рекомендуется их применять на стадии проектирования крупнопанельных зданий. Расчеты на прочность диафрагмы следует проводить по полученным уравнениям напряжений (5.101).

7. Полученные формулы (5.138), (5.139), (5.140) и эпюры напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  (рис. 5.10 и 5.11) позволяют более результативно выполнить усиление стен.

## 6. ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Под воздействием динамической нагрузки, возникающей от волнового характера напряжений и деформаций, элементы стены здания приходят в различное напряженно-деформированное состояние. При динамической нагрузке высокой интенсивности здание испытывает вначале упругую деформацию, далее пластическую и при определенной продолжительности нагрузки подвергается разрушению [11, 56, 135, 149, 194, 197, 212, 231].

Обычно граница упруго-пластического состояния не всегда четко выражается. В этом процессе от изменения формы здания изменяется также поле напряжения, приводящее к дальнейшему развитию деформации элементов системы, обуславливающих возникновение сдвигающих и нормальных напряжений. При воздействии этих напряжений в плоскости смещения в направлении скольжения и перпендикулярно к нему напряжения достигают предельного значения, в результате чего наступает процесс разрушения [248, 280, 298].

Установлено, что возникаемые разрушения развиваются путем сдвига (от касательных напряжений) и отрыва (от нормальных напряжений) [194, 195, 197, 199].

По данным литературных источников, при внезапной нагрузке в вертикальном и горизонтальном направлениях возникаемые напряжения в столбах и перемычках диафрагмы достигают значительных величин. Сказанное требует расчета прочности диафрагмы на отрыв. Опасные срезающие напряжения в перемычках возникают от горизонтальной нагрузки [195-211].

Думается, что для решения рассматриваемой задачи следует согласиться с мнением о разложении динамической нагрузки на горизонтальные и вертикальные волны, каждую из которых необходимо рассмотреть в отдельности. Заметим, что под воздействием упругих волн срезающие напряжения в связях и стыках возникают одновременно. Вместе с тем особое внимание следует уделить напряжению в связях, поскольку этот элемент более подвержен разрушению.

## **6.1. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ФУНДАМЕНТА НА КОЛЕБАНИЯ ЗДАНИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ**

При проектировании зданий всегда возникает вопрос учета взаимной работы их подземных частей и основания.

Результаты наших исследований показывают, что система «здание-фундамент-основание» работает как единое целое, поэтому деформация фундамента в грунтовой среде также значительно влияет на общее напряженно-деформированное состояние здания [92, 93, 106, 127, 128, 178, 203].

Из-за податливости грунта основания нагрузки перераспределяются, что, несомненно, уменьшает величины внутренних динамических усилий в здании [30, 152].

Поскольку методика учета взаимодействия основания здания и грунта окончательно не разработана, то для оценки влияния жесткости фундамента на работу подземной части здания обычно пользуются приближенными методами расчета [1].

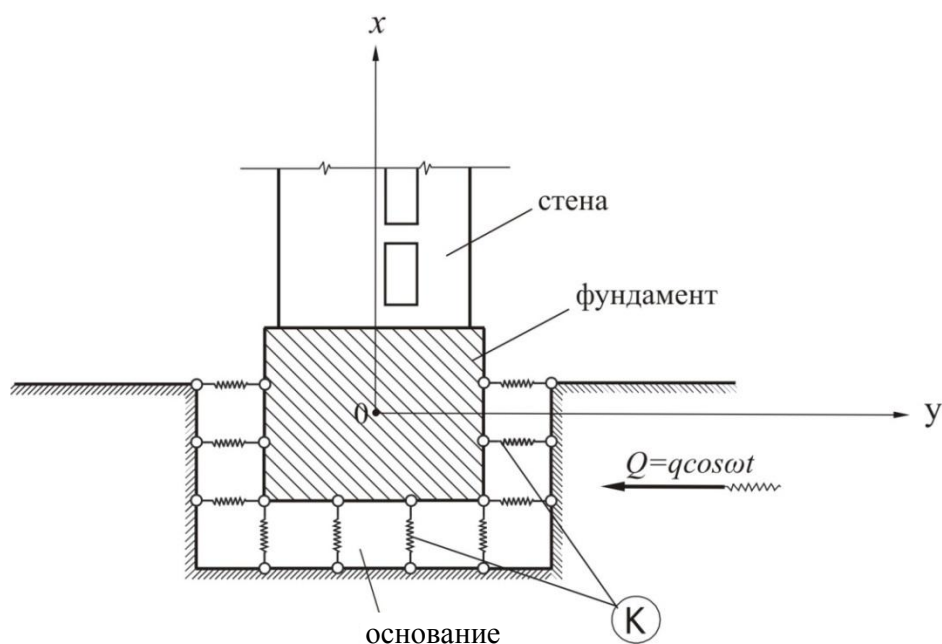
При динамическом действии нагрузки решение задачи значительно усложняется, так как в зависимости от волнового характера напряжений и деформаций их распределение достаточно сложное [12, 316]. Каждую динамическую нагрузку можно условно разложить на горизонтальную и вертикальную составляющие волн. Поскольку более опасными для здания являются горизонтальные динамические нагрузки, то здесь рассматривается горизонтальная составляющая.

Расчетная схема для определения колебания фундамента приведена на рис. 6.1.

При горизонтальном динамическом воздействии нагрузки дифференциальное уравнение для амплитудных прогибов зданий с учетом жесткости грунта основания можно представить в виде [80]:

$$DW^{IV}(x,t) - NW''(x,t) + pW'(x,t) + KW(x,t) + m\ddot{W}(x,t) = q \cos \omega t, \quad (6.1)$$

где  $W(x,t)$  - прогиб здания от динамической нагрузки;  $D, m, p$  - соответственно изгибная жесткость, погонная масса и интенсивность продольной силы;  $K, N, q$  - соответственно коэффициент жесткости грунта, продольная сила и амплитуда интенсивности динамичес-



**Рис. 6.1.** Расчетная схема для определения горизонтальной составляющей нагрузки на здание от колебания фундамента

кой горизонтальной нагрузки;  $\omega$  - частота колебаний от внешней нагрузки.

Интегрирование дифференциального уравнения (6.1) может быть возможным, если заранее будет известен коэффициент жесткости грунта ( $K$ ) [37].

С другой стороны, коэффициент жесткости грунта связан с амплитудными колебаниями фундамента здания [91]. Поэтому дифференциальное уравнение колебания фундамента с учетом деформирования и неупругого сопротивления имеет вид

$$\ddot{x}(t) + 2n\dot{x}(t) + \lambda^2 [x(t) + \beta x^3(t)] = q \cos \omega t, \quad (6.2)$$

где  $x(t)$  - изменение амплитуды колебаний фундамента;  $n$  - коэффициент затухания;  $\lambda$  - частота колебания фундамента;  $q$  - максимальная амплитуда внешней динамической нагрузки;  $\beta$  - малый параметр, т.е. принимается, что закон изменения восстанавливающейся силы незначительно отклоняется от линейного закона.

Учитывая сложность интегрирования нелинейного дифференциального уравнения, попытаемся решить его приближенным способом – методом Рунге. Согласно этому методу, работа, совершаемая этой системой сил на любом виртуальном перемещении  $\delta x(t)$ , должна равняться нулю:

$$\left\{ [\ddot{x}(t) + 2n\dot{x}(t)] + \lambda^2 [x(t) + \beta x^3(t)] - q \cos \omega t \right\} \delta x(t) = 0. \quad (6.3)$$

Поскольку вынужденное колебание здесь не совпадает по фазе с возмущающей силой, то в первом приближении амплитудные колебания можно представить в виде

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t = C \sin(\omega t - \varphi_0), \quad (6.4)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  - неизвестные постоянные,

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \left( \frac{A}{B} \right), \quad (6.5)$$

$\varphi_0$  - начальная фаза колебания;  $C$  - максимальное значение амплитуды колебания.

Для функции (6.4) возможное перемещение будет

$$\delta x(t) = \delta(A \cos \omega t + B \sin \omega t). \quad (6.6)$$

Подставляя это выражение в (6.3), находим, что равенство левой части не равно нулю и не выполняется для любого момента  $t$ . Так как уравнение колебания (6.4) является лишь приближенным, то для получения достаточно точного решения необходимо параметры  $A$  и  $B$  выбрать таким образом, чтобы среднее значение виртуальной работы за цикл равнялось нулю, т.е.

$$\int_0^{t_0} \left\{ [\ddot{x}(t) + 2n\dot{x}(t)] + \lambda^2 [x(t) + \beta x^3(t)] \right\} \varphi_i(t) dt = 0, \quad i(1, 2), \quad (6.7)$$

где  $\varphi_1(t) = \cos \omega t$ ;  $\varphi_2(t) = \sin \omega t$ ;  $t_0$  - предел периода одного цикла колебания.

Таким образом, для определения постоянных  $A$  и  $B$  воспользуемся способом усреднения.

Составим два уравнения в виде (6.7). В данном случае таковыми будут

$$\int_0^{t_0} \left\{ [\ddot{x}(t) + 2n\dot{x}(t)] + \lambda^2 [x(t) + \beta x^3(t)] - q \cos \omega t \right\} \cos \omega t dt = 0; \quad (6.8)$$

$$\int_0^{t_0} \left\{ [\ddot{x}(t) + 2n\dot{x}(t)] + \lambda^2 [x(t) + \beta x^3(t)] - q \cos \omega t \right\} \sin \omega t dt = 0. \quad (6.9)$$

Подставляя выражения



$$\begin{cases} x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t, \\ \dot{x}(t) = -\omega(A \sin \omega t - B \cos \omega t), \\ \ddot{x}(t) = -\omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t) \end{cases} \quad (6.10)$$

в (6.8) и (6.9), получим

$$\begin{cases} \int_0^{t_0} \left\{ [-\omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t)] - 2n\omega[A \sin \omega t + B \cos \omega t] + \right. \\ \left. + \lambda^2[(A \cos \omega t + B \sin \omega t)] + \beta[(A \cos \omega t + B \sin \omega t)^3] - q \cos \omega t \right\} \cos \omega t dt = 0, \\ \int_0^{t_0} \left\{ [-\omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t)] - 2n\omega[A \sin \omega t + B \cos \omega t] + \right. \\ \left. + \lambda^2[(A \cos \omega t + B \sin \omega t)] + \beta[(A \cos \omega t + B \sin \omega t)^3] - q \cos \omega t \right\} \sin \omega t dt = 0. \end{cases} \quad (6.11)$$

Выполняя интегрирование, получим следующие уравнения для определения амплитуды и фазы вынужденных колебаний:

$$\begin{cases} -A\omega^2 + 2n\omega B + \lambda^2 \left( A + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) - q = 0; \\ -B\omega^2 + 2n\omega A + \lambda^2 \left( B + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) = 0, \end{cases} \quad (6.12)$$

или, учитывая что  $A = C \cos \varphi_o$  и  $B = C \sin \varphi_o$ , получим

$$\begin{cases} -\omega^2 \cos \varphi_o + 2n\omega \sin \varphi_o + \lambda^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) \cos \varphi_o = \frac{q}{C}; \end{cases} \quad (6.13)$$

$$\begin{cases} -\omega^2 \sin \varphi_o + 2n\omega \cos \varphi_o - \lambda^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) \sin \varphi_o = 0. \end{cases} \quad (6.14)$$

Умножая первое из этих уравнений на  $\cos \varphi_o$ , а второе – на  $\sin \varphi_o$  и суммируя их, получим

$$\lambda^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) = \frac{q}{C} \cos \varphi_o. \quad (6.15)$$

Аналогично умножая первое уравнение на  $\sin \varphi_o$ , а второе – на  $\cos \varphi_o$  и вычитая второе из первого, находим

$$2n\omega = \frac{q}{C} \sin \varphi_o. \quad (6.16)$$

Из последних двух уравнений (6.15) и (6.16) получим

$$\left[ \lambda^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) - \omega^2 \right]^2 + 4n^2 \omega^2 = \left( \frac{q}{C} \right)^2 \quad (6.17)$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi_o = \frac{2n\omega}{\theta^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) - \omega^2}. \quad (6.18)$$

Для каждого частного случая можно из этих двух уравнений (6.17; 6.18) определить амплитуду ( $C$ ) и фазовый угол ( $\varphi_o$ ).

Для этой цели преобразуем уравнения (6.17) и (6.18), т.е.

$$\left( \beta^2 \lambda^4 \right) C^6 + \frac{8}{3} \lambda^2 (\lambda^2 - \omega^2) C^4 + \frac{16}{9} (\omega^4 + \lambda^4 + 4n^2 \omega^2 - 2\lambda^2 \omega^2) C^2 - \frac{16}{9} q^2 = 0, \quad (6.19)$$

а

$$\varphi_o = \operatorname{arctg} \frac{2n\omega}{\lambda^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \beta C^2 \right) - \omega^2}. \quad (6.20)$$

Из уравнения (6.19) методом последовательного приближения определяем значение амплитуды  $C$ , а из (6.20) – угол фазы  $\varphi_o$ .

Таким образом, зная значения  $C$  и  $\varphi_o$  для колебания фундамента, можно при помощи уравнения (6.4) определить функцию  $x(t)$ , а следовательно, и коэффициент взаимодействия фундамента и грунта основания ( $K$ ).

## **6.2. МЕТОД РАСЧЕТА КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СТЫКОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ СТЕН ЗДАНИЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ**

При воздействии динамических сил, в зависимости от волнового характера напряжений и деформаций, отдельные части здания находятся в различном напряженно-дефор-

мированном состоянии [197, 253, 320, 339].

В процессе динамического нагружения вследствие разницы деформаций поперечных и продольных стен зданий в местах их соединения в горизонтальном и вертикальном направлениях образуются нормальные и значительные касательные напряжения [10, 11, 21-23, 62, 84, 145, 203, 271-273, 275, 329, 334, 354].

Под нагрузкой высокой интенсивности здание вначале подвергается упругим деформациям, а затем - пластической деформации, которые могут привести к разрушению его соединений [203].

Если динамическая нагрузка затухает, но стены еще находятся на стадии упругой деформации, здание принимает начальное состояние устойчивости [143].

Конструкции зданий, подвергнутых пластическим деформациям, после снятия нагрузки еще сохраняют остаточные деформации, оставаясь неразрушенными.

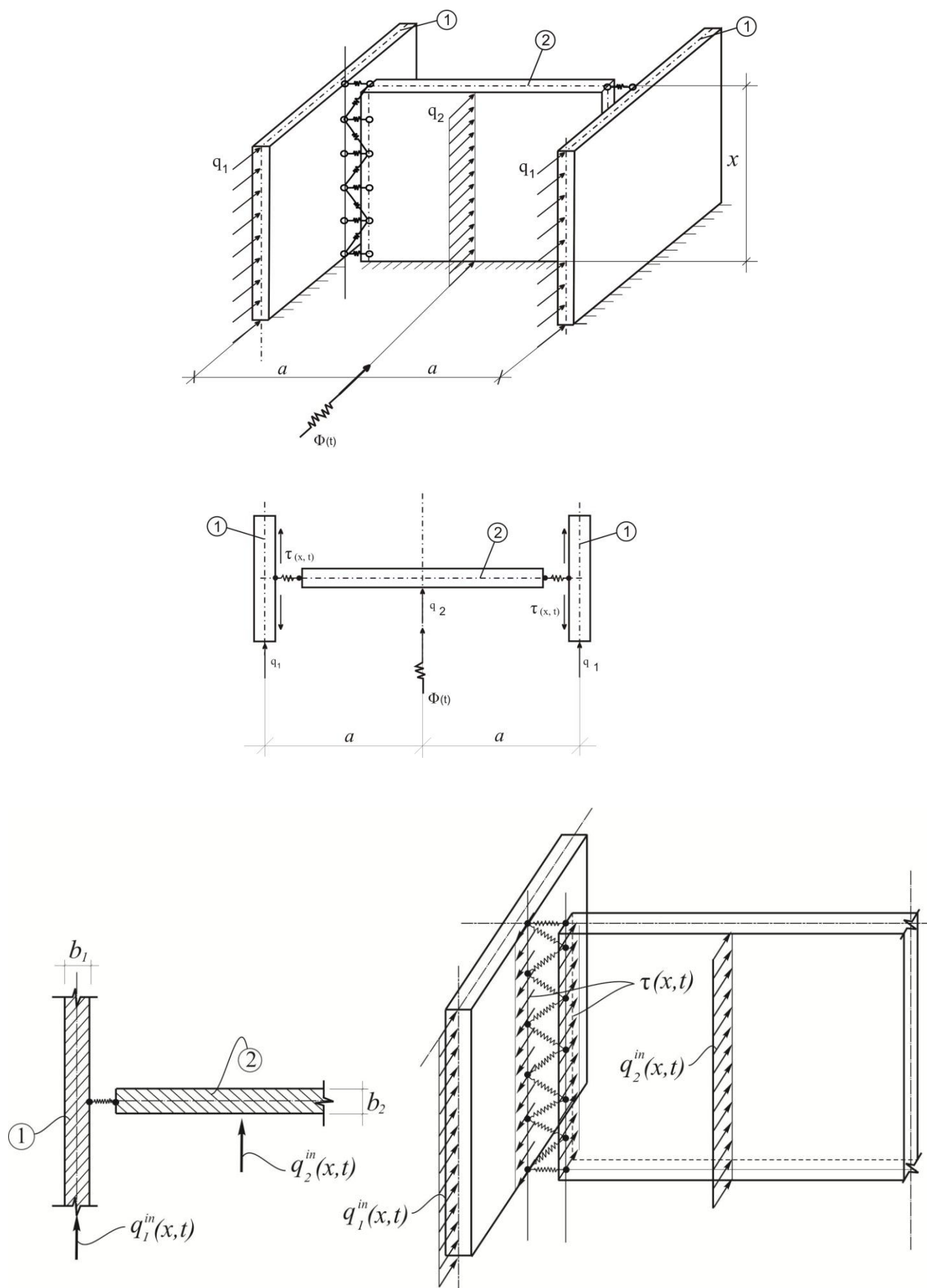
В процессе динамической нагрузки изменение формы здания приводит к изменению поля напряжений, что существенно влияет на дальнейшее развитие деформаций между элементами здания [106].

Вопросы возникновения динамических сил в каждом из элементов зданий, возбуждаемых под воздействием упругих волн и вызывающих срезающие напряжения в стыковых связях, достаточно четко рассмотрены С.П. Тимошенко [286] и Н.В. Бутениным [36].

Рассмотрим задачу установления динамических срезающих напряжений в стыковых соединениях несущих продольных и поперечных стен под воздействием внезапной горизонтальной нагрузки.

С этой целью при деформации здания от воздействия горизонтальной динамической нагрузки, когда наружные и внутренние стены отделяются друг от друга в плоскости наружных стен, для исследований применяется метод определения динамических касательных напряжений в швах соединений наружных и внутренних несущих стен [6] (рис. 6.2).

Основное внимание здесь уделяется определению напряжений в связях, поскольку



**Рис. 6.2.** Схема расчета напряжений в стыковых соединениях наружных продольных и внутренних поперечных стен:  
 1 - наружная продольная стена; 2 - внутренняя поперечная стена

совместная работа несущих продольных и поперечных стен обеспечивает стыковые связи, и, как показывает практика, в большинстве случаев этот элемент стены разрушается первым [21, 22, 23, 25-28, 62, 84-86, 145, 146, 289, 290, 299, 325]. Определение величин этих напряжений может дать полезную информацию проектировщикам и позволит минимизировать возможные разрушения связей при указанной динамической нагрузке.

Установим величины касательных напряжений, вызывающих деформацию стен в горизонтальном направлении, поскольку эти напряжения более опасны.

В расчетной модели соединения между наружной и внутренней стенами по высоте здания заменяются равномерно распределенными податливыми связями, а масса здания по высоте принимается равномерно распределенной (рис. 6.2).

Динамические уравнения колебаний поперечных и продольных стен представим в следующем виде:

$$\begin{cases} D_1 \frac{\partial^4 y_1(x,t)}{\partial x^4} + \tau(x,t)\delta_c = -\frac{q_1}{g} \cdot \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2}, \\ D_2 \frac{\partial^4 y_2(x,t)}{\partial x^4} - \tau(x,t)\delta_c = -\frac{q_2}{g} \cdot \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2}, \end{cases} \quad (6.21)$$

где  $\tau(x,t)$  - искомое динамическое касательное напряжение;  $y_1(x,t)$  и  $y_2(x,t)$  - динамические прогибы соответственно во внутренней и наружной стенах здания;  $q_1$  и  $q_2$  - линейный вес первого и второго элементов;  $\delta_c$  - ширина шва;  $D_1$  и  $D_2$  - изгибная жесткость первого и второго элементов.

При учете соответствующей зависимости между перемещением сдвига и касательным напряжением будем иметь:

$$K_c[y_2(x,t) - y_1(x,t)] = \tau(x,t)\delta_c, \quad (6.22)$$

где  $K_c$  - коэффициент жесткости связей сдвига в горизонтальном направлении.

Решение системы дифференциальных уравнений (6.21) можно привести к решению одного дифференциального уравнения. Для этого, разделив первое уравнение (6.21) системы на  $D_1$ , а второе - на  $D_2$ , вычитая от первого второе, с учетом известного соотно-

шения  $q_1 = q \frac{D_1}{\Sigma D}$  [193] и условия (6.22) получим

$$\frac{\partial^4 \tau(x,t)}{\partial x^4} - \alpha^4 \tau(x,t) = \beta^2 \frac{\partial^2 \tau(x,t)}{\partial t^2}, \quad (6.23)$$

где  $\alpha^4 = K_c \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right)$ ,  $\beta^2 = \frac{q}{gD}$ ,  $q = q_1 + q_2$ ,  $\Sigma D = D_1 + D_2$ , ( $i = 1, 2$ ).

Для решения дифференциального уравнения (6.23) воспользуемся методом Фурье.

Для этого  $\tau(x,t)$  представим в виде

$$\tau(x,t) = \bar{\tau}(x)\phi(t). \quad (6.24)$$

Подставляя  $\tau(x,t)$  в (6.23) и отделив переменную, получим

$$\frac{d^4 \bar{\tau}(x)}{dx^4} - \alpha^4 \bar{\tau}(x) = -\beta^2 \frac{1}{\phi(t)} \cdot \frac{d^2 \phi(t)}{dt^2} = k^2. \quad (6.25)$$

Таким образом, вместо уравнения (6.25) будем иметь

$$\begin{cases} \frac{d^4 \bar{\tau}(x)}{dx^4} - \omega_i^4 \bar{\tau}(x) = 0, \\ \frac{d^2 \phi(t)}{dt^2} + v_i^2 \phi(t) = 0, \end{cases} \quad (6.26)$$

где  $\omega_i^4 = (\alpha^4 + k_i^2)$ ,  $v_i^2 = \frac{k_i^2}{\beta^2}$ .

Интегрируя первое дифференциальное уравнение и используя следующие граничные условия:

$$\begin{cases} x = 0, \quad \bar{\tau}(0) = 0, \quad \frac{d\bar{\tau}(0)}{dx} = 0, \\ x = H, \quad \frac{d^2 \bar{\tau}(H)}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3 \bar{\tau}(0)}{dx^3} = 0, \end{cases} \quad (6.27)$$

находим

$$\begin{cases} \bar{\tau}(x) = (ch\omega_i x - \cos \omega_i x) - n_i (sh\omega_i x - \sin \omega_i x), \\ \phi(t) = A_i \sin v_i t + B_i \cos v_i t, \end{cases} \quad (6.28)$$

где  $n_i = \frac{ch \omega_i H + \cos \omega_i H}{sh \omega_i H + \sin \omega_i H}$ , а  $\omega_i$  определяется из условия  $ch \omega_i H \cos \omega_i H + 1 = 0$ .

Поскольку уравнения (6.26) и (6.27) линейные, то целостность решения частных интегралов этих дифференциальных уравнений с учетом зависимости (6.25) имеет вид

$$\tau(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} [ch \omega_i x - \cos \omega_i x - n_i (sh \omega_i x - \sin \omega_i x)] \cdot [A_i \sin v_i t + B_i \cos v_i t], \quad (6.29)$$

где  $A_i$  и  $B_i$  определяются из следующих начальных условий:

$$t = 0, \quad \tau(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial \tau(x, 0)}{\partial t} = K_0 V_0. \quad (6.30)$$

Здесь  $K_0$  - коэффициент жесткости основания грунта;  $V_0$  - начальная скорость, передаваемая зданию от основания.

Из первого уравнения (6.30) получим  $B_i = 0$ , а из второго:

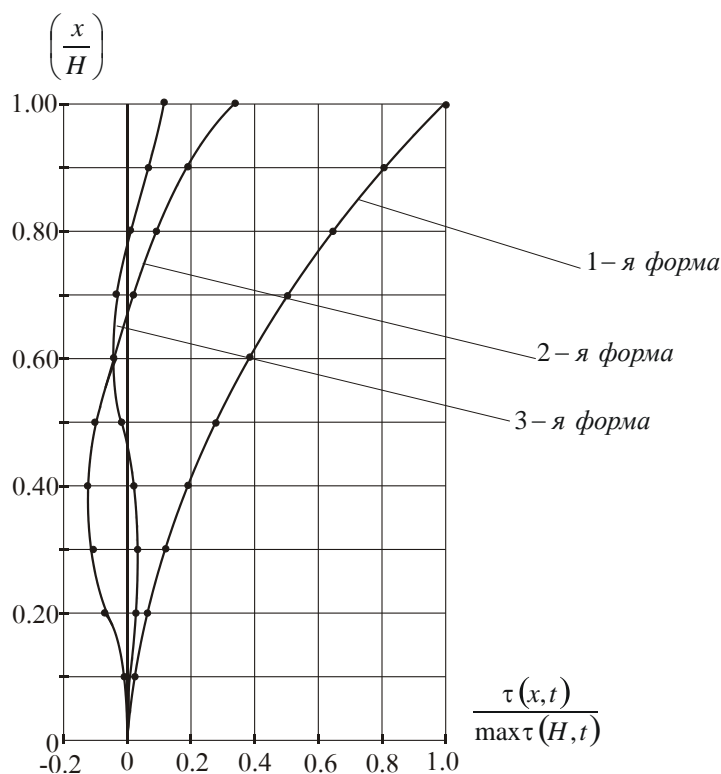
$$\sum_{i=1}^{\infty} A_i v_i \bar{\tau}(x) = K_0 V_0. \quad (6.31)$$

Учитывая ортогональность нормальной функции  $\bar{\tau}(x)$ , определим  $A_i$  из следующего выражения:

$$\begin{aligned} A_i &= K_0 V_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{v_i} \cdot \frac{\int_0^H \bar{\tau}(x) dx}{\int_0^H [\bar{\tau}(x)]^2 dx} = \\ &= K_0 V_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{v_i H \omega_i} \cdot \frac{\sin^4 \omega_i H}{\cos^2 \omega_i H} \left[ \frac{sh \omega_i H - \sin \omega_i H - n_i (ch \omega_i H - 2)}{ch \omega_i H + \cos \omega_i H} \right]. \end{aligned} \quad (6.32)$$

Подставляя значения  $A_i$  и  $B_i$  в уравнение (6.29), для динамических срезающих напряжений получим

$$\begin{aligned} \tau(x, t) &= \frac{K_i V_0}{H} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \left[ \frac{(sh \omega_i H - \sin \omega_i H) - (ch \omega_i H - \cos \omega_i H - 2) n_i}{ch \omega_i H + \cos \omega_i H} \right] \times \right. \\ &\times \left. [(sh \omega_i x - \sin \omega_i x) - n_i (ch \omega_i x - \cos \omega_i x)] \cdot \frac{\sin^4 \omega_i H}{\omega_i \cos^2 \omega_i H} \right\} \sin v_i t. \end{aligned} \quad (6.33)$$



**Рис. 6.3.** Закономерности изменения сдвигающих напряжений при колебании здания

Результаты численных расчетов, выполненных для высотных крупнопанельных зданий (14 этажей) в плане прямоугольной формы, показали, что учет трех форм колебаний практически достаточен [36, 221, 288] (рис. 6.3).

### **6.3. НАПРЯЖЕНИЯ В СТЫКОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ НЕСУЩИХ СТЕН КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОСНОВАНИЯ**

При динамическом воздействии нагрузки, в зависимости от возникающих напряжений и деформаций, отдельные части крупнопанельного здания находятся в различном напряженно-деформированном состоянии [106, 203].

Здание, подвергнутое действию интенсивной динамической нагрузки, вначале испытывает упругую, а затем - пластическую деформацию и при достаточной интенсивности нагрузки разрушается [143, 152, 323, 324, 327, 355].

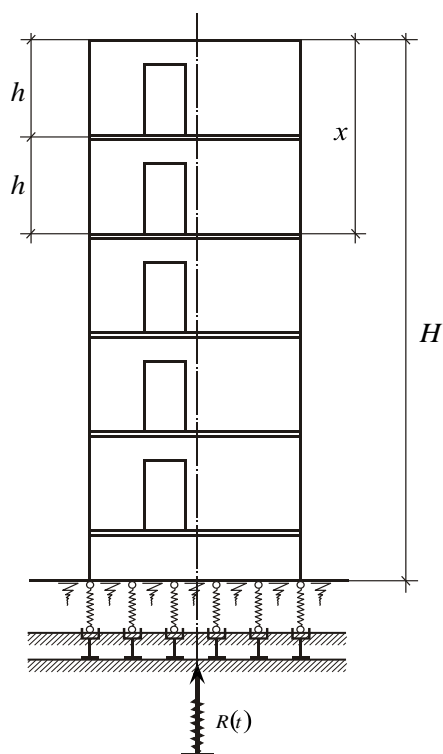
Согласно постановке проблемы, рассмотрим установление динамических нормальных напряжений в горизонтальных стыковых соединениях стен при внезапном продоль-



ном воздействии нагрузки. При этом принимаем, что на каждом этаже упругие волны возбуждают динамические усилия, которые впоследствии вызывают отрыв в стыках стен.

При этом основное внимание уделяется напряжению в стыках-связях, поскольку совместная работа элементов (панелей) обеспечивает надежную связь панелей. Рассматривается случай, когда возмущающая динамическая сила направлена по продольной оси здания [81].

Расчетная модель задачи представлена на рис. 6.4. Принимается, что по поперечному сечению возбуждающие напряжения распределены равномерно.



**Рис. 6.4.** Расчетная схема определения напряжений в стыковых соединениях несущих стен крупнопанельного здания

В ряде практических задач при определении динамических напряжений в сечениях здания в контакте с основанием - упругой средой, - важное значение имеет учет сжимаемости стены [152].

Решение задачи о перемещении стены на границе упругое основание - полупространство сталкивается с серьезными математическими трудностями. В этом случае желательно совместное рассмотрение уравнения Ламэ как для полупространства, так и для упругой стены при смешанных граничных условиях [172, 203]. Обычно не всегда удается по-

лучить строгое решение, удобное для практического применения.

В рассматриваемой задаче реакцию упругой заделки удобно выразить в виде

$$2bK_o\dot{U}_o(H,t)+2bE_oU_o(H,t)=R(t)=R_o\cos\theta t, \quad (6.34)$$

где  $\dot{U}(0,t)$  и  $U(0,t)$  - скорость и перемещение нижнего конца стен крупнопанельного здания;  $K_o$  - коэффициент вязкости;  $E_o$  - модуль деформации грунта основания;  $H$  и  $b$  - соответственно высота и ширина здания.

Движение (перемещение) из состояния равновесия под воздействием возмущающей силы  $R(t)$ , приложенной в сечении  $x=0$ , будет

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \quad (6.35)$$

при следующих граничных условиях:

$$1) \text{ при } x=0 - \frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = 0;$$

$$2) \text{ при } E_o A \frac{\partial U(H,t)}{\partial x} \Big|_{x=H} = -R(t) + 2k_o \dot{U}(H,t) + 2bE_o U_o(H,t), \quad (6.36)$$

где  $U(x,t)$  - продольное смещение сечений здания;  $C = \sqrt{E_o / \rho_o}$  - скорость продольных волн здания;  $E_o$  и  $\rho_o$  - модуль деформации и плотность грунта;  $A$  - площадь поперечного сечения здания.

Для деформации стены имеем

$$R(t) = C_p U(x,t) + EA \frac{\partial U(x,t)}{\partial x}. \quad (6.37)$$

Здесь  $C_p$  - жесткость стен здания, определяемая выражением

$$C_p = \frac{2bE}{1-\nu^2}, \quad (6.38)$$

где  $E$  - модуль деформации стен крупнопанельного здания;  $\nu$  - коэффициент Пуассона материала стен.

Граничные условия будут:

$$\begin{aligned}
1) \quad x=0, \quad \frac{\partial U_o(0,t)}{\partial x} &= 0; \\
2) \quad x=H, \quad C_p U_o(H,t) + EA \frac{\partial U(H,t)}{\partial x} &= 0.
\end{aligned} \tag{6.39}$$

Таким образом, уравнение (6.34) можем представить в виде

$$\dot{U}_o(H,t) + \frac{E_o}{K_o} U_o(H,t) = R_o / (2bK_o) \cos \theta t. \tag{6.40}$$

Обозначив  $\frac{E_o}{K_o} = \omega$ ,  $\frac{R_o}{2bK_o} = \bar{R}_o$  и интегрируя (6.40), будем иметь

$$U_o(H,t) = e^{-\int \omega dt} \left[ C_o + \bar{R}_o \int \cos \theta t e^{\int \omega dt} dt \right]$$

или

$$U_o(H,t) = C_o e^{-\omega t} + \frac{\bar{R}_o}{\omega^2 + \theta^2} (\omega \cos \theta t + \theta \sin \theta t). \tag{6.41}$$

Для определения  $C_o$  воспользуемся начальным условием:

$t=0$ ,  $U_o(H,0) = U_{cm}$  - статическое перемещение основания здания.

Используя (6.40) и (6.41), получим

$$C_o = U_{cm} - \frac{\bar{R}_o \omega}{\omega^2 + \theta^2}. \tag{6.42}$$

С учетом значения  $C_o$  определим величину  $U_o(H,t)$ :

$$U_o(H,t) = \left( U_{cm} - \frac{\omega \bar{R}_o}{\omega^2 + \theta^2} \right) e^{-\omega t} + \frac{\bar{R}_o}{\omega^2 + \theta^2} (\omega \cos \theta t + \theta \sin \theta t). \tag{6.43}$$

Для решения уравнения перемещения здания рассмотрим уравнение (6.51). Решение дифференциального уравнения ищем методом Фурье [156] в виде

$$U(x,t) = X(x)T(t). \tag{6.44}$$

Подставляя (6.37) в (6.35), получим

$$X(x) \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} T(t).$$

Разделив его на  $X(x)T(t)$ , получим

$$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \cdot \frac{1}{T(t)} = C^2 \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{X(x)} = -K^2,$$

тогда

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} + C^2 K^2 T(t) = 0, \\ \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + K^2 X(x) = 0. \end{cases} \quad (6.45)$$

Решая дифференциальные уравнения (6.45), получим

$$T(t) = A_1 \cos CKt + B \sin CKt, \quad (6.46)$$

$$X(x) = C \cos Kx + D \sin Kx. \quad (6.47)$$

Используя граничное условие  $\frac{\partial U(o,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ , находим  $D = 0$ , а из (6.35)-(6.37) -

$R(t) = 0$ . Тогда

$$C_p U(H,t) + EA \frac{\partial U(H,t)}{\partial x} = 0; \quad KtgKH = \frac{C_p}{EA}. \quad (6.48)$$

Итак, частное решение  $U(x,t)$  будет

$$U_n(x,t) = A_n \cos K_n t + B_n \sin K_n t,$$

$(K_1, K_2, K_3, \dots, K_n)$  - корни уравнения, общее решение которого представляет собой сумму всех частных решений:

$$U(H,t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos CK_n t + B_n \sin CK_n t) \cos K_n x. \quad (6.49)$$

Для определения постоянных  $A_n$  и  $B_n$  используем следующие начальные условия:

$$1) t = 0, \quad U(H,0) = 0 \quad \text{и} \quad 2) x = H, \quad \frac{\partial U(H,0)}{\partial t} = V_o = \frac{\partial U_o}{\partial t}. \quad (6.50)$$

Из первого начального условия (6.50) следует  $A_n = 0$ , а из второго находим

$$\frac{\partial U(x,0)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} CK_n B_n \cos K_n x = V_o.$$

Разложив  $V_o$  в виде

$$V_o = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos K_n x \quad (0, H), \quad (6.51)$$

затем умножив (6.51) на величину  $\cos K_n x$  и интегрируя в интервале  $(0, H)$ , для коэффициента  $b_n$  получим

$$b_n = \frac{4V_o \sin K_n H}{2HK_n + \sin 2K_n H}. \quad (6.52)$$

Обратной подстановкой с использованием второго начального условия для коэффициента  $B_n$  получим

$$B_n = \frac{4V_o \sin K_n H}{CK_n(2K_n H + \sin 2K_n H)}. \quad (6.53)$$

Таким образом, результатом решения дифференциального уравнения (6.49) является ряд

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V_o \sin K_n H}{CK_n(2K_n H + \sin 2K_n H)} \sin CK_n t \cos K_n x, \quad (6.54)$$

где  $V_o$  из (6.43) равно

$$V_o = \frac{\partial U_o(t)}{\partial t} = -\omega \left( U_{cm} - \frac{\omega \bar{R}_o}{\omega^2 + \theta^2} \right) \cdot e^{-\omega t} + \frac{\bar{R}_o \theta}{\omega^2 + \theta^2} (\omega \sin \theta t - \theta \cos \theta t), \quad (6.55)$$

$$\bar{R}_o = \frac{R_o}{2bK_o}.$$

Полагая, что ряд является равномерно сходящимся к непрерывной функции  $U(x, t)$ , можем дифференцировать его почленно и получить выражение для напряжения:

$$\sigma(x, t) = E \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4EV_o \sin K_n H}{C(2K_n H + \sin 2K_n H)} \cdot \sin K_n C t \cdot \sin K_n x. \quad (6.56)$$

Максимальное значение напряжения на основании здания будет при  $x = H$ , т.е.

$$\max \sigma(H, t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4EV_o \sin K_n H}{C(2k_n H + \sin 2K_n H)} \sin CK_n t. \quad (6.57)$$

Здесь нас больше всего интересует значение напряжения на основании первого этажа здания при отражении волны, поскольку тогда возникает растягивающее напряже-

ние, которое может при ударе оторвать первый этаж.

Следовательно, при  $x = H$  ( $H$  - высота этажа) получим

$$\sigma(H, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4EV_o \sin K_n H}{C(2K_n H + \sin 2K_n H)} \sin K_n ct \cdot \sin K_n H. \quad (6.58)$$

Условие отрыва последнего этажа будет

$$\sigma(H, t) \geq [\sigma]_{рас}, \quad (6.59)$$

где  $[\sigma]_{рас}$  - допускаемое напряжение при растяжении раствора стыка между этажами.

Таким образом, полученная функция напряжения  $\sigma(x, t)$  дает возможность проверить условие прочности между этажами крупнопанельного здания при ударе.

#### ***6.4. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ВЫСОТНОГО ЗДАНИЯ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ С УЧЕТОМ УПРУГИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА ЗДАНИЯ И ОСНОВАНИЯ***

Разработка теории установления закона напряжений в зоне монтажных швов стеновых панелей при внезапной горизонтальной нагрузке - чрезвычайно важная задача, поскольку в результате теоретических исследований установлены определенные недостатки в типовых проектах домов, относящихся к домам с типовым соединением несущих стеновых панелей.

В ряде работ по исследованию сварных панелей многоэтажных зданий при ударной нагрузке на сдвиг, растяжение и изгиб от сейсмического воздействия установлено, что разрушение соединений панелей во всех случаях происходило в связях анкера с бетоном [92, 198, 290].

По результатам исследований в АрмНИИСА [283] установлено, что после импульсивных и статических воздействий на поперечные и продольные стены в первую очередь разрушаются стыковые соединения.

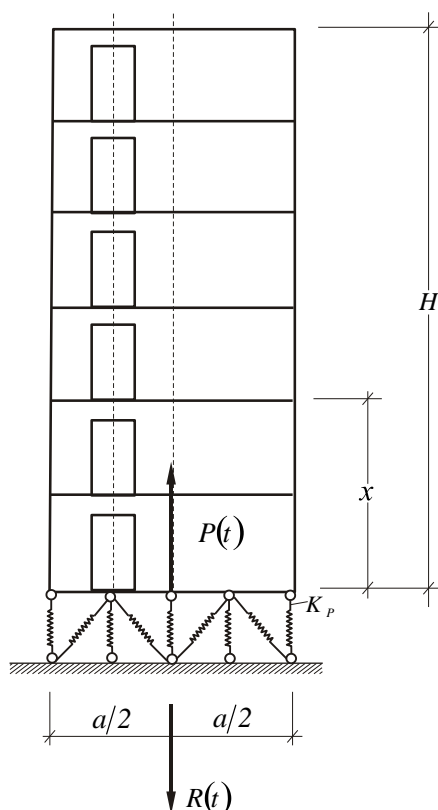
Вышеизложенное требует проведения экспериментально-теоретических исследований относительно статических и динамических нагрузок крупнопанельных зданий с

целью внесения необходимых корректировок в нормы сейсмического домостроения в связи с повышением их этажности.

Результаты решения дифференциальных уравнений по теории расчета крупнопанельного высотного здания при продольном динамическом воздействии нагрузки с учетом упругих свойств материала, здания и основания, при ряде допущений, в достаточной степени соответствуют экспериментальным данным [106, 203]. Поэтому, во избежание многих ненужных осложнений, для решения дифференциальных уравнений нами предлагается приближенный метод теории расчета рассматриваемой задачи [332].

При расчете высотного здания на устойчивость к продольным динамическим нагрузкам в случае контакта с упругим основанием (средой) важное значение имеет учет сжимаемости материала здания.

Для решения поставленной задачи воспользуемся разработанной расчетной схемой (рис. 6.5).



**Рис. 6.5.** Расчетная схема здания и основания

В этой схеме упругая среда принимается как упругое полупространство. Решение такой задачи связано с серьезными математическими трудностями, поскольку в этом

случае необходимо совместное рассмотрение уравнений Ламэ как для полупространства, так и для зданий при смешанных граничных условиях. Поэтому рассматривается приближенное решение данной задачи, основанной на известных задачах строительной механики.

Для доступных рассуждений реакцию упругой среды примем в виде обобщенной гипотезы плоского отражения.

При этих условиях реакцию упругой заделки в основание представим в виде [286]:

$$R(t) = K\dot{V}(0, t) + CV(0, t), \quad (6.60)$$

где  $\dot{V}(0, t)$ ,  $V(0, t)$  - скорость и перемещение основания здания;  $K$  и  $C$  - коэффициенты, характеризующие сопротивление и жесткость упругой заделки основания здания.

Движение (перемещение) здания при продольном ударе происходит под воздействием возмущающей силы  $P(t)$ , приложенной в сечении  $x = 0$ :

$$\frac{\partial^2 U(0, t)}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 U(0, t)}{\partial x^2}. \quad (6.61)$$

Примем следующие граничные условия:

$$\begin{cases} 1) \ x = H; \ \frac{\partial U(H, t)}{\partial x} = 0, \\ 2) \ x = 0; \ E_c A_c \frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = K\dot{V}(0, t) + CV(0, t) - P(t), \end{cases} \quad (6.62)$$

где  $V(0, t)$  - продольное движение (смещение) сечения стены здания;  $a = \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c}}$  - скорость продольных упругих волн в стене;  $E_c$  и  $\rho_c$  - соответственно модуль деформации и плотность материала стены;  $A_c$  - площадь горизонтального сечения стены.

Для решения уравнений воспользуемся принципом Даламбера и принципом виртуальных перемещений. При этом объективно предположить, что вертикальное перемещение здания допустимо представить в виде

$$U(x, t) = U_o(t) + U_1(t)X(x), \quad (6.63)$$



где  $U_o(t)$  - перемещение основания здания;  $U_1(t)$  - перемещение здания;  $X(x) = \sin \frac{\pi x}{2H}$  - первая фаза продольных колебаний здания.

Для определения неизвестных перемещений  $U_o(t)$  и  $U_1(t)$  составим еще два уравнения.

В процессе перемещения здания под воздействием заданной динамической нагрузки каждая элементарная масса  $\rho_c dx$  будет загружена силами инерции, работу которых необходимо учесть при вычислении суммы работ всех сил на виртуальных перемещениях системы.

Рассмотрим работу от приложенных к системе инерционных сил при поступательном вертикальном, виртуальном смещении здания  $\delta U_o = C_o$  :

$$W_{ин} = - \int_o^H \rho_c A_c [\ddot{U}_o(t) + \ddot{U}_1(t) X(x)] \delta \cdot U_o dx - \text{работа сил инерции.}$$

Подставляя значение  $X(x)$  в последнее выражение и интегрируя его, получим

$$W_{ин} = -\rho_c A_c \left( \ddot{U}_o(t) + \frac{2}{\pi} \ddot{U}_1(t) \right) H \delta U_o. \quad (6.64)$$

Соответствующая работа от внешних сил имеет вид

$$W_{внш} = [P(t) - R(t)] \delta U_o, \quad (6.65)$$

где  $P(t)$  - динамическая сила, передаваемая от упругого полупространства;  $R(t)$  - реакция заделки основания.

Учитывая значение массы здания  $m = \rho_o A_c H_c$  и приравнявая сумму работ на виртуальном перемещении  $\delta U_o$  к нулю, из (6.64) и (6.65) получим первое дифференциальное уравнение:

$$m \ddot{U}_o(t) + \frac{2}{\pi} m \ddot{U}_1(t) = P(t) - R(t). \quad (6.66)$$

Аналогичным образом, рассматривая виртуальную работу сил в упругом вертикальном смещении сечения на возможное перемещение  $\delta U_1 = C_1 X(x)$ , находим

$$m\ddot{U}_o(t) + m\left(\frac{\pi}{4}\right)\ddot{U}_1(t) + \frac{E_c A_c}{H}\left(\frac{\pi^3}{16}\right)U_1(t) = 0. \quad (6.67)$$

Таким образом, для определения неизвестных функций  $U_o(t)$  и  $U_1(t)$  имеем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m\ddot{U}_o(t) + m\left(\frac{\pi}{4}\right)\ddot{U}_1(t) + \frac{E_c A_c}{H}\left(\frac{\pi^3}{16}\right)U_1(t) = 0, \\ m\ddot{U}_o(t) + m\left(\frac{2}{\pi}\right)\ddot{U}_1(t) = P(t) - R(t). \end{cases} \quad (6.68)$$

Реакция упругого основания задана соотношением (6.60), поэтому второе уравнение из системы (6.68) также представим в удобном для решения виде

$$m\ddot{U}_o(t) + K\dot{U}_o(t) + CU_o(t) + m\dot{U}_1(t)\frac{2}{\pi} = P(t). \quad (6.69)$$

Для определения перемещения здания при его колебаниях, предварительно приняв его как жесткое тело, уравнение (6.69) примет следующий вид:

$$m\ddot{V}_o(t) + K\dot{V}_o(t) + CV_o(t) = P(t), \quad (6.70)$$

где  $P(t)$  - действующая динамическая сила, передаваемая от упругого полупространства:

$$P(t) = K_P V_o(t); \quad K_P = \frac{E_o \sqrt{A_o}}{1 - \nu_o^2}, \quad (6.71)$$

где  $E_o$  и  $\nu_o$  - соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона материала основания;  $A_o$  - площадь сечения стены здания;  $V_o(t)$  - смещение основания здания.

Учитывая (6.71), уравнение (6.70) примет вид

$$m\ddot{V}_o(t) + K\dot{V}_o(t) + CV_o(t) = K_P V_o(t). \quad (6.72)$$

Преобразуя его, будем иметь

$$\ddot{V}_o(t) + 2n\dot{V}_o(t) + \omega_o^2 V_o(t) = 0, \quad (6.73)$$

где  $2n = \frac{K}{m}$ ,  $\omega_o^2 = \frac{C - K_P}{m}$ .

Интегрируя дифференциальное уравнение (6.73), получим

$$V_o(t) = e^{-nt}(C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t), \quad (6.74)$$

где  $\omega = \sqrt{n^2 - \omega_o^2}$ .

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  можно определить из следующих начальных условий:

$$1) t = 0, \quad V_o(0) = \delta_o,$$

$$2) t = 0, \quad \dot{V}_o(0) = \dot{V}_o,$$

где  $\delta_o$  - перемещение основания;  $\delta_o = \frac{\gamma H^2}{2E}$ ;  $\dot{V}_o$  - скорость действия нагрузки.

Из первого начального условия получим

$$C_2 = \delta_o. \quad (6.75)$$

Для использования второго условия определим  $\dot{V}_o(t)$ :

$$\dot{V}_o(t) = e^{-nt} [(\omega C_1 - n C_2) \cos \omega t - (\omega C_2 + n C_1) \sin \omega t].$$

Учитывая второе условие, находим

$$C_1 = \frac{1}{\omega} (\dot{V}_o + n \delta_o). \quad (6.76)$$

Таким образом, для  $V_o(t)$  окончательно получим

$$V_o(t) = e^{-nt} \left[ \left( \frac{\dot{V}_o + n \delta_o}{\omega} \right) \sin \omega t + \delta_o \cos \omega t \right]. \quad (6.77)$$

Поскольку  $C_1$  и  $C_2$  известны, то, используя (6.71) и (6.74), представим динамическую действующую нагрузку в виде

$$P(t) = K_p e^{-nt} (C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t). \quad (6.78)$$

Для определения величины реакции основания  $R(t)$  уже можно использовать выражение (6.60):

$$R(t) = K \dot{V}_o(0, t) + C V_o(0, t) = e^{-nt} \left\{ [(\omega C_1 - n C_2) \cos \omega t - (\omega C_2 + n C_1) \sin \omega t] K + (C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t) \right\}. \quad (6.79)$$

Преобразуя его, будем иметь

$$R(t) = e^{-nt} \left\{ [K\omega C_1 + nC_2] \cos \omega t - (K\omega C_2 - CC_1) \sin \omega t \right\}. \quad (6.80)$$

С учетом значений  $C_1$  и  $C_2$  из (6.76) окончательно получим

$$R(t) = e^{-nt} \left\{ \left[ K(\dot{V}_o + n\delta_o) + \delta_o C \right] \cos \omega t - \left[ K\omega\delta_o - \frac{C}{\omega}(\dot{V}_o + n\delta_o) \right] \sin \omega t \right\}. \quad (6.81)$$

Далее путем совместного решения уравнений системы (6.68) относительно  $U_1(t)$  получим

$$\ddot{U}_1(t) + \alpha^2 U_1(t) = \left( \frac{4\pi}{\pi^2 - 8} \right) \left( \frac{R(t) - P(t)}{m} \right), \quad (6.82)$$

где  $\alpha^2 = \frac{E_c A_c}{mH} \left( \frac{\pi^4}{\pi^2 - 8} \right).$  (6.83)

Для определения  $R(t) - P(t)$  используем (6.78) и (6.80):

$$R(t) - P(t) = e^{-nt} \left\{ [K\omega C_1 + (C - K_P)C_2] \cos \omega t - [K\omega C_2 - (C - K_P)C_1] \sin \omega t \right\}. \quad (6.84)$$

Подставляя (6.84) в (6.82), получим

$$\ddot{U}_1(t) + \alpha^2 U_1(t) = \frac{e^{-nt}}{m} [A_1 \cos \omega t - A_2 \sin \omega t], \quad (6.85)$$

где

$$\begin{cases} A_1 = \frac{4\pi}{\pi^2 - 8} [K\omega C_1 + (C - K_P)C_2], \\ A_2 = \frac{4\pi}{\pi^2 - 8} [K\omega C_2 - (C - K_P)C_1]. \end{cases} \quad (6.86)$$

Интегрируя (6.85), получим

$$U_1(t) = B_1 \sin \alpha t + B_2 \cos \alpha t + \bar{U}_1(t), \quad (6.87)$$

где  $\bar{U}_1(t)$  - частное решение дифференциального уравнения (6.87).

Принимая  $\bar{U}_1(t) = e^{-nt} (D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t)$ , из (6.84) находим

$$\begin{cases} A_1 = (n^2 - \omega^2 + \alpha^2)D_2 - 2\omega n D_1, \\ A_2 = -(n^2 - \omega^2 + \alpha^2)D_1 + 2\omega n D_2. \end{cases} \quad (6.88)$$

Из системы уравнений (6.88) получим

$$\begin{cases} D_1 = \frac{A_2(n^2 - \omega^2 + \alpha^2) + 2\omega n A_1}{m[(n^2 - \omega^2 + \alpha^2)^2 + 4\omega^2 n^2]}, \\ D_2 = \frac{A_1(n^2 - \omega^2 + \alpha^2) - 2\omega n A_2}{m[(n^2 - \omega^2 + \alpha^2)^2 + 4\omega^2 n^2]}. \end{cases} \quad (6.89)$$

Тогда для  $U_1(t)$  получим

$$U_1(t) = B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t + e^{-nt} (D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t). \quad (6.90)$$

Для определения  $U_o(t)$  воспользуемся уравнением (6.66):

$$\ddot{U}_o(t) = \frac{P(t) - R(H)}{m} - \frac{2}{\pi} \dot{U}_1(t). \quad (6.91)$$

Дважды интегрируя выражение (6.91), получим

$$U_o(t) = \int_0^x \int_0^x \frac{P(t) - R(H)}{m} dx dx - \frac{2}{\pi} U_1(t) + K_1 x + K_2.$$

Зная значение  $[R(t) - P(t)]$  из (6.84) и принимая из условия задачи  $K_1 = K_2 = 0$ , а также дважды интегрируя его, находим

$$\begin{aligned} \int_0^x \int_0^x [(R(t) - P(t))] dx dx = & \left[ \left\{ [K\omega(n^2 - \omega^2) + 2\omega n(C - K_P)] C_1 + [(C - K_P)(n^2 - \omega^2) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\omega n(K\omega)] C_2 \right\} \cos \omega t - \left\{ [2\omega n(K\omega) - (C - K_P)(n^2 - \omega^2)] C_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + [2\omega n(C - K_P) + K\omega(n^2 - \omega^2)] C_2 \right\} \sin \omega t \right] \frac{e^{-nt}}{(m^2 + n^2)^2}; \end{aligned} \quad (6.92)$$

$$\begin{aligned} U_o(t) = & \frac{e^{-nt}}{m(\omega^2 + n^2)^2} \left[ \left\{ [2\omega n(K\omega) - (C - K_P)(n^2 - \omega^2)] C_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + [2\omega n(C - K_P) + K\omega(n^2 - \omega^2)] C_2 \right\} \sin \omega t - \left\{ [K\omega(n^2 - \omega^2) + 2\omega n(C - K_P)] C_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + [(C - K_P)(n^2 - \omega^2) - 2\omega n(K\omega)] C_2 \right\} \cos \omega t \right] - \frac{2}{\pi} U_1(t). \end{aligned} \quad (6.93)$$

Поскольку  $U(x, t) = U_o(t) + U_1(t) \sin \frac{\pi x}{2H}$ , то, учитывая значение  $U_1(t)$  из (6.90), находим

$$\begin{aligned}
U(x,t) = & \frac{e^{-nt}}{m(\omega^2 + n^2)^2} \left\{ \left[ 2\omega n(K\omega) - (C - K_P)(n^2 - \omega^2) \right] C_1 + \right. \\
& + \left[ 2\omega n(C - K_P) + K\omega(n^2 - \omega^2) \right] C_2 \} \sin \omega t - \left\{ \left[ K\omega(n^2 - \omega^2) + \right. \right. \\
& + \left. \left. 2\omega n(C - K_P) \right] C_1 + \left[ (C - K_P)(n^2 - \omega^2) - 2\omega n(K\omega) \right] C_2 \} \cos \omega t \right\} - \\
& - \left( \frac{2}{\pi} - \sin \frac{\pi x}{2H} \right) \left[ (B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t) + e^{-nt} (D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t) \right]. \quad (6.94)
\end{aligned}$$

В (6.94) остается определить только постоянные  $B_1$  и  $B_2$ .

Используя начальные условия:

$$\begin{cases} 1) t = 0; U(0,t)/_{t=0} = \Delta_o = \left( \frac{\gamma_c H^2}{2E_c} + V_o \right); \\ 2) t = 0; \dot{U}(0,t)/_{t=0} = \dot{U}_o, \end{cases} \quad (6.95)$$

определим постоянные  $B_1$  и  $B_2$ :

$$\begin{aligned}
B_1 = & \frac{\pi}{2\omega} \left\{ \left[ (\omega D_1 - n D_2) - \dot{U}_o \right] + \frac{1}{m(\omega^2 + n^2)^2} \left\{ \left[ K\omega n(n^2 - \omega^2) + 2\omega n^2(C - K_P) \right] C_1 + \right. \right. \\
& + \left[ n(C - K_P)(n^2 - \omega^2) - 2\omega n^2(K\omega) \right] C_2 + \left[ 2\omega^2 n(K\omega) - \omega(C - K_P)(n^2 - \omega^2) \right] C_1 + \\
& \left. \left. + \left[ 2\omega^2 n(C - K_P) + K\omega^2(n^2 - \omega^2) \right] C_2 \right\} \right\}, \quad (6.96)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_2 = & \frac{\pi}{2} \left[ (D_2 - \Delta_o) + \frac{1}{m(\omega^2 + n^2)^2} \left\{ \left[ K\omega(n^2 - \omega^2) + 2\omega n(C - K_P) \right] C_1 + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left[ (C - K_P)(n^2 - \omega^2) - 2\omega n(K\omega) \right] C_2 \right\} \right]. \quad (6.97)
\end{aligned}$$

Зная значения  $B_1$  и  $B_2$ , из (6.109) с помощью функции  $U(x,t)$  становится возможным изучение продольного колебания здания при динамическом воздействии нагрузки  $P(t)$ .

Таким образом, получены основные аналитические выражения в виде уравнений для определения:

- а) продольного перемещения здания от динамического действия нагрузки (6.94);
- б) реакции основания (6.79);

в) действующей динамической нагрузки (6.78);

г) величины постоянных интегрирования (6.75), (6.76), (6.89), (6.96), (6.97).

Для доведения поставленной задачи до логического конца получение аналитических выражений изложим в следующей последовательности.

Уравнения продольного перемещения здания от динамического действия нагрузки в общем виде:

$$1) \quad U(x, t) = U_o(t) + U_1(t) \sin \frac{\pi x}{2H};$$

$$2) \quad U_o(t) = \frac{e^{-nt}}{m(\omega^2 + n^2)^2} \left\{ \left[ 2\omega n(K\omega) - (C - K_P)(n^2 - \omega^2) \right] C_1 + \right. \\ \left. + [2\omega n(C - K_P) + K\omega(n^2 - \omega^2)] C_2 \right\} \sin \omega t - \left\{ [K\omega(n^2 - \omega^2) + \right. \\ \left. + 2\omega n(C - K_P)] C_1 + [(C - K_P)(n^2 - \omega^2) - 2\omega n(K\omega)] C_2 \right\} \cos \omega t \left. \right] - \frac{2}{\pi} U_1(t);$$

$$3) \quad U_1(t) = B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t + e^{-nt} (D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t);$$

$$4) \quad C_1 = \frac{1}{\omega} (\dot{V}_o + n\delta_o), \quad (\dot{V}_o - \text{скорость действия нагрузки}); \quad C_2 = \delta_o;$$

$$5) \quad D_1 = \frac{(n^2 - \omega^2 + \alpha^2) \frac{4\pi}{\pi^2 - 8} \left[ K\omega\delta_o - (C - K_P) \frac{1}{\omega} (\dot{V}_o + n\delta_o) \right] + \frac{8\omega n\pi}{\pi^2 - 8} \left[ (C - K_P)\delta_o + K(\dot{V}_o + n\delta_o) \right]}{m \left[ (n^2 - \omega^2 + \alpha^2) + 4\omega^2 n^2 \right]};$$

$$6) \quad D_2 = \frac{(n^2 - \omega^2 + \alpha^2) \frac{4\pi}{\pi^2 - 8} \left[ K(\dot{V}_o + n\delta_o) - (C - K_P)\delta_o \right] - \frac{8\omega n\pi}{\pi^2 - 8} \left[ K\omega\delta_o - (C - K_P) \frac{1}{\omega} (\dot{V}_o + n\delta_o) \right]}{m \left[ (n^2 - \omega^2 + \alpha^2) + 4\omega^2 n^2 \right]};$$

$$7) \quad n = \frac{K}{2m}; \quad \omega = \sqrt{\frac{K^2}{4m^2} - \frac{C - K_P}{m}}; \quad \alpha^2 = \frac{E_c A_c}{mH} \left( \frac{\pi^4}{\pi^2 - 8} \right); \quad K_P = \frac{E_o \sqrt{A_o}}{1 - \nu_o^2}; \quad \delta_o = \frac{8H^2}{2E};$$

$$8) \quad B_1 = \frac{\pi}{2\omega} \left[ \left\{ (\omega D_1 - nD_2) - \dot{U}_o \right\} + \frac{1}{m(\omega^2 + n^2)^2} \left\{ [K\omega n(n^2 - \omega^2) + 2\omega n^2(C - K_P)] C_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + [n(C - K_P)(n^2 - \omega^2) - 2\omega n^2(K\omega)] C_2 + [2\omega^2 n(K\omega) - \omega(C - K_P)(n^2 - \omega^2)] C_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + [2\omega^2 n(C - K_P) + K\omega^2(n - \omega^2)] C_2 \right\} \right];$$

$$9) \quad B_2 = \frac{\pi}{2\omega} \left[ (D_2 - \Delta_o) + \frac{1}{m(\omega^2 + n^2)^2} \left\{ [K\omega n(n^2 - \omega^2) + 2\omega n(C - K_P)] C_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + [(C - K_P)(n^2 - \omega^2) - 2\omega n(K\omega)] C_2 \right\} \right];$$

$$10) \quad m = \rho_o A_c H_c;$$

$$11) \quad \Delta_o = \frac{8H^2}{2E_c} + V_o.$$

Следует отметить, что при рассмотрении колебаний здания не учтено влияние диссипации энергии, что объясняется ее незначительностью в данной задаче.

#### **6.5. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ НЕСУЩИХ СТЕН И СТЫКОВ МЕЖДУЭТАЖНЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ**

Исследованиями установлено, что во время землетрясений под воздействием сейсмических сил самыми опасными местами в конструкциях крупнопанельных зданий являются их соединения, к числу которых относятся стыки соединений продольных стен и междуэтажных перекрытий [14, 32, 86, 87, 89, 90, 130, 155, 203, 270, 274, 276, 280, 295, 322].

Все это является результатом того, что после динамического удара элементы, имеющие разные массы и твердости, подвергаются разным поперечным и продольным колебаниям, вследствие чего стык, в свою очередь, подвергается недопустимым деформациям - сжатию и растяжению, нарушающим общую устойчивость здания [3].

Расчетная схема рассматриваемой задачи представлена на рис. 6.6.

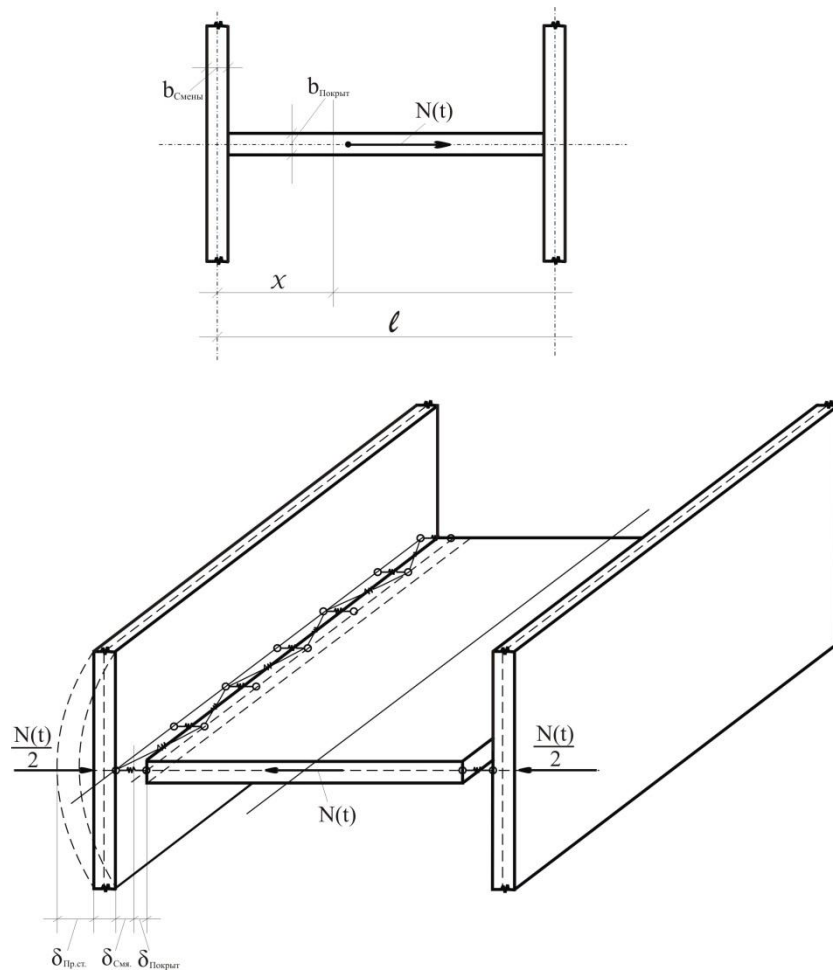
После динамического удара в стыке несущей стены и междуэтажного перекрытия возникают следующие деформации:

$$\sum \delta = (\delta_{np.cm} + \delta_{пер.} + \delta_{см}), \quad (6.98)$$

где  $\delta_{np.cm}$  - изгибная деформация продольной несущей стены от динамического удара;

$\delta_{пер.}$  - продольное перемещение междуэтажного перекрытия;  $\delta_{см}$  - деформация смятия





**Рис. 6.6.** Расчетная схема продольных стен и междуэтажных перекрытий

стыка продольной стены и перекрытия.

Поскольку при динамическом ударе в междуэтажном перекрытии возникают продольные деформации, то их колебания можно представить следующей известной формулой:

$$EAU''(x,t) - \rho A\ddot{U}(x,t) = 0, \quad (6.99)$$

где  $U(x,t)$  - продольное перемещение панели перекрытия;  $E$  - модуль деформации перекрытия;  $A$  - площадь поперечного сечения перекрытия;  $\rho$  - плотность материала перекрытия.

После преобразования уравнения (6.43) получим

$$U''(x,t)C^2 = \ddot{U}(x,t), \quad (6.100)$$

где  $C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  - скорость колебания продольной волны.

Краевые условия задачи следующие:

$$\begin{cases} 1. x = 0; & \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \\ 2) x = \ell; & \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} EA + \sum \delta U(x,t) \Big|_{x=\ell} = 0. \end{cases} \quad (6.101)$$

Начальные условия будут

$$\begin{cases} t = 0; & U(x,t) \Big|_{t=0} = 0, \\ t = 0; & \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = V_0, \end{cases} \quad (6.102)$$

где  $\ell$  - ширина панели перекрытия;  $V_0$  - скорость удара.

Для интегрирования уравнения (6.100) удобно пользоваться методом Фурье. Принимаем

$$U(x,t) = T(t)X(x), \quad (6.103)$$

где функция  $T(t)$  зависит только от времени  $t$ , а функция  $X(x)$  - только от координаты  $x$ .

Подставляя величину  $U(x,t)$  из уравнения (6.103) в уравнение (6.100) и отделяя дифференциальные уравнения, получим

$$\left\{ \frac{d^2 T(t)}{dt^2} + (CK)^2 \cdot T(t) = 0, \right. \quad (6.104)$$

$$\left. \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + K^2 \cdot X(x) = 0. \right. \quad (6.105)$$

Интегрируя дифференциальные уравнения (6.104) и (6.105), получим

$$T(t) = A \cos CKt + B \sin CKt, \quad (6.106)$$

$$X(x) = C \cos Kx + D \sin Kx. \quad (6.107)$$

Подставляя в уравнение (6.107) 1-ое и 2-ое граничные условия, получим

$$\frac{\partial X(x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = (-KC \sin Kx + DK \cos Kx) \Big|_{x=0} = 0, \quad (6.108)$$

т.е. получим  $D = 0$ , и из второго условия:

$$KtgK\ell = \frac{\sum \delta}{EA}. \quad (6.109)$$

Поскольку корни уравнения (6.109)  $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n$ , следовательно, частное решение для функции  $U(x, t)$  будет

$$U_n(x, t) = (A_n \cos CK_n t + B_n \sin CK_n t) \cos K_n x. \quad (6.110)$$

Общее решение представляет собой сумму частных решений:

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos CK_n t + B_n \sin CK_n t) \cos K_n x. \quad (6.111)$$

Для определения постоянных интегрирования  $A_n$  и  $B_n$  воспользуемся начальными условиями задачи.

Подставляя первое условие из (6.102) в (6.110), получим  $A_n = 0$ . Подставляя второе начальное условие сначала в уравнение (6.111), затем дифференцируя его по  $t$  и подставляя  $t = 0$ ,

$$\frac{\partial U_n(x, t)}{\partial t} = \sum B_n CK \cos KC \cos Kx \Big|_{t=0} = V_0,$$

получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n CK \cdot \cos Kx = V_0. \quad (6.112)$$

Для определения постоянной  $B_n$  разложим скорость  $V_0$  в ряд, состоящий из функции  $\overline{B}_n \cos K_n x$  для ортогональной области  $[0, \ell]$ .

Поскольку при  $i \neq j \int_0^{\ell} \cos K_i x \cos K_j x dx = 0$ , следовательно  $V_0$  можно представить в виде следующего ряда:

$$V_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \overline{B}_n \cos K_n x. \quad (6.113)$$

Для определения величины  $\overline{B}_n$  из (6.56) умножим обе стороны уравнения (6.113) на функционал  $\cos K_n x$  и, интегрируя в пределах  $[0, \ell]$ , получим

$$\bar{B}_n = \frac{4V_0 \sin K_n \ell}{2K_n \ell + \sin 2K_n \ell}. \quad (6.114)$$

Подставляя величину  $\bar{B}_n$  в (6.113) и используя (6.112), определим величину  $B_n$ :

$$B_n = \frac{4V_0 \sin K_n \ell}{CK_n(2K_n \ell + \sin 2K_n \ell)}. \quad (6.115)$$

Имея конечное значение величин  $A_n$  и  $B_n$ , из уравнения (6.111) получим уравнение колебания, возникаемого от перемещения:

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^n \frac{4V_0 \sin K_n \ell}{CK_n(2K_n \ell + \sin 2K_n \ell)} \sin CK_n t \cdot \cos K_n x. \quad (6.116)$$

Для определения величины динамического нормального напряжения воспользуемся следующей известной зависимостью:

$$\sigma(x, t) = E\varepsilon(x, t) = E \frac{\partial U(x, t)}{\partial x}. \quad (6.117)$$

Дифференцируя функцию  $U(x, t)$  из уравнения (6.116) и подставляя ее в уравнение (6.117), получим

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V_0 \sin K_n \ell}{C(2K_n \ell + \sin 2K_n \ell)} \cdot \sin CK_n t \cdot \sin K_n x, \quad (6.118)$$

$$\sigma(x, t) = -4V_0 E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin K_n \ell}{C(2K_n \ell + \sin 2K_n \ell)} \cdot \sin CK_n t \cdot \sin K_n x. \quad (6.119)$$

Для определения величины напряжения в стыке примем  $x = \ell$ , тогда

$$\sigma(\ell, t) = -4V_0 E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin K_n \ell}{C(2K_n \ell + \sin 2K_n \ell)} \sin CK_n t \sin K_n \ell. \quad (6.120)$$

Для решения задачи необходимо определить величину  $K_n$ . Для этого воспользуемся уравнением (6.109), заменяя  $K$  на  $K_n$ :

$$K_n \operatorname{tg} K_n \ell = \frac{\sum \delta}{EA}. \quad (6.121)$$

Поскольку  $\sum \delta = \delta_{np.cm} + \delta_{нок} + \delta_{см}$ , то определим величины этих деформаций в

отдельности:

1)  $\delta_{np.cm}$  можно определить следующей приближенной формулой:

$$\delta_{np.cm} \approx \frac{N_d \cdot h^3}{192EJ_{cm}},$$

где  $N_d$  - динамическая нормальная сила;  $h$  - высота одного этажа;  $J_{cm}$  - момент инерции

сечения стены;  $J_{cm} = \frac{Bb^3}{12}$  ( $B$  - расстояние между поперечными стенами);

$$2) \delta_{пер.} = \frac{N_d \ell}{EA}; \quad (A = B \cdot b);$$

3) поскольку определение  $\delta_{cm}$  приводится к определению контактной деформации, то при воздействии динамических нагрузок удобно пользоваться формулой Герца:

$$\delta_{cm} = \left[ \frac{5}{4} \frac{m \cdot V_0^2}{K} \right]^{2/5},$$

где  $m$  - приведенная масса,

$$m = \frac{m_{стена} \cdot m_{пер.}}{m_{стена} + m_{пер.}}$$

$m_{стена}$  и  $m_{пер.}$  - массы несущей стены и междуэтажного перекрытия;  $K$  - коэффициент, определяемый выражением

$$K = \frac{4E_{стена}E_{пер.} \cdot \sqrt{6}}{3[E_{пер.}(1 - \nu_{стена}^2) + E_{стена}(1 - \nu_{пер.}^2)]}.$$

Для определения  $N_d$  - можно пользоваться величиной  $\sigma(\ell, t)$  из уравнения (6.120):

$$N_d(t) = \sigma(\ell, t)A, \quad \text{где } (A = B \cdot b);$$

$$\max N_d(t) = N_d(t).$$

Имея величину  $\sum \delta$ , из (6.121) определим  $K_n$ :

$$K_n \operatorname{tg} K_n \ell = \frac{\sum \delta}{EA}; \quad n = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Поскольку нас интересует величина удара, возникаемая после первой наибольшей волны, то в бесконечном ряде можно ограничиться только первым членом ряда, принимая  $n = 1$ .

Таким образом, имея значение  $K_n^I$  (при  $n = 1$ ) и подставляя его в формулу (6.120), можем определить величину динамического напряжения в стыке:

$$\sigma(\ell, t) = -4V_0E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin K_n^I \ell}{C(2K_n^I \ell + \sin 2K_n^I \ell)} \sin CK_n^I t \sin K_n^I \ell. \quad (6.122)$$

### **6.6. НАПРЯЖЕНИЯ В СТЫКОВЫХ СОЕДИНЕНИЯХ КАРКАСА ВЫСОТНОГО КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК**

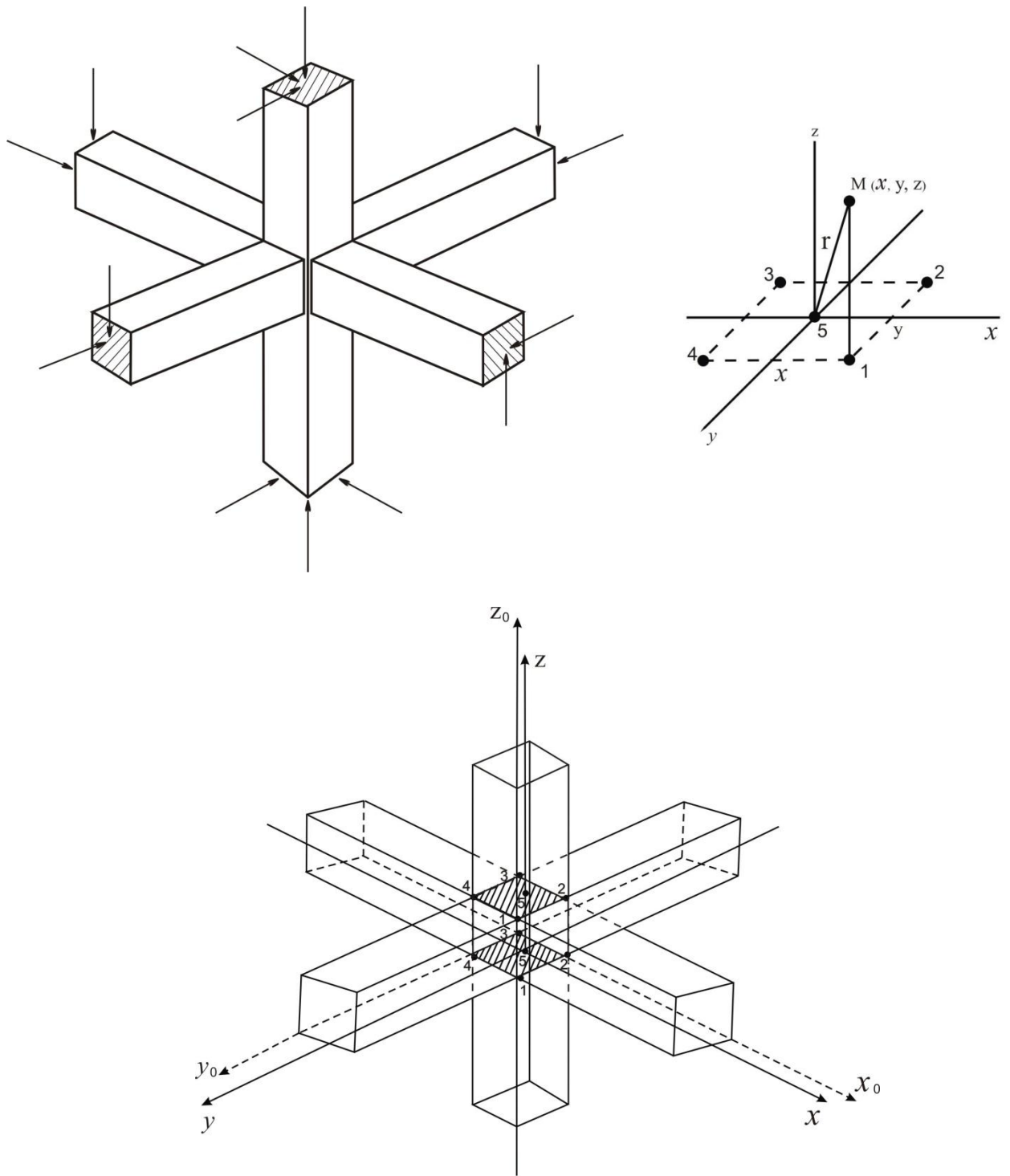
Одной из важнейших задач в теории расчета элементов высотных крупнопанельных зданий является определение напряжения в стыковых соединениях каркаса зданий при динамическом воздействии нагрузки [75, 89, 90, 106, 131, 135, 171, 203, 280, 295].

В настоящее время стыки каркасов высотных крупнопанельных зданий формируют путем различных видов соединений. Для их прочностного расчета допускается работу конструкций стыков представить в обобщенном виде, т.е. деформации стыков имитируются дискретными связями, посредством которых перемещения представляются в пространственных координатах  $x, y, z$  (рис. 6.7).

Для расчета коэффициенты жесткости в стыковых соединениях в направлениях 1-5, 2-5, 3-5 и 4-5 обозначим через  $K_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) (дискретные стержни соединения). Перемещение  $i$ -й точки стыка примем  $x_i, y_i, z_i$ . Для решения этой задачи воспользуемся функцией Лагранжа для движения (перемещения) системы [187]:

$$L(\delta, \dot{\delta}) = \frac{m_i}{2} \sum_{i=1}^N \dot{\delta}_n^2 - \frac{K_i}{2} \left[ \delta_i^2 + \sum_{n=2}^N (\delta_n - \delta_{n-1})^2 + \delta_N^2 \right], \quad (6.123)$$

где  $\delta_n$  - смещение  $n$ -й частицы из начального положения;  $m_i$  - масса  $i$ -го дискретного стержня.



**Рис. 6.7.** Расчетная схема стыкового соединения

Введем также координаты равновесного положения  $n$ -й частицы системы –  $\delta_n = n\mathbf{l}$ , где  $\mathbf{l}$  - длина стержня, соответствующая равновесному состоянию системы.

Систему уравнений Лагранжа представим для стержней  $n = 1, \dots, N$  в отдельности:  
при  $n = 1$ :

$$m\ddot{\delta}_1 + K(2\delta_1 - \delta_2) = 0, \quad (6.124)$$

при  $n = 2, 3, \dots, N - 1$ :

$$m\ddot{\delta}_n + K(2\delta_n - \delta_{n-1} - \delta_{n+1}) = 0. \quad (6.125)$$

Эквивалентная система уравнений для  $n = 1, 2, 3, \dots, N$  при дополнительном условии  $\delta_0 = \delta_{N+1} \equiv 0$  имеет вид

$$m\ddot{\delta}_n + K(2\delta_n - \delta_{n-1} - \delta_{n+1}) = 0. \quad (6.126)$$

Пользуясь вышеизложенными условиями, для нашей задачи функцию Лагранжа можно представить в виде

$$L(x, y, z) = L(x) + L(y) + L(z) = L(\delta_i), \quad (6.127)$$

где  $L(\delta_i)$  есть матрица:

$$L(\delta_i) = \begin{pmatrix} L(x) \\ L(y) \\ L(z) \end{pmatrix}. \quad (6.128)$$

Тогда для характерных точек на стержнях 1, 2, 3, 4 и 5 согласно (6.123) будем иметь

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 L(\delta_i) = & \frac{m_i}{2} (\dot{\delta}_1^2 + \dot{\delta}_2^2 + \dot{\delta}_3^2 + \dot{\delta}_4^2 + \dot{\delta}_5^2) - \frac{K_i}{2} [(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2 + \delta_5^2) + \\ & + (\delta_1 - \delta_2)^2 + (\delta_2 - \delta_3)^2 + (\delta_3 - \delta_4)^2 + (\delta_4 - \delta_5)^2]. \end{aligned} \quad (6.129)$$

Выразив функцию колебаний стыка через обобщенные координаты  $q_i$ :

$$q_i = A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad (6.130)$$

где  $\omega_i$  - частота колебаний  $i$ -й точки стержня;  $\varphi_i$  - начальная фаза;  $A_i$  - амплитуда колебаний, получим

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2K_i}{m_i}}; \quad \varphi_i = \frac{\dot{\delta}_i}{\omega_i \delta_i}, \quad (6.131)$$

$m_i$  - приведенная масса элементов системы.

Для нашего случая имеем



$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \sqrt{\frac{2K_i}{m_i}}. \quad (6.132)$$

Векторы нормальных колебаний для рассматриваемых точек 1, 2 и 3 будут

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad q_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1), \\ r_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad q_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \\ r_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad q_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} A_3 \cos(\omega_3 t + \varphi_3). \end{array} \right. \quad (6.133)$$

Остальные векторы нормальных колебаний должны быть ортогональны к вектору (6.133), поэтому

$$r_{4,5} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \\ a \\ b \end{pmatrix} \quad q_{4,5} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \\ a \\ b \end{pmatrix} A_{4,5} \cos(\omega_{4,5} t + \varphi_{4,5}). \quad (6.134)$$

Поскольку

$$r_{4,5} = (a_1, a_2, a_3, a_4, b) \equiv r, \quad (6.135)$$

где  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a$ , то имеет место условие ортогональности:

$$(r, r_1) = (r, r_2) = (r, r_3) = 0. \quad (6.136)$$

Подставляя вектор (6.134) в уравнение смещения для первой и пятой частей и учи-

ывая (6.124) и (6.125), получим

$$\begin{cases} m\ddot{\delta}_1 + K(2\delta_1 - \delta_5) = 0, \\ m\ddot{\delta}_5 + K(4\delta_5 - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 - \delta_5) = 0. \end{cases} \quad (6.137)$$

Следовательно, для определения величин « $a$ » и « $b$ » и частоты  $\omega_{4,5}$  получим

$$\begin{cases} (2K - m\omega^2)a - Kb = 0, \\ (4K - m\omega^2)b - 4Ka = 0. \end{cases} \quad (6.138)$$

Совместно решая (6.138), находим  $\omega_{4,5}$ :

$$\begin{cases} b_{4,5} = (-1 \pm \sqrt{5})a_{4,5}, \\ \omega_{4,5} = \sqrt{(3 \mp \sqrt{5})\frac{K}{m}}. \end{cases} \quad (6.139)$$

Таким образом, для  $r_{4,5}$  окончательно находим

$$r_{4,5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \pm \sqrt{5} \end{pmatrix} A_{4,5} \cos(\omega_{4,5}t + \varphi_{4,5}). \quad (6.140)$$

Подставляя вместо  $\delta = x, y$  и  $z$ , получаем колебания (перемещения) по осям  $x, y, z$ .

Таким образом, в системе будут всего три различные частоты:

$\omega_1 = \frac{2K}{m}$  - десятикратно выраженная и две - трехкратно выраженные:

$$\omega_{4,5}^2 = (3 \mp \sqrt{5})\frac{K}{m}. \quad (6.141)$$

Итак, чтобы определить величины напряжений в стыках в направлениях  $x, y$  и  $z$ , необходимо определить относительные смещения точек  $i$  и 5:

$$\Delta\delta_i = (\delta_i - \delta_5).$$

Используя линейную зависимость между напряжениями и деформациями, получим

$$\sigma_i = K(\delta_i - \delta_5) = K\Delta\delta_i,$$

Для максимальных значений напряжений имеем

$$\max \sigma_i = K(A_i - A_5) = K\Delta A_i,$$

где  $A_i$  - амплитуда смещения.

### **6.7. ОЦЕНКА СЕЙСМОСТОЙКОСТИ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ВЫСОКОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ МЕТОДОМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**

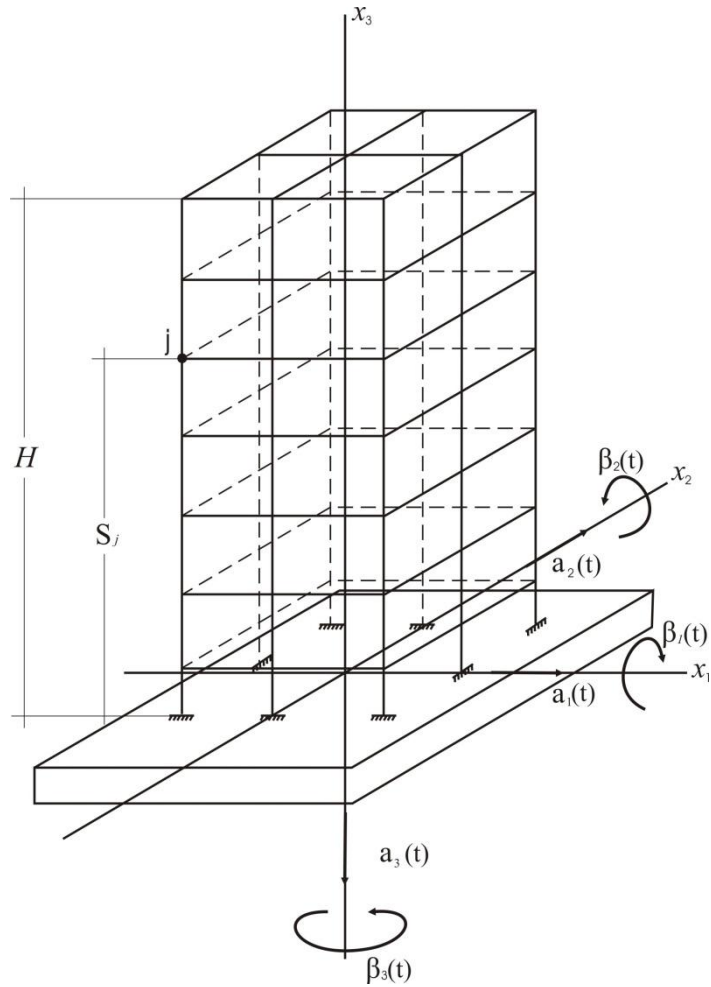
Трудность аналитического установления сейсмостойкости зданий состоит в том, что сейсмические силы по своему характеру - случайные процессы, поэтому при оценке сейсмостойкости зданий результативным может быть применение метода теории вероятностей и математической статистики. Такие эксперименты были проведены группой исследователей, среди которых примечательны работы Г. Хаузнера [345], И.И. Гольденблата и В.А. Быховского [55], В.В. Болотина [34]. Однако в проведенных экспериментах перемещения (вибрации) зданий определялись как результат равномерного движения. В настоящей же задаче делается попытка определить сейсмостойкость здания с учетом его вращений и угловых деформаций при перемещении [4].

В расчетной системе (рис. 6.8) перемещения определяются в декартовых координатах  $(x_1, x_2, x_3)$ . Принимается, что система представляет собой линейное упругое тело.

Слагаемые объемной силы обозначим через  $X_j(x_1, x_2, x_3)$ , а векторы упругих перемещений -  $U_j(x_1, x_2, x_3)$ . Дифференциальные уравнения статических перемещений в направлении трех осей можно выразить в следующей общей форме:

$$L_j(U_1, U_2, U_3) = X_j(x_1, x_2, x_3), (j = 1, 2, 3). \quad (6.142)$$

Слагаемые ускорения перемещения основания здания в направлении осей обозначим через  $a_j(t)$ , а слагаемые ускорений угловых деформаций вокруг осей -  $\beta_j(t)$ . Пренебрегая величинами перемещения  $U_j$  (по сравнению с геометрическими величинами здания), слагаемые ускорения для произвольной точки здания будут



**Рис. 6.8.** Схема для расчета величин, составляющих перемещения от землетрясения

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \alpha_1 + x_3\beta_2 - x_2\beta_3, \\
 a_2 &= \alpha_2 + x_1\beta_3 - x_3\beta_1, \\
 a_3 &= \alpha_3 + x_2\beta_1 - x_1\beta_2.
 \end{aligned}
 \tag{6.143}$$

Учитывая (6.143), уравнения движения здания можно представить в виде

$$X_j(x_1, x_2, x_3) = -\rho_j \left( a_j + \frac{\partial^2 U_j}{\partial t^2} \right) \quad (j = 1, 2, 3),
 \tag{6.144}$$

где  $\rho$  - плотность массы здания.

Величины слагаемых  $a_j$  определяются выражениями (6.143), а величина перемещения  $U_j$  дается следующей функцией:

$$U_j(x_1, x_2, x_3, t) = \sum f_k(t) \varphi_{jk}(x_1, x_2, x_3),
 \tag{6.145}$$

где  $f_k(t)$  - обобщенные координаты в зависимости от времени;  $\varphi_{jk}(x_1, x_2, x_3)$  - собственные функции, которые должны удовлетворять уравнениям

$$L_j(\varphi_{1k}, \varphi_{2k}, \varphi_{3k}) - \rho \omega_k^2 \varphi_{jk} = 0 \quad (j=1, 2, 3) \quad (6.146)$$

где  $\omega_k$  - частота собственных колебаний здания.

Учитывая свойство ортогональности функций, однородное граничное условие боковой поверхности здания будет

$$\iiint_V \rho(\varphi_{1k} \varphi_{1\ell} + \varphi_{2k} \varphi_{2\ell} + \varphi_{3k} \varphi_{3\ell}) dV = 0, \quad (k \neq \ell), \quad (6.147)$$

где  $V$  - объем здания.

Подставляя (6.145) в (6.142), а (6.146) и (6.147) как правую часть, пользуясь (6.143) и (6.144), для обобщенных координат получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\ddot{f}_k(t) + \omega_k^2 f_k(t) = Q_k(t), \quad (k=1, 2, \dots, n), \quad (6.148)$$

где  $Q_k(t)$  - обобщенные силы, определяемые формулой

$$Q_k(t) = \frac{\iiint_V \rho [(\alpha_1 + x_3 \beta_2 - x_2 \beta_3) \varphi_{1k} + (\alpha_2 + x_1 \beta_3 - x_3 \beta_1) \varphi_{2k} + (\alpha_3 + x_2 \beta_1 - x_1 \beta_2) \varphi_{3k}] dV}{\iiint_V \rho (\varphi_{1k}^2 + \varphi_{2k}^2 + \varphi_{3k}^2) dV}. \quad (6.149)$$

Формулу (6.149) можно представить в упрощенном виде, приняв следующие обозначения [19, 20]:

$$\chi_{jk} = \frac{\iiint_V \rho \varphi_{jk} dV}{\iiint_V \rho \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 dV} \quad (j=1, 2, 3), \quad (6.150)$$

$$\lambda_{jk}(t) = \frac{\iiint_V \rho (\chi_{j+1} \varphi_{j+2,k} - \chi_{j+2} \varphi_{j+1,k}) dV}{\iiint_V \rho \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 dV} \quad (\varphi_{1k} \equiv \varphi_{4k}; \varphi_{2k} \equiv \varphi_{5k}). \quad (6.151)$$

В результате получим

$$Q_k(t) = \sum_{j=1}^3 \chi_{jk} \alpha_j(t) - \sum_{j=1}^3 \lambda_{jk} \beta_j(t). \quad (6.152)$$

Несущими конструкциями крупнопанельных высокоэтажных зданий являются пространственные железобетонные каркасы. Поэтому для упорядочения местоположения многочисленных точек системы относительно начальной точки высоты расчетной системы обозначим их координатой  $s$ . Следовательно, частная функция  $\varphi_{jk}(x_1, x_2, x_3)$  в зависимости от координаты  $s$  будет  $\varphi_{jk}(s)$ , линейная масса здания -  $m(s)$ , а сосредоточенная масса в точке  $s = s_j$  будет  $M_i$ .

Используя новую координату ( $s$ ), выражения (6.150) и (6.151) примут следующий вид:

$$\chi_{jk} = \frac{\int m(s) \varphi_{jk} ds + \sum_{i=1}^n M_i \varphi_{jk} \Big|_{S=S_i}}{\int m(s) \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 ds + \sum_{i=1}^n M_i \left( \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 \right) \Big|_{S=S_i}}, \quad (6.153)$$

$$\lambda_{jk} = \frac{\int m(s) (\chi_{j+1} \varphi_{j+2,k} - \chi_{j+2} \varphi_{j+1,k}) ds}{\int m(s) \left( \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 \right) ds + \sum_{i=1}^n M_i \left( \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 \right) \Big|_{S=S_i}} + \frac{\sum M_i (\chi_{j+1} \varphi_{j+2,k} - \chi_{j+2} \varphi_{j+1,k}) \Big|_{S=S_i}}{\int m(s) \left( \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 \right) ds + \sum_{i=1}^n M_i \left( \sum_{j=1}^3 \varphi_{jk}^2 \right) \Big|_{S=S_i}}. \quad (6.154)$$

Следует отметить, что в этих уравнениях не учтены внутренние силы трения в швах стен здания. При необходимости, их можно учесть, если в уравнении (6.148) учтем обобщенные скорости. В этом случае уравнение примет следующий вид:

$$\ddot{f}_k(t) + 2\varepsilon_k \dot{f}_k(t) + \omega_k f_k(t) = Q_k(t), \quad (6.155)$$

где  $\varepsilon_k$  - коэффициент затухания в зависимости от сил трения швов стен здания.

Дальнейшие расчеты остаются те же, поскольку корреляционная функция определяется с помощью обобщенных координат по формуле

$$f_j(t_1) \overline{f_k(t_2)} = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \delta_j(t_1 - \tau_j) \delta_k(t_2 - \tau_k) \overline{Q_j(\tau_j) Q_k(\tau_k)} d\tau_j d\tau_k \quad (6.156)$$

$$(j, k = 1, 2, \dots, n).$$

Здесь  $\delta_j(t)$  и  $\delta_k(t)$  - функции передачи импульса. Пользуясь уравнением (6.152), корреляционную функцию  $\overline{Q_j(t_1)Q_k(t_2)}$  можно выразить корреляционными функциями линейного и углового ускорений:

$$\begin{aligned} \overline{Q_j(t_1)Q_k(t_2)} = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 & \left[ \chi_{mj} \chi_{nk} \overline{\alpha_m(t_1)\alpha_n(t_2)} + \chi_{mj} \lambda_{nk} \overline{\alpha_m(t_1)\beta_n(t_2)} + \right. \\ & \left. + \lambda_{mj} \chi_{nk} \overline{a_m(t_2)\beta_n(t_1)} + \lambda_{mj} \lambda_{nk} \overline{\beta_m(t_1)\beta_n(t_2)} \right]. \end{aligned} \quad (6.157)$$

Следует учесть, что составляющие ускорения  $(a(t))$  грунта основания здания в первом приближении можно представить в виде

$$a(t) = A(t)(q_1, q_2, \dots, q_r, t)(q_{r+1}, q_{r+2}, \dots, q_m, t), \quad (6.158)$$

где  $A(t)$  - функция, выбираемая из акселерограммы землетрясения;  $q_1, q_2, \dots, q_r$  - параметры функций ускорения грунтов основания здания, а параметры  $q_{r+1}, q_{r+2}, \dots, q_m$  характеризуют спектральный состав случайных функций  $\varphi(t)$ .

Имея уравнение ускорения  $a(t)$  (6.158), его легко можно применить при многосоставляющих воздействиях перемещений:

$$\begin{aligned} \alpha_j(t) &= A_j(t)(q_1, q_2, q_3, \dots, q_r, t)\varphi_j(q_{r+1}, q_{r+2}, \dots, q_s, t) \\ \beta_j(t) &= B_j(t)(q_1, q_2, q_3, \dots, q_r, t)\psi_j(q_{r+1}, q_{r+2}, \dots, q_s, t), \end{aligned} \quad (6.159)$$

где  $A_j(t)$  и  $B_j(t)$  - детерминированные функции, определяемые из акселерограммы землетрясения;  $\varphi_j$  и  $\psi_j$  - стационарные случайные функции, также определяемые из акселерограмм землетрясения методом аппроксимации:

$$A_j(t) = A_j^{(0)} e^{-c_j t}; \quad B_j(t) = B_j^{(0)} e^{-c_j t}. \quad (6.160)$$

Для функций  $\varphi_j(t)$  и  $\psi_j(t)$  имеем

$$\begin{aligned} \varphi_j(t_1)\varphi_j(t_2) &= K_j e^{-a_j |t_1 - t_2|} \cos \Theta_j(t_1 - t_2), \\ \psi_j(t_1)\psi_j(t_2) &= K_j e^{-\beta_j |t_1 - t_2|} \cos \Theta_j(t_1 - t_2), \end{aligned} \quad (6.161)$$

где  $A_j^{(0)}, B_j^{(0)}, c_j, k_j, \alpha_j, \beta_j, \Theta_j$  - параметры землетрясения.

Для дальнейшего решения задачи, подставляя формулы (6.157), (6.159), (6.160) и (6.161) в интеграл правой части уравнения (6.156), получим выражение, составленное из элементарных функций, интегрирование которого не представляет математической трудности.

Таким образом, имея  $f_k(t)$  и  $\varphi_{jk}(x_1, x_2, x_3)$ , из (6.145) можно определить составляющие перемещения  $U_j(x_1, x_2, x_3, t)$ .

## Выводы по главе 6

1. Численные расчеты значения амплитуды колебания  $C$  и угла фазы колебания  $\varphi_0$  показывают, что способ усреднения при первом приближении дает значение для  $x(t)$  (6.4), которое достаточно близко совпадает с результатами точных решений.

При втором приближении получаем два нелинейных дифференциальных уравнения, решение которых может быть громоздким, однако возникающие при решении затруднения имеют лишь алгебраический характер.

2. Расчетная формула (6.33) позволяет определить динамические касательные напряжения в соединениях несущих стен в зависимости от начальной скорости, передаваемой зданию.

Расчеты, произведенные для зданий с прямоугольным планом, показывают, что для невысоких зданий основными считаются те напряжения, которые соответствуют колебаниям первой формы.

3. Максимальные срезающие напряжения при внезапном действии нагрузки (6.33) возрастают по сравнению со статистическими значениями в среднем на 50...80 %, а влияние высших форм колебаний особенно сказывается в верхних сечениях, где их учет приводит к существенным погрешностям.

Для невысоких крупнопанельных зданий (до 6-ти этажей) основными будут напряжения, соответствующие первой форме колебания (рис. 6.3).

Разработанная теория расчета в форме уравнения (6.33) позволяет определить ди-



намические срезающие напряжения в связях несущих стен в пределах  $0 \dots H$  в зависимости от начальной скорости  $V_0$  движения грунта основания здания.

4. Полученная функция напряжения  $\sigma(H, t)$  (6.56) дает возможность проверить условие прочности между этажами крупнопанельного здания при ударе по продольной оси здания.

Разработанная теория позволяет установить значение прочности между этажами крупнопанельного здания при вертикальном ударе ( $V_0$ ), при котором обеспечивается условие прочности (отрыва) для каждого этажа.

5. По результатам расчетов установлено, что необходимо учитывать влияние упругости стен высоких зданий на его колебания. Вместе с тем установлено достаточно малое влияние упругости материала стен невысоких зданий на его колебания, поэтому стены приняты абсолютно жесткими.
6. Уравнения (6.116) и (6.122), полученные для определения перемещения  $U(x, t)$  и величины динамического нормального напряжения  $\sigma(\ell, t)$ , возникающих под воздействием динамической силы, позволяют более точно оценить напряженно-деформированное состояние в стыках швов продольных стен и междуэтажных перекрытий крупнопанельных зданий.
7. Для определения величины напряжений в стыках в направлениях  $x, y$  и  $z$  необходимо определить относительные смещения точек  $i$  и  $5$ , используя линейную зависимость между напряжениями и деформациями.

## **7. ПРОГРАММА, ОБЪЕКТЫ, МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

### ***7.1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ***

Экспериментальные исследования проводились с целью подтверждения достоверности результатов теорий расчетов и их уточнений.

Некоторые из рассмотренных в диссертационной работе задач по установлению закономерностей процессов, протекающих в сложной механической системе «здание-основание», реальная суть которых не раскрывалась теоретическим путем, были установлены эмпирическим методом, в том числе:

1. оценка прочности, деформативности и трещиностойкости несущей диафрагмы под воздействием статической нагрузки;
2. установление периода и формы свободных колебаний здания.

В результате проведенных экспериментальных исследований стало возможным установить реальные функциональные зависимости сложных процессов напряженно-деформированного состояния поперечной диафрагмы крупнопанельного здания.

#### ***7.1.1. ПРОГРАММА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ***

Программа настоящих экспериментальных исследований включает комплекс задач, выдвинутых результатами теории расчета устойчивости высотных зданий. Разработка теории взаимодействия напряженно-деформированного состояния системы «здание-основание» связана с неоднородностью основания в вертикальном и горизонтальном направлениях. Неоднородность основания в статическом смысле носит случайный характер и решить рассматриваемую проблему разработкой соответствующей теории расчета, подтвержденной экспериментами на физических моделях, далеко недостаточно. Такие действительно сложные задачи требуют проведения специальных экспериментов.

Для установления геометрических размеров и других необходимых характеристик моделируемого образца были приняты рекомендации акад. А.Г. Назарова [213]. В принятом моделировании для двух твердых деформируемых тел  $A^H$  и  $A^M$  соблюдены следующие требования:

- для линейных размеров  $l^H = \alpha l^M$ ;
  - для деформаций  $\varepsilon^H = \varepsilon^M$ ;
  - для распределенных сил и напряжений  $\sigma^H = \sigma^M$ ;
  - для упругих постоянных и равнодействующих распределенных сил  $\rho^H = \rho^M$ ;  $E^H = E^M$ ;
- $$N^H = \alpha^2 N^M,$$

где  $\alpha$  - множитель подобия;  $\varepsilon^H$ ,  $\varepsilon^M$  - относительная деформация;  $\rho^H$ ,  $\rho^M$  - плотность материала;  $E^H$ ,  $E^M$  - модуль упругости материала;  $N^H$ ,  $N^M$  - продольная нагрузка.

Известно, что возможность простого моделирования изучена достаточно полно и, следовательно, имеются все теоретические и экспериментальные предпосылки для применения этого метода при изучении напряженного состояния составных частей зданий. Кроме того, применение метода простого моделирования в данном случае вполне допустимо, поскольку напряженное состояние ряда составных частей, в том числе поперечной диафрагмы в масштабе 1:10, 1:15 и 1:20, с достаточной точностью отражает картину напряженного состояния фрагмента диафрагмы натуральной величины.

При изготовлении моделей требуется полностью сохранить проектное положение и выдержать геометрическое подобие не только для раствора, но и для арматуры диафрагмы.

### **7.1.2. ОБЪЕКТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**Диафрагмы-модели.** Для получения достоверных экспериментальных данных в качестве объектов нами были выбраны модели в масштабах 1:10, 1:15 и 1:20. Такой выбор масштабов позволяет избегать больших затрат и недостоверных результатов, имеющих место при использовании моделей в масштабе менее 1:20.

Согласно задачам исследований для экспериментальных исследований разработаны и тщательно подобраны диафрагмы-модели из цементно-песчаного раствора, которые подвергались вибрированию на десятитонном вибростоле.

Для проведения экспериментов были изготовлены 3 группы диафрагм-моделей, в каждом из них по 3 образца:

**I группа:** три образца с проемами в масштабе 1:10 и размером 120x175 см (ДФ-4, ДФ-5, ДФ-6), соответствующие поперечным диафрагмам пятиэтажного здания.

**II группа:** три образца с проемами в масштабе 1:15, размером 80x200 см (ДФ-1, ДФ-2, ДФ-3), соответствующие поперечным диафрагмам девятиэтажного здания.

**III группа:** три образца с проемами в масштабе 1:20, размером 30x85 см (ДФ-7, ДФ-8, ДФ-9), соответствующие поперечным диафрагмам пятиэтажного здания.

Все образцы диафрагм-моделей предназначались для испытания под горизонтальную статическую нагрузку.

Диафрагмы-модели в масштабе 1:10 и 1:15 были армированы продольными и поперечными стержнями диаметром  $\varnothing 3 \text{ В I}$ , а модели в масштабе 1:20 - диаметром  $\varnothing 2 \text{ В I}$ .

Схемы армирования моделей представлены на рисунках 7.1, 7.2 и 7.3.

Все экспериментальные образцы диафрагм-моделей после формования переносились в пропарочную камеру, где подвергались пропариванию в течение восьми часов согласно графику, ранее разработанному заводом.

Одновременно с изготовлением образцов моделей для каждого из них были изготовлены по шесть штук контрольных образцов-кубиков и призм. После пропаривания на вторые сутки образцы, фрагменты и по три кубика и призмы к ним переносились в лабораторию кафедры сопротивления материалов Национального аграрного университета Армении, где хранились вместе с образцами моделей до начала испытаний.

По три кубика и призмы хранились во влажной камере лаборатории в течение 28-ми суток, после чего испытывались для выявления прочностных и деформационных показателей цементно-песчаного раствора.

Кроме того, проводилась дополнительная проверка прочности раствора при сжатии



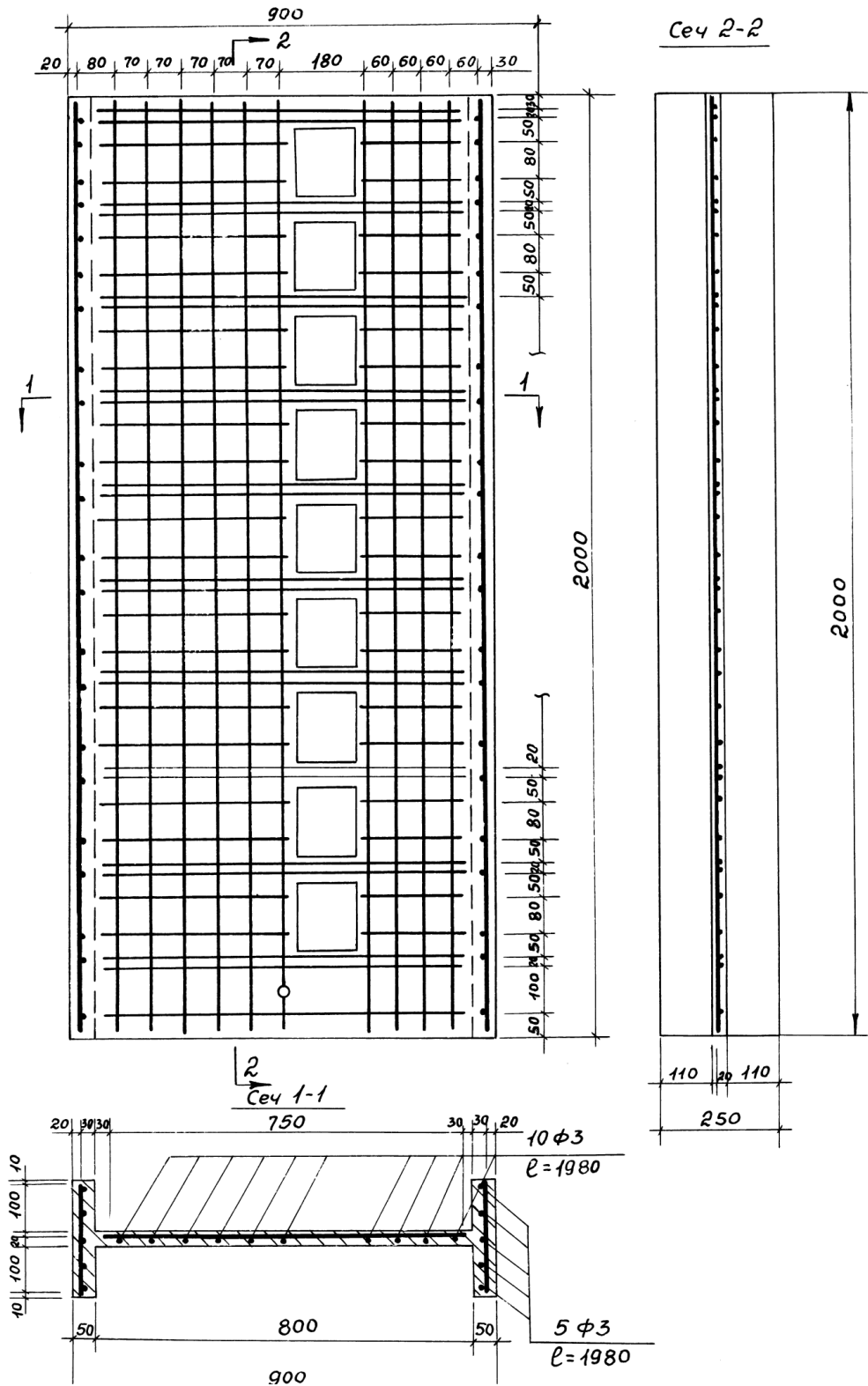


Рис. 7.2. Схема армирования диафрагмы-модели девятиэтажного здания в масштабе 1:15

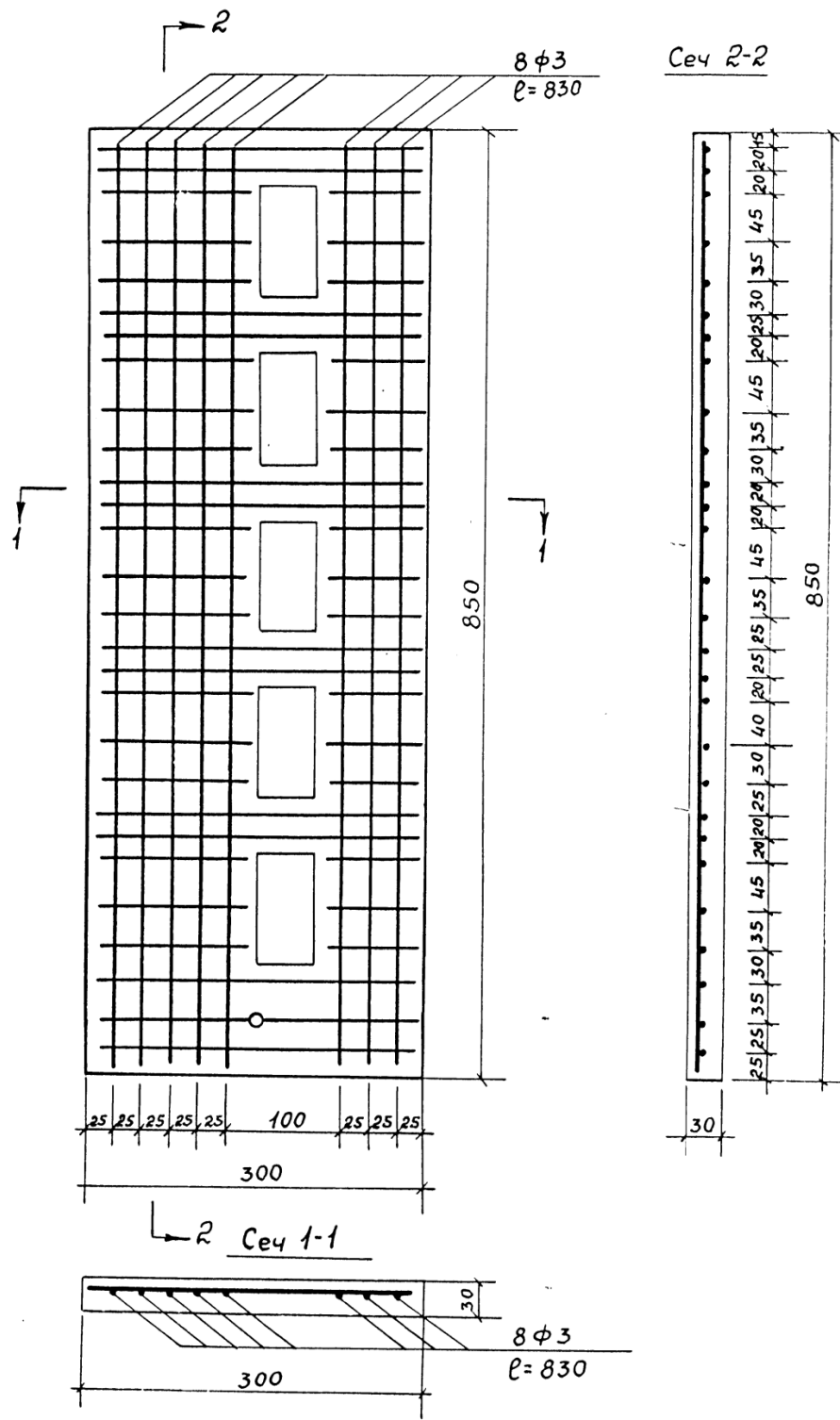


Рис. 7.3. Схема армирования диафрагмы-модели пятиэтажного здания в масштабе 1:20

кубов, выпиленных из цельной части панелей после их испытания. Методика испытания кубиков и призм – обычная, применяемая для бетона и раствора.

Исходные материалы, используемые для изготовления цементно-песчаного раствора, следующие:

- песок из Джраберского месторождения – применялись фракции размером: 4 мм – 3 %; 2 мм – 90 %; меньше 2 мм – 7 %; объемный вес песка = 580 кг/м<sup>3</sup>.
- цемент – использовался портландцемент марки «500».

Состав раствора на один замес растворомешалки (220 л) принят: цемент – 20 кг, песок – 100 кг, вода – 44 л.

### **7.1.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ**

Для экспериментальных исследований поведения конструкций зданий и сооружений при статических воздействиях, как правило, требуются специальные установки, обеспечивающие условия испытания, соответствующие реальным условиям работы конструкций. При этом для получения достоверных результатов необходимо обеспечить неподвижность основания испытываемого объекта. С учетом этих требований для проведения испытания диафрагм-моделей нами была спроектирована и изготовлена специальная экспериментальная установка, общий вид которой представлен на рис. 7.4.

Экспериментальная установка для испытания диафрагм-моделей состоит из гидравлического пресса ГМС-20 (10), основного (6) и вспомогательных тросов (12), швеллеров (1), динамометра (7) и захватов. При работе пресса, перекинутый через блок (8) основной трос (6), конец которого закреплен на подвижном столике (9), натягивается и создает горизонтальное усилие, измеряемое силоизмерительным устройством пресса (11).

Кроме того, для контроля показаний силоизмерительного устройства посередине главного троса (6) был установлен динамометр (7). Другой конец троса соединен с вертикально установленным швеллером-траверсой (5), который в свою очередь соединен вспомогательными тросами (12) со швеллером (1), установленным с тыльной стороны попе-



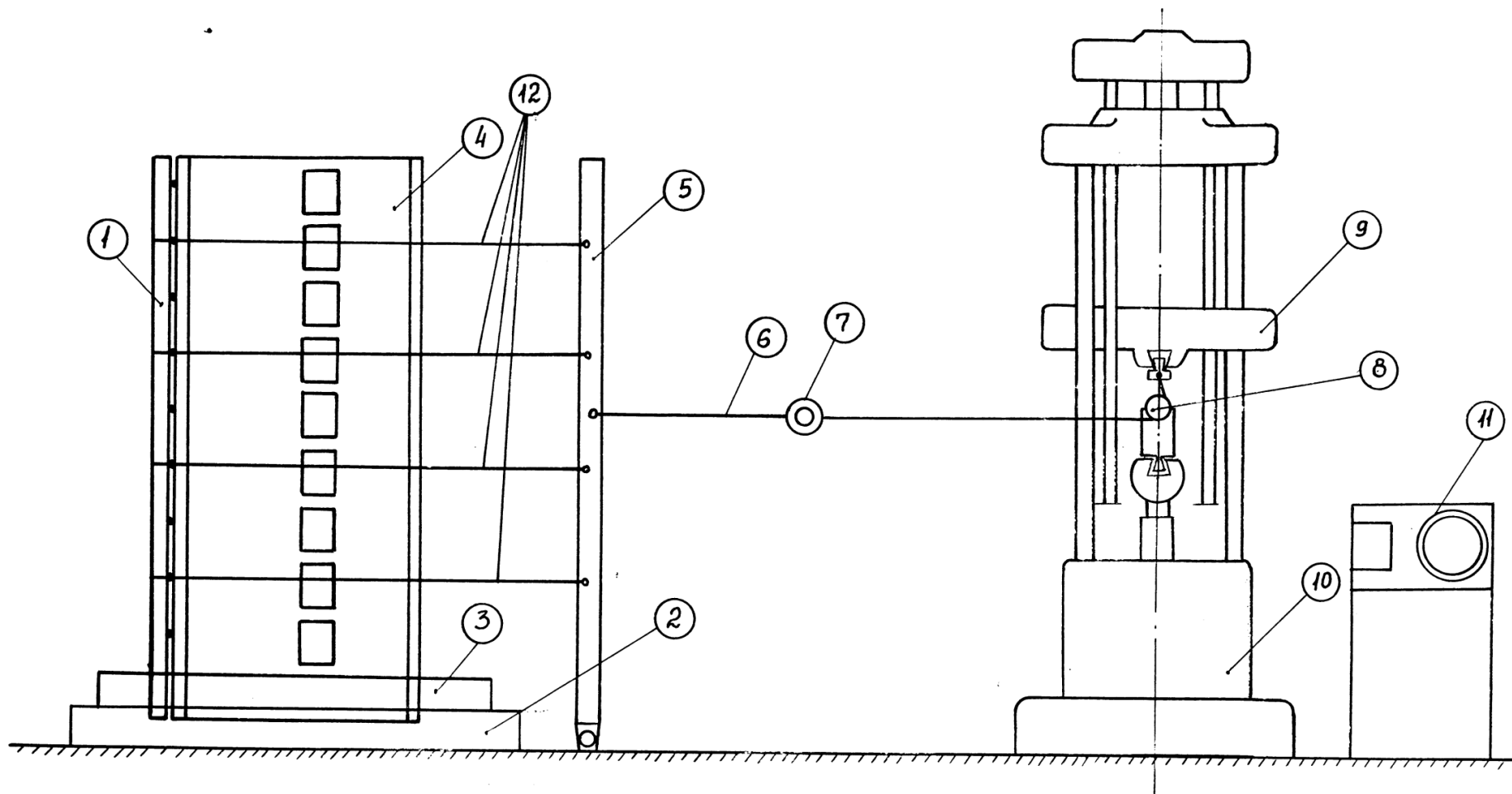


Рис. 7.4. Общий вид установки для испытания диафрагм-моделей

речной диафрагмы-модели (4). На этом швеллере приварены арматурные стержни по высоте, соответствующей уровням междуэтажных перекрытий зданий, через которые создаются равные усилия на испытуемый образец.

Поперечная диафрагма-модель была установлена в желоб (2), состоящий из четырех швеллеров, прикрепленных к фундаменту анкерными болтами. Желоб заполнен утрамбованным крупнозернистым песком, имитирующим грунтовое основание в естественных условиях. Образец-модель металлическим стержнем (ось) (3), пропущенным через центральное отверстие в его нижней части, соединен со швеллерами желоба.

Для измерения деформаций в горизонтальных сечениях образца на заранее подготовленные поверхности по схеме были приклеены проволочные тензодатчики базой 20 мм, сопротивлением 200 ом, по восемь штук с каждой стороны - по краям и по концам проемов.

Для измерения перемещений и углов поворота были использованы индикаторы часового типа, ценой деления 0,01 мм, по три штуки с каждой стороны. Схема расположения измерительных приборов показана на рисунках 7.5 и 7.6. Величина горизонтальной нагрузки, действующей на образец, определялась показаниями прессы и динамометра.

Для проверки работы измерительных приборов образец-модель была предварительно подвергнута нагрузке, соответствующей 10-15 % от предполагаемой разрушающей нагрузки. Для взятия показаний с приборов как при предварительном, так и при основном испытаниях был использован прибор ЛИ-1.

#### ***7.1.4. МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЯ КУБИКОВ И ПРИЗМ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ПРОЧНОСТНЫХ И ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЦЕМЕНТНО-ПЕСЧАНОГО РАСТВОРА***

Параллельно с изготовлением опытных образцов, согласно ранее разработанной методики [7-9, 60], в соответствующих металлических формах были изготовлены по шесть штук кубиков, каждый размером 10x10x10 см и призм, каждая размером 5x5x20 см. Они подвергались вибрированию совместно с образцами, после чего по три кубика и призмы переносились во влажную камеру лаборатории и хранились в течение 28-ми суток. Темпе-

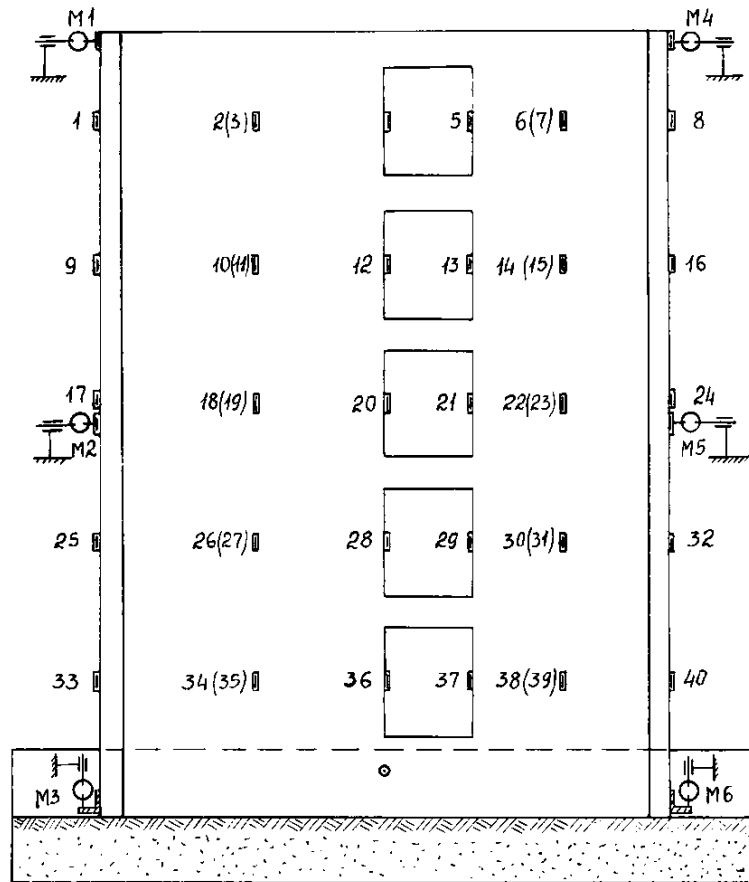


Рис. 7.5. Схема расположения измерительных приборов на модели пятиэтажного здания

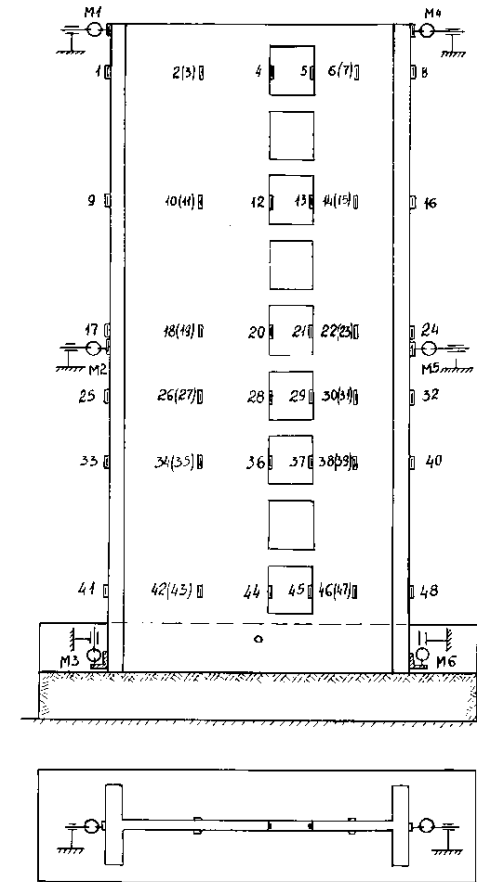


Рис. 7.6. Схема расположения измерительных приборов на модели девятиэтажного здания

ратуру в камере поддерживали в пределах +15-+20°С, относительную влажность воздуха - 90-95 %. Остальные кубики и призмы хранились с образцами и предназначались для их одновременного испытания.

Для определения прочности цементно-песчаного раствора кубиков и призм после 28-ми суток хранения в лаборатории их подвергали испытанию на сжатие на гидравлическом прессе ГМС-20. Результаты испытания кубиков и призм приведены в таблицах 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 и 7.5.

**Таблица 7.1**

Результаты испытания цементно-песчаных растворных кубиков  
после 28-ми суток хранения во влажной камере

№	Наименование серии моделей	№ кубов	Разрушающая нагрузка, кг	Прочность на сжатие, кгс/см <sup>2</sup>	
				отдельного кубика	в среднем
1	ДФ-1	1	8900	89	91
		2	9300	93	
		3	6000	60	
2	ДФ-2	1	8800	88	88
		2	9000	90	
		3	9100	91	
3	ДФ-3	1	8700	87	87
		2	8900	89	
		3	8500	85	
4	ДФ-4	1	9200	93	90
		2	9200	91	
		3	6300	87	
5	ДФ-5	1	9300	93	90
		2	9100	88	
		3	8700	69	
6	ДФ-6	1	9200	92	90
		2	8800	88	
		3	6900	69	
7	ДФ-7	1	6800	68	68
		2	7000	70	
		3	6600	66	
8	ДФ-8	1	7100	71	69
		2	7100	71	
		3	6800	68	
9	ДФ-9	1	7300	73	71
		2	7100	71	
		3	6900	69	

**Примечание:** Размер кубиков – 10x10x10 см.

Таблица 7.2

Результаты испытания цементно-песчаных растворных кубиков  
после хранения вместе с образцами моделей

№	Наименование серии моделей	№ кубов	Разрушающая нагрузка, кг	Прочность на сжатие, кгс/см <sup>2</sup>	
				отдельного кубика	в среднем
1	ДФ-1	1	9700	97	97
		2	9500	95	
		3	9900	99	
2	ДФ-2	1	9800	98	96
		2	9600	96	
		3	9400	94	
3	ДФ-3	1	6000	60	98
		2	9800	98	
		3	9800	98	
4	ДФ-4	1	10500	105	102
		2	10200	102	
		3	9900	99	
5	ДФ-5	1	9900	99	98
		2	9800	98	
		3	9700	97	
6	ДФ-6	1	10300	103	100
		2	9900	99	
		3	9800	98	
7	ДФ-7	1	8000	80	78
		2	7800	78	
		3	7600	76	
8	ДФ-8	1	7900	79	79
		2	7800	78	
		3	8000	80	
9	ДФ-9	1	7900	79	79
		2	7900	79	
		3	7800	78	

**Примечание:** Размер кубиков - 10х10х10 см.

Таблица 7.3

Результаты испытания цементно-песчаных растворных призм  
после 28-ми суток хранения во влажной камере

№	Наименование серии моделей	№ призм	Разрушающая нагрузка, кг	Прочность на сжатие, кгс/см <sup>2</sup>	
				отдельной призмы	в среднем
1	ДФ-1	1	1675	67	67
		2	1700	68	
		3	1650	66	
2	ДФ-2	1	1650	66	66
		2	1675	67	
		3	1625	65	
3	ДФ-3	1	1600	64	66
		2	1650	66	
		3	1700	68	
4	ДФ-4	1	1625	65	65
		2	1625	65	
		3	1000	40	
5	ДФ-5	1	1725	69	68
		2	1700	68	
		3	1675	67	
6	ДФ-6	1	1675	67	67
		2	1650	66	
		3	1675	67	
7	ДФ-7	1	1325	53	52
		2	1300	52	
		3	1300	52	
8	ДФ-8	1	1325	53	53
		2	1325	53	
		3	1325	53	
9	ДФ-9	1	1300	52	52
		2	1275	51	
		3	1325	53	

**Примечание:** 1. Размер призм - 5x5x20 см.

Таблица 7.4

Результаты испытания цементно-песчаных растворных призм  
после хранения вместе с образцами моделей

№	Наименование серии моделей	№ призм	Разрушающая нагрузка, кг	Прочность на сжатие, кгс/см <sup>2</sup>	
				отдельной призмы	в среднем
1	ДФ-1	1	1875	75	74
		2	1850	74	
		3	1825	736	
2	ДФ-2	1	1900	76	75
		2	1875	75	
		3	1850	74	
3	ДФ-3	1	1875	75	75
		2	1875	75	
		3	1250	50	
4	ДФ-4	1	1925	77	77
		2	1875	75	
		3	1975	79	
5	ДФ-5	1	1750	70	73
		2	1825	73	
		3	1875	75	
6	ДФ-6	1	1950	78	75
		2	1875	75	
		3	1850	74	
7	ДФ-7	1	1600	60	60
		2	1500	60	
		3	1525	61	
8	ДФ-8	1	1500	60	59
		2	1475	59	
		3	1450	58	
9	ДФ-9	1	1500	60	60
		2	1500	60	
		3	1500	60	

**Примечание:** Размер призм - 5x5x20 см.

Таблица 7.5

## Прочность и деформация цементно-песчаного раствора кубиков и призм

№ модели	Наименование серии моделей	Объемный вес раствора, кг/м <sup>3</sup>	Прочность раствора, кгс/см <sup>2</sup>		Марка раствора	Модуль деформации, кгс/см <sup>2</sup>
			кубиков	призм		
1	ДФ-1	1700	91	74	91	2,26x10 <sup>5</sup>
2	ДФ-2	1700	88	75	88	2,26x10 <sup>5</sup>
3	ДФ-3	1700	87	75	87	2,26x10 <sup>5</sup>
4	ДФ-4	1650	92	77	92	2,28x10 <sup>5</sup>
5	ДФ-5	1650	90	73	90	2,28x10 <sup>5</sup>
6	ДФ-6	1650	90	75	90	2,28x10 <sup>5</sup>
7	ДФ-7	1300	68	60	68	2,265x10 <sup>5</sup>
8	ДФ-8	1300	69	59	69	2,265x10 <sup>5</sup>
9	ДФ-9	1300	71	60	71	2,265x10 <sup>5</sup>

**Примечание:** Серии ДФ соответствуют моделям поперечных диафрагм.

Для определения модуля упругости раствора  $E_p$  для каждой группы образцов были проведены испытания на сжатие с использованием призм, на гранях которых были приклеены электрические тензодатчики базой 20 мм. В результате для каждой группы моделей построены графики зависимости напряжений ( $\sigma$ ) от деформации ( $\varepsilon$ ), представленные на рисунках 7.7 и 7.8.

Данными графиков для каждой группы моделей определены модули деформации ( $E_p$ ):

1. Для диафрагм-моделей в масштабе 1:15,  $E_s^{0,5R} = 2,26 \cdot 10^5$  кгс/см<sup>2</sup>;
2. Для диафрагм-моделей в масштабе 1:10,  $E_s^{0,5R} = 2,28 \cdot 10^5$  кгс/см<sup>2</sup>;
3. Для диафрагм-моделей в масштабе 1:20,  $E_s^{0,5R} = 2,265 \cdot 10^5$  кгс/см<sup>2</sup>.



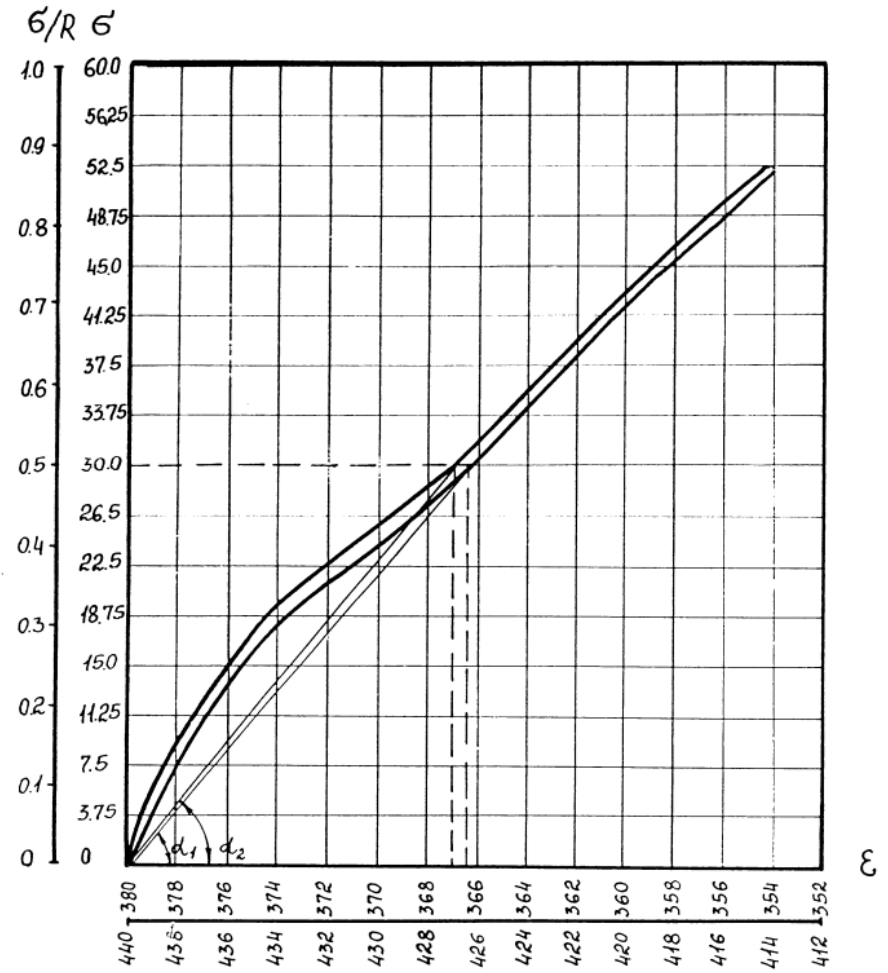
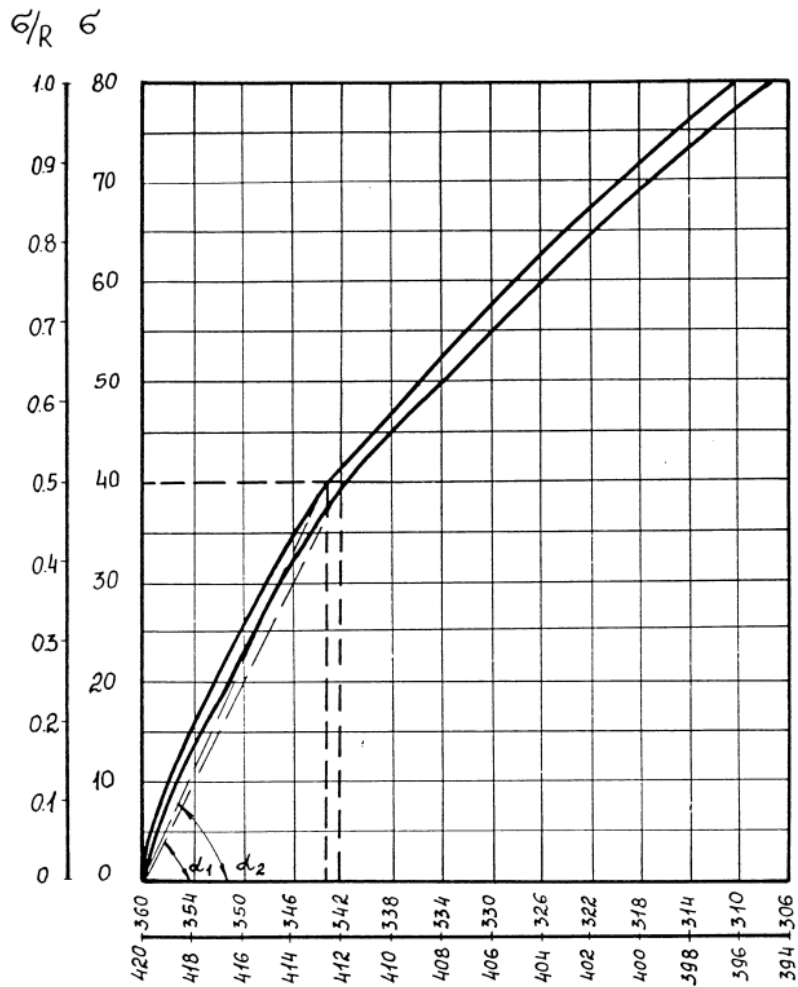


Рис. 7.7. Графики зависимости  $\sigma - \epsilon$  диафрагм-моделей в масштабе 1:15 и 1:10

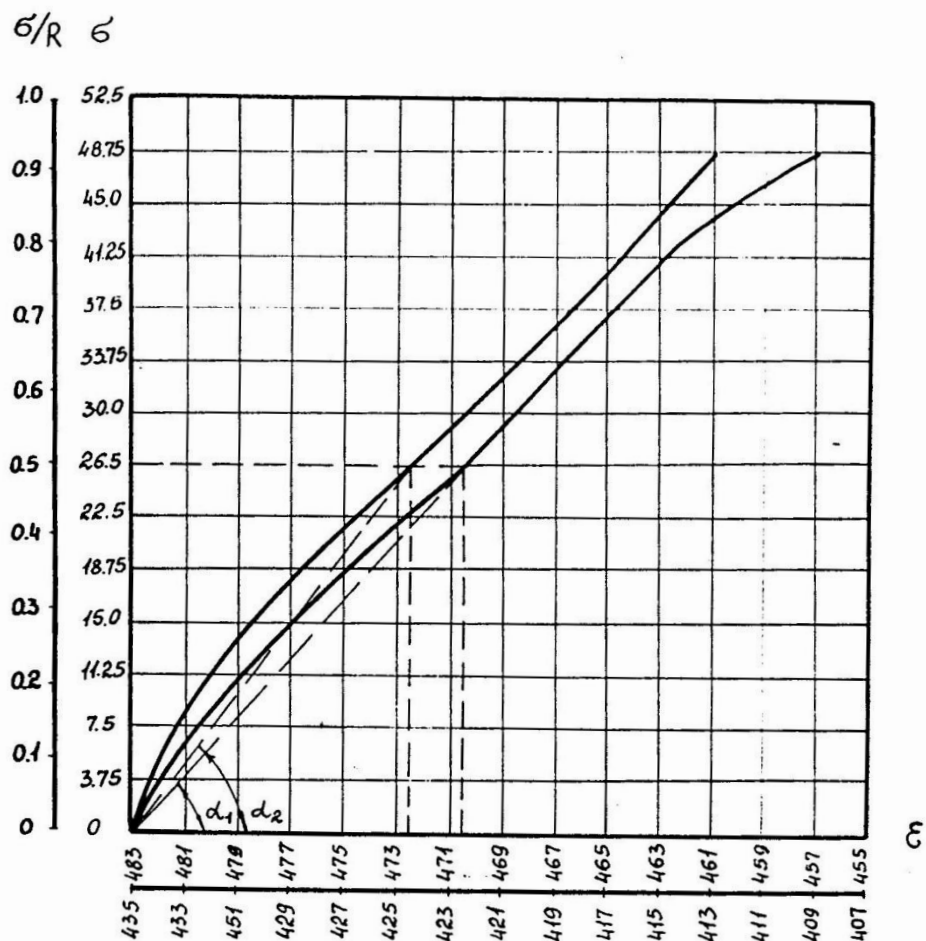


Рис. 7.8. График зависимости  $\sigma - \epsilon$  диафрагм-моделей в масштабе

1:20

### 7.1.5. МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЯ ДИАФРАГМ-МОДЕЛЕЙ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

Испытания диафрагм-моделей проводились согласно вышеуказанной методике (по схеме рис. 7.4). Целью этих испытаний являлась проверка несущей способности и напряженно-деформированного состояния отдельных диафрагм-моделей при испытании на изгиб.

Были испытаны три группы диафрагм-моделей:

- I группа: три образца с проемами в масштабе 1:15 и размером 80x200 см (ДФ-1, ДФ-2, ДФ-3), с видом двутавра в поперечном сечении,
- II группа: три образца с проемами в масштабе 1:10 и размерами 120x175 см (ДФ-4, ДФ-5, ДФ-6), с видом двутавра в поперечном сечении,

III группа: три образца с проемами в масштабе 1:20 и размерами 30x85 см (ДФ-7, ДФ-8, ДФ-9), с прямоугольным поперечным сечением.

При работе пресса основной трос (б) натягивается и создает горизонтальное усилие, которое измеряется силоизмерительным устройством пресса и динамометром, установленном на основном тросе (рис. 7.4).

При натягивании швеллера, установленного на тыльной стороне диафрагмы-модели, модель подвергается изгибу, поскольку закреплена только на нижнем конце.

Нагрузка на модели передавалась периодически, после каждой передачи нагрузки по истечении 3-5 минут брались показания с тензодатчиков и мессур как в начале, так и в конце процесса передачи нагрузки. Вид отдельных образцов-моделей во время испытания на изгиб приведен на рис. 7.9 и 7.10.

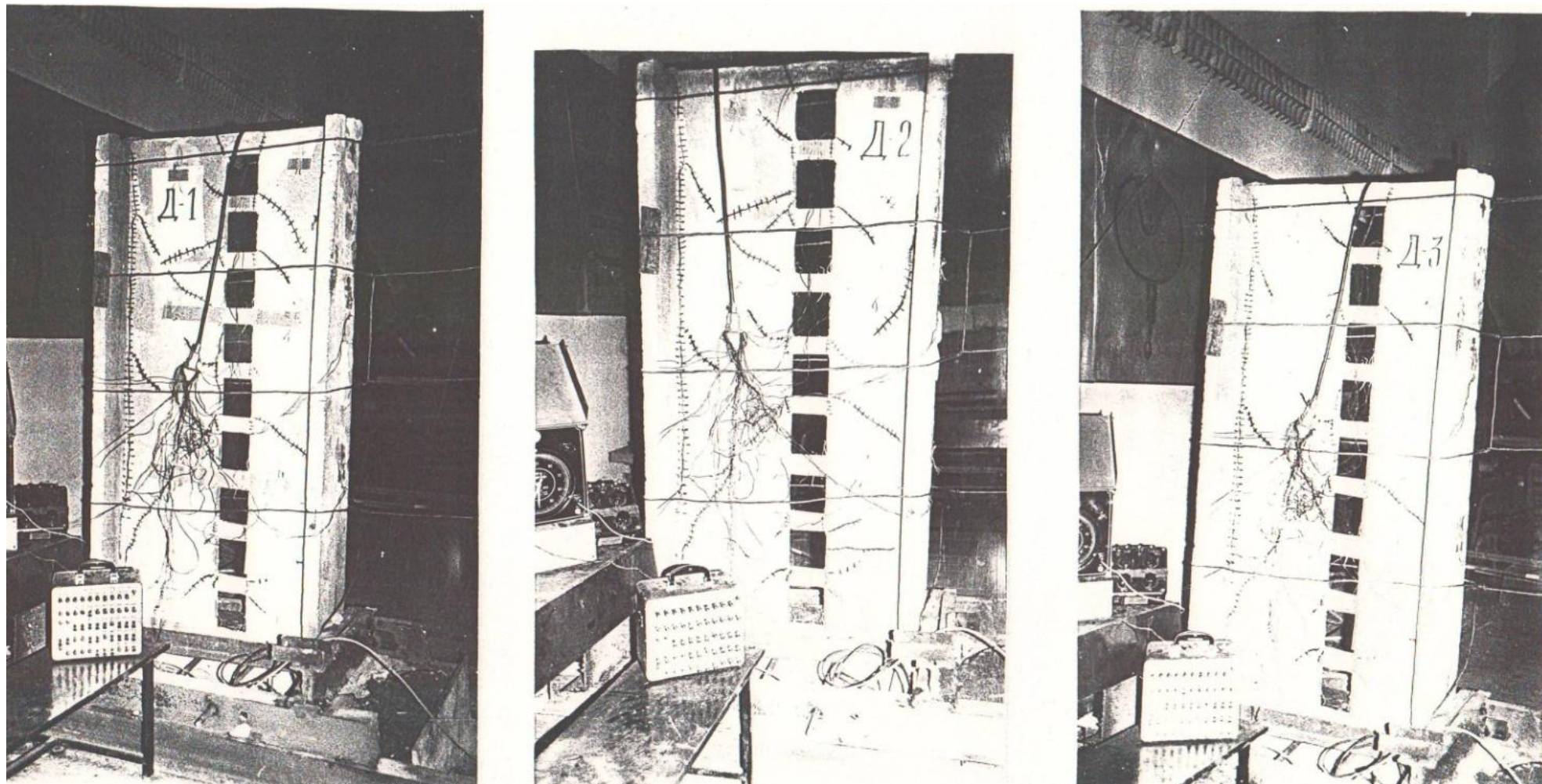
#### **7.1.6. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Процесс испытания всех образцов-моделей продолжали до их разрушения. Во время испытаний моделей первые трещины появлялись при нагрузках, равных  $0,74 \div 0,96$  от разрушающей нагрузки. Трещины появлялись на торце диафрагмы со стороны действующей горизонтальной нагрузки и на боковой поверхности проемов, в начале в нижних сечениях, а затем и в верхних сечениях по высоте. По-видимому, значения деформации превышали их предельные значения при растяжении в начале в нижних поперечных сечениях, а затем и в верхних.

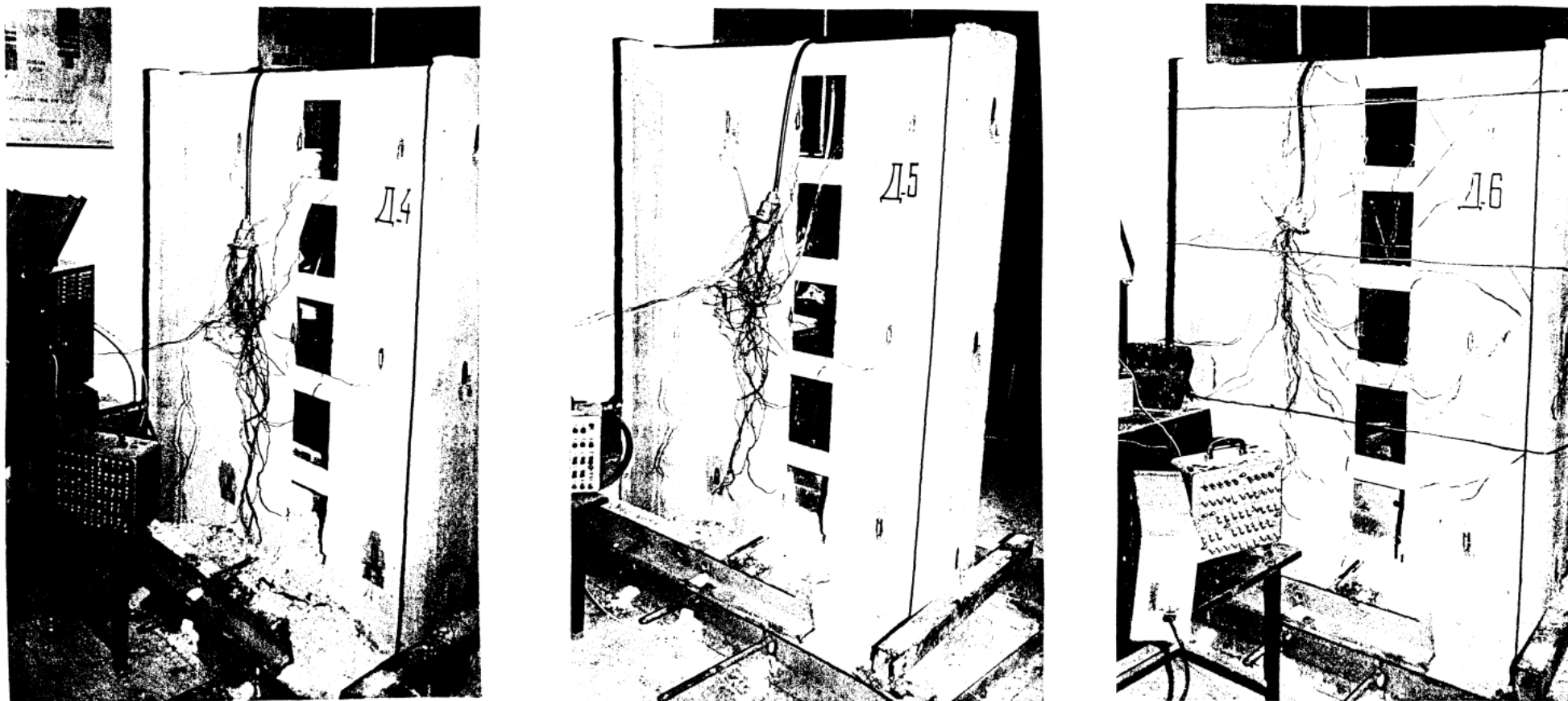
Результаты испытания отдельных образцов-моделей приведены в таблице 7.6.

По полученным значениям деформаций и перемещений построены соответствующие эпюры на различных уровнях по высоте модели. Принимая за основу гипотезу о прямолинейной зависимости между напряжениями и деформациями, осуществлен переход от деформаций к напряжениям и построены эпюры напряжений  $\sigma_{xx}$  (рис. 7.11, 7.12 и 7.13).

Этот переход стал возможным благодаря испытаниям цементно-песчаных призм и построенным графикам зависимости между напряжениями и деформациями, представленными на рис. 7.7 и 7.8.



*Рис. 7.9. Вид диафрагм-моделей (ДФ-1, ДФ-2, ДФ-3) во время испытания на изгиб*



*Рис. 7.10. Вид диафрагм-моделей (ДФ-4, ДФ-5, ДФ-6) во время испытания на изгиб*

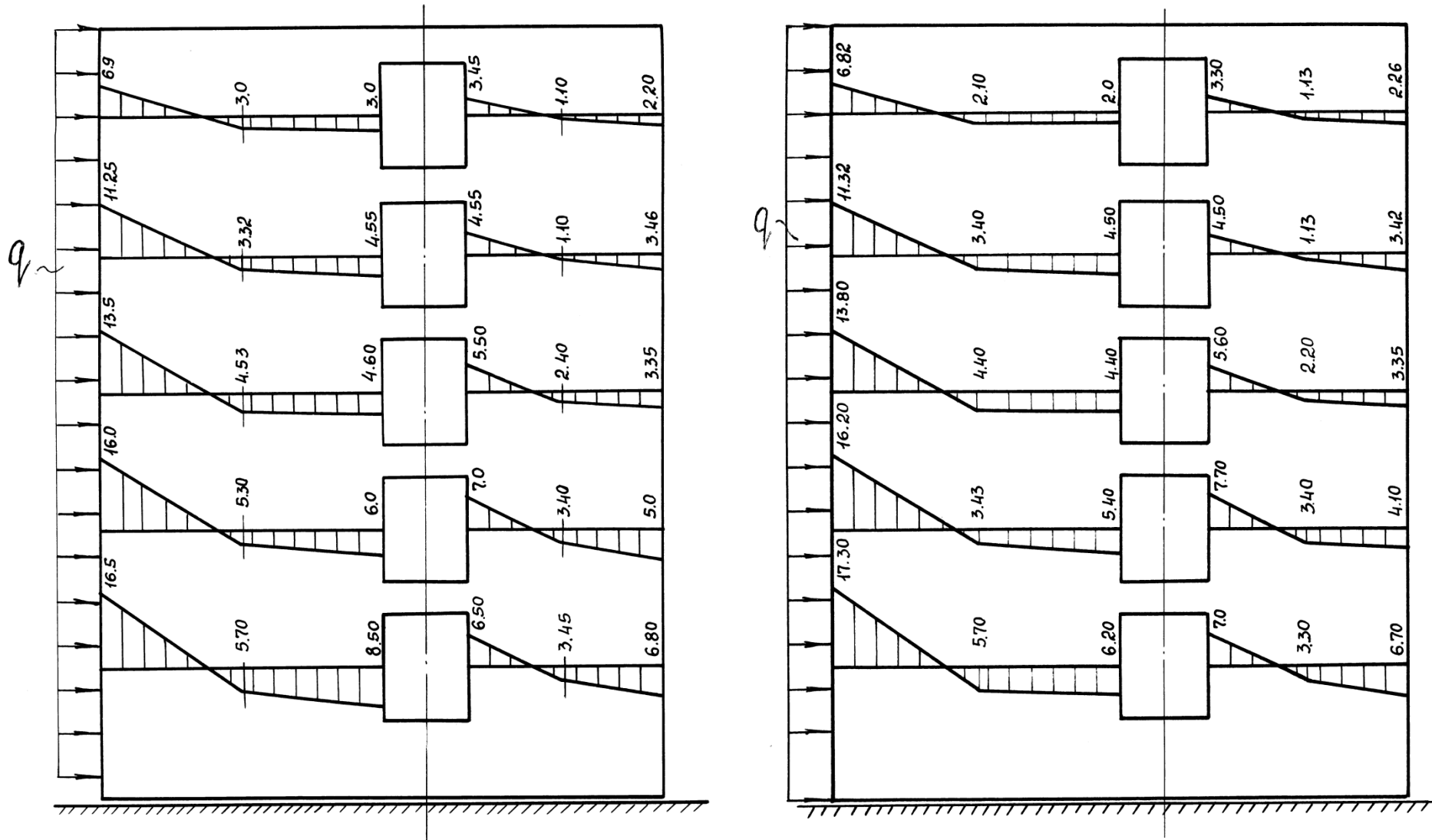


Рис. 7.11. Эпюры напряжений  $\sigma_{xx}$  для диафрагм-моделей в масштабе 1:10

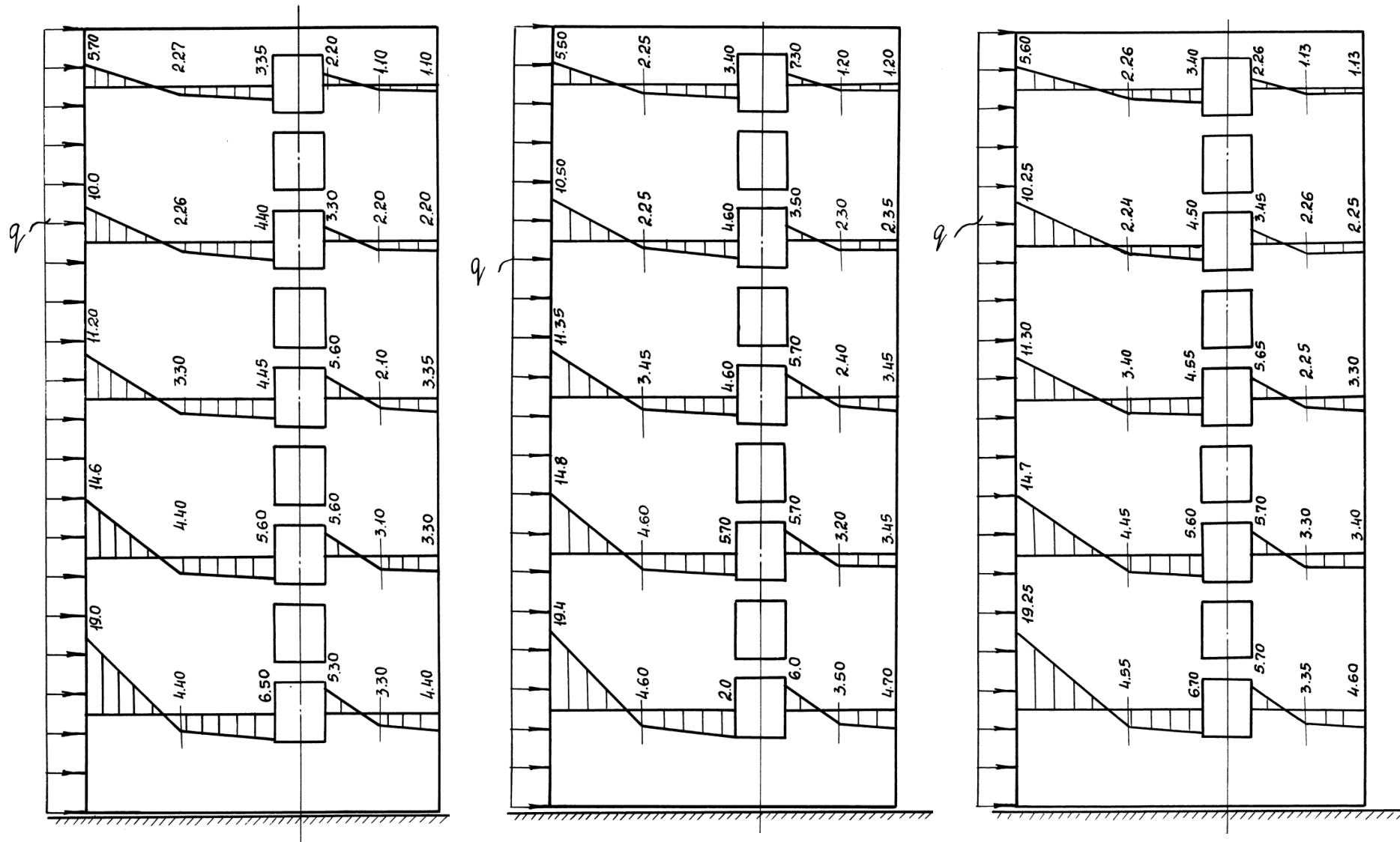


Рис. 7.12. Эпюры напряжений  $\sigma_{xx}$  для диафрагм-моделей в масштабе 1:15

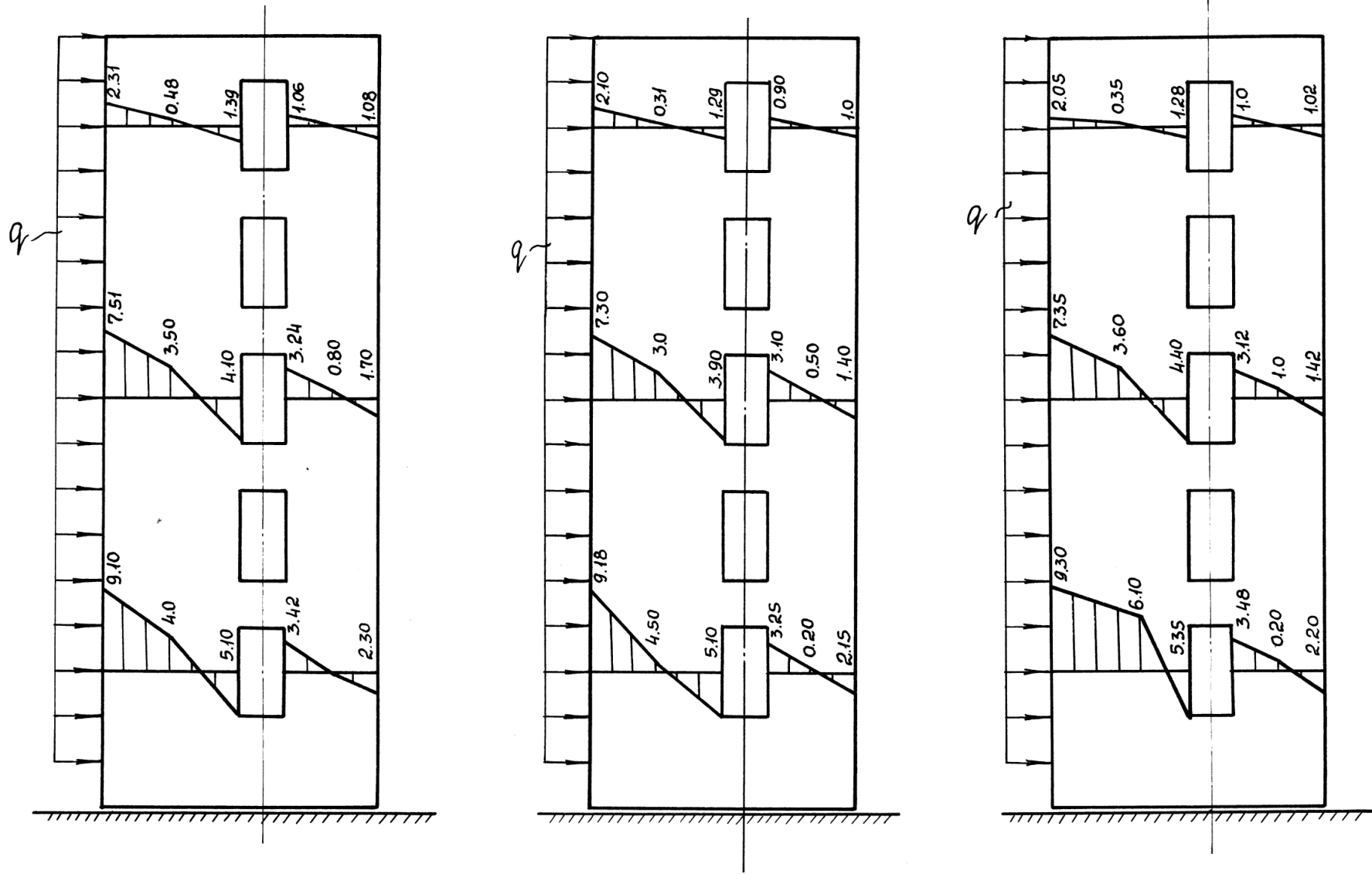


Рис. 7.13. Эпюры напряжений  $\sigma_{xx}$  для диафрагм-моделей в масштабе 1:20



Таблица 7.6

Результаты испытаний диафрагм-моделей и узлов сопряжения полупанелей

Наименование серии	Группы	Марка образца	Прочность раствора, кгс/см <sup>2</sup>		Модуль деформации, кгс/см <sup>2</sup>	Объемный вес раствора, кгс/м <sup>3</sup>	Нагрузка, кгс		$N_{mp} / N_{раз}$
			кубиков	призм			при образов. трещин $N_{mp}$	разрушающая $N_{раз}$	
Поперечные диафрагмы-модели	I	ДФ-1 ДФ-2 ДФ-3	1	91,0	74,0	$2,26 \cdot 10^5$	1700	3600	0,472
			2	88,0	75,0	$2,26 \cdot 10^5$	1700	3800	0,447
			3	87,0	75,0	$2,26 \cdot 10^5$	1700	3700	0,459
	II	ДФ-4 ДФ-5 ДФ-6	1	92,0	77,0	$2,28 \cdot 10^5$	1650	3400	0,485
			2	90,0	73,0	$2,28 \cdot 10^5$	1650	3300	0,5
			3	90,0	75,0	$2,28 \cdot 10^5$	1650	3350	0,493
	III	ДФ-7 ДФ-8 ДФ-9	1	68,0	60,0	$2,265 \cdot 10^5$	1100	1300	0,846
			2	69,0	59,0	$2,265 \cdot 10^5$	1070	1300	0,823
			3	71,0	60,0	$2,265 \cdot 10^5$	1160	1300	0,892

Из данных графиков эпюры напряжений очевидно, что характер работы поперечной стены с проемами значительно отличается от характера работ сплошной стены. В первом случае (при наличии проемов) эпюра напряжения  $\sigma_{xx}$  меняет свой знак в пределах как в левом, так и в правом столбцах. Во втором случае (при сплошной диафрагме) эпюра напряжений  $\sigma_{xx}$  меняет свой знак один раз и имеет такой же вид, как и эпюра нормальных напряжений в высокой простой балке [69, 158].

Характер распространения напряжений  $\sigma_{xx}$  в поперечной стене с проемами напоминает работу составной балки. Анализируя полученные результаты исследований, приходим к заключению, что расчет поперечной стены с проемами не может быть произведен по тем же формулам, что и расчет сплошной стены.

С целью подтверждения правильности теоретических расчетов по определению напряжений в поперечных сечениях модели нами определены их значения по формулам (3.109), также построены эпюры  $\sigma_{xx}$ , которые сопоставлены с результатами экспериментальных исследований (рис. 7.14).

Некоторые расхождения теоретических и экспериментальных величин напряжений обуславливаются отчасти неточностью проведения экспериментов и некоторыми допущениями, принятыми при теоретических расчетах.

Удовлетворительное совпадение результатов теоретических исследований с экспериментальными данными позволяет выражения (3.109) рекомендовать для определения значений напряжений  $\sigma_{xx}$ .

## ***7.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ***

Основываясь на параметрах сильных землетрясений, происходивших на земном шаре, в том числе в Республике Армения, за последние годы удалось проверить степень достоверности результатов экспериментально-теоретических исследований, используемых при строительстве зданий и сооружений.

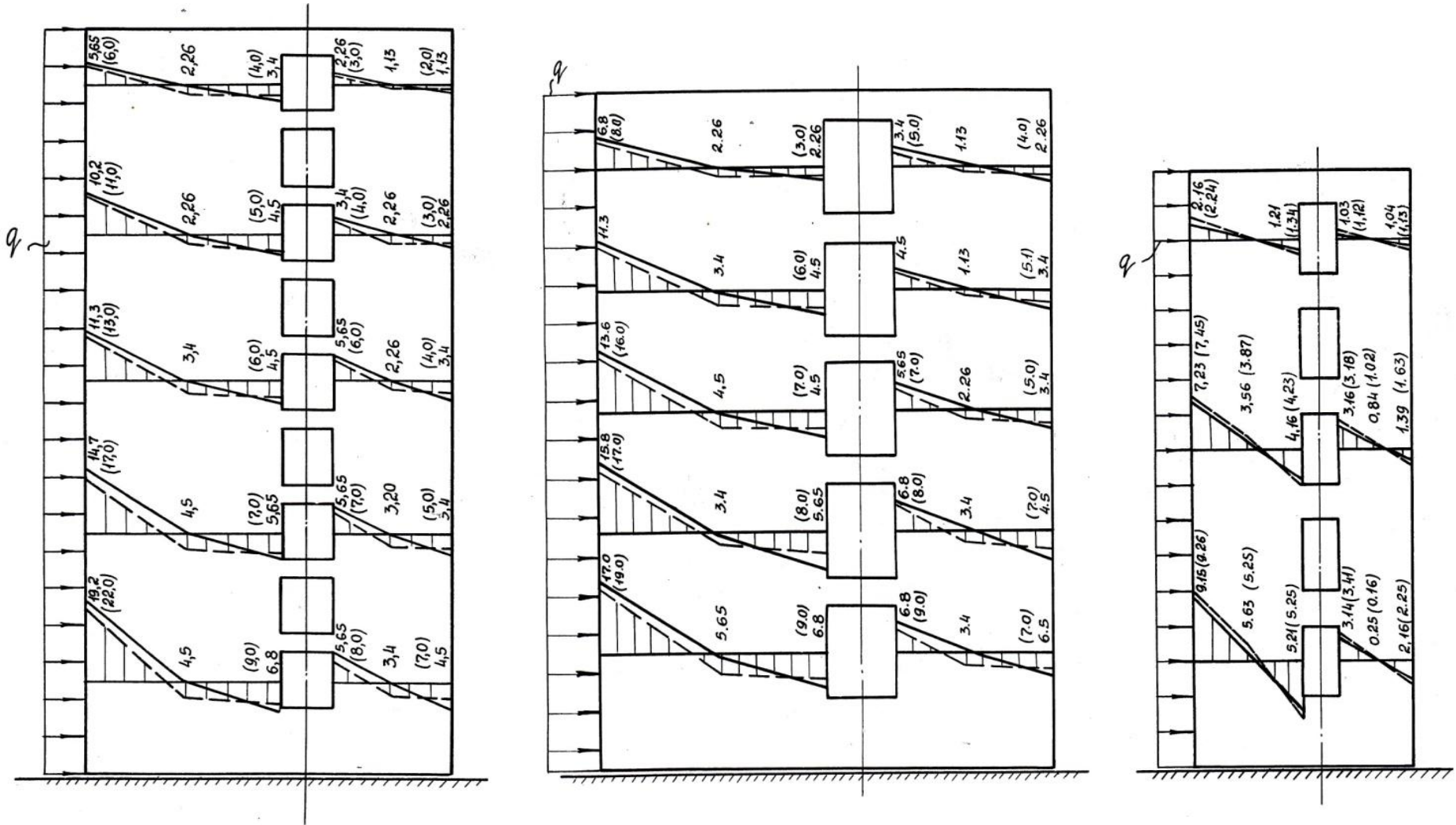


Рис. 7.14. Эпюры распределения напряжений  $\sigma_{xx}$  по высоте диафрагм моделей в масштабах 1:15, 1:10, 1:20:

— теоретическая кривая; ---- экспериментальная кривая

Сопоставление результатов расчетов и реальных параметров факторов разрушений, особенно высотных зданий, указывает на необходимость установления основных направлений развития технологий и методов строительства. Такая постановка задач исследований особенно важна для анализа поведения панельных зданий и их стен при сильных внешних возмущающих нагрузках.

Анализ статистических данных последствий сильных землетрясений дает основание для общего суждения о правильности ведения строительства - методов проектирования, теорий расчетов и т.д. Однако, как указывается многими учеными данной области, необходимо проводить инженерный анализ последствий землетрясения, выполнить инженерные проверочные расчеты с оценкой возможности развития неупругих деформаций и т.д.

Вместе с тем отмечается, что имеющиеся информативные данные о сейсмическом реагировании крупнопанельных зданий недостаточны для необходимого анализа процесса. Поэтому задачей экспериментальных исследований является оценка возможного поведения зданий при землетрясениях различной интенсивности и на основе экспериментальных данных установление закономерностей их деформирования.

Недостаточность данных результатов экспериментальных исследований свидетельствует о том, что таким зданиям в большей степени присущи пластичность деформирования и неупругое рассеивание энергии. Заметим, что сегодня еще не удалось установить условия образования наклонных трещин в панельных стенах. Не установлены также особенности работы панельных систем с вертикальными стенами.

В свете изложенного даже незначительный вклад в решение рассматриваемой проблемы в экспериментальном и теоретическом аспекте имеет также большое народно-хозяйственное значение.

Изложенное диктует уточнить расчетную схему, усовершенствовать методы расчета и конструирования крупнопанельных зданий, установить их способность сопротивляться динамическим инерционным нагрузкам, выявить возможность сокращения расхода арматуры, цемента, установить поведение конструкций крупнопанельных зданий при

интенсивном динамическом воздействии.

Задача испытаний зданий при динамическом нагружении наиболее ответственная и полезная для достижения поставленной цели – доработке теории расчета и методик проектирования и строительства сейсмостойких зданий и сооружений.

Испытания натуральных объектов динамической нагрузкой дорогостоящи и трудоемки, что не предоставляет возможности установить достоверность теорий расчетов, связанные со строительством в сейсмических районах.

Как показывают анализ многочисленных работ [94-103, 122], испытания на моделях могут заменить натурные и во многих случаях являются более эффективными, чем натурные. На моделях можно решать многие задачи, возникающие на практике. Форма колебаний несущих конструкций высокоэтажных зданий зависит от разнообразных факторов жесткости элементов и узлов их сопряжений на изгиб и сдвиг, влияния связей и диафрагм, нагрузки и разгрузки и деформаций основания. Вследствие этого многие динамические характеристики колебаний испытываемых конструкций оказываются нелинейными, что затрудняет анализ результатов испытаний [215-217, 306, 307]. Такие задачи целесообразнее исследовать при испытании на моделях.

В задачу динамических испытаний моделей крупнопанельных высотных зданий входят:

- установление динамических характеристик модели частот, амплитуд и форм колебаний при заданных динамических воздействиях;
- установление динамической жесткости этажей;
- снижение степени жесткости и изменение динамических характеристик модели с повышением уровня горизонтального динамического нагружения;
- определение несущей способности и схемы разрушения;
- изучение характера развития и распределения повреждений по диафрагме модели;
- определение предельного состояния модели.

### 7.2.1. ОБЪЕКТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для динамических экспериментальных исследований в качестве объекта выбрана модель в масштабе 1:15, размером 80x200 см, соответствующая девятиэтажным зданиям.

Диафрагма-модель здания предназначена для испытания на горизонтальную динамическую нагрузку. Она армирована продольными и поперечными стержнями диаметром  $\varnothing 3$  В I.

Схема модели и ее армирования представлена на рисунке 7.15.

Параллельно с изготовлением экспериментальных образцов, согласно ранее разработанной методики [7-9], в соответствующих металлических формах были изготовлены по 6 штук кубиков размером 15x15x15 см и призм размером 5x5x20 см, которые вместе с образцами были подвергнуты вибрированию. Затем по 3 штуки кубиков и призм были перенесены во влажную камеру лаборатории, где хранились в течение 28 суток. Остальные кубики и призмы, предназначенные для одновременного испытания с образцами, хранились вместе с ними.

Для определения прочности кубиков и призм, изготовленных из цементно-песчаного раствора, их после 28-суточного хранения во влажной камере в лаборатории подвергли испытанию на сжатие на гидравлическом прессе ГМС-20.

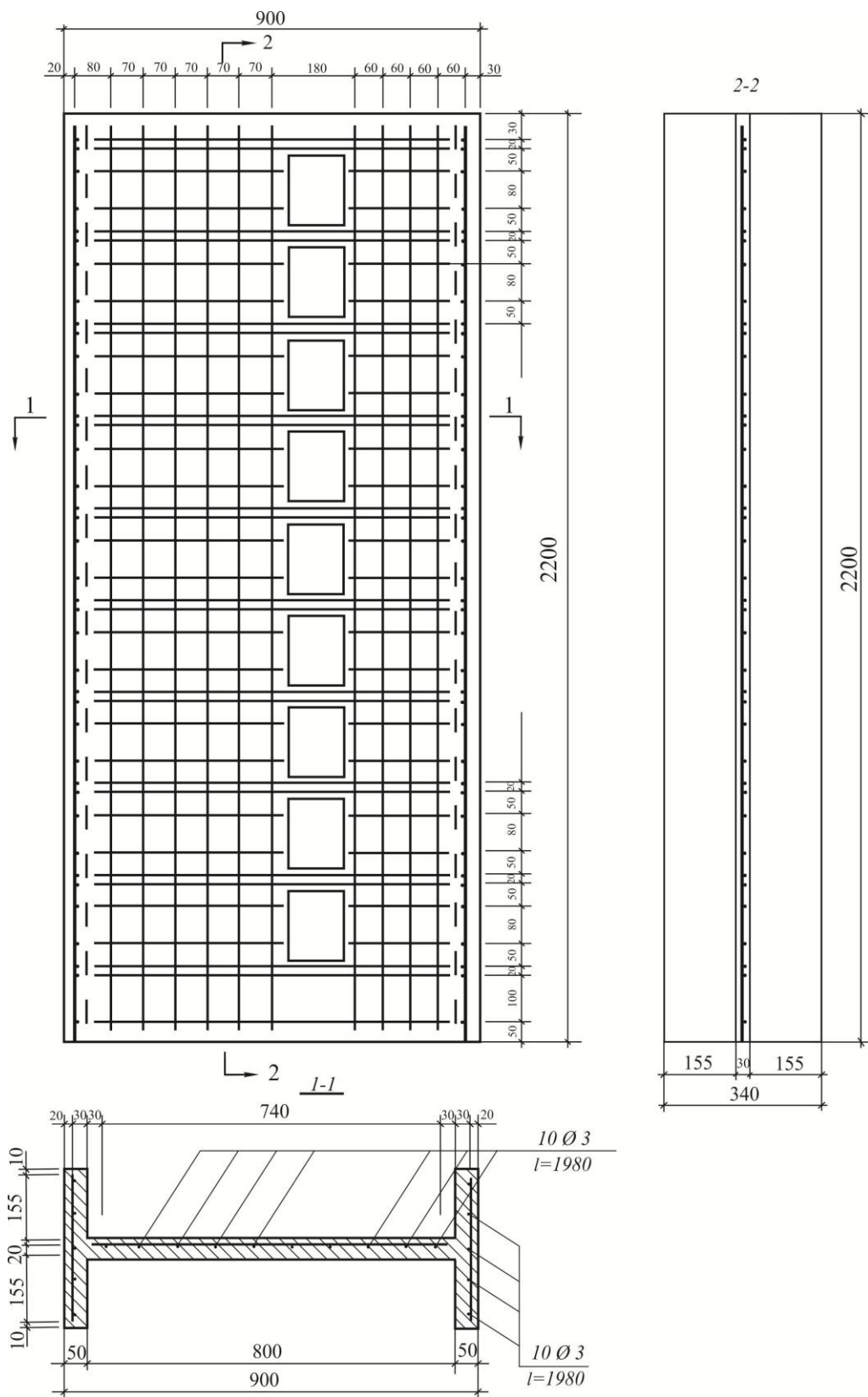
Результаты испытания кубиков и призм приведены в таблицах 7.7, 7.8.

**Таблица 7.7**

Результаты испытания цементно-песчаных растворных кубиков  
после 28-ми суток хранения во влажной камере

№ кубиков	Разрушающая нагрузка, кгс	Прочность на сжатие, кгс/см <sup>2</sup>	
		отдельного кубика	в среднем
1	14500	64,4	63,1
2	14200	63,1	
3	13900	61,8	

**Примечание:** Размер кубиков - 15x15x15 см.



**Рис. 7.15.** Схема диафрагмы-модели в масштабе 1:15 (9-этажной) и ее армирования

Таблица 7.8

Результаты испытания цементно-песчаных растворных призм  
после 28-ми суток хранения во влажной камере

№ призм	Разрушающая нагрузка, кгс	Прочность на сжатие, кгс/см <sup>2</sup>	
		отдельной призмы	в среднем
1	1140	45,6	44,7
2	1090	43,6	
3	1120	44,8	

**Примечание:** Размер призм - 5x5x20 см.

Для определения модуля упругости раствора  $E_p$  для каждой группы образцов были проведены испытания на сжатие с использованием призм, на гранях которых были приклеены электрические тензодатчики базой 20 мм. В результате проведенных испытаний были построены графики зависимости напряжений ( $\delta$ ) от деформации ( $\varepsilon$ ).

Физико-механические характеристики бетона до проведения вибрационных испытаний модели приведены в таблице 7.9.

Таблица 7.9

Физико-механические характеристики бетона до проведения ударных испытаний модели

Объемная масса раствора $\gamma$ , кг/м <sup>3</sup>	Кубиковая прочность $R_{куб}$ , МПа	Призменная прочность $R_{пр}$ , МПа	Модуль деформаций $E$ , $\times 10^5$ МПа	Коэффициент Пуассона $\mu$
1700	6,31	4,47	0,15	0,16

### 7.2.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДИАФРАГМЫ-МОДЕЛИ

Для экспериментальных исследований конструкций, зданий и сооружений при динамических воздействиях нами была создана специальная установка, обеспечивающая условия испытания, соответствующие реальным условиям работы конструкций.



Общий вид установки для испытания диафрагмы-модели представлен на рис. 7.16.

Экспериментальная установка состоит из модели-диафрагмы (1), маятникового капра МК-30 (3) и жесткого стояка (5) (рис. 7.17).



Рис. 7.16. Общий вид экспериментальной установки для испытания диафрагмы-модели

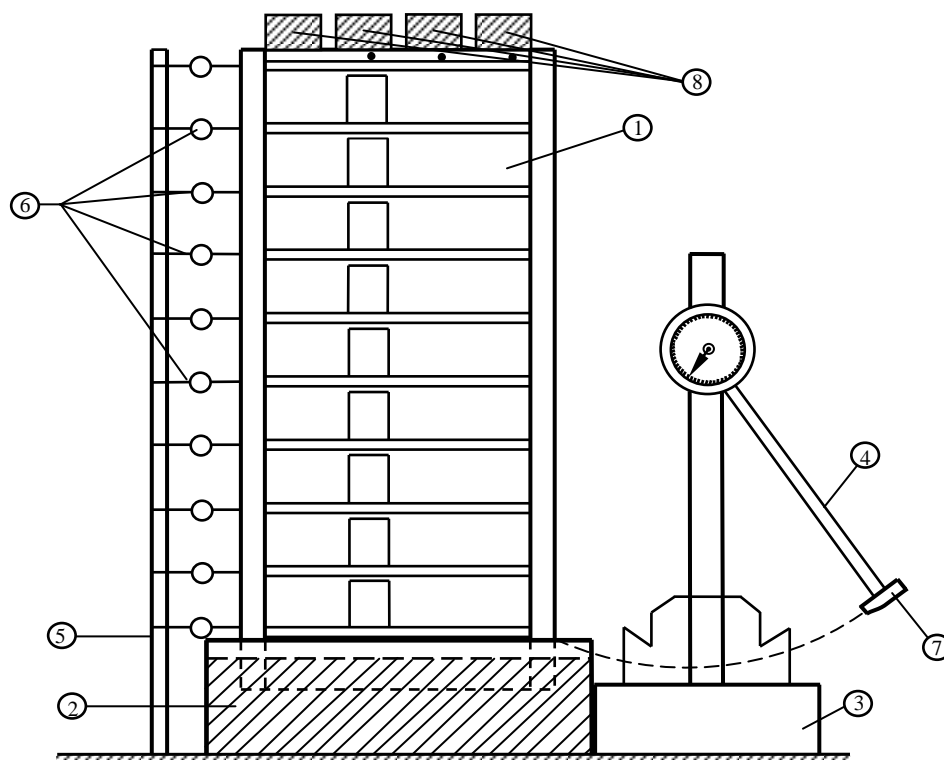


Рис. 7.17. Схема экспериментальной установки для испытания диафрагмы-модели

Диафрагма-модель была установлена на предварительно уплотненном грунте (жесткость  $K=1$  кгс/см<sup>3</sup>), помещенном в железный ящик с жесткими ребрами (2). Модель установлена таким образом, чтобы удар груза (7) маятника (4) приходился по подвальному этажу. Для фиксации перемещения каждого этажа на жестком стояке (5) на уровне каждого этажа были установлены индикаторы часового типа (6).

В целях моделирования собственного веса реального здания на верхнем этаже модели были размещены по 4 груза каждая массой 15 кг (8).

Испытания проводились с целью выявления перемещения каждого этажа диафрагмы-модели при различных горизонтальных ударных нагрузках.

До начала испытаний маятник капра поднимается на определенную высоту  $h = 80$  см. При освобождении защелки маятник свободно падает и груз, закрепленный на конце маятника, наносит удар по подвальному этажу диафрагмы-модели.

Во время испытаний по диафрагме-модели наносили удары грузами массой  $P_1=5$  кг,  $P_2=7$  кг и  $P_3=9$  кг. При ударах с такой тяжестью динамические коэффициенты и динамические нагрузки соответственно составляют: при  $P=5$  кг -  $K_d=163$ ,  $P_d=815$  кгс; при  $P=7$  кг -  $K_d=141$ ,  $P_d=987$  кгс; при  $P=9$  кг -  $K_d=120$ ,  $P_d=1080$  кгс.

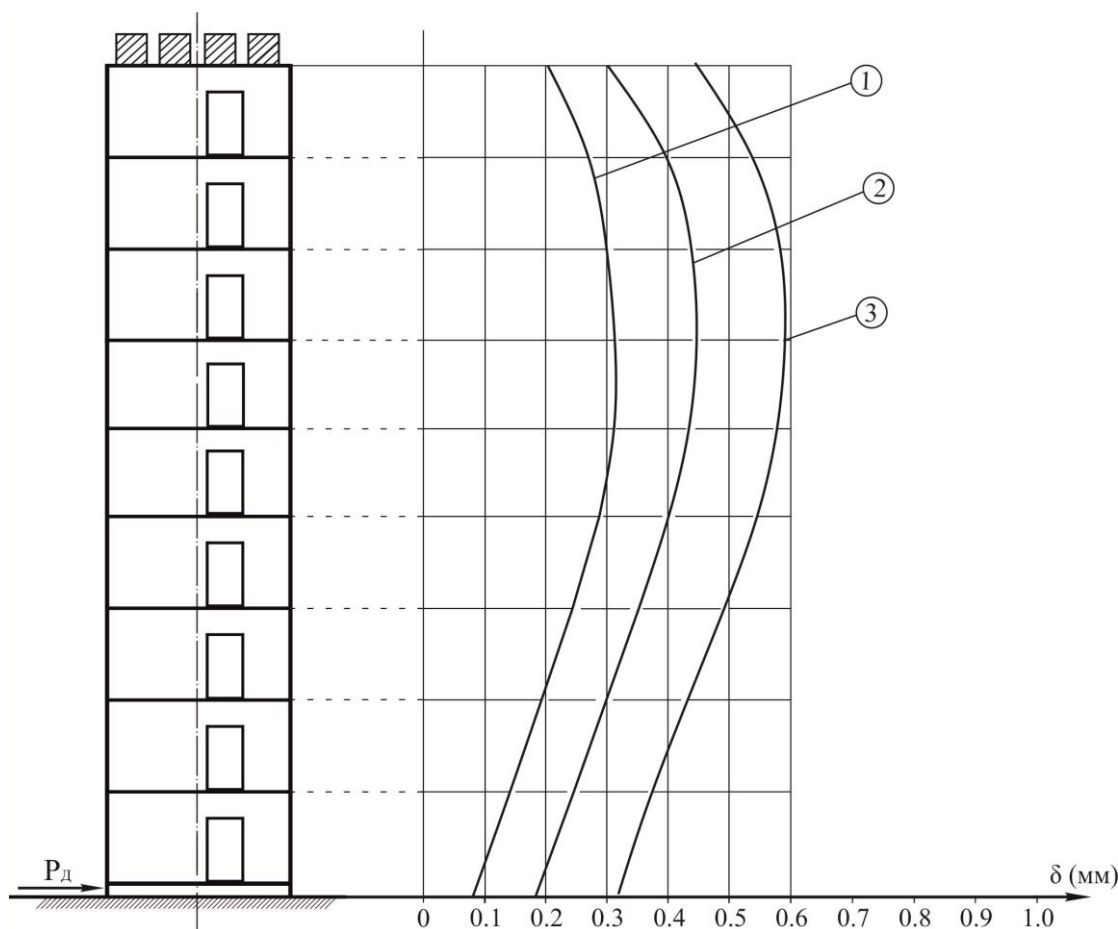
Перемещения отдельных этажей диафрагмы-модели под воздействием ударных нагрузок различной тяжести приведены в таблице 7.10.

**Таблица 7.10**

Перемещения этажей диафрагмы-модели под воздействием разных ударных нагрузок

№ индикатора	Перемещение $U$ , мм		
	при $P_{ст}=5$ кг, $P_d=815$ кгс ( $K_d=163$ )	при $P_{ст}=7$ кг, $P_d=987$ кгс ( $K_d=141$ )	при $P_{ст}=9$ кг, $P_d=1080$ кгс ( $K_d=120$ )
1	0,20	0,30	0,44
2	0,36	0,40	0,48
3	0,35	0,37	0,46
4	0,32	0,35	0,43
5	0,29	0,33	0,41
6	0,26	0,31	0,37
7	0,24	0,30	0,35
8	0,21	0,28	0,33
9	0,18	0,26	0,31
10	0,14	0,19	0,27

График перемещения этажей диафрагмы-модели по ее высоте под воздействием разных динамических нагрузок представлен на рис. 7.18.



**Рис. 7.18.** Перемещение этажной диафрагмы-модели при ударных испытаниях: 1 - при  $P_d = 815$  кгс; 2 - при  $P_d = 987$  кгс; 3 - при  $P_d = 1080$  кгс

Возникшие при ударе инерционные силы от установленных на модели грузов, при I форме колебаний направлены против направления удара, что приводит к уменьшению деформаций верхних этажей модели.

Анализом данных, представленных в таблице 7.10, установлено, что условие прочности сооружения  $\left( \frac{\delta}{\ell} \leq \frac{1}{10000} \right)$  полностью обеспечивается результатами проведенных

нами экспериментальных исследований:  $\frac{\delta}{\ell} = \frac{0,48}{2000} = 0,00024 \ll \frac{1}{10000}$ .

## **8. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАТУРНЫХ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ И АНАЛИЗ ИХ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ ПО СН РА II - 6.02-2006 И ТРЕМ МОДЕЛИРОВАННЫМ АКСЕЛЕРОГРАММАМ**

### ***8.1. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ***

Для правильного проектирования сейсмически устойчивых зданий большое практическое значение имеет выявление закономерности действительного распределения напряжений по высоте здания при землетрясении.

Реальные здания и сооружения представляют собой сложные механические системы с бесконечным числом степеней свободы.

Расчетные модели большинства жилых зданий (каменных, крупнопанельных, каркасных) можно представить в виде дискретной системы с конечным числом степеней свободы.

При определении значений сейсмических нагрузок, согласно СН РА II - 6.02-2006 - «Сейсмостойкое строительство. Нормы проектирования», расчетную модель крупнопанельных зданий можно представить в виде дискретной системы с конечным числом степеней свободы [246, 265, 299, 301, 346-349].

Как известно, сейсмические нагрузки по нормам всех стран, в том числе и Республики Армения, определяются через динамические характеристики зданий – периоды колебаний  $T_j$  и коэффициенты форм свободных колебаний  $\eta_j$ .

Для изучения динамических характеристик системы расчетная модель принимается как невесомый вертикальный брус с единичной степенью свободы и со сосредоточенными массами, жестко заделанный в грунт и колеблющийся по направлению одного из главных осей симметрии.

Расчетные схемы по определению сейсмических инерционных сил и форм свобод-

ных колебаний представлены на рисунках 8.1 и 8.2.

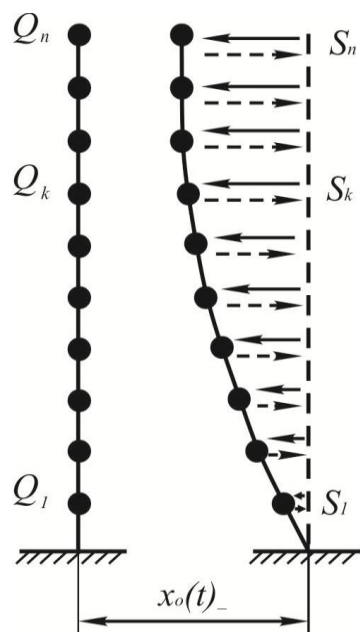


Рис. 8.1. Расчетная схема сейсмических инерционных сил

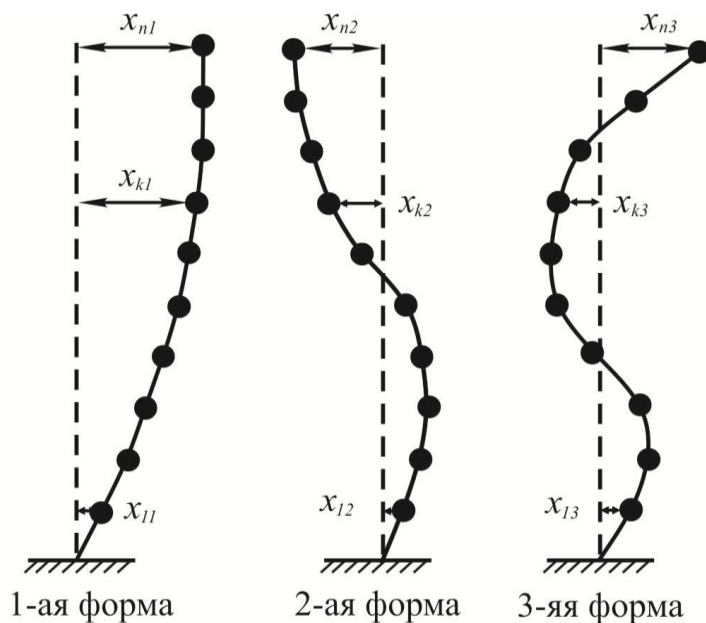
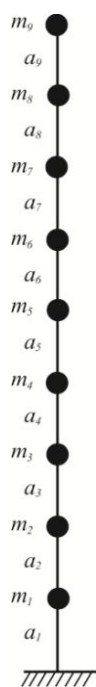


Рис. 8.2. Расчетная схема форм свободных колебаний

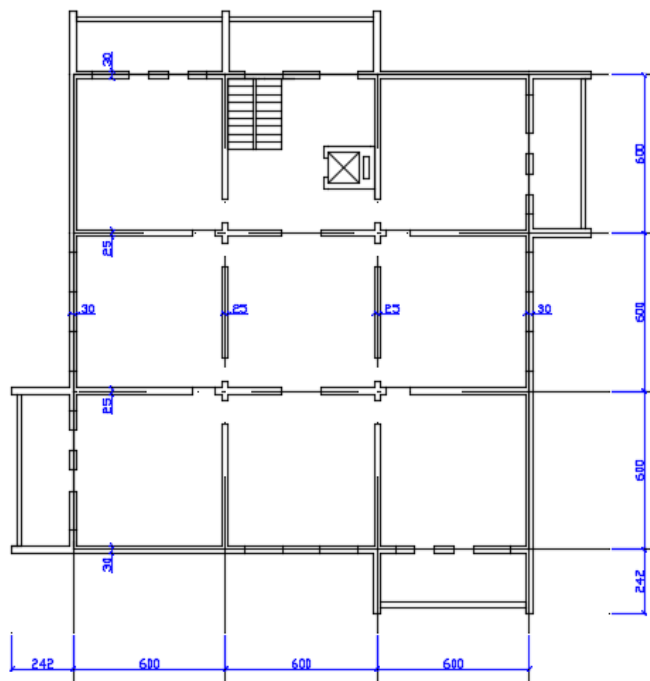
Исследования были проведены на 9- и 12-этажных крупнопанельных зданиях, общий вид, план и расчетная схема которых представлены на рисунках 8.3 и 8.4.



а)



б)



в)

Рис. 8.3. Общий вид (а), план (б) и расчетная схема (в) 9-этажного крупнопанельного здания серии А I-451 КП

Сосредоточенные массы на этажах 9-этажного здания принимаем

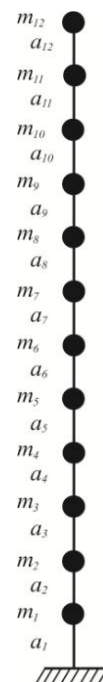
$$m_1 = m_2 = m_3 = \dots m_9 = 185,7 \text{ т.}$$

Жесткости этажей принимаем

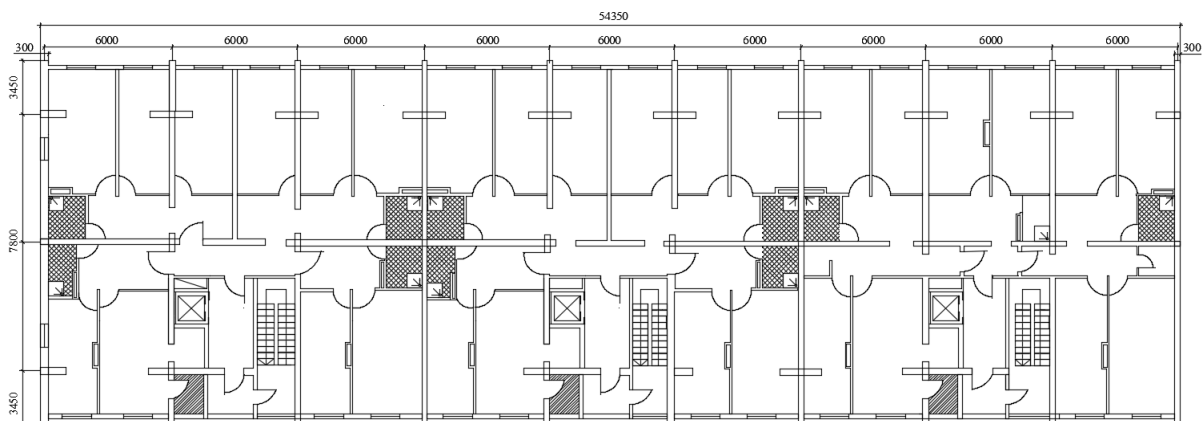
$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots a_9 = 1,95 \cdot 10^6 \text{ кН/м.}$$



а)



б)



в)

**Рис. 8.4.** Общий вид (а), план (б) и расчетная схема (в) 12-этажного крупнопанельного здания

12-этажное здание, согласно проекту, имеет прямоугольный вид, размеры - 18×54 м. Общий расчетный вес здания составляет 16000 т, вес каждого этажа – 1330 т, вес 1 м<sup>2</sup> – 1,64 т. По оси *x* принято продольное направление здания, а по оси *y* – поперечное. Со

сейсмической точки зрения неблагоприятным (опасным) считается поперечное направление колебаний.

Сумма срезающих сил в основании здания составляет

$$\sum S_x = 3900 \text{ т}, \sum S_y = 3260 \text{ т}, \sum S_z = 610 \text{ т}.$$

Жесткость здания в продольном направлении будет  $\alpha_i^x = 12 \cdot 10^6$  кН/м, а в поперечном -  $\alpha_i^y = 8,1 \cdot 10^6$  кН/м.

Сосредоточенные массы на этажах 12-этажного здания принимаем

$$m_1 = m_2 = m_3 = \dots m_{12} = 1330 \text{ кН сек}^2 / \text{м}.$$

Периоды  $T_j$  и формы  $X_{kj}$  свободных колебаний (рис. 8.2) в нормах нашей республики вычисляются методами строительной механики и динамики сооружений. За расчетное значение периода первой горизонтальной формы  $T_1$  принимается его минимальное значение, рассчитанное по динамическому методу согласно пункта 6.5.1 СН РА II - 6.02-2006 или по эмпирическим формулам согласно пункта 6.5.2 СН РА II - 6.02-2006 [265] для различных конструктивных зданий в зависимости от их этажности.

Для крупнопанельных зданий расчетные значения периода I горизонтальной формы  $T_1$  рассчитываются по следующей формуле:

$$T_1 = 0,045 n \quad (n \leq 9), \quad (8.1)$$

где  $n$  – число этажей.

Для 9-этажного здания получим

$$T_1 = 0,045 \cdot 9 = 0,405 \text{ сек}.$$

Периоды II и III форм колебаний соответственно будут

$$T_2 = 0,33 T_1 = 0,33 \cdot 0,405 = 0,133 \text{ сек},$$

$$T_3 = 0,2 T_1 = 0,2 \cdot 0,405 = 0,081 \text{ сек}.$$

С другой стороны, согласно «Рекомендации по определению динамических характеристик и сейсмических нагрузок для зданий и сооружений по акселерограммам землетрясений» [246], при равенстве масс и жесткостей всех этажей периоды первых трех форм

свободных колебаний рекомендуется определять по формуле

$$T_i = 2\pi(A_i + nB_i)\sqrt{\frac{m}{a}}, \quad (8.2)$$

где  $n$  – число этажей (сосредоточенных масс);  $m$  – масса этажа, принятая сосредоточенной на уровне перекрытия;  $a$  – жесткость этажа;  $A_j, B_j$  – безразмерные коэффициенты, зависящие от номера формы колебаний, значения которых приведены в таблице 8.1.

**Таблица 8.1**

Форма колебаний	$A_j$	$B_j$
I	0,367	0,633
II	0,160	0,210
III	0,118	0,126

Подставляя значения для 9-этажного здания в (8.2), получим

$$T_1 = 2 \cdot 3,14 (0,367 + 9 \cdot 0,633) \sqrt{\frac{185,7 \cdot 10^3}{195 \cdot 10^7}} = 0,37 \text{ сек.}$$

Для 12-этажного здания получим

$$T_1 = 2 \cdot 3,14 (0,367 + 12 \cdot 0,633) \sqrt{\frac{1330 \cdot 10^3}{700 \cdot 10^7}} = 0,69 \text{ сек.}$$

Для исследования вынужденных и свободных колебаний системы и расчета динамических характеристик и параметров зданий Э.Е. Хачияном, М.Г. Мелкумяном и З.М. Хлгатьяном были разработаны алгоритм и соответствующая программа, составленная на программном языке «Visual Basic».

Машинные расчеты проводились с учетом первых трех форм колебаний здания.

Периоды ( $T_j$ ) и коэффициенты ( $\eta_j$ ) первых трех форм собственных колебаний для 9- и 12-этажных зданий по этажам приведены в таблицах 8.2 и 8.3.



Таблица 8.2

Коэффициенты форм свободных колебаний ( $\eta_j$ ) для 9-этажного здания

Этажи	Форма		
	I	II	III
	$T_1 = 0,371$	$T_2 = 0,332$	$T_3 = 0,293$
	$\eta_{k1}$	$\eta_{k2}$	$\eta_{k3}$
1	0,2091	0,2333	0,2638
2	0,4125	0,4586	0,5160
3	0,6046	0,6684	0,7457
4	0,7803	0,8553	0,9427
5	0,9346	1,0132	0,0986
6	1,0635	1,1365	0,2065
7	1,1633	1,2211	0,2616
8	1,2315	1,2642	0,3128
9	1,2660	1,3218	0,3316

Таблица 8.3

Коэффициенты форм свободных колебаний ( $\eta_j$ ) для 12-этажного здания

Этажи	Форма		
	I	II	III
	$T_1 = 0,690$	$T_2 = 0,634$	$T_3 = 0,580$
	$\eta_{k1}$	$\eta_{k2}$	$\eta_{k3}$
1	0,1594	0,1731	0,1894
2	0,3162	0,3430	0,3746
3	0,4681	0,5065	0,5514
4	0,6126	0,6605	0,7159
5	0,7474	0,8023	0,8644
6	0,8704	0,9291	0,9936
7	0,9798	1,0386	1,1006
8	1,0736	1,1287	1,1830
9	1,1505	1,1979	1,2390
10	1,2093	1,2447	1,2673
11	1,2490	1,2683	1,2914
12	1,2691	1,2547	1,3198

## **8.2. НАТУРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ 9- И 12-ЭТАЖНЫХ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ В г. ЕРЕВАН**

Для оценки сейсмостойкости зданий с целью получения достоверных результатов при землетрясениях необходимо учитывать некоторые факторы, характеризующие их поведение. Одним из таких факторов являются фактические периоды собственных колебаний зданий. Инструментальное определение периодов собственных колебаний сооружений позволяет уточнить их расчетные схемы и оценить степень повреждений согласно пункта 6.5 СН РА П-6.02-2006 [265], что необходимо для оценки степени сейсмической уязвимости зданий.

Из вышеотмеченного следует, что знание фактических величин преобладающих периодов собственных колебаний зданий позволит провести оценку степени их сейсмической уязвимости и при необходимости разработать соответствующие мероприятия, обеспечивающие требуемую сейсмостойкость сооружений.

С целью определения значений динамических характеристик в АрмНИИСА Э.Е. Хачияном, М.Г. Мелкумяном, А.Т. Горояном и др. были проведены около 400 натуральных микросейсмических испытаний, в результате которых определены периоды колебаний 78 зданий разных конструктивных схем, в том числе 30 крупнопанельных зданий [300, 304]. Численные значения периодов колебаний крупнопанельных жилых зданий в секундах приведены в таблице 8.4. Периоды колебаний в поперечном направлении обозначены через  $T_x$ , а в продольном -  $T_y$ .

Как видно из приведенных экспериментальных данных (табл. 8.4), периоды колебаний 9- и 12-этажных зданий близки к значениям периодов колебаний, вычисленным выше эмпирическими формулами (8.1) и (8.2).

Анализируя приведенные в таблице 8.4 данные, можно сделать следующие выводы:

1. Периоды колебаний зданий серии АІ-451-КП-І В во взаимно перпендикулярных направлениях отличаются в среднем на 25 %, а для зданий серии 1А-451-КП-І П, АІ-464,

Таблица 8.4

Значения периодов основного тона свободных колебаний  
крупнопанельных жилых зданий, сек

№ объекта	Адрес здания	Конструктивная схема здания	Число этажей	$T_x$	$T_y$	$T_x/T_y$
1	2	3	4	5	6	7
1	ул. Молдовская 3 <sup>а</sup> (жилой дом)	крупнопанельное здание (серия 1А-451КП-I П)	9	0,33	0,33	1
2	ул. Фрунзе 6/9 (жилой дом)	крупнопанельное здание (серия 1А-451КП-I П)	9	0,36	0	1
3	-	крупнопанельные здания (серия 1А-464)	5	0,31	0,30	1,03
				0,32	0,36	1,07
				0,31	0,31	1,00
4	-	крупнопанельные здания (серия 1А-451-КП-I В)	9	0,49	0,40	1,22
				0,50	0,40	1,25
				0,48	0,41	1,17
				0,49	0,41	1,19
				0,50	0,41	1,22
				0,49	0,40	1,22
				0,49	0,41	1,19
				0,50	0,40	1,25
				0,50	0,40	1,25
5	-	крупнопанельные здания (серия 1А-451-КП-I В)	9	0,33	0,33	1,00
				0,33	0,33	1,00
				0,34	0,34	1,00
				0,35	0,35	1,00
				0,34	0,34	1,00
				0,35	0,35	1,00
				0,34	0,34	1,00
				0,35	0,35	1,00
				0,34	0,34	1,00
6	-	крупнопанельные здания (серия 129)	9	0,40	0,40	1,00
				0,40	0,42	0,95
				0,42	0,46	0,91
				0,37	0,40	0,93
7	г. Ереван, Давидашен 43	крупнопанельное здание	9	0,42	0,46	0,913
8	г. Ереван, ул. Бабаджаняна 63	крупнопанельное здание	9	0,51	0,38	1,34
9	г. Ереван, ул. Маргаряна 45	крупнопанельное здание	12	0,69	0,25	2,76

AI-451-КП-I П и 129 периоды основного тона в обоих направлениях практически совпадают.

2. Средние значения периодов колебаний 9-этажных зданий серии AI-451-КП-I В превышают периоды колебаний зданий серии AI-451-КП-I П на 43 % в поперечном и на 15 % в продольном направлениях. Поскольку в плане расположение жесткостей практически одинаковое, то эту разницу следует отнести к тому, что элементы здания серии AI-451-КП-I В изготовлены из тяжелого бетона.
3. При одной и той же этажности наиболее «гибкими» оказались 9-этажные крупнопанельные здания серии AI-451-КП-I В ( $T_1 = 0,48 \div 0,51$  сек) и периоды 9-этажного крупнопанельного здания по ул. Бабаджаняна 63 ( $T_1 = 0,51$  сек). Периоды этих зданий в среднем на 20 % превышают значения периодов, рассчитанных по нормам ( $T_1 = 0,405$  сек).
4. Наиболее «жесткими» оказались 9-этажные крупнопанельные здания серии AI-451-КП-I П ( $T_1 = 0,33 \div 0,35$  сек). Периоды этих зданий в среднем на 16 % меньше нормативных значений.
5. Период собственных колебаний I формы 12-этажного крупнопанельного здания по ул. Маргаряна 45 ( $T_1 = 0,69$  сек) на 17 % превышают значения, предусмотренные нормами ( $T_1 = 0,59$  сек). Период колебаний этого здания в поперечном направлении ( $T_{1x} = 0,69$  сек) в 2,76 раза больше значения периода колебаний в продольном направлении ( $T_{1y} = 0,25$  сек), т.е. в поперечном направлении здание оказалось более жестким, чем в продольном направлении.

Для дальнейшего уточнения периодов колебаний других конструктивных схем, возведенных в г. Ереван, нами были проведены инструментальные измерения 9- и 12-этажных зданий.

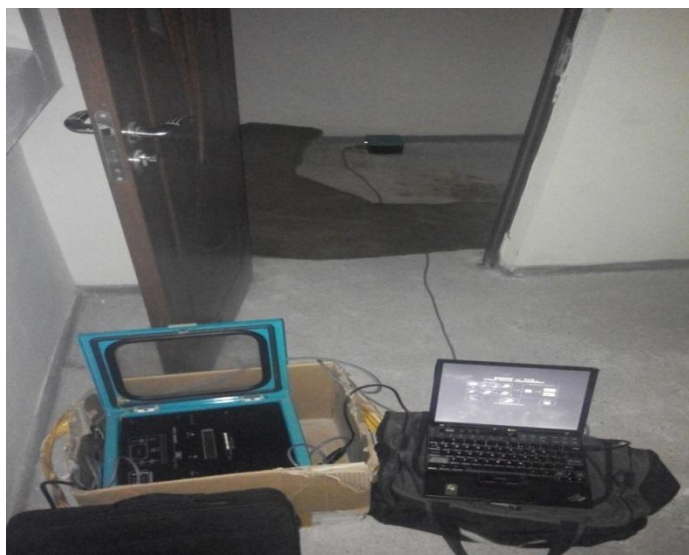
**8.2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК 12-ЭТАЖНОГО  
КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПО АДРЕСУ: г. ЕРЕВАН,  
ул. МАРКАРЯНА 45**

Общий вид и план 12-этажного крупнопанельного здания представлены на рисун-

ке 8.4. Исходя из объемно-планировочных решений здания, измерения проводились в центральной части последнего этажа здания.

Регистрация колебаний здания осуществлялась цифровым устройством сейсмического оборудования SMACH-SM2, состоящего из датчика, регистрирующего трехкомпонентные ускорения, звукозаписывающего устройства, обрабатывающего колебания, и мини компьютера. Данное оборудование позволяет регистрировать ускорения в пределах от 0,0052 до 500 см/сек<sup>2</sup> и колебания в частотах 0,4÷50 гц. Для правильного описания собственных колебаний зданий желательно, чтобы имело место внешнее воздействие. Эксперименты выполнены методом горизонтального ударного воздействия.

Вид сейсмического оборудования приведен на рисунке 8.5.

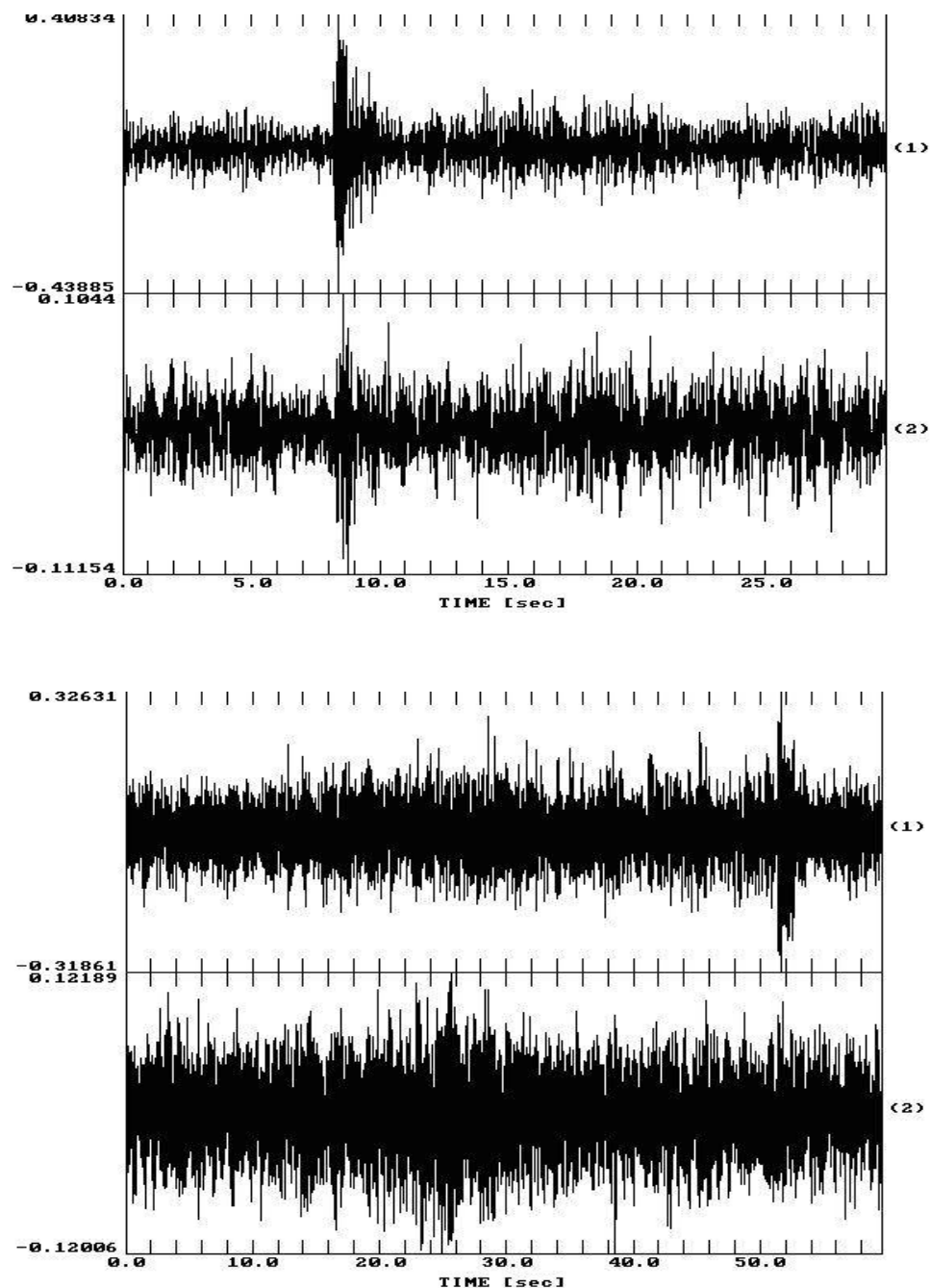


*Рис. 8.5. Место установления SMACH-SM2 и записывающего устройства*

На рисунке 8.6 приведены записи колебаний. По записям легко заметить угасающий характер колебаний, означающий, что через определенное время после воздействия внешней нагрузки здание начинает колебаться характерным ему периодом колебаний.

На рис. 8.7 и 8.8 приведены анализы записей колебаний здания в переперпендикулярном и горизонтальном направлениях (x, y) здания. Ось x направлена поперек здания.

Учитывая угасающий характер колебаний, для определения периодов собственных колебаний из записей были выбраны угасающие участки через определенное время после воздействия, которые в дальнейшем были отфильтрованы от высоких частот.



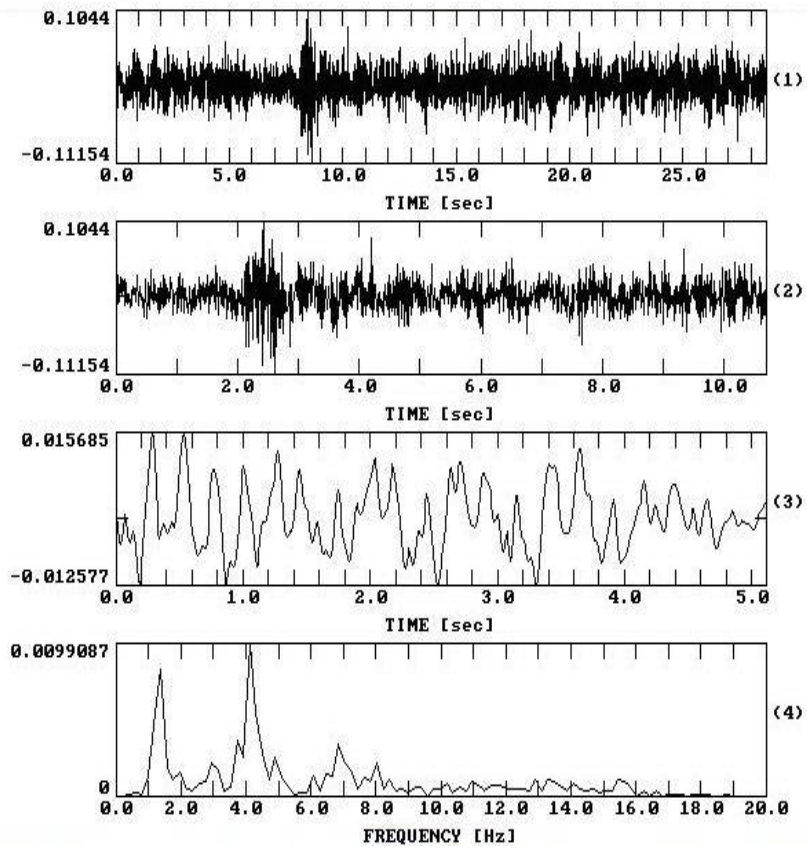
*Рис. 8.6. Инструментальная запись собственных колебаний здания*

Анализ записей, выполненных по методу Фурье (рис. 8.7(4)-8.8(4)) показывает, что периоды колебаний здания в поперечном и продольном направлениях отличаются друг от друга, т.е. жесткости правой части здания в указанных направлениях различные.

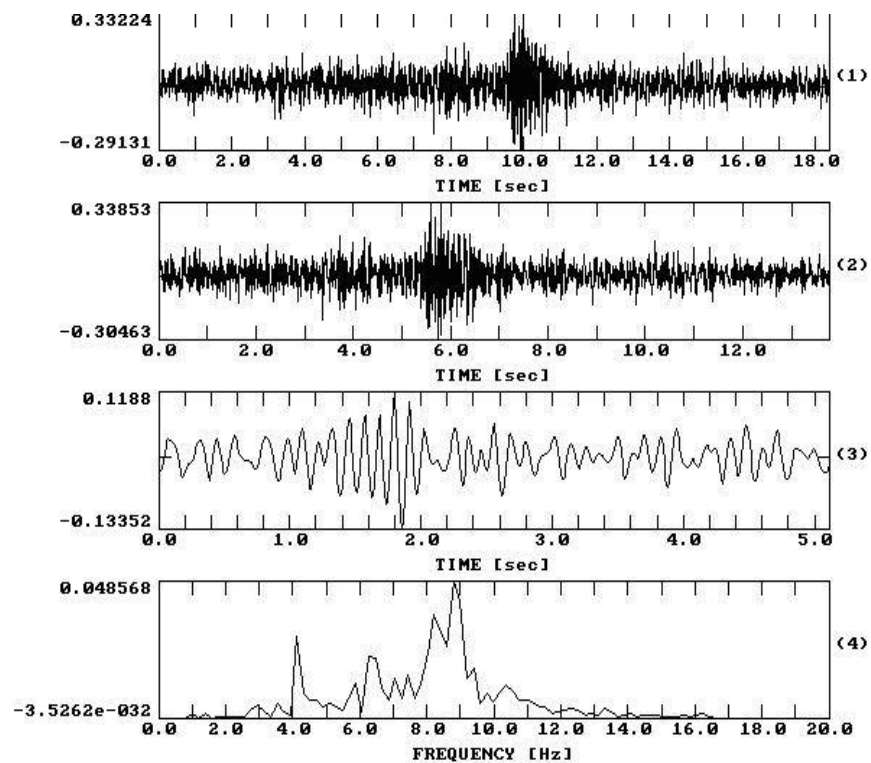
Для периодов собственных колебаний 1-ой формы получены следующие значения:

$$T_{1x} = 1/1,45 \text{ гц} \approx 0,69 \text{ сек};$$

$$T_{1y} = 1/4,0 \text{ гц} \approx 0,25 \text{ сек}.$$



**Рис. 8.7.** Анализ собственных колебаний в направлении  $x$ :  
 (1, 2) - записи собственных колебаний здания, (3) - отфильтрованная запись,  
 (4) - спектр Фурье колебаний в  $x$ -направлении



**Рис. 8.8.** Анализ собственных колебаний в направлении  $y$ :  
 (1, 2) - записи собственных колебаний здания, (3) - отфильтрованная запись,  
 (4) - спектр Фурье колебаний в  $y$ -направлении

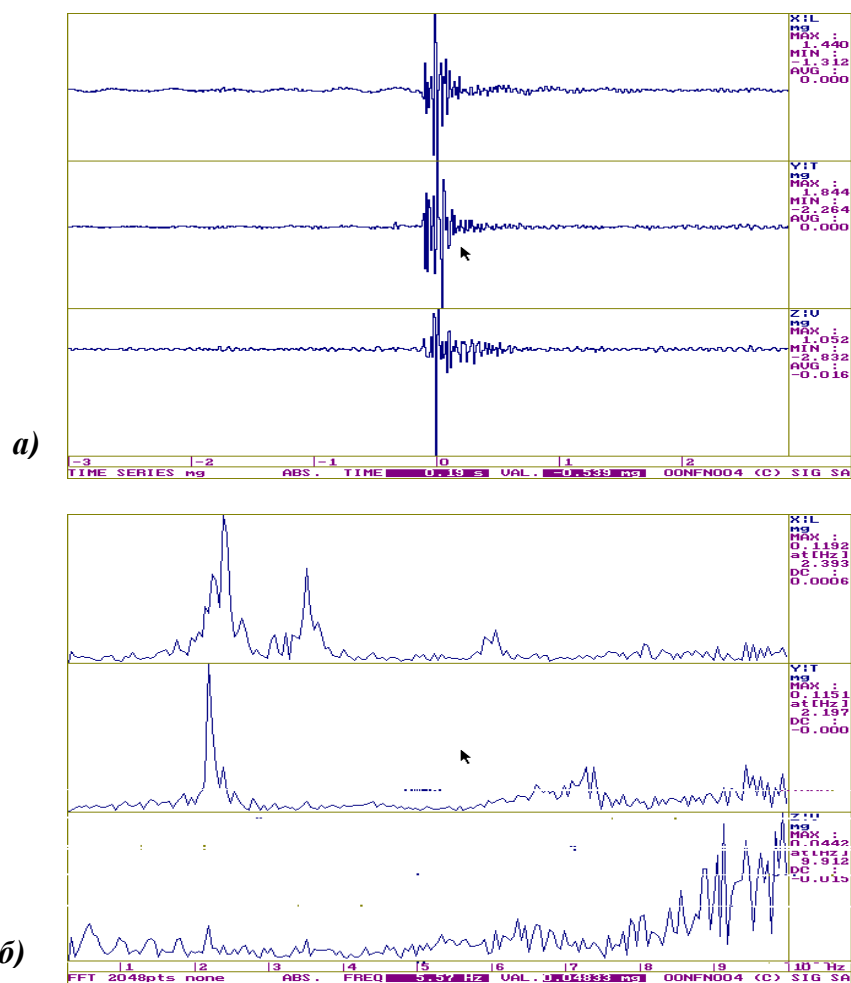
**8.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК 9-ЭТАЖНОГО КРУПНО-ПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПО АДРЕСУ: г. ЕРЕВАН, ДАВИДАШЕН 43**

Общий вид 9-этажного крупнопанельного здания приведен на рис. 8.9.



**Рис. 8.9.** Общий вид 9-этажного крупнопанельного здания

Запись проводилась на 9-ом этаже в центральной части здания (рис. 8.10).



**Рис. 8.10.** Инструментальные измерения собственных колебаний здания: а - записи ускорения собственных колебаний; б - спектры воздействия собственных колебаний



Для периодов собственных колебаний получены следующие значения:

$$T_x = 1/2,393 \text{ гц} \approx 0,42 \text{ сек};$$

$$T_y = 1/2,197 \text{ гц} \approx 0,46 \text{ сек}.$$

### **8.2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК 9-ЭТАЖНОГО КРУПНОПАНЕЛЬНОГО ЗДАНИЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПО АДРЕСУ: г. ЕРЕВАН, ул. БАБАДЖАНЯНА 63**

Общий вид 9-этажного крупнопанельного здания приведен на рис. 8.11.



*Рис. 8.11. Общий вид 9-этажного крупнопанельного здания*

В результате проведенных измерений получены следующие значения периодов собственных колебаний:

$$T_x = 0,51 \text{ сек}; \quad T_y = 0,38 \text{ сек}.$$

Значения периодов колебаний зданий, находящихся на ул. Маркаряна 45, Бабаджаняна 63 и в Давидашене 43, представлены в таблице 8.5.

**Таблица 8.5**

Адрес здания	Этажность здания	Значение периодов	
		$T_x$	$T_y$
Давидашен 43	9	0,42	0,46
ул. Бабаджаняна 63	9	0,51	0,38
ул. Маркаряна 45	12	0,69	0,25

Для сравнения полученных результатов в таблице 8.6 представлены значения периодов свободных колебаний I формы для 9- и 12-этажных крупнопанельных зданий по нормам (СН РА II-6.02-2006), Рекомендациям [243], инструментальным измерениям и программе.

**Таблица 8.6**

Значения периодов свободных колебаний I формы для 9- и 12-этажных крупнопанельных зданий по нормам СН РА, Рекомендациям, инструментальным измерениям и программе

Способ определения	Значения I формы свободных колебаний, сек			
	9-этажное здание		12-этажное здание	
	$T_x$	$T_y$	$T_x$	$T_y$
По СН РА	0,405	0,405	0,54	0,54
По рекомендациям	0,371	0,371	0,69	0,28
По инструментальным измерениям	0,42 0,51	0,46 0,38	0,69	0,25
По программе	0,371	0,371	0,69	0,28

Как видно из таблицы 8.6, полученные тремя способами расчета значения периодов первой формы свободных колебаний для 9- и 12-этажных крупнопанельных зданий мало отличаются друг от друга, что подтверждает достоверность методики определения этих величин.

### **8.3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЕЙСМИЧЕСКИХ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ ПО СН РА II-6.02-2006 И МОДЕЛИРОВАННЫМ АКСЕЛЕРОГРАММАМ**

Расчетное значение горизонтальной сейсмической нагрузки, приложенной к точке  $K$  (рис. 8.1) по  $i$ -ой форме собственных колебаний зданий и сооружений, в предположении упругого деформирования конструкций определяется по формуле [265]

$$S_{oki} = Q_k A k_o \eta_{ki} \beta_i, \quad (8.3)$$

где  $Q_k$  - нагрузка, вызывающая инерционную силу, и принята сосредоточенной в точке  $k$ ;  $A$  - безразмерный коэффициент сейсмичности, показывающий отношение расчетного

ускорения грунта данного населенного пункта к ускорению свободного падения (табл. 8.7);  $k_1$  - коэффициент, учитывающий допускаемое повреждение здания и сооружения;  $k_2$  - коэффициент ответственности зданий и сооружений;  $k_3$  - коэффициент взаимодействия между основанием и сооружением;  $k_o$  - безразмерный коэффициент грунтовых условий;  $\beta_i$  - безразмерный коэффициент динамичности, соответствующий  $i$ -ой форме свободных колебаний рассматриваемого здания или сооружения;  $\eta_{ki}$  - безразмерный коэффициент, зависящий от ординат формы свободных колебаний  $X_{ki}$  и величин сосредоточенных нагрузок  $Q_k$  (коэффициентом формы колебания).

**Таблица 8.7**

Сейсмическая зона	1	2	3
Значение коэффициента А	0,2	0,3	0,4

Значение коэффициента формы колебания  $\eta_{ki}$  определяется по формуле

$$\eta_{ki} = \frac{X_{ki} \sum_{j=1}^n Q_j X_{ji}}{\sum_{j=1}^n Q_j X_{ji}^2}, \quad (8.4)$$

где  $X_{ki}$  – смещение (амплитуда)  $k$ -ой точки сооружения при его свободных колебаниях по  $i$ -ой форме;  $n$  – число сосредоточенных масс (рис. 8.1).

Те же силы по акселерограммам реальных землетрясений определяются по формуле [243, 304]

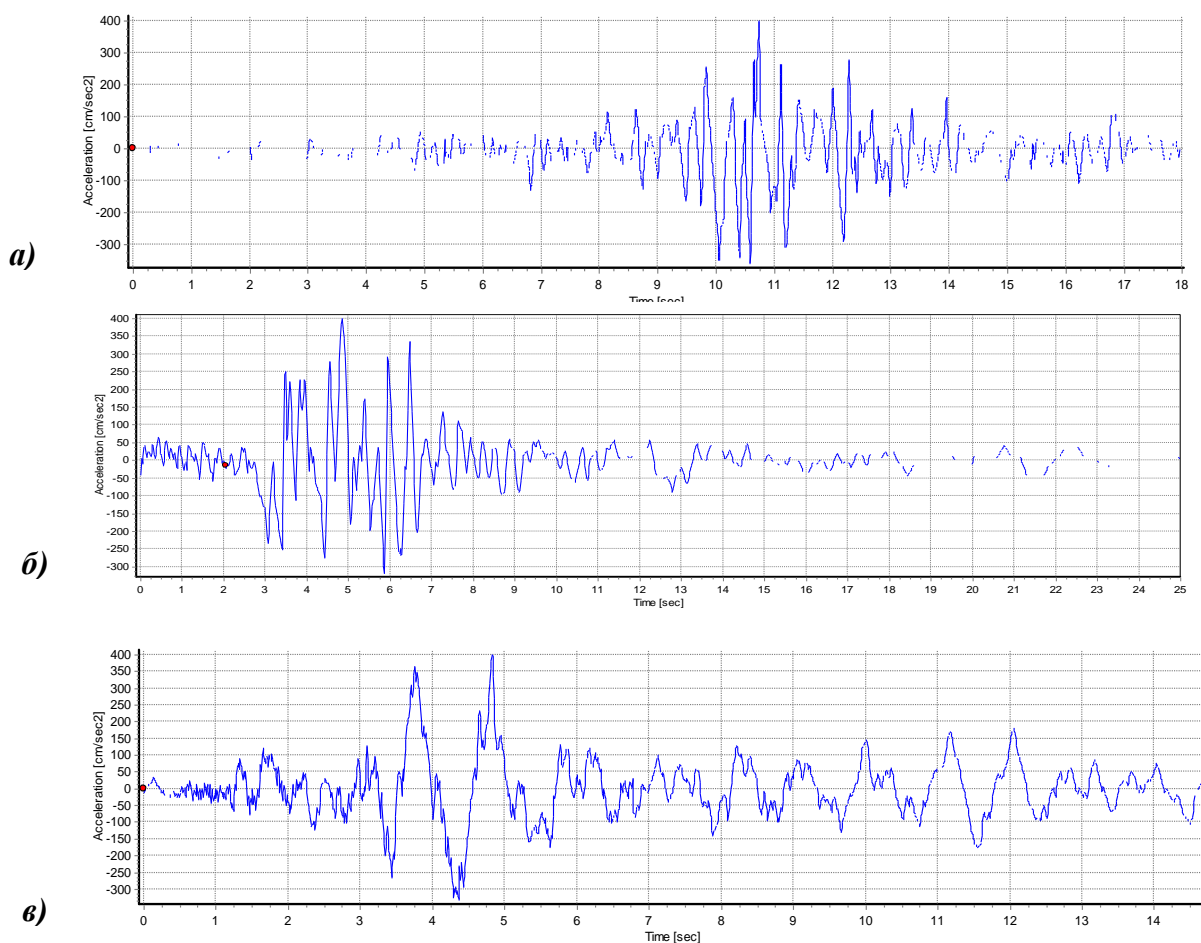
$$S_{ki} = m_k \eta_{ki} \frac{2\pi}{T_i} \int_0^t y_o''(\xi) e^{-\frac{\sigma}{T_i}(t-\xi)} \cdot \sin \frac{2\pi}{T_i} (t - \xi) d\xi, \quad (8.5)$$

где  $y_o''(t)$  - ускорение колебания основания (акселерограмма);  $m_k = \frac{Q_k}{g}$  - сосредоточенная масса этажа;  $g$  - ускорение силы тяжести;  $\sigma$  - декремент колебания.

С целью выявления соответствия значений сейсмических поперечных сил ( $S_{ki}$ ), оп-

ределенных разными способами, были определены их значения по нормам СН РА II - 6.02-2006 [265] (по формуле (8.3)) и акселерограммам (по формуле (8.5)). В обоих случаях расчеты проведены с учетом только первой формы колебаний. Были выбраны акселерограммы 3 похожих землетрясений: спитакского, зарегистрированного на станции Гукасян (7 декабря 1988 г.); калифорнийского - «Еureka» (21 декабря 1954 г.); югославского - «BAR» (15 апреля 1979 г.). Поскольку максимальные значения ускорения грунта этих землетрясений было меньше, чем  $0,4 g$  (максимальное ускорение грунта 3-ей сейсмической зоны по нормам РА), то зарегистрированные амплитуды ускорения были увеличены соответственно в 2,128; 1,44 и 1,088 раза, с тем чтобы максимальная амплитуда ускорения грунта составила  $400 \text{ см/сек}^2$  [299, 304, 347-349].

Моделированные акселерограммы спитакского, калифорнийского и югославского землетрясений представлены на рисунке 8.12.



**Рис. 8.12.** Моделированные акселерограммы спитакского (а), калифорнийского (б) и югославского (в) землетрясений

В качестве значений периодов колебаний для 9- и 12-этажных зданий были приняты соответственно  $T_1 = 0,418$  сек и  $T_1 = 0,641$  сек, а значения коэффициентов форм свободных колебаний  $\eta_{ki}$  были взяты из таблиц 8.2 и 8.3.

Значения сейсмических поперечных сил ( $Q_k$ ) для 9- и 12-этажных крупнопанельных зданий по СН РА II - 6.02-2006 и трем моделированным акселерограммам приведены в таблице 8.8, а их графики – на рисунке 8.13.

**Таблица 8.8**

Значения сейсмических поперечных сил ( $Q_k$ ) по СН РА II - 6.02-2006 и трем моделированным акселерограммам

Этажи	Поперечная сила $Q_k$ (кН)			
	по нормам СН РА II - 6.02-2006	по акселерограммам землетрясений		
		спитакского (Гукасян, 1988 г.)	«Eureka» (Калифорния, 1954 г.)	«BAR» (Югославия, 1979 г.)
<b>9-этажное здание</b>				
1	14234	12033	20488	8526
2	13846	11705	19929	8294
3	13080	11057	18827	7835
4	11957	10108	17211	7162
5	10508	8883	15125	6294
6	8773	7416	12627	5255
7	6798	5746	9784	4072
8	4637	3920	6675	2778
9	2350	1987	3383	1408
	$\frac{Q_k^a - Q_k^h}{Q_k^h} \cdot 100$	-15 %	+43 %	-40 %
Сред. значение	-12 %			
<b>12-этажное здание</b>				
1	12580	5092	13031	11149
2	12382	5011	12826	10973
3	11988	4852	12418	10625
4	11405	4616	11815	10108
5	10643	4308	11025	9432
6	9712	3931	10061	8608
7	8629	3493	8938	7647
8	7409	2999	7675	6566
9	6072	2458	6290	5382
10	4640	1878	4807	4112
11	3135	1269	3247	2778
12	1580	639	1636	1400
	$\frac{Q_k^a - Q_k^h}{Q_k^h} \cdot 100$	-59,5 %	+3,5 %	-11,3 %
Сред. значение	-67,3 %			

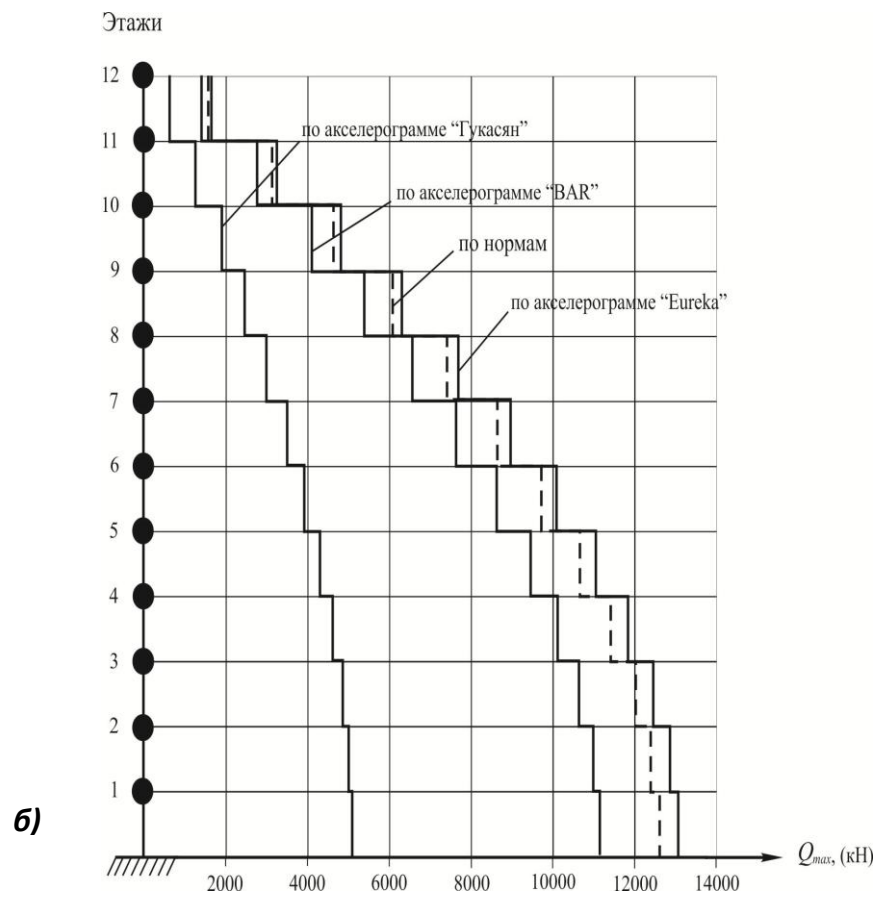
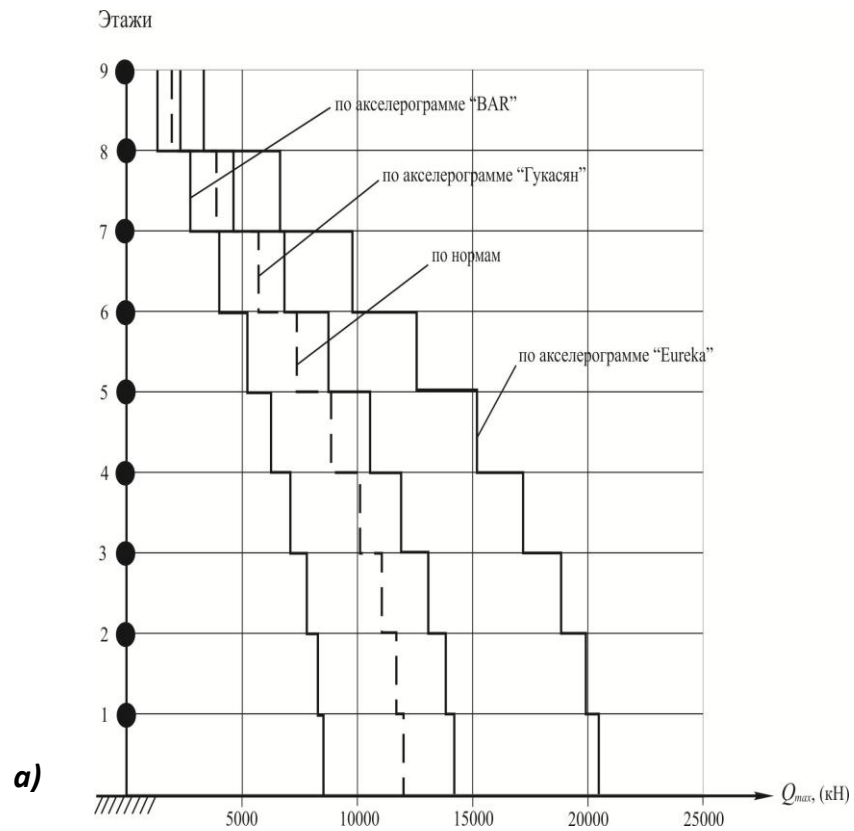


Рис. 8.13. Графики поперечных сил ( $Q_k$ ) 9- и 12-этажных крупнопанельных зданий (а, б) по СН РА II-6.02-2006 и 3-ем моделированным акселерограммам

Анализ данных таблицы 8.8 и графиков поперечных сил (рис. 8.13) показывает, что для 9-и 12-этажных крупнопанельных зданий значения поперечных сил, рассчитанных по моделированным акселерограммам спитакского и югославского землетрясений ( $Q_k^a$ ), соответственно на 15; 59,5 % и 40; 11,3 % меньше значений, рассчитанных по нормам ( $Q_k^H$ ), а в случае калифорнийского землетрясения, наоборот, на 43 и 3,5 % превышают значения по норме. Как видим, поперечные силы, рассчитанные по моделированным акселерограммам всех трех землетрясений, для 9- и 12-этажных зданий в среднем на 12 и 67,3 % меньше значений этих сил, рассчитанных по норме, что свидетельствует о сейсмостойкости этих зданий.

## ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

На основании результатов проведенных нами исследований напряженно-деформированного состояния несущих стен и их стыков крупнопанельных зданий при воздействии статических и динамических нагрузок, можно сделать следующие основные выводы и дать практические рекомендации:

5. Анализ литературных данных по теоретическим и экспериментальным исследованиям напряженно-деформированного состояния несущих стен и их взаимодействия с основанием крупнопанельных зданий показывает, что в настоящее время имеется ряд нерешенных вопросов, требующих разработку точных математических моделей расчета, наилучшим образом описывающих действительную работу несущих стен и их элементов.

Из разработанных моделей деформации грунтовой среды при взаимодействии с крупнопанельными зданиями выделяются две модели:

- а) взяв за основу гипотезу Фусса-Винклера, согласно которой имеет место пропорциональная зависимость между реакцией и осадкой основания, принимается зависимость перемещения основания от поверхностной структуры упругого тела;
  - б) рекомендуется расчетную схему крупнопанельных зданий относительно неравномерности осадки основания принять в виде балочной системы с обобщенными изгибными и сдвиговыми жесткостями.
2. Анализ данных расчетов показывает, что разница между результатами точных и приближенных расчетов величины угла наклона ( $\theta$ ) диафрагмы (рис. 2.1) не превышает 10 %, поэтому для практических расчетов рекомендуется пользоваться методом приближенного расчета (уравнения (2.15) и (2.16)).

Путем определения угла наклона ( $\theta$ ) и наибольшего перемещения ( $f$ ) (рис. 2.1) становится возможным проведение анализа напряженно-деформированного состояния отдельных элементов диафрагмы.



Результаты сравнительных расчетов (2.26) (рис. 2.3) и данные таблицы 2.1 свидетельствуют, что для безопасной эксплуатации крупнопанельного высотного здания необходимо учитывать также деформацию, вызываемую ползучестью грунта основания здания.

3. Полученные расчетные выражения (3.54), (3.55), (3.57), (3.44) и (3.45) позволяют установить величины силы сдвига в месте соединения шва, контактных напряжений и деформаций в системе стояк-стена, а также раскрыть реальную суть их совместной работы в области шва и установить условие предотвращения появления трещин на площадках контакта.

Численный расчет величин касательных напряжений показывает, что максимальное их значение превосходит допустимый предел растяжения раствора в шве (в 1,5 раза), поэтому прочность раствора необходимо определить исходя из максимальных касательных напряжений.

4. Полученные формулы (3.67) и (3.68) позволяют легко определить все расчетные величины в нормальных и сдвигающих связях для поперечной диафрагмы, имеющей несимметрично размещенные оконные или дверные проемы (рис. 3.4).
5. Анализ данных расчетных величин показывает, что учет упругого поворота основания диафрагмы существенно меняет картину напряженного состояния наиболее нагруженной нижней части здания.

Анализом эпюр компонентов напряжений (3.109) (рис. 3.8) установлено, что закономерность изменения касательных напряжений близка к параболическому закону, установленному по элементарной теории изгиба, закономерность изменения нормального напряжения близка к прямолинейному закону, а в крайних волокнах столбов значительно отличается от ожидаемой элементарной теории изгиба. Более того, как кажется, в сечениях диафрагмы нарушаются условия равновесия, однако в действительности такое явление отсутствует.

6. Имея окончательное значение угла закручивания здания (3.168) (рис. 3.12), численными расчетами легко установить закономерность изменения продольных усилий,

возникающих в наиболее удаленных точках от главного полюса стен.

Результаты исследований кручения крупнопанельного высотного здания (рис. 3.12) показывают, что напряженно-деформированное состояние здания занимает промежуточное место между составными стержнями, листовыми связями сдвига и монолитными стержнями. Разработанная теория расчета угла закручивания высотных зданий позволяет на стадии проектирования определить оптимальные величины несущих стен.

7. Анализом результатов теоретических исследований установлено, что опасными в контактном слое несущей стены и облицовочных плит являются нормальные напряжения (рис. 4.2).

Для обеспечения необходимой надежности сцепления контактного шва каменной плиты и несущей стены следует выбрать марку раствора шва с учетом величины

$$R_{нор}^{расч}.$$

Анализ полученных уравнений для расчета нормальных (4.64) и касательных (4.55) погонных усилий показывает, что при учете ползучести раствора значительно уменьшаются нормальные и касательные погонные усилия.

8. Предложенный метод расчета местных напряжений в углах несущей диафрагмы позволяет достаточно точно определить коэффициент концентрации напряжений (5.19) в критических точках (в углах отверстий) (рис. 5.1), где моментный депланационный сдвиг достигает максимальной величины.

Зная величину коэффициента концентрации напряжений ( $K$ ) из (5.19), можно с легкостью определить величину максимального депланационного напряжения в критических точках, поскольку при высоких градиентах напряжений в них возникают пластические деформации, приводящие к образованию трещин, которые в дальнейшем создают зоны разрушения.

9. Для определения функции распределения напряжений на переходном участке колонны (рис. 5.4) целесообразно предварительно ее выразить рядом Фурье (5.77), причем

первые три члена ряда достаточны для использования результатов расчетов при решении практических задач.

10. Анализ построенных на основании приведенных данных эпюр напряжений (рис. 5.8) показал, что максимальные значения нормальных и касательных напряжений концентрируются в переходных участках диафрагмы.

Согласно нашим и имеющимся экспериментальным данным, разрушение диафрагмы с проемами происходит именно в переходных участках [69, 203].

Учитывая достоверность разработанной теории расчета, рекомендуется их применять на стадии проектирования крупнопанельных зданий. Расчеты на прочность диафрагмы следует проводить по полученным уравнениям напряжений (5.101).

Полученные формулы (5.138), (5.139), (5.140) и эпюры напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  (рис. 5.10, 5.11 и 5.12) позволяют более результативно выполнить усиление стен.

11. Для выявления влияния деформации фундамента на колебания здания под воздействием динамической горизонтальной нагрузки, имея максимальное значение амплитуды колебания здания  $C$  (из 6.19) и значение начальной фазы колебания  $\varphi_0$  (из 6.20), при помощи уравнения (6.4) можем определить функцию  $x(t)$  и коэффициент взаимодействия фундамента и грунта основания ( $K$ ).
12. Разработанная теория расчета в форме уравнения (6.33) позволяет определить динамические касательные напряжения в связях несущих стен в пределах  $0 \dots H$  в зависимости от начальной скорости  $V_0$  движения грунта основания здания.

Максимальные касательные напряжения при внезапном действии нагрузки (6.33) возрастают по сравнению со статистическими значениями в среднем на 50...80 %, а влияние высших форм колебаний особенно сказывается в верхних сечениях, где их учет приводит к существенным погрешностям.

Для невысоких крупнопанельных зданий (до 6-ти этажей) основными будут напряжения, соответствующие первой форме колебания (рис. 6.3).

13. Полученная функция напряжения  $\sigma(H, t)$  (6.56) дает возможность проверить условие

прочности между этажами крупнопанельного здания при ударе по продольной оси здания.

Разработанная теория позволяет установить значение прочности между этажами крупнопанельного здания при вертикальном ударе ( $V_o$ ), при котором обеспечивается условие прочности (отрыва) для каждого этажа.

По результатам расчетов установлено, что необходимо учитывать влияние упругости стен высоких зданий на его колебания. Вместе с тем установлено достаточно малое влияние упругости материала стен невысоких зданий на его колебания, поэтому стены приняты абсолютно жесткими.

14. Уравнения (6.116) и (6.122), полученные для определения перемещения  $U(x,t)$  и величины динамического нормального напряжения  $\sigma(\ell,t)$ , возникающих под воздействием динамической силы, позволяют более точно оценить напряженно-деформированное состояние в стыках швов продольных стен и междуэтажных перекрытий крупнопанельных зданий.
15. Анализом данных эпюр нормальных напряжений (рис. 7.14) установлено, что результаты экспериментальных и теоретических исследований в основном соответствуют друг другу, расхождение не превышает 10 %, что свидетельствует об удовлетворительной достоверности результатов теоретических исследований. Имеющее место допустимое расхождение является результатом допущений, сделанных при разработке теории расчета и отчасти при проведении экспериментов.

Из графиков эпюр напряжений (рис. 7.14) очевидно, что характер работы поперечной диафрагмы с проемами значительно отличается от характера работы сплошной стены. Эпюра напряжений  $\sigma_{xx}$  сплошной стены меняет знак один раз и имеет вид, подобный нормальным напряжениям в высокой простой балке [69, 158].

16. Полученные значения периодов первой формы свободных колебаний для 9- и 12-этажных крупнопанельных зданий, рассчитанные по разным способам, незначительно отличаются друг от друга, что свидетельствует о достоверности методики определения

динамических характеристик зданий.

17. Значения сейсмических поперечных сил по трем моделированным акселерограммам ( $Q_k^a$ ) для 9- и 12-этажных зданий в среднем на 12 и 67,3 % меньше значений рассчитанных величин нормальных сил ( $Q_k^H$ ), что свидетельствует о сейсмостойкости этих зданий.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Դավեյան Ս.Յ. Բարձրահարկ շենքերի հիմնատակի ընկրկելի ության ազդեցությունը դիաֆրագմայի և արվածադեֆորմացիոն վիճակի վրա // Երիտասարդ հետազոտողները 21-րդ դարի նախաշեմին /ՅԳԱ.-Երևան, 2002.-Էջ 113-116:
2. Դավեյան Ս.Յ., Մինասյան Ռ.Ս. Խոշորապատեղ շենքերի կրող պատերի պատեղները երեսպատման սալիկների և բետոնի համատեղ աշխատանքը // Յայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի Լրաբեր, Proceedings of Engineering Academy of Armenia.- 2004.- Vol. 1, №2.- P. 263-267.
3. Դավեյան Ս.Յ., Մինասյան Ռ.Ս. Խոշորապատեղ շենքերի երկայնական կրող պատերի և միջհարկային ծածկերի կծվածքների և արվածադեֆորմացիոն վիճակները սեյսմիկ ուժերի ազդեցության դեպքում // Матер. между. науч. конф., посвящ. 80-летию госуд. аграрного ун-та Армении.- Ереван, 2011.- С. 64-68.
4. Մինասյան Ռ.Ս., Դավեյան Ս.Յ. Խոշորապատեղ բարձրահարկ շենքերի երկրաշարժակայնունությունը գնահատումը հավանականություն տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդներով // Տեղեկագիր Յայաստանի շինարարների.- 2002, № 3(68).- Էջ 12-14:
5. Մինասյան Ռ.Ս., Դավեյան Ս.Յ. Յենված հեծանի հենարանային ազդեցությունը պատի և արվածային վիճակի վրա // Անդրկովկասի տարածաշրջանում ագրոպարենային համակարգի կայուն գարգացման հիմնախնդիրները: Միջազգային գիտաժողովի նյունութեր.- Երևան, 2002.- Մաս II.-Էջ 90-96:

6. Միևսյան Ռ.Ս., Դավեյան Ս.Յ. Շենքերի երկայնական և լայնական պատերի միացումների կարանետրոմ կտրոնը լարումների որոշումը հորիզոնական դիսմիկ ուժերի ազդեցությունը // Տեղեկագիր Յայտատվիչի և արարելի .- 2003, № 8(85).- Էջ 12-15:
7. Адищев В.В., Шмаков Д.С. Применение кластерного анализа для построения нечетких аппроксимаций диафрагм деформирования бетона // Известия вузов. Строительство.- 2012, № 4.- С. 60-71.
8. Адищев В.В., Шмаков Д.С. Определение момента образования трещины как нечеткой величины по экспериментальным данным // Известия вузов. Строительство.- 2012, № 5.- С. 3-14.
9. Адищев В.В., Шмаков Д.С. Метод построения функции принадлежности с «прямой» обработкой исходных данных // Тр. НГАСУ.- Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2013.- Т. 16, № 2 (56).- С. 45-67.
10. Айзенберг Я.М. О распределении горизонтальной сейсмической нагрузки между поперечными стенами зданий с жесткой конструктивной схемой // В сб.: Исследования по сейсмостойкости зданий и сооружений /ЦНИИСК.- М., 1960.- С. 38-46.
11. Айзенберг Я.М. Приспособляемость к сейсмическому воздействию сооружения с разрушающимися внутренними связями // В сб.: Строительные конструкции: Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений /ЦНИИСК.- М., 1969.- Вып. 2.- С. 17-28.
12. Амбарцумян В.А. Исследование взаимодействия сооружений с грунтом при стационарных сейсмических воздействиях // Строительная механика и расчет сооружений.- М., 1980, № 36.- С. 46-51.
13. Аминтаев Г.М. Экспериментальное исследование работы перемычек железобетонных диафрагм // В сб.: Сейсмостойкость зданий и сооружений / ЦНИИСК.- М., 1969.- Вып. 2.- С. 18-22.

14. Ашкинадзе Г.Н., Соколова М.Е. Железобетонные стены сейсмостойких зданий. Исследования и основы проектирования.- М.: Стройиздат, National Technical University of Athens, 1988.- 499 с.
15. Бажант З. Эндохронная теория неупругости и инкрементальная теория пластичности// Механика деформируемых твердых тел. Направление развития.- М.: Мир, 1983.- С. 189-229.
16. Баркан Д.Д. Динамика оснований и фундаментов.- М.: Стройвоенмориздат, 1948.- 411 с.
17. Барштейн К.П., Блюгер Ф.Г., Лишак В.И. Указания по проектированию крупнопанельных жилых домов высотой 10-25 этажей.- М.: ЦНИИЭП жилища, ЦНИИСК, МИИТЭП, 1966.- 95 с.
18. Барштейн М.Ф. Ветровые нагрузки на здания и сооружения // Строительная механика и расчет сооружений.- 1974, № 4.- С. 24-31.
19. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований.- Т. 1: Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина.- М.: Наука, 1969.- 344 с.
20. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции.- М.: Наука, 1973.- Т. I / Гипергеометрические функции, функции Лежандра.- 294 с.; 1974.- Т. II / Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены.- 295 с.
21. Беккер В.А., Цибулькин В.А., Воробьев Б.С. Влияние дефектов платформенных стыков на несущую способность стен крупнопанельных зданий // Науч. тр. общества железобетонщиков Сибири и Урала. Вып. 7.- Новосибирск: Изд-во НГАСУ, 2002.- С. 9-12.
22. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Численное исследование работы платформенных стыков панельных зданий с первоначальными дефектами// Науч. тр. общества железобетонщиков Сибири и Урала. Вып. 8.- Новосибирск: НГАСУ, 2004.- С. 85-89.
23. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Разновидности и повторяемость дефектов и повреждений панельных зданий на основе результатов натурных исследований // Известия вузов. Строительство.- 2005, № 8.- С. 97-99.



24. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Влияние толщины растворного шва на его несущую способность // Тр. НГАСУ.- 2006.- Т. 9, № 1 (35).- С. 10-14.
25. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Теоретическая оценка влияния некоторых дефектов платформенных стыков на несущую систему панельного здания // Известия вузов. Строительство.- 2007, № 4.- С. 9-13.
26. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Оценка причин дефектов и повреждений конструкций строящихся зданий // Науч. тр. общества железобетонщиков Сибири и Урала. Вып. 10.- Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2010.- С. 13-18.
27. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Напряженно-деформированное состояние платформенных стыков, имеющих первоначальные дефекты // Сб. тр. III Всерос. науч.-техн. конф., посвящ. 80-летию НГФСУ (Сибстрин).- Новосибирск: НГАСУ, 2010.- С. 48-54.
28. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Деформативность платформенных стыков панельных зданий, имеющих первоначальные дефекты // Матер. Межд. академич. чтений 23-25 сентября 2010 г.- Курск, 2010.- С. 23-28.
29. Беккер В.А., Нарушевич А.Н. Расчетный анализ несущих систем крупнопанельных зданий при реконструкции // Проектирование и строительство в Сибири.- 2014, № 2.- С. 28-31.
30. Березанцев В.Г. Расчет прочности оснований сооружений.- Л.-М.: Госстройиздат, 1960.- 138 с.
31. Блажко В.П. Тенденции в развитии конструктивных систем панельного домостроения // Жилищное строительство.- 2012, № 4.- С. 43-46.
32. Блаш Б. Применение крупных сборных панелей в многоэтажных зданиях // Межд. симпозиум.- М., 1972.- С. 87-105.
33. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем.- М.: Гостехиздат, 1956.- 600 с.
34. Болотин В.В. Статистическая теория сейсмостойкости сооружений // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение.- 1959, № 4.- С. 123-129.

35. Бородачев Н.М. Плоская контактная задача для упругого тела конечной ширины // Изв. АН СССР. ОТН, Механика и машиностроение.- 1962, № 6.- С. 46-57.
36. Бутенин Н.В. Теория колебания.- М.: Госиздат, Высшая школа, 1963.- 187 с.
37. Быховский В.А. Экспериментальные исследования динамического поведения моделей на податливом и неподатливом основаниях // В сб.: Исследование сейсмостойкости зданий и сооружений.- М., 1960.- С. 76-85.
38. Васильев Б.Д. Возведение капитальных зданий на сильно сжимаемых основаниях.- М.: Госстройиздат, 1952.- 128 с.
39. Васильков Б.С., Володин Н.М. Расчет сборных конструкций зданий с учетом податливости соединений.- М.: Стройиздат, 1985.- 144 с.
40. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании.- М.: Физматгиз, 1960.- 492 с.
41. Воробьева С.А. Исследование совместной работы керамзитобетона и керамической облицовки // В сб.: Прочность и устойчивость /ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1962.- С. 48-56.
42. Ворович И.Н., Зиналова В.Ф. К решению нелинейных краевых задач теории упругости методом перехода к задаче Коши // ПММ.- 1965.- Т. 29, вып. 5.- С. 67-79.
43. Вронский А.В. Оценка напряженного состояния зданий, возводимых на основаниях с неравномерной сжимаемостью в плане // Тр. V конф. молодых науч. работников / НИИ оснований.- М.: Стройиздат, 1970.- 253 с.
44. Гагарина А.А., Манасян В.С., Борисов М.В. Работа стеновых панелей на вертикальные нагрузки.- М.: Стройиздат, 1971.- 111 с.
45. Гагарина А.А., Борисов М.В. Приближенный метод определения несущей способности плоских конструкций к/п зданий // Строительная механика и расчет сооружений.- 1985, № 1.- С. 34-42.
46. Галеркин Б.Г. Напряженное состояние при изгибе прямоугольной плиты по теории толстых плит и теории тонких плит // Тр. Ленинградского и-та сооружений.- 1935.- Вып. 2.- 268 с.

47. Галеркин Б.Г. Успехи механики деформируемых сред.- М.: Наука, 1948.- 574 с.
48. Галин Л.А. О гипотезе Циммермана-Винклера для балок // ПММ.- 1943.- Т. VII, вып. 4.- С. 85-116.
49. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости.- М.: Гостехиздат, 1953.- 264 с.
50. Гвоздев А.А., Карпенко Н.И. Работа железобетона с трещинами при плоском напряженном состоянии // Строительная механика и расчет сооружений.- 1965, № 2.- С. 56-61.
51. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона.- М.: Стройиздат, 1974.- 316 с.
52. Герсеванов Н.М., Польшин Д.Е. Теоретические основы механики грунтов и их практическое применение.- М.: Госстройиздат, 1948.- 248 с.
53. Гильман Л.С. К вопросу об определении напряжений на поверхности упругой среды // Тр. ЛИЦППС.- 1934.- Вып. I.- С. 137-151.
54. Голуб В.К. О расчете балок на упругом основании // АН СССР / Изв. ОТН мех. и маш.- 1959, № 4.- С. 63-81.
55. Гольденблат И.И., Быховский В.А. Актуальные вопросы сейсмостойкого строительства// Строительство в сейсмических районах.- М.: Госстройиздат, 1957.- С. 5-7.
56. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А. Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсных сил.- М.: Госстройиздат, 1961.- 320 с.
57. Горбунов-Посадов М.И., Давыдов С.С. О совместной работе оснований и сооружений // Генеральные доклады VIII межд. конгресса по механике грунтов и фундаментостроению.- М.: Стройиздат, 1975.- С. 32-83.
58. Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А., Соломин В.И. Расчет конструкций на упругом основании.- М.: Стройиздат, 1984.- 679 с.
59. Городецкий А.С., Шмуклер В.С., Бондарев А.В. Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций: Учеб. пособие.- Харьков: Изд-во НТУ «ХПИ», 2003.- 889 с.

60. ГОСТ 5802-86. Растворы строительные, методы испытаний.- Введ. 01.07.1986.- М.: Стандартиформ, 2008.- 19 с.
61. Гохарь-Хармандарян И.Г. Большепролетные купольные здания.- М.: Изд-во Литературы по строительству, 1972.- 448 с.
62. Грановский А.В., Смилянский А.Л. К численной оценке предельной несущей способности платформенных стыков // Строительная механика и расчет сооружений.- 2007, № 2.- С. 14-19.
63. Григорян С.С. К вопросу о применимости теории упругости в строительной механике грунтов. Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа.- М., 1972.- С. 163-169.
64. Григорян С.С., Тер-Петросян Г.В. О развитии трещин в упругом слое при действии внутреннего давления // Актуальные проблемы современного строительства: Сб. матер. XXXII Всерос. науч.-техн. конф.- Ч. 2, 25-27 марта 2003 г. – Пенза: ПГАСА, 2003.- С. 21-22.
65. Гудушаури И.И. Расчет фундаментальных полос на действие симметричных и обратносимметричных нагрузок с учетом касательных напряжений на поверхности контакта // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение.- 1960, № 5.- С. 41-58.
66. Гусельников В.М. Расчет вертикальных диафрагм с проемами крупнопанельных зданий повышенной этажности // Бетон и железобетон.- 1964, № 10.- С. 96-115.
67. Давеян С.А., Минасян Р.С. Определение коэффициентов податливости связей несущих диафрагм с учетом пластических деформаций // Науч. тр. Серия «Технические науки».- Ереван, 1996.- Вып. 1.- С. 115-121.
68. Давеян С.А. Влияние податливости основания при сплошных и разделительных фундаментах под столбами диафрагмы// Депониров. науч. работы: Ежеквартальный реферативный сборник.- Ереван, АрмНИИНТИ, 1997, № 3.- С. 33.
69. Давеян С.А. Теоретическое и экспериментальное исследование несущих стен крупнопанельных зданий при вертикальном и горизонтальном воздействиях нагрузки: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01.- Ереван, 1997.- 169 с.

70. Давеян С.А., Минасян Р.С. Исследование сплошной стеновой панели с учетом работы соседних элементов // Сб. науч. тр. конф., посвящ. 90-летию со дня рожд. профессоров Т.Т. Хачатряна и О.М. Сапонджяна.- Ереван, 1999.- С. 107-111.
71. Давеян С.А., Минасян Р.С. Приближенный метод определения несущей способности стен крупнопанельных зданий // Известия аграрной науки.- 2004, № 4.- С. 79-80.
72. Давеян С.А. Напряжение на переходном участке ступенчатой колонны при вертикальной нагрузке // Известия Госуд. аграрного ун-та Армении.- 2005, № 6(14).- С. 73-76.
73. Давеян С.А. К теории устойчивости стояка каркаса крупнопанельных высотных зданий // Межд. науч. ж. «Проблемы механики».- Тбилиси, 2006, № 1(24).- С. 81-86.
74. Давеян С.А. Напряженно-деформационное состояние диафрагмы с проемом под воздействием горизонтальной нагрузки // Межд. науч. ж. «Проблемы механики».- Тбилиси, 2006, № 4(25).- С. 103-108.
75. Давеян С.А. Напряжения в стыковых соединениях каркаса высотного крупнопанельного здания, возникающие под воздействием динамических нагрузок // Известия аграрной науки.- 2006.- Т. 4, № 4.- С. 44-46.
76. Давеян С.А. Кручение высотного крупнопанельного здания под воздействием горизонтальной нагрузки // Известия аграрной науки.- 2006.- Т. 4, № 4.- С. 58-61.
77. Давеян С.А., Минасян Р.С. Напряженно-деформированное состояние несущих стен и швов стояков высотных крупнопанельных зданий под воздействием внешних вертикальных нагрузок// Известия Госуд. аграрного ун-та Армении.- 2007, № 4(20).- С. 76-84.
78. Давеян С.А. Устойчивость высотного крупнопанельного здания под воздействием собственного веса // Вестник Инженерной Академии Армении.- 2009.- Т. 6, № 2.- С. 248-254.
79. Давеян С.А. Методика расчета коэффициентов жесткости стен крупнопанельного здания, ослабленного дверными или оконными рядами перемычек, с учетом пласти-

- ческой деформации // Вестник Инженерной Академии Армении.- 2010.- Т. 7, № 1.- С. 97-102.
80. Давеян С.А. Влияние деформации фундамента на колебания зданий при динамической нагрузке // Информационные технологии и управление.- Ереван, 2010, № 7.- С. 83-89.
81. Давеян С.А. Напряжения в стыковых соединениях несущих стен крупнопанельных зданий при продольном динамическом воздействии нагрузки с учетом влияния основания // Вестник Инженерной академии Армении.- 2013.- Т. 10, № 4.- С. 710-714.
82. Давеян С.А. Метод расчета напряженно-деформированного состояния поперечной диафрагмы с проемами // Вестник Инженерной академии Армении.- 2014.- Т. 11, № 2.- С. 289-294.
83. Давеян С.А. Деформации основания высотного крупнопанельного здания с учетом ползучести грунта // Архитектура, градостроительство, строительство: Науч. труды НУАСА.- 2014.- Т. II (53).- С. 108-113.
84. Данель В.В., Кузьменко И.Н. Жесткости стыков крупнопанельных зданий: анализ формул, рекомендации по их уточнению и использованию в конечноэлементных моделях // Актуальные проблемы исследований по теории сооружений: Ч. 2.- М.: ЦНИИСК, 2009.- С. 261-274.
85. Данель В.В. Анализ формул для определения жесткости при сжатии платформенных стыков крупнопанельных зданий//Строительная механика и расчет сооружений.- 2010, № 1.- С. 21-25.
86. Данель В.В. Анализ формул для определения жесткости при сдвиге платформенных стыков крупнопанельных зданий // Бетон и железобетон.- 2010, № 1.- С. 25-29.
87. Данель В.В., Кузьменко И.Н. Напряженно-деформированное состояние платформенных стыков крупнопанельных зданий с учетом изгибающих моментов от плит перекрытий// Бетон и железобетон.- 2010, № 4.- С. 19-22.
88. Данель В.В. О приведенном модуле упругости бетона// Бетон и железобетон.- 2011, № 5.- С. 7-10.

89. Данель В.В. Определение жесткостей платформенных стыков // Жилищное строительство.- 2012, № 2.- С. 32-35.
90. Данель В.В. Параметры 3D-стержней, моделирующих стыки в конечноэлементных моделях // Жилищное строительство.- 2012, № 5.- С. 22-27.
91. Ден Гар-тог Дж.П. Механические колебания.- М.: Физматгиз, 1960.- 580 с.
92. Денисов Б.Е. Исследования совмещенных стыков каркасных зданий при статических и динамических нагрузках // В сб.: Сейсмостойкость сборных крупнопанельных зданий / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 46-52.
93. Денисов Б.Е. Определение частот свободных колебаний к/п зданий на моделях с учетом податливости основания и стыковых соединений // В сб.: Сейсмостойкость к/п и каменных зданий / ЦНИИСК.- М.: Стройиздат, 1967.- С. 38-52.
94. Дербенцев И.С. Результаты испытаний натуральных образцов шпоночных соединений панелей крупнопанельных зданий с гибкими связями // Научный поиск: Матер. II науч. конф. аспирантов и докторантов. Технические науки: Т. 1. - Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010.- С. 72-76.
95. Дербенцев И.С., Карякин А.А., Сонин С.А. Результаты натуральных испытаний образцов шпоночных соединений панелей с гибкими связями крупнопанельных жилых домов // Наука ЮУрГУ: Матер. 62-й науч. конф. Секции технических наук: Т. 1. - Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010.- С. 175-180.
96. Дербенцев И.С. Результаты испытаний натуральных образцов шпоночных соединений панелей крупнопанельных зданий с жесткими петлевыми связями // Научный поиск: Матер. III науч. конф. аспирантов и докторантов. Технические науки: Т. 1.- Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011.- С. 31-35.
97. Дербенцев И.С., Карякин А.А., Попп П.В. Результаты испытаний фрагментов вертикальных шпоночных стыков крупнопанельных зданий на сдвиг // Наука ЮУрГУ: Матер. 63-й науч. конф. Секции технических наук: Т. 1.- Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011.- С. 122-126.

98. Дербенцев И.С., Карякин А.А., Сонин С.А., Бельдейко И.А. Экспериментальные исследования вертикальных шпоночных стыков железобетонных стеновых панелей с петлевыми гибкими связями // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура».- 2012, № 35.- С. 16-21.
99. Дербенцев И.С. Методы определения несущей способности монолитных шпоночных соединений сборных элементов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура».- 2012, № 38.- С. 63-65.
100. Дербенцев И.С. Несущая способность и деформативность шпоночных соединений с петлевыми гибкими связями в стыках крупнопанельных многоэтажных зданий // Строительство – формирование среды жизнедеятельности: Сб. докл. 16-й междунар. науч.-практ. конф. (24-26 апреля 2013 г.).- М.: ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2013.- С. 346-352.
101. Дербенцев И.С., Карякин А.А. Метод определения усилия распора при сдвиге монолитных шпоночных межпанельных вертикальных стыков // Современные проблемы науки и образования.- 2014, № 1:- Режим доступа: <http://www.science-education.ru/115-12252>.
102. Дербенцев И.С., Карякин А.А., Бельдейко И.А. Основные результаты исследования работы вертикальных шпоночных стыков крупнопанельных зданий с петлевым тросовым поперечным армированием // Науч. тр. Общества железобетонщиков Сибири и Урала.- Вып. 11.- Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2014.- С. 69-74.
103. Дербенцев И.С., Карякин А.А., Попп П.В. Экспериментально-теоретические исследования монолитных шпоночных стыков с гибкими петлевыми связями многоэтажных зданий // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: науч. тр. III Всероссийской (II Международной) конф. по бетону и железобетону (Москва, 12-16 мая 2014 г.): в 7 т. Т. 2.- М.: МГСУ, 2014.- С. 245-256.
104. Длугач М.М. Расчет плоского напряженного состояния панелей с отверстиями и панелей, усиленных ребрами // В сб.: Вопросы расчета конструкций жилых и общественных зданий со сварными элементами.- М.: Госстройиздат, 1958.- 185 с.



105. Дроздов П.Ф. Крупноэлементные жилые здания из сборного железобетона (конструкции и расчет).- М.: Госстройиздат, 1963.- 179 с.
106. Дроздов П.Ф., Себикин И.М. Проектирование крупнопанельных зданий (каркасных и бескаркасных).- М.: Стройиздат, 1967.- 416 с.
107. Дроздов П.Ф. Развитие конструктивных систем многоэтажных зданий и принципов их расчета // I межд. симпозиум.- М., 1972.- С. 36-45.
108. Дроздов П.Ф., Ле Тхи Хуэн Перекрытия как связи сдвига между столбами диафрагм многоэтажного бескаркасного здания // Бетон и железобетон.- 1972, № 10.- С. 56-63.
109. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчет несущих систем многоэтажных зданий и их элементов.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Стройиздат, 1977.- 223 с.
110. Дроздов П.Ф. Влияние деформаций сдвига на поведение несущих систем многоэтажных зданий //Строительная механика и расчет сооружений.- 1984, № 3.- С. 37-45.
111. Дроздов П.Ф., Додонов М.И., Панышин Л.Л., Саруханян Р.Л. Проектирование и расчет многоэтажных гражданских зданий и их элементов.- М.: Стройиздат, 1986.- 351 с.
112. Дыховичный Ю.А. Конструирование и расчет жилых и общественных зданий повышенной этажности.- М.: Стройиздат, 1970.- 137 с.
113. Егоров К.Е. Распределение напряжений в основании жесткого ленточного оснований и фундаментов.- М.: Госстройиздат, 1938.- 215 с.
114. Егоров К.Е. К вопросу деформаций оснований конечной толщины // Тр. НИИ оснований.- М.: Госстройиздат, 1958, № 34.- 189 с.
115. Егупов В.К., Командрина Т.А. О новых расчетных схемах, методах расчета и принципах конструирования зданий в сейсмических районах // Промышленное строительство и инженерные сооружения.- 1964, № 3.- С. 48-57.
116. Егупов В.К. Расчет зданий на прочность, устойчивость и колебания.- Киев: Будивельник, 1965.- 256 с.

117. Есяян С.Г. Реологическое моделирование вязкоупругих, упругопластических и вязкоупругопластических сред: Монография.- Ер.: Чартарагет, 2009.- 368 с.
118. Жемочкин Б.Н. Теории упругости.- М.: Стройвоенмориздат, 1948.- 240 с.
119. Жемочкин Б.Н., Сеницын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании.- 2-е изд.- М.: Госстройиздат, 1962.- 239 с.
120. Журавский А.М. Справочник по эллиптическим функциям / ОНТИ.- 1941.- 236 с.
121. Заборов В.И. Расчет стыков вертикальных панелей бескаркасных домов // В сб.: Вопросы расчета конструкций жилых и общественных зданий со сборными элементами.- М.: Госстройиздат, 1958.- С. 96-113.
122. Завалишин С.И., Шаблинский Г.Э., Зубков Д.А., Румянцев А.А. Динамический мониторинг зданий и сооружений для контроля их сейсмостойкости// Предотвращение аварий зданий и сооружений.- Магнитогорск, 2009, № 8.- С. 42-53.
123. Завриев К.С. О теории сейсмостойкости.- Тифлис: Закавказское ГИЗ, 1933.- 215 с.
124. Завриев К.С. Динамическая теория сейсмостойкости // Тр. Ин-та ЗИС.- Тифлис, 1936.- Вып. 26.- С. 137-151.
125. Заргарян С.С. Плоская задача теории упругости для односвязных областей с угловыми точками при заданных на границе внешних силах // ДАН Арм. ССР.- 1975, № 1.- С. 56-74.
126. Захаров В.А. Исследование напряженного состояния крупнопанельного здания серии I-464 // В сб.: Работа конструкций жилых зданий из элементов.- 1965.- Вып. 2.- С. 97-108.
127. Иовчук А.Т. О формах изгиба зданий на сильно сжимаемых основаниях // В сб.: Основания и фундаменты: Тр. ЛИСИ.- Л., 1962.- Вып. 37.- С. 47-54.
128. Иовчук А.Т. О форме изгиба основания к/п домов // В сб.: Основания и фундаменты: Тр. ЛИСИ.- 1962.- С. 54-67.
129. Измайлов Ю.В., Гельман Н.З., Майборода В.Ф. Прочность и деформации каркасно-блочных стен при перекосе // Строительные конструкции: Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений/ ЦНИИСК.- М., 1969.- Вып. 2.- С. 215-222.

130. Инструкция по проектированию конструкций панельных жилых зданий (ВСН-32-77).- М.: Госгражданстрой, 1978.- 113 с.
131. Кабулов В.К. К расчету сооружений на сейсмические воздействия методом ЦНИПС // Докл. АН Уз. ССР.- 1955, № 4.- С. 18-23.
132. Калманок А.С. Пространственная работа сборных многогранных зданий.- М.: Стройиздат, 1956.- 86 с.
133. Калманок А.С. Практические методы расчета многоэтажных зданий на горизонтальные нагрузки // В сб.: Вопросы расчета конструкций жилых и общественных зданий со сборными элементами.- М.: Госстройиздат, 1958.- С. 36-52.
134. Камейко В.А., Воробьева С.А. Исследование совместной работы керамической облицовки с вибрированной кладкой в панелях наружных стен // В сб.: Прочность и устойчивость крупнопанельных конструкций.- М.: Стройиздат, 1962.- Вып. 15.- С. 161-187.
135. Картузов М.И., Абрамов Н.Л. Воздействие взрывов на крупнопанельные здания // В сб.: Сейсмостойкость зданий и сооружений / ЦНИИСК.- М., 1969.- С. 97-101.
136. Карякин А.А., Попп П.В. Напряженно-деформированное состояние 3-слойной наружной стеновой панели при монотонном кратковременном нагружении // Строительная механика и расчет сооружений.- 2008, № 4.- С. 22-25.
137. Квасников А.А., Семченков А.С., Макаренко С.К. Анализ экспериментально-теоретических исследований на сдвиг сопряжений сборных перекрытий // Бетон и железобетон.- 2008, № 1.- С. 2-6.
138. Керр А.Р. Упругие и вязкоупругие модели оснований // ПММ.- М.: Мир, 1964, № 3.- С. 75-121.
139. Киреева Э.И. Крупнопанельные здания с петлевыми соединениями конструкций // Жилищное строительство.- 2013, № 9.- С. 47-50.
140. Клепиков С.Н. Расчет бескаркасных крупнопанельных зданий на неравномерные осадки оснований.- Киев: Будивельник, 1966.- 98 с.

141. Клепиков С.Н. К проблеме учета совместной работы оснований и сооружений // Основание, фундаменты и механика грунтов.- 1967, № 1.- С. 5-7.
142. Кожевников В.И. Распределение напряжений возле прямоугольного отверстия в бесконечной пластинке, изгибаемой в своей плоскости.- Львов: Изд-во Гос. ун-та, 1954.- Т. 29.- 135 с.
143. Колоушек В. Динамика строительных конструкций.- М.: Стройиздат, 1965.- 632 с.
144. Колчунов В.И., Панченко Л.А. Расчет составных тонкостенных конструкций.- М.: Изд-во АСБ, 1999.- 287 с.
145. Колчунов В.И., Осовских Е.В., Фомичев С.И. Прочность железобетонных платформенных стыков жилых зданий с перекрестно-стеновой системой из панельных элементов // Жилищное строительство.- 2009, № 12.- С. 12-16.
146. Коноводченко В.И., Черкашин А.В., Подгорный В.А. Прочность и деформации при сдвиге замоноличенных стыков стеновых панелей из перлитобетона // В сб.: Сейсмостойкость зданий и сооружений / ЦНИИСК.- М., 1969.- Вып. 2.- С. 97-108.
147. Коренев Б.Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании.- М.: Госстройиздат, 1954.- 232 с.
148. Корчинский И.Л. Расчет сооружений на сейсмические воздействия.- М.: ЦНИПС, 1954.- Вып. 14.- С. 113-127.
149. Корчинский И.Л. Расчет гибких сооружений на сейсмические воздействия // В сб.: Методы расчета зданий и сооружений на сейсмостойкость / ЦНИИСК.- М., 1958.- С. 135-149.
150. Косицин Б.А. Проблемы расчета прочности крупнопанельных зданий // В сб.: Статические расчеты к/п зданий / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 3-5.
151. Косицин Б.А., Горбунов В.А., Ржевская В.Ф. Экспериментальные исследования напряженного состояния крупнопанельных зданий на малых моделях // В сб.: Статические расчеты к/п зданий.- М.: Стройиздат, 1963.- С. 113-141.
152. Косицин Б.А. Расчет крупнопанельных зданий на неравномерные осадки оснований // В сб.: Статические расчеты к/п зданий.- М.: Стройиздат, 1969.- С. 43-97.

153. Криворотов А.П. Экспериментальное исследование распределения нормальных давлений по контакту штампа с песчаным основанием // Основание, фундаменты и механика грунтов.- 1963, № 2.- С. 48-59.
154. Крылов А.Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании.- Л.: Изд-во АН СССР, 1931.- 154 с.
155. Кузнецов Т.Ф., Морозов И.В., Ливчак И.Ф. Руководство по проектированию жилых и общественных зданий с панельными и каркасно-панельными конструкциями.- М.: Госстройиздат, 1955.- 115 с.
156. Кузнецов Д.С. Специальные функции.- М.: Высшая школа, 1965.- 419 с.
157. Кукебаев М.М., Шрохов Г.Г. Исследование стыков соединения панелей экспериментального крупнопанельного дома в Алма-Ате // В сб.: Исследование по сейсмостойкости крупнопанельных и каменных зданий / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1962.- С. 25-38.
158. Кукебаев М.М., Жаров А.М. Прочность при переносе стеновых панелей с проемами // В сб.: Сейсмостойкость сборных крупнопанельных зданий / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 5-25.
159. Кутин Ю.Ф., Колбасин В.Г. Исследование напряженно-деформированного состояния платформенных стыков крупнопанельных зданий // Проблемы повышения надежности и качества строительства: Сб. докл. науч.-практ. конф.- 2003.- С. 32-35.
160. Лабозин П.Г. Расчет составных пластин из неоднородных материалов // Строительная механика и расчет сооружений.- М., 1981, № 6.- С. 56-63.
161. Лабозин П.Г. К расчету составных ребристых панелей с тонкими внешними слоями // Строительная механика и расчет сооружений.- М., 1985, № 4.- С. 54-65.
162. Левин Н.И. Испытания панелей и узловых соединений стен из ячеистых бетонов (рекомендация по расчету) // НТО / ЦНИИСК.- М., 1962.- 45 с.
163. Левин Н.И., Минасян Р.С. Исследование напряженного состояния наружных стеновых панелей с проемами при центральном и внецентренном сжатии / НТО.- М., 1966.- 165 с.

164. Леличенко Р.Г., Савченко-Бельский В.Г. Стыки и сопряжения панельных жилых домов.- Киев: Госиздат. лит. по СА УССР, 1963.- 48 с.
165. Лишак В.И. Напряженное состояние и деформации крупнопанельных зданий до начала подработок // В сб.: Вопросы проектирования и защиты зданий и сооружений от влияния горных выработок / Центрогипромшахт.- 1961.- С. 97-115.
166. Лишак В.И. Жесткостные характеристики и напряженное состояние крупнопанельных зданий при неравномерных осадках основания // В сб.: Вопросы проектирования и защиты зданий и сооружений на основаниях, деформируемых горными выработками / Центрогипромшахт.- 1962.- С. 41-65.
167. Маклакова Т.Г., Сергеев Д.Д. Принципы конструирования многоэтажных крупнопанельных зданий // I межд. симпозиум.- Н., 1972.- 96 с.
168. Маклакова Т.Г., Нанасова С.М. Конструкции гражданских зданий.- Учебник.- М.: Изд-во АСВ, 2000.- 280 с.
169. Маклакова Т.Г., Нанасова С.М. Конструкции гражданских зданий.- М.: Изд-во АСВ, 2002.- 272 с.
170. Маликова Т.А. Осадки плитных и коробчатых фундаментов многоэтажных зданий // Основание, фундаменты и механика грунтов.- 1972, № 1.- С. 94-113.
171. Мамин А.Н. Расчет железобетонных конструкций многоэтажных зданий с учетом нелинейности и изменяющейся податливости на основе многоуровневой дискретизации несущих систем: Дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01.- М., 2005.- 437 с.
172. Манвелов Л.И., Бартанович Э.С. О выборе расчетной модели упругого основания // Строительная механика и расчет сооружений.- 1961, № 4.- С. 48-57.
173. Мандриков А.П. Исследование прочности стен к/п жилых и общественных зданий: Дис. ... канд. техн. наук.- М., 1956.- 143 с.
174. Матевосян Р.Р. О совершенных задачах кинематики, устойчивости и прочности сооружений из крупных панелей с учетом действия продольных сил //«Статические расчеты к/п зданий» / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 169-195.

175. Матевосян Р.Р., Шахов В.И. Качественный метод исследования нелинейных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений.- 1968, № 2.- С. 19-25.
176. Матевосян Р.Р. Вывод дифференциальных формул полиномов Лежандра общего вида для произвольного промежутка и их приложения в строительной механике // В сб.: Исследование по расчету строительных конструкций /ЛИСИ.- Л., 1979.- С. 5-20.
177. Махвиладзе Л.С. Особенности расчета крупнопанельных зданий с напряженной арматурой // Бетон и железобетон.- М., 1985, № 1.- С. 9-11.
178. Медведева Е.С. Условия передачи сейсмического воздействия от грунта к сооружению // Сейсмостойкость зданий и сооружений / ЦНИИСК.- М., 1969.- Вып. 2.- С. 49-57.
179. Медвенько В.Н. Расчет диафрагм зданий повышенной этажности // В сб.: Исследования по строительным конструкциям /Тр. ЦНИИСК.- 1970.- 12.- Вып. 2.- С. 103-112.
180. Милейковский И.Е. Применение уравнений составных ортотропных плит и пространственных систем к расчету каркаснопанельных и бескаркасных зданий// Вопросы расчета конструкций жилых и общественных зданий со сборными элементами / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1958.- С. 97-112.
181. Милейковский И.Е. Практические методы расчета оболочек и складок покрытий.- М.: Стройиздат, 1970.- 216 с.
182. Минасян Р.С. О смешанной граничной задаче. Уравнение Лапласа для прямоугольника // ПММ.- 1962, № 3.- С. 53-59.
183. Минасян Р.С., Шахсуварян Л.В., Гукасян В.К. Повреждения в каменных конструкциях промышленных и гражданских сооружений и причины их образования // Промышленность Армении.- 1963, № 12.- С. 27-33.
184. Минасян Р.С. Об одной смешанной задаче изгиба прямоугольной пластинки //Док. АН СССР.- 1966.- С. 41-48.
185. Минасян Р.С., Левин Н.И. Исследование напряженного состояния наружных стено-

вых панелей при центральном и внецентренном сжатии / НТО ЦНИИСК им. Кучеренко.- М., 1966.- С. 169-184.

186. Минасян Р.С. Теоретическое исследование напряженного состояния стеновой панели с проемом при действии вертикальных нагрузок // ДАН Арм. ССР.- Ереван, 1967.- Т. XIV, № 1.- С. 13-18.
187. Минасян Р.С. Определение краевых усилий по наружным граням стеновой панели с проемом при действии вертикальных нагрузок // Прочность к/п конструкций.- М.: Стройиздат, 1968.- С. 161-168.
188. Минасян Р.С. Прочность стеновых панелей с проемом // В сб.: Проектирование конструкций из ячеистого бетона: Тезисы докл. научн. конф..- Л., 1968.- С. 68-74.
189. Минасян Р.С. Влияние температурных напряжений на работу облицовочных плит в гидротехнических сооружениях // Сб. НТ-МОЗ Арм. СХИ.- 1981.- Вып. XXXVI.- С. 35-39.
190. Минасян Р.С. Расчет составных крупнопанельных конструкций // Тезисы докладов Арм. СХИ.- 1983.- С. 44-48.
191. Минасян Р.С. Воздействие колебания грунта на сооружение при сейсмическом ударе // Мат. докл. VIII Всесоюз. науч.-техн. совещания по вопросам инженерной сейсмологии.- Ереван, 1985.- С. 73-75.
192. Минасян Р.С. Влияние сейсмических волн на поле напряжения сооружений, возводимых в оползневых районах // Мат. докл. VIII Всесоюз. науч.-тех. совещания по вопросам инженерной сейсмологии.- Ереван, 1985.- С. 70-73.
193. Минасян Р.С. Напряжения в перемычках при горизонтальном динамическом воздействии нагрузки // Строительная механика и расчет сооружений.- М.: Госстройиздат, 1986, № 5.- С. 37-41.
194. Минасян Р.С. Взаимодействия основания и несущих стен крупнопанельного здания // Промышленность Армении.- Ереван, 1986, № 1.- С. 75-78.
195. Минасян Р.С. Напряженное состояние несущих стен крупнопанельного здания // Промышленность Армении.- Ереван, 1986, № 7.- С. 74-79.



196. Минасян Р.С. Влияние сейсмических волн на напряжение стен крупнопанельного здания // Изв. АН Арм. ССР. Серия: Наука о земле.- 1986, № 2.- С. 41-47.
197. Минасян Р.С. Влияние продольных волн грунтового основания на изменение поля напряжения стен к/п зданий // Изв. АН Арм. ССР. Серия: Наука о земле.- 1986, № 6.- С. 42-49.
198. Минасян Р.С. Напряженно-деформированное состояние наружных стен крупнопанельного здания // Изв. АН Арм. ССР. Серия техн. наук.- 1986, № 4.- С. 39-47.
199. Минасян Р.С. Взаимодействия несущих стен и основания крупнопанельных зданий при горизонтальном воздействии нагрузки // Изв. АН Арм. ССР. Серия техн. наук.- 1986, № 6.- С. 32-37.
200. Минасян Р.С. Рекомендации по расчету несущих стен крупнопанельных зданий.- Ереван, 1987.- 65 с.
201. Минасян Р.С. Напряженно-деформированное состояние подоконника наружной стены // Исследование прочности и деформативности крупнопанельных и каменных конструкций: Тр. ин-та ЦНИИСК им. Кучеренко.- 1989.- С. 20-37.
202. Минасян Р.С., Давеян С.А. Определение расчетных усилий в поперечной диафрагме крупнопанельных зданий, имеющей дверные или оконные проемы // Изв. Академии наук Армении. Серия техн. наук.- 1991.- Т. XLIV, № 3.- С. 102-106.
203. Минасян Р.С. Теория расчета крупнопанельных зданий.- Ереван: Луйс, 1993.- 426 с.
204. Минасян Р.С., Давеян С.А. Определение местных напряжений в углах проема несущей диафрагмы крупнопанельного здания // Изв. Национ. академии наук Армении и ГИУА. Серия техн. наук.- 1996.- Т. XLIX, № 3.- С. 129-132.
205. Михайлов Б.К., Кипиани Г.О. Деформированность и устойчивость пространственных пластинчатых систем с разрывными параметрами.- СПб: Стройиздат, 1996.- 442 с.
206. Михеев В.В. Деформация оснований крупнопанельных и кирпичных зданий на сборных фундаментах // Науч.-техн. бюллетень / Основания и фундаменты.- 1957, № 2.- С. 3-6.

207. Морозов Л.К. К вопросу расчета зданий на сжимаемых основаниях: Автореф. ... дис. канд. техн. наук.- Минск, 1958.- 31 с.
208. Морозов Н.В., Цимблер В.Т. Расчет стеновых панелей с проемом // Строительство и архитектура Москвы.- 1961, № 5.- С. 17-25.
209. Морозов Ю.Б. Исследование прочности керамитобетонных изделий наружных стен // НТО МИТЭП.- М, 1964.- 137 с.
210. Мустафаев А.А. Расчет оснований и фундаментов на просадочных грунтах.- М.: Высшая школа, 1979.- 368 с.
211. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.- Изд. 5.- М.: Наука, 1966.- 707 с.
212. Мухамедиев Т.А., Кудинов О.В. Увеличение этажности сборных крупнопанельных зданий // Бетон и железобетон.- 2006, № 3.- С. 7-9.
213. Назаров А.Г. О механическом подобии тел и его применении к исследованию строительных конструкций и сейсмостойкости сооружений // Сб. I-5, 8. Изв. АН Арм. ССР. Серия техн. наук.- 1958.- С. 17-31.
214. Назаров А.Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил.- Ереван, 1959.- 286 с.
215. Нарушевич А.Н., Беккер В.А. Результаты экспериментальных исследований платформенных стыков, имеющих первоначальные дефекты // Известия ОрелГТУ. Серия «Строительство. Транспорт».- 2008, № 3/19 (549).- С. 19-21.
216. Нарушевич А.Н., Беккер В.А. Экспериментальная оценка несущей способности платформенных стыков, имеющих первоначальные дефекты // Матер. Межд. академич. чтений 9-11 апреля 2009 г.- Курск, 2009.- С. 151-155.
217. Нарушевич А.Н., Беккер В.А., Адищев В.В. Деформативность платформенных стыков панельных зданий, имеющих первоначальные дефекты, как основа оценки возможности реконструкции // Науч. тр. общества железобетонщиков Сибири и Урала. Вып. 11.- Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2014.- С. 9-14.

218. Нассер Мирна Хассан Исмаил      Исследование прочности и устойчивости торцовых стен крупнопанельных зданий с поперечными несущими стенами: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01.- М., 2004.- 145 с.
219. Нейбер Г.      Концентрация напряжений / ГТТИ.- М., 1947.- 204 с.
220. Неймарк Л.И.      Расчет и моделирование зданий на неравномерно деформируемых оттаивающих основаниях.- Л.: Стройиздат, 1979.- 167 с.
221. Павлик В.С.      Определение свободных колебаний зданий с несущими стенами // В сб.: Исследования по сейсмостойкости зданий и сооружений / ЦНИИСК.- М., 1960.- С. 37-51.
222. Пангаев В.В., Сердюк В.М.      О деформативных характеристиках цементных кладочных растворов // Известия вузов. Строительство.- 2004, № 9.- С. 111-113.
223. Паньшин Л.Л.      Продольный изгиб несущих конструкций многоэтажных зданий // Строительная механика и расчет сооружений.- 1973, № I.- 137 с.
224. Папкович П.Ф.      Теории упругости.- М.: Оборонгиз, 1939.- 640 с.
225. Пастернак П.А.      Новая формула для расчета статических неопределимых стержневых систем // Сб. тр. НИИ по строительству.- М., 1950, № 3.- С. 46-62.
226. Петерсон Р.      Коэффициенты концентрации напряжений.- М.: Мир, 1977.- 302 с.
227. Питлюк Д.А.      О статическом расчете бескаркасных многоэтажных зданий // В сб.: Вопросы расчета конструкций жилых и общественных зданий со сборными элементами.- М.: Госстройиздат, 1958.- С. 97-102.
228. Питлюк Д.А., Дзегевская Л.Г., Северов А.Ф., Тихомиров С.А.      Исследование напряженного состояния конструкций в несущих элементах крупнопанельных зданий. - М.: Госстройиздат, 1961.- 80 с.
229. Питлюк Д.А.      Моделирование при расчетах зданий и сооружений // Строительство и архитектура Ленинграда.- 1963, № 8.- С. 45-56.
230. Подольский Д.М.      Метод пространственного расчета многоэтажных зданий на прочность, устойчивость и колебания // I Межд. симпозиум.- М., 1972.- С. 34-41.

231. Поляков С.В., Мусиенко В.А. Исследование жесткости каркасной стены со сплошным заполнением // В сб.: Сейсмостойкость сборных крупнопанельных зданий / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 21-32.
232. Поляков С.В. Некоторые вопросы сейсмостойкости крупнопанельных зданий // В сб.: Сейсмостойкость сборных крупнопанельных зданий / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 61-73.
233. Поляков С.В. Исследование прочности стыков к/п зданий, возводимых в сейсмических районах // Бетон и железобетон.- 1966, № 1.- С. 36-42.
234. Поляков С.В. Расчет многоэтажных симметричных сборных диафрагм на косесимметричные нагрузки // Строительная механика и расчет сооружений.- 1966, № 5.- С. 48-53.
235. Поляков С.В. К расчету высоких несимметричных диафрагм на горизонтальную нагрузку // В сб.: Сейсмостойкость крупнопанельных и каменных зданий.- М.: Стройиздат, 1967.- С. 56-63.
236. Поляков С.В. К определению усилий в несущих элементах зданий при действии горизонтальных нагрузок / Строительная механика и расчет сооружений.- 1969, № 2.- С. 32-41.
237. Попова Т.А. Некоторые вопросы статистической работы пластины // В сб.: Исследования прочности, жесткости и устойчивости к/п конструкций.- М.: Госстройиздат, 1954.- С. 73-81.
238. Пратдсеви́я Я.А. Вариационные методы в строительной механике / ОГИЗ.- М.: Гостехиздат, 1948.- С. 412.
239. Проктор Г.Э. Об изгибе балок, лежащих на сплошном упругом основании без гипотезы Винклера-Циммермана // Дип. раб., Петроградский технологич. ин-т.- 1922.- С. 97-103.
240. Рабинович А.И. Составные балки из брусьев // Прочность и стандарт.- 1937, № 7. - 47 с.

241. Райзер В.Д. Развитие теории надежности и совершенствование норм проектирования // Строительная механика и расчет сооружений.- 1983, № 5.- С. 5-7.
242. Репях В.И. О расчете крупнопанельных зданий как пространственных систем // Строительная механика и расчет сооружений.- 1963, № 5.- С. 41-49.
243. «Рекомендации по определению динамических характеристик и сейсмических нагрузок для зданий и сооружений по акселерограммам землетрясений», Одобрено Госстроем Арм.ССР, 13.09.1985.- Ереван,1985.- 109 с.
244. Ржаницын А.Р. Работа связей в составных стержнях // В сб.: Строительная механика: Тр. МИСИ.- 1939, № 2.- С. 23-31.
245. Ржаницын А.Р. Теория составных стержней строительных конструкций.- М.: Госстройиздат, 1948.- 192 с.
246. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки.- М.: Стройиздат, 1986.- 314 с.
247. Розенфельд И.А. Вычисление осадок оснований с учетом влияния соседних фундаментов // Промышленное строительство и инженерные сооружения.- 1964, № 2.- С. 51-54.
248. Розенфельд И.А., Рохлин Д.Л., Зуб А.Б. О расчете и проектировании крупнопанельных жилых домов повышенной этажности, строящихся на просадочных грунтах // Строительство и архитектура.- Киев, 1967.- Вып. 5 - Жилые дома.- С. 38-43.
249. Розе И.И. Динамика твердого тела.- Кубуч, 1932.- 196 с.
250. Ройк В. Взаимодействие панельного здания с основанием //Строительная механика и расчет сооружений.- М., 1981, № 4.- С. 47-52.
251. Рубаненко В. Проектирование и строительство многоэтажных зданий // I межд. симпозиум: Многоэтажные здания.- М., 1971.- С. 49-61.
252. Рудницкий И.Я. Осадки и деформации оснований и фундаментов крупнопанельных домов // В сб.: Возведение жилых и гражданских зданий на слабых грунтах.- Л.: Главленинградстрой, 1958.- 123 с.
253. Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра / ЦНИИСК.- М.: Стройиздат, 1978.- 224 с.

254. Савин Г.Н. Концентрация напряжений около отверстий.- Киев: Наукова думка, 1968.- 887 с.
255. Семенцев С.А. Прочность узлов сопряжения стен и перекрытий в крупнопанельных зданиях // Бетон и железобетон.- 1961, № 1.- С. 23-32.
256. Семенцев С.А., Кашеев Г.В. Прочность участков внутренних несущих панельных стен, опирающихся на стойки каркаса нижних этажей жилых домов // В сб.: Прочность крупнопанельных конструкций / ЦНИИСК.- М.: Стройиздат, 1968.- С. 17-32.
257. Сергеев Д.Д. Вопросы расчета к/п зданий в районах подземных выработок // В сб.: Вопросы расчета конструкций жилых и общественных зданий со сборными элементами.- М.: Госстройиздат, 1958.- С. 17-25.
258. Сергеев Д.Д. О деформативности крупнопанельных зданий // В сб.: Вопросы проектирования и защиты зданий и сооружений от влияния горных выработок / Центрогипрошахт, 1961.- С. 47-57.
259. Сигалов Э.Е. Расчет крупнопанельных зданий с несущими панелями, работающими на изгиб // Строительная механика и расчет сооружений.- 1961, № 5.- С. 45-62.
260. Симвулиди И.А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании.- М.: Высшая школа, 1973.- 431 с.
261. Сеницын А.П. Упрощенный расчет неразрезных балок-стенок ослабленных отверстий // В сб.: Исследования по теории сооружений.- М.: Стройиздат, 1949.- С. 96-107.
262. Сеницын А.П. Расчет балки на упругом полупространстве за пределом упругости // В сб.: Исследование по теории сооружений.- М., 1961.- Вып. 10.- С. 67-79.
263. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции.- Введ. 01.01.1986.- М.: ГУП ЦПП, 2001.- 130 с.
264. СНиП 52.01.2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения.- Введ. 01.03.2004.- М., 2004.- 7 с.

265. СН РА П-6.02-2006 «Сейсмическое строительство. Нормы проектирования» № 11706077 от 20.03.2006 г., Взамен СН РА П-2.02-94; Введ. в действие Министерством Градостроительства РА, приказ № 24 от 03.02.2006 г.- Ереван, 2006.- 54 с.
266. Соболев Д.Н. Практический метод определения расчетных усилий в крупнопанельных зданиях на неоднородных основаниях // В сб.: Статические расчеты к/п зданий / ЦНИИСК.- М.: Стройиздат, 1963.- С. 74-81.
267. Соболев Д.Н., Фаянс Б.Л., Шейнин В.И. К расчету плиты на статически неоднородном основании // Строительная механика и расчет сооружений.- 1969, № 3.- С. 24-26.
268. Соболев Д.Н., Юсупов Л.К. Изгиб балки на нелинейном статически неоднородном основании//Строительная механика и расчет сооружений.- 1978, № 5.- С. 34-45.
269. Соколов Б.С., Никитин Г.П. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния платформенных стыков железобетонных конструкций// Матер. V всесоюз. конф. НАСКР-2005.- Чебоксары: Чувашский гос. ун-т им И.Н. Ульянова, 2005.- С. 51-55.
270. Соколов Б.С., Никитин Г.П. Напряженно-деформированное состояние горизонтальных стыков железобетонных конструкций// Матер. V всесоюз. конф. НАСКР-2005.- Чебоксары: Чувашский гос. ун-т им И.Н. Ульянова, 2005.- С. 55-59.
271. Соколов Б.С., Никитин Г.П. Совершенствование методики расчета платформенных стыков панельных стен// Проект и реализация - гаранты безопасности жизнедеятельности: Тр. общего собрания РААСН.- М.-Санкт-Петербург, 2006.- Т. 1.- С. 226-231.
272. Соколов Б.С., Никитин Г.П. Совершенствование методики расчета комбинированных стыков панелей зданий // Вестник Томского ГАСУ.- 2007, № 1.- С. 81-90.
273. Соколов Б.С., Седов А.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния комбинированных стыков панелей крупнопанельных зданий для их усиления// Вестник РААСН Волжского регионального отделения, вып. 10.- Нижний Новгород, 2007.- С. 82-89.

274. Соколов Б.С., Седов А.Н. Изучение напряженно-деформированного состояния горизонтальных стыков панелей зданий для их усиления // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering.- Moscow, 2008.- P. 123-124.
275. Соколов Б.С., Седов А.Н. Экспериментальные исследования комбинированных стыков крупнопанельных зданий с учетом возможных отклонений при их возведении // Известия КазГАСУ.- 2009, № 1(11).- С. 129-134.
276. Соколов Б.С., Никитин Г.П. Прочность горизонтальных стыков железобетонных конструкций: Монография.- М.: АСВ, 2010.- 104 с.
277. Соколов Б.С. Теория силового сопротивления анизотропных материалов сжатию и ее практическое применение: Монография.- М.: АСВ, 2011.- 160 с.
278. Соколов М.Е. Исследование несущей способности внутренних стеновых панелей и стыков крупнопанельных зданий // В сб.: Работа конструкций жилых зданий из к/п элементов.- М.: Госстройиздат, 1969.- С. 43-56.
279. Соломин В.И. О расчете железобетонных плит и балок, опирающихся на упругие основания // Строительная механика и расчет сооружений.- 1974, № 1 (№ 2, 1972).- С. 21-37.
280. Сорокин Е.С. Динамический расчет несущих конструкций здания.- М.: Госстройиздат, 1956.- 340 с.
281. Спиридонов В.В. Несущая способность горизонтальных стыков к/п зданий // Бетон и железобетон.- 1959, № 5.- С. 37-41.
282. Справочник по специальным функциям / Под ред. Б.А. Абрамовича.- М.: Наука, 1979.- 741 с.
283. Степанян В.А., Мекинян С.Н. Исследование прочности и жесткости легкобетонных наружных стеновых панелей в Кармрашенском вулканическом шлаке при центральном сжатии // В сб.: Исследование по каменным конструкциям.- Ереван, 1964, № 5.- С. 56-63.
284. Стрелец-Стрелецкий Е.Б., Боговис В.Е., Гензерский Ю.В., Гераймович Ю.Д., Мар-



- ченко Д.В., Титок В.П. Лира 9.4. Руководство пользователя. Основы: Учеб. пособие.- Киев: «ФАКТ», 2008.- 164 с.
285. Тимошенко С.П. Теория упругости.- М., 1937.- 452 с.
286. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле.- М.: Наука, 1967.- 444 с.
287. ТКП EN 1992-1-1-2009 (02250). Еврокод 2. Проектирование железобетонных конструкций.- Минск: Министерство архитектуры и строительства республики Беларусь, 2010.- 209 с.
288. Томсон О.Н. Колебания каркасов промышленных зданий // Колебания зданий и сооружений / Тр. ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 37-45.
289. Уваров В.С. Исследование вертикальных стыков наружных стен к/п зданий, возводимых в обычных условиях // В сб.: Работа конструкций жилых зданий из к/п элементов.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 134-145.
290. Филин Ю.Д., Малявский В.Д. Исследование стыков стеновых панелей многоэтажных крупнопанельных зданий для сейсмических районов // В сб.: Исследование по сейсмостойкости к/п и каменных зданий / ЦНИИСК.- М.: Госстройиздат, 1962.- С. 113-121 с.
291. Филоненко-Бородич М.М. Некоторые приближенные теории упругого основания // Ученые записки Моск. гос. унив./ Механика.- 1940.- Вып. 46.- С. 23-31.
292. Филоненко-Бородич М.М. Простейшая модель упругого основания, способная распределить нагрузку // Тр. МЭИИТ.- 1945, № 53.- 137 с.
293. Флорин В.А. Основы механики грунтов.- М.: Госстройиздат, 1959.- Т. I.- 357 с.
294. Ханджи В.В. К определению горизонтальных нагрузок на перекрытие каркасных зданий // Строительная механика и расчет сооружений.- 1967, № 4.- С. 47-56.
295. Ханджи В.В. Расчет многоэтажных зданий со связевым каркасом.- М.: Стройиздат, 1977.- 187 с.
296. Хачиян Э.Е. Колебания бруса под действием сейсмического удара и толчка с учетом рассеивания энергии // Изв. АН Арм. ССР. Серия техн. наук.- 1957.- Т. X, № 6.- С. 21-37.

297. Хачиян Э.Е. Расчет сооружений на сейсмостойкость по акселерограммам сильных землетрясений // Изв. АН Арм. ССР, серия техн. наук.- 1962.- Т. XV, № 5.- С. 37-49.
298. Хачиян Э.Е. Упруго-пластический расчет систем со многими степенями свободы на сейсмостойкость // Научные сообщения /АИСМ.- 1966.- Вып. 7.- С. 17-41.
299. Хачиян Э.Е. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения.- Ереван: Айастан, 1973.- 327 с.
300. Хачиян Э.Е., Гороян А.Т., Мелкумян М.Г. Экспериментальные значения динамических характеристик крупнопанельных и каркасных зданий с диафрагмами жесткости // Строительство и архитектура.- М., 1983.- Вып. 2 .- С. 21-24.
301. Хачиян Э.Е., Абовян А.Г. Об одном способе экспериментального воспроизведения сейсмического воздействия на здания и сооружения по акселерограмме землетрясения // ДАН Арм. ССР.- 1985.- Т. LXXXI, № 3.- С. 121-127.
302. Хачиян Э.Е., Хлгатын З.М., Мелкумян М.Г. Исследование сейсмического воздействия на многоэтажное здание с гибким верхним этажом // Промышленность, строительство и архитектура Армении.- Ер., 1987, № 1.- С. 45-49.
303. Хачиян Э.Е., Хлгатын З.М., Мелкумян М.Г. Метод сейсмозащиты многоэтажных зданий // Спитак-88: Тез. докл. межд. семинара.- Ер., 1989.- С. 52-53.
304. Хачиян Э.Е. Сейсмические воздействия и прогноз поведения сооружений.- Ереван: Изд-во «Гитутюн» НАН РА, 2015.- 555 с.
305. Холевицкий А. Проблемы расчета крупнопанельных диафрагм жесткости на горизонтальную нагрузку // I межд. симпозиум.- М., 1972.- С. 34-45.
306. Шаблинский Г.Э., Завалишин С.И., Жаворонок И.В., Зубков Д.А. Оценка и прогнозирование состояния инженерных сооружений на основе натуральных исследований их динамических характеристик // Сб. тр. прикладных научно-техн. работ областного ф-та «Промышленное и гражданское строительство»- М.: МГСУ, 2000.- С. 51-55.
307. Шаблинский Г.Э., Завалишин С.И., Швей Е.М., Жаворонок И.В., Зубков Д.А. Исследования динамических явлений в инженерных сооружениях и конструкциях // Экспериментальная механика: Сб.- М.: МГСУ, 2001.- С. 25-30.

308. Шагин П.П. Расчет сборных каркасно-панельных зданий.- Л.: Стройиздат, 1959.- 137 с.
309. Шагин П.П. Прочность и устойчивость бескаркасных жилых зданий из сборных элементов на сильно и неравномерно сжимаемых грунтах.- М.: Госстройиздат, 1961.- 120 с.
310. Шапиро Г.А., Захаров В.Ф. Работа рамных узлов новой системы конструкций сейсмостойкого к/п экспериментального жилого дома // В сб.: Работа конструкций жилых зданий из крупноразмерных элементов.- М.: Госстройиздат, 1963.- С. 13-27.
311. Шапиро Г.А., Соколов М.Е. К вопросу о расчете перемычек стеновых панелей на вертикальные нагрузки и их армирование // В сб.: Работа конструкций жилых зданий из крупноразмерных элементов / Под ред. Г.А. Шапиро.- М., 1965.- Вып. 2.- С. 17-31.
312. Шапиро Г.И., Юрьев Р.В. К вопросу о построении расчетной модели панельного здания // Промышленное и гражданское строительство.- 2004, № 12.- С. 32-33.
313. Шапиро Г.И., Гасанов А.А., Юрьев Р.В. Проблемы качества железобетонных конструкций, поврежденных выколами бетона // Промышленное и гражданское строительство.- 2007, № 5.- С. 23-24.
314. Шапиро Г.И., Гасанов А.А., Юрьев Р.В. Расчет зданий и сооружений в МНИИТЭП // Промышленное и гражданское строительство.- 2007, № 6.- С. 31-33.
315. Швец В.Б., Скульский В.М. Деформации фундамента крупнопанельных домов // На стройках России.- 1961, № 9.- 21 с.
316. Шехтер О.Я. Об учете инерционных свойств грунтов при расчете вертикальных вынужденных колебаний массивных фундаментов // Тр. НИИ Минморстроя.- 1948.- 12.- С. 56-69.
317. Шехтер О.Я. Вычисление перемещений и напряжений на границах четверти плоскости при действии сосредоточенных сил нормальных и касательных к грунту // Тр. НИИ оснований.- М.: Госстройиздат, 1962, № 9.- С. 93-101.
318. Шишкин А.А., Розников Р. Вертикальные стыки в наружных стенах панельных зда-

ний // Жилищное строительство.- 1961, № 2.- С. 23-37.

319. Этенко В. Прогноз развития многоэтажного жилищного строительства в СССР // I межд. симпозиум.- М., 1972.- С. 25-37.
320. Anil K. Chopra Dynamics of Structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. Prentice hall. Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.- P. 313-363, 549-563.
321. Arin K., Erdogan F. Penny-shaped crack in an elastic layer bonded to dissimilar half spaces.// Int. J. Engng. Sci.- 1971, № 9.- P. 213-232.
322. Balas J., Szabo Theoretical and Experimental Analysis of Bearing Walls Weakened by Rows of Holes.- Bratislava, 1965.- P. 87-106.
323. Bažant Z. Physical model for steel corrosion in concrete sea structures-thejry // Journal of the Structural Division.- 1979a.- 105 (ST6).- P. 1137-1153.
324. Bažant Z. Physical model for steel corrosion in concrete sea structures-thejry // Journal of the Structural Division.- 1979b.-105 (ST6).- P. 1155-1166.
325. Beck H. Contribution to the analysis of Coupted shear walls.// J. Amer. Concr. Inst.- 1962, 8.- P. 59.
326. Benthem J. Laplace transform method for the solution of semi-infinite and finite problems in stress analysis// Quart. J. Mech. and Appl. Math.- 1963.- Vol. 16, № 4.- P. 413-429.
327. Bertling H. Development of Earthquake-Proof Construction in Chile // Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering.- June, 1956.- P. 68-73.
328. Biot M.A. Bending of an Infinite Beam on an Elastic Foundation // J. Appl. Mech. Trans.- ASME.- 1937.- Vol. 59.- P. 1-7.
329. Biot M.A. The influence of gravity of folding of layered visioelastic medium under compression// J. Franklin Inst.- 1959.- 267, № 3.- P. 211-228.
330. Buchwald V.T. Eigenfinctions of plane elastostatics // Proc. Roy. Soc. A.- 1964.- Vol. 277, № 1370.- P. 117-122.
331. Conway K.D., Farnham K.A. Bending of a Finite Beam in Bonded and Unbonded Contact with an Elastic Foundation // International Journal of Mechanical Science.- 1970.- Vol. 12.- P. 997-1005.

332. Daveyan S.H. Approximate method of highaltitude large-panel buildings analysys at longitudinal dynamic action of ioading in view of elastic properties of building and footing material // Problems of mechanics, International scientific journal.- Tibilisi, 2008, № 3(32).- P. 40-46.
333. Daveyan S.H. The intense-deformed condition of a bearing wall panel with facing plates by taking into account the creep of a contact seam // Problems of mechanics, International scientific journal.- Tibilisi, 2008, № 1(30).- P. 71-76.
334. Daveyan S.H. Dynamic shering stress in the butt joint of external and internal loadbearing walls of a large-panel building under action of dynamic load in the horizontal direction// Problems of mechanics, International scientific journal.- Tibilisi, 2008, № 2(31).- P. 68-72.
335. Erdogan F., Gupta G.D. The stress analyses of multilayered composites with a flow // Int. J. Solids Struct.- 1971.- P. 39-61.
336. Erdogan F., Gupta G.D., Cook T.S. The Numerical Solutions of Singular Integral Equations // Methods of Analysis and Solutions to Crack Problems/ ed., G.G. Sih.- Wolters-Neodhoff Publishing, 1972.- P. 96-101.
337. Erdogan F., Gupta G.D. Stresses Near a Flat Inclusion in Bonded Dissimilar Materials.// International Journal of Solids and Structures.- 1972.- Vol. 8.- P. 533-547.
338. Gaydon F.A., Shepherd W.M. Generalized plane stress in a semi-infinite strip under arbitrary end-load // Proc. Roy. Soc. A.- 1964.- Vol. 281, № 1385.- P. 163-189.
339. Ghosh S.K., August W. Domel Design of Concrete Buildings for Earthquake and Wind Forces.- Illinois: PCA, 1992.- P. 109-141.
340. Hetenyi M. Beams on Elastic Foundation.- Mich.: The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1946.- 255 p.
341. Horway G. The end problem of rectangular strips // J. Appl. Mech.- 1953.- Vol. 20, № 1. - P. 87-94.
342. Horway G. Biharmonic eigenvalue problem of the semi-infinite strip // 88 Quart. Appl. Math.- 1957.- Vol. 15, № 1.- P. 65-81.

343. Horway G., Mirabal J. The end problem of cylinders // J. Appl. Mech.- 1958.- Vol. 25, № 4.- P. 561-570.
344. Housner G.W. Current practice in the design of structures to resist earthquake // Bulletin of the Seismological Society of America.- 1949.- Vol. 39, № 2.- P. 148-171.
345. Housner G.W. Properties of strong ground motion earthquakes // Bull. Seism. Soc. America.- 1955.- Vol. 45, № 3.- P. 197-218.
346. Khachyan E.E., Melkumyan M.G., Khlghatyan Z. Earthquake engineering of high-rise buildings with flexible upper floor (vibration damper)// Proceedings of the 9-th European Conference of Earthquake engineering.- Moscow, 1990.- Vol. 2.- P. 237-246.
347. Khlghatyan Z., Gasparyan G., Martirosyan A., Haroyan G. Theoretical and experimental researches of multi mass dynamic vibration dampers for seismic risk reduction.// Seismic Hazard Evaluation and Risk Mitigation for the Critical Facilities in Caucasus: Caucasus-U.S. Joint Scientific Workshop.- Yerevan, Armenia, 2002.- P. 62-66.
348. Khlghatyan Z. The estimation of buildings vulnerability and experience in application of modern seismic protection systems in Armenia // Internationalni Nauchno-Struchi Skup. Grade-vinarstvo-Nauka i Praksa.- Zabljak, 2006.- Kniga 1.- P. 309-316.
349. Khlghatyan Z. Seismic protection of structures by “Coupled Systems” - Development, research and realization // International conference on Earthquake engineering. On the occasion of the 40<sup>th</sup> anniversary of Banja Luka Earthquake.- Banja Luka, Republic of Srpska, October 26-28<sup>th</sup>, 2009.- P. 63-73.
350. Koiter W.T., Alblas J.B. On the bending of cantilever rectangular plates // Proc. Koninkl. Nederl. Akad. Wet., B.- 1954.- Vol. 57, № 2.- P. 147-154.
351. Melan E. Die Druckverteilung durch eine elastische Schicht // Beton u. Eisen.- 1949, Heft 18.- S. 83-85.
352. Narasimha Murthy G.K. Buckling of Continuously Supported Beams: PhD thesis, school engineering and science.- New York, New York University, July, 1970.- 267 p.
353. Narayanan R.S., Beeby A. Designers' guide to EN1992-1-1 and EN1992-1-2. Eurocode 2: Design of concrete structures/ ser. editor H. Gulvanessian.- London, 2005.- 219 p.

354. Otsuki Y. Developments of Earthquake building Construction in Japan // Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering.- June, 1956.- P. 16-1-16-7.
355. Paulay T., Priestley M.J.N. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings.- New York: A Wiley Interscience Publication, 1992.- 733 p.
356. Pickett G., Iyengar K.T. Stress concentration in post-tensioned prestressed concrete beams // J. Technol.- 1956.- Vol. 1, № 2.- P. 105.
357. Reissner E. On the Theory of Beams Resting on a Yielding Foundation // Proceedings National Academy of Sciences.- 1937.- Vol. 23.- P. 328-331.
358. Sundara Raja, Iyenger K.T. Uber den Spannung szustand in einem elastischen Halbstreifen // Osterr. Ingr. Arch.- 1962, B. 16, № 3.- P. 185-199.
359. Teodorescy P.P. Sur le calcul des poutres porois encastrees. III. Le quart de plan elastique // Bull. Acad. Polon. sci., ser. sci. techn.- 1961.- Vol. 9, № 7.- P. 75-87.
360. Theocaris P.S. The stress distribution in a semi-infinite strip subjected to a concentrated load // Journal of Applied Mechanics.- 1959.- Vol. 26, № 3, Trans. ASME, vol. 81, Series E, Oct. - P. 401-406.
361. Williams M.L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension// J. Appl. Mech.- 1952.- Vol. 19, № 4.- P. 526-528.
362. Williams M.L. The complex-variable approach to stress singularities – II // J. Appl. Mech.- 1956.- Vol. 23, № 3.- P. 477-478.
363. Zorski H. A semi-infinite strip with discontinuous boundary conditions// Arch. Mech. Stosowanej.- 1958.- Vol. 10, № 3.- P. 371.
364. [www.epps.ru](http://www.epps.ru)