

**ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ԻԱԶՍՏՈՒՐ ՍԲՈՎՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ
ՄԱՆԿԱԿԱՐԺԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼ ՍԱՐԱՆ**

ՔՆԱՐԻԿ ԱՍԼ ԱՆԻ ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

**ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼ ԱՎՈՐՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԻ
ԻՐԱԿԱՆԱՑՄԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏ ՄԻՋՈՑ**

ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅՈՒՆ

ԺԳ.00.02 - «Դասավանդման և դաստիարակության մեթոդիկա»
(մաթեմատիկա) մասնագիտության մեջ մանկավարժական
գիտություններին թեկնածուի գիտական աստիճանի այցելու համար

Գիտական ղեկավար՝
մանկ. գիտ. թեկնածու,
պրոֆեսոր

ԱԽՂՈԼՇՅԱՆ

ԵՐԵՎԱՆ 2016

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ներածություն 3

**ԳԼՈՒԽՈՒ. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈՂԵԼ ԱՎՈՐՄԱՆ ՇՐՋԱՆԱԿՆԵՐՈՒՄ
ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԻ ԻՐԱԿԱՆԱՑՄԱՆ ԴԻԴԱԿՏԻԿԱԿԱՆ
ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԸ**

- 1.1. Միջառարկայական կապերի հիմնախնդրի տեսական և
մեթոդաբանական հիմունքները 15
- 1.2. Մաթեմատիկական մոդելավորման շրջանակներում
միջառարկայական կապերի իրականացման տեսական
հիմունքները 28
- 1.3. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում
միջառարկայական
կապերի իրականացման դիդակտիկական պայմանները՝
մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա..... 49

**ԳԼՈՒԽՈՒ. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԻ
ԻՐԱԿԱՆԱՑՄԱՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ
ՄՈՂԵԼ ԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱՏԵՔՍՈՒՄ**

- 2.1. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի
իրականացումը մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի
ուսուցման գործընթացում 65
- 2.2. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի
իրականացման բովանդակային եզրերը «Ֆունկցիա»,
«Ածանցյալ», «Ինտեգրալ»
հասկացությունների օրինակով 92
- 2.3. Մանկավարժական գիտափորձի անցկացման մեթոդիկական և
արդյունքները 116

- Եզրակացություններ 133**
- Գրականություն 136**
- Հավելված 147**

ՆԵՐԱՃՈՒԹՅՈՒՆ

Կրթությունը պետություն սոցիալական ոլորտի կարևորագույն
համակարգն է: Այն մասնավորապես ապահովում է մարդու կողմից
այնպիսի գիտելիքների, կարողությունների, հմտությունների և

կոմպետենտության ունենալի յուրացում, որոնք նաօգտագործում է իր մասնագիտական գործունեության մեջ: Կրթության ոլորտն այնքան կարևոր համակարգ է, որ դարձել է պետության քաղաքականության հիմնական առարկա: Իսկ պետության կրթական քաղաքականությունը որոշվում է հասարակության զարգացման ուղղընթացներով (тенденции, trends):

ՀՀ-ի սոցիալ-տնտեսական կյանքում տեղի ունեցած (և ունեցող) որակական փոփոխությունները բերեցին (և բերում են) աշխարհայացքային, մշակութային և կրթական զգալի փոփոխությունների: Ընդունված փաստ է, որ հասարակության յուրաքանչյուր անդամ-քաղաքացու հաջողություններն ու բարօրությունը և, ընդհանրապես, ամբողջ հասարակության բարձր նվաճումները անքակտելիորեն կապված են կրթության որակի հետ: ՀՀ-ում պետական կրթական քաղաքականության կարևորագույն ասպեկտներն արտահայտված են օրենքների, օրենսդրական ակտերի և հանձնարարականների մեջ: Բայց ավելի կարևոր է դրանց իմաստավորումը և դրանց նկատմամբ ռեֆլեքսիան: Այդ իմաստավորման և ռեֆլեքսիայի արդյունքն է կրթության հարացույցի փոփոխությունը, այն է՝ անցում կրթության մարդայնացման (гуманизация, humanization) և դեմոկրատացման, անցում «ամբողջ կյանքի համար» կրթությունից «ամբողջ կյանքում կրթության», «գիտելիք, կարողություն, հմտություն» եռամիասնությունից «գիտելիք, կարողություն, հմտություն, կոմպետենտություններ» քառամիասնության, առարկայակենտրոն հարացույցից անձնակենտրոն (աշակերտակենտրոն) հարացույցի և այլն: Այս փոփոխությունները բնականոն կերպով բերում են կրթության բովանդակության և կազմակերպման մեջ ադեկվատ փոփոխությունների:

Կրթության կազմակերպման մեջ այդ փոփոխությունների արդյունք է, օրինակ, ավագ դպրոցի ինստիտուտի կազմավորումն ու կայացումը՝ այսպես կոչված, հոսքային ուսուցման համակարգի առաջացումը:

Կրթության բովանդակության բարեփոխումների առումով, ելնելով հետազոտության նպատակներից, առանձնացնում ենք

ինտեգրման (интеграция,integration) սկզբունքը, այն է՝ ինտեգրալ ային (միավորյալ) բնույթի ուսումնական պարամունքների, ուսումնական խնդիրների և ուսումնական պլանների գերակայությունը:

Կրթության ինտեգրումն ինքնակառավարող է: Այն արտահայտում է ժամանակակից գիտության ուղղությունները. բնագիտական, հասարակական, տեխնիկական գիտությունների սահմանների ջնջվում-վերացում, միջգիտական ուսումնասիրությունների ու ժգնացում, որն է գիտության հիմնախնդիրների լուծման անհնարինությունն առանց այլ գիտությունների ներառման:

Գիտությունների այս տեսակ՝ միմյանց մեջ փոխաճումը, չի կարող չբերել դրանց դիֆառիկական պրոյեկտում հանդիսացող դարոցական առարկաների ինտեգրմանը:

Այսօրիական ինտեգրման իրականացման ձևերից մեկն, այսպես կոչված, միջառարկայական կապերն են:

Միջառարկայական կապերի հիմնախնդիրը հին պատմություն ունի: Դրա ակունքներում ընկած են անցյալի հայտնի մտածողներ Յա. Ա. Կոմենսկու, Ջ. Լոկի, Ի. Գ. Պեստալոցու (և այլոց) աշխատանքները: Հետագայում միջառարկայական կապերի հիմնախնդիրը դարձավ մանկավարժական հետազոտությունների մի ինքնուրույն ուղղություն՝ բազմաթիվ ճյուղավորումներով: Այսօր միջառարկայական կապերին վերաբերող այնքան շատ հետազոտություններ են առկա (հատկապես քիմիա, կենսաբանություն, ֆիզիկա, մաթեմատիկա առարկաների շրջանակներում), որ միայն դրանց հղումները կարող են հատորներ զբաղեցնել:

Մեր հետազոտության հիմնական նպատակների (մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապեր) տեսակետից մենք մեր հղումների շրջանակը կնեղացնենք:

Միջառարկայական կապերի իրականացման հիմնավորման ընդհանուր խնդիրն են նվիրված բազմաթիվ մանկավարժների հետազոտություններ. Յու. Բաբանսկի (1983), Յու. Դիկ (1987), Ի. Չվերևա՝ (1981), Պ. Կուլագին (1983), Ի. Լերներ (1973), Ն. Լոշկարևա (1981), Վ. Մաքսիմովա (1988), Ի. Օգորոդնիկով (1978), Մ. Սկատկին (1980), Ա.

Ուսովա (1995), Ա. Ծատուրյան (1990), Ե. Ֆատեևա (2003), Ի. Կիրիչենկո (2003) և այլոք:

Միջառարկայական կապերի իրագործման հոգեբանական առանձնահատկություններին իրենց աշխատանքներում անդրադարձել են Ն. Մենչինսկայան (1982), Ի. Պավլովը (1951), Յու. Սամարինը (1962), Ի. Սեչենովը (1961), Ա. Գուրևը (2002), և այլոք:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրագործման մեթոդական եզրերն արտացոլված են Վ. Բուլտյանսկու (1986), Ա. Իվանովի (1997), Պ.Կիյկոի, Ա. Կոլմոգորովի (1991), Յու. Կոլյագինի (1980), Վ.Յովհաննիսյանի (2000), Յ.Միքայելյանի (2006), Վ. Մոնախովի (1990), Ն. Տերեշինի (1990), Ն. Վիլենկինի (1981), Լ. Ֆրիդմանի (1983), Օ.Կիրիչենկոյի (2003) և այլոց աշխատանքներում:

Մեր հետազոտության շրջանակներում, մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման տարաբնույթ հարցերի են նվիրված մի շարք ատենախոսական աշխատանքներ. Վ Ալեքսենցև (1997), Ն. Դոնչենկո (1984), Վ.Ժիլին (1999), Ժ.Մաքսիմովա (2004), Տ.Սերգեևա (2011) Վ. Սոմոյլով (1984), Գ. Ծախբազյան (1995) և այլն:

Այդ աշխատանքների վերլուծության նպատակն է հիման վրա կարելի է պնդել, որ.

1. դրանք վերաբերում են միայն հիմնական դպրոցում միջառարկայական կապերի իրագործման խնդիրներին,

2. դրանցում համարյա հաշվի չեն առնված (իսկ հաշվի առնվածներում համակարգված չեն) սովորողների անհատական առանձնահատկությունները,

3. դրանցում չեն կարևորվել մաթեմատիկական մոդելավորման՝ որպես միջառարկայական կապերի իրագործումն ապահովող արդյունավետ միջոցի, դերն ու հնարավորությունները: Մինչդեռ գիտելիքների համակարգման բարձր մակարդակի, տեսություններին տրամաբանական ավարտունության, գործնական կիրառությունների լայնության առումով՝ ֆիզիկական առանձնանում է նրանով, որ դրանում լայնորեն օգտագործվում են մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդներ:

Նշենք, որ կան ատենախոսություններ [78,134], որոնք վերաբերում են մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով մաթեմատիկայի և տնտեսագիտության միջառարկայական կապերի իրագործմանը, բայց դրանցում մաթեմատիկական մոդելավորումը հանդես է գալիս «նեղ» իմաստով՝ հարմարեցված հատկապես տնտեսագիտական երևույթների ուսումնասիրման համար: Այնինչ, մաթեմատիկական մոդելավորումը էսպես ավելի էլայն հնարավորություններ ունի:

Բնագիտամաթեմատիկական ուսումնական առարկաների հիմնական կառուցվածքային տարրերը՝ գիտական փաստերը, հասկացությունները, օրենքները, տեսությունները, հետազոտման մեթոդները, կիրառական հարցերը, փոխկապակցված են: Օրենքներն արտահայտում են հասկացությունների միջև կապերը և հարաբերությունները: Ամեն մի տեսությունն իրենից ներկայացնում է հասկացությունների որոշակի համակարգ: Օրենքների ու տեսությունների յուրացումը հնարավորություն է տալիս վերացական մտածողության միջոցով կատարել ընդհանրացումներ: Բնագիտամաթեմատիկական հասկացությունները յուրացնելու, դրանք կիրառելու, բնության երևույթների մասին կարծիք հայտնելու, այդ կարծիքը փաստերով հիմնավորելու կարողությունների ձևավորման արդյունավետ միջոց է մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով միջառարկայական կապերի իրականացումը:

Վերը նշվածով և պայմանավորվում է մեր ***հետազոտության արդիականությունը***:

Մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման անհրաժեշտությունը պայմանավորված է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման համար կրթության նոր հարացույցի պահանջներով: Մինչդեռ համապատասխան տեսական հետազոտություններն ու կիրառական մշակումները ընդհանուր առմամբ վերլուծական բնույթի են և չեն բացահայտում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման համար մաթեմատիկական

մոդել ավորման իրական հնարավորություններն ու այդ հնարավորությունների գործնական կիրառությունների շրջանակները:

Արդիականությունը, ինչպես նաև գիտական հիմնախնդրի ոչ բավարար մշակված լինելը և որոշեցին **հետազոտության թեման. «Մաթեմատիկական մոդել ավորումը որպես միջառարկայական կապերի իրականացման արդյունավետ միջոց»**, իսկ նշված հակասությունների լուծման ուղիները նախանշեցին **հետազոտության հիմնախնդիրը**. առանձնացնել մաթեմատիկական մոդել ավորման այն դիդակտիկական շրջանակները, որոնց հենքի վրա կարելի է իրագործել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի արդյունավետ իրագործում:

Հետազոտության նպատակը միջառարկայական կապերի իրագործման միջոցով, որում մաթեմատիկական մոդել ավորումը հանդես է գալիս որպես համակարգակազմիչ գործոն, հանրակրթական ուսումնական հաստատություններում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացների ուսուցման արդյունավետության բարձրացումն է:

Հետազոտության օբյեկտը հանրակրթական ուսումնական հաստատություններում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացն է:

Հետազոտության առարկան մաթեմատիկական մոդել ավորման հենքի վրա հանրակրթական ուսումնական հաստատություններում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման մեթոդական համակարգն է:

Հետազոտության վարկածը հենվում է այն ենթադրության վրա, որ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրագործումը հնարավորություն կտա բարձրացնել սովորողների բնագիտամաթեմատիկական պատրաստվածություն մակարդակը, իրագործել աշակերտակենտրոն ուսուցում, զարգացնել նրանց իմացական հետաքրքրությունները, եթե այն իրականացվի մաթեմատիկական մոդել ավորման հենքի վրա: Դրաարդյունավետությունն է ապես կբարձրանա, եթե՝

- միջառարկայական կապերի իրագործման գործընթացում ի հայտ բերվի մաթեմատիկական մոդելավորման համակարգակազմիչ դերը,

- հիմնավորվեն մաթեմատիկական մոդելավորման այն բաղադրիչների ընտրության հայտանիշները, որոնց հիման վրա հնարավոր կլինի միջառարկայական կապերի արժանահավատ իրագործում,

- մշակվի մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման տեսական-տեխնոլոգիական մոդել,

- կառուցվի խնդիրների և վարժությունների այնպիսի համաշար, որում առկա հանձնարարությունների կատարումը կբերի մաթեմատիկական մոդելավորման երկայնքացահայտմանը՝ միջառարկայական կապերի իրագործման շրջանակներում,

- մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցումը կազմակերպվի միջառարկայական կապերի իրագործման համատեքստում,

- մշակվեն մոդելավորման հենքի վրա միջառարկայական կապերի իրագործման գործունե մեթոդիկաներ:

Ելնելով հետազոտության օբյեկտից, առարկայից և դրված նպատակներին հասնելու ու վարկածը ստուգելու համար անհրաժեշտ էլ ու ծել ***հետազոտության հետևյալ խնդիրները.***

- կատարել միջառարկայական կապերի իրագործման հիմնախնդրին վերաբերող հոգեբանամանկավարժական և մեթոդական գրականության վերլուծություն,

- ի հայտ բերել մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման առանձնահատկությունները,

- հիմնավորել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրագործման հիմքում ընկած մաթեմատիկական մոդելների ընտրությունը,

- մշակել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրագործման տեսական-տեխնոլոգիական մոդել,

- կառուցադրվել է մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա միջառարկայական կապերի իրագործումն ապահովող խնդիրների համաշար,

- փորձնականորեն հիմնավորել մաթեմատիկական մոդելավորման հիման վրա միջառարկայական կապերի իրագործումն ապահովող մեթոդիկաների արդյունավետությամբ:

Դրված խնդիրների լուծման համար օգտագործվել են արեկվատ **հետազոտության մեթոդներ**.

Տեսական` հետազոտության թեմային վերաբերող փիլիսոփայական, մանկավարժական, հոգեբանական գրականության, մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի պետական չափորոշիչների և ծրագրերի ուսումնասիրում, ատենախոսական աշխատանքների (սեղմագրերի) վերլուծություն, մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրագործման հիմքում ընկած մաթեմատիկական մոդելների ուսումնասիրություն:

Էմպիրիկ` ուսուցիչների առաջավոր փորձի ուսումնասիրություն և ընդհանրացում, ուսուցման սեփական փորձի ընդհանրացում, գրույցներ սովորողների և ուսուցիչների հետ, անկետավորում, թեստավորում, մանկավարժական գիտափորձի անցկացում:

Մաթեմատիկական-վիճակագրական` փորձարարական հետազոտության քանակական մեթոդների կիրառում, ստացված տվյալների վերլուծության վիճակագրական մշակում:

Հետազոտության տեսական-մեթոդաբանական հիմքերն են`

- Մանկավարժական ամբողջական գործընթացին վերաբերող գիտատեսական և ընդհանուր-մեթոդաբանական ուսումնասիրություններ (Յու. Բաբանսկի, Բ. Գերշոնսկի, Մ. Դանիլով, Տ. Իլյին, Վ. Լերներ, Մ. Մկրտչյան, Ա. Նովիկով, Տ. Շամովա),

- Հանրակրթության կառուցվածքային և բովանդակային հայեցակարգեր (Ա.Ասմոնով, Յու. Դիկ, Ա. Կուզնեցով, Հ. Միքայելյան, Վ. Պոլյակով, Մ. Ռիժկով),

- բնագիտության փիլիսոփայությունը և մեթոդաբանությունը վերաբերող ուսումնասիրություններ (Բ. Կեդրով, Տ. Լեշկևիչ, Վ. Ստեպին և այլք),

- կրթական տեխնոլոգիաներին վերաբերող ժամանակակից դիդակտիկայի դրույթներ (Վ. Բեսպալկո, Վ. Դանյուշենկով, Վ. Մոնախով, և այլք),

- խնդիրների լուծման տեսություններ (Գ. Մելիքյան, Դ. Պոյա, Լ. Ֆրիդման և այլք),

- միջառարկայական կապերի տեսության դիդակտիկական մշակումներ (Տ. Ալեքսանդրովա, Է. Ղազարյան, Վ. Մաքսիմովա, Ա. Ուսովանայլք):

Հետազոտությանն անց է կացվել երեք փուլով:

Առաջին փուլում (2004-2006թթ).

- իրագործվել է հետազոտության խնդրին վերաբերող փիլիսոփայական, հոգեբանական, մանկավարժական և մեթոդական գրականության վերլուծություն,

- կատարվել է հանրակրթական դպրոցի սովորողների պատրաստվածության նախնական հետազոտում՝ գիտական աշխատանքի ուղղությունը հստակեցնելու համար,

- որոշվել է հետազոտության տրամաբանական ապարատը. օբյեկտը, առարկան, նպատակը և վարկածը:

Երկրորդ՝ որոնողական-տեսական փուլում (2007-2009թթ).

- շարունակվել է մաթեմատիկական մոդելավորմանը և միջառարկայական կապերի իրագործմանը վերաբերող հիմնախնդրի տեսական վերլուծությունը,

- անցկացվել է հաստատագրող գիտափորձ, որի իրագործման արդյունքում հիմնավորվել են մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա միջառարկայական կապերի իրագործմանն ուղղված տեսական մոդելի ընտրության հայտանիշները,

- վերլուծվել են տեսական մոդելի գործնական բաղադրիչի արդյունավետությունը որոշող ուսուցանող գիտափորձի արդյունքները,

- կատարվել է համաուղղում՝ հետազոտության հետագա իրագործման ուղղությամբ:

Երրորդ փուլում (2010-2014թթ).

- մշակվել և փորձարկվել է մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

միջառարկայական կապերի իրագործման տեսական-տեխնոլոգիական մոդելը,

- մշակվել է միջառարկայական կապերի իրագործման հիմքում ընկած առաջադրանքների համաշարը,

- իրագործվել է ձևավորող գիտափորձ,

- համուղղվել են համապատասխան մեթոդիկաների առանձին բաղադրիչները,

- համակարգվել են գիտափորձի արդյունքները,

- ստուգվել է ատենախոսության հիմնավորվածությունը և արժանահավատությունը,

- կատարվել է ատենախոսության ավարտական ձևավորում:

Յետադրումային գիտական նորույթն այն է, որ

1.Ստեղծվել է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման գիտամեթոդական համակարգ՝ միտված միջառարկայական կոմպլեքսնորմայությունների ձևավորմանն ու զարգացմանը:

2.Հիմնավորվել է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման հիմնախնդրում մաթեմատիկական մոդելավորման համակարգակազմիչ բնույթը:

3.Հիմնավորվել է միջառարկայական կապերի իրագործման հիմնախնդրի լուծման համար մաթեմատիկական մոդելների դասակարգման (<<ֆորմալ>>, <<կիսաֆորմալ>>, <<առարկայական>>) անհրաժեշտ պայմանները:

4.Հիմնավորվել է մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա միջառարկայական կապերի իրագործման համար մակարդակային տարբերակման (<<պարտադիր>>, <<բարձր>>, <<առաջանցիկ>> մակարդակներ) բավարար պայմանները:

5.Առաջարկվել է (համապատասխան հիմնավորմամբ) մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական գիտելիքների ուսուցման հայեցակարգային (էական հատկանիշներ, բաղադրամասեր, հիմնական առնչություններ և այլն) մոդել:

6.Ճշգրտվել է մաթեմատիկայի մոդելավորման հենքի վրա իրականացվող միջառարկայական ուսուցման բովանդակությունը:

7. Հիմնավորվել են մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման հիմքում ընկած միջառարկայական նյութի խնդիրների համաշարի ընտրության հայտանիշները, սկզբունքները և լուծման մեթոդները:

Հետազոտության տեսական նշանակությունը.

1. Հստակեցվել է <<միջառարկայական կապեր>>, <<միջառարկայական բովանդակության խնդիրներ>> հասկացություններին յուրաքանչյուրի ծավալն ու բովանդակությունը՝ մաթեմատիկական մոդելավորման համատեքստում:

2. Շրջանակվել են միջառարկայական ուսուցման մակարդակային տարբերակման, ինչպես նաև մաթեմատիկական մոդելների դասակարգման կիրառելիության սահմանները:

3. Որոշվել են մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործվածության մակարդակները և համապատասխան ցուցանիշները:

4. Շրջանակվել է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման բովանդակությունը, մեթոդներն ու ձևերը:

5. Հարստացվել է միջառարկայական ուսուցման տեսությունն ու պրակտիկան՝ մաթեմատիկական մոդելավորման շրջանակներում:

6. Միջառարկայական կապերի իրագործմանն ուղղված մեթոդական համակարգը, ինչպես նաև խնդիրների համաշարի կազմման սկզբունքները կարող են օգտագործվել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում:

Հետազոտության գործնական նշանակությունը.

Հետազոտության արդյունքները կարող են՝

- կիրառվել հանրակրթական ուսումնական հաստատություններում և՛ մաթեմատիկայի, և՛ ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում,

- ընդգրկվել նոր ուսումնական ծրագրերում, մեթոդական ձեռնարկներում, օգտագործվել մանկավարժական բուհի <<Մաթեմատիկայի (կամ ֆիզիկայի) դասավանդման մեթոդիկա>> դասընթացի որոշ բաժինների ուսուցման գործընթացում:

Պատասխանության ներկայացվող հիմնական դրույթները.

1. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի՝ մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա իրագործել ու տեսական հիմնավորումը:

2. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի՝ մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա իրագործել ու մեթոդիկան:

3. Մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործումը հնարավորություն է տալիս ուսուցման գործընթացը դարձնել աշակերտակենտրոն և զարգացնող. նպաստում է մաթեմատիկայի կիրառական հնարավորությունների վերաբերյալ սովորողների պատկերացումների ձևավորմանը և իմացական հետաքրքրությունների զարգացմանը:

4. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով միջառարկայական կապերի իրագործումը ձևավորվում է սովորողների միջառարկայական կոմպետենտություններ ու բնագիտական աշխարհայացք:

Հետազոտության անցած փորձաքննությունը

Ատենախոսություն հիմնական դրույթները, եզրակացություններն ընդհանրացվել են հրապարակումներում, զեկուցվել և քննարկվել են ՀՊՄՀ-ի մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի, ինչպես նաև՝ մաթեմատիկայի և տարրական ուսուցման մեթոդիկայի ամբիոնների սեմինարներում, տարբեր (նաև միջազգային) համաժողովներում:

1. Հովհաննիսյան Բ. Ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման եղանակները: Մաթեմատիկան դպրոցում /գիտամեթոդական ամսագիր, թիվ 5-6, 2005/:

2. Հովհաննիսյան Բ. Ֆունկցիան որպես ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման մաթեմատիկական մոդել: Մաթեմատիկան դպրոցում /գիտամեթոդական ամսագիր, թիվ 5-6, 2009/:

3. Հովհաննիսյան Բ., Վարդապետյան Վ. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման դիդակտիկական համակարգը: Մաթեմատիկայի ուսուցման գիտամեթոդական հարցեր./Ժողովածու, պրակ 4/2010:
4. Հովհաննիսյան Բ. Ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրագործումը մակարդակային տարբերակման պայմաններում: Պրոֆեսորադասուսական անձնակազմի, ասպիրանտների, հայցորդների և գիտաշխատողների 54-րդ գիտաժողովի նյութերի (2009թ. նոյեմբեր 19-21) ժողովածու, պրակ 3, Երևան 2010:
5. Հովհաննիսյան Բ. Նորարարական տեխնոլոգիաները միջառարկայական կապերի իրագործման գործընթացում որպես կրթության որակի ապահովման գործոն: Մանկավարժական կրթության որակի հոգեբանական հիմնախնդիրները./գիտաժողովի նյութեր/ 2010:
6. Հովհաննիսյան Բ., Հարությունյան Ա. Ավագ դպրոցի ֆիզիկամաթեմատիկական հոսքում ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման մի դրվագի մասին: Մաթեմատիկայի ուսուցման գիտամեթոդական հարցեր (Ժողովածու, պրակ 5) Երևան «Յասոն» 2011
7. Ղուչյան Ա., Հովհաննիսյան Բ. Մաթեմատիկական մոդելավորումը որպես անձնուղղորդ մանկավարժական տեխնոլոգիայի իրագործման մի բաղադրիչ: Մաթեմատիկայի ուսուցման գիտամեթոդական հարցեր./Ժողովածու, պրակ 4/ 2010:
8. Ղուչյան Ա., Հովհաննիսյան Բ. Միջառարկայական կապերի համակարգող և ընդհանրացնող գործառնությունները: Մաթեմատիկան դպրոցում /գիտամեթոդական ամսագիր, թիվ 5, 2013/:
9. Հովհաննիսյան Բ. Ավագ դպրոցի բնագիտամաթեմատիկական հոսքում մի ինտեգրատիվ դասընթացի մասին: Համահայկական կրթական գիտաժողով «Բնագիտությունը 21-րդ դարում. Ուսուցման հիմնախնդիրներ և լուծումներ» Երևան, 3-4 մայիսի, 2014թ. Գիտաժողովի նյութերի ժողովածու: Բնագետ, 2014:

Հետազոտող թյան փորձարարական բազան Երևանի թիվ 137, թիվ 140, թիվ 18 և Մասիս քաղաքի թիվ 2 դպրոցներն են:

Ատենախոսող թյան ծավալ և ու կառուցվածքը համապատասխանում է հետազոտող թյան տրամաբանող թյանն ու հաջորդականող թյանը: Աշխատանքն իր մեջ ներառում է «Ներածող ունը», երկու գլուխ, «Եզրակացող ունը», «Գրականող թյան ցանկը», «Հավելվածը»: Ատենախոսող թյան ծավալը համակարգչային շարվածքի 154 էջ է, պարունակում է գծապատկերներ և աղյուսակներ:

ԳԼՈՒԽ I
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼ ԱՎՈՐՄԱՆ ՇՐՋԱՆԱԿՆԵՐՈՒՄ
ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԻ ԻՐԱԿԱՆԱՑՄԱՆ ԴԻԴԱԿՏԻԿԱԿԱՆ
ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԸ

1.1. Միջառարկայ ական կապերի հիմնախնդրի տեսական և
մեթոդաբանական հիմունքները

Մանկավարժական գրականության մեջ «միջառարկայ ական կապեր» հասկացությունը դիտարկվում է տարբեր տեսանկյուններից. յուրաքանչյուր հեղինակ փորձում է այն յուրովի բացատրել: Այդ հասկացության ընդհանուր սահմանում դեռևս գոյություն չունի և սկզբունքորեն չի կարող գոյություն ունենալ:

Ի.Դ.Զվերևը և Վ.Ն.Մաքսիմովան նշում են. «Ուսուցման գործընթացում միջառարկայ ական կապերի բազմազանությունը ցույց է տալիս, որ տվյալ հասկացության էությունը չի կարող միարժեք որոշվել: Հետազոտողները հիմք են ընդունում «միջառարկայ ական կապեր» եզրույթի այս կամ այն սահմանում, ընդ որում՝ հաճախ այն մեկնաբանվում է մի քանի իմաստներով: Պատճառը ոչ այնքան եզրույթի անփուլթ օգտագործման մեջ է, որքան՝ օբյեկտիվորեն գոյություն ունեցող միջառարկայ ական կապերի բազմազործառության ին բնույթի մեջ» [71, էջ 45]:

Գիտամանկավարժական գրականության մեջ տրվում է «միջառարկայ ական կապեր»-ի մի քանի տասնյակ սահմանում, ինչը հանգեցնում է այդ եզրույթի՝ իրարից միանգամայն տարբեր և ոչ ճիշտ ընկալմանը. արդյունքում աղավաղվում են միջառարկայ ական կապերի տեսակների, ձևերի, տիպերի և գործառույթների վերաբերյալ պատկերացումները:

Բերենք միջառարկայ ական կապերի մի քանի սահմանումներ.

- «Միջառարկայ ական կապերը ուսումնական ծրագրերի փոխհամաձայնեցվածությունն է, որը պայմանավորված է գիտությունների համակարգով և դիդակտիկական նպատակներով» [125, էջ 368]:

- «Միջառարկայական կապերը ուսուցման գիտատեսական մակարդակի բարձրացման, սովորողների ստեղծագործական ընդունակությունների զարգացման, գիտելիքների յուրացման գործընթացի օպտիմալացման և, ի վերջո, ուսուցման ամբողջ գործընթացի կատարելագործման դիդակտիկական պայման է» [136, էջ 12]:
 - «Միջառարկայական կապերի իրագործումը դաստիարակության և կրթության նկատմամբ ամբողջական մոտեցում է, որը հնարավորություն է տալիս առանձնացնել ինչպես կրթության բովանդակության գլխավոր տարրերը, այնպես էլ ուսումնական առարկաների միջև փոխկապակցվածությունը» [125, էջ 363]:
 - «Միջառարկայական կապերը օրինաչափություն է, որն անհրաժեշտ է հաշվի առնել ուսուցման բովանդակության, մեթոդների և միջոցների ընտրման և իրագործման, ինչպես նաև գործնական կիրառությունների ժամանակ» [87, էջ 14]:
 - «Միջառարկայական կապերը բնության, հասարակության և մարդու մասին ամբողջական համակարգի բոլոր հիմնական տարրերի փոխազդեցության արտացոլում է» [71, էջ 45]:
 - «Միջառարկայական կապերը տրամաբանական ավարտուն տեսքով իրենցից ներկայացնում է տարբեր ուսումնական առարկաների կառուցվածքային տարրերի միջև ամբողջական ձևով արտահայտված գիտական հարաբերություն է» [98, էջ 92]:
- Որոշ հեղինակներ միջառարկայական կապերը սահմանում են՝
- «Որպես սովորողների ճանաչողական ակտիվության և ինքնուրույնության զարգացման, նրանց ճանաչողական հետաքրքրությունների ձևավորման պայման» [74, էջ 13]:
 - «Որպես ուսուցման համակարգվածության և գիտականության սկզբունքների ապահովման միջոց» [72, էջ 61]:
 - «Որպես գիտական աշխարհայացքի ձևավորման գործընթացում կրթության դերի բարձրացման պայման» [75, էջ 58]:
 - «Որպես ընդհանուր, տեխնիկական և մասնագիտական կրթության միասնականության իրականացման միջոց» [51, էջ 82]:

Այսպիսով, շատ հեղինակներ (Ի.Դ.Չվերև, Վ.Ն.Մաքսիմովա, Վ.Մ.Մոնախով, Ն.Մ.Բուրցևա, Վ.Ն.Ֆեդորովա և ուրիշներ)

միջառարկայական կապերը սահմանում են որպես ուսուցման դիդակտիկական պայման:

Այլ ոք՝ Վ.Ն.Մաքսիմովան, Ի.Յա.Լերները, Ե.Ն.Ֆեդորովան, Ն.Ա.Լոշկարևան միջառարկայական կապերը սահմանում են որպես հատուկ դիդակտիկական սկզբունք, որոնք, նոր հենքի վրա համակարգված և նպատակաուղղված իրագործման դեպքում, թույլ են տալիս նախագծել ուսուցման գործընթացը՝ ելնելով դրա կատարելագործման նպատակից:

«Միջառարկայական կապեր» հասկացության սահմանմանը վերաբերող հաջորդ մոտեցումը կապված է դրանք՝ որպես միջգիտական կապերի դիդակտիկական համարժեք դիտարկելու հետ:

Այսպես, Վ.Ն.Ֆեդորովան սահմանում է միջառարկայական կապերը հետևյալ կերպ. «Միջառարկայական կապերը ուսումնական առարկաների բովանդակության մեջ այն դիպելիկական փոխազդեցությունների արտացոլումն են, որոնք գործում են բնության մեջ և ընդունվում ժամանակակից գիտությունների կողմից. այդ պատճառով միջառարկայական կապերը անհրաժեշտ է ուսումնասիրել որպես միջգիտական կապերի համարժեք» [139, էջ 28]:

Գ.Ն.Վարկովեցկայան գտնում է, որ «միջառարկայական կապերը գիտությունների (որպես ուսումնական առարկաների հիմքերի) միջև կապեր են, ավելի կոնկրետ՝ դրանք կապեր են կրթության բովանդակության կառուցվածքային տարրերի միջև, և արտահայտվում են հասկացություններում, գիտական փաստերում, օրենքներում և տեսություններում» [51, էջ 7]:

Վերլուծելով միջառարկայական կապերի տարբեր սահմանումները, Ն.Ա.Լոշկարևան եզրակացնում է, որ «միջառարկայական կապեր» հասկացության իմաստային սահմանումների ամբողջ բազմազանությունը կարելի է բաժանել երկու հիմնականների. «միջառարկայական կապերը որպես ուսումնարարատիարակական գործընթացում օբյեկտիվ իրականության կապերի արտացոլման դիդակտիկական ձև, և միջառարկայական կապերը որպես մանկավարժական պահանջ, սկզբունք» [95, էջ 26]:

Միջառարկայ ական կապերի վերոնշյալ սահմանումների բովանդակության մեջ մենք առանձնացնում ենք երկու եզր, որոնք պայմանականորեն կարելի է կոչել **տեսական և կոնկրետ**

Տեսական եզր. միջառարկայ ական կապերը դիտարկվում են որպես համակարգվածության և հաջորդելիության դիդակտիկական սկզբունքների դրսևորումներից մեկը:

Կոնկրետ եզր. միջառարկայ ական կապերը ուսուցման գործընթացում ուսուցանվող տարբեր առարկաների բովանդակությունների միջև փաստացի կապերի արտացոլումներ են:

Եթե խոսում ենք միջառարկայ ական կապերի՝ որպես համակարգվածության դիդակտիկական սկզբունքի մասին, ապա այն, ինչպես և մյուս բոլոր դիդակտիկական սկզբունքները, ենթադրում է կրթության բովանդակության որոշակի կառուցվածք, ուսուցման մեթոդներ, միջոցներ և ձևեր, որոնք ուղղված են սովորողների աշխարհայացքի, համոզմունքների և անձնային հատկությունների ձևավորմանը: Բանն այն է, որ ուսուցման մեջ համակարգվածության սկզբունքի կիրառումը չի կարելի սահմանափակել մեկ առարկայով: Այն ենթադրում է միջառարկայ ական կապերի հաստատում, հաջորդայնություն և գիտելիքների զարգացման հեռանկար: Գ.Ի.Վերգելեսի կարծիքով «միջառարկայ ական կապերը իրենց մեջ ներառում են կարողությունների, հմտությունների և գործունեության միջոցների միջև փոխկապակցվածություններ, որոնք դրսևորվում են դասավանդման մեթոդների և եղանակների, սովորողների նկատմամբ ուսուցիչների գործողությունների միջև» [54, էջ 36]:

Ի.Դ.2վերևը գտնում է, որ համակարգվածության սկզբունքը հիմնական դիդակտիկական սկզբունք է, իսկ միջառարկայ ական կապերը այդ սկզբունքի դրսևորման կողմերից մեկն է. «Միջառարկայ ական կապերը իրենցից ներկայացնում են համակարգվածության ընդհանուր մեթոդաբանական սկզբունքի կոնկրետ ձևերից մեկը, որը առաջացնում է մտավոր գործունեության հատուկ տեսակ՝ համակարգային մտածողություն» [72, էջ 43]:

Վ.Ն.Մաքսիմովան նշում է, որ միջառարկայական կապերը նպաստում են կրթության բովանդակության մեջ գիտականության սկզբունքի իրականացմանը: «Դրանք (միջառարկայական կապերը) կոչված են սովորողների գիտակցությանը հասցնել բոլոր առարկաների միջև եղած ընդհանրությունները և ցույց տալ յուրաքանչյուր ուսումնական առարկայի մեջ գիտության մեթոդների և բովանդակության յուրահատկությունները» [98, էջ 39]:

Վերը նշվածի վերլուծությունը թույլ է տալիս կատարել ու հետևյալ ընդհանրացումները և եզրակացությունները.

- Միջառարկայական կապերի հիմնախնդրի արդիականությունը պայմանավորված է դրա զարգացման գեներալիսի վերլուծության անհրաժեշտությամբ. դրանով իսկ կգիտակցվի միջառարկայական կապերի կարևորությունը և կորոշվեն այն մանկավարժական գիտության մեջ ներմուծելու ճանապարհները,
- միջառարկայական կապերի սահմանման հիմնախնդիրը կապված է գիտականների փիլիսոփայական և գիտական հայացքների զարգացման հետ,
- ուսումնասիրվող հիմնախնդրի մանկավարժական մշակումը որոշվում է ուսուցիչների աշխարհայացքով, նրանց սոցիալական հայացքներով, հասարակական հարաբերություններին զարգացման մակարդակով, հասարակության կողմից դպրոցին և մանկավարժությանը ներկայացվող սոցիալական պատվերով,
- միջառարկայական կապերը պետք է իրականացվեն մանկավարժական (և դիդակտիկական) հիմքի վրա և իրենց մեջ ներառեն ամբողջականություն, գիտականություն, համակարգվածություն, մատչելիություն (և այլ) սկզբունքներ:

«Միջառարկայական կապեր» հասկացությունն առավել ընդգրկուն սահմանելու համար անհրաժեշտ է նկատել, որ այն ավելի լայն՝ «միջգիտական կապ» հասկացության հետ գտնվում է սեռատեսակային հարաբերության մեջ, բայց և՛ առաջինը, և՛ երկրորդը հանդիսանում են փիլիսոփայական «կապ» ընդհանուր տեսակային հասկացության ածանցյալներ: Ելնելով ասվածից

կարելի է տալ հետևյալ սահմանումը. «Միջառարկայ ական կապերը մանկավարժական կառեգորիա է՝ օբյեկտների, երևույթների և իրականության գործընթացների միջև և արտահայտում է ուսումնադաստիարակչական գործընթացի մեթոդների, ձևերի և բովանդակության մեջ իրենց արտացոլումը գտած ու ուսուցանող, զարգացնող և դաստիարակող գործառույթներ կառարող՝ միավորող, ինտեգրալ այ ին հարաբերության ունեներ»:

Միջառարկայ ական կապերը բնութագրվում են հետևյալ ձևերով.

1. ըստկառուցվածքի,
2. ըստգործունեության ուղղության,
3. ըստուղղորդիչ տարրերի փոխազդեցության մեթոդի:

Ելնելով նրանից, որ միջառարկայ ական կապերի կառուցվածքը պայմանավորված է ուսումնական նյութի բովանդակությամբ, ձևավորվող կարողության ունեններից, ունակության ունեններից և մտավոր գործողության ունեններից, դրանց առաջին ձևում մենք կարող ենք առանձնացնել միջառարկայ ական կապերի հետևյալ տեսակները.

1. բովանդակային,
2. գործառնական,
3. մեթոդաբանական,
4. կազմակերպչական:

Առաջին ձևի յուրաքանչյուր տեսակ բաժանվում է միջառարկայ ական կապերի ենթատեսակների:

Երկրորդ ձևում առանձնացվում են միջառարկայ ական կապերի հիմնական տեսակները՝ ըստգործունեության ուղղության: Կապերի հարաբերակցվող կողմերը պայմանականորեն նշանակենք A,B,C,D և այլն: Այդ դեպքում երբ B-ն ուղղված է դեպի A-ն, կունենանք միակողմանի կապ, եթե B-ն և C-ն ուղղված են դեպի A-ն, կունենանք երկկողմանի կապ, իսկ եթե B,C,D..... ուղղված են դեպի A-ն, կունենանք բազմակողմանի կապ: Կապերի այս բոլոր տեսակները կարող են լինել ուղիղ (գործել մի ուղղությամբ) և երկկողմանի (երբ գործում են երկու ուղղությամբ):

Միջառարկայ ական կապերի երրորդ ձևում առանձնացվում են կապերի հետևյալ տեսակները՝ ըստժամանակային գործոնի.

1. ժամանակագրական,

2. Ժամանակաչափային:

Ժամանակագրականները կապեր են՝ ըստ իրենց իրականացման հաջորդականության:

Ժամանակաչափայինները կապեր են՝ ըստ տարրերի փոխադրեցության տեսականության:

Ժամանակային հիմքի վրա կարելի է կատարել միջառարկայական կապերի դասակարգում (աղյուսակ 1):

Միջառարկայական կապերի դասակարգումը

Աղյուսակ 1.

Միջառարկայական կապերի ձևերը	Միջառարկայական կապերի Տեսակները	Միջառարկայական կապերի Ենթատեսակները
1	2	3
Ըստ կառուցվածքի	Ըստ ուղղության՝	ըստ փոխկապակցող տարրերի փոխադրեցության (կապերի տեսականների բազմազանություն) ժամանակի գործոն
1. բովանդակային՝ ըստ փաստերի, օրենքների հասկացությունների, տեսությունների, գիտությունների մեթոդների	1. միակողմանի	1. ժամանակագրական 1.1 հաջորդային 1.2 համաժամանակյա 1.3 հեռանկարային
2. գործառնային՝ ըստ ձևավորվող կարողությունների, ունակությունների և մտային գործունեության	2. երկկողմանի	2. ժամանակաչափային 2.1 դրվագային 2.2 միջին տևողությամբ 2.3 երկարատև
3. մեթոդաբանական՝ ըստ մանկավարժական մեթոդների և միջոցների	3. բազմակողմանի՝ ուղիղ, հակառակ կամ վերականգնող	

Ըստ ուղղության՝ միջառարկայական կապերի իրագործման գործընթացում՝

1. միջառարկայական լայն հիմքի վրա ուսումնասիրվող կոնկրետ թեմայի համար միջառարկայական տեղեկատվության աղբյուր են մեկ, երկու կամ ավելի ուսումնական առարկաներ,

2. միջառարկայական տեղեկատվությունը օգտագործվում է միայն տվյալ առարկայի որոշակի թեմայի (ուղիղ կապեր), մյուս առարկաների թեմաների (հակառակ կամ վերականգնող կապեր) ուսումնասիրման ժամանակ:

Ժամանակային գործոնը ցույց է տալիս, թե՝

1. ինչպիսի՞ գիտելիքներ են արդեն ստացել սովորողները այլ դպրոցական առարկաներից և ի՞նչ նյութ դեռ պիտի ուսումնասիրեն ապագայում (ժամանակագրական կապեր),
2. ըստ ուսումնասիրման ժամանակահատվածների՝ որ թեման է միջառարկայական կապերի իրականացման գործընթացում հանդիսանում առաջատար և որը՝ հաջորդող (ժամանակագրական կապեր),
3. ինչքա՞ն երկար է տևում նյութերի փոխկապակցվածությունը միջառարկայական կապերի իրագործման գործընթացում:

Գոյություն ունեցող դասակարգումների բազմազանությունը բացատրվում է տարբեր չափանիշների առկայությամբ: Դիտարկենք միջառարկայական կապերի առավել մշակված և մանկավարժական գիտության մեջ ընդունված դասակարգումներ:

Շատ հետազոտողներ միջառարկայական կապերը դասակարգում են ժամանակային գործոնի հիման վրա: Ընդ որում՝ մի շարք հեղինակներ (Մ.Ն.Սկատկին [129], Վ.Ն.Ֆեդորովա [139], Յու.Ի.Դիկ և Ի.Կ.Տուրիշևա [101]) առանձնացնում են ժամանակային միջառարկայական կապերի երեք տեսակ.

- **նախորդող**՝ երկու առարկաներից տեղեկատվության միջև կապեր, որոնք հանդես են գալիս ուսումնական տարվա սահմանափակ, բայց հաջորդական ժամանակահատվածներում,

- **ուղեկցող**՝ երկու կամ երեք առարկաների տեղեկատվության միջև կապեր, որոնք հանդես են գալիս ուսումնական տարվա միևնույն ժամանակահատվածներում,

- **հեռանկարային**՝ երկու կամ երեք առարկաների բովանդակությունների միջև գործող կապեր, որոնք հանդես են գալիս ուսումնական տարվա՝ տնական ժամանակահատվածներում:

Ն.Ա.Լոշկարևան և Պ.Գ.Կուլագինը, հիմք ընդունելով ժամանակային գործոնը, առանձնացնում են կապերի երկու տեսակ՝ համաժամանակյա և ոչ համաժամանակյա:

Վ.Ն.Ֆեդորովան և Դ.Մ.Կիրյուշկինը ժամանակային միջառարկայական կապերից (նախորդող, ուղեկցող, հեռանկարային) բացի ուսումնասիրում են նաև տեղեկատվական միջառարկայական կապերը (փաստացի, հասկացնային, տեսական) [139]:

Միջառարկայական կապերը սահմանելով որպես միջգիտական կապերի դիդակտիկական համարժեք, Ն.Ա.Լոշկարևան առաջարկում է հետևյալ դասակարգումը.

- գիտելիքների ընդհանուր տարրերի հիման վրա ստեղծված միջառարկայական կապեր (բովանդակային),

- ուսումնական առարկաների դասավանդման ընդհանուր մեթոդների հիման վրա ստեղծված միջառարկայական կապեր (մեթոդաբանական),

- սովորողների ճանաչողական գործունեության ընդհանուր մեթոդների հիման վրա ստեղծված միջառարկայական կապեր (գործառնության),

- ուսուցման և դաստիարակության ընդհանուր մեթոդների հիման վրա ստեղծված միջառարկայական կապեր (կազմակերպչական) [94, էջ 78]:

Մի շարք հեղինակներ միջառարկայական կապերի իրենց դասակարգումն առաջարկելիս հիմք են ընդունում միջառարկայական կապերի իրականացման ժամանակային գործոնի սկզբունքը և, կախված մտավոր գործունեության բնույթից, այս կամ այն թեմայի խորությունից և հարակից գիտելիքների ներգրավման նպատակներից՝ միջառարկայական կապերի իրականացման սկզբունքը: Սրա հիման վրա առանձնացվում են միջառարկայական կապերի հետևյալ խմբերը.

- համեմատական կապեր (ըստ համանմանության - հակադրության).

- պատճառահետևանքային (մի առարկայից ուսումնասիրվող երևույթի պատճառը հանդիսանում է հետևանք մյուսում),

- ինդուկտիվ կապ (մի առարկայի մասնավոր փաստի բերում մյուսի ընդհանուրին),

- դեդուկտիվ կապ (մի առարկայի ընդհանուրից փաստի բերում մյուսի մասնավորին),

- գենետիկ կապ,

- ընդհանրացնող, առարկայի կամ երևույթի բազմակողմանի բնութագրում պահանջող [64]:

Գ.Ֆ.Ֆեդորեցը առաջարկում է միջառարկայական կապերը դասակարգել հետևյալ կերպ.

1. Ըստկառուցվածքի`

1.1. բովանդակային (ըստ փաստերի, հասկացությունների, օրենքների, տեսությունների, գիտելիքների մեթոդների),

1.2. գործառնության (ըստ ձևավորվող հմտությունների, կարողությունների և մտավոր գործողությունների),

1.3. մեթոդական (տարբեր գիտությունների մեթոդների, ինչպես նաև մանկավարժական մեթոդների և մեթոդական հնարների օգտագործմամբ),

1.4. կամակերպչական (ուսումնադաստիարակչական գործընթացի կազմակերպման ձևերով և միջոցներով):

2. Ըստուղղության`

2.1. միակողմանի (ուղիղ),

2.2. եկրկնողմանի (հակառակ կամ վերականգնող),

2.3. բազմակողմանի:

3. Ըստ կապակցող տարրերի փոխադեցության (կապերի տեսակների բազմազանություն)`

3.1. ժամանակագրական,

- ժառանգական,

- համաժամանակյա (սինքրոն),

- հեռանկարային:

3.2. ժամանակաչափային,

- դրվագային (լոկալ),

- միջին տևողություն,

- երկարատև:

Մեր կարծիքով, միջառարկայական կապերի առավել լիարժեք դասակարգումը պատկանում է Վ.Ն.Մաքսիմովային [99]: Ըստ այդ սահմանման, միջառարկայական կապերը միավորվում են երեք խմբում.

1. բովանդակային-տեղեղնական միջառարկայական կապեր.

փաստացի` տարբեր ուսումնական առարկաների շրջանակներում ուսումնասիրվող ընդհանուր փաստեր, գաղափարներ և տեսություններ բացահայտող ու հաստատող կապեր:

տեսական` գիտական հասկացությունների համակարգ, որում արտացոլված են որոշակի առարկայախմբին վերաբերող փաստերը, օրենքները, կանխադրույթները և դրանց հետևանքները:

2. գործառնական-գործունեական միջառարկայական կապեր.

ճանաչողական (ըստ գիտելիքների ձեռք բերման)` ձևավորում են ընդհանրացված ճանաչողական կարողություններ (մտածողական, տեսական, ստեղծագործական, ինքնակրթական):

արակտիկ (ըստ գիտելիքների կիրառման միջոցի)` նպաստում են սովորողների ճանաչողական-արակտիկ կարողությունների ձևավորմանը (հաշվողական, չափողական, գրաֆիկական, փորձնական, պատկերային և այլն):

3. մեթոդակազմակերպչական միջառարկայական կապեր.

վերարտադրողական, որոնողական, ստեղծագործական (ըստ գիտելիքների յուրացման մեթոդի),

միջկուրսային, ներցիկլային, միջցիկլային, ներառարկայական (ըստ իրականացման երկայնքի),

ժառանգական, ուղեկցող, հեռանկարային (ըստ իրականացման ժամանակի),

միակողմանի, երկկողմանի, բազմակողմանի (ըստ առարկաների փոխկապակցվածության միջոցի),

դրվագային, համակարգված (ըստ իրականացման հաստատունության),

սահմանված, թեմատիկ և այլն (ըստ ուսումնական գործընթացի կազմակերպման մակարդակի),

անհատական, խմբային, կոլեկտիվ (ըստ սովորողների և ուսուցիչների գործունեության կազմակերպման ձևերի):

Ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի արդյունավետ իրականացման համար անհրաժեշտ է, որպեսզի հաշվի առնվի, թե՞ դրանց հիմքում ինչ հոգեբանական օրինաչափություններ են ընկած: Հետագայում մենք ավելի մանրամասն կուսումնասիրենք այդ հարցը:

Միջառարկայական կապերի հիմնախնդրի հոգեբանական տեսանկյունները դիտարկված են Ն.Ա.Մենչինսկայայի [130], Ե.Ն.Կաբանովա-Մելերի [76] ուսումնասիրություններում: Դրանցում նշվում է, որ միջառարկայական կապերի իրականացման համար անհրաժեշտ է միջառարկայական միավորների առաջացում: Ընդ որում, որքան ավելի բազմազան են կապերը ուսումնասիրվող հասկացությունների մեջ, այնքան դրանք ավելի խորն են յուրացվում, կայուն են հիշվում և հեշտ ճանաչվում: Հետևաբար, անհրաժեշտ է օգտագործել ուսուցման այնպիսի մեթոդներ, որոնք խթանում են սովորողների համակարգված մտավոր գործունեությունը: Արդյունքում՝ սովորողները տարբեր առարկաների ուսուցման գործընթացում սկսում են կիրառել հասկացությունների ավելի և այն շրջանակ:

Այսպիսով, հոգեբանական գիտության տվյալները ցույց են տալիս, որ միջառարկայական կապերի իրականացումը ուսուցման գործընթացում ունի մեծ նշանակություն՝ ինչպես գիտության հիմունքների յուրացման, այնպես էլ նրա գիտելիքների համակարգի յուրացման ու զարգացման և աշխարհի գիտական պատկերի ձևավորման համար: Բոլոր առարկաների ուսումնառատիարակչական գործընթացի համաձայնեցման միջոցով զարգանում է սովորողների տրամաբանական մտածողությունը: Միջառարկայական կապերի սահմանման և դասակարգման մի քանի մոտեցումների առկայությունը, դրանք դասակարգելիս միասնական չափանիշ առանձնացնելու անհնարինությունը վկայում են միջառարկայական կապերի բազմակառուցվածքայինության և բազմաֆունկցիոնալության մասին:

Ամփոփելով՝ կարող ենք ասել, որ հոգեբանամանկավարժական գրականության վերլուծությունը թույլ է տալիս ենթադրելու, որ մանկավարժական գիտության և արակտիկայի զարգացման ժամանակակից փուլում առկա են այդ հասկացության բազմաթիվ մեկնաբանություններ:

- միջառարկայական կապերն ուսուցման գործընթացում միջգիտական կապերի արտացոլում են **(դիդակտիկական երևույթի մակարդակի վրա),**
- միջառարկայական կապերը տարբեր առարկաների, դասագրքերի, ուսումնական ծրագրերի փոխադարձ համաձայնեցվածությունն ապահովող միջոց են՝ դրա նպատակը գիտության հիմքերի դասավանդման գիտական մակարդակի բարձրացումն է, սովորողների դիալեկտիկական աշխարհայացքի ձևավորումը և ստեղծագործական ընդունակությունների զարգացումը **(դիդակտիկական պայմանի մակարդակի վրա),**
- միջառարկայական կապերը գիտությունների փոխազդեցության գործոն են՝ սովորողների դիալեկտիկական աշխարհայացքի ձևավորման և նրանց ստեղծագործական ընդունակությունների զարգացման ընթացքում **(դիդակտիկական գործընթացի մակարդակի վրա),**
- միջառարկայական կապերը ինտեգրող օղակ են դիդակտիկական սկզբունքների՝ գիտականության, համակարգայնության, ամբողջականության, հաջորդականության (և այլն) համակարգում, քանի որ բոլոր վերը թվարկված սկզբունքների նպատակային ուղղվածությունը մարդու գիտակցության մեջ բնության և հասարակության գիտելիքների ամբողջական համակարգի ձևավորման պայման են **(դիդակտիկական սկզբունքի մակարդակի վրա):**
- միջառարկայական գիտելիքները հոգեբանամանկավարժական հիմնավորում ունեցող սկզբունքների, մեթոդների, ուսուցման միջոցների ամբողջական կառուցվածքով բնութագրվող դիդակտիկական գիտելիքների ինքնուրույն տիրույթ է, որի օգնությամբ ձևավորվում է գիտելիքների նոր տեսակ՝ «միջառարկայական գիտելիքներ», որոնք ձևավորում են

սովորողների մտածողության հայեցակարգային ոճ, ինչն էլ բնութագրվում է շրջակա աշխարհը ամբողջականորեն տեսնելու կարողությամբ **(դիդակտիկական**

համակարգվածության մակարդակի վրա):

Մեր կողմից կատարված ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ ապագա ուսուցչի մասնագիտական պատրասվածության համակարգի հիմքում պիտք է ընկած լինի միջառարկայական կապերի դիդակտիկական սկզբունքն՝ իր նորմատիվային և էական գործառույթներով ու անձի ու գործունեության գիտակցության միասնության հոգեբանական սկզբունքը:

Ելնելով վերը ասվածից, ներմուծենք միջառարկայական կապերի հետևյալ սահմանումը.

Լայն իմաստով՝ միջառարկայական կապերը դիդակտիկայի հիմնական սկզբունքներից է, որը նպաստում է ուսումնական նյութի կոորդինացմանը և համակարգմանը, սովորողների ընդհանուր գիտական գիտելիքների, կարողությունների, հմտությունների և արժեհամակարգի ձևավորմանը:

Նեղ (առարկայական) իմաստով՝ միջառարկայական կապերը դիդակտիկայի սկզբունք է, որը կատարում է ինտեգրող և տարբերակված գործառույթներ՝ կոնկրետ առարկայի դասավանդման գործընթացում և հանդես է գալիս որպես առարկայական գիտելիքները ամբողջական համակարգ ներմուծող միջոց, որը ընդլայնում է տվյալ առարկայի սահմանները՝ առանց նրա որակական առանձնահատկությունների կորուստի:

**1.2 Մաթեմատիկական մոդելավորման շրջանակներում
միջառարկայական կապերի իրականացման տեսական հիմունքները**

Մոդելը լայն իմաստով ցանկացած գործընթացի (կամ երևույթի) որևէ կերպ է, մտային կամ ընդունված կարգով պատկերում, սխեմա, գծագիր, քարտեզ (և այլն), որն օգտագործվում է որպես այդ գործընթացի (կամ երևույթի) ներկայացնող կամ փոխարինող-

հանգուճակ: Այդ օբյեկտը, գործընթացը կամ երևույթը կոչում են տվյալ մոդելի բնօրինակ:

Մոդելավորումը որևէ օբյեկտի կամ օբյեկտների համակարգի հետազոտումն է՝ դրանց մոդելների կառուցման և ուսումնասիրման ճանապարհով. նաև այն մոդելների օգտագործումն է նախագծվող օբյեկտների բնութագրիչների որոշման կամ ճշգրտման, ինչպես նաև դրանց կառուցման ձևերի ռացիոնալացման նպատակով:

Գիտական հետազոտության ցանկացած մեթոդ հիմնվում է մոդելավորման գաղափարի վրա, ընդսմին՝ տեսական մեթոդներում օգտագործվում են նշանային-վերացական, իսկ փորձարարականներում՝ առարկայական մոդելներ:

Հետազոտության գործընթացում իրական բարդ երևույթը փոխարինվում է որոշակի պարզեցված հանգուճակով կամ սխեմայով. երբեմն այդ հանգուճակը ծառայում է միայն դիտարկվող երևույթը մտապահելու և դրան հաջորդ անգամ հանդիպելիս՝ ճանաչելու համար: Կառուցված սխեման երբեմն արտացոլում է որոշ էական հատկանիշներ, թույլ է տալիս պատկերացում կազմել երևույթի զարգացման մասին, հնարավորություն է տալիս կանխատեսել դրա փոփոխությունը: Միևնույն երևույթին կարող են համապատասխանել տարբեր մոդելներ: Հետազոտողի խնդիրն երևույթի բնույթն ու գործընթացը կանխատեսելն է:

Երբեմն օբյեկտը հասանելի է, սակայն դրա հետ փորձարկումները թանկ արժեն կամ կարող են հանգեցնել լուրջ էկոլոգիական հետևանքների: Այդպիսի գործընթացների մասին գիտելիքներ ստանում են մոդելների օգնությամբ:

Կարևորն այն է, որ գիտության բնույթը ենթադրում է ոչ թե մի կոնկրետ երևույթի, այլ հարակից երևույթների լայն դասի ուսումնասիրում: Այն ենթադրում է որոշ ընդհանուր պնդումների՝ օրենքների ձևակերպման անհրաժեշտություն: Բնական է, որ այդպիսի ձևակերպման դեպքում շատ մանրամասներ անտեսվում են: Օրինաչափությունն ավելի հստակ հայտնաբերելու համար գիտակցաբար և կանխամտածված դիմում են անճշտության, իդեալականացման, սխեմատիկության, այսինքն՝ ուսումնասիրում

են ոչ թե բուն երևույթը, այլ դրա քիչ թե շատ ճշգրիտ կրկնօրինակը կամ մոդելը:

Բնօրինակ-օբյեկտի հետազոտման ընթացքում հետազոտողի մտքում ձևավորվում է օբյեկտի որոշակի մտապատկեր՝ դրա իդեալական մոդելը, որը գիտական գրականության մեջ ընդունված է անվանել **կոգնիտիվ** (իմացական, ճանաչմանը նպաստող) [123, էջ 22]: Ձևավորելով-կառուցելով այդպիսի մոդել՝ հետազոտողը ձգտում է պատասխանել կոնկրետ հարցերի, այդ պատճառով ավելի հակիրճ նկարագրություն ստանալու նպատակով օբյեկտի բավականաչափ բարդ կառուցվածքից անջատվում (անտեսվում) է այն ամենն, ինչ անհրաժեշտ է:

Կոգնիտիվ մոդելի ներկայացումը բնական է զգվում կոչվում է **բովանդակային** մոդել:

Կոգնիտիվ մոդելները սուբյեկտիվ են, քանի որ ձևավորվում են մտահայեցականորեն (հետազոտողի գլխում), հետազոտողի ունեցած գիտելիքների և փորձի հիման վրա: Կոգնիտիվ մոդելի մասին պատկերացում կարելի է կազմել միայն այն նշանային ձևով նկարագրելու դեպքում: Չի կարելի անդել, որ կոգնիտիվ և բովանդակային մոդելները համարժեք են, քանի որ առաջինները կարող են պարունակել այնպիսի տարրեր, որոնք հետազոտողը չի կարող կամ չի ցանկանա ձևակերպել: Միևնույն ժամանակ, եթե բովանդակային մոդելը ձևակերպվել է մեկ ուրիշի կողմից կամ թիմային ստեղծագործության արդյունք է, ապա դրա մեկնաբանումը, ընկալման մակարդակը, հուսալիության աստիճանը, կախված մեկնաբանողից, կարող են էականորեն փոխվել:

Ըստ գործառնական հատկանիշի և նպատակների՝ բովանդակային մոդելները բաժանվում են **նկարագրական, բացատրական և կանխատեսական** մոդելների:

Նկարագրական մոդել կարելի է անվանել օբյեկտի ցանկացած նկարագրություն:

Բացատրական մոդելը թույլ է տալիս պատասխանել այն հարցին, թե ինչու՞ է այս կամ այն երևույթը տեղի ունենում:

Վերջապես՝ **կանխատեսական մոդելը** պետք է նկարագրի օբյեկտի ապագա դրույթունը: Նկատենք, որ կանխատեսական մոդելում պարտադիր չէ բացատրական մոդելի ներառված լինելը:

Բովանդակային մոդելների մեջ առանձնանում է հայեցակարգայինը:

Հայեցակարգային (կոնցեպտուալ) են կոչում այն բովանդակային մոդելը, որի ձևակերպման մեջ օգտագործվում են հասկացություններ և գաղափարներ գիտական-առարկայական այն բնագավառներից, որոնք զբաղվում են մոդելավորման օբյեկտի ուսումնասիրմամբ:

Ավելի լայն իմաստով, հայեցակարգային մոդելը որոշակի հայեցակարգի կամ տեսակետի վրա հիմնված բովանդակային մոդելն է: Առանձնացվում է այդպիսի մոդելների երեք տեսակ՝ **տրամաբանական-իմաստաբանական (սեմանտիկական), կառուցվածքային-ֆունկցիոնալ և պառնառատունքային**:

Տրամաբանական-սեմանտիկական մոդելը օբյեկտի նկարագրությունն է համապատասխան ուսումնական բնագավառների տերմիններով և սահմանումներով, ինչը ներառում է տրամաբանորեն իրար չհակասող բոլոր հայտնի պնդումներն ու փաստերը: Այդպիսի մոդելների վերլուծությունն իրականացվում է տրամաբանության միջոցներով՝ ներգրավելով համապատասխան ուսումնական բնագավառներում կուտակված գիտելիքները:

Կառուցվածքային-ֆունկցիոնալ մոդելում օբյեկտը սովորաբար դիտվում է որպես ամբողջական համակարգ, որը տարանջատվում է առանձին տարրերի կամ ենթահամակարգերի: Համակարգի մասերը կապվում են կառուցվածքային հարաբերություններով, որոնք նկարագրում են առանձին խնդիրների լուծման ստորադասությունը, տրամաբանական և ժամանակային հաջորդականությունը: Նմանատիպ մոդելների ներկայացման համար հարմար են տարբեր տիպի սխեմաներ, քարտեզներ և դիագրամներ:

Պառնառատունքային մոդելը հաճախ օգտագործվում է օբյեկտի գործառնության բացատրման և կանխատեսման համար: Այդ մոդելները հիմնականում ուղղված են ուսումնասիրվող օբյեկտի

բաղկացուցիչ տարրերի միջև հիմնական փոխադարձ կապերի բացահայտմանը, մոդելի բաղադրիչների հիմնական բնութագրերի վրա որոշակի գործոնների փոփոխության ազդեցության որոշմանը, մոդելի ամբողջական և ադեկվատ նկարագրման համար անհրաժեշտ պարամետրերի փոփոխության ընկալմանը:

Ձևական մոդելը հայեցակարգային այնպիսի մոդել է, որն իր մեջ ներառում է մեկ կամ մի քանի ձևական լեզուներ (օրինակ՝ մաթեմատիկական տեսությունների լեզուներ, մոդելավորման համապարփակ լեզու՝ UML) կամ ալգորիթմային լեզուներ):

Հումանիտար գիտություններում մոդելավորման գործընթացը շատ դեպքերում ավարտվում է օբյեկտի կոնցեպտուալ մոդելի ստեղծմամբ:

Բնական գիտություններում, որպես կանոն, հաջողվում է կառուցել ձևական մոդել:

Այդպիսով՝ կոգնիտիվ, բովանդակային և ձևական մոդելները կազմում են մոդելավորման երեք փոխապակցված մակարդակներ:

Բերենք Միշկիսի մեկնաբանությունը. «Դիցուք պատաստվում ենք ուսումնասիրել a իրական օբյեկտի S հատկությունների որևէ ամբողջությունը մաթեմատիկայի օգնությամբ (այստեղ օբյեկտ եզրույթն ընկալվում է ավելի լայն իմաստով. օբյեկտ կարող է լինել ոչ միայն այն, ինչ սովորաբար անվանվում է այդ բառով, այլ նաև ցանկացած իրավիճակ, երևույթ, գործընթաց և այլն): Դրա համար մենք ընտրում ենք (ինչպես ասում են՝ կառուցում ենք) a՝ «մաթեմատիկական օբյեկտը»՝ հավասարումների, հանրահաշվական առնչությունների, երկրաչափական պատկերների համակարգի ձևով, որի՝ մաթեմատիկական մեթոդներով ուսումնասիրումն էլ պետք է տա S-ի հատկությունների վերաբերյալ առաջադրված հարցադրումների պատասխանները: Այդ պայմաններում a-ը կոչվում է a օբյեկտի մաթեմատիկական մոդել՝ հատկությունների S ամբողջության նկատմամբ» [152]:

Մոդելների՝ վերը թվարկված տեսակները չի կարելի դիտարկել մեկը մյուսից առանձին:

Մոդելավորման մակարդակների փոխազդեցությունը կապված է մոդելների ներունակության հատկության հետ: Ցանկացած մոդելի

ստեղծումը կապված է ուսումնասիրվող օբյեկտի մասին նոր գիտելիքների ի հայտ գալու հետ, ինչը բերում է մոդելավորման օբյեկտին ուղղված հայեցակարգերի և տեսակետների վերագնահատման և ճշգրտման: Տվյալ հանգամանքն իր հերթին հանգեցնում է գոյություն ունեցող բովանդակային և կոգնիտիվ մոդելների վերանայմանը՝ ապահովելով ուսումնասիրվող օբյեկտի մոդելավորման բոլոր մակարդակների պարուրած և զարգացում:

Հարկ է ուշադրություն դարձնել հետևյալին. եթե ճանաչողական գործընթացի համար բովանդակային և ձևական մոդելների նշանակությունը քիչ թե շատ հասկանալի է հետազոտողներին, ապա կոգնիտիվ մոդելների դերը հաճախ թերագնահատվում է:

Գիտության մեջ առանձնահատուկ դեր ունի մաթեմատիկական մոդելը (մաթեմատիկական մոդելավորում): Գիտական, հոգեբանական և մանկավարժական գրականության մեջ կան դրա բազմաթիվ սահմանումներ:

Իհարկե, մաթեմատիկական մոդելավորման ոչ մի սահմանում չի կարող ողջ ծավալով ընդգրկել օբյեկտիվ իրականության մեջ գոյություն ունեցող առնչությունները: Չնայած դրան՝ սահմանումներն օգտակար են նրանով, որ դրանցում փորձ է արվում առանձնացնել առավել էական հատկանիշներ:

Ներկայացնենք մոդելի (մոդելավորման) սահմանումն ըստ Ա. Ա. Լյապունովի. «Մոդելավորումն օբյեկտի գործնական կամ տեսական միջնորդավորված ուսումնասիրությունն է, որի դեպքում անմիջականորեն ուսումնասիրվում է ոչ թե մեզ հետաքրքրող օբյեկտն ինքն, այլ որևէ արհեստական կամ բնական օժանդակ համակարգ (մոդել), որը որոշակի օբյեկտիվ համապատասխանության մեջ է ճանաչման ենթակա օբյեկտի հետ, կարող է փոխարինել նրան որոշ իմաստներով, իր ուսումնասիրման ընթացքում տեղեկություն է տալ իսկ մոդելավորվող օբյեկտի մասին» [151]:

Ըստ Սամարսկու և Միխայլովի, մաթեմատիկական մոդելը «օբյեկտի համարժեքն է, որը մաթեմատիկորեն արտացոլում է նրա կարևորագույն հատկությունները՝ օրենքներ, որոնց նա ենթարկվում է, կապեր, որոնք հատուկ են նրա բաղկացուցիչ

մասերին: Ստեղծելով «մոդել -ալ գործիք-ծրագիր» եռակարգը՝ հետազոտողն ստանում է բազմակողմանի, ճկուն և ոչ թանկ գործիք, որն սկզբում առանձնացվում է, ստուգվում է փորձնական հաշվողական փորձարկումներում: Երբ սկզբնական օբյեկտի հետ եռակարգի նույնականությունը (բավարար համապատասխանությունը) հաստատվում է, ապա մոդելի վրա կատարվում են զանազան և մանրամասն «փորձեր», որոնք տալիս են օբյեկտի բոլոր անհրաժեշտ որակային և քանակային հատկություններն ու բնութագիրը» [151]:

Այսպիսով՝ **մաթեմատիկական մոդելավորումն** իդեալական գիտական-նշանային ձևական համակարգ է, ըստ որի օբյեկտի նկարագրությունը կատարվում է մաթեմատիկայի լեզվով, իսկ մոդելն ուսումնասիրվում է մաթեմատիկական տարբեր մեթոդների կիրառմամբ:

Մաթեմատիկական մոդելավորման օրինակ է նյութոսոսյան դասական մեխանիկան. դրա օգնությամբ կարելի է նկարագրել ցանկացած նյութական կետի՝ օբյեկտի (որի չափերը փոքր են դրա անցած հեռավորությունների համեմատությամբ) շարժումը: Ըստ էության, ժամանակակից ֆիզիկայի բոլոր բաժինները նվիրված են տարբեր ֆիզիկական օբյեկտների և երևույթների մաթեմատիկական մոդելների կառուցմանն ու հետազոտմանը: Այդպես, «միջուկային» ֆիզիկոսները, նախքան փորձերի անցկացումը, մաթեմատիկական մոդելների կիրառմամբ կատարում են լուրջ ուսումնասիրություններ: Ընդ որում՝ տեսական մոդելավորման արդյունքների հիման վրա մշակվում և ճշգրտվում է բնօրինակի հետ կատարվելիք փորձերի մեթոդիկան, պարզվում է, թե ինչ արդյունքներ, երբ և որտեղ պետք է ակնկալել, երբ և ինչ գրանցել: Այդպիսի մոտեցումը թույլ է տալիս զգալիորեն նվազեցնել փորձի անցկացման համար պահանջվող ծախսերը և բարձրացնել դրա արդյունավետությունը:

Վերջին ժամանակներում կենսաբանության և քիմիայի բնագավառներում գրանցված առաջանցիկ հաջողությունները ևս կապված են կենսաբանական համակարգերի և քիմիական գործընթացների համար մաթեմատիկական մոդելների մշակման և

ուսումնասիրման հետ: Ներկայ ումս լայնամասշտաբ աշխատանքներ են տարվում Էկոլոգիայի, տնտեսության և սոցիոլոգիայի բնագավառներում մաթեմատիկական մոդելների ստեղծման ուղղությամբ:

Հարկ է նշել, որ մաթեմատիկական մոդելավորումն ունի որոշակի առավելություններ բնօրինակի համեմատությամբ. **խնայողականություն** (մասնավորապես իրական համակարգի ռեսուրսների խնայողություն), **վարկածայնություն**, այսինքն բնության մեջ դեռևս ոչ հայտնի երևույթների մոդելավորման հնարավորություն (ամենից առաջ նախագծման տարբեր փուլերում), **բնօրինակում**՝ վտանգավոր կամ դժվար վերատադրելի ռեժիմների իրականացման հնարավորություն (միջուկային ռեակտորի կրիտիկական ռեժիմ, հակահրթիռային պաշտպանության համակարգի աշխատանք), ժամանակի մասշտաբների փոփոխման հնարավորություն, բազմաապեկտային վերլուծության պարզություն, կանխատեսման, ընդհանուր օրինաչափությունները պարզելու մեծ ներուժ, կատարվող աշխատանքի տեխնիկական և ծրագրային ապահովման բազմակողմանիություն (ԷՀՄ, ծրագրավորման համակարգեր և լայն նշանակության կիրառական ծրագրերի փաթեթներ):

Որպես գիտական ուսումնասիրության մեթոդ, մաթեմատիկական մոդելավորումն իր մեջ ներառում է բնության և հասարակության, կիրառական մաթեմատիկայի, ինֆորմատիկայի և համակարգչային ծրագրավորման մասին գիտության տարբեր ճյուղերի փորձը՝ խնդիրների հիմնավոր լուծման համար: Բարդ բնույթի օբյեկտների մաթեմատիկական մոդելավորումն իրենից ներկայացնում է խնդրի հիմնավոր ուսումնասիրումից մինչև օբյեկտի արդյունավետության ցուցանիշների կոնկրետ թվային հաշվարկների մշակումների միասնական շրջափուլ: Մաթեմատիկական մոդելների համակարգը, որը նկարագրում է օբյեկտի աշխատանքի որակական տարատեսակ օրինաչափությունները, մշակումների արդյունք է: Մաթեմատիկական մոդելներով հաշվարկների միջոցով սկզբնական տվյալներ են ստանում օբյեկտի արդյունավետության ցուցանիշների գնահատման համար:

Իր բնույթով մաթեմատիկական մոդելավորումը նոր և բարդ խնդիրների լուծում է, հետևաբար, մաթեմատիկական մոդելավորման ուղղությամբ կատարվող հետազոտությունները պետք է լինեն առաջընթացիկ:

Մաթեմատիկական մոդելը կարող է ստեղծվել երեք ճանապարհով.

1. Իրական գործընթացի ուղղակի ուսումնասիրման արդյունքում: Այդպիսի մոդելները կոչվում են **ֆենոմենաբանական** (երևույթաբանական):
2. Դեդուկցիայի արդյունքում. նոր մոդելը որևէ ընդհանուր մոդելի մասնավոր դեպք է: Այդպիսի մոդելները կոչվում են **սահմանային**:
3. Ինդուկցիայի արդյունքում. նոր մոդելը պարզ մոդելների ընդհանրացում է: Այդպիսի մոդելները կոչվում են **համակցված**:

Մենք կբերենք մոդելի մի ընդհանրական սահմանում: Բայց, նախ նկատենք, որ գիտական հետազոտությունների համար նախատեսված յուրաքանչյուր մաթեմատիկական մոդել թույլ է տալիս տրված նախնական տվյալների հիման վրա գտնել հետազոտողին հետաքրքրող մոդելավորվող օբյեկտի կամ երևույթի պարամետրերի արժեքները: Հետևաբար, կարելի է ենթադրել, որ ցանկացած նմանատիպ մոդելի էությանը X մուտքային պարամետրերի Ω_X արժեքների որևէ տրված բազմության արտապատկերումն է Y ելքային պարամետրերի Ω_Y արժեքների բազմության վրա: Տվյալ հանգամանքը թույլ է տալիս մաթեմատիկական մոդելը դիտարկել որպես որևէ մաթեմատիկական օպերատոր (A) և ձևակերպել հետևյալ սահմանումը:

Մաթեմատիկական մոդել ասելով պետք է հասկանալ ցանկացած A օպերատոր, որը թույլ է տալիս X մուտքային պարամետրերի համապատասխան արժեքներով սահմանել մոդելավորման օբյեկտի Y պարամետրերի ելքային արժեքները.

$$A: X \rightarrow Y, \quad X \in \Omega_X, \quad Y \in \Omega_Y,$$

որում Ω_X -ը և Ω_Y -ը մուտքային և ելքային պարամետրերի թույլատրելի արժեքների բազմություններն են մոդելավորվող օբյեկտի համար:

Կախված մոդելավորվող օբյեկտի բնույթից՝ Ω_x և Ω_y բազմությունների տարրեր կարող են լինել ցանկացած մաթեմատիկական օբյեկտներ (թվեր, վեկտորներ, տենզորներ, ֆունկցիաներ, բազմություններ և այլն):

Բերված սահմանման մեջ օպերատորի հասկացությունը կարող է բավականին լայնորեն մեկնաբանվել: Դա կարող է լինել ինչպես մի որևէ ֆունկցիա, ըստ որի համապատասխանության մեջ են դրվում մուտքային և ելքային արժեքները, այնպես էլ՝ հանրահաշվական, դիֆերենցիալ կամ ինտեգրալային հավասարում: Վերջապես, այն կարող է լինել մի որևէ ալգորիթմ, կանոնների, տրամագրերի կամ աղյուսակների ամբողջություն, որի միջոցով, ըստ տրված մուտքային պարամետրերի արժեքների, հաշվվում են (սահմանվում են) ելքային պարամետրերի արժեքները:

Մաթեմատիկական մոդելի սահմանումը օպերատորի հասկացության միջոցով՝ մոդելների դասակարգման տեսանկյունից կառուցողական է: Նկարագրենք որոշ դասակարգումներ:

Մոդելների ձևային դասակարգում

Մոդելների ձևային դասակարգումը հիմնվում է կիրառվող մաթեմատիկական միջոցների դասակարգման վրա: Հաճախ դա արվում է երկհակադիր (դիֆուսիվ) ձևով. գծային-ոչ գծային մոդելներ, կենտրոնացված-բաշխված համակարգեր, դետերմինացված-ստոխաստիկ, վիճակագրական-դինամիկ, դիսկրետ-անընդհատ և այլն:

Ձևային դասակարգմանը զուգընթաց, ըստ օբյեկտի ներկայացման ձևի, մոդելները տարբերակվում են՝ **կառուցվածքային** և **ֆունկցիոնալ մոդելներ**:

Կառուցվածքային մոդելներն օբյեկտը ներկայացնում են որպես մի համակարգ՝ իր աշխատանքային կառուցվածքով և մեխանիզմով: Ֆունկցիոնալ մոդելները ներկայացման այդպիսի ձևեր չեն օգտագործում և արտացոլում են միայն օբյեկտի՝ արտաքինից ընկալելի պատկերը: Իրենց սահմանային ձևում դրանք կոչվում են նաև «սև արկղի» մոդելներ:

Մաթեմատիկական մոդելավորման գործընթացը նկարագրող գրեթե բոլոր հեղինակները նշում են, որ «սկզբում դիտարկվում է հատուկ իդեալական կառույց՝ բովանդակային մոդել: Հաստատուն

տերմինաբանությունն այստեղ չկա. շատ հեղինակներ այս իդեալական օբյեկտն անվանում են հայեցակարգային մոդել, մտահայեցական մոդել կամ նախամոդել: Ընդ որում, վերջնական մաթեմատիկական կառույցը կոչվում է ձևական մոդել կամ պարզապես՝ մաթեմատիկական մոդել, որն ստացվել է տվյալ բովանդակային մոդելի (նախամոդելի) ձևայնացման արդյունքում» [151]: Բովանդակային մոդելի կառուցումը կարող է կատարվել վերացարկունների միջոցով (օրինակ՝ մեխանիկայում, որտեղ իդեալական գսպանակները, կարծր մարմինները, իդեալական ճոճանակները, առաձգական միջավայրերը առանձնացվում են իրական կառույցների տարրերի բովանդակային մոդել ավորման համար):

Ռ.Փայերլսը տվել է մաթեմատիկական մոդելների մի դասակարգում, որը լայնորեն կիրառվում է ֆիզիկայում և բնական գիտություններում: Այդ դասակարգումն, ինչն առաջին հերթին հենված է բովանդակային մոդելի կառուցման վրա, այսպիսին է.

1. Վարկած (նման բան կարող էր պատահել)

Այս մոդելներն իրենցից ներկայացնում են երևույթի փորձնական նկարագրություն, ընդ որում հեղինակն այն համարում է կամ հավանական, կամ՝ իրական: Օրինակ՝ Պտղոմեոսի արեգակնային համակարգի մոդելը, Կոպեռնիկոսի մոդելը (որը կատարելագործվել է Կեպլերի կողմից), Ռեզերֆորդի՝ ատոմի մոդելը, Մեծ Պայթյունի մոդելը:

Գիտության մեջ ոչ մի վարկած չի ապացուցվում կամ ժխտվում մեկընդմիջ տ: Այդ մասին շատ հստակ ձևակերպում տվել է Ռիչարդ Ֆեյնմանը. «Մենք միշտ հնարավորություն ունենք հերքելու տեսությունը, սակայն ուշադրություն դարձրեք՝ մենք երբեք չենք կարող ապացուցել, որ այն ճիշտ է: Ենթադրենք, դուք առաջարկել եք հաջող վարկած, հաշվարկել եք, թե ինչի է այն հանգում և պարզել, որ նրա բոլոր հետևանքները հաստատվում են փորձերով: Արդյո՞ք դա նշանակում է, որ ձեր տեսությունը ճիշտ է: Ոչ, դա պարզապես նշանակում է, որ ձեզ չհաջողվեց հերքել այն» [151]:

2. Երևույթաբանական (ֆենոմենալ ոգիական) մոդել (սպիռնում ենք մեզ այն նախ, ինչ պես՝ եթե դահնարավոր լիներ ...)

Այս մոդելը պարունակում է երևույթի նկարագրման մեխանիզմը, ակայն այն բավարար չափով համոզիչ չէ, չի կարող բավարար չափով հաստատվել եղած տվյալներով կամ բավականաչափ չի գուգակցվում եղած տեսությունների և օբյեկտի մասին կուտակված գիտելիքների հետ: Այդ պատճառով մոդելի այս դասն ունի ժամանակավոր լուծումների կարգավիճակ: Ընդունված է համարել, որ պատասխանը դեռևս անհայտ է և անհրաժեշտ է շարունակել «իսկական մեխանիզմների» որոնումը: Օրինակ՝ ջերմածնի մոդելը, տարրական մասնիկների քվարկային մոդելը և այլն:

Ուսումնասիրության ընթացքում մոդելի դերը ժամանակին գուգընթաց կարող է փոխվել այնպես, որ նոր տվյալները և տեսությունները հաստատեն երևութաբանական մոդելները, իսկ հետո դրանք կարող են բարձրացվել մինչև վարկածի կարգավիճակի: Նույն կերպ, նոր գիտելիքը կարող է աստիճանաբար հակասության մեջ մտնել առաջին դասի մոդել-վարկածների հետ, և դրանք կարող են վերադասվել երկրորդին:

3. Մոտարկում (ինչ-որ բան համարվում է շատմեծ կամ շատփոքր)

Եթե կարելի է կազմել ուսումնասիրվող համակազմ նկարագրող հավասարումներ, ապա դադեռևս չի նշանակում, որ դրանք կարելի է լուծել՝ անգամ համակարգչի օգնությամբ: Համընդհանուր ընդունված եղանակն այս դեպքում մոտարկումների օգտագործումն է: Ֆիզիկայում լայն կիրառություն ունեն գծային մոտարկման մոդելները, օրինակ, Օհմի օրենքի մաթեմատիկական ձևակերպումը:

Եթե բավականաչափ նոսր գազերի նկարագրման համար օգտագործվում է իդեալական գազի մոդելը, ապա դա 3-րդ դասին պատկանող մոդել է (մոտարկում): Գազի ավելի բարձր խտությունների դեպքում որակական և քանակական հատկանիշների գնահատման համար օգտակար է այն փոխարինել ավելի պարզ մոդելով, որն արդեն պատկանում է հաջորդ՝ 4-րդ դասին:

4. Պարզեցում (հստակ-ափրզ լինել ու համար բաց են թողնվում որոշ մանրամասներ)

Այս դասի մոդելում մի կողմ են թողնվում այն մանրամասները, որոնք կարող են նկատելիորեն ազդել արդյունքի վրան ոչ միշտ են

վերահսկելի: Միևնույն հավասարումները կարող են ծառայել և որպես մոտարկում, և որպես պարզեցում՝ կախած այն երևույթից, որի հետազոտման համար օգտագործվում է մոդելը: Այսպես, եթե գծային մոտարկման մոդելներն օգտագործվում են ավելի բարդ մոդելների բացակայության դեպքում (այսինքն՝ ոչ գծային հավասարումների գծայնացում չի կատարվում, այլ պարզապես փնտրվում են օբյեկտը նկարագրող գծային հավասարումներ), ապա դրանք արդեն երևութաբանական գծային մոդելներ են և պատկանում են 4-րդ դասին. օրինակ՝ իդեալական գազի մոդելի օգտագործումը ոչ իդեալականի համար, Վան-Դեր-Վալսի հավասարումը, կարծր մարմինների, հեղուկների և միջուկային ֆիզիկայի մոդելների մեծ մասը այս դասին պատկանող մոդելներ են: Միկրոնկարագրությունից մինչև մեծ թվով մասնիկներից բաղկացած մարմինների (կամ միջավայրերի) հատկությունների ուսումնասիրման գործընթացը շատ երկար է, ուստի շատ մանրամասներ անտեսվում են. դա հանգեցվում է 4-րդ դասի մոդելներին:

5. Որոնողական մոդել (*քանակական հաստատում չկա սակայն մոդել և օգնում է ավելի խորը թախանջել երևույթի էության մեջ*)

Որոնողական մոդելը պահպանում է բնօրինակի միայն որակական նմանությունը և կանխատեսումների հնարավորություն է տալիս է միայն «ըստ մեծության կարգի»: Այս դասի մոդելի օրինակ է մոլեկուլային-կինետիկ տեսության մեջ ձևակերպվող ազատ վազքի միջին երկարության գաղափարը: Այն տալիս է պարզ բանաձևեր՝ մածուցիկության, դիֆուզիայի, ջերմահաղորդականության գործակիցների համար, որոնք բնօրինակի հետ զուգակցվում են ըստմեծության կարգի:

6. Մաթեմատիկական մոդել (*կառուցվում է երևույթը նկարագրող մաթեմատիկական առնչություններ*)

Բերենք մաթեմատիկական մոդել ավորման մի օրինակ:

Դիտարկենք հետևյալ մեխանիկական համակարգը. այն կազմված է մի ծայրն ամրացված զսպանակից և զսպանակի ազատ ծայրից կախված ռզանգվածով բեռից: Համարենք, որ բեռը կարող է շարժվել միայն

զսպանակի առանցքի ուղղությամբ (օրինակ՝ շարժումը տեղի է ունենում առանցքի երկայնքով): Դիտարկենք համակարգի վիճակը՝ կախված բեռի կենտրոնից մինչև նրա հավասարակշռության դիրքն ընկած x հեռավորությունից: Հուկի օրենքի միջոցով նկարագրենք զսպանակի և բեռի փոխազդեցությունը, որից հետո կօգտվենք Նյուտոնի երկրորդ օրենքից՝ այն դիֆերենցիալ հավասարման արտահայտելու համար.

$$mx'' = -kx,$$

որտեղ x'' -ը նշանակում է x -ի երկրորդ կարգի ածանցյալ՝ ըստ ժամանակի.

$$x'' = \frac{d^2x}{dt^2}:$$

Ստացված հավասարումը քննարկված ֆիզիկական համակարգի մաթեմատիկական մոդելն է: Այս մոդելը կոչում են ներդաշնակ տատանման հավասարում:

Ըստ ձևային դասակարգման՝ այն գծային, դինամիկ, կենտրոնացած, անընդհատ մոդել է: Դրական ուղղման ընթացքում մենք կատարեցինք բազմաթիվ ենթադրություններ (արտաքին ուժերի բացակայություն, շփման բացակայություն, փոքր շեղումներ և այլն), որոնք իրականության մեջ կարող են և տեղի չունենալ:

Իրականության տեսանկյունից՝ դա ավելի շուտ պարզեցում է՝ 4-րդ դասի մոդել, քանի որ բաց են թողնվել որոշ էական հատկություններ: Որոշակի մոտարկման դեպքում (օրինակ՝ քանի դեռ հավասարակշռության դիրքից բեռի շեղումը մեծ չէ, շփումը փոքր է, շարժումը տեղի է ունենում ոչ շատ երկար ժամանակահատվածում և այլն) այդպիսի մոդելը բավականաչափ ճշգրիտ է նկարագրում իրական մեխանիկական համակարգը, քանի որ բաց թողնված գործոնները բավականին փոքր ազդեցություն ունեն:

Ի դեպ, մոդելի հստակեցման դեպքում, դրա մաթեմատիկական հետազոտման բարդությունը կարող է էականորեն աճել՝ մոդելը դարձնելով փաստացիորեն անօգուտ: Հաճախ ավելի պարզ մոդելը թույլ է տալիս ավելի լավ և խորը ուսումնասիրել իրական համակարգը, քան ավելի բարդը:

Տարբերակվում են նաև, այսպես կոչված, կոշտ և փափուկ մոդելներ:

Ներդաշնակ տատանումը «կոշտ» մոդելի օրինակ է: Այն ստացվել է իրական ֆիզիկական համակարգի խիստ իդեալականացման արդյունքում: Դրակիրառելիության սահմանները պարզելու համար անհրաժեշտ է հասկանալ, թե որքա՞ն են էական մեր կողմից անտեսված գործոնները: Այլ կերպ ասած՝ անհրաժեշտ է ուսումնասիրել «կոշտ» մոդելից թեթև շեղումով ստացված «փափուկ» մոդելը: Այն կարող է նկարագրվել, օրինակ, հետևյալ հավասարմամբ.

$$mx'' = -kx + \varepsilon f(x; x')$$

Այստեղ $f(x, x')$ -ը որևէ ֆունկցիա է, որում կարող է հաշվի առնվել շփման ուժը կամ զսպանակի կոշտության գործակցի կախվածությունը նրա ձգվածության աստիճանից. ε -ը պարամետր է, որն ընդունում է «փոքր» արժեքներ: f ֆունկցիայի բանաձևային տեսքը հետազոտման այս փուլում էական չէ: Եթե ապացուցենք, որ փափուկ մոդելը սկզբունքորեն չի տարբերվում կոշտից (անկախ ազդող գործոնների բնույթից, քանի որ այդ ազդեցությունը բավականաչափ փոքր է), ապա խնդիրը կհանգի կոշտ մոդելի ուսումնասիրմանը: Հակառակ դեպքում՝ կոշտ մոդելի ուսումնասիրումից ստացված արդյունքների կիրառումը կպահանջի լրացուցիչ ուսումնասիրություններ: Օրինակ՝ ներդաշնակ տատանման հավասարման լուծում են $x(t) = A \sin \sqrt{k}t + B \cos \sqrt{k}t$ տեսքի ֆունկցիաները, այսինքն՝ տատանումները հաստատուն լայնույթով են: Արդյո՞ք դրանիցից հետևում է, որ իրական, այսինքն հաստատուն լայնույթով տատանումը կտևի անվերջ երկար: Ոչ, քանի որ դիտարկելով համակարգը շատ փոքր շփմամբ (ինչը մշտապես գոյություն ունի իրական համակարգում)՝ մենք կստանանք մարող տատանումներ: Համակարգը՝ որակական առումով, փոխվել է:

Վերը նշված առանձնահատկությունները բերում են մոդելի բարդացման և մի քանի տեսությունների (հաճախ գիտության տարբեր բնագավառներից) համատեղ կիրառմանը:

Բերենք մաթեմատիկական մոդելավորման հիմնական փուլերի նկարագիրը:

1. Մոդելի կառուցում: Այս փուլում, խնդրում նշված իրական օբյեկտները (բնության երևույթներ, գործընթացներ, կառույցներ),

համապատասխանության մեջ են դրվում մաթեմատիկական օբյեկտների հետ, վեր են հանվում և մաթեմատիկական լեզվով ձևակերպվում դրանց քանակական հարաբերությունները, կազմվում է մաթեմատիկական մոդելը. այն կարող է լինել հավասարում, հավասարումների համակարգ, համախումբ, դիագրամ, ֆունկցիայի գրաֆիկ և այլն:

2. Մաթեմատիկական մոդելի լուծում: Այս փուլում ընտրվում են մաթեմատիկական մոդելի պարզեցման և լուծման ալգորիթմներն ու տրվում են թվային մեթոդներով դրանց լուծումները:

3. Ստացված արդյունքների մեկնաբանում: Այս փուլում, մաթեմատիկական լեզվով ստացված լուծումները մեկնաբանվում են՝ ելնելով տվյալ օբյեկտի հատկություններից:

4. Մոդելի ադեկվատության ստուգում: Այս փուլում մաթեմատիկական մոդելից ստացված պարամետրի արժեքները վերլուծվում են՝ համապատասխան մոտավորություններ և ճշգրտումներ կատարելով: Եթե մոդելի լուծումներից ստացված պարամետրերի արժեքների շեղումը մեծ է իրականությանից, անհրաժեշտ է ճշգրտել մոդելը:

Ինչպես արդեն ասել ենք, մաթեմատիկական մոդելը իրականության մոտավոր ներկայացումն է. մոդելի կառուցման ժամանակ հաշվի են առնում օբյեկտի՝ իրականում գոյություն ունեցող ոչ բոլոր հատկություններն ու առնչությունները, այլ սահմանափակվում են տվյալ իրադրությունը բնութագրող որոշ էական հատկություններով:

Ուսուցման գործընթացում հաճախ է առաջանում մաթեմատիկական մոդելների կառուցման անհրաժեշտությունը՝ ֆիզիկայի խնդիրներ լուծելիս: Դրանցում սովորաբար տրվում է որևէ ֆիզիկական համակարգ, նկարագրվում են այն պայմանները, որոնցում գտնվում է այդ համակարգը: Անհրաժեշտություն է առաջանում կատարել ենթադրություններ՝ այդ համակարգի վերացարկման համար, օրինակ՝ մարմինը դիտել որպես նյութական կետ, ընտրել տվյալ խնդրի ուսումնասիրման համար կիրառելի ֆիզիկական օրենք, դրանք ներկայացնել մաթեմատիկական հավասարումների, դրանց համակարգերի տեսքով:

Որպես օրինակ քննարկենք ֆիզիկայի «Մեխանիկա» բաժնի հետևյալ խնդիրները:

Օրինակ 1. Երկրի մակերևույթի նկատմամբ անկյան տակ մարմնին հաղորդվել է $\vec{V}_0$ սկզբնական արագություն: Պահանջվում է գտնել .

- ա) մարմնի շարժման հետագծի հավասարումը և տեսքը,
- բ) թռիչքի առավելագույն բարձրությունը,
- գ) մարմնի հեռահասությունը:

Կառուցենք հետևյալ ենթադրությունների վրա հենված մաթեմատիկական մոդելը.

- 1. Երկիրն իներցիալ հաշվարկման համակարգ է,
- 2. ազատանկման արագացումը հաստատուն է,
- 3. Երկրի կոորդինատները կարելի է անտեսել՝ այն ընդունելով հարթություն,
- 4. օդի դիմադրությունը կարելի է անտեսել և դիտարկվող մարմինը համարել նյութական կետ:

Խնդրի լուծման համար ներմուծվում է կոորդինատական համակարգ՝ հաշվարկման Օ սկզբնակետ ընդունելով նետման կետը, x -երի առանցք՝ շարժման հորիզոնական ուղղությունը, y -ների առանցք՝ ուղղահիգը:

Մարմինը (նյութական կետը), ըստ շարժումների անկախության սկզբունքի, մասնակցում է երկու շարժումների՝ հորիզոնական ուղղությամբ՝ հավասարաչափ, իսկ ուղղահայաց ուղղությամբ՝ հավասարաչափ արագացող:

Սկզբնական $\vec{V}_0$ վեկտորի V_{0x} և V_{0y} բաղադրիչները համապատասխանաբար կլինեն՝ $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$, $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$, իսկ արագացումների բաղադրիչները՝ $a_x = 0$, իսկ $a_y = -g$:

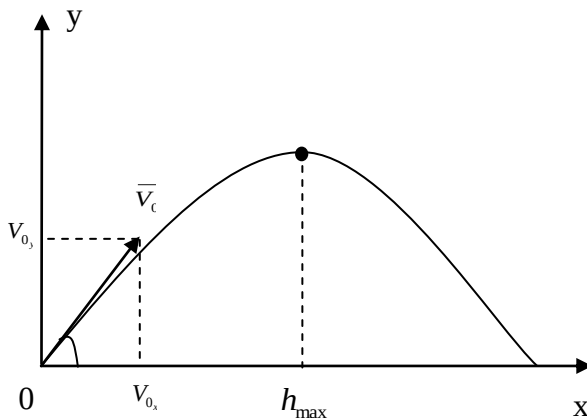
Այսպիսով, շարժումը բնութագրվում է հետևյալ հավասարումներով.

$$x = V_0 t \cos \alpha, \quad (1) \quad y = V_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}, \quad (2)$$

որը (1 – 4 ենթադրությունների դեպքում) խնդրի մաթեմատիկական մոդելն է:

(1) և (2)-ից կարելի է ստանալ $t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$, որից հետևում է, որ

$$Y = xtg \alpha - x^2 \frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} : \quad (3)$$



Վերջինս, համեմատելով $ax^2 + bx + c = 0$ քառակուսային հավասարման հետ, ակնառու է դառնում, որ (3)-ը իրենից ներկայացնում է պարաբոլ, որը x-երի առանցքը հատում է երկու կետում, հետևաբար որոնելի հեռավորությունը կլինի՝

$$\ell = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\alpha : \quad (4)$$

Նշված հավասարման և ստացված արդյունքների վերլուծությունը հնարավորություն է տալիս ձևավորել սովորողների «միջառարկայական գիտելիքներ», մասնավորաբար՝ ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը համապատասխանում է $h_{\max}$ -ին, այսինքն՝ թռիչքի առավելագույն բարձրությանը:

Օրինակ 2. Տրված է **E** էլ ՇՈՒ ունեցող հոսանքի աղբյուր՝ r ներքին դիմադրությամբ, փակված ռեոստատով: Արտահայտել արտաքին շղթայի P հզորությունը որպես ֆունկցիա I հոսանքի ուժից և կառուցել այդ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Հոսանքի ուժի i° նշ արժեքի դեպքում P -ն կլինի մեծագույնը: Կառուցել հոսանքի աղբյուրի ՕԳԳ-ի՝ հոսանքի ուժից կախման գրաֆիկը:

Լուծում. Արտաքին շղթայի P հզորությունը հոսանքի աղբյուրի εI էրիվ հզորության և աղբյուրի ներսում կորցրած $I^2 r$ հզորության տարբերությունն է. $P = \varepsilon I - I^2 r$: Համեմատելով ստացվածը $y = ax^2 + bx + c$ -ի հետ կստանանք. $a = -r$, $b = \varepsilon$, $c = 0$, որոնք տեղադրելով

$$y_q = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ քանակի մեջ, կստանանք } I = \frac{\varepsilon}{2r} :$$

Ստացվածը տեղադրելով $P = \varepsilon I - I^2 r$ (1) հավասարման մեջ, կստանանք

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} :$$

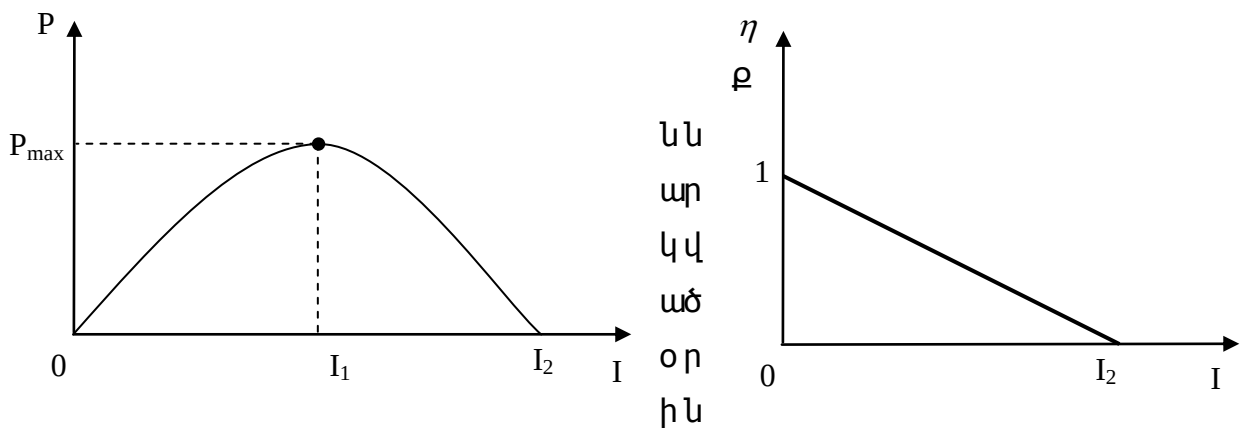
Նույնը կարելի է ստանալ հաշվելով P' -ը (հզորության առաջին կարգի ածանցյալը ըստ հոսանքի ուժի)։

$$P' = \varepsilon - 2Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r} :$$

Այժմ ստանանք հոսանքի աղբյուրի ՕԳԳ-ն արտահայտված հոսանքի ուժով։

$$\eta = \frac{\varepsilon I - I^2 r}{\varepsilon I} = 1 - \frac{Ir}{\varepsilon} \quad (2) :$$

(1)-ը պարաբոլի հավասարում է, իսկ (2)-ը՝ ուղիղ գծի։ Դրանց տեսքերն են։



Ակները հիմնավորում են մեր այն պնդումները, որ մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով միջառարկայական կապերի իրագործումը ձևավորում և զարգացնում է տարբեր ուսումնական առարկաներից սովորողների ստացած գիտելիքները միջառարկայական բնույթի խնդիրների լուծման գործընթաց տեղափոխելու կարողություններ և հմտություններ։

Քննարկենք ներդաշնակ տատանման մի օրինակ։

Օրինակ 3.

Խնդրի բովանդակային ձևակերպումը

Հարթ հորիզոնական հարթության վրա գտնվող մարմինը զսպանակով ամրացված է անշարժ պատին։ Պետք է ուսումնասիրել մարմնի տատանողական շարժումները։ Մարմնի զանգվածը և զսպանակի կոշտությունը հայտնի են։

Խնդրի հայեցակարգային ձևակերպումը

Կատարենք հետևյալ ենթադրությունները. հետազոտման օբյեկտը m զանգվածով շարժվող մարմինն է, որն ընդունվում է որպես նյութական կետ, մարմնի շարժումը ենթարկվում է նյութոսի երկրորդ օրենքին, մարմինը գտնվում է ծանրության՝ $\vec{mg}$, հենարանի հակազդեցության՝ $\vec{N}$ և զսպանակի առաձգականության՝ $\vec{F}_{\text{սպ}}$ երեք ուժերի ազդեցության տակ: Քանի որ մակերեսը հարթ է, շփման ուժն անտեսում ենք. մարմինը կատարում է ուղղագիծ տատանողական շարժումներ, քանի որ mg ծանրության ուժը հավասարակշռվում է հենարանի հակազդեցության N ուժով, հավասարակշռված վիճակում մարմնի զանգվածների կենտրոնը գտնվում է մի դիրքում, որի կոորդինատներն են՝ (x_p, y_p) : Չսպանակի փոքր ձգման դեֆորմացիայի դեպքում դրանում ծագող առաձգականության ուժի մեծությունը կարելի է ներկայացնել գծային կախվածությամբ (Հուկի օրենք)՝ $\vec{F}_{\text{սպ}} = k\Delta x$, որտեղ $\Delta x = x - x_p$ -ը զսպանակ երկարացումն է (մարմնի շեղումը x_p հավասարակշռության դիրքից), k -ն՝ զսպանակի կոշտությունը:

Ընդունելով, որ որևէ պահի զսպանակը ձգել են x_0 չափով և մարմնին հաղորդել են v_0 արագություն, պահանջվում է որոշել մարմնի՝ որպես ժամանակից կախված ֆունկցիայի՝ կոորդինատը և արագությունը:

Մաթեմատիկական տեսանկյունից ունենք Կոշիի խնդիր.

$$m \frac{dv}{dt} = F_e = -k(x - x_p), \quad \frac{dx}{dt} = v, \quad (1)$$

հետևյալ սկզբնական պայմաններով՝

$$x(0) = x_0, \quad v(0) = v_0: \quad (2)$$

Նշանակենք՝

$$x'' \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{dv}{dt} = \dot{v}:$$

Այս դեպքում, ընդունելով, որ $x_p = 0$, (1) սովորական դիֆերենցիալ հավասարումը կարելի է գրառել հետևյալ տեսքով.

$$x'' + \omega^2 x = 0, \quad (3)$$

որում $\omega_2 = k/m$: (3) հավասարումը երկրորդ կարգի գծային դիֆերենցիալ հավասարում է և կոչվում է նյութական կետի ազատ տատանումների դիֆերենցիալ հավասարում:

Տվյալ հավասարման լուծումը փնտրենք հետևյալ տեսքով.

$$x = \exp(rt): \quad (4)$$

(4)-ը տեղադրելով (3.49)-ում՝ կստանանք.

$$r^2 + \omega^2 = 0 \quad (5)$$

(5) -ը կոչվում են (3)-ի բնութագրիչ հավասարում. այն ունի երկու կեղծ արմատ.

$$r_1 = i \cdot \omega, \quad r_2 = -i \cdot \omega: \quad (6)$$

Ուստի (3) հավասարման ընդհանուր լուծումը կգրվի այսպես.

$$x = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t) \quad (7)$$

Տեղադրելով (2) սկզբնական պայմանները՝ կստանանք $x_0 = C_1 \cos(0) + C_2 \sin(0)$, $v_0 = -\omega C_1 \sin(0) + \omega C_2 \cos(0)$ կամ $C_1 = x_0$, $C_2 = v_0 / \omega$:

Վերջնականապես

$$x = x_0 \cos(\omega t) + \left(\frac{v_0}{\omega} \right) \sin(\omega t) \quad \text{կամ} \quad (8)$$

$$x = a \sin(\omega t + \varphi), \quad (9)$$

$$\text{որում } a = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2}, \quad \sin \alpha = x_0 \omega / a, \quad \cos \alpha = v_0 / \omega a:$$

Կհաճախույթյունն անվանում են տատանվող համակարգի սեփական հաճախույթյուն կամ դրա ազատ տատանումների հաճախույթյուն: Այդպիսով, (1) և (2) մոդելները նկարագրում են կհաճախույթյամբ և T պարբերությամբ ներդաշնակ տատանողական շարժումը.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (10)$$

ընդ որում, ω հաճախույթյունը և T պարբերությունը կախված են ոչ թե սկզբնական պայմաններից, այլ միայն զսպանակի k կոշտություներից և մարմնի զանգվածից:

Սկզբնական պայմաններից հաճախույթյան կամ տատանումների պարբերության անկախության հատկությունը (տատանումների հավասարատևության հատկություն) կապված է վերականգնողական ուժի գծայնության հետ (այն բացահայտվել է Գալիլեյի կողմից): Ոչ գծային վերականգնողական ուժի դեպքում հավասարատևության հատկություն չի դիտվում:

Խնդրի որակական վերլուծություն

$x_p = 0$ դեպքի համար (1) համակարգը կարելի է գրառել հետևյալ տեսքով.

$$v' = -\omega^2 x, \quad x' = v: \quad (11)$$

Ունենք x և v երկու փոփոխականներ $x \in [-a, a]$, $v \in [-ka, ka]$::

(11)-ից գտնում ենք հավասարակշռության կետը՝

$$x'' = v' = 0 \quad (12)$$

Գծայնացման մատրիցը ունենում է հետևյալ տեսքը.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial(-k^2 x)}{\partial v} & \frac{\partial(-k^2 x)}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial v} & \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -k^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}:$$

Սեփական արժեքները գտնում ենք հետևյալ հավասարումից.

$$\det \begin{bmatrix} -\lambda & -k^2 \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + k^2 = 0: \quad (13)$$

Այս հավասարման արմատները կեղծ են:

Վերը ստացված (9) լուծումը թույլ է տալիս կառուցել ինտեգրալային հետազիծ. $x = a \sin(kt + \alpha)$, $v = ka \cos(kt + \alpha)$, հավասարումները կարելի է դիտել որպես a և ka կիսաառանցքներով էլիպսի պարամետրական հավասարումներ:

Օրինակ 4. Պահանջվում է գտնել փակ շրջանաձև գլանի ձև ունեցող $V = 30 \text{ մ}^3$ ծավալով այնպիսի թիթեղյա բաքի h_0 բարձրությունը և r_0 շառավիղը, որ այն ունենան վազագույն S մակերես (այս դեպքում դրա պատրաստման համար կծախսվի նվազագույն քանակով թիթեղ):

Ի բարձրությամբ և r շառավղով գլանի ծավալի և մակերեսի համար ունենք, որ՝

$$V = \pi r^2 h, S = 2\pi r(r + h):$$

Առաջին բանաձևից h -ն արտահայտելով r -ով և V -ով ու ստացված արտահայտությունը տեղադրելով երկրորդ բանաձևում՝ կստանանք.

$$S(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}:$$

Այսպիսով, մաթեմատիկական տեսանկյունից խնդիրը հանգում է r -ի այնպիսի արժեքի որոշմանը, որի դեպքում $S(r)$ ֆունկցիան հասնում է իր մինիմումին: Դրա համար գտնենք r_0 -ի այն արժեքները,

որոնց դեպքում $S'(r) = 4\pi r - \frac{2V}{r^2}$ ածանցյալը դառնում է զրո. այն

հավասար է՝ $r_0 = \left(\frac{V}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$: Կարելի է ստուգել, որ $S(r)$ ֆունկցիայի առաջին կարգի ածանցյալը r արգումենտի r_0 կետով անցման ժամանակ բացասական նշանը փոխում է դրականի: Յետևաբար r_0 կետում $S(r)$ ֆունկցիան ունի մինիմում: Յամպատասխանաբար՝ $h_0 = 2r_0$: r_0 -ի արտահայտության մեջ r_0 -ի և h_0 -ի համար տեղադրելով տրված V արժեքը՝ կստանանք $r_0 = (4,78)^{\frac{1}{3}}$ որոնելի շառավիղը և $h_0 = 2 \cdot (4,78)^{\frac{1}{3}}$ բարձրությունը:

Օրինակ 5. Քննարկենք հավանական մոդելի մի օրինակ:

Ենթադրենք, որ էլեկտրական շղթայում հաջորդաբար միացված են միմյանցից անկախ աշխատող երեք տարրեր: 1-ին, 2-րդ և 3-րդ տարրերի խափանման հավանականությունները համապատասխանաբար հավասար են՝ $P_1=0,1$, $P_2=0,15$, $P_3=0,2$: Յամարենք, որ շղթան հուսալի է, եթե այն բանի հավանականությունը, որ շղթայում հոսանք չկա, մեծ չէ 0,4-ից: Պահանջվում է որոշել, արդյո՞ք տվյալ շղթան հուսալի է:

Քանի որ տարրերը միացված են հաջորդաբար, ապա շղթայում հոսանք չի լինի (դեպք A), եթե խափանվի տարրերից առնվազն մեկը: Ենթադրենք՝ A_i -ն այն դեպքն է, որ i -րդ տարրն աշխատում է ($i = 1, 2, 3$): Այդ դեպքում՝ $P(A_1)=0,9$, $P(A_2)=0,85$, $P(A_3)=0,8$: Ակնհայտ է, որ $A_1 A_2 A_3$ պատահույթն այն դեպքն է, որում միաժամանակ աշխատում են բոլոր երեք տարրերը, իսկ

$$P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,612:$$

Քանի որ $P(A) + P(A_1 A_2 A_3) = 1$, ապա $P(A) = 0,388 < 0,4$: Յետևաբար շղթան հուսալի չէ:

Մեխանիկական համակարգերի տատանողական շարժումները լայն տարածում ունեն տեխնիկայում. ներքին այրման շարժիչների մխոցների շարժումները, ճոճանակների, լարերի, սռնիների և թիթեղների տատանումները և այլն: Յիմնական և ավագ դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացում մեծ ուշադրություն է դարձվում մեխանիկական և էլեկտրական տատանումներին:

**1.3. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում
միջառարկայ ական կապերի իրականացման դիդակտիկական
սյուժաները՝ մաթեմատիկական
մոդել ավորման հենքի վրա**

Ուսուցման և դաստիարակության գործընթացը ժամանակակից դպրոցում ուղղված է սովորողի անձի զարգացմանը: Սակայն, գոյություն ունեցող կրթության առարկայ ական համակարգը թույլ է տալիս գիտելիքներ հաղորդել միայն առանձին գիտությունների ոլորտներից: Այդ համակարգերը առանձնացված են և փակ, ինչը իջեցնում է ուսուցման դերը սովորողների մտածողության զարգացման, նրանց աշխարհայացքի ձևավորմանը:

Մի քանի տարիների ընթացքում մենք դիտարկել ենք մաթեմատիկայի հետ ֆիզիկայի, քիմիայի, կենսաբանության, աշխարհագրության ուսուցման գործընթացներում միջառարկայ ական կապերի իրագործման խնդիրը: Ուսումնասիրման ընթացքում իրականացվել է այդ կապերի ծրագրավորում, առանձնացվել են նշված ուսումնական բնագավառների հետ մաթեմատիկայի կապերի իրականացման հնարավորությունները, դիտարկվել են միջառարկայ ական կապերի իրականացման միջոցները՝ հաշվի առնելով միջառարկայ ական կապերը: Ուսուցման նոր հայեցակարգի շրջանակներում և գիտելիքների ինտեգրման անհրաժեշտության հիման վրա մեր կողմից առանձնացված են ուսուցչի մոդելի երկու բաղադրիչներ. **ինվարիանտ (անփոփոխ) և վարիատիվային (փոփոխադիր):**

Ինչպես ցույց են տալիս աշխատանքային փորձը և մանկավարժական գիտափորձի արդյունքները, միջառարկայ ական կապերը մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցիչների կողմից իրականացվում են տարբեր մակարդակներով.

- առաջին՝ առանձին դասերի ընթացքում (դրվագային),
- երկրորդ՝ դասերի համակարգում (մասնավոր-համակարգային),
- երրորդ՝ անընդհատ (համակարգային):

Առավել արդյունավետ է երրորդ մակարդակը, քանզի շատ կարևոր է, որպեսզի սովորողներն ուսուցչի գործունեության մեջ տեսնեն

որոշակի համակարգ: Սակայն կարևոր է հաշվի առնել նաև, որ միջառարկայական կապերի կիրառումը չպետք է ծանրաբեռնի սովորողներին. այն պետք է նպաստի նրանց բնագիտական աշխարհայացքի ձևավորմանը:

Մեր կողմից անցկացվող հետազոտությունների շրջանակներում, ծրագրերի, ուսումնամեթոդական գրականության և ուսուցիչների աշխատանքների վերլուծության արդյունքում բացահայտվել են մի շարք դժվարություններ, որոնք առաջանում են միջառարկայական կապերի իրականացման ժամանակ: Դրանցից հիմնականներն են.

1. Հասկացությունների, նշանակումների անհամաձայնեցվածությունը տարբեր դասընթացներում՝ ընդհանուր հասկացությունների մեկնաբանության ժամանակ:
2. Միշտ է, որ ճիշտ է գնահատվում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դերը այնպիսի կարողությունների և հմտությունների ձևավորում, որոնք անհրաժեշտ են հարակից առարկաների ուսումնասիրման համար:
3. Բնագիտական առարկաների ուսուցման գործընթացում այնքան էլ հաճախ չեն օգտագործվում հասկացություններ, որոնք ձևավորվել են մաթեմատիկայի ուսումնասիրման ընթացքում և հակառակը:

Ասվածի համատեքստում կարևորություն է ստանում մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում **միջառարկայական կապերի իրականացման դիդակտիկական համակարգի կառուցվածքը:**

Անդրադառնանք ուսուցչի մոդելի բաղադրիչներին:

Անվտոլոխ բաղադրիչն (անձնային բնութագիր) արտացոլում է ուսուցչի տեղեկատվական մշակույթի մակարդակը՝ անկախ նրա մասնագիտությունից և ներառում է հանրակրթական, աշխարհայացքային, հոգեբանամանկավարժական և տեխնոլոգիական բաղադրիչներ:

Փոփոխադիր բաղադրիչն (որակական բնութագրիչ) առանձնահատուկ է կոնկրետ առարկայի ուսուցիչներին և բովանդակում է գիտելիքների, կարողությունների և

հմտությունների այնպիսի ամբողջականություն, որոնք արտացոլում են տվյալ առարկայի կամ ուսումնական բնագավառի յուրահատկությունն ու դասավանդման մասնավոր մեթոդիկայի առանձնահատկությունները, ինչպես նաև նպաստում են ուսուցման ընթացքում միջառարկայական կապերի արդյունավետ իրականացմանը:

Մասնավորապես, մաթեմատիկայի ուսուցչի համար մեր կողմից առաջարկվող փոփոխադիր բաղադրիչը, որը նրա գործունեության հիմնական տեսակն է, պահանջում է ոչ միայն առարկայական և մեթոդական պատրաստվածություն, այլև գիտելիքներ կրթության ինտեգրացիոն և համամեթոդաբանական հիմնախնդիրների վերաբերյալ:

Ուսուցչի մոդելի այս բաղադրիչները յուրահատուկ չափանիշներ են, որոնք որոշում են կոնկրետ ուսուցչի, առարկայական մասնախմբերի և դպրոցի մանկավարժական անձնակազմի պատրաստվածության մակարդակը՝ դասերի ընթացքում միջառարկայական կապեր իրագործելիս: Մեր կողմից առաջարկվում է պահանջների համակարգի մի տարբերակ, որն անհրաժեշտ է ուսուցչին այս բաղադրիչների շրջանակներում:

Անփոփոխադրիչի պահանջները

1. Հանրակրթական բաղադրիչ

Ուսուցիչը (դասավանդողը) պետք է.

- իմանա ուսուցման ընթացքում միջառարկայական կապերի իրականացման ուղղությամբ աշխատանքների ուսումնամեթոդական կազմակերպման սկզբունքները,

- հասկանա միջառարկայական կապերի դերը ժամանակակից կրթության համակարգում և տեսնի դրանց զարգացման հեռանկարները,

- պատկերացում ունենա ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրականացման առանձնահատկությունների, կառուցվածքի և դասակարգումների մասին,

- պատկերացում ունենա կրթության համակարգի զարգացման ժամանակակից փուլում միջառարկայական կապերի հիմնախնդիրների մասին:

2. Աշխարհայացքային բաղադրիչ

Ուսուցչի մոտապես է ձևավորված լինեն.

- սովորողների բնագիտական աշխարհայացքի ձևավորման մեջ միջառարկայական կապերի նշանակությունը մասին պատկերացումներ,
- մտածողություն հայեցակարգային ձևը:

3. Հոգեբանամանկավարժական բաղադրիչ

Ուսուցիչը պետք է.

- իմանա ուսուցման ընթացքում միջառարկայական կապերի իրականացման հոգեբանամանկավարժական խնդիրները,

- հասկանա ուսուցման հոգեբանամանկավարժական կողմերը՝ միջառարկայական կապերի կիրառումով,

- պատկերացում ունենա միջառարկայական կապերի դիդակտիկական համակարգի կազմավորման և գործունեության կառուցվածքի մասին,

- իմանա ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրականացման ձևերի, մեթոդների ու միջոցների մասին:

4. Տեխնոլոգիական բաղադրիչ

Ուսուցիչը պետք է տիրապետի.

- ուսուցման այնպիսի միջոցների, մեթոդների և հնարների, որոնք նպաստում են միջառարկայական կապերի իրականացմանը,

- ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրագործման արդյունավետությանը նպաստող համապատասխան տեխնոլոգիաների,

- մանկավարժական հետազոտությանը կատարել ու հմտություն ունենա:

Փոփոխարժեքային բաղադրիչի պայմանները

Ուսուցիչը պետք է տիրապետի գիտելիքների.

- տարբեր կենսահամակարգերի կենսագործունեության ֆիզիկաքիմիական գործընթացների մասին,

- երկրաբանական փոփոխությունների հիմքում ընկած ֆիզիկական գործընթացների մասին,

- մակրո և միկրոհամակարգերի գործընթացների ֆիզիկական էության մասին:

Ուսուցումը երկկողմանի գործընթաց է: Անգամ արհեստականորեն սահմանափակելով այն միայն տեղեկատվության հաղորդման շրջանակներում, կարելի է ցույց տալ, որ ուսուցչի և աշակերտի գործունեությունը նույնը չեն: Ուսուցիչը սովորողներին գիտելիքներ է հաղորդում, բացահայտում է ուսումնասիրվող նյութի բովանդակության տարբեր կողմերի տրամաբանական կապերը, ցույց է տալիս այդ կապերի օգտագործման հնարավորությունները՝ նոր գիտելիքների ձեռքբերման համար: Մինչ աշակերտը յուրացնում է այդ գիտելիքները, սովորում է դրանք ինքնուրույն կիրառել, որի շնորհիվ ձեռք է բերում իմացության անհատական փորձ: Սովորողների կողմից ճանաչողության գործընթացը ուղղորդվում է ուսուցչի կողմից, ինչը ևս մեկ անգամ ընդգծում է նրանց գործունեությունների տեսակների տարբերությունը: Մտովի դիտարկենք մի իրադրություն, երբ միջառարկայական կապերը դասավանդման ժամանակ հաջողությամբ են օգտագործվում: Ինչպիսի՞ն է այդ ժամանակ սովորողների գործունեությունը: Գործունեության տեսակների բազմազանությունն այս դեպքում կարելի է միավորել երեք խմբի մեջ.

1. Սովորողները բերում են հասկացություններ և փաստեր հարակից առարկաներից՝ ընդլայնելու համար տվյալ առարկայում ուսումնասիրվող տեսության կիրառելիության սահմանները:

2. Սովորողները կարողանում են օգտագործել տեսություններ (որոնք ուսումնասիրվել են այլ առարկաների դասերին) տվյալ ուսումնական առարկայում դիտարկվող փաստերի բացատրման համար:

3. Սովորողները կարողանում են օգտագործել գործնական կարողություններ և հմտություններ (որոնք ձևավորվել են

հարակից առարկաների դասընթացներում) նոր փորձարարական տվյալներ ստանալու համար:

Իհարկե, սովորողների գործողությունների թվարկումը սրանով չի սահմանափակվում, սակայն մենք կանգ կառնենք միայն դրանց վրա:

Ուսուցչի հաջող գործունեությունը միջառարկայական կապերի իրականացման ուղղությամբ պահանջում է հատուկ պայմաններ: Դրանց շարքին կարելի է դասել ուսումնական ծրագրերի, դասագրքերի և ուսումնական ձեռնարկների համակարգումը, ինչպես նաև մշակված և փորձարարական ճանապարհով հաստատված մեթոդիկայի կիրառումը, մեթոդիկա, որն ուղղված է սովորողներին անհրաժեշտ տեղեկատվությունը ուսումնական մի բնագավառից մյուսը փոխանցելու կարողությունների և հմտությունների զարգացմանը:

Ուսուցիչների գործունեության համար անհրաժեշտ պայմանների ստեղծումը մեթոդիստների, գիտնական-մանկավարժների կարևոր խնդիրն է: Այս ոլորտում դեռևս շատ բան պետք է անել: Այսպես, օրինակ, խորը ուսումնասիրման կարիք ունի ուսումնական դասընթացների համակարգման խնդիրը ըստ բնագիտական հասկացությունների զարգացման փուլերի, փորձարարական հետազոտության մեթոդների և այլն: Նաև անհրաժեշտ է ուսումնասիրել դասընթացների համար ընդհանուր հասկացությունների, փաստերի, տեսությունների ուսումնասիրման գործընթացում համաձայնեցված մեթոդական մոտեցումների հարցերը: Բացի այն, որ միջառարկայական կապերի առանձին կարևոր հարցեր դեռևս մշակված չեն, դրանց կիրառման ժամանակ դժվարություններ են ծագում նաև ուսուցիչների ոչ բավարար պատրաստվածության պատճառով: Եթե քիմիայի ուսուցիչները բավական թույլ են տիրապետում ֆիզիկային ու մաթեմատիկային, ֆիզիկայի ուսուցիչները կոմպետենտ չեն քիմիայի ու կենսաբանության բնագավառում, նրանք չեն կարողանա արդյունավետ օգտվել այն հնարավորություններից, որոնք ընձեռում է միջառարկայական կապերի իրականացումը: Ուսումնական գործունեության ընթացքում միջառարկայական

կապերի օգտագործման ուսուցման մեթոդիկան սկզբունքորեն կարելի է պատկերացնել եռաստիճան: Առաջին աստիճանում (այն պայմանականորեն կանվանենք **վերարտադրողական**) ուսուցչի հիմնական նպատակը սովորողներին բնագիտական ուսումնական առարկաներից ստացած գիտելիքները օգտագործելու կարողության ձևավորումն է: Այս մակարդակը կարելի է բաժանվել երեք փուլի.

Առաջին փուլ. ուսուցչի կողմից սովորողներին համապատասխան բնագավառներից անհրաժեշտ տեղեկությունների կրկնողության գործընթացի կազմակերպում:

Երկրորդ փուլ. ուսուցչի կողմից ուսումնական նոր նյութի բացատրություն օրեն ուսումնական առարկայի փաստերի և հասկացությունների օգտագործմամբ՝ դիտարկվող տեսական դրույթների հաստատման համար:

Երրորդ փուլ. նոր նյութի շարադրում, որի ժամանակ ուսուցիչը ներգրավում է բնագիտական տեսություն և հարակից առարկայից՝ բացատրելու ուսումնասիրվող երևույթները:

Սովորողների՝ միջառարկայական գիտելիքները տեղափոխելու կարողության ձևավորման առաջին աստիճանը կարող է մեծապես օգտագործվել հիմնական դպրոցում: Ուսուցման այս աստիճանում լուծվում են միջառարկայական կապերի օգտագործման երկու հիմնական խնդիրները (տվյալ առարկայի, ինչպես նաև հարակից դասընթացների համար ընդհանուր հասկացությունների ուսումնասիրում), մինչդեռ ավագ դպրոցում ուսուցիչը այն կարող է և պետք է օգտագործի, սակայն առավել բարձր աստիճանների հետ համադրության մեջ:

Սովորողների՝ մի առարկայից մյուսը գիտելիքները տեղափոխելու ունակությունների ձևավորման երկրորդ աստիճանը ևս, ինչպես առաջինը, կազմված է երեք փուլերից: Եթե առաջին աստիճանում ուսուցիչը պահանջում էր հարակից բնագավառի այն գիտելիքի վերարտադրություն, որը նա ներկայացրել է բացատրության ընթացքում, ապա այս դեպքում հիմնական ուշադրությունը հատկացվում է սովորողների կողմից հարակից դասընթացների գիտելիքների ինքնուրույն կիրառմանը: Այդ

պատճառով երկրորդ աստիճանը կարելի է անվանել **գիտել իքների օգտագործման աստիճան:**

Չորրորդ փուլ. ուսուցիչը սովորողներից պահանջում է հարակից առարկաներից առանձին փաստական կամ տեսական բնույթի գիտել իքների ինքնուրույն վերարտադրություն: Այս պահանջը նպաստում է նոր ուսումնական իրադրություններում սովորողների պատրաստվածության մակարդակի բարձրացմանը, ինչպես նաև հոգեբանական խոչընդոտի հաղթահարմանը, այն դժվարությունների, որոնք զգում է սովորողը հարակից առարկաների դասընթացներում միջառարկայական ուսումնական նյութի բովանդակության բացահայտման ժամանակ:

Յինգերորդ փուլ. սովորողներից պահանջվում է ոչ թե ֆիզիկայի դասերի ժամանակ ստացած գիտել իքների մեխանիկական վերարտադրություն, այլ այդ առարկայի դասերին ստացած այնպիսի փաստերի և հասկացությունների ներգրավում, որոնք կնպաստեն նոր՝ ասենք մաթեմատիկայից, ստացվող գիտել իքների հիմնավորյուն բացմանը:

Վեցերորդ փուլ. սովորողներից պահանջվում է ինքնուրույնաբար ներգրավել ինչ-որ տեսություն (որն ուսումնասիրվել է ֆիզիկայի դասերին) մաթեմատիկայի դասընթացում ուսումնասիրվող վերացական հասկացությունների մեկնաբանման համար:

Միջառարկայական կապերի օգտագործման հնարավորությունները սովորողներին ներկայացնելու երրորդ աստիճանը նույնպես բաղակացած է մի քանի հաջորդական փուլերից: Այս աստիճանի հիմնական նպատակը սովորողներին հասկացությունները, փաստերը, օրենքներն ու տեսությունները կիրառելու ունակությունների ձևավորումն է, ցուցադրելու համար աշխարհի միասնական պատկերը, ինչպես նաև դիպեկտիկայի ընդհանուր օրենքների իմացության ապահովումը այն երևույթների մեկնաբանման համար, որոնք ուսումնասիրվում են հիմնական և ավագ դպրոցի բնագիտական առարկաների դասընթացներում: Կապված այս աստիճանի նպատակների հետ, այն կարելի է պայմանականորեն անվանել ընդհանրացնող:

Յոթերորդ փուլ . ուսուցչի կողմից տվյալ բնագավառի դասերի ժամանակ դիպեկտիկայի ընդհանուր օրենքների դրսևորումների բացատրություն:

Ութերորդ փուլ . ուսուցչի կողմից ուսումնասիրվող երևույթների բացատրություն աշխարհի ընդհանուր ֆիզիկական պատկերի համատեքստում:

Իններորդ փուլ . տվյալ առարկայի դասերի ժամանակ դիպեկտիկայի ընդհանուր օրենքների վերարտադրություն՝ երևույթների մեկնաբանման ժամանակ: Ընդհանրացնելով ասածը, նշենք, որ առանձնացված աստիճաններն ու փուլերը պայմանական են: Պայմանական է նաև դրանց բաշխումը ըստ դասարանների: Աստիճանների և փուլերի օգտագործման հիմնական նպատակը առաջին հերթին միջառարկայական կապերի իրականացման ուղղությամբ ուսուցիչների աշխատանքի կարգավորումն է, երկրորդ՝ դրանք օգնում են կշռադատել ուսուցման ընթացքում ձեռք բերված արդյունքները, երրորդ՝ հնարավորություն են տալիս գնահատել սովորողների կարողությունը, տեղափոխել և օգտագործել ստացած գիտելիքները:

Տարբեր ուսումնական առարկաների ուսումնասիրման ժամանակ դպրոցի աշակերտները ստանում են համակողմանի գիտելիքներ բնության և հասարակության մասին, սակայն գիտելիքների պարզ կուտակումը դեռևս բավարար չէ՝ մասնագիտական և աշխատանքային գործունեության արդյունավետ պատրաստման համար: Դպրոցի շրջանավարտը պետք է կարողանա համադրել գիտելիքները, ստեղծագործաբար կիրառել դրանք տարատեսակ կենսական իրադրություններում: Սովորողների վերլուծափառարկական մտածողության ձևավորումը նպաստում է միջառարկայական կապերի իրականացմանը՝ գիտելիքների հիմունքների ուսումնասիրման ընթացքում:

Մաթեմատիկայի դասընթացում մյուս առարկաների հետ միջառարկայական կապերի իրականացումը հեշտանում է նրանով, որ մաթեմատիկան ֆիզիկային տալիս է միջոցներ և հնարներ ֆիզիկական մեծությունների միջև կախվածության ընդհանուր և ճշգրիտ արտահայտման համար, որոնք բացահայտվում են գիտափորձի

կամ տեսական հետազոտությունների արդյունքում: Այդ պատճառով ֆիզիկայի դասավանդման բովանդակությունն ու մեթոդները կախված են սովորողների մաթեմատիկական պատրաստվածության մակարդակից:

Ֆիզիկայի ծրագիրը կազմված է այնպես, որ այն հաշվի է առնում սովորողների գիտելիքները նաև մաթեմատիկայից:

Ֆիզիկայի ուսուցչին անհրաժեշտ է ծանոթանալ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի, դրանում ներմուծված հասկացությունների և բովանդակային նյութի մեկնաբանման հետ, որպեսզի դասերին ապահովվի «ընդհանուր մաթեմատիկական լեզու»: Այսպես, հիմնական դպրոցի հանրահաշվի դասընթացի առանցքային հասկացությունն է, օրինակ, ֆունկցիան, որի գրառման համար ներմուծվում է այսպիսի նշանակում՝ $y=f(x)$, շարադրվում են ֆունկցիաների տրման բառային, աղյուսակային, գրաֆիկական, բանաձևային եղանակները: Այս առումով մի կողմ են դրվում ֆիզիկայում ընդունված տառային նշանակումները, մինչդեռ անհրաժեշտ է լայնորեն օգտագործել ֆիզիկայից սովորողների ստացած գիտելիքները՝ ֆունկցիոնալ կախվածությունների, ֆունկցիաների գրաֆիկների ուսումնասիրման ընթացքում:

Ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացի մեխանիկայի բաժնում լայն կիրառություն են ստանում վեկտորներն ու կոորդինատային մեթոդը: Հավասարումների վեկտորային ձևը՝ համադրվելով համապատասխան գծագրերի հետ, բացահայտում է խնդրի ֆիզիկական էությունը և նախորոշում է, ինչպես փորձը ցույց է տալիս, դրա հաջող լուծումը: Այս ձևը հեշտացնում է շարժման հավասարման կամ հավասարակշռության պայմանների հանրահաշվական գրառումը:

Սակայն հարկավոր է նկատի ունենալ վեկտորների կիրառման դիդակտիկական հնարավորությունների հայտնի սահմանափակությունը ֆիզիկայի ուսումնասիրման ժամանակ: Դեռևս Ու.Թոմսոնը նշում է, որ «վեկտորները տնտեսում են կալիճը և ծախսում են ուղեղը» [44]: Միաժամանակ ֆունկցիոնալ կախվածությունների ներկայացումը երկրաչափական պատկերների տեսքով (կոորդինատային հարթության վրա) տեսանելի ձևով

արտացոլում են իրական երևույթների դինամիկան և փոխկապվածությունը ֆիզիկական մեծությունների միջև:

Հիմնական և ավագ դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացում ֆիզիկական օրինաչափությունները գրառվում են գլխավորապես վերլուծական ձևով՝ բանաձևերի միջոցով: Այդ պատճառով գոյություն ունի կարծիք, որ սովորողները ֆունկցիոնալ կախվածությունները ձևական են ընկալում:

Վերլուծականի համեմատությամբ գրաֆիկական եղանակը զգալի առավելություններ ունի. գրաֆիկը ցույց է տալիս ֆիզիկական օրինաչափության ընթացքը, զննականորեն բացահայտում է գործընթացի կամ երևույթի փոփոխման դինամիկան: Փորձը ցույց է տալիս, որ ֆիզիկական մեծությունների միջև կապի հաստատումը և դրա պատկերումը երկրաչափական պատկերի՝ գրաֆիկի տեսքով հնարավորություն է տալիս աստիճանաբար ստեղծել, ընդլայնել և ամրապնդել այնպիսի կարևոր գաղափարներ, ինչպիսիք են՝ մեծությունների ուղիղ և հակադարձ համեմատականությունը, գծային, քառակուսային, ցուցչային և լոգարիթմական կախվածությունները, փոփոխվող մեծությունների միջին արժեքը, ֆունկցիայի մաքսիմումն ու մինիմումը, ֆունկցիայից սահմանային անցում կատարելը և այլն:

Ցույց տանք, թե ինչպես կարող են իրականացվել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերը այնպիսի հասկացությունների ձևավորման ժամանակ, ինչպես ֆունկցիան, դրա ածանցյալը, ինտեգրալը: Մեր կարծիքով, հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի հիմնական հասկացությունների ուսումնասիրումը նպատակահարմար է սկսել ֆիզիկայի մեխանիկայի բաժինը սկսելու հետ միաժամանակ: Ֆիզիկայի ողջ դասընթացի ուսումնասիրմանը նպաստում է մաթեմատիկական ապարատի անբավարար օգտագործումը, որը կամ սովորողներին անհրաժեշտ մաթեմատիկական հասկացությունների ուշ ձևավորվելու արդյունք է, կամ ֆիզիկայի ու մաթեմատիկայի ուսուցիչների գործողությունների միջև համաձայնության բացակայության հետևանք՝ ընդհանուր ֆիզիկամաթեմատիկական հասկացությունների կիրառման համատեքստում:

Ստեղծված իրադրությունն էլ քը հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի հասկացությունների և ֆիզիկայի համապատասխան հասկացությունների համատեղ ձևավորումն է՝ որպես մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դասընթացներում միջառարկայական կապերի իրականացման բարձրագույն ձև: Հենց մեխանիկայի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի զուգահեռ ուսումնասիրման ժամանակ են բացահայտվում առավելագույն հնարավորությունները ակնթարթային արագություն, ակնթարթային արագացում, տեղափոխություն, աշխատանք ֆիզիկական հասկացությունների և ֆունկցիա, ածանցյալ, ինտեգրալ մաթեմատիկական հասկացությունների ձևավորման համար:

Ժամանակակից դպրոցի առարկայական չափորոշիչները, ուսումնական պլաններն ու ծրագրերը թույլ են տալիս իրականացնել միջառարկայական կապեր տարբեր գիտությունների հիմունքների ուսումնասիրության գործընթացում: Սակայն գոյություն ունեցող միջառարկայական կապերը, որոնց օգտագործումը նպաստում է սովորողների վերլուծահամադրական մտածողության ձևավորմանը, թույլ են տալիս համակողմանիորեն ուսումնասիրել բնության և հասարակության երևույթները, իրականացվում են միայն այն դեպքում, երբ ուսուցիչը ոչ միայն իր առարկայի ուսուցման գործընթացում և այդ առարկայի միջոցներով է բացահայտում այն երևույթները, որոնք ուսումնասիրվում են ուսումնական այլ բնագավառներում, այլ և ընդլայնում, խորացնում է սովորողների գիտելիքները, իրականացնում է գիտելիքների տեղափոխում այլ բնագավառներ, ձևավորում ընդհանրացված հասկացություններ, կարողություններ, հմտություններ:

Միջառարկայական կապերի իրականացման ժամանակ նախապատվությունը հարկ է տալ ֆիզիկայի գննականությանը, քան թե մաթեմատիկական ապացույցների խստությանը: Այդ պատճառով մաթեմատիկայի դասերին, նպատակահարմար է, օրինակ, գումարի ածանցյալ հասկացությունն ուսումնասիրել արագությունների գումարման օրենքի միջոցով, ֆունկցիաների ածանցյալների բանաձևերի դուրսբերման ժամանակ հենվել ոչ լրիվ ինդուկցիայի

մեթոդի կիրառման վրա, մաթեմատիկական փաստերը հաստատել - հիմնավորել ֆիզիկայից բերված օրինակներով, սահմանային անցան հասկացությունը ձևավորել ֆիզիկական փորձի հիման վրա, որի ժամանակ որոշվում են մարմնի շարժման միջին արագությունների արժեքները փոքր ժամանակահատվածների ընթացքում: Ֆիզիկայի պարզագույն օրինակի՝ ուղղահայաց վեր նետված մարմնի շարժման ուսումնասիրումը հեշտացնում է աճող և նվազող ֆունկցիաների հասկացության ձևավորման խնդիրը, թույլ է տալիս հիմնավոր ձևով ներմուծել երկրորդ կարգի ածանցյալ հասկացությունը և այդ հենքի վրա ստանալ գրաֆիկի ու ռուցիկության որոշման կանոններ: Ինչ վերաբերում է «նախնական» և «ինտեգրալ» հասկացություններին, ապա դրանց ձևավորումը նպատակահարմար է իրականացնել ֆիզիկական բնույթի օրինակների լայն օգտագործումով՝ նախնականի և ինտեգրալի սահմանումների, դրանց հիմնական հատկությունների, երկրաչափական մեկնաբանությունների, բազմանդամների ինտեգրման կանոնների ուսուցման ընթացքում:

Ֆիզիկան հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի հիմնական հասկացությունների ձևավորման մեջ պասիվ դեր չի խաղում. այն հնարավորություն է տալիս ներկայացնել սահմանային անցումը դիսամիկայում և իմաստավորել «անվերջ փոքր մեծություն» հասկացությունը: Ֆիզիկայի դասընթացի համար ածանցյալի և ինտեգրալի իմացությունը հեռանկարներ է բացում մի շարք ֆիզիկական մեծությունների առավել խիստ սահմանման, Նյուտոնի երկրորդ օրենքի, էլեկտրամագնիսական ինդուկցիայի օրենքների ճշգրիտ գրառման, գրաֆիկների հետ աշխատանքների պարզեցման, մարմինների հավասարակշռության տեսակների ու պայմանների քննարկման համար ոչ միայն ուժային, այլ և էներգետիկ տեսանկյունից: Սովորողների կողմից ածանցյալ և ինտեգրալ հասկացությունների իմացությունը թույլ է տալիս մշակել ընդհանուր մոտեցում ֆիզիկական մեծությունների սահմանման և ֆիզիկական բովանդակությամբ գրաֆիկական խնդիրների լուծման նկատմամբ: Այդ նպատակով կարելի է, օրինակ, օգտագործել ալգորիթմական սխեմաներ, որոնք ընդհանուր են

մաթեմատիկական և ֆիզիկական ֆունկցիոնալ կախվածություներին որոշման համար: Այսպես, ածանցյալի միջոցով ֆիզիկական հասկացությունների սահմանման նկատմամբ ընդհանուր մոտեցման սխեման կարող է այսպիսին լինել.

1. Համոզվելով ածանցյալ հասկացության կիրառման հնարավորության մեջ՝ գրառել ֆունկցիոնալ կախվածությունները $y=f(x)$ տեսքով:

2. Գտնել ֆունկցիայի աճի հարաբերությունը անկախ փոփոխականի աճին, այսինքն ֆունկցիայի փոփոխության միջին արագությունը:

3. Սահմանային անցում կատարել ֆունկցիայից՝ գրառելով ածանցյալի արտահայտությունը:

4. Ձևակերպել ֆիզիկական մեծության սահմանումը հետևյալ սխեմայով. ֆիզիկական հասկացության անվանում, որը որոշված է որպես ածանցյալ տվյալ ֆունկցիայից, ֆունկցիայի անվանում, անկախ փոփոխականի անվանում:

Ինտեգրալի միջոցով ֆիզիկական հասկացության սահմանման համար կարելի է ընտրել գործողության հետևյալ սխեման.

1. Համոզվել տվյալ իրադրությունում «ինտեգրալ» հասկացության կիրառման հնարավորության մեջ. որոնելի ֆիզիկական մեծության մոտավոր արժեքը կարող է ներկայացվել որպես արտահայտությունների գումար, գրաֆիկորեն այդ գումարը պետք է համապատասխանի պատկերի մակերեսի արժեքին, իսկ սահմանային դեպքում մարմնի մակերեսը պետք է հանգեցվի կորագիծ սեղանի մակերեսի հաշվմանը:

2. Գրառել որոնելի ֆիզիկական մեծությունը:

3. Ձևակերպել այդ ֆիզիկական մեծության սահմանումը հետևյալ սխեմայով. ֆիզիկական մեծության անվանում, որը որոշվում է որպես ինտեգրալ տվյալ ֆունկցիայից, ֆունկցիայի անվանում, անկախ փոփոխականի անվանում:

Աշխատանքային փորձը ցույց է տվել, որ գրաֆիկների, ֆիզիկական մեծությունների միջև ֆունկցիոնալ կախվածությունների ուսուցման գործընթացում այսօրինակ մոտեցումը բարենպաստ պայմաններ է ստեղծում մաթեմատիկայի և

Ֆիզիկայի դասերին գրաֆիկներով աշխատանքի ընդհանուր կարողությունների ձևավորման համար: Ֆիզիկայի դասավանդման գործընթացում մեծ նշանակություն ունի սովորողների կողմից մաթեմատիկական հաշվարկների, երկրաչափական պարզագույն կառուցումների, տարրական ֆունկցիաների գրաֆիկներ կառուցելու, փորձերի տվյալների հիման վրա գրաֆիկներ կառուցելու, ֆունկցիոնալ կախվածությունների բանաձևային արտահայտությունների գրառման հմտությունների տիրապետումը: Վերացականի և կոնկրետի միասնությունը դրսևորվում է մաթեմատիկական և ֆիզիկական պատկերացումների միասնության միջոցով: Մաթեմատիկայում գրաֆիկները ուսումնասիրվում են վերացականորեն, կոնկրետ գործընթացների հետ կապից դուրս: Ֆիզիկական երևույթների ուսումնասիրման ժամանակ իրականացվում է դրանց կոնկրետացում: Ֆիզիկայի ամբողջ դասընթացը հագեցած է երևույթների գրաֆիկական ներկայացումներով, սկսած մեխանիկայից և վերջացրած ատոմի կառուցվածքով: Ֆիզիկայի դասընթացի ուսումնասիրման ժամանակ սովորողները ընդգծում են այդ կոնկրետությունը երևույթների գրաֆիկական պատկերացումներում: Ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի դասավանդման ընթացքում անհրաժեշտ է սովորողների ուշադրությունը սևեռել այն բանին, որ մաթեմատիկական ֆիզիկական հասկացությունների և օրենքների ընդհանրացման հզոր միջոց է: Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի փոխհարաբերություններում մեծ տեղ է զբաղեցնում այդ առարկաներին ներկայացվող պահանջների խաչաձևումը համապատասխան գիտությունների զարգացման հետ: Այսպիսի փոխկապակցումը սովորաբար բերում է կարևոր բացահայտումների՝ ինչպես մաթեմատիկայում, այնպես էլ ֆիզիկայում: Մաթեմատիկան ընդհանուր ֆիզիկական օրինաչափությունների արտահայտման համար միջոց է, ինչպես նաև նոր ֆիզիկական երևույթներ և փաստեր բացահայտելու մեթոդ, իսկ ֆիզիկան, իր հերթին, խթանում է մաթեմատիկայի զարգացումը՝ նոր խնդիրների առաջադրումով: Միջառարկայական կապերի վերհանումն ու հետագա իրականացումը ուսումնական թեմաների անհրաժեշտ և կարևոր դրույթների բացահայտման համար թույլ է տալիս:

ա) իջեցնել սուբյեկտիվ մոտեցման հնարավորությունը ուսումնական թեմաների միջառարկայական տարողունակության որոշման մեջ,

բ) ուսուցիչների և սովորողների ուշադրությունը կենտրոնացնել ուսումնական առարկաների հանգուցային կողմերի վրա, որոնք կարևոր դեր են խաղում գիտությունների առաջատար գաղափարների բացահայտման մեջ,

գ) իրականացնել փուլային աշխատանք՝ միջառարկայական կապերի հաստատման ուղղությամբ, մշտապես բարդացնելով իմացական խնդիրները, ընդլայնելով ստեղծագործական նախաձեռնողականության գործունեության և սովորողների ճանաչողական ինքնագործունեության դաշտը, կիրառելով դիդակտիկական միջոցների ողջ բազմազանությունը՝ բազմակողմանի միջառարկայական կապերի արդյունավետ իրականացման համար,

դ) ձևավորել սովորողների ճանաչողական հետաքրքրությունները տարբեր ուսումնական առարկաների միջոցով՝ դրանց օրգանական միասնության մեջ,

ե) ստեղծագործական համագործակցություն իրականացնել ուսուցիչների և սովորողների միջև,

զ) ուսումնասիրել կարևորագույն աշխարհայացքային հարցեր և արդի խնդիրներ տարբեր առարկաների և գիտությունների միջոցներով և կյանքի հետկապի միջոցով:

Միջառարկայական կապերի հաջորդայնության սկզբունքի մեջ առկա են կարևոր պաշարներ ուսումնադաստիարակչական գործընթացի հետագա կատարելագործման համար: Կրթության ժամանակակից փուլը բնորոշվում է կրթական հարացույցի փոփոխությամբ, կրթության բովանդակության նորարարական գործընթացների ակտիվացմամբ, ինտեգրացիոն ուղղընթացներով:

Ավագ դպրոցի կայացումը և ուսուցման հոսքային (պրոֆիլային) համակարգը բերում է գիտական գիտելիքի առարկայական տարբերակմանը, որն էլ իր հերթին և բնականաբար, վերարտադրողական մտածողության հիմք է դառնում:

Այս համատեքստում, հակառակ ուղղընթացը՝ տարբեր գիտությունների և համապատասխան հանրակրթական առարկաների բովանդակության և մեթոդների ինտեգրման հիմքի վրա կառուցված

կրթությունը, որը կարող է նպաստել անհատի ստեղծագործական աճին, դառնում է հրամայական: Այդ հրամայականի շրջանակներում միջառարկայական կապերի (ՄԱԿ) իրագործման հիմնախնդիրը նոր բովանդակություն է ստանում: Այդ բովանդակության բացառատումը բերում է ուսուցման գործընթացի դիդակտիկական և ուսումնամեթոդական ապահովման համար մեթոդական համակարգի մշակման անհրաժեշտությանը: Այդ մեթոդական համակարգը պետք է կառուցվի նորարարական հենքի վրա, որպեսզի կարողանա միավորել ուսուցման (կրթության) երկու «տարամետ» գործընթացները՝ միջառարկայական կապերի իրագործումը և ուսուցման տարբերակականացումը: Այդօրինակ միավորումը կարող է տեղի ունենալ միայն մեթոդաբանական հենքի վրա:

Համակարգելով տարբեր հետազոտողների մոտեցումները միջառարկայական կապերի իրագործմանը՝ մենք, մեր հետազոտության նպատակների տեսակետից, նորաբանում ենք միջառարկայական կապերը տարբեր մակարդակներում՝ **դիդակտիկական նյութի մակարդակով, դիդակտիկական պայմանի մակարդակով, դիդակտիկական գործընթացի մակարդակով, դիդակտիկական սկզբունքի մակարդակով:**

Միջառարկայական կապերի այս բազմամակարդակ հենքի վրա հիմնավորվում է, որ երկու տարամետ գործընթացները (տարբերակականացում, ինտեգրում) կարելի է դարձնել «զուգամետ», եթե միջառարկայական կապերի իրագործման հիմքում դրվի մաթեմատիկական մոդելավորումը: Մաթեմատիկական մոդելը (մոդելավորում) մեր հետազոտության համար հիմնարար նշանակություն ունի: Դրա հիման վրա սահմանվում են մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման էական և գործնական հնարավորությունները: Բերելով մաթեմատիկական մոդելների մի նորաբանված դասակարգում (**կառուցվածքային, գործառնական**) և հենվելով **կոշտ և փափուկ** մոդելներ հասկացությունների վրա, կոնկետ օրինակի վրա (ներդաշնակ տատանում) ցույց է տրվում մաթեմատիկական մոդելի «աշխատանքի» հիմնական փուլերը՝ **մոդելի կառուցում, ինդրիլում, ստացված արդյունքների մեկնաբանում, մոդելի ադեկվատություն ստուգում:**

ԳԼՈՒԽՈՒ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԻ ԻՐԱԿԱՆԱՑՄԱՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼ ԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱՏԵՔՍՏՈՒՄ

2.1. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացումը մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ուսուցման գործընթացում

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ուսուցման գործընթացը միջառարկայական բնույթի նյութի հիման վրա (ֆիզիկայի գիտելիքների օգտագործմամբ) անհրաժեշտ է սկսել 7-րդ դասարանից, երբ սկսվում է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դասընթացների համակարգված ուսումնասիրումը:

Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի հարցը քննարկելիս ամենից հաճախ դրանք դիտարկվում են ավագ դպրոցի բովանդակային նյութի վրա: Եվ դա բացատրելի է. 10-րդ դասարանում աշակերտները ֆիզիկայից բավականաչափ գիտելիքների են տիրապետում, ինչպես նաև մաթեմատիկայի դասերին ուսումնասիրվող բովանդակային նյութը թույլ է տալիս միջառարկայական կապերի իրականացումը առավել ակնառու և խորը դարձնել: Սակայն շատ կարևոր է մաթեմատիկայի ուսուցման մեջ միջառարկայական կապերի իրագործումն սկսել ֆիզիկայի դասընթացի ուսումնասիրման ամենասկզբից: Դա հնարավորություն է կտա հաղթահարել «առարկայական պիտակների» ձևավորման միտումը սովորողների գիտակցության մեջ, կնպաստի ընդհանուր հասկացությունների, կարողությունների և հմտությունների ձևավորմանը: Իսկ միջառարկայական նյութի ուսումնասիրման գործընթացում տարբերակված մատուցումը թույլ կտա հաշվի առնել սովորողների անհատական առանձնահատկությունները, հակումներն ու հետաքրքրությունները:

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի բովանդակության վերլուծությունը վկայում է, որ ֆիզիկայի դասընթացի հետ միջառարկայական կապերի իրականացման ավելի շատ

հնարավորություններ պարունակվում են հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր (ՅՄԱՏ) դասընթացի ուսուցման գործընթացում: Մաթեմատիկական մոդելները, որոնք ուսումնասիրվում են ՅՄԱՏ դասընթացում, բնութագրվում են համագտագործելիությամբ, այսինքն՝ միևնույն հանրահաշվական մոդելը ծառայում է բացառապես տարբեր բնույթի ֆիզիկական երևույթների ամբողջության նկարագրմանը: Մեկ այլ պատճառ, որով մենք դիտարկում ենք միջառարկայական կապերի իրագործումը հենց ՅՄԱՏ ու ֆիզիկայի դասընթացների միջև, այն է, որ հաճախ հանրահաշվական կարողությունների և հմտությունների ձևավորվածությունից է մեծապես կախված ֆիզիկայի դասընթացի խնդիրների լուծման հաջողությունը:

Կոնկրետացնելով հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի դպրոցական դասընթացի ուսումնասիրման նպատակները 10-12-րդ դասարաններում, հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի ծրագրում ընդգծվում է «հաշվողական և ձևական-գործառնական հանրահաշվական կարողությունների զարգացման անհրաժեշտությունը մինչև որոշակի մակարդակը, որը թույլ է տալիս վստահաբար օգտագործել դրանք մաթեմատիկայի և հարակից առարկաների (ֆիզիկա, քիմիա), խնդիրների լուծման, հավասարումների և անհավասարումների լուծման կարողությունների ձևավորման համար՝ որպես կիրառական խնդիրների մաթեմատիկական մոդելավորման հիմնական միջոց, սովորողների ֆունկցիոնալ պատրաստվածության իրականացման համար» [1, էջ 8]:

Միջառարկայական կապերի իրականացման գործընթացում անհրաժեշտ է որոշել միջառարկայական բովանդակային նյութի յուրացման տարբեր մակարդակները, որոնք համապատասխանում են հանրահաշվի ու հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի դասընթացի բովանդակային նյութին: Ուսուցման մակարդակային տարբերակմանը վերաբերող մեթոդական գրականության քննական վերլուծությունը՝ նվիրված ուսուցման մակարդակային տարբերակմանը, թույլ է տալիս եզրակացություն կատարել ուսուցման երեք մակարդակի առանձնացման նպատակահարմարության

մասին: Մեր աշխատանքում մենք կդիտարկենք յուրացման **պարտադիր, բարձր և առաջանցիկ** մակարդակները: Այս մակարդակների առանձնացումը հնարավոր է դարձնում ոչ միայն ուսումնասիրվող նյութի յուրացման որակին ներկայացվող պահանջների որոշումը, այլ նաև՝ առանձին թեմաների ուսումնական նպատակների ձևակերպմանը: Հետագայում, խոսելով տարբեր մակարդակներում ուսուցման մասին, մենք ինկատի կունենանք միջառարկայական կապերի իրականացման գործընթացում միջառարկայական նյութի տարբերակված յուրացումը:

Թվարկված յուրացման մակարդակների դիտարկումը (գործունեական մոտեցման արիզմայի միջով) թույլ է տալիս որոշել սովորողների գործունեության տեսակը այդ մակարդակներից յուրաքանչյուրում: Այսպես, սովորելով պարտադիր մակարդակում, աշակերտները խնդիրների լուծման ժամանակ իրականացնում են հիմնականում վերարտադրողական գործունեություն, բարձր մակարդակում՝ մասնակի-որոշողական, առաջանցիկում՝ ստեղծագործական: Մենք կդիտարկենք սովորողների կողմից գործունեության թվարկված տեսակները միջառարկայական խնդիրների առաջադրանքների լուծման ժամանակ, քանի որ հենց դրանք են մեր կողմից սահմանված որպես հանրահաշվի, հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի և ֆիզիկայի դասընթացների միջառարկայական կապերի իրականացման հիմնական միջոց:

Մեր հետազոտության համատեքստում՝ միջառարկայական կհամարենք այն առաջադրանքները, որոնք կազմված են ֆիզիկայի նյութի հիման վրա և լուծվում են մաթեմատիկական մեթոդներով:

Գիտելիքների յուրացման պարտադիր մակարդակը ենթադրում է, որ սովորողները պետք է կարողանան կիրառել յուրացված գիտելիքներն ու գործունեության ձևերը համանման իրադրությունում, ըստ նմուշօրինակների: Այս մակարդակի առաջադրանքները կողմնորոշված են դեպի սովորողների կողմից վերարտադրողական գործունեության իրագործումը. ստացված գիտելիքների վերարտադրում, խնդիրների լուծում ըստ նմանության կամ հայտնի ալգորիթմերի կիրառումով: Այդպիսի առաջադրանքներ կազմելիս հարկավոր է կողմնորոշվել

սովորողների մաթեմատիկական պատրաստվածության պարտադիր նվազագույն մակարդակով, որը ամրագրված է մաթեմատիկայի ուսումնական ծրագրում և պետական չափորոշիչում: Պարտադիր մակարդակի կարողություններն ու հմտությունները հիմնարար են հետագա մակարդակներում դիտարկվող նյութի ուսումնասիրումը շարունակելու համար, հենց այդ պատճառով դրանց ձևավորվածությունը թույլ է տալիս խոսել ուսուցման պարտադիր արդյունքների ձեռքբերման մասին:

Բարձր մակարդակի խնդիրները աշակերտին կողմնորոշում են ոչ միայն վերադարձնողական, այլև մասնակի-որոնողական գործունեության իրագործմանը, ստացված գիտելիքները նոր, անսովոր իրադրություններում օգտագործմանը: Այդպիսի խնդիրների լուծումը յուրացված գիտելիքների հետապնդի ազատ գործառնություններ կատարելու, էական կապերը հաստատելու, համեմատելու, վերլուծելու, ընդհանրացնելու, առկա տվյալների և ստացված արդյունքների հիման վրա եզրակացություններ կատարելու կարողությունն է պահանջում:

Միջառարկայական նյութի տիրապետման առաջանցիկ մակարդակը բնութագրվում է առաջարկված խնդիրների նկատմամբ ստեղծագործական մոտեցմամբ: Այդպիսի առաջադրանքների կատարման համար ստանդարտ ալգորիթմ չկա, յուրաքանչյուր այդպիսի առաջադրանք լուծման յուրահատուկ միջոց է պահանջում: Առաջանցիկ մակարդակի առաջադրանքները թույլ են տալիս տիրապետել իրական իրադրության հետազոտման հնարներին առավելագույն ընդհանուր տեսքով և հնարավորություն են տալիս իրականացնել իսկական ուսումնասիրտագոտական աշխատանք: Այդպիսի առաջադրանքների լուծումը սովորողներից պահանջում է ոչ միայն ֆիզիկական երևույթի և համապատասխան մաթեմատիկական մոդելի հատկությունների իմացություն, հանրահաշվական ձևափոխումներ կատարելու կարողություն, այլ նաև բարձր տրամաբանական մշակույթ և հետազոտության լավ տեխնիկա:

Բացի այդ, յուրացման պարտադիր, բարձր և առաջանցիկ մակարդակների առաջադրանքները տարբերվում են բարդությամբ: Յու.Մ.Կոլյագինի կարծիքով առաջադրանքի բարդությունը կախված

Է դրա տարրերի միջև հատկությունների և հարաբերությունների թվից և բնույթից: Հետևաբար լուծման բարդությունը որոշվում է կատարվող տրամաբանական քայլերի և տարրերի քանակով ու բնույթով, հանրահաշվական ձևափոխումներից, հաշվումներից: Առաջադրանքի բարդությունը օբյեկտիվորեն գնահատելու հնարավորությունը հիմնավորվում է նրանով, որ այն հաճախ կախված է լուծողից և կարող է նախապես ծրագրավորված լինել [82]:

Պարտադիր մակարդակի առաջադրանքների բարդությունը որոշվում է առարկայական չափորոշիչով: Բարձր և առաջանցիկ մակարդակների համար բարդությունը տրվում է մասնակի-որոնողական և ստեղծագործական բնույթի վարժություններով, որոնք ներառում են մեծ քանակությամբ քայլեր (հաշվումներ, ձևափոխություններ), որոնք հանգեցնում են ցանկալի արդյունքի: Առաջադրանքների միջառարկայական բնույթը որոշում է ֆիզիկայի դասերին ուսումնասիրված նյութի մանրակրկիտ վերլուծության անհրաժեշտությունը՝ այս կամ այն առաջադրանքի բարդությունը որոշելու գործընթացում:

Միջառարկայական նյութի յուրացման մակարդակների դիտարկումը թույլ է տալիս հստակեցնել ուսուցման նպատակները՝ դրանցից յուրաքանչյուրում: Ուսուցման պարտադիր մակարդակը առաջին հերթին ենթադրում է հանրահաշվի՝ որպես համամարդկային մշակույթի մի ճյուղի, մասին սովորողների պատկերացումների ձևավորում: Այսպիսով, կազմակերպելով ուսուցում այս մակարդակում, առաջին հերթին հարկավոր է օգտագործել հանրահաշվի դասավանդման համամշակութային և հումանիտար կողմերը: Ուսուցումը պետք է ուղղված լինի գիտական աշխարհայացքի հիմքերի ձևավորմանը, մաթեմատիկայի զարգացման և գիտության ու հասարակության զարգացման միջև կապերի ընկալմանը:

Յուրացման առաջանցիկ մակարդակում սովորողները, բացի վերը թվարկվածներից, պետք է պատկերացում ունենան մաթեմատիկական մեթոդների մասին, որոնք կիրառվում են իրական գործընթացների և երևույթների հետազոտման ժամանակ: Ընդ որում, ուսուցման գործընթացում միջառարկայական նյութի

օգտագործումը օգնում է գիտակցել փոխադարձ կապերը, որոնք գոյություն ունեն հանրահաշվի և ֆիզիկայի միջև, ինչպես նաև դրանցում կիրառված մեթոդների համանմանությունը:

Սովորողների ուսուցումը առաջանցիկ մակարդակում պետք է կողմնորոշվի դեպի այն, որ հետագայում էլ նրանց կողմից մաթեմատիկայի կամ ֆիզիկայի ուսումնասիրության մակարդակը բավական բարձր կլինի: Այդ պատճառով նրանց համար որոշիչ է դառնում մաթեմատիկական ապարատի ազատ տիրապետումը և այն՝ ոչ միայն մաթեմատիկական խնդիրների լուծման, այլև ֆիզիկական երևույթների ուսումնասիրության մեջ կիրառելու կարողությունների ձևավորումը: Կարևոր է հասնել իրականացվող մաթեմատիկական մոդելավորման յուրաքանչյուր փուլի էության ընկալմանն ու յուրացմանը:

Դիտարկված նպատակները կարելի է կոնկրետացնել և վերաձևակերպել, ելնելով միջառարկայական նյութի բովանդակությունից, որը ուսումնասիրվում է ուսուցման տվյալ փուլում: Միաժամանակ, միջառարկայական նյութի հետ տարբերակված աշխատանքներում բոլոր սովորողների համար ընդհանուր են մաթեմատիկական պատրաստման համապատասխան մակարդակի ձեռքբերման նպատակները, գիտական աշխարհայացքի ձևավորումը, իմացական հետաքրքրությունը, մտածողության և մաթեմատիկական ընդունակությունների զարգացումը:

Թվարկված նպատակները ոչ միայն որոշում են միջառարկայական կապերի իրականացման գործընթացի պայմանները տարբերակված ուսուցման ժամանակ, այլև դրանց ձեռքբերումը վկայում է ուսուցման դիտարկվող մակարդակներից յուրաքանչյուրում միջառարկայական նյութի հաջող յուրացման մասին:

Չանրահաշվի, հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացների միջառարկայական կապերի իրականացման ժամանակ ուսուցման բովանդակության տարբերակումը պետք է իրականացվի ըստ նյութի յուրացման մակարդակների: Միջառարկայական կապերի տարբերակված իրականացման առանձնահատկությունը ոչ միայն լուծվող

խնդիրների տարբերակման անհրաժեշտությունն է, այլև օգտագործվող միջառարկայական նյութի բովանդակությունը: Ֆիզիկամաթեմատիկական նյութի բովանդակության տարբերակումը պրակտիկայում արտահայտվում է այսպես.

1. Միջառարկայական կապերը ուսուցման պարտադիր մակարդակում հաջորդական բնույթ է կրում: Միջառարկայական խնդիրների հաջող լուծման համար սովորողներին անհրաժեշտ է, որպեսզի խնդրի բովանդակային կողմը նրանց հասկանալի լինի: Այդ պատճառով խնդրի ֆիզիկական ֆաբուլան կառուցվում է բավական պարզ նյութի վրա, որը ներառում է բնության երևույթների նկարագրությունը սովորողներին հայտնի ֆիզիկական մեծությունների և առավել կարևոր ֆիզիկական օրինաչափությունների միջոցով:

2. Բարձր և առաջանցիկ մակարդակներում, դրանից բացի, իրականացվում են ուղեկցող միջառարկայական կապեր: Նախատեսվում է նաև նախորդող կապերի իրականացում, և միայն այդ դեպքում առաջադրանքը պետք է դեռևս չուսումնասիրված ֆիզիկական գործընթացի պատրաստի մաթեմատիկական մոդել պարունակի (հիմնականում դրանք բնության մեջ դիտվող ֆիզիկական երևույթների նկարագրությունն են): Առաջանցիկ մակարդակում հանրահաշվի դասընթացի ուսումնասիրման ժամանակ հնարավոր է ֆիզիկական օրինաչափությունների մաթեմատիկական մոդելների դիտարկում, որոնց ուսումնասիրությունը ուսուցման այս փուլում ակնարկային ձևով է անցնում, կամ էլ նրանք ընդհանրապես չեն ուսումնասիրվում հիմնական դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացում:

3. Խնդրի միջառարկայական բնույթը թույլ է տալիս ներմուծել բարդության մեծացում այդպիսի գործոնի հաշվին, ինչպիսին է դիտարկվող ֆիզիկական երևույթի մաթեմատիկական մոդելի առկայությունը (կամ բացակայությունը), ինչպես նաև միջառարկայական խնդիրների բարդության աստիճանական ուժեղացումը տեղի է ունենում առաջադրանքների ձևակերպման, դրանց բովանդակության մեջ առավել բարդ նույնական ձևափոխությունների, հաշվումների հաշվին և այլն:

4. Մաթեմատիկական մոդելավորման հետ կապված հարցերի ուսումնասիրումը ուսուցման բոլոր մակարդակներում, տեղի է ունենում միջառարկայական նյութի հենքի վրա:

5. Միջառարկայական նյութը լրացուցիչ մաթեմատիկական նյութի ներմուծման համար հիմք է՝ նախատեսված ուսուցման բարձր և առաջանցիկ մակարդակների սովորողների համար:

Միջառարկայական խնդիրներ լուծելու կարողության հիմքում ընկած է մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդը: Ինչպես արդեն նշել ենք (ենթագլուխ 1.2) մաթեմատիկական մոդելավորման գործընթացը պարունակում է երեք փուլ. ձևականացում (մաթեմատիկական մոդելի կառուցում), ներմոդելային լուծում (մոդելի ուսումնասիրում) և ստացված արդյունքների մեկնաբանություն (ստացված լուծման ստուգում և մեկնաբանում տվյալ խնդրի շրջանակներում): Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում հանդիպող միջառարկայական բնույթի խնդիրների մեծամասնությունը պարունակում են իդեալական նկարագրություն՝ իրական երևույթի մոդել: Ընդ որում՝ անհրաժեշտ տեղեկատվությունը նշվում է խնդրի պայմանում, և աշակերտն արդեն կարիք չունի որոշել, թե դիտարկվող երևույթը բնութագրող մեծություններից որոնք է հարկավոր դիտարկել մաթեմատիկական մոդել կազմելու համար: Այս իրադրությունը հնարավորություն չի տալիս ամբողջությամբ բացահայտել մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի էությունը, դրա կիրառման հնարավորությունները իրական գործընթացների և երևույթների ուսումնասիրության նկատմամբ:

Չետևաբար, ուսուցման գործընթացում անհրաժեշտ է օգտագործել միջառարկայական խնդիրներ, որոնց լուծումը ներառում է մաթեմատիկական մոդելավորման բոլոր փուլերը:

Միջառարկայական նյութի յուրացման մակարդակների հարաբերակցումը մոդելավորման գործընթացի իրականացման բարդության հետ, որը կիրառվում է այս կամ այն խնդրի լուծման ժամանակ, հնարավորություն է տալիս դասակարգել միջառարկայական խնդիրները, ինչը թույլ է տալիս առավել իմաստավորված և նպատակաուղղված օգտագործել դրանք

սովորողների մաթեմատիկական պատրաստմանը ներկայացվող մակարդակային տարբերակման պահանջների իրականացման գործընթացում:

Մոդելավորման մեթոդը ոչ միայն միջառարկայական խնդիրների լուծման, այլև մաթեմատիկայի ուսուցման հատուկ մեթոդ է: Այս մոտեցումը հիմնավորվում է նրանով, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում պետք է ինչ-որ չափով բացահայտել իրական աշխարհի մասին գիտելիքները և այլ ուրույնների հետ դրա կապերը: Հետևաբար, մաթեմատիկայի ուսուցումը պետք է սկսվի իրական իրադրությունների և դրանցում առաջացող խնդիրների դիտարկումից, դրանց մաթեմատիկական նկարագրության համար միջոցների որոնումից, համապատասխան մաթեմատիկական մոդելների կառուցումից: Հետագայում ուսումնասիրության օբյեկտ են դառնում հենց այդ մոդելները, դրանց հետազոտման միջոցները, որոնք հանգեցնում են սովորողների տեսական գիտելիքների ընդլայնմանը: Համապատասխան տեսության կառուցումից հետո մաթեմատիկական կիրառվում է միջառարկայական խնդիրների լուծման մեջ: Այսպես կազմակերպված ուսուցումն ապահովում է միջառարկայական կապերի լիովին բնական՝ երկկողմանի իրականացում:

Մենք կդիտարկենք խնդիրների միջոցով միջառարկայական կապերի իրականացումը: Վ.Ն.Մաքսիմովայի [96], Ե.Ն.Ֆյոդորովայի [139], Ի.Դ.Չվերևի [71], Ա.Վ.Ուսովայի [135] հետազոտություններում միջառարկայական խնդիրները միջառարկայական կապերի իրականացման առաջատար միջոցներից են: Երբ խոսքը մաթեմատիկայի դասերին միջառարկայական կապերի իրականացման մասին է, այդ կապերը առավել արդյունավետ և բնական իրականացվում են միջառարկայական խնդիրների լուծման միջոցով: Սակայն միջառարկայական խնդիրները՝ նույնիսկ դրանց թեմատիկայի և բովանդակության լավագույն մշակման դեպքում, չեն կարող լիարժեք համակարգ կազմել, որը կապահովի մաթեմատիկայի դասերին ուսումնասիրվող նյութի բազմակողմանի յուրացումը: Խոսքը սովորական խնդիրների համակարգը նորերով լրացնելու մասին է՝ ուղղված հանրահաշվի և ֆիզիկայի

միջառարկայական կապերի իրականացմանը: Մեր դեպքում առաջադրանքի միջառարկայական բնույթը ոչ միայն խնդրին պայմանի համապատասխան ձևակերպման, խնդրի ֆաբուլայի մեջ «ֆիզիկայի տարրի» ներմուծման պահանջ է ներկայացնում, այլ նաև բովանդակային նյութը տարբերակվում է ըստ գիտելիքների յուրացման մակարդակների:

Միջառարկայական խնդիրները լուծելու կարողության հիմքում հիմնականում ընկած է համապատասխան մաթեմատիկական և ֆիզիկական նյութի իմացությունը, իսկ բացի դրանից՝ նաև տվյալ խնդրի լուծման մեջ մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդը կիրառելու կարողությունը: Մաթեմատիկական մոդել կառուցելով, մենք առաջադրանքի միջառարկայական բնույթը թողնում ենք դիտարկման շրջանակներից դուրս ու դիմում ենք խնդրի մաթեմատիկական բովանդակությանը:

Դասակարգենք միջառարկայական առաջադրանքները, որոնք օգտագործվում են մաթեմատիկայի դասերին, դրա հիմքում դնելով մաթեմատիկական մոդելավորման գործընթացը (որն իրականացվում է խնդրի լուծման ընթացքում) և դրա հիմնական փուլերը: Ընդ որում, նաև կոնկրետացնենք միջառարկայական խնդիրների յուրաքանչյուր դասի գործառնությունները, որոնց յուրահատկությունը պայմանավորված է ոչ միայն միջառարկայական բովանդակությամբ, այլ նաև ուսուցման տարբերակվածությամբ:

Միջառարկայական խնդիրների առաջին դասի մեջ են մտնում այն առաջադրանքները, որոնցում լուծման գործընթացից բացառված է ձևականացման փուլը, այսինքն լուծման համար անհրաժեշտ մաթեմատիկական մոդելը պարունակվում է խնդրի պայմանում: Այսպիսով, լուծումը այս դեպքում ներառում է խնդրում նկարագրված երևույթի մոդելի մաթեմատիկական ուսումնասիրումը և ստացված մաթեմատիկական արդյունքների մեկնաբանումը՝ դրանց իրական լինելու տեսանկյունից:

Միջառարկայական խնդիրների այս դասի հիմնական գործառնությունը սովորողների մաթեմատիկական գիտելիքների և կարողությունների ձևավորումն ու կատարելագործումն է, ընդ որում այդ մաթեմատիկական ապարատի տիրապետման մակարդակը

հետագայում անդրադառնալով է ոչ միայն աշակերտի մաթեմատիկական կրթությանը, ընդսմին, խնդրի պայմանում ֆիզիկայի բանաձևերի, ֆիզիկական երևույթների և գործընթացների օգտագործումը կծառայի ոչ միայն ֆիզիկայի դասերին անցած նյութի կրկնությանը, այլև ֆիզիկայում մաթեմատիկական մեթոդների կիրառման ցուցադրմանը:

Մոդելի ներմաթեմատիկական հետազոտության բարդությունը թույլ է տալիս առաջին դասի միջառարկայական խնդիրները բաժանել երեք տեսակի.

1. Խնդիրներ, որոնց պայմանը պարունակում է տվյալ մաթեմատիկական մոդելում առկա բոլոր մեծությունների նշանակումները: Լուծման ժամանակ անհրաժեշտ է մոդելի մաթեմատիկական հետազոտում անցկացնել, իսկ արդյունքը մեկնաբանել ուսումնասիրվող երևույթի հասկացություններով:

2. Խնդիրներ, որոնցում որոշակի մաթեմատիկական մոդելը պարունակում է մեծություններ, որոնց արժեքները նախապես պետք է հաշվել, կամ հաստատուններ, որոնց թվային արժեքները անհրաժեշտ է գտնել աղյուսակներում կամ տեղեկատուներում:

3. Խնդիրներ, որոնց լուծման համար պայմանում բերված մոդելը անհրաժեշտ է նախապես վերափոխել մեկ այլ, առավել հարմար տեսքի:

Դիտարկենք այ դասի առաջադրանքների օրինակներ.

Առաջադրանք 1. Ուղղահայաց վեր նետված մարմինը $v_0 = 20$ մ/վ արագությամբ շարժվում է $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ օրենքով: Ընդունելով $g \approx 10$ մ/վ², իսկ $h = v_0 t - 5t^2$, հաշվել, թե ե՞րբ այն կլինի 15 մ բարձրության վրա:

Այս առաջադրանքի լուծումը հանգեցվում է $t^2 - 4t + 3 = 0$, հավասարման լուծմանը, որտեղից ստացվում է, որ $t_1 = 1$, $t_2 = 3$:

Այսպես, ստացված $t_1 = 1$, $t_2 = 3$ արժեքների համար, պայմանի մեջ մտնող բոլոր ֆիզիկական մեծություններն ունեն նկարագրված երևույթին համապատասխան իմաստ, այսինքն, հավասարման երկու արմատները խնդրի լուծումներն են: Ելնելով խնդրի պայմանի

Ֆիզիկական իմաստից, ստանում ենք վերջնական պատասխանը. մարմինը նշված բարձրության վրա կլինի երկու անգամ՝ շարժումը սկսելու 1վ, և 3վ հետո:

Ուսուցիչը, փոփոխելով առաջադրանքի պայմանները, կարող է առաջարկել լուծել քառակուսի հավասարում, որն ունի երկու հավասար արմատ, կամ արմատ չունի, կամ ունի հակադարձ նշաններով արմատներ (այս դեպքերից յուրաքանչյուրը ստանում է համապատասխան ֆիզիկական մեկնաբանություն):

Առաջադրանք 2: Ուղղահայց վեր նետված քարը 4վ-ից ընկնում է գետնին: Քարի շարժումը նկարագրվում է $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ օրենքով, իսկ դրա արագությունը փոխվում է $v = v_0 - gt$ օրենքով:

Որքա՞ն ժամանակից քարը կհայտնվի 30մ բարձրության վրա:

Ընդունելով ազատ անկման արագացումը 10մ/վ^2 , շարժման և արագության փոփոխման օրենքները գրառենք հետևյալ տեսքով.

$$h = v_0 t - 5t^2, \quad v = v_0 - 10t:$$

Քանի որ քարի թռիչքի ժամանակը կազմված է վերելքի (2վ) և վայրէջքի (2վ) ժամանակներից և քարի արագությունը ուղեծրի բարձրագույն կետում $v = 0$, կարող ենք հաշվել, թե ինչ սկզբնական արագությամբ է նետվել քարը. $v_0 = 20\text{մ/վ}$:

Սա վերջնականորեն որոշում է շարժման օրենքը՝ $h = 20t - 5t^2$:

Այսպիսով, նկարագրված ֆիզիկական երևույթի մաթեմատիկական մոդելը հետևյալ քառակուսի հավասարումն է.

$$-5t^2 + 20t - 30 = 0:$$

Այս հավասարման տարբերիչը բացասական է, որը վկայում է այն մասին, որ հավասարումն արմատներ չունի:

Հետևաբար, եթե շարժումը տեղի է ունենում բերված պայմաններին համապատասխան, քարը չի հասնի 30մ բարձրության:

Առաջադրանք 3. Փոքր չափերի քարայծը գետնից վերև է հիվում 12մ/վ արագությամբ, դրա շարժումը թռիչքի ժամանակ որոշվում է

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ օրենքի համաձայն: Գտնել.}$$

ա) թռիչքի առավելագույն բարձրությունը,

բ) թռիչքի ժամանակը:

Թռիչքի առավելագույն բարձրությունը գտնելու համար անհրաժեշտ է գտնել $h=12t-5t^2$ արտահայտության մեծագույն արժեքը, իսկ դրա համար կազմված մաթեմատիկական մոդելից կարելի է առանձնացնել լրիվ քառակուսի.

$$h = -5(t^2 - 2,4t) = -5(t^2 - 2,4t + 1,44 - 1,44) = -5(t - 1,2)^2 + 7,2$$

Ստացված արտահայտության վերլուծությունից հետևում է, որ քարայծի թռիչքի բարձրության առավելագույն՝ $h=7,2$ արժեքը հնարավոր է, եթե $t=1,2$: Ստացված $h=7,2$ դմ և $t=1,2$ վ արժեքները համապատասխանում են խնդրի ֆիզիկական իմաստին: Այսպիսով, քարայծի թռիչքի բարձրությունը 7,2 դմ է, իսկ այդ բարձրությունը հասնելու ժամանակը՝ 1,2 վ: Քանի որ թռիչքի ընթացքում քարայծը ոչ միայն հասնում է այդ բարձրությանը, այլև իջնում է, թռիչքը տևում է 2,4 վ:

Թռիչքի տևողությունը կարելի է հաշվել մեկ այլ եղանակով, եթե հաշվի առնենք, որ վայրէջքի ժամանակ $h=0$, հետևաբար դրա համար անհրաժեշտ է լուծել հետևյալ թերի քառակուսային հավասարումը.

$$-5t^2 + 12t = 0, t_1 = 0, t_2 = 2,4$$

Խնդրի պայմանին բավարարող երկու արմատի առկայությունը վկայում է, որ երկրի մակերևույթի վրա՝ $h=0$, քարայծը գտնվում է մինչև թռիչքը ($t=0$) և դրա ավարտից հետո ($t=2,4$ վ), հետևաբար թռիչքը տևում է 2,4 վ:

Ուսուցման գործընթացում առաջին դասի առաջադրանքների օգտագործումը թույլ է տալիս հաշվի առնել հիմնական դպրոցի հանրահաշվի դասընթացի կիրառական ուղղվածությունը, սովորողներին զինում է կարողություններով և հմտություններով (հավասարումների լուծում, արտահայտությունների համարժեք ձևափոխություններ, ֆունկցիաների գրաֆիկների կառուցում և այլն), որոնք լայնորեն կիրառվում են ինչպես տարատեսակ մաթեմատիկական, նաև՝ ոչ մաթեմատիկական խնդիրների լուծման ժամանակ:

Երկրորդ դասը ներառում է միջառարկայական խնդիրներ, որոնց լուծման ընթացքում անհրաժեշտ է անցնել մաթեմատիկական մոդելավորման բոլոր երեք փուլերը. մաթեմատիկական մոդելի

կառուցում, ներմոդելային լուծում և ստացված արդյունքների մեկնաբանում:

Այս դասի առաջադրանքների նպատակը սովորողներին մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդին ծանոթացնելն է: Այդպիսի առաջադրանքներում մաթեմատիկական մոդելը սովորողները պետք է ինքնուրույն կառուցեն՝ ելնելով որոշակի ֆիզիկական պատկերացումներից: Բնական է, որ այս կարգի առաջադրանքները կատարում են նաև վերևում դիտարկված գործառնայթը՝ սովորողների մաթեմատիկական գիտելիքների խորացումն ու կատարելագործումը: Մաթեմատիկական մոդելի կառուցման ինքնուրույնության աստիճանը կարող է տարբեր լինել. հենց այս հիմքի վրա են առանձնացնում առաջադրանքների հետևյալ տեսակները.

1. Առաջադրանքներ, որոնց պայմաններում նշված է, թե որ մեծություների միջև է անհրաժեշտ կապ հաստատել մաթեմատիկական մոդելի կառուցման ժամանակ և բերված են դրա համար անհրաժեշտ տվյալներ:

2. Առաջադրանքներ, որոնցում մաթեմատիկական մոդելի կառուցման համար անհրաժեշտ տվյալները բերված են պայմանում, սակայն նշված չէ, թե որ մեծություներն է կարելի ընդունել որպես փաստարկ: Այս տեսակի առաջադրանքներում կարող են բացակայել արդյունակային մեծություների թվային արժեքները կամ ֆիզիկական հաստատունների արժեքները, որոնք անհրաժեշտ են ներմոդելային լուծման համար. դրանք պետք է ինքնուրույն գտնվեն:

3. Առաջադրանքներ, որոնք պարունակում են միայն ինչ-որ ֆիզիկական երևույթի նկարագրություն, որի մաթեմատիկական մոդելը պետք է կառուցել:

4. Առաջադրանքներ, որոնց պահանջները վերաբերում են այս կամ այն իրական ֆիզիկական օբյեկտին կամ երևույթին: Սովորողներին անհրաժեշտ է ինքնուրույն որոշել, թե ինչպիսի մաթեմատիկական մոդել կառուցել, որը կնկարագրի տվյալ օբյեկտը, և մեծություներից որոնք է հարկավոր չափել, որպեսզի այնուհետև չափումների միջոցով ստացվի ցանկալի արդյունքը:

Բերենք այդպիսի առաջադրանքների օրինակներ դիֆերենցիալ հավասարումների կիրառմամբ:

Դիֆերենցիալ հավասարումները կիրառական խնդիրների մաթեմատիկական լուծման ամենահզոր միջոցներից են: Հատկապես լայնորեն դրանք օգտագործվում են տեսական մեխանիկայում և ֆիզիկայում:

Ինչպես արդեն ասվել է, ցանկացած խնդրի մաթեմատիկական հետազոտություն, որը վերաբերում է իրական աշխարհին, բաժանվում է երեք հիմնական փուլի.

ա) երևույթի մաթեմատիկական մոդելի կառուցում,

բ) այդ մաթեմատիկական մոդելի ուսումնասիրում և համապատասխան մաթեմատիկական խնդրի ձևակերպում և լուծում,

Օրինակ, մաթեմատիկական որոշ մեթոդներ, որոնք ծագել են հիդրոդինամիկայի հարցերի ուսումնասիրման ժամանակ, կիրառելի են աերոդինամիկայի, էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի տեսությունների, գրավիտացիոն տեսության և ֆիզիկայի ու տեխնիկայի այլ ոլորտների նկատմամբ:

Երևույթի կամ գործընթացի մաթեմատիկական մոդելի կառուցման ժամանակ անհրաժեշտ է դրա իդեալականացում և ձևայնացում: Երևույթի իդեալականացման դեպքում պայմանները, որոնք էականորեն ազդում են դրա վրա, առանձնացվում են այն պայմաններից, որոնք այդպիսի ներգործությունն չունեն (ծայրահեղ դեպքում, այն շրջակայքում, որում մենք լուծում ենք խնդիրը): Օրինակ, ճոճանակի շարժումն ուսումնասիրելիս առաջին մոտարկման ժամանակ անտեսում են օդի դիմադրությունը, կախման տեղում շփումը, թելի ճկունությունը, բեռի ձևը և այլն: Այդպես առաջանում է ուսումնասիրվող երևույթի իդեալականացված սխեմա, որը ֆիզիկայում կոչվում է մաթեմատիկական ճոճանակ: Այս իդեալականացված սխեմայի ուսումնասիրությունը արդեն կարելի է ձևայնացնել՝ կազմելով շարժման դիֆերենցիալ հավասարումը:

Հեշտ է տեսնել, որ այն ունի $\varphi'' + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0$ տեսքը, որում φ -ն թելի շեղման անկյունն է ուղղաձիգից, l -ը թելի երկարությունը, g -ն՝ ազատ անկման արագացումը: Այս հավասարման լուծման դեպքում

ֆի փոքր արժեքների դեպքում $\sin\varphi \approx \varphi$ մոտարկումը, որը թույլ է տալիս ստացված հավասարումը փոխարինել առավել պարզով՝ $\varphi'' + \frac{g}{l}\varphi = 0$:

Այս հավասարման լուծումը արտահայտվում է եռանկյունաչափական ֆունկցիաներով: Դրանով իսկ լուծումը հանգեցվեց եռանկյունաչափական ֆունկցիաների՝ լավ ուսումնասիրված մաթեմատիկական մոդելի կիրառման:

Իհարկե, անհրաժեշտ է նաև ուսումնասիրել, թե ինչ սահմաններում են թույլատրելի կատարված պարզեցումները, ինչպես կփոխվի լուծումը անտեսված գործոնների հաշվառման դեպքում և այլն: Օրինակ, օդի դիմադրության հաշվառումը կբերի նրան, որ լուծումը մարող տատանումները նկարագրող տեսք կընդունի: Այնուհետև, հարկավոր է պարզել, թե ինչպիսի այլ երևույթներ են նկարագրվում մաթեմատիկական մոդելի նույն ձևականացվածությամբ (դրանց թվին են պատկանում հեղուկների և գազերի տատանման տարբեր տեսակները, էլեկտրամագնիսական տատանումները և այլն):

Դիֆերենցիալ հավասարումների միջոցով ֆիզիկայի կամ մեխանիկայի խնդիրների լուծումը բաժանվում է փուլերի.

- ա) դիֆերենցիալ հավասարման կազմում,
- բ) այդ հավասարման լուծում,
- գ) ստացված լուծման ուսումնասիրում:

Ընդ որում, խորհուրդ է տրվում գործողություններն իրականացնել հաջորդականությամբ.

1. Սահմանել փոփոխական մեծությունները և բացահայտել դրանք կապող ֆիզիկական օրենքները:
2. Ընտրել անկախ փոփոխականը և կառուցել այն ֆունկցիոնալ առնչությունը, որն անհրաժեշտ է դիտարկել:
3. Ելնելով խնդրի պայմաններից, որոշել սկզբնական կամ եզրային պայմանները:
4. Խնդրի պայմանում նշված բոլոր մեծություններն արտահայտել անկախ փոփոխականի միջոցով, ստանալ որոնելի

ֆունկցիոնալ առնչության մաթեմատիկական բանաձևը և հաշվել այդ ֆունկցիայի ածանցյալը:

5. Ելնելով խնդրի պայմաններից և համապատասխան ֆիզիկական օրենքից, կազմել դիֆերենցիալ հավասարում:

6. Գտնել դիֆերենցիալ հավասարման ընդհանուր լուծում:

7. Ըստ սկզբնական կամ եզրային պայմանների գտնել մասնավոր լուծում:

8. Ուսումնասիրել ստացված լուծումը:

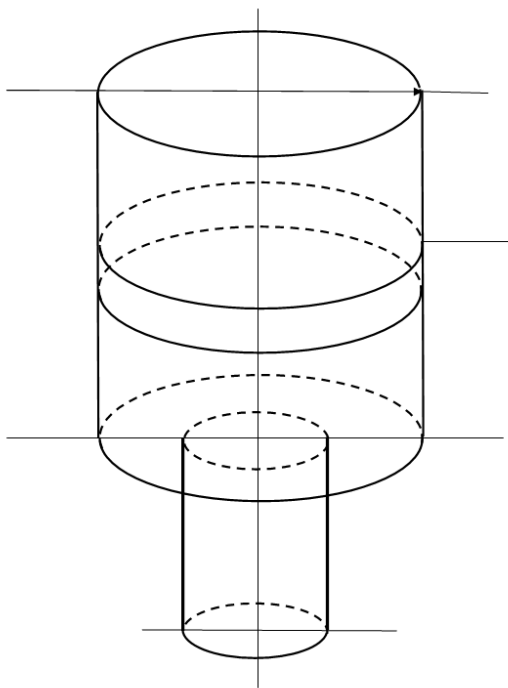
Շատ դեպքերում առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարման կազմումը հենվում է այսպես կոչված «գործընթացի գծայնացման» վրա: Որպես կանոն կարելի է համարել, որ այս կամ այն գործընթացին մասնակցող մեծությունները փոքր ժամանակահատվածի ընթացքում փոփոխվում են հաստատուն արագությամբ: Դա թույլ է տալիս կիրառել ֆիզիկայի հայտնի օրենքները, որոնք նկարագրում են հավասարաչափ ընթացող գործընթացները $[t, t+\Delta t]$ ժամանակահատվածում: Ստացվող հավասարություններն ունեն միայն մոտավոր բնույթ, քանի որ մեծությունները փոխվում են, նույնիսկ կարճ ժամանակամիջոցում՝ ընդհանուր առմամբ անհավասարաչափ: Սակայն, եթե ստացված հավասարության երկու մասերը բաժանենք Δt -ի և անցնենք սահմանի, երբ Δt -ն ձգտում է 0-ի, կստացվի ճշմարիտ հավասարություն: Գործընթացի այս օրինակ նկարագրերը պարունակում են t ժամանակը, ժամանակի ընթացքում փոփոխվող ֆիզիկական մեծությունները և դրանց ածանցյալները, այսինքն՝ դրանք դիֆերենցիալ հավասարումներ են, որոնք նկարագրում են տվյալ երևույթը:

Այսպիսով, դիֆերենցիալ հավասարում կազմելիս մենք ասես ակնթարթային լուսանկար ենք անում (տվյալ ժամանակահատվածում) գործընթացի ընթացքի մասին, իսկ հավասարման լուծման ժամանակ այս ակնթարթային լուսանկարներով վերականգնում ենք ողջ ընթացքը: Այսպես, դիֆերենցիալ հավասարումների միջոցով ֆիզիկական խնդիրների լուծման հիմքում ընկած է գծայնացման ընդհանուր գաղափարը՝ կարճ ժամանակահատվածներում ֆունկցիաների փոխարինումը գծային ֆունկցիաներով: Եվ չնայած հանդիպում են գործընթացներ (օրինակ բրոունյան շարժում), որոնց

համար գծայնացումն անհնար է, քանի որ տվյալ ժամանակահատվածում որոշ մեծությունների փոփոխման արագությունները հայտնի չեն, դեպքերի ճնշող մեծամասնությունում դիֆերենցիալ հավասարումների մեթոդը անխափան է գործում:

Օրինակ 1: Ջրով լցված գլանաձև անոթի (որն ունի H բարձրություն և հիմքի R տրամագիծ) հատակին S մակերեսով փոքր անցք է բացված: Որքա՞ն ժամանակահատվածում անցքից դուրս կհոսի ողջ ջուրը, եթե ջրի $1/3$ -րդ մասը հոսում է t_1 վայրկյանում:

Լուծում: Եթե ջրի արտահոսքը հավասարաչափ տեղի ունենար, ապա խնդիրը լուծելը որևէ բարդություն չէր առաջացնի՝ ողջ ջուրը կթափվեր $3t_1$ -ի ընթացքում: Սակայն դիտումները ցույց են տալիս, որ սկզբում ջուրն արագ է թափվում, իսկ ջրի մակարդակի իջեցման չափով դրահոսքի արագությունը փոքրանում է:



Այդ պատճառով հարկավոր է հաշվի առնել հոսքի v արագության և հեղուկի սյան h բարձրության միջև կախվածությունը: Իտալացի ֆիզիկոս Տորիչելլիի անցկացրած հետազոտությունները ցույց են տվել, որ v -ն մոտավորապես արտահայտվում է $v = k\sqrt{2gh}$ բանաձևով, որում g -ն ազատ անկման արագացումն է, k -ն՝ չափողականությունն չունեցող գործակից, որը կախված է հեղուկի մածուցիկությունից և անցքի ձևից

(օրինակ, ջրի համար և կլոր անցքի դեպքում $k=0,6$):

Նկ.3

Կատարենք հոսքի գործընթացի «ակնթարթային լուսանկար» $[t; t+\Delta t]$ ժամանակաընթացքում: Թող այդ ժամանակահատվածի սկզբում հեղուկի բարձրությունը անցքի նկատմամբ հավասարվել է h -ի, իսկ վերջում այն իջել է և հավասարվել $h+\Delta h$, որտեղ Δh -ը բարձրության

«աճն է», որը ակնհայտորեն բացասական է: Այդ դեպքում հեղուկի ծավալը, որը հոսել է անոթից, հավասար է գլանի ծավալին:

Այդ հեղուկը թափվում է հիմքի S մակերես ունեցող գլանաձև շիթի տեսքով: Դրա բարձրությունը հավասար է այն ճանապարհին, որը անցնում է անոթից հոսած հեղուկը $[t; t+\Delta t]$ ժամանակահատվածում: Այդ ժամանակի սկզբում հոսքի արագությունը ըստ Տորրիչելլիի օրենքի $k\sqrt{2gh}$ է, իսկ վերջում՝ $k\sqrt{2g(h+\Delta h)}$: Եթե Δt -ն շատ փոքր է, ապա շատ փոքր է նաև Δh -ը, ուստի արագության ստացված արտահայտությունները գրեթե նույնն են: $[t; t+\Delta t]$ ժամանակահատվածում հեղուկի անցած ճանապարհը որոշվում է $(k\sqrt{2gh} + \alpha)\Delta t$ բանաձևով, որում $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \alpha = 0$: Ուստի $[t; t+\Delta t]$ ժամանակահատվածում թափված ջրի ծավալը՝ $\Delta V = (k\sqrt{2gh} + \alpha)S\Delta t$: Այսպիսով, ստացանք $[t; t+\Delta t]$ ժամանակահատվածում թափված ջրի ծավալի հաշվման երկու բանաձևեր, որոնք հավասարեցնելով, կստանանք.

$$-\pi R^2 \Delta h = (k\sqrt{2gh} + \alpha)S\Delta:$$

Ստացված հավասարման երկու մասերը բաժանելով Δt -ի, կատարելով $\Delta t \rightarrow 0$ սահմանային անցում և հաշվի առնելով, որ $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \alpha = 0$,

իսկ $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta t} = h'$, կստանանք $-\pi R^2 h' = k\sqrt{2gh} S$ դիֆերենցիալ հավասարումը, որը համարժեք է հետևյալ հավասարմանը.

$$-\pi R^2 dh = k\sqrt{2gh} S dt:$$

Կատարելով փոփոխականի փոխարինում, $\frac{\pi R^2}{Sk\sqrt{2g}}$

կոտորակը նշանակելով A -ով և հավասարման երկու մասերը ինտեգրելով, կստանանք $dt = \frac{-Adh}{\sqrt{h}}$, որից էլ՝ $t = -A(2\sqrt{h} + C)$: Այսպիսով, ստացվեց ֆունկցիոնալ կախվածություն, որում առկա հաստատունները կախված են գլանաձև անոթի անցքի չափերից, հեղուկի տեսակից և այլ պարամետրերից:

Ա և C հաստատունների արժեքները որոշվում են խնդրի լուծման ընթացքում: Դրանց արժեքները մեզ անհայտ են, սակայն դրանք կարելի է գտնել՝ հաշվի առնելով դեռևս չօգտագործված խնդրի պայմանները:

Սկզբում գտնենք C -ի արժեքը: Դրա համար օգտագործենք սկզբնական պայմանները: Ըստ խնդրի պայմանի՝ հոսքի սկզբում անոթը լցված էր, այսինքն հեղուկի սյան բարձրությունը հավասար

Էր H : Այլ կերպ ասած, $t=0$ դեպքում ունենք $h=H$: (1) հավասարման մեջ տեղադրելով $t=0$, $h=H$ արժեքները, ստանում ենք՝

$$0 = -A(2\sqrt{H} + C), \text{ որտեղից } C = -2\sqrt{H}:$$

Ուստի (1) հավասարումը կձևափոխվի հետևյալ տեսքի՝

$$t = 2A(\sqrt{H} - \sqrt{h})$$

A -ի արժեքը գտնելու համար հիշենք, որ առաջին t_1 ժամանակի համար հոսել է ողջ հեղուկի $1/3$ -ը: Դրան համապատասխանում է հեղուկի մակարդակի իջեցումը

$H/3$ -ով: Այլ կերպ ասած $t=t_1$ -ի դեպքում ունենք.

$$h = H - \frac{H}{3} = \frac{2}{3}H$$

$$\text{Այստեղից գտնում ենք, որ. } t_1 = 2A\left(\sqrt{H} - \sqrt{\frac{2}{3}H}\right) = 2A\sqrt{H}\left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$$

$$A = \frac{t_1}{2\sqrt{H}\left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)} = \frac{3t_1\left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)}{2\sqrt{H}}: (4)$$

Այժմ արդեն հեշտությամբ կարելի է գտնել անոթի դատարկման ժամանակը. մեզ հարկավոր է գտնել t -ի այն արժեքը, որի դեպքում $h=0$.

$$t = 2A(\sqrt{H} - \sqrt{0}) = \frac{3t_1\left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)}{\sqrt{H}}(\sqrt{H} - 0) = 3t_1\left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$$

$$t\text{-ի ստացված արժեքը } \left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \approx 1,82 \text{ անգամ մեծ է } 3t_1\text{-ի արժեքից, որը}$$

կստացվեր, եթե հեղուկը հավասարաչափ թափվեր:

Իհարկե այս լուծումն էլ ճշգրիտ չէ. մենք անտեսել ենք, օրինակ, մազականոթյան երևույթները (իսկ դրանք կարևոր են, եթե անցքի տրամագիծը փոքր է), այսպես կոչված սահմանային շերտը (հեղուկի շերտը անցքի պատերի մոտակայքում, որում տեղի է ունենում արագության արժեքների փոփոխությունն O -ից v -ի) և բազմաթիվ այլ գործոններ: Սակայն, այնուամենայնիվ, այն ավելի

ճշգրիտ է, քան այն լուծումը, որը հիմնված է հեղուկի հավասարաչափ հոսքի ենթադրության վրա:

Վերջում ուսումնասիրում ենք ստացված լուծումը: Դրա համար

(4) հավասարման մեջ տեղադրելով $A = \frac{\pi R^2}{kS\sqrt{2g}}$ արժեքը, գտնելով t_1 -ը,

կստանանք, որ.

$$t = 3t_1 \left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) = \frac{2\pi R^2 \sqrt{H}}{kS\sqrt{2g}}:$$

Պարզ է, որ որքան մեծ են R -ի և H -ի արժեքները (անոթի չափերը), այնքան երկար կհոսի հեղուկը դրանից, ինչպես և դա բխում է ստացված պատասխանից: Այնուհետև որքան մեծ է S -ը (այսինքն անցքի մակերեսը), այնքան արագ հեղուկն անոթից դուրս կհոսի:

Այսպիսով, ստացված բանաձևը «դիմացավ առողջ բանականության» փորձությանը: Այն պետք է նաև փորձարկել չափողականության տեսանկյունից: Նկատենք, որ Բերնուլլիի բանաձևում k գործակիցը հաստատուն չէ և այդ պատճառով ունենք, որ

$$c = \frac{\text{cm}^2 \sqrt{\text{cm}}}{\text{cm}^2 \sqrt{\text{cm}/\text{c}^2}} = c:$$

Ստուգումը հաստատում է, որ առաջադրանքը ճիշտ է լուծված:

Առաջադրանքների երկրորդ տեսակը տարբերվում է առաջինից, այս առաջադրանքները ավելի շուտ ներկայացնում են աշխատանքներ՝ ինչ-որ ֆիզիկական օրինաչափություն մաթեմատիկական միջոցով ուսումնասիրելու ուղղությամբ: Մինչդեռ երկրորդ տեսակի խնդիրների լուծումը ներառում է հետազոտության անցկացման պլանավորում, մեծությունների չափում, որոնք բաց են թողնվում մյուս առաջադրանքներում՝ կապված պայմանի իդեալական առաջադրման հետ: Այդպիսի առաջադրանքների վրա աշխատանքը, որպես կանոն, շատ ժամանակ է իլում, սակայն դրանք առավելագույն չափով են համապատասխանում այն խնդիրներին, որոնք հարկ է լինում լուծել առտնին կյանքում և գիտության մեջ՝ մաթեմատիկայի միջոցներով: Հենց այդ պատճառով, առաջադրանքների այս տեսակը հարկավոր է առաջարկել դասարանի բոլոր սովորողներին, անկախ այն բանից, թե որ մակարդակում են նրանք գտնվում: Այսպիսի խնդիրների լուծումը

հարկավոր է կազմակերպել հետերոգեն խմբում: Բերենք այդպիսի խնդիրների երկու օրինակ:

Օրինակ 2: Անկարգել որդը շարժվում է ծանրության ուժի ազդեցությամբ: Գտնել նրա բարձրության փոփոխության օրենքը երկրի մակերևույթի նկատմամբ, եթե օդի դիմադրության ուժն ուղիղ համեմատական է նրա անկման արագությանը, իսկ անկման սկզբում նա գտնվել է Խբարձրության վրա՝ դադարի վիճակում:

Լուծում: Ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի ունենք $F=ma$: Եթե ընտրենք կոորդինատային համակարգի հարմար ուղղությունն, ապա $F=-mg-kv$ (ծանրության ուժը ուղղված է շարժման հակառակ ուղղությամբ, իսկ օդի դիմադրության ուժն ուղղված է անկման արագությանը հակառակ ուղղությամբ): Այդ պատճառով $F=ma$ հավասարությունը ընդունում է $ma=-mg-kv$ տեսքը: Քանի որ արագացումը արագության ածանցյալ է ($a=v'$), ապա ստանում են դիֆերենցիալ հավասարում. $mv'=-mg-kv$ կամ

$$v' = -g - \frac{k}{m}v: \quad (5)$$

Սկզբնական պայմանն ունի հետևյալ տեսքը՝ $v(0)=0$ (անկման սկզբնական արագությունը 0 է):

(5) հավասարման մեջ կատարելով փոփոխականների անջատում և

$$\text{ինտեգրելով կստանանք } -\int \frac{dv}{g + \frac{k}{m}v} = \int dt,$$

$$\text{որտեղից՝ } -\frac{m}{k} \ln\left(g + \frac{k}{m}v\right) = t + C$$

Քանի որ $t=0$ դեպքում ունենք $v=0$, ապա $C = -\frac{m}{k} \ln g$, ուստի

$$t = \frac{m}{k} \ln g - \frac{m}{k} \ln\left(g + \frac{k}{m}v\right) = \frac{m}{k} \ln \frac{g}{g + \frac{k}{m}v}$$

կամ

$$\frac{g}{g + \frac{k}{m}v} = e^{\frac{kt}{m}}, \quad g + \frac{k}{m}v = ge^{-\frac{kt}{m}}$$

Այստեղից գտնում ենք, որ

$$v = \frac{mg}{k} \left(e^{\frac{-k}{m}t} - 1 \right): \quad (6)$$

Մենք ստացանք արագության փոփոխման օրենքը ժամանակի ընթացքում: Այժմ գտնենք անկարգել որդի հեարձրության փոփոխման օրենքը: Դրա համար նկատենք, որ $v = h'$, ստանում ենք դիֆերենցիալ հավասարում.

$$h' = \frac{mg}{k} \left(e^{\frac{-k}{m}t} - 1 \right): \quad (7)$$

Սրանից բխում է, որ

$$h = \frac{mg}{k} \int \left(e^{\frac{-k}{m}t} - 1 \right) dt = \frac{mg}{k} \left(-\frac{m}{k} e^{\frac{-k}{m}t} - t \right) + C: \quad (8)$$

Ըստ պայմանի $t=0$ դեպքում ունենք $h=H$: Այդ արժեքները (8)-ում տեղադրելով՝ ստանում ենք, որ $C = H + \frac{m^2 g}{k^2}$, հետևաբար՝

$$h = H + \frac{m^2 g}{k^2} \left(1 - \frac{k}{m} t - e^{\frac{-k}{m}t} \right) \quad (9)$$

տի փոքր արժեքների դեպքում ունենք՝

$$e^{\frac{-k}{m}t} \approx 1 - \frac{kt}{m}:$$

Ուստի, (7)-ից ստանում ենք, որ $v \approx -gt$: Սա ցույց է տալիս, որ անկման սկզբում անկարգել որդը գրեթե հավասարաչափ արագամամբ է շարժվում: Սակայն հետագայում օդի դիմադրությունը զգալի է դառնում, և $t \rightarrow +\infty$ դեպքում ունենք՝ $e^{\frac{-k}{m}t} \rightarrow 0$, այդ պատճառով $v \rightarrow k - \frac{mg}{k}$ -ի: Այլ կերպ ասած, շարժումը գրեթե դառնում է $-\frac{mg}{k}$ արագությամբ հավասարաչափ շարժում: (9)-րդ բանաձևից կարելի է մոտավորապես գտնել այն ժամանակը, որի ընթացքում օդապարիկորդը կընկնի գետին: Դրա համար հաշվի առնենք, որ $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{\frac{-k}{m}t} = 0$, և ըստ (9) բանաձևի գրենք մոտավոր հավասարում

$$H + \frac{m^2 g}{k^2} \left(1 - \frac{k}{m} t \right) = 0: \text{ Սրանից բխում է, որ } t \approx \frac{kH}{mg} + \frac{m}{k}: \text{ Նկատենք, որ } \frac{kH}{mg}$$

գումարել ին հավասար է այն ժամանակին, որը կանցներ անկարգել որդը, շարժվելով $\frac{mg}{k}$ հաստատուն արագությամբ, իսկ $\frac{m}{k}$ լրացումը տեղի է ունեցել այն պատճառով, որ սկզբում անկումը առավել դանդաղ է եղել:

Բացի նախկինում նշվածներից, միջառարկայական առաջադրանքները ուսուցման գործընթացում կատարում են նաև հետևյալ դիդակտիկական գործառնությունները.

- մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դասընթացների ուսումնական նյութի ուսումնասիրման անհրաժեշտությամբ մոտիվացիա,

- սովորողների պատկերացումների ընդլայնում ուսումնասիրվող մաթեմատիկական նյութի կիրառման մասին, իրական կյանքում մաթեմատիկական գիտելիքների կիրառական ոլորտների ցուցադրում,

- տրամաբանական մտածողության և մաթեմատիկական ընդունակության ունենալի ձևավորում և զարգացում,

- մաթեմատիկական գիտելիքների իներտության, անշարժության հաղթահարում (հաճախ «առարկայական պիտակները», որոնք ձևավորվել են աշակերտի գիտակցության մեջ, թույլ չեն տալիս օգտագործել առարկայի գիտելիքները դրասահմաններից դուրս),

- մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի հանդեպ իմացական հետաքրքրությունների զարգացում՝ իրական ֆիզիկական օբյեկտների և երևույթների՝ խնդիրներում դիտարկելու շնորհիվ:

Դիտարկենք միջառարկայական խնդիրների լուծման առանձնահատկությունները մաթեմատիկայի դասերին՝ տարբերակված ուսուցում իրականացնելու ժամանակ: Միանգամից նշենք, որ միջառարկայական խնդիրների լուծումը տեղի է ունենում դիտարկվող նյութի բացատրությունից և նախնական ամրապնդումից հետո:

Արդեն միայն այն, որ առաջադրանքի պայմանում օգտագործվում են ֆիզիկական հասկացություններ, որոշակի հոգեբանական խոչընդոտ է ստեղծում ուսուցման պարտադիր մակարդակում գտնվող սովորողների կողմից միջառարկայական խնդրի լուծման ժամանակ: Այսպիսով, միջառարկայական խնդրի

լուծումը այս սովորողների համար ավելի բարդ է լինում, քան համարժեք մաթեմատիկական խնդրի լուծումը:

Յենց այդ պատճառով, այս խմբի սովորողներին առաջարկվում են հիմնականում առաջին կարգի, առաջին տեսակի խնդիրներ: Այս տեսակի խնդիրները ծառայում են չափորոշիչով նախատեսված մաթեմատիկական կրթության՝ նվազագույն կարողությունների և հմտությունների մշակմանն ու ամրապնդմանը: Պարտադիր մակարդակի սովորողները այդ ժամանակ լուծում են բազմաթիվ միանման խնդիրներ, միանման աշխատանքները ձանձրացնում են սովորողներին, և ուսումնասիրվող նյութի նկատմամբ հետաքրքրությունը հաճախ կորչում է մինչև այն պահը, երբ սովորողները կհասնեն ուսուցման պարտադիր մակարդակի արդյունքների: Իսկ քանի որ մեկ մաթեմատիկական մոդելը կարող է ծառայել որպես բազմաթիվ ֆիզիկական երևույթների նկարագրություն, խնդրի ֆիզիկական ֆաբուլայի փոփոխությունը թույլ է տալիս լուծել շատ խնդիրներ՝ ուղղված որոշակի մաթեմատիկական հմտության ձևավորմանն ու ամրապնդմանը:

Խնդիրների մեծամասնությունը, որոնք ներկայացվում են պարտադիր մակարդակի սովորողներին, պարունակում են «պատրաստի» մաթեմատիկական մոդելներ և չկադրանց ինքնուրույն կազմելու անհրաժեշտություն: Այնուամենայնիվ, բուն պայմանի ձևակերպումը թույլ է տալիս ցուցադրել ֆիզիկական երևույթների ուսումնասիրման գործընթացում մաթեմատիկական մոդելավորման կիրառման էությունը: Բացի այդ, միջառարկայական խնդիրների լուծման գործընթացից դուրս մղելով մաթեմատիկական մոդելի կառուցման փուլը, հարկավոր է մեծ ուշադրություն դարձնել արդյունքների մեկնաբանման փուլին:

Առաջադրանքները, որոնց լուծումը մաթեմատիկական մոդելի ինքնուրույն կառուցում է պահանջում, հարկավոր է առաջարկել սովորողների այս խմբին՝ միայն այն բանից հետո, երբ նրանք կհասնեն ուսումնասիրվող նյութի յուրացման պարտադիր մակարդակին: Մաթեմատիկական մոդելը, որը համապատասխանում է դիտարկվող ֆիզիկական երևույթին, այդպիսի խնդրում պետք է հիշատակվի առաջադրանքների նախկին խմբի լուծման ժամանակ:

Ընդ որում մաթեմատիկական մոդելի կառուցման փուլում աշխատանքը կատարվում է ուսուցման խմբային եղանակով և առավել ուժեղ սովորողները անհրաժեշտության դեպքում օգնության են ցուցաբերում առաջադրանքներից «գլուխ հանող» աշակերտներին:

Առաջին կարգի խնդիրները, որոնք ներկայացվում են ուսուցման բարձր մակարդակում գտնվող սովորողներին, պարունակում են պակասող տվյալներ, որոնց արժեքները կարելի է գտնել աղյուսակներում: Այդպիսի խնդիրների լուծման ընթացքում սովորողները պետք է հիշեն ֆիզիկական երևույթների այն շրջանակը, որը նկարագրվում է տվյալ մաթեմատիկական մոդելով: Դա թույլ է տալիս խուսափել ֆիզիկայի դասընթացի կրկնությունից, որն անհրաժեշտ է Ուկարգի առաջադրանքների լուծման համար:

Միջառարկայական խնդիրների մեծամասնությունը, որոնք լուծում են առաջանցիկ մակարդակում գտնվող սովորողները, տարբերվում են նրանով, որ մաթեմատիկական մոդելը դրանցում դեռևս կառուցված չէ և պետք է կառուցվի՝ ելնելով որոշակի ֆիզիկական պատկերացումներից: Այս կարգի խնդիրների լուծման ընթացքում աշակերտները տիրապետում են մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդին: Բացի այդ, սովորողների այս խմբին հարկավոր է առաջարկել խնդիրներ, որոնք պարունակում են արդեն կառուցված մաթեմատիկական մոդելը (1.3), որն անհրաժեշտ է հետազոտել:

Տարասեռ խմբերում, Ուկարգի խնդիրների վրա աշխատելու մասին խոսելիս կարելի է առանձնացնել մի յուրահատկություն, այն է՝ ուսումնասիրվող երևույթի խոսքային-նկարագրական մոդել կազմելու և անհրաժեշտ քանակական բնութագրեր ստանալու նպատակով գործնական կամ մտային գիտափորձի անցկացում: Սրանով որոշում է սովորողների պայմանական բաժանումը խմբի ներսում՝ «տեսաբանների» և «փորձագետների»: Այսինքն՝ խնդրի լուծման ընթացքում յուրաքանչյուր խմբի երկու աշակերտ պատասխանատու են գիտափորձի պլանավորման ու անցկացման համար (ֆիզիկական մոդելավորման), իսկ մյուսները՝ մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի իրականացման համար դիտարկված իրադրությունը դիտարկելու դեպքում:

Ներկայացված դասակարգումը թույլ է տալիս տարբերակել սովորողների աշխատանքը միջառարկայական բնույթի խնդիրների լուծման ժամանակ, ներկայացնելով խնդիրներ, որոնք համապատասխանում են սովորողների ինքնուրույն մտածողության զարգացման և մաթեմատիկական պատրաստվածության մակարդակներին:

Մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդին դիմելը մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման շրջանակներում պատահական չէ, քանի որ «մաթեմատիկական մոդելավորման մասին պատկերացումները ընդհանուր մեթոդաբանական հիմք են դպրոցական մաթեմատիկական կրթության հիմնական խնդիրների իրականացման, այդ թվում և միջառարկայական կապերի հիմնախնդիրները լուծելու համար» [23]:

Միաժամանակ, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական ուղղվածության ու ժեղացումը սերտորեն կապված է գիտության մաթեմատիկականացման, միջառարկայական խնդիրների (մասնավորապես ֆիզիկայի) լուծման նկատմամբ մաթեմատիկայի կիրառման առանձնահատկությունների մասին պատկերացումների ձևավորման հետ:

Տարբերակված աշխատանքը միջառարկայական նյութի հետ թույլ է տալիս յուրաքանչյուր աշակերտի յուրացնել մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի կիրառումն՝ իրեն համապատասխան մակարդակում:

Անցկացված հետազոտությունները (55, 70, 78) ցույց են տալիս մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի ակնհայտ կիրառման նպատակահարմարությունը ուսուցման գործընթացում:

Հանրակրթական մաթեմատիկական կրթության հիմնախնդիրներից մեկը սովորողներին իրական և պրոյեկտվող աշխարհի երևույթների և դրանք նկարագրող մաթեմատիկական մոդելների միջև հարաբերակցության հետ ծանոթացնելն է: Այդ պատճառով «մաթեմատիկական մոդել» հասկացությունը դառնում է հանրահաշվի, ՀՄԱՏ-ի դպրոցական դասընթացի գաղափարական առանցքը:

Հետևաբար ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրականացումը մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա իրականանալի և անհրաժեշտ է դառնում: Մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի կիրառումը իրական աշխարհի երևույթների ուսումնասիրության համար պայմանավորում է դրա էության մասին սովորողների պատկերացումների ձևավորումը, դրա բոլոր փուլերի ուսուցումը: Բերենք օրինակ:

Օրինակ: Լ երկարությամբ լայնական հատույթով համասեռ հորիզոնական հեծանը ամրացված է ձախ ծայրում և գտնվում է P ուղղահայաց ուժի ազդեցության տակ, որը դրված է հեծանի աջ ծայրին և ուղղված է ներքև: Գտնել հեծանի թեքված առանցքի հավասարումը և հաշվել հեծանի թեքումը աջ ծայրում:

Լուծում: Հայտնի է, որ թեթև թեքման ժամանակ թեքված առանցքի հավասարումը բավարարում է հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարմանը.

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_x \quad (1)$$

որում E -ն Յունգի մոդուլն է, I -ն՝ լայնական հատույթի մակերեսի իներցիայի մոմենտը հեծանի առանցքի նկատմամբ, M_x -ը՝ թեքող մոմենտը աբսցիսների առանցքի հետ հատման ժամանակ. այն հավասար է x կետի նկատմամբ մոմենտների ուժի գումարին, որոնք տեղակայված են հատումից աջ: Այս պայմաններում E -ն և I -ն հաստատուն են, իսկ x աբսցիսի հետ հատվող թեքման մոմենտը՝

$$M_x = -P(l-x):$$

(«-» նշանը բացատրվում է նրանով, որ P ուժը ուղղված է ներքև): Այսպիսով թեքված առանցքի հավասարումը կլինի՝

$$y'' = -\frac{P}{EI}(l-x): \quad (2)$$

Այն երկու անգամ ինտեգրելով կստանանք հավասարման ընդհանուր լուծումը.

$$y = -\frac{P}{EI} \frac{(l-x)^3}{6} + C_1 x + C_2$$

Ակնհայտ է, որ բացի այդ, Qx առանցքը շոշափող է հեծանի առանցքի ձախ ծայրում: Qx առանցքի հավասարումը $y=0$ -ն է, այդ

պատճառով $y'(0)=0$: Հետևաբար, ունենք նախնական պայմաններ. $y(0)=0$, $y'(0)=0$: Օգտագործելով դրանք կստանանք C_1 և C_2 արժեքները.

$$C_1 = -\frac{Pl^2}{2El}, C_2 = \frac{Pl^3}{6I} :$$

Հեծանի առանցքը տեղակայված է այն գծով, որի հավասարումն է

$$y = \frac{P}{El} \left(\frac{(l-x)^3}{6} + \frac{l^2x}{2} - \frac{l^3}{6} \right): \quad (3)$$

Թեքման մեծություները հեծանի աջ ծայրում ($x=l$) դեպքում հավասար է.

$$|y(l)| = \frac{Pl^3}{3El}: \quad (4):$$

Հաջորդ գլխում մենք կդիտարկենք, թե ինչպես են միջառարկայական կապերի իրականացման շարադրված սկզբունքները գործում ֆունկցիոնալ գծի ուսումնասիրման ժամանակ, ինչպես նաև հավասարումների և անհավասարությունների դեպքում: Տվյալ մաթեմատիկական նյութի ընտրությունը պայմանավորված է միջառարկայական կապերը մաթեմատիկական մոդելավորման հիման վրա իրականացնելու գոյություն ունեցող հնարավորությամբ դրա ուսումնասիրությանը նթացքում:

2.2 Մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման բովանդակային եզրերը «Ֆունկցիա», «Ածանցյալ», «Ինտեգրալ» հասկացությունների օրինակով

Ֆունկցիայի հասկացությունը մաթեմատիկայի հիմնարար հասկացություններից մեկն է: Ոչ մի այլ հասկացություն և իրականություն երևույթները չի արտացոլում այնպիսի ամբողջականությամբ և այնքան կոնկրետ, որքան ֆունկցիոնալ կախվածության հասկացությունը, որում ներառված են աշխարհի և շարժունությունը, և դիսամիկան, և իրական մեծությունների փոխադարձ պայմանավորվածությունը:

Ֆուսկցիայի գաղափարը մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման գործընթացում կատարում է համակարգող և ընդհանրացնող գործառնություն: Սովորողների մաթեմատիկական պատրաստվածությանը ներկայացվող հիմնական պահանջներից մեկն այն է, որ «Ֆուսկցիան մաթեմատիկական մոդել է, որը թույլ է տալիս նկարագրել և ուսումնասիրել տարբեր կախվածությունները իրական մեծությունների միջև» [71, էջ 13]:

Եվ հենց ֆիզիկան է այն հիմնական ուսումնական առարկան, որում ուսումնասիրվում են այդ «տարատեսակ կախվածությունները»: Շատ ֆիզիկական գործընթացների և երևույթների նկարագրությունը հենվում է համապատասխան ֆիզիկական մեծությունների միջև ֆուսկցիոնալ կախվածության գաղափարի վրա: Այսպիսով, ֆուսկցիոնալ կարողությունների միջառարկայական բնույթը պայմանավորել է միջառարկայական խնդիրների օգտագործման հնարավորությունն ու անհրաժեշտությունը հանրահաշվի դասերին «Ֆուսկցիա» թեմայի ուսումնասիրման բոլոր փուլներում: Միջառարկայական նյութի դիտարկումը ֆուսկցիաների ուսումնասիրման ժամանակ թույլ է տալիս հաղթահարել սովորողների գիտելիքների ձևականությունը այս հասկացության մասին, մաթեմատիկական ֆուսկցիոնալ կարողությունները փոխանցում է միջառարկայական ոլորտ:

Ներկայումս հիմնական դպրոցի սովորողները բավական խորը գիտելիքներ են ստանում «Ֆուսկցիա» հասկացության մասին: Մաթեմատիկայի ծրագիրը նախատեսում է հարցերի քննարկում, որոնք վերաբերում են այդ հասկացությանը (ֆուսկցիայի որոշման և արժեքների տիրույթ, ֆուսկցիայի գրաֆիկ, աճում և նվազում, նշանապահականում, մեծագույն և փոքրագույն արժեքներ), ինչպես նաև ֆուսկցիաների տարբեր տեսակների դիտարկումը (գծային, քառակուսային, ուղիղ և հակադարձ համեմատականություն), դրանց հատկություններն ու գրաֆիկները:

Հիմնական կարողությունները, որոնք ձևավորվում են ֆուսկցիայի ուսումնասիրման ժամանակ, կարելի է բաժանել երկու խմբի.

1. Վերլուծական, որոնց տիրապետումը դրսևորվում է ֆունկցիայի տրման բանաձևային եղանակի հետ աշխատանքի ժամանակ, ներառում է.

- ֆունկցիայի արժեքը հաշվելու կարողությունն ըստ հանձնարարված արգումենտի արժեքի,
- արգումենտի արժեքը գտնելու կարողությունն, որին համապատասխանում է ֆունկցիայի տրված արժեքը,
- բանաձևով տալ տրվածին հակադարձ ֆունկցիա (ֆիզիկայում ձևավորվում է տվյալ բանաձևի մեջ մտնող մի մեծությունը մյուսով արտահայտելու կարողությունն),
- տարրական մեթոդներով ֆունկցիաները ուսումնասիրելու հետ կապված կարողություններ (ցույց տալ որոշման տիրույթը, գտնել ֆունկցիայի զրոները և այլն),

2. գրաֆիկական կարողություններ.

- ֆունկցիաների գրաֆիկ կառուցելու կարողությունն,
- գրաֆիկներ կարդալու կարողությունն (ըստ արգումենտի տրված արժեքի գտնել ֆունկցիայի համապատասխան արժեքները, ինչպես նաև լուծել հակադարձ խնդիրը),
- ֆունկցիայի գրաֆիկով դրա որոշ հատկությունները որոշելու կարողությունն (ֆունկցիայի զրոները, աճման և նվազման միջակայքերը և այլն):

Վերլուծական և գրաֆիկական կարողությունները միավորվում են ֆունկցիաների գրաֆիկների հատման կետերի կոորդինատները հավասարման կամ հավասարումների համակարգի միջոցով գտնելու կարողությամբ, ինչպես նաև հավասարումների համակարգերը գրաֆիկական եղանակով լուծելու կարողությամբ:

Թվարկված կարողությունների ձևավորումը անհրաժեշտ է ուսուցման ցանկացած մակարդակում գտնվող սովորողներին, այդ պատճառով բոլոր մակարդակների միջառարկայական խնդիրները ուղղված են դրանցով զինելուն: Սակայն համապատասխան խնդիրների պարտադիր մակարդակը սահմանափակվում է ոչ բարդ հաշվումներով և երևույթներով, որոնք ուսումնասիրվել են ֆիզիկայի դասընթացին կամ հայտնի են սովորողներին կենսափորձից:

Բնութագրենք միջառարկայ ական նյութը, որը դիտարկվում է ուսուցման յուրաքանչյուր մակարդակում, 7-9-րդ դասարանների հանրահաշվի դասընթացում «Ֆունկցիա» հասկացության ուսումնասիրման ժամանակ: Միջառարկայ ական նյութի ուսումնասիրման գործընթացում ֆիզիկական երևույթների ընտրությամբ, որոնց համար ընտրվում են համապատասխան մաթեմատիկական մոդելներ, հենվում են միջառարկայ ական նյութի տարբերակման պահանջի վրա, որը մեր կողմից ձևակերպվել է առաջին գլխում:

«Ֆունկցիա» հասկացության մասին նախնական պատկերացումները սովորողները ստանում են 8-րդ դասարանում, երբ ներմուծվում է «Ֆունկցիա» հասկացությունը, ուսումնասիրվում են դրա տրման եղանակները: Ելնելով միջառարկայ ական նյութը տարբերակելու պահանջներից, ուսուցման այս փուլում մենք խորհուրդ ենք տալիս դիտարկենք հետևյալ երևույթների մաթեմատիկական մոդելները.

- ա) պարտադիր – հավասարաչափ շարժում ($S=vt$),
մակարդակ – ժամանակի ընթացքում ջերմաստիճանի փոփոխություն,
- բ) բարձր և առաջանցիկ – մթնոլորտային ճնշման փոփոխություն-բարձրություն,
- մակարդակ – հեղուկի ճնշման փոփոխություն-խորություն ($p=gh$):

Ակնհայտ է, ուսուցման յուրաքանչյուր հաջորդ մակարդակների միջառարկայ ական նյութը ներառում է ֆիզիկական երևույթներ, որոնք դիտարկվել են նախորդներում:

9-րդ դասարանում հանրահաշվի ուսումնասիրությունը սկսվում է սովորողների գիտելիքներն այս հարցում խորացնելով (հստակեցվում է ֆունկցիայի սահմանումը, ներմուծվում են որոշման և արժեքների տիրույթների հասկացությունները, դիտարկվում են ֆունկցիայի այնպիսի հատկություններ, ինչպես աճը, նվազումը, գրոները): Ուսուցման այս փուլում միջառարկայ ական նյութի նշանակությունը բազմակի աճում է, ինչը պայմանավորված է սովորողների՝ արդեն ունեցած

Ֆուտբոլի մասին պատրաստվածությունը, ինչպես նաև ֆիզիկայից բավական գիտելիքներով. 7-9-րդ դասարաններում սովորողները սկզբնական տեղեկություններ են ստացել ֆիզիկայի գրեթե բոլոր բաժիններից: Յենց ֆիզիկական ու մաթեմատիկական գիտելիքների մեծ ծավալն է թույլ տալիս խոսել միջառարկայական խնդիրների օգտագործման առավել լայն հնարավորությունների մասին:

«Ֆուտբոլի» հասկացության կիրառական ուղղվածությունն ապահովող ֆիզիկական օրինաչափությունների «ցուցակը» ուսուցման այս փուլում զգալիորեն ավելի լայն է, քան 7-րդ և 8-րդ դասարաններում, և բացի նախկինում թվարկվածներից ներառում է.

ա) Պարտադիր - գազի խտության փոփոխությունը՝ կախված ծավալից, մակարդակ - մթնոլորտային ճնշման փոփոխությունը՝ կախված բարձրությունից

- հեղուկի ճնշման փոփոխությունը՝ կախված խորությունից,

- գազի ճնշման փոփոխությունը դրածավալի կամ ջերմաստիճանի փոփոխության դեպքում,
- ջերմաստիճանի փոփոխությունը բյուրեղային մարմինների տաքացման (սառեցման) և հալման (պնդացման) գործընթացում,
- ջերմաստիճանի փոփոխությունը հեղուկների տաքացման և եռման ժամանակ,

բ) Բարձր մակարդակ - արթմեդյան ուժի կախվածությունը հեղուկի մեջ սուզված մարմնի ծավալից,

- ջերմության քանակի հաշվարկ,
- մարմինը տաքացնելու (սառացնելու) ժամանակ,
- վառելիքի այրման ժամանակ,
- հեղուկացման (պնդացման) ժամանակ,
- շոգեգոյացման (կոնդենսացման) ժամանակ,
- Օհմի օրենքը շղթայի տեղամասի համար,
- Ջոուլ-Լենցի օրենքը,

գ) Առաջանցիկ

մակարդակ - տաքացնելիս մարմինների գծային չափերի փոփոխություն,

- պրոտենցիալ Էներգիայի կախվածություններ կրի մակերևույթից մարմնի ունեցած բարձրությունից,
- մարմնի կինետիկ Էներգիայի կախվածությունը դրաարագությունից,
- Յուրի օրենք:

Դիտարկենք «Ֆուկսիա» հասկացության ներմուծման տարբերակներից մեկը մեր կողմից առաջարկված մոդելավորման մեթոդին համապատասխան: «Ֆուկսիա» հասկացության ուսումնասիրությունը սկսվում է ռեալ իրադրության դիտարկումից, ինչը որոշակի նախապատրաստական աշխատանք է պահանջում: Մասնավորապես, նոր թեմային նախորդող ազատ օրվա տնային առաջադրանքը պետք է ներառի հետևյալ հանձնարարությունը. գրի առեք փողոցային ջերմաչափի ցուցանիշները (օրինակ, ժ. 10.00-19.00): Չափումների արդյունքները ձևավորեք աղյուսակի տեսքով.

Աղյուսակ 2.

Չափումներ

Ժամանակ, t (ժամ)										
Ջերմաստիճան, T (0C)										

«Ֆուկսիա» հասկացության ներմուծումը սկսվում է առօրյա իրադրության դիտարկումից՝ ջերմաստիճանի փոփոխությունը ժամանակի որոշակի միջակայքում:

Աղյուսակ 3.

Արդյունքներ

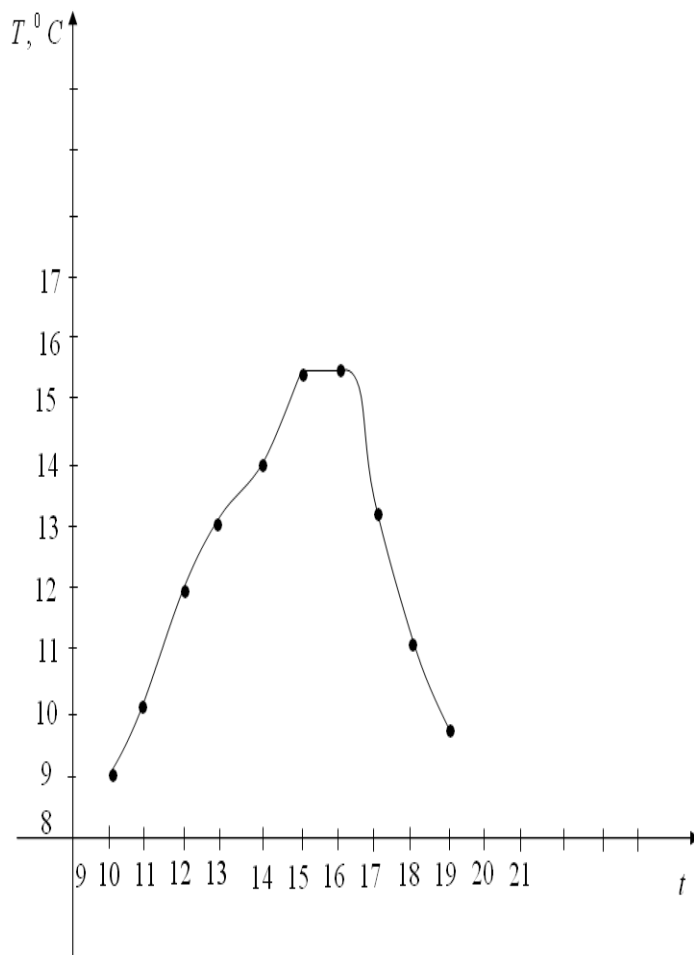
Ժամանակ, t (ժամ)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Ջերմաստիճան, T (0C)	9	10	12	13	14	15	15	13	11	10

Նշվում է, որ այս աղյուսակում մենք ունենք ջերմաստիճանի կախվածությունն այն չափելու ժամանակից (T փոփոխականի կախվածությունը t փոփոխականից) և ժամանակի յուրաքանչյուր պահին ժ 10, ժ 11, ..., ժ 19 կարող ենք գտնել ջերմաստիճանի համապատասխան արժեքը.

Եթե $t=17$ ժ, ապա $T=13^{\circ}\text{C}$:

Գործնականում նմանատիպ կախվածություններն ակնառու են երկայացման համար օգտագործում են հատուկ գծագրեր՝ գրաֆիկներ: Տրված կախվածությունը պատկերենք գրաֆիկի միջոցով, դրա համար կոորդինատային հարթության վրա նշենք աղյուսակում նշված կետերի կոորդինատները (X հորիզոնական առանցքում տեղադրում են ժամանակը, Y ուղղահայաց առանցքում՝ ջերմաստիճանը): Նշված կետերը հատվածներով միացնելով՝ ստանում ենք ժամանակից ջերմաստիճանի կախվածության մոտավոր գրաֆիկը:

Դրա օգնությամբ մենք կարող ենք ժամանակի յուրաքանչյուր պահի համար t (ժ) 10-19-ը ընկած ժամանակահատվածում գտնել համապատասխան ջերմաստիճանը $T(^{\circ}\text{C})$, եթե $t=11$ ժ, ապա $T=10^{\circ}\text{C}$:



Ըստ գրաֆիկի հնարավոր է որոշել մոտավոր ջերմաստիճանը, որը անհնար է իմանալ աղյուսակից, օրինակ, 12.30 օդի ջերմաստիճանը 12.5°C է:

Եվ աղյուսակը, և գրաֆիկը նկարագրում են կախվածությունը երկու փոփոխականների՝ «ժամանակի» և «ջերմաստիճանի» միջև (t և T): Այստեղ «ժամանակ» փոփոխականի արժեքը մենք ինքներս ենք ընտրել որպես անկախ փոփոխական (t), իսկ «ջերմաստիճան» փոփոխականի արժեքները

չափվել են t ժամանակի համապատասխան պահին:

Նկ.4. Ջերմաստիճանի կախումը ժամանակից

Ուշադրություն է դարձվում այն բանին, որ այս կախվածության մեջ անկախ փոփոխականի յուրաքանչյուր արժեքին

համապատասխանում է կախյալ փոփոխականի միակ արժեք: Մաթեմատիկայում այդպիսի կախվածությունը անվանում են ֆունկցիոնալ կախվածություն կամ ֆունկցիա: Ֆունկցիան ամենատարածված մաթեմատիկական մոդելներից մեկն է, որի միջոցով նկարագրվում են իրական գործընթացներն ու ֆիզիկական երևույթները:

Այսպիսով, իրական երևույթի դիտարկման ժամանակ մենք դիտարկեցինք ֆունկցիայի կառուցման աղյուսակային և գրաֆիկական եղանակները: Հարկ է ընդգծել, որ առավել հաճախ ֆունկցիաները տրվում են բանաձևերի տեսքով, սակայն մեր կողմից դիտարկված ֆունկցիան բարդ է այդ տեսքով ներկայացնել ու համար:

Դիտարկելով «ֆունկցիա» հասկացությունը՝ հարկավոր է ուսուցման բարձր և առաջանցիկ մակարդակներում սովորողների ուշադրությունը դարձնել այն բանին, որ հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի դասընթացում ուսումնասիրվող ֆունկցիոնալ առնչությունները ֆիզիկական մեծությունների միջև անհրաժեշտորեն այդպիսին չեն ֆիզիկայի տեսանկյունից: Ֆունկցիոնալ կախվածությունը, որը ցույց է տալիս մեծությունների միջև կապը, միշտ չի ենթադրում, որ դրանցից մեկի փոփոխությունը մյուսի փոփոխման փաստացի պատճառն է: Այսպես, դիտարկված օրինակում օդի ջերմաստիճանի փոփոխությունը օրվա ընթացքում բազմաթիվ արտաքին գործոնների՝ քամու ուժգնության, արեգակնային ճառագայթման ինտենսիվության, օդի խոնավության փոփոխության և այլնի արդյունք է: Մինչդեռ ֆունկցիոնալ կախվածությունը սահմանվել է օդի ջերմաստիճանի և օրվա ժամերի միջև, չնայած օրվա ժամը ջերմաստիճանի տատանումների պատճառ չի հանդիսանում:

Դիտարկելով ֆունկցիոնալ կախվածությունը, որը նկարագրում է օրվա ջերմաստիճանի տատանումները, անհրաժեշտ է բացահայտել հետևյալ հարցը. ինչու նույն ժամին ջերմաստիճանը չափելիս տարբեր սովորողների մոտ տարբեր արդյունքներ են ստացվել: Անհամապատասխանությունը կապելով չափման պայմանների տարբերությունների հետ (ջերմաչափը կարող էր գտնվել արևի տակ կամ ստվերում) և չափման գործընթացում

հնարավոր անճշտությամբ, հարկավոր է ցույց տալ այս մաթեմատիկական մոդելով իրական երևույթի նկարագրման մոտավոր բնույթը: Մաթեմատիկական մոդելի հենց այս հատկությունն է բացատրում իրականում ջերմաստիճանների սահուն փոփոխությունների՝ գրաֆիկի վրա կտրուկ թռիչքների վերածվելը: Այսպիսով, գրաֆիկի առավել ճշգրիտ կառուցման համար հարկ էր ջերմաստիճանը առավել հաճախ չափել, որպեսզի հնարավոր լիներ գրաֆիկի ավելի շտկեցնելը ստանալ: Հետևաբար, այս մաթեմատիկական մոդելի ուսումնասիրման ընթացքում հնարավորություն է առաջանում ցույց տալ դիտարկված մոդելով իրական երևույթի նկարագրության անճշտությունը:

«Ֆունկցիա» հասկացության եության բացատրության ներկայացված եղանակը համաձայնեցվում է այս հասկացությունը որպես ֆիզիկական երևույթների միջև գոյություն ունեցող իրական կախվածությունը դիտարկելու անհրաժեշտության պահանջի հետ [24]: Ընդ որում ֆունկցիա հասկացությունը առաջանում է էմպիրիկ տվյալների հիման վրա, որոնք ստացել են սովորողները, ինչը ցույց է տալիս վերացական մաթեմատիկական հասկացությունների ծագման եղանակը:

Նյութի ուսումնասիրությունը՝ կապված «ֆունկցիա» հասկացության և ֆունկցիաների հատկությունների հետ 9-րդ դասարանում ավելի բարդ, վերացական շարադրանք է պահանջում: Ուսումնասիրության այս փուլում կոնկրետ ֆունկցիոնալ կախվածությունները, որոնք արտացոլում են իրական երևույթները, հարկավոր է օգտագործել նյութի ամրապնդման փուլում:

Միաժամանակ միջառարկայական նյութի դիտարկումը թույլ է տալիս 9-րդ դասարանում ձևակերպել նախնական պատկերացումները ֆունկցիայի անընդհատության մասին: Այս նպատակով դիտարկվում են ֆիզիկական երևույթները, որոնք ընթանում են անընդհատ և թռիչքաձև, և դրան համապատասխանող ֆունկցիաների գրաֆիկները: Որպես անընդհատ գործընթացների օրինակներ հարկ է դիտարկել օդի ջերմաստիճանի փոփոխությունը ինչ-որ ժամանակահատվածում, ինչպես նաև մեխանիկական շարժումը:

Անհավասարաչափ շարժումը անընդհատ գործընթաց է, եթե մենք այն դիտարկում ենք որպես տարածության ֆունկցիոնալ կախվածություն ժամանակից: Շարժման անընդհատությունը հետևյալն է. եթե մարմինը տեղափոխվել է A կետից B կետը ինչ-որ հետագծով, ապա այն պարտադիր շարժման ընթացքում պետք է անցնի հետագծի բոլոր կետերում, որոնք ընկած են A և B կետերի միջև:

Սակայն անընդհատ գործընթացների հետմեկտեղ բնության մեջ հանդիպում են փոփոխություններ, որոնք թռիչքած են ընթանում: Օրինակ կարող է ծառայել ջրի ծավալի փոփոխությունը դրա ջերմաստիճանի իջեցման դեպքում: Ջրի ջերմաստիճանի անկումը ընթանում է ծավալի փոքրացմամբ մինչև $t=4^{\circ}\text{C}$, ինչից հետո ծավալը սահուն կերպով աճում է մինչև ջրի ջերմաստիճանի 0°C դառնալը և ջրի սառչելուն գուցե ընթաց թռիչքած մեծանում է (ջրի ընդարձակումը սառելիս սովորողներին հայտնի է դեռևս 7-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից): Հարկ է սովորողների ուշադրությունը դարձնել այն փաստին, որ դիտարկվող գործընթացը նկարագրվում է ոչ թե ֆունկցիոնալ կախվածությամբ, քանի որ ջերմաստիճանի $t=0^{\circ}\text{C}$ մեկ արժեքին համապատասխանում են ծավալի երկու արժեք՝ V_1 ջրի ծավալ, V_2 ՝ սառույցի ծավալ:

Միևնույն փոփոխությունը կարող է ընթանալ ինչպես անընդհատ, այնպես էլ թռիչքած: Դրա ակնառու ացման օրինակ է էլեկտրական լապտերի պայծառության փոփոխությունը էլեկտրական շղթայում:

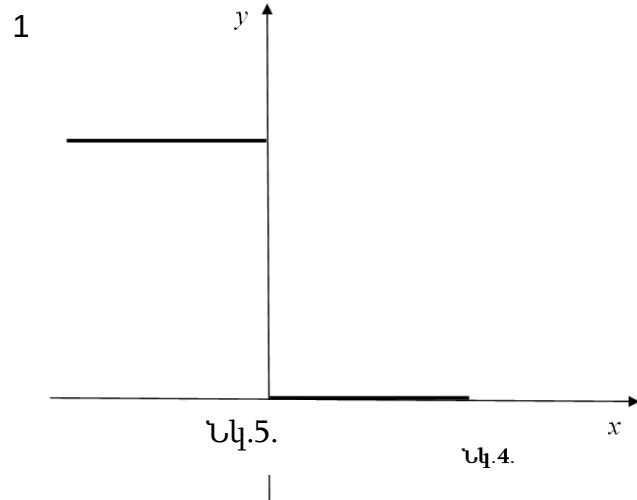
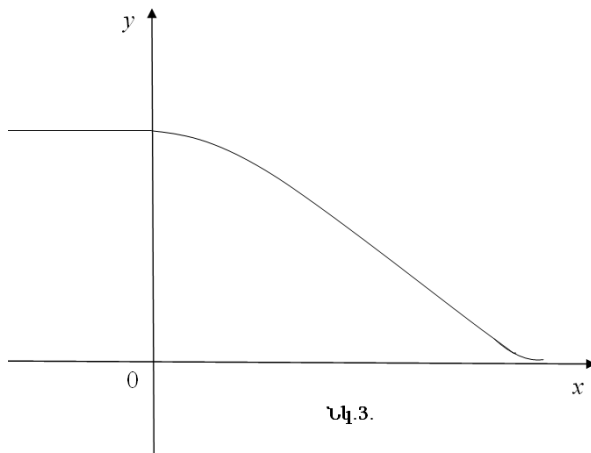
1) ռեոստատի միջոցով էլեկտրական շղթայում հոսանքի ուժի փոքրացման դեպքում,

2) շղթան բանալիով փակելու դեպքում:

Ռեոստատի բռնակը տեղափոխելիս լապտերի պայծառությունը աստիճանաբար փոքրանում է, լույսը հազիվ նկատելի է դառնում և անընդհատ հանգչում է: Այդ դանդաղ և անընդհատ մարումը էլեկտրական շղթայի անջատիչի՝ բանալու միջոցով պարբերաբար կրկնել հնարավոր չէ: Բանալու բռնակի պտտմանը գուցե ընթաց լապտերի պայծառությունը չի թուլանում, այլ ակնթարթորեն փոխվում է (լույսը հանգչում է): Լույսի պայծառության նմանատիպ

փոփոխությունը նկարագրվում է ընդհատ ֆունկցիայով, այն դեպքում, երբ առաջինը նկարագրող ֆունկցիան անընդհատ է:

Օրինակներում դիտարկված ֆունկցիաների գրաֆիկները համեմատելիս, եզրակացություն է արվում գրաֆիկների երկու տեսակի գոյություն մասին.



գծեր, որոնք գծվում են՝

մատիտը թղթից չկտրելով (անընդհատ ֆունկցիաների գրաֆիկներ),

- 2) ընդհատ գծեր, որոնք բաղկացած են մի քանի առանձին հատվածներից (այդպիսի ֆունկցիայի գրաֆիկն անընդհատ ֆունկցիայի գրաֆիկ չէ):

Այսպիսով, միջառարկայական նյութի և դրա գրաֆիկական մեկնաբանության վրա հենվելով կարելի է ձևավորել սկզբնական ակնառու-ինտուիտիվ պատկերացումներ ֆունկցիայի անընդհատության մասին: Միջառարկայական նյութի ուսումնասիրության նկատմամբ տարբերակված մոտեցումը որոշվում է բարձր և առաջանցիկ մակարդակներում գտնվող սովորողների ակնառու-ինտուիտիվ պատկերացումների ձևավորումը:

Այսպիսով, առաջանում է խնդիրների մի հաջորդականություն, որում յուրաքանչյուր հաջորդը լուծելու կարողությունը հենվում է նախորդը լուծելու վրա:

1. Գազի ճնշման կախումը ծավալից արտահայտվում է $P = \frac{RT}{V}$

բանաձևով: V ծավալի 1° նչափսի արժեքի համար է որոշված այդ

բանաձևը (V -ի որ արժեքը ունի ֆիզիկական իմաստ): Վերլուծելով խնդրը և համադրելով ֆիզիկայից ստացած գիտելիքները մաթեմատիկայի դասընթացից հայտնի գիտելիքների հետ, սովորողները հեշտությամբ հանգում են հետևյալ եզրակացության. $V \neq 0$ և $V > 0$ պայմանների դեպքում $P = \frac{RT}{V}$ մաթեմատիկական

արտահայտություն ունի ֆիզիկական իմաստ:

Այս օրինակների քննարկումից հետո իմաստ ունի սովորողներին առաջադրել ընդհանրացնող բնույթի այսպիսի հարցադրումներ.

- բերել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դասընթացներից հայտնի օրինակներ, որոնցում առկա է փոփոխական մեծությունների միջև ֆունկցիոնալ կախվածություն,
- նշված մեծություններն արտահայտել մեկը մյուսով,
- նշելով դրանցից յուրաքանչյուրի թույլատրելի արժեքները՝ մեկը մյուսով արտահայտել իս:

Սովորողները այս բնույթի առաջադրանքների կատարումով վեր են հանում միևնույն մաթեմատիկական մոդելով նկարագրվող տարբեր ֆիզիկական մեծությունների միջև կապերն ու օրինաչափությունները. մաթեմատիկական բանաձևերը վերափոխադրվում են, դրանց վերլուծությունը հնարավորություն է տալիս ձևավորել սովորողների տեսական մտածողությունը, արդյունքում նրանք կարողանում են դիտարկել, մոդելավորել, նոր հարցադրումներ առաջադրել, ստացված արդյունքներն ընդհանրացնել և եզրահանգումներ կատարել: Այսպիսի առաջադրանքների կատարումը ապահովում է պարտադիր մակարդակից առաջանցիկ մակարդակ սահուն անցումը:

2. Երկաթե խորանարդի զանգվածը արդյո՞ք գտնվում է ֆունկցիոնալ կախվածության մեջ.

- ա) խորանարդի կողի երկարությունից,
- բ) խորանարդի ծավալից
- գ) խորանարդի լրիվ մակերևույթի մակերեսից:

Ընդունելով $1մ^3$ երկաթի զանգվածը 7,8գ, գրել այդ կախվածություններն արտահայտող բանաձևերը:

Սովորողները վերադարձվելով IX դասարանի հանրահաշվի դասընթացից արդեն ուսումնասիրած «Ֆունկցիաներ» թեմայի տեսական գիտելիքները, մասնավորապես, մեծություների համեմատականությունները որպես առնչություն, ձևակերպում են այնպիսի առնչությունները, որոնցում դիտարկվող յուրաքանչյուր տարր առնչվում է միայն մեկ տարրի հետ: Այդպիսի առնչություններն անվանում են ֆունկցիոնալ: Հետագայում այս դրույթները ավելի խորացվում և ճշգրտվում են ավագ դպրոցի «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» դասընթացում, և ուսուցման այդ աստիճանում էլ ֆիզիկական բնույթի առաջադրանքները հիմք են հանդիսանում վերացական մաթեմատիկական հասկացությունների հիմնավոր և խորը ընկալման համար:

Քննարկվող օրինակում սովորողները մաթեմատիկական գիտելիքները (խորանարդի ծավալ, լրիվ մակերևույթի մակերես, ֆունկցիոնալ առնչություն) համադրելով ֆիզիկայից ունեցած գիտելիքներին (զանգված, խտություն, դրանց ֆիզիկական իմաստը), հեշտությամբ հաղթահարում են միջառարկայական բնույթի առաջադրանքի դժվարությունները: Սա արդեն գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների դրսևորման նոր մակարդակ է: Բերենք առաջադրանքի լուծման քայլերի հետևյալ հաջորդականությունը. մաթեմատիկայից հայտնի է, որ a կողով խորանարդի ծավալը՝ $V = a^3$, ուստի ստանում ենք, որ $m = \rho V = \rho a^3 = 7,8a^3$, ինչը ցույց է տալիս զանգվածի՝ խորանարդի կողից առնչության ֆունկցիոնալ լինելը:

բ) $m = \rho V = 7,8V$ այսինքն՝ զանգվածը ֆունկցիոնալ առնչության մեջ է նաև ծավալի հետ:

գ) խորանարդի լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{լր}} = 6a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{S_{\text{լր}}}{6}$, իսկ ծավալը՝

$V = a^3 \Rightarrow V = \sqrt[3]{\frac{S_{\text{լր}}}{6}} = \frac{S_{\text{լր}}}{6} \cdot \sqrt{\frac{S_{\text{լր}}}{6}} \Rightarrow m = \frac{\rho S_{\text{լր}}}{6} \sqrt{\frac{S_{\text{լր}}}{6}}$ ինչից հետևում է, որ խորանարդի զանգվածը ֆունկցիոնալ առնչության մեջ է լրիվ մակերևույթի մակերեսի հետ:

Այստեղ սովորողների ուշադրությունը պետք է հրավիրել նույն խնդրի մեկ այլ ձևակերպման վրա. կփոխվեն արդյոք պայմանները, եթե խորանարդի փոխարեն քննարկվի նույն նյութից պատրաստված ուղղանկյուն գուգահեռանիստի տեսք ունեցող ֆիզիկական մարմին: Այս դպքում արդեն զանգվածի և լրիվ մակերևույթի մակերեսի միջև առնչությունը ֆունկցիոնալ չէ: Սովորողներին առաջարկվում է այս փորձը հիմնավորել կոնկրետ թվային օրինակի վրա, ևս մեկ անգամ հիշեցնելով, որ առնչությունը ֆունկցիոնալ է, եթե դրանում դիտարկվող յուրաքանչյուր տարր առնչվում է միայն մեկ տարրի հետ: Մինչդեռ թխտությունամբ երկաթե ուղղանկյուն գուգահեռանիստի ձև ունեցող մարմնի զանգվածի և դրա լրիվ մակերևույթի մակերեսի միջև առնչությունը ֆունկցիալ չէ, քանի որ տարբեր գծային չափերի դեպքում ծավալը կարող է լինել նույնը, բայց լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{լր}}$ տարբեր: Սովորողներին հետաքրքիր է մաթեմատիկական հասկացությունների միջև առնչությունները «զգալ» փորձնական ճանապարհով, մասնավորապես, այս օրինակի հավաստիությունը համոզվել ժխտօրինակների միջոցով: Այսինքն՝ 2սմ, 3սմ և 4սմ գծային չափեր ունեցող երկաթե ուղղանկյուն գուգահեռանիստի ձև ունեցող մարմնի զանգվածը հավասար է 1սմ, 2սմ և 12սմ գծային չափեր ունեցող նմանօրինակ մարմնի զանգվածին, մինչդեռ դրանց լրիվ մակերևույթի մակերեսների արժեքները տարբեր են:

Օրինակ 4. k կոշտությամբ և l երկարությամբ, երկու ծայրերը ամրացված հեծանը ճկվում է հավասարաչափ բաշխված բեռի ազդեցության տակ: Դրամի ծայրից X հեռավորության վրա գտնվող կետի ճկման մեծությունն արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով.

$$Y = Kl^3 \left(\frac{X^4}{l^4} - 2\frac{X^3}{l^3} + \frac{X^2}{l^2} \right)$$

Գտնել ֆունկցիայի որոշման տիրույթը և աջ մասի մաթեմատիկական արտահայտության որոշման տիրույթը: Արդյո՞ք դրանք համընկնում են:

Առափադրված օրինակում կարևոր է սովորողների ուշադրությունը սևեռել վերջին հարցադրման վրա. ֆիզիկական իմաստով $0 \leq X \leq l$, իսկ մաթեմատիկական տեսանկյունից՝ $-\infty \leq X \leq +\infty$:

Յուշ ց տանք, թե ինչպես կարող են իրականացվել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերը այնպիսի հասկացություններ ձևավորման ժամանակ, ինչպես ածանցյալը և ինտեգրալը:

Առաջին հերթին նշված հասկացություններին ուսումնասիրումը 10-12-րդ դասարաններում բարդացնում է, օրինակ, մեխանիկայի բաժնի ուսումնասիրումը ֆիզիկայի դասընթացի ուսուցման գործընթացում: Այսպես, մեր կարծիքով մաթեմատիկական անալիզի հիմնական հասկացություններին ուսումնասիրումը մաթեմատիկայում նպատակահարմար է սկսել միաժամանակ ֆիզիկայի մեխանիկա բաժնի ուսումնասիրմանը զուգահեռ:

Երկրորդ՝ ֆիզիկայի ողջ դասընթացի ուսումնասիրմանը խոչընդոտում է մաթեմատիկական ապարատի անբավարար օգտագործումը, ինչը տեղի է ունենում կամ այդ հասկացություններին ուշ ձևավորվելու պատճառով, կամ ֆիզիկայի ու մաթեմատիկայի ուսուցիչների միջև գործողություններին համաձայնեցվածության բացակայության պատճառով՝ ֆիզիկամաթեմատիկական հասկացությունների օգտագործման իմաստով:

Ստեղծված իրադրությունից ելքը մենք տեսնում ենք սովորողների՝ մաթեմատիկական անալիզի հասկացություններին համատեղ ձևավորման մեջ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դասընթացներում որպես միջառարկայական կապերի իրականացման բարձրագույն ձև: Հենց մեխանիկայի և մաթեմատիկական անալիզի հիմունքների զուգահեռ ուսումնասիրման ժամանակ են բացահայտվում առավելագույն հնարավորությունները ֆիզիկական հասկացությունների ձևավորման համար՝ ակնթարթային արագություն, ակնթարթային արագացում, տեղափոխում, աշխատանք, ինչպես նաև մաթեմատիկական հասկացությունների՝ ածանցյալ, ինտեգրալ:

Ուսումնական պլաններն ու ծրագրերը թույլ են տալիս իրականացնել միջառարկայական կապերը ցանկացած գիտության հիմունքների ուսումնասիրման ժամանակ: Սակայն իրական

միջառարկայական կապերը, որոնց օգտագործումը նպաստում է սովորողների վերլուծահամադրական մտածողության ձևավորմանը, թույլ է տալիս բազմակողմանիորեն ուսումնասիրել բնության և հասարակության երևույթները:

Այս նպատակով կարելի է, օրինակ, օգտագործել ալգորիթմական սխեմաները, որոնք ընդհանուր են մաթեմատիկական և ֆիզիկական ֆունկցիոնալ կախածոյությունների սահմանման համար:

Ֆիզիկական հասկացությունը ինտեգրալի միջոցով սահմանելու համար կարելի է ընտրել գործողությունների հետևյալ սխեման.

1. Համոզվել տվյալ իրադրության՝ «ինտեգրալ» հասկացության միջոցով նկարագրման և հնարավորության մեջ. որոնելի ֆիզիկական մեծության մոտավոր արժեքը կարող է ներկայացվել որպես արտահայտությունների գումար՝ $\sum_{i=1}^n f_i \Delta x_i$, որտեղ f_i -ն ֆունկցիայի միջին արժեքն է Δx_i միջակայքում. գրաֆիկորեն այդ գումարը պետք է համապատասխանի մարմնի մակերեսի արժեքին, իսկ Δx զրոյին ձգտելու դեպքում մարմնի մակերեսը պետք է հանգեցվի անհավասար սրունքներով սեղանի մակերեսին:

2. Փնտրվող ֆիզիկական մեծությունը գրի առնել որպես $\int_{x_L}^{x_2} f dx$:

3. Գտնված ֆիզիկական մեծության սահմանումը ձևակերպել հետևյալ սխեմայով. ֆիզիկական մեծության անվանում, որը սահմանվում է որպես տվյալ ֆունկցիայի ինտեգրալ, ֆունկցիայի անվանում, արգումենտի անվանում:

Շատ դեպքերում ինտեգրալի գրառման սխեման կարող է տարբեր լինել: Քանի որ ինտեգրումը դիֆերենցմանը հակադարձ գործողությունն է, կիրառենք գործողությունների հետևյալ կարգը.

1. Գրառել որոնելի ֆունկցիայի ածանցյալը ըստ համապատասխան արգումենտի, օրինակ՝ $v=dx/dt$

2. Սահմանել ֆունկցիան, որի ածանցյալը հաշվվել է, այսինքն՝ նախնականը $x = \int v dt$:

3. Գտնել որոնելի ֆունկցիայի փոփոխությունը արագումենտի համապատասխան արժեքների դեպքում՝ t_1 և t_2 , այսինքն $x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v dt$ ինտեգրալը, որից հետո ձևակերպեք ֆիզիկական մեծության սահմանումը:

Դիտարկենք առաջադրանքներ, որոնց լուծումը հանգեցվում է որոշյալ ինտեգրալների հաշվման:

Առաջադրանք 1: Դիցուք M կետը շարժվում է ուղիղ և հայտնի է այդ կետի շարժման արագությունը՝ $v=v(t)$ ժամանակի ցանկացած t միջակայքում $[a; b]$: Գտնենք M մարմնի s տեղափոխությունը այդ ժամանակամիջոցում:

Լուծում: Մենք գիտենք, որ եթե $x=x(t)$ կետի շարժման օրենքն է, ապա $v(t)=x'(t)$: Այդ պատճառով $x(t)$ -ն $v=v(t)$ ֆունկցիայի նախնականներից մեկն է: Սակայն M կետի տեղափոխությունը $[a; b]$ ժամանակահատվածում հավասար է նրա x կոորդինատի փոփոխությանը ժամանակի b և a հատվածներում, այսինքն հավասար է $x(b)-x(a)$: Այլ կերպ ասած, այդ տեղափոխությունը հավասար է $v(t)$ -ի նախնական ֆունկցիայի արժեքների տարբերությանը ժամանակի b և a պահերին: Այսպիսով.

$$s = \int_a^b v(t) dt$$

Այսպես օրինակ, առանց սկզբնական արագության ազատանկման դեպքում մարմնի արագությունը արտահայտում են $v=gt$ բանաձևով: Այս դեպքում ճանապարհը, որն անցել է մարմինը անկման սկզբից b վայրկյանում, հաշվվում է այսպես.

$$s = \int_0^b gt dt = \frac{gt^2}{2} \Big|_0^b = \frac{gb^2}{2}$$

1. Կորի ստաթիկ մոմենտների և ծանրության կենտրոնի կոորդինատի հաշվումը:

ա) Դիցուք m զանգվածով նյութական A կետը l առանցքից d հեռավորության վրա է: l առանցքի նկատմամբ այդ կետի ստաթիկ մոմենտն է կոչվում md արտադրյալը: l առանցքի մի կողմում տեղակայված, $m_1, \dots, m_n$ զանգվածներ ունեցող, l առանցքից $d_1, \dots, d_n$

հեռավորության վրա գտնվող $A_1, \dots, A_n$ նյութական կետերի համակարգի ստատիկ մոմենտկոչվում է հետևյալ մեծությամբ:

$$S_l = \sum_{k=1}^n m_k d_k$$

Իսկ եթե այդ կետերը տեղակայված են առանցքի տարբեր կողմերում, ապա առանցքի նույն կողմում գտնվող կետերի համար հեռավորությունները դրական են, իսկ տարբեր կողմերի համար՝ բացասական:

Այդ պատճառով եթե $A_1, \dots, A_n$ կետերը տեղակայված են կոորդինատային հարթության վրա, $A_k = A_k(x_k, y_k)$, ապա

$$S_x = \sum_{k=1}^n m_k y_k \quad S_y = \sum_{k=1}^n m_k x_k \quad (S_x\text{-ը } x \text{ առանցքի նկատմամբ ստատիկ մոմենտն է, } S_y\text{-ը } y \text{ առանցքի նկատմամբ):}$$

S_y -ը y առանցքի նկատմամբ):

բ) Այժմ դիտարկենք այն դեպքը, երբ զանգվածը հավասարաչափ տեղաբաշխված է ինչ-որ կորով կամ ինչ-որ λ հարթությամբ: Համարենք, որ տարածման խտությունը մեկ է: Այդ դեպքում աղեղի զանգվածը հավասար է դրա երկարությանը, իսկ հարթության զանգվածը՝ դրամակերեսին:

Սկսենք կորագծի դեպքից, որը տրվում է $y=f(x)$, $a \leq x \leq b$, հավասարումով, ընդ որում ենթադրենք, որ $f(x)$ ֆունկցիան անընդհատ է և բացասական չէ:

Ինչպես միշտ, $[a; b]$ հատվածը բաժանենք մասերի $a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b$ և նշանակենք m_k և M_k -ի միջոցով $y=f(x)$ ֆունկցիայի առավելագույն և նվազագույն արժեքները $[x_k, x_{k+1}]$ հատվածում: Այս տրոհմանը համապատասխանում է աղեղի տրոհումը $y_0, \dots, y_{n-1}$ հատվածների: Ֆիզիկական պատկերացումներից պարզ է դառնում, որ y_k հատվածի ստատիկ S_k մոմենտը արեւելյանների առանցքի նկատմամբ ընկած է $m_k l_k$ և $M_k l_k$ -ի միջև, որտեղ l_k այդ հատվածի երկարությունն է, $l_k = l(y_k)$ (հիշեցնենք, որ մենք դրել ենք մեկի հավասար աղեղի գծային հարթություն):

Այսպիսով.

$$m_k l_k \leq S_k \leq M_k l_k$$

Այդ պատճառով.

$$\sum_{k=0}^{n-1} m_k l_k \leq S_x \leq \sum_{k=0}^{n-1} M_k l_k$$

այսինքն.

$$\sum_{k=0}^{n-1} m_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} \sqrt{1+(y')^2} dx \leq S_x \leq \sum_{k=0}^{n-1} M_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} \sqrt{1+(y')^2} dx$$

Քանի որ $[x_k, x_{k+1}]$ հատվածում տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը.

$$m_k \sqrt{1+(y')^2} \leq y \sqrt{1+(y')^2} \leq M_k \sqrt{1+(y')^2},$$

ապա նույն սահմաններում, ինչ S_x -ն է, ընկած է ինտեգրալը՝
 $\int_a^b y \sqrt{1+(y')^2} dx :$

$$\text{Նշանակում է՝ } S_x = \int_a^b y \sqrt{1+(y')^2} dx \quad (1):$$

Այս ինտեգրալը նշանակում են հետևյալ կերպ.

$$\int_{\Gamma} y dl \quad \text{Կամ} \quad \int_0^l y dl :$$

Ֆիզիկոսները սովորաբար արված դատողությունը փոխարինում են ավելի հակիրճ դատողությամբ: Նրանք վերցնում են dl «աղեղի անվերջ փոքր հատվածներ»: Դրա ստատիկ մոմենտը հավասար է ydl , իսկ ամբողջ աղեղի ստատիկ մոմենտը հավասար է տարրական ստատիկ մոմենտների գումարին, այսինքն $\int_a^b y dl$: Սակայն որոշված չէ, թե ինչ է «աղեղի անվերջ փոքր հատվածը», կամ ինչ պես այլ կերպասում են՝ «աղեղի տարրը»: Այս հասկացության հստակեցման ժամանակ մենք կրկին հանգում ենք ավելի բարդ եզրակացության, որը ներկայացվել է վերևում: Հետագայում շարադրման հակիրճության համար մենք կօգտագործենք ֆիզիկայում ընդունված դատողությունների մեթոդը: Դրամիջոցով միանգամից ստացվում է, որ.

$$S_y = \int_a^b x \sqrt{1+(y')^2} dx = \int_0^l x dl \quad (2):$$

Ինչպես (1) բանաձևը, այնպես էլ (2) բանաձևը ճիշտ են նաև այն դեպքում, երբ կորը հատում է կոորդինատների առանցքը:

գ) ներմուծենք ծանրության կենտրոնի հասկացությունը:

Սահմանում: Մարմնի ծանրության կենտրոն կոչվում է այն ակնհայտ կետը, որ եթե նրանում կենտրոնացվի ողջ զանգվածը, ապա այդ կետի ստատիկ մոմենտը ցանկացած առանցքի նկատմամբ հավասար կլինի նույն առանցքի նկատմամբ ամբողջ մարմնի ստատիկ մոմենտին:

Նշանակենք l կորի ծանրության կենտրոնի հեռավորությունները օրդինատների և աբսցիսների առանցքներից և դիտարկենք:

Այդ դեպքում օգտագործելով կորի ծանրության կենտրոնի սահմանումից, կստանանք.

$$S_x = l\eta = \int_0^l y dl; \quad S_y = l\xi = \int_0^l x dl :$$

Լուծելով ստացված հավասարությունները ξ և η հարաբերությամբ, գտնենք հարթ կորի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները.

$$\xi = \frac{1}{l} \int_0^l x dl; \quad \eta = \frac{1}{l} \int_0^l y dl :$$

Դիտողություն: Եթե կորը հավասարաչափ է տեղակայված որոշակի ուղղի նկատմամբ, ապա այդպիսի կորի ծանրության կենտրոնը գտնվում է այդ ուղղի վրա:

Այս լրացումը թույլ է տալիս որոշ դեպքերում հեշտացնել հարթ կորի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները գտնելը:

Օրինակ 1: Գտնենք կիսաշրջանի ստատիկ մոմենտը տրամագծի նկատմամբ:

Լուծում: Ընտրենք կոորդինատային համակարգը այնպես, որպեսզի ծանրության կենտրոնը համընկնի կոորդինատների սկզբնակետի հետ, իսկ տրամագիծը, որի նկատմամբ մենք գտնում ենք ստատիկ մոմենտը, համընկնել է O_x առանցքի հետ: Այդ ժամանակ կիսաշրջանի ստատիկ մոմենտը տրամագծի նկատմամբ կարտահայտվի հետևյալ բանաձևով.

$$S_x = \int_0^l y dl,$$

որտեղ $dl = \sqrt{1+(y')^2}$, $d_x y = f(x)$ կորի աղեղի դիֆերենցիալն է:

Ընտրված կոորդինատային համակարգում կիսաշրջանի հավասարումը գրառվում է հետևյալ կերպ.

$$y = \sqrt{R^2 - x^2}.$$

Այդ դեպքում.

$$y' = -\frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}}, \quad 1+(y')^2 = 1 + \frac{x^2}{R^2 - x^2} = \frac{R^2}{R^2 - x^2}$$

և այդ պատճառով $dl = \frac{Rdx}{\sqrt{R^2 - x^2}}$:

Հետևաբար

$$S_x = \int_{-R}^R \sqrt{R^2 - x^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2}} dx = 2R \int_0^R dx = 2Rx \Big|_0^R = 2R^2$$

Օրինակ 2: Գտնենք կիսաշրջանի քառորդի ծանրության կենտրոնը $x_2 + y_2 = 4$, տեղակայված առաջին քառորդում:

Լուծում: Տվյալ կորը տեղակայված է հավասարաչափ կոորդինատային հարթության առաջին քառորդի անկյան կիսորդի նկատմամբ, հետևաբար այդ կորի ծանրության կենտրոնը ընկած է կիսորդի վրա, այդ պատճառով $\xi = \eta$: Բավական է գտնել միայն ξ ՝ օգտվելով հետևյալ բանաձևից.

$$\xi = \frac{1}{l} \int_0^l x dl:$$

Հաշվումն ավելի հեշտ է իրականացնել, անցնելով պարամետրական հավասարումներին: Քանի որ դրա շառավիղը հավասար է երկուսի, ապա շրջանի քառորդի համարում ենք.

$$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Այստեղից գտնում ենք, որ

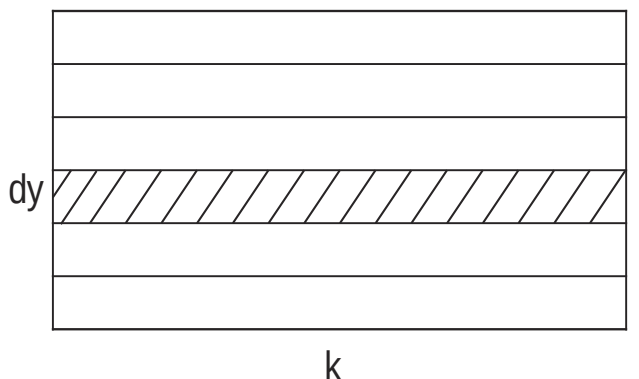
$$x'_t = -2 \sin t, y'_t = 2 \cos t,$$

$$dl = \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt = \sqrt{4 \sin^2 t + 4 \cos^2 t} dt = 2 dt$$

Քանի որ տվյալ շրջանի քառորդի լերկարությունը հավասար է $\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2 = \pi$, ապա

$$\xi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos t \, 2dt = \frac{4}{\pi} \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{\pi}$$

2. Չարթ մարմինների ստատիկ մոմենտների և ծանրության կենտրոնների կոորդինատների հաշվումը: Գտնենք k և l կողմերով ուղղանկյան ստատիկ մոմենտը k կողմի նկատմամբ: Այդ ուղղանկյունը բաժանենք տարրական ուղղանկյունների, որոնք ունեն k և dy կից կողմեր (նկ. 7): Տարրական ուղղանկյան զանգվածը հավասար է դրա մակերեսին՝ kdy (զանգվածի բաշխման խտությունը հավասար է մեկ միավորի): Այդ պատճառով տարրական ստատիկ մոմենտը հավասար $kydy$, իսկ ամբողջ ուղղանկյան ստատիկ մոմենտը հավասար է.



$$\int_0^l kydy = \frac{ky^2}{2} \Big|_0^l = \frac{kl^2}{2} \quad (1)$$

Նկ.7. Տարրական

ուղղանկյուն

Այժմ արդեն հեշտ է գտնել այն կորագիծ սեղանի ստատիկ մոմենտը, որը վերևից սահմանափակված է $y=f(x)$ կորով, որտեղ $f(x)$ անընդհատ և ոչ բացասական ֆունկցիա է $[a; b]$ հատվածում, ներքևից սահմանափակված արագիսների առանցքով, իսկ կողքերից՝ $x=a$, $x=b$ ուղիղներով:

Կորագիծ սեղանը բաժանենք տարրական ուղղանկյունների, որոնցից յուրաքանչյուրի հիմքը dx է, իսկ բարձրությունը y : Այդպիսի ուղղանկյան ստատիկ մոմենտը արագիսների առանցքի

Նկատմամբ ըստ (1) բանաձևի հավասար է $\frac{y^2 dx}{2}$, այդ պատճառով ողջ

կորագիծ սեղանի ստատիկ մոմենտը հավասար է $\frac{1}{2} \int_a^b y^2 dx$: Այն դեպքում,

երբ հերքվում է $y=f(x)$ ֆունկցիայի ոչ բացասական լինելու մասին ենթադրությունը, այս բանաձևը կարելի է փոխարինել հետևյալ բանաձևով.

$$S_x = \frac{1}{2} \int_a^b y|y| dx$$

Քանի որ ըստ ենթադրության խտությունը հավասար է միավորի, ապա կորագիծ սեղանի զանգվածը հավասար է դրա մակերեսին,

այսինքն $\int_a^b |y| dx$ ինտեգրալին, և այդ պատճառով սեղանի ծանրության

կենտրոնի օրդինատն արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\eta = \frac{\int_a^b y|y| dx}{2 \int_a^b |y| dx}$$

Բարդ չէ գտնել օրդինատների առանցքի նկատմամբ կորագիծ սեղանի ստատիկ մոմենտը: Դրա համար բավարար է նկատել, որ տարրական ուղղանկյան հեռավորությունը այդ առանցքից հավասար է x -ի: Այդ պատճառով դրա ստատիկ մոմենտը հավասար է $x|y|dx$ -ի, իսկ ողջ սեղանի ստատիկ մոմենտը արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով.

$$S_y = \int_a^b x|y| dx$$

Չետևաբար, ծանրության կենտրոնի աբսցիսը արտահայտվում է այսպես.

$$\xi = \frac{\int_a^b x|y| dx}{\int_a^b |y| dx}$$

Օրինակ 3: Գտնենք մարմնի ստատիկ մոմենտը (օx առանցքի նկատմամբ), սահմանափակված արեւելյան երկրի առանցքով և ցիկլոիդի մեկ կամարով. $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$:

Լուծում: Քանի որ ցիկլոիդի մեկ կամարի t ցուցանիշը փոխվում է $0-2\pi$ սահմաններում, ապա

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} a^2 (1 - \cos t)^2 a (1 - \cos t) dt = \frac{a^3}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)^3 dt = \\ &= \frac{a^3}{2} \left(t - 3 \sin t + \frac{3}{2} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) - \left(\sin t - \frac{1}{3} \sin^3 t \right) \right) \\ \Big|_0^{2\pi} &= \frac{a^3}{2} \left(2\pi + \frac{3}{2} \cdot 2\pi \right) = \frac{5}{2} \pi a^3 \end{aligned}$$

Օրինակ 4: Գտնենք մարմնի ծանրության կենտրոնը, սահմանափակված օx առանցքով և սինուսոիդի մեկ կիսաալիքով՝ $y=\sin x$:

Լուծում: Քանի որ մարմինը սինուսոիդի կիսաալիքի դեպքում տեղակայված է սիմետրիկ $x=\frac{\pi}{2}$ ուղղի նկատմամբ, ապա ծանրության կենտրոնն ընկած է հենց այդ ուղղի վրա, և, հետևաբար, $x=\frac{\pi}{2}$: Ծանրության կենտրոնի դժգոհատը կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով. $y = \frac{1}{2S} \int_0^{\pi} y^2 dx$:

$$\text{Քանի որ } S = \int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 2$$

$$\text{ապա } y = \frac{1}{4} \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{8}$$

Այսպիսով, տվյալ մարմնի ծանրության կենտրոնը գտնվում է $(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{8})$ կետերում:

Օրինակ 5: Գտնենք մարմնի ծանրության կենտրոնը՝ սահմանափակված արեւելյան երկրի առանցքով և ցիկլոիդի մեկ կամարով $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$:

Լուծում: Այս մարմինը հավասարաչափ է տեղակայված $x=\pi a$ ուղղի նկատմամբ, հետևաբար դրա ծանրության կենտրոնը գտնվում է այդ ուղղի վրա, և այդ պատճառով $x_0 = \pi a$:

Գտնենք դ-ն այս բանաձևով.

$$y_0 = \frac{1}{2S} \int_a^b y^2 dx$$

Այս մարմնի S մակերեսը հաշվվել է նախապես, այն հավասար է $3\pi a^2$:

Հետևաբար.

$$y_0 = \frac{1}{6\pi a^2} \int_0^\pi a^3 (1 - \cos t)^3 dt = \frac{5}{6} a:$$

Տվյալ մարմնի ծանրության կենտրոնը գտնվում է $\pi a; \frac{5}{6} a$ կետում:

3. Գուլդհիս-Պապի թեորեմները: Դուրս բերենք թեորեմները, որոնք կապում են պտտական մակերևույթի մակերեսը (համապատասխանաբար մարմնի ծավալը) պտտվող աղեղի ծանրության կենտրոնի հետ (համապատասխանաբար, կորագիծ սեղան):

Դիցուք λ մակերևույթը ձևավորվել է թկորի պտույտով, որն ունի l երկարություն: Մենք գիտենք, որ այդ աղեղի ծանրության կենտրոնի օրդինատը արտահայտվում է բանաձևով.

$$y_0 = \frac{\int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx}{l}$$

Քանի որ պտտման մակերևույթի մակերեսը արտահայտվում է ինտեգրալով.

$$P = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

ապա այս հավասարությունն ից հետևում է, որ $P = p y_0 l$

Մենք ապացուցեցինք հետևյալ պնդումը, որը կոչվում է Գուլդհիս-Պապի առաջին թեորեմ:

Մակերևույթի մակերեսը, որը ստացվել է իրեն չհատող առանցքի շուրջ կորի պտույտից, հավասար է l աղեղի երկարության և

այն կորով շրջանի երկարության արտադրյալին, որի ծանրության կենտրոնը C-ն է:

Համանման ձևով կորագիծ սեղանի ծանրության կենտրոնի օրդինատը արտահայտող բանաձևից $y_0 = \frac{\int_a^b y^2 dx}{2S}$ և մարմնի պտույտի ծավալի բանաձևից՝ $V = \pi \int_a^b y^2 dx$, ստանում ենք, որ $V = S \cdot 2\pi r$:

Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապեր իրագործելիս առանցքային դեր ունեն, այսպես կոչված, միջառարկայական առաջադրանքները: Դրանք այնպիսի առաջադրանքներ (խնդիրներ) են, որոնք կազմված են ֆիզիկա առարկայի ուսումնական նյութի վրա և լուծվում են մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով:

Այսպիսով, միջառարկայական կապերի միջոցով ուսուցման տարբերակականացման հիմնախնդիրը լուծելու համար (հիարկե՝ մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա) մեր կողմից առաջարկվում է գիտելիքների յուրացման երեք մակարդակ՝ **սպրտադիր, բարձր, առաջանցիկ**, որն ապահովում է սովորողների **վերաստորոգական, մասնակի-որոնողական և ստեղծագործական** գործունեությունը:

Հենվելով գիտելիքների յուրացման և սովորողների գործունեության կազմակերպման նշված մակարդակների վրա՝ կատարվել է միջառարկայական առաջադրանքների դասակարգում, և հիմնավորվել է, որ միջառարկայական առաջադրանքների այս օրինակ դասակարգման հիման վրա կատարված **ուսուցման խնդրադիր տեխնոլոգիան**՝

- մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսումնական նյութի ուսումնասիրության լուրջ մոտիվացիայի հիմք է,
- ընդլայնում է սովորողի պատկերացումները՝ մաթեմատիկական մոդելի կիրառություններին մասին:

2.3. Մանկավարժական գիտախորժի անցկացման մեթոդիկան և

արդյունքները

Փորձարարական աշխատանքները անցկացվել են որպես փոխկապակցված պարապմունքների համակարգ՝ մշակված դիդակտիկական տեխնոլոգիաների արդյունավետության ու նրա ստուգելիության համար:

Փորձարարական աշխատանքները նպատակ ունեին ստուգել ու (հաստատել ու կամ ժխտել ու) աստիճանագրել անգլիական վարկածն առայն, որ հիմնական և ավագ դպրոցում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացումը կլինի արդյունավետ (կբարձրանա սովորողների բնագիտական-մաթեմատիկական պատրաստվածությունը, կզարգանան նրանց իմացական հետաքրքրությունները), եթե այն իրագործվի մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա: Ընդ որում՝ միջառարկայական կապերի իրականացումը մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա կլինի առավել արդյունավետ, եթե այն կառուցվի հատուկ մշակված միջառարկայական խնդիրների համաշարի լուծման դեպքում՝ դրա համար մշակված դիդակտիկական (մանկավարժական) տեխնոլոգիայի շրջանակներում:

Համաձայն փորձարարական աշխատանքների նպատակների՝ ձևակերպել ենք հետևյալ խնդիրները (որոնք հաջորդաբար լուծվել են փորձարարական աշխատանքների ընթացքում՝ ստուգողական և փորձարարական դասարաններում)։

1. որոշել սովորողների միջառարկայական գիտելիքների (մաթեմատիկա և ֆիզիկա) ձևավորվածության աստիճանը,

2. մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դասընթացներում առանձնացնել փոխկապակցված թեմաներ,

3. որոշել սովորողների կողմից մաթեմատիկական մոդելավորում հասկացությանը տիրապետելու և այն կիրառելու կարողությունների մակարդակը,

4. ստուգել մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործումը (մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա) ապահովող մանկավարժական տեխնոլոգիայի արդյունավետությունը:

Փորձարարական աշխատանքները անցկացվել են երեք փուլով՝ հաստատագրող, որոնողական և ձևավորող (ուսուցողական):

Հաստատագրողի նպատակը մանկավարժության և հոգեբանության մեջ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցման գործընթացներում միջառարկայական կապերի իրագործման և մաթեմատիկական մոդելների կառուցման հիմնախնդրի ուսումնասիրվածության մակարդակի որոշումն էր, սովորողների՝ միջառարկայական գիտելիքներին տիրապետելու աստիճանի պարզումը, ուսուցիչների կողմից միջառարկայական կապերի իրագործմանն ուղղված մեթոդական փորձառնության չափի և մաթեմատիկական մոդելավորմամբ միջառարկայական կապերի իրագործելու հնարավորությունների հարցի որոշումը:

Հաստատագրող գիտափորձերն անցկացվել են Երևանի թիվ 137, 140, 18 և Մասիս քաղաքի թիվ 2 դպրոցներում:

Այս փուլում՝ որպես հետազոտության հիմնական ձևեր օգտագործվել են.

- հոգեբանամանկավարժական, մեթոդական և ուսումնական, գրականության քննական վերլուծության ունը,
- դիտում, անկետավորում, սովորողների և ուսուցիչների հետ զրույցներ,
- հայտորոշիչ ստուգողական աշխատանք և թեստավորում:

Մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա միջառարկայական կապերի իրագործման անհրաժեշտությունը, որը պարզվեց ուսուցիչների հետ զրույցի և նրանց մանկավարժական փորձի վերլուծության միջոցով, հաստատվեց հայտորոշիչ ստուգողական աշխատանքների վերլուծության արդյունքում:

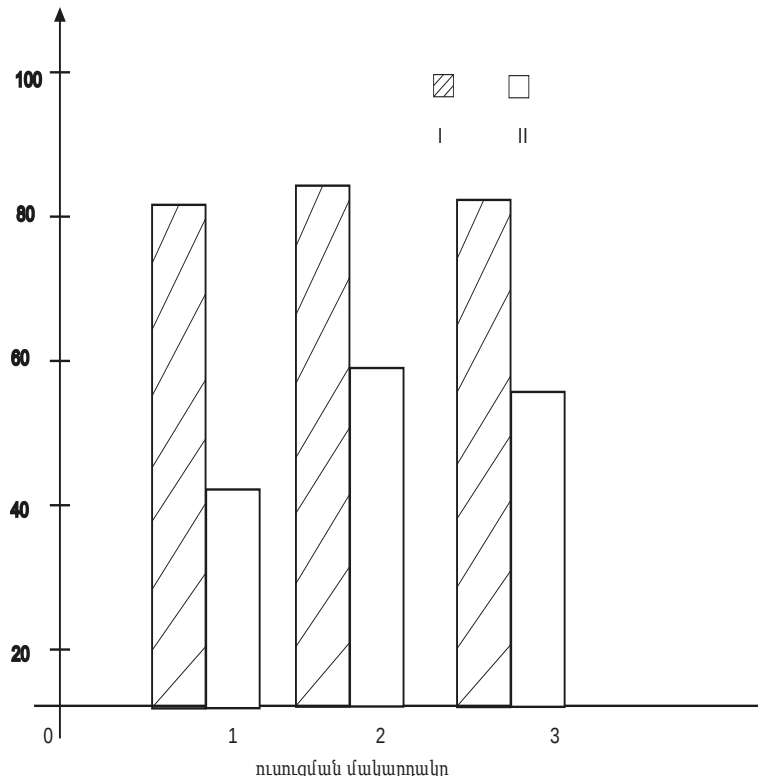
Հայտորոշիչ ստուգողական աշխատանքի նպատակն էր պարզել՝ կապված են, արդյոք, խնդիրների լուծման կարողությունները այդ խնդիրների միջառարկայական բովանդակության մակարդակից, և արդյո՞ք այդ մակարդակը կախված է խնդիրներում մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի օգտագործման աստիճանից:

Դիտարկվող աշխատանքն անց է կացվել հանրահաշվի դասընթացի ընդհանրական կրկնության ժամանակ: Այն կազմված էր երկու մասից:

Առաջին մասում ներառված էին սովորական մաթեմատիկական խնդիրներ՝ եռամակարդակ բարդության. պարտադիր, բարձր, առաջընթացիկ, երկրորդ մասում (երկու շաբաթ անց), նույն

բովանդակությամբ մաթեմատիկական խնդիրները, բայց այլ՝ միջառարկայական ֆաբուլայով:

Երկու ստուգողական աշխատանքի արդյունքները ներկայացված են նկար 8-ում:



Նկ.8. Ստուգողական աշխատանքի արդյունքները

Համեմատելով սովորողների կողմից ստուգողական գրավորների կատարման արդյունքները (I գրավոր աշխատանք, II գրավոր աշխատանք) հանգում ենք այն եզրակացության, որ երկրորդ ստուգողական աշխատանքի կատարման դեպքում դժվարությունները պայմանավորված էին խնդիրների միջառարկայական բնույթով և ոչ թե հանրահաշվական գիտելիքներով, ընդ որում՝ այդ խնդիրների լուծումը առավել դժվարություններ էր առաջացրել պարտադիր (1) մակարդակում:

9-րդ դասարանում կատարված անկետավորումը ի հայտ բերեց, որ՝

- սովորողները միջառարկայական խնդիրները համարում են ավելի հետաքրքիր, քան սովորականները,
- սովորողները համարում են, որ միջառարկայական խնդիրները ավելի դժվար են, քան «սովորականները»,

- սովորողները գտնում են, որ միջառարկայական խնդիրների լուծման դժվարությունների պատճառն այն է, որ այդպիսի խնդիրներ քիչ են լուծվել:

Հիմնական դպրոցում միջառարկայական կապերի իրագործման առկա (հատկապես մաթեմատիկական մոդելավորման շրջանակներում) հնարավորությունները որոշելու նպատակով կատարվեց մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ուսուցիչների անկետավորում Երևան քաղաքի թիվ 137, 140, 18 և Մասիս քաղաքի թիվ 2 դպրոցներում: Անկետավորման արդյունքների վերլուծությունը ցույց տվեց հետևյալը.

- ուսուցիչների մեծամասնությունն ընդունում է, որ միջառարկայական կապերի իրականացումը անհրաժեշտ է, բայց դա միայն կատարում են ընդհանրացնող կրկնությունների ժամանակ՝ այն էլ հատվածաբար,

- միջառարկայական խնդիրների լուծումը չի կատարվում մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի հնարավորությունների լիարժեք կիրառմամբ,

- ուսուցիչների մեծամասնությունը այն կարծիքին է, որ միջառարկայական խնդիրների լուծումը կօգնի մեծացնելու հետաքրքրությունը առարկայի նկատմամբ,

- մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացումը (մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա) դժվարությունն է առաջացնում հիմնականում այն պատճառով, որ չկան, իրենց ծանոթ չեն համապատասխան դիդակտիկական մշակումներ և ուսուցման համապատասխան տեխնոլոգիաներ:

Այնուհետև, ուսուցիչների հետ անցկացվեց երկշաբաթյա սեմինար. նպատակը միջառարկայական բնույթի խնդիրների մաթեմատիկական մոդելավորմամբ լուծման մեթոդիկային ծանոթացնելն էր:

Փորձարարական աշխատանքների իրագործման արդյունքում հիմնավորվեց թեմայի արդիականությունը, ձևակերպվեց հետազոտության հիմնախնդիրը, ճշգրտվեց վարկածը. մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործումը արդյունավետ կլինի և արդյունքում կբարձրանա սովորողների գիտելիքների

որակական մակարդակը, եթե միջառարկայական կապերը իրագործվեն մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա:

ՈՐՈՆՈՂԱԿԱՆ ԳԻՏԱՓՈՐՁ

Երկրորդ փուլում անհրաժեշտ էր որոշել մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա միջառարկայական կապերի իրականացումն ապահովող մեթոդիկայի հիմնական դրույթներն ու բովանդակությունը:

Այս փուլում գծագրվեցին մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա միջառարկայական կապերի իրականացման համար անհրաժեշտ միջառարկայական խնդիրների համաչարի շրջանակները:

Այս փուլում իրագործվեց նաև փորձարարական դասավանդում, որում ներառվեց 142 աշակերտ:

Երկրորդ փուլի իրագործման ընթացքում հետագա ճշգրտման ենթարկվեցին միջառարկայական խնդիրների համաչարի բովանդակությունն ու ուսուցման համապատասխան մեթոդները:

Երկրորդ փուլում ընտրվեցւ են նաև գիտափորձի արդյունքների (տվյալների) մշակման վիճակագրական մեթոդները:

Դասարանի յուրաքանչյուր աշակերտի համար գիտելիքի յուրացման գործակիցը որոշվել է $K = \frac{2n_i}{n - N}$ բանաձևով, որում n -ը հասկացության հատկանիշների քանակն է, որ պետք է յուրացնի սովորողը, n_i -ն՝ իրականում յուրացված հատկանիշների քանակը, N -ը առաջադրանքը կատարած սովորողների քանակը:

Ընդ որում սահմանվել են յուրացման աստիճաններ.

- ցածր, եթե $k \leq 0,25$,
- պարտադիր, եթե $0,25 < k < 0,5$,
- բարձր, եթե $0,5 \leq k < 0,75$,
- առաջանցիկ, եթե $0,75 \leq k \leq 1$.

Գիտափորձի արդյունքների գնահատման հավաստիությունը որոշելու համար կիրառվել են մաթեմատիկական վիճակագրության ոչ պարամետրական մեթոդներ:

Վիճակագրական մշակումը իրագործվել է Statistica 5.0 for Windows ծրագրային փաթեթի միջոցով:

Հավաստիությունը գնահատվել է Ուլիկիևսոն-Ման-Ուիլսոնի հայտանիշի հիման վրա:

Ինչ վերաբերում է սովորողների մտային գործունեության հնարների ձևավորվածության աստիճանը և դրա հիման վրա հասկացողությունների յուրացման մակարդակը որոշելու հայտանիշներին, ապա օգտագործել ենք հետևյալ գործակիցները.

1. հասկացության բովանդակության ձևավորվածության գործակից`

$$k_n = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \cdot n_j}{k \cdot N},$$

2. մտային գործունեության հնարների ձևավորվածության աստիճանի գործակից`

$$k_x = \frac{\sum_{i=1}^N X_i \cdot n_i}{x \cdot N},$$

3. մտային գործունեության ձևերի կիրառման աստիճանի գործակից`

$$k_y = \frac{\sum_{i=1}^N y_i \cdot n_i}{y \cdot N}:$$

Եթե $P = K_y - K_x > 0$, ապա P-ն ցույց է տալիս սովորողի կողմից տրված հասկացությունը չգիտակցված կիրառելու չափը:

Այդ գործակիցների թվային արժեքը որոշելու համար սովորողներին տրվել են հարցեր և վարժություններ` պարզելու.

1. հասկացության վերաբերյալ գիտելիքները,
2. հասկացության ամենամոտ տեսակային հասկացության մասին գիտելիքները,
3. հասկացության սեռային տարբերության մասին գիտելիքները,
4. հասկացության ներքին կառուցվածքի մասին գիտելիքները:

K_n գործակիցը հաշվելու համար անհրաժեշտ է նախապես պարզել ուսումնասիրվող հասկացության մեջ մտնող գիտելիքների քանակը:

Փորձնական ուսուցման ընթացքում փորձարարական դասարանի 142 աշակերտից կատարվեց ընտրությամբ պատահական թվերի առկայությունը. ընտրվեց 50 աշակերտ, որոնց առաջարկվեց պատասխանել «Ձեզ դուր է գալի՞ս, արդյոք, հանրահաշվի դասերին ֆիզիկական բնույթի խնդիրները ուծելը» հարցին:

Հանրահաշվի դասին միջառարկայական բնույթի խնդիրների լուծման արդյունքում սովորողների գործունեության փոփոխությունների ուղղվածացումը պարզելու համար կիրառել ենք Մեկնամարայի հայտանիշը: Դա կիրառելի էր, որովհետև երկու հարցման (նախքան փորձնական ուսուցումը և փորձնական ուսուցումից հետո) սովորողների քանակը նույնն էր՝ 50 աշակերտ, ընդ որում՝ երկու դեպքում էլ աշակերտները պատահական էին ընտրված:

Հարցումների արդյունքները ներկայացված են Աղյուսակ 4-ում:

Աղյուսակ 4

Հարցումների արդյունքներ

Առաջին հարցում Երկրորդ հարցում	Այո ($X_i=1$)	Ոչ ($X_i=0$)
Այո ($Y_i=1$)	a=16	b=24
Ոչ ($Y_i=0$)	c=4	d=6

Ստացված տվյալների հիման վրա առաջ քաշվեց երկու վարկած.

H_0 : «Միջառարկայական կապերի իրագործման համար կիրառված տեխնոլոգիան չի ազդում սովորողների իմացական հետաքրքրությունների ձևավորման վրա.

$$H_0: P(x_i = 0, y_i = 1) = P(x_i = 1, y_i = 0):$$

Այլ ընտրանքային վարկածը՝ H_1 , ձևակերպվեց այսպես.

H_1 ՝ միջառարկայ ական կապերի իրականացման համար կիրառված տեխնոլոգիան ազդում է սովորողների իմացական հետաքրքրությունների ձևավորման վրա:

$$H_1: P(x_i=0, y_i=1) \neq P(x_i=1, y_i=0):$$

Քանի որ $n=b+c(=30) \leq 40$, ապա վերցնում ենք T_2 ստատիստիկը այսպես՝

$$T_2 = \min(b, c) = \min(24, 4) = 4$$

Ըստադյունականի գտնում ենք, որ $P(T_2 \leq 4) = 0,006$

Քանի որ $0,006 = P(T_2 \geq 4) < 0,025$

ապա H_0 վարկածը մերժվում է $\alpha=0,05$ նշանակալիության մակարդակով, ապա ընդունվում է H_1 վարկածը $b > c(24 > 4)$:

Յետևաբար՝ միջառարկայ ական կապերի իրականացման ընթացքում առաջարկված ուսուցման տեխնոլոգիան դրականորեն է ազդում միջառարկայ ական խնդիրների նկատմամբ սովորողների իմացական հետաքրքրությունների ձևավորման վրա:

Որոնողական գիտափորձի ընթացքում ուսումնասիրվեց մերկողմից մշակված տեխնոլոգիայի արդյունավետությունը նաև միջառարկայ ական բնույթի հասկացությունների յուրացման ուղղությունը նյամբ: Վերցնենք «Ֆունկցիայի աճ (\$Ա), մեծագույն (փոքրագույն) արժեք (ՄԱ), համակարգիչում (ՀԼ), «քառակուսային հավասարման լուծում (ԲՀ), քառակուսային անհավասարման լուծում (ԲԱ), գրաֆիկ (Գր) հասկացությունները:

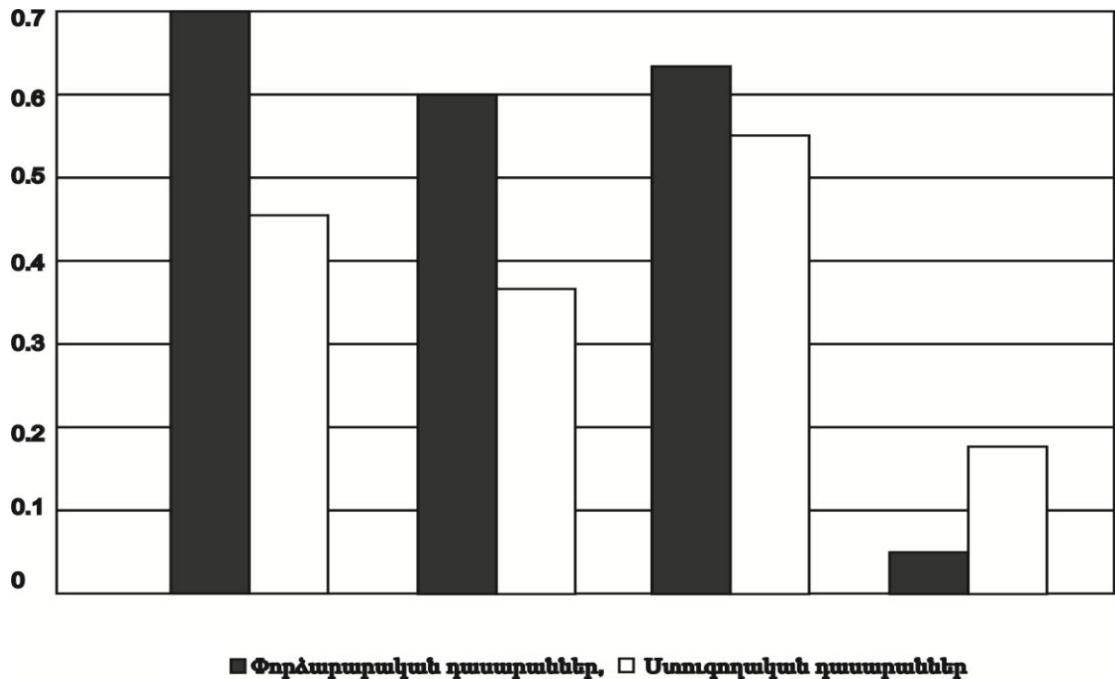
Արդյունքների մշակման համար կիրառել ենք Ուիլկինսոն – Ման – Ուիթնիի հայտանիշը՝ հավաստիության աստիճանով:

Այս փորձի արդյունքները բերված են ադյունակ 5-ում և պատկերված նկ.9-ում:

Միջառարկայ ական հասկացությունների ձևավորման արդյունքները
Ադյունակ 5.

Հասկացություն	K_n		K_x		K_y		P	
	Φ	Ս	Φ	Ս	Φ	Ս	Φ	Ս
\$Ա	0.68	0.42	0.6	0.28	0.61	0.58	0.01	0.3
ՄԱ	0.62	0.38	0.63	0.47	0.62	0.56	0.01	0.09

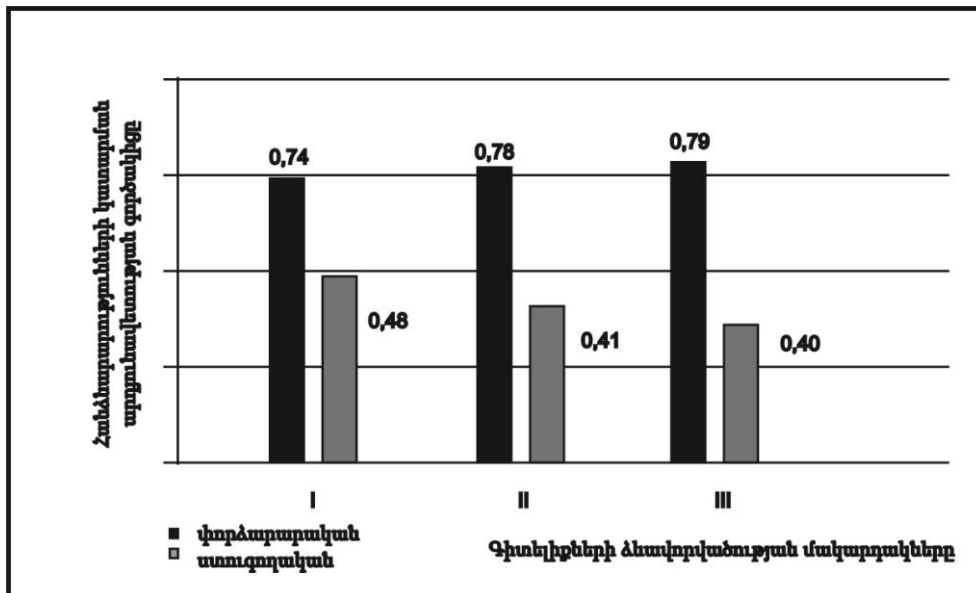
ՀԼ	0.71	0.49	0.59	0.31	0.61	0.53	0.02	0.22
ՔՀ	0.70	0.49	0.57	0.30	0.65	0.57	0.08	0.27
ՔԱ	0.73	0.39	0.53	0.44	0.58	0.50	0.05	0.06
ԳՐ	0.74	0.58	0.66	0.40	0.71	0.53	0.05	0.13
Միջին արժեք	0.70	0.46	0.60	0.37	0.63	0.55	0.05	0.18



Նկ.9. Որոնողական գիտախորժի արդյունքները

Ստացված արդյունքների վերլուծությանը ցույց է տալիս, որ մեր կողմից առաջարկված փորձնական տեխնոլոգիան տալիս է որոշակի դրական արդյունքներ՝ սովորողների մոտ հասկացության ներքին ձևավորման, դրանց իմաստավորված կիրառման և, հետևաբար տեսական մտածողության կազմավորման ուղղությամբ:

Այնուհետև ուսումնասիրվեց տեխնոլոգիայի արդյունավետությանը մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառկայական կապերի հիման վրա սովորողների գիտելիքների յուրացման մակարդակի որոշման ուղղությամբ: Նկ. 10-ում պատկերված են դրա արդյունքները:



Նկ.10. Գիտելիքների ձևավորվածության մակարդակը

Այս տեղից երևում է, որ փորձարարական դասարաններում, որտեղ կիրառվել են մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի օգտագործմամբ ուսուցման տեխնոլոգիաներ, գիտելիքների յուրացման որակի միջին ամբողջական ցուանիշները բարձր են՝ հուսալիության աստիճանով:

Այնուամենայնիվ, քանի որ որոնողական փորձը կրում է դրվագային բնույթ, ստացված արդյունքներից երևում է, որ, օրինակ, Քոգործակցի մեծացումը եղել է ի հաշիվ հասկացության ներքին կառուցվածքի մասին գիտելիքների ավելացման: Սա բերեց մեզ հետևյալ եզրակացության.

1. փորձնական տեխնոլոգիայի դրվագային կիրառման դեպքում ձևավորվում է սովորողների ուսումնական գործունեությունը, բայց ոչ այնչափով, որ կարող է եապես զարգացնել նրանց տեսական մտածողությունը,

2. տեսական մտածողության ձևավորման և զարգացման համար անհրաժեշտ է կիրառել փորձնական տեխնոլոգիան համակարգված ձևով և լայնույթով:

Ուստի ձևավորող գիտափորձի ընթացքում նորից կիրառվեց փորձնական տեխնոլոգիան, բայց արդեն համակարգված ձևով:

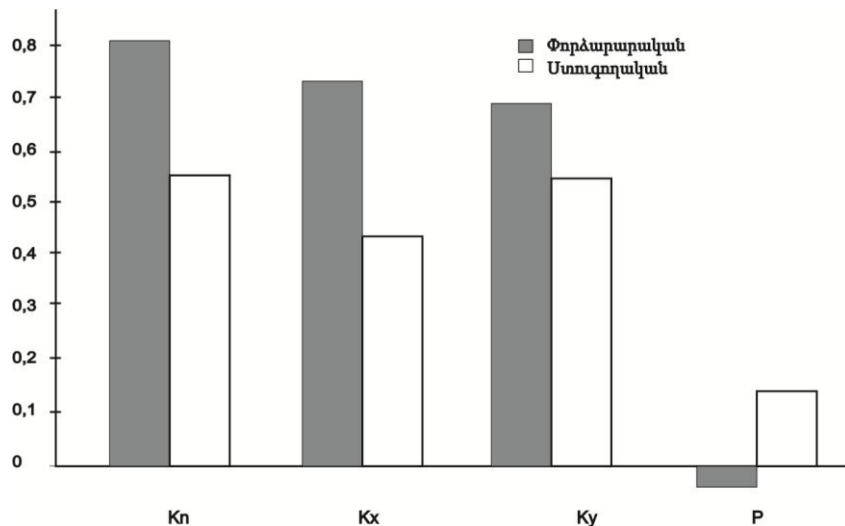
Միջառարկայական հասկացությունների ձևավորման մակարդակը որոշելու համար մեր կողմից օգտագործվել է գործակիցների այն հաշվարկը, որն իրագործվել էր հաստատող և

որոնողական փորձի ընթացքում: Արդյունքները բերված են աղյուսակ 6-ում, իսկ նկ. 11-ում բերված են գործակիցների միջին արժեքները:

Աղյուսակ 6.

Գիտելիքների ձևավորվածության մակարդակների արդյունքները

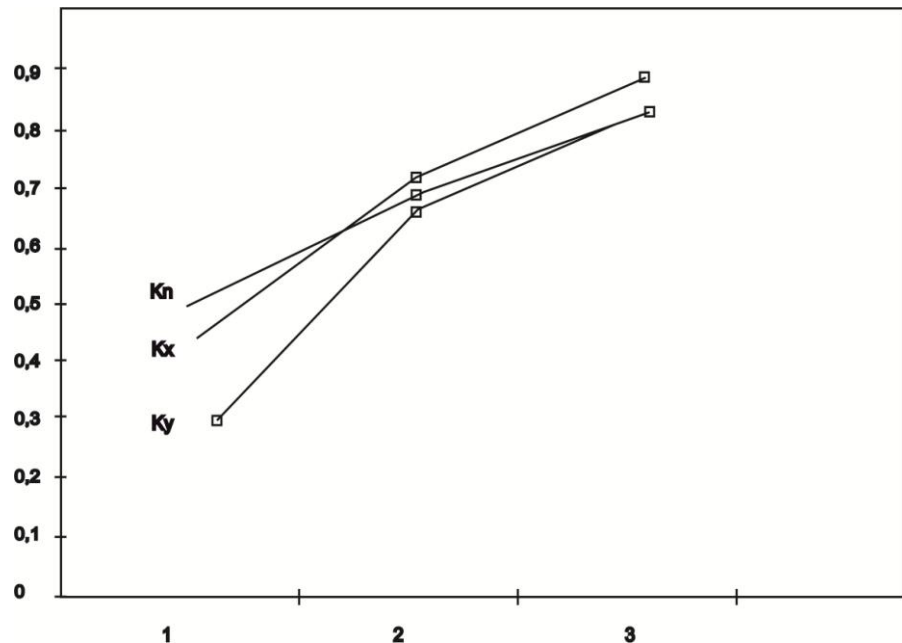
Հասկացություն	K_n		K_x		K_y		P	
	Φ	U	Φ	U	Φ	U	Φ	U
ՏԱ	0.82	0.46	0.78	0.30	0.75	0.60	-0.03	0.30
ՄԱ	0.77	0.42	0.80	0.51	0.70	0.51	-0.10	0.00
ՀԼ	0.84	0.54	0.85	0.32	0.85	0.69	0.00	0.37
ՔՀ	0.83	0.57	0.67	0.34	0.72	0.61	0.05	0.27
ՔԱ	0.85	0.61	0.64	0.45	0.70	0.48	0.06	0.03
ԳՐ	0.89	0.69	0.77	0.49	0.78	0.55	0.01	0.06
Միջին արժեք	0.83	0.55	0.75	0.40	0.75	0.57	-0.002	0.17



Նկ.11. Գիտելիքների ձևավորվածության մակարդակները

Ստացված արդյունքները թույլ են տալիս պնդել, որ փորձնական տեխնոլոգիան արդյունավետ է: Փորձարարական դասարաններում հասկացության բովանդակությանը վերաբերող գիտելիքները, դրանք կիրառելու կարողություններն ու հմտությունները ավելի բարձր են, քան նույն արդյունքները ստուգողական դասարաններում, ընդ որում՝ հավաստիության $P < 0.01$ աստիճանով: Նկատենք նաև, որ բարձրացել է նաև իմաստավորված գործողություններ կատարելու աստիճանը:

Փորձարարական դասարաններում չիմաստավորված գործողությունների կիրառման աստիճանը 0 է, ստուգողականում՝ մոտ 39%:



Նկ 12. Գիտել իքների ձևավորվածության մակարդակները

Եթե համեմատենք K_n , K_x , K_y գործակիցների արժեքները հաստատող, փորձնական և ձևավորող գիտափորձերի համար, ապա կարելի է նկատել, որ փորձարարական դասարաններում դրանց ցրվածության չափը հաստատող փորձում՝ 0.08, այսինքն այն պակասել է մոտ 3 անգամ:

Այդ գործակիցների որոշակի փոփոխություն է նկատվում նաև ստուգողական դասարաններում:

Վերը ասվածները պատկերված են համապատասխանաբար նկ. 11-ում և նկ. 12-ում:

ՁԵՎԱՎՈՐՈՂ ԳԻՏԱՓՈՐՁ

Երրորդ փուլի նպատակը մշակված տեխնոլոգիաների արդյունավետության ստուգումն էր՝ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերը մաթեմատիկական մոդելավորման հիմքի վրա իրագործելու դեպքում:

Ընտրվեցին չորս դասարան՝ երկուսը ստուգողական, երկուսը՝ փորձարարական: Ուսուցումը և՛ ստուգողական, և՛ փորձարարական դասարանում իրագործում էին միևնույն ուսուցիչները:

Գիտափորձի ընթացքում գնահատվում էր առաջարկված տեխնոլոգիայի ազդեցությունը հետևյալ պարամետրերի վրա.

- հանրահաշվական գիտելիքների և կարողությունների որակը,
- հանրահաշվական խնդիրներ լուծելու կարողությունները,
- միջառարկայական խնդիրներ լուծելու կարողությունները,
- մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով միջառարկայական խնդիրներ լուծելու կարողությունները:

Ընդ որում փորձարարական դասարաններից մեկում փորձի վերջին երեք շաբաթվա ընթացքում ուսուցման տեխնոլոգիան իրագործվում էր մաթեմատիկական մոդելավորման խնդիրների ներառմամբ, մյուսում՝ առանց այդ ներառման:

Որպեսզի հաստատենք (կամ ժխտենք), որ առաջարկված մանկավարժական տեխնոլոգիան հնարավորություն է տալիս բարձրացնել գիտելիքների որակը, օգտագործվեց միակողմանի հայտանիշ [110, 112]: Բանն այն է, որ այս դեպքում առաջադիմությունը չափվում էր կարգային սանդղակով և ընտրանքները անկախ էին:

Ստուգադական աշխատանքների արդյունքներն արտացոլված են աղյուսակ

7-ում:

Ստուգադական աշխատանքների արդյունքները

Աղյուսակ 7

Միավորների տարբերության չափ	$0(x_i = y_i)$	$+(x_i < y_i)$	$-(x_i > y_i)$
Սովորողների քանակը	74	46	22

Առաջ քաշվեց երկու վարկած՝ H_0 և այլ ընտրանքային՝ H_1 : H_0 ՝ փորձարարական ուսուցումը չի ազդել ծրագրային նյութի յուրացման վրա՝

$$H_0 : P(x_i < y_i) \leq P(x_i > y_i)$$

H_1 : «փորձարարական ուսուցման արդյունքում ծրագրային նյութի յուրացման մակարդակը բարձրացել է՝

$$H_1: P(x_i < y_i) > P(x_i > y_i):$$

Դիտարկենք վիճակագրական մեծությունը դրական նշանների քանակն է՝ $T=46$: Այն (x_i, y_i) զույգերի թիվը, որ $x_i \neq y_i$ հավասար է՝ $n=68$: Նշանակալիություն մակարդակը վերցնում ենք $\alpha=0,05$: t_α հայտանիշի վիճակագրական կրիտիկական արժեքը հաշվվում է հետևյալ բանաձևով [36, 53].

$$t_\alpha = 0,5 \left(n + W_\alpha \cdot \sqrt{n} \right) :$$

Քանի որ $\alpha=0.05$, որ $W_\alpha = -1,64$ և $t_\alpha = 41,54$, ապա $n - t_\alpha = 68 - 41,57 = 26,43$

Քանի $T > n - t_\alpha$ ($46 > 26,43$), ապա H_0 վարկարկածը մերժվում է և ընդունվում է H_1 վարկածը:

Գիտափորձի 3-րդ փուլում մենք գնահատեցինք նաև միջառարկայական խնդիրների համակարգի և առաջարկված մեթոդիկայի ազդեցությունը սովորողների կողմից մաթեմատիկական հասկացությունների ձևավորվածության աստիճանի վրա:

Բերենք միայն ֆունկցիայի գրաֆիկ հասկացությանը վերաբերող արդյունքները (աղյուսակ 8).

Ֆունկցիայի գրաֆիկ հասկացությանը վերաբերող արդյունքները

Աղյուսակ 8.

Գնահատական / Դասարան	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	Մասնակիցների թիվը
Փորձարարական դասարաններ	3 2,1 1 1 %	14 9,8 6%	22 15,49 %	26 18,31 %	14 9,8 6%	17 11,97 %	42 29,58 %	4 2,8 2%	0 0 %	0 0 %	$n_1=142$
Ստուգողական դասարաններ	0 0 %	1 0,7 1%	6 4,2 9%	4 2,8 6%	9 6,4 3%	7 5,0 0%	89 63,57 %	17 12,14 %	5 3,5 7%	2 1,4 3%	

Ստուգողական աշխատանքի արդյունքները համեմատելով համարկիրառել ենք χ^2 (x-ի քառակուսի) հայտանիշը: Նկատենք, որ այդ

հայ տանիչը կիրառելու պայմանները բավարարված են՝ ընտրանքները պատահական են և անկախ:

Առաջ քաշվեց երկու վարկած՝ H_0 -ական և այլ ընտրանքային.

H_0 ՝ նյութի յուրացման մակարդակը կախված չէ առաջարկված մեթոդիկայից,

H_1 ՝ առաջարկված մեթոդիկան բարձրացրել է նյութի յուրացման մակարդակը:

Ըստ աղյուսակ 1-ի [36, 130] և $\alpha = 0,05$ ու ազատության $\nu = c - 1 = 10 - 1 = 9$ աստիճանի համար կուսենսնք՝ $T_{կրիտ.} = 14.2$:

$T_{կրիտ.}$ - ը հաշվվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$T_{կրիտ.} = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \cdot \sum_{i=1}^{10} \frac{(n_1 \cdot O_{2i} - n_2 \cdot O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}} : (*)$$

ըստովյալների (աղյուսակ 8)՝

$$n_1 = 142, \quad n_2 = 140,$$

$$O_{11}=3, O_{12}=14, O_{13}=22, O_{14}=26, O_{15}=14, O_{16}=17, O_{17}=42, O_{18}=4, O_{19}=O_{110}=0, \\ O_{21}=0, O_{22}=1, O_{23}=6, O_{24}=4, O_{25}=9, O_{26}=7, O_{27}=89, O_{28}=17, O_{25}=5, O_{210}=2,$$

Տեղադրելով այս արժեքները $T_{կրիտ.}$ -ի բանաձևի մեջ (և կատարելով հաշվումներ), կստանանք $T_{կրիտ.} = 21,6$:

Քանի որ $T_{կրիտ.} > T_{կրիտ.} (21,6 > 14,2)$, ապա H_0 վարկածը մերժվում է և ընդունվում է H_1 վարկածը՝ (նշանակել իրական $\alpha = 0$, մակարդակով):

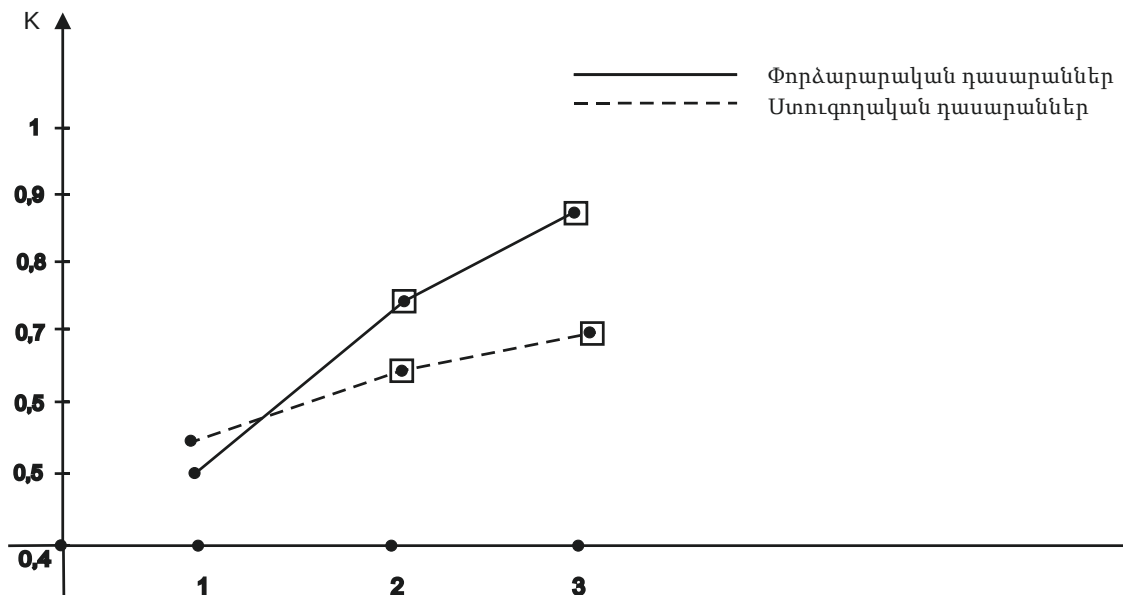
Յուրաքանչյուր ուսումնական կիսամյակի վերջում կատարվել է ստուգողական հատվածք (ընդամենը երեք) պարզելու համար սովորողների՝ միջառարկայական բնույթի խնդիրներ լուծելու մակարդակը:

$$\text{Օգտվենք } K = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n \cdot Q} \text{ բանաձևից, որում } R_i \text{ -ն } i\text{-րդ սովորողի կողմից}$$

ճիշտ լուծված խնդիրների թիվն է, Q -ն՝ առաջարկված խնդիրների թիվը, ուր՝ սովորողների թիվը:

K գործակիցը (առանձին-առանձին) հաշվվել է և՛ փորձարարական, և՛ ստուգողական դասարանների համար:

Արդյունքները ներկայացված են նկ. 13-ում



Նկար 13. Արդյունքների հավաստիության գրաֆիկները

Արդյունքների հավաստիությունը ստուգելու համար կիրառեցինք x_2 հայտանիշը:

Ստուգողական աշխատանքը բաղկացած էր 6 խնդրից. երեքը՝ պարտադիր (1 միավոր), երկուսը՝ բարձր (2 միավոր), մեկը՝ առաջընթացիկ (3 միավոր) մակարդակների համապատասխան:

Ստուգողական աշխատանքի արդյունքները ներկայացված են աղյուսակ 9-ում.

Ստուգողական աշխատանքի արդյունքները

Աղյուսակ 9

Ընդհանուր գնահատականի միավորը	Հաճախությունը փորձարարական դասարաններում՝ $f_{\text{փ}}$	Հաճախությունը ստուգողական դասարաններում՝ $f_{\text{ս}}$
0-2	6	24
3-4	10	36
5-6	38	18
7-8	32	20
9-10	22	10

Ձևակերպեցին երկու վարկած՝

H_0 : Միջառարկայական խնդիրները լուծելու կարողությունների ձևավորվածության աստիճանը նույնն է ստուգողական և փորձարարական դասարաններում,

H_1 ՝ Առաջարկված մեթոդիկան բարձրացնում է միջառարկայ ական խնդիրները և ուժեղում կարողությունների ձևավորվածության աստիճանը:

Նորից, ըստ (*) բանաձևի կատարելով հաշվումներ (այս դեպքում $\nu = c - 1 = 5 - 1 = 4$, $T_{կրիտ.} = 9,5$) և վերցնելով $\alpha = 0,05$, ստանում ենք, որ $T_{կրիտ.} = 20,5$:

Քանի որ $T_{կրիտ.} > T_{կրիտ.} = 20,5$, ապա H_0 վարկածը մերժվում է, մնում է H_1 -ը:

Գիտափորձի վերջին երեք շաբաթվա ընթացքում փորձարարական դասարանները կիսվեցին, դրանցից մեկում (փ1) ուսուցանվեց մաթեմատիկական մոդելավորման խորացված մեթոդներ, մյուսում (փ2)՝ ոչ: Նպատակը՝ պարզել թե՞ միջառարկայ ական բնույթի խնդիրները մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդների հետ ինչպե՞ս են կորելացվում: Ստուգողական աշխատանքը կազմված էր վեց խնդիրներից. յուրաքանչյուրը վերաբերում էր մեկ կոնկրետ հասկացությանը:

Արդյունքները բերված են աղյուսակ 10-ում:

Աղյուսակ 10

Միջառարկայ ական հասկացությունների՝ փորձարարական դասարաններում ձևավորման արդյունքները

	K_n		K_x		K_y		P	
	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2
ՏԱ	0.81	0.71	0.76	0.62	0.72	0.60	0.03	0.32
ՄԱ	0.76	0.42	0.81	0.59	0.74	0.53	0.01	0.00
ՀԼ	0.85	0.68	0.86	0.73	0.87	0.69	0.02	0.28
ԲՀ	0.89	0.73	0.72	0.48	0.79	0.61	0.05	0.27
ԲԱ	0.77	0.69	0.64	0.49	0.63	0.33	0.06	0.03
ԳԸ	0.79	0.55	0.75	0.52	0.74	0.42	0.01	0.06
Միջին արժեք	0.94	0.63	0.75	0.57	0.74	0.53	0.03	0.16

Այսպիսով, կարելի է ասել, որ մաթեմատիկական մոդելավորմամբ միջառարկայ ական բնույթի խնդիրների և ուժեղման մակարդակը բարձրանում է փորձարարական դասարաններում, եթե առաջարկվող մեթոդիկան զուգակցվում է մաթեմատիկական մոդելավորման խորացված ուսումնասիրմանը:

Գիտափորձի արդյունքները թույլ են տալիս անել ու հետևյալը.

1. Միջառարկայական կապերի իրականացման հիման վրա ուսուցում կազմակերպել ու դեպքում փորձարկան դասարաններում գիտելիքների ցածր մակարդակ ցույց տված սովորողների քանակը 3,5 անգամ քիչ է, քան ստուգողական դասարաններում,

2. Փորձարարական դասարաններում առկա է (հավաստիության նշանակալիության բարձր աստիճանով) գիտելիքների և կարողությունների յուրացման էապես բարձր մակարդակ, քան ստուգողական դասարաններում,

3. Փորձարարական խմբերում ուսումնական գործունեության (և դրա հիման վրա՝ տեսական մտածողության) ձևավորվածության մակարդակը բարձր է նույն արդյունքներից՝ ստուգողական դասարաններում:

Այսպիսով, մանկավարժական գիտափորձը հաստատեց ատենախոսության մեջ առաջ քաշված վարկածն առայն, որ՝ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործումը արդյունավետ կլինի և արդյունքում կբարձրանա սովորողների գիտելիքների որակական մակարդակը, եթե այն իրագործվի մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Կատարված ատենախոսական աշխատանքը նվիրված է հիմնական և ավագ դպրոցում մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման տեսության և պրակտիկայի (ուսուցման մեթոդիկայի) արդիական հիմնախնդրի լուծմանը:

Հոգեբանամանկավարժական և մեթոդական գրականության վերլուծության, ինչպես նաև մեր մանկավարժական-աշխատանքային փորձի արդյունքում մենք եկել ենք այն եզրահանգման, որ հիմնական և ավագ դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական

կապերի այնպիսի իրագործումը, որի միջոցով ապահովվում է նաև տարբերակված ուսուցում, բավարար չափով ուսումնասիրված չէ:

Ներկայացված աշխատանքում մշակվել է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացների ուսուցման գործընթացում միջառարկայական կապերի իրականացման մեթոդիկա, որի արդյունքում ապահովվում է ուսուցման բազմամակարդակ տարբերականցում: Դա հնարավոր է եղել շնորհիվ այն բանի, որ միջառարկայական կապերի իրականացումը կատարվել է մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա:

Մեր կողմից կատարված հետազոտությունը թույլ է տալիս ձևակերպել հետևյալ հիմնական եզրակացությունները.

1. Տեսականորեն հիմնավորվել է և փորձարարական աշխատանքներով հաստատվել, որ մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա հնարավոր է իրագործել հիմնական և ավագ դպրոցների մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դասընթացների միջառարկայական կապերի իրականացման մեթոդիկա, որը հնարավորություն է տալիս ապահովել ուսուցման մակարդակային տարբերականցում:

2. Հաստատվել է, որ տարբերականցումը կայանում է նրանում, որ

ա) շրջանակվում են միջառարկայական կապերի իրականացման մակարդակներ՝ պարտադիր, բարձր, առաջանցիկ:

բ) մաթեմատիկական մոդելների կառուցման խորությունը տարբերակվել է ըստ այդ մակարդակների՝ ֆորմալ, որը պարունակում է մաթեմատիկական մոդելի կառուցման (և իրագործման) բոլոր փուլերը. կիսաֆորմալ, որը պարունակում է միայն մաթեմատիկական մոդելի կառուցման որոշ փուլեր, առարկայական, որը պահանջում է աշխատանք տրված (արդեն կառուցված) մաթեմատիկական մոդելի վրա:

գ) Ըստ միջառարկայական կապերի իրականացման մակարդակների և ըստ մաթեմատիկական մոդելների խորության աստիճանի՝ մշակվել են մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական բնույթի առաջադրանքների համակարգ:

3. Կատարվել է միջառարկայական բնույթի առաջադրանքների դասակարգում՝ ըստ ֆիզիկական բնույթի խնդիրներում մաթեմատիկական ապարատի (և համապատասխան մաթեմատիկական մոդելի կառուցման խորությամբ աստիճանի) օգտագործման աստիճանի՝ ֆունկցիայի ուսումնասիրություն, ածանցյալի կիրառում, ինտեգրալի կիրառում, դիֆերենցիալ հավասարումների կիրառում:

4. Մշակվել է (ըստ դասակարգման հիմքի) միջառարկայական բնույթի տարբերակված (պարտադիր, բարձր, առաջանցիկ) առաջադրանքների համակարգ:

5. Հիմնավորվել է մաթեմատիկական մոդելների համակարգակազմիչ դերը տարբերակված միջառարկայական բնույթի առաջադրանքների կազմման գործում:

6. Մշակվել է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման մեթոդիկա՝ մակարդակային տարբերակման շրջանակներում: Այդ մեթոդիկայի առանձնահատկություններն են՝

ա) ֆիզիկադասընթացի շրջանակում բնագիտական գիտելիքների ինտեգրում՝ մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա,

բ) ուսումնական նյութի կառուցադրում և նպատակադրված ընտրություն՝ մաթեմատիկական մոդելավորման հետևյալ փուլներում՝

- նոր տեսական նյութի հաղորդում մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդի կիրառությանամբ, մաթեմատիկական բնույթի տարբերակված (պարտադիր, բարձր, առաջանցիկ) առաջադրանքներում մաթեմատիկական մոդելի՝ համապատասխան խորությամբ կառուցում:

7. Մշակվել են մաթեմատիկական ապարատի օգտագործում – ֆիզիկական բնույթի առաջադրանք-մաթեմատիկական մոդելի կառուցում կապերն իրագործող դիտակտիկական պայմաններ:

8. Անցկացվել է փորձարարական աշխատանք՝ հիմնական և ավագ դպրոցում՝ մաթեմատիկական մոդելավորման հենքի վրա մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի

իրականացման մեթոդիկայի արդյունավետությունը ստուգելու նպատակով:

Մանկավարժական գիտափորձի արդյունքները հաստատել են հետազոտության վարկածը: Ըստ այդմ, լուծվել են հետազոտական աշխատանքում տրված խնդիրները:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. Աբրահամյան Ա.Վ. Աշակերտների տրամաբանական մտածողության զարգացումը մաթեմատիկայի դասերին: Ե.: Լույս, 1978,- 72 էջ:
2. Ասլիզադյան Վ.Ս., Յովհաննիսյան Բ.Ա. Տատանումների և ալիքների տեսության հիմնական հասկացությունների կիրառումը եռանկյունաչափական ֆունկցիաների հետազոտման մեջ /Պրոֆեսորադասախոսական անձնակազմի, ասպիրանտների, հայցորդների և գիտաշխատողների 53-րդ գիտաժողովի նյութերի (2007թ. նոյեմբեր 7-9) ժողովածու, պրակ 2/, Երևան, 2008:
3. Գևորգյան Գ.Գ., Սահակյան Ա.Ա. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 10-րդ դասարանի դասագիրք բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար).-Եր.: Տիգրան Մեծ, 2009.- 208 էջ:
4. Գևորգյան Գ.Գ., Սահակյան Ա.Ա. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 11-րդ դասարանի դասագիրք (բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար).-Եր.: Տիգրան Մեծ, 2010.- 208 էջ:
5. Գևորգյան Գ.Գ., Սահակյան Ա.Ա. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 12-րդ դասարանի դասագիրք (բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար).-Եր.: Տիգրան Մեծ, 2011.- 208 էջ:
6. Երկրաչափություն-7 /դասագիրք հանրակրթ. դպր. 7-րդ դաս. համար/ Լ.Ս. Աթանասյան, Վ.Ֆ.Բուտուզով, Վ.Ս.Կադոմցև և ուրիշներ.-Եր.: «Չանգակ-97», 2011.- 128 էջ:
7. Երկրաչափություն-8 /դասագիրք հանրակրթ. դպր. 7-րդ դաս. համար/ Լ.Ս.Աթանասյան, Վ.Ֆ.Բուտուզով, Վ.Ս.Կադոմցև և ուրիշներ.-Եր.: «Չանգակ» հրատ., 2012.- 144 էջ:
8. Երկրաչափություն-9 /դասագիրք հանրակրթ. դպր. 7-րդ դաս. համար/ Լ.Ս.Աթանասյան, Վ.Ֆ.Բուտուզով, Վ.Ս.Կադոմցև և ուրիշներ.-Եր.: «Չանգակ» հրատ., 2013.- 144 էջ:
9. Հանրահաշիվ, 7-րդ դասարանի դասագիրք /Լիկոնսկի Ս.Ս. և ուրիշներ, թարգմանիչ և խմբագիր՝ Ռ.Ավետիսյան.-Եր.: Անտարես, 2011.- 208 էջ:

10. Հանրահաշիվ, 8-րդ դասարանի դասագիրք Նիկոլսկի Ս.Մ. և ուրիշներ, թարգմանիչ և խմբագիր՝ Ռ.Ավետիսյան.-Եր.: Անտարես, 2012.- 280 էջ:
11. Հանրահաշիվ, 9-րդ դասարանի դասագիրք Նիկոլսկի Ս.Մ. և ուրիշներ, թարգմանիչ և խմբագիր՝ Ռ.Ավետիսյան.-Եր.: Անտարես, 2013.- 256 էջ:
12. Հանրակրթական պետական կրթակարգ (միջնակարգ կրթության պետական չափորոշիչ). -Ե.: Անտարես, 2004.-72էջ:
13. Հովհաննիսյան Բ. Ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրականացման եղանակները: Մաթեմատիկական դպրոցում /գիտամեթոդական ամսագիր, թիվ 5-6, 2005/:
14. Հովհաննիսյան Բ. Ֆունկցիան որպես ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման մաթեմատիկական մոդել: Մաթեմատիկական դպրոցում /գիտամեթոդական ամսագիր, թիվ 5-6, 2009/:
15. Հովհաննիսյան Բ., Վարդապետյան Վ. Մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման դիդակտիկական համակարգը: Մաթեմատիկայի ուսուցման գիտամեթոդական հարցեր /Ժողովածու, պրակ 4/, Երևան, 2010:
16. Հովհաննիսյան Բ. Ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրագործումը մակարդակային տարբերակման պայմաններում: Պրոֆեսորադասախոսական անձնակազմի, ասպիրանտների, հայցորդների և գիտաշխատողների 54-րդ գիտաժողովի նյութերի (2009թ. նոյեմբեր 19-21) ժողովածու, պրակ 3, Երևան, 2010:
17. Հովհաննիսյան Բ. Նորարարական տեխնոլոգիաները միջառարկայական կապերի իրագործման գործընթացում որպես կրթության որակի ապահովման գործոն: Մանկավարժական կրթության որակի հոգեբանական հիմնախնդիրները /գիտաժողովի նյութեր/, 2010:
18. Հովհաննիսյան Բ., Հարությունյան Ա. Ավագ դպրոցի ֆիզիկամաթեմատիկական հոսքում ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերի իրագործման մի դրվագի մասին: Մաթեմատիկայի ուսուցման գիտամեթոդական հարցեր (Ժողովածու, պրակ 5), Երևան.- «Յասոն», 2011:
19. Հովհաննիսյան Վ.Ա., Ղուլջյան Ա.Խ., Սարգսյան Ա.Ա. Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ուսուցման

հոգեբանամանկավարժական և մեթոդական համակարգի կատարելագործումը. -մաս 1-երևան, «Լույս հրատարակչություն», 1999:

20. Ղուլջյան Ա., Յովհաննիսյան Բ. Մաթեմատիկական մոդելավորումը որպես անձնուղղորդ մանկավարժական տեխնոլոգիայի իրագործման մի բաղադրիչ: Մաթեմատիկայի ուսուցման գիտամեթոդական հարցեր /Ժողովածու/, պրակ 4/, Երևան, 2010:
21. Մելիքյան Գ., Ռուբենյան Ա. Միջառարկայական կապերը ֆիզիկայի խնդիրներում: Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2014.-136 էջ:
22. Մկրտչյան Մ. Ա. Ուսուցման կոլեկտիվ եղանակի իրականացման մեթոդաբանական, տեսական և գործնական հարցերը: Հեղ. հրատ, Երևան, 2011թ.-146 էջ:
23. Միքայելյան Հ.Ս. Հանրահաշիվ: Հանրակրթական դպրոցի 7- 9-րդ դասարանների դասագրքեր.-Եր.: «Էդիթ պրինտ», 2007:
24. Միքայելյան Հ.Ս. Հանրահաշվի ուսուցման հիմնահարցերը:- Եր.:Էդիթ Պրինտ, 2003.-188 էջ:
25. Ֆիզիկա-7. Հանրակրթական դպրոցի 7-րդ դասարանի դասագիրք / Է.Ղազարյան, Ա.Կիրակոսյան, Գ.Մելիքյան և ուրիշ.-Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2013.-192 էջ:
26. Ֆիզիկա-8. Հանրակրթական դպրոցի 8-րդ դասարանի դասագիրք / Է.Ղազարյան, Ա.Կիրակոսյան, Գ.Մելիքյան, Ռ.Թոսունյան, Ս.Մախլյան.-Եր.: Էդիթ Պրինտ, 2014.-208 էջ:
27. Ֆիզիկա-9. Հանրակրթական դպրոցի 9-րդ դասարանի դասագիրք / Է.Ղազարյան, Ա.Կիրակոսյան, Գ.Մելիքյան, Ռ.Թոսունյան, Ս.Մախլյան.-Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2014.-208 էջ:
28. Ֆիզիկա-10. Ավագ դպրոցի 10-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար / Է.Ղազարյան, Ա.Կիրակոսյան, Գ.Մելիքյան և այլք.-Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2010.-272 էջ:
29. Ֆիզիկա-11. Ավագ դպրոցի 11-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար / Է.Ղազարյան, Ա.Կիրակոսյան, Գ.Մելիքյան և այլք.-Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2010.-368 էջ:
30. Ֆիզիկա-12. Ավագ դպրոցի 12-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար / Է.Ղազարյան,

Ա.Կիրակոսյան, Գ.Մելիքյան և այլք.-Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2011.-264 էջ:

31. Ֆիզիկա: Թեստային առաջադրանքների շտեմարան /Դ.Ալավերդյան, Է.Ղազարյան և ուրիշ.-Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2014, մաս 1.-430 էջ:
32. Алексенцев В.И. Взаимосвязанное изучение начал анализа и физики в старших классах средней школы. – Автореф. Дис... канд. Пед. Наук. – М., 1997.- 16с.
33. Алексеев С.В. Дифференциация в обучении предметам естественнонаучного цикла. Л.: ЛГИУУ, 1991.- 112с.
34. Андреев В. И. Педагогика творческого саморазвития.- Казань, 1998.-318с.
35. Андреев В.Н. Математика и математическое образование в современном мире //Математическое образование, 1997.-N2.- с.109 – 112.
36. Амонов Н.К. Особенность и развитие математического мышления у учащихся 5-9 классов. Автореф...дис. псих. Наук-М: 1992.-17с.
37. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли.Пособие для учителя / под ред. А.Г.Асмолова/. М.: Просвещение, 2010.- 159с.
38. Атутов П.Р., Бабкин Н.И., Васильев Ю.К. Связь трудового обучения с основами наук. – М., 1983.
39. Бабанский Ю.К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса // Методические основы. - М.: Просвещение, 1982. - 192 с.
40. Беленький Г.И. О воспитательно-образовательных аспектах межпредметных связей // Сов.педагогика.- 1977. – №5. – с. 56 – 61.
41. Белоцерковский О.М., Давидов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике.-М.: Наука, 1982.-392с.
42. Белл Дж. Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых тел: В 2 ч., ч.1. Малые деформации.-М.:Наука, Физматлит, 1984.-600с.
43. Бендат Дж., Пирсол А., Прикладной анализ случайных данных.-М.:Мир, 1989.-540с.
44. Беспалько, В.П. Педагогика и прогрессивные технологии обучения // М.Педагогика, 1989. - 192 с.
45. Берулава М.И. Интеграция естественнонаучных и профессионально-технических дисциплин //Сов. Педагогика. 1987.- №8,59 с.

46. Блонский П.П. Развитие мышления школьника// Избранные педагогические и психологические сочинения в 2-х тт Под ред.А. В. Перовского- Т2-М.: Педагогика 1979.-117с.
47. Болтянский В.Г., Глейзер Г.Д. К проблеме дифференциации школьного математического образования // Математика в школе- 1988.- №3- с.9-13.
48. Борисенко Н.Ф. Об основах межпредметных знаний // Сов. Педагогика.-1971.- 11.-с.24-34.
49. Брушиленский А.В. Психология мышления и проблемное обучение-М.: Знание. 1983-96с.
50. Бурцева М. Межпредметные связи как средство формирования ценностных отношений: дисс. ... канд. Пед. Наук. СПб., 2001.-231с.
51. Варковецкая Г.Н. Методика осуществления межпредметных связей в профтехучилищах М.,1989.- 257 с.
52. Василькова И.М. Межпредметные связи физики с курсом физической географии в основной школе: дис. канд. пед. наук. Челябинск, 2005.- 126 с.
53. Введение в математическое моделирование: Учеб. Пособие / Под. Ред. П.В. Трусова.- М.: Лотос, 2004.-440с.
54. Вергелес Г.И. Дидактика / Г. И. Вергелес В. С. Конева. М., 2006.- 284 с.
55. Виленкин Н.Я., Пуркина В.Ф. Использование представлений о математическом моделировании для развития межпредметных связей в обучении для методике преподавания математики в средней школе.- Свердловск: Свердловский гос.пед. ин-т, 1981.-142с.
56. Выготский Л.С. Педагогическая психология –М.: Педагогика , 1991-480с.
57. Гузеев В.В. Содержание образования и профильное обучение в старшей школе // Народное образование.2002. № 9.
58. Гершунский Б.С. Философия образования для XXI века.- М.: Совершенство, 1998.-60с.
59. Гурьев А.И. Методологические основы построения и реализации дидактической системы межпредметных связей в курсе физики средней школы: дис. д-ра пед. наук. Челябинск, 2002.- 372 с.
60. Гурьев А.И. Межпредметные связи в теории и практике современного образования // Инновационные процессы в системе современного образования. Материалы Всеросс. Научно-практ. конференции – Горно-Алтайск, 1999.-160 с.
61. Гурьев А.И. Межпредметные связи – теория и практика // Наука и образование – Горно-Алтайск, 2 1998 –№ 2. – 204 с.

62. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. М.: Вербум-М, 2003.- 432с.
63. Давидов В.В. Теория развивающего обучения –М.:ИНТОР, 1996.-544с.
64. Далингер В.А. Межпредметные связи математики и физики: Пособие для учителей и студентов.- Омск: Обл. ИУУ, 1991.- 94с.
65. Данюшенков В.С. Теоретические аспекты формирования активности школьника в обучении .- Педагогика. - 2008. - №5.- с.38-43.
66. Дворякина С.Н. Межпредметные связи и прикладная направленность школьного курса математики в классах биологического профиля: Дисс. ... канд.пед. наук.: М.:1998.
67. Донченко Н.Т. Осуществление взаимосвязи в обучении физике и математике в средней школе (8 -10 классы). Автореф.дисс. ... канд.пед. наук. – Киев, 1984.- 24с.
68. Дубинчук Е. С. Вопросы межпредметных связей курса математики и трудового обучения/ Е. С. Дубинчук,Г.Н. Цибульская // Математика в школе. 1981. №6. 62 с.
69. Дьюи Д. Психология и педагогика мышления. Пер с англ. Х.М. Никольской-М.: Совершенство, 1997.-208с.
70. Жилин В.И. Моделирование на уроках межпредметного обобщающего повторения математики и физики.- Дис. Канд. Пед. Наук. – Омск, 1999.-198с.
71. Зверев И. Д. Межпредметные связи в современной школе / И. Д. Зверев, В. Н. Максимова. М.: Педагогика, 1981.- 160 с.
72. Зверев И. Д. Взаимная связь учебных предметов. М.: Знание, 1977.-213 с.
73. Иванов А. И . О взаимосвязи школьных курсов физики и математики при исследовании величин. // Физика в школе, 1997, № 7- 48с.
74. Ильина Т.А. Педагогика. Курс лекций: Учебное пособие для студентов пед. Институтов. М. Изд-во Просвящение. 1984.-496 с.
75. Ильченко В. Р. Формирование естественнонаучного миропонимания школьников. М.: Просвещение, 1993.-192 с.
76. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся -М.: Просвещение, 1968.-188с.
77. Кедров Б.М. Предмет и взаимосвязь естественных наук. - М.: Изд-во АПН СССР, 1962.-409 с.

78. Кийко П.В. Математическое моделирование как системообразующий фактор в реализации межпредметных связей математики и спецдисциплин в обучении будущих экономистов: Дисс. ... канд. пед. наук: 2006.
79. Кириченко И.И. Межпредметные связи как фактор повышения качества профессионально-педагогической подготовки студентов : Дис. ... канд. пед. наук: 2003.
80. Кириченко О.Е. Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе как средство профессиональной подготовки студентов: Дис. ... канд. пед. наук: 2004.
81. Колмогоров А. Н. Математика в ее историческом развитии./Под ред. В.А. Успенского – Н: Наука, 1991.- 224с.
82. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике.- М.: Просвещение ,1977.- 110с.
83. Королева К. П. Междпредметные связи и их влияние на условие знаний и формирование способов деятельности учащихся. – Автоеер. Дис. Конд. Пед. Наук.- М., 1968. -16с.
84. Кожекина Т. В. Взаимосвязь обучения физике и математике в одиннадцатилетней школе. // Физика в школе, 1987, № 5. –с.65.
85. Кожекина Т. В. Никифоров Г. Г. Пути реализации связи с математикой в преподавании физики. // Физики в школе, 1982, № 3. –с.38.
86. Кудрявцева Л.Д. Современная математика и ее преподавание-2-е. Изд., доп.- М.: Наука, 1985.-167с.
87. Кулагин П. Г. Междпредметные связи в процессе обучения М.: Просвещение, 1982.-189 с.
88. Кулагин П. Г. О междпредметных связях в обучении. М., 1981.-163 с.
89. Кулагин П. Г. Межпредметные связи в обучении. –М.: Просвещение, 1983.
90. Левина М.М. Межпредметные связи как дидактическое условие формирования у учащихся научных понятий о методах // Междпредметные связи в процесесе преподавания основ наук в средней школе:Тез. Док. Всесоюз. Конф.(ч.1) – М. АПН СССР, 1973. – с.57-60.
91. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. –М.:Педагогика,1981.- 186 с.
92. Лернер И.Я. Содержание междпредметные связей и пути их реализации //Междпредметные связи в процессе преподавания основ наук в средней школе: Тез. Док. Всююз. Конф.(ч.1)-М .: АПН СССР, 1973 – с.111 – 114.

93. Лернер Я. Ф. Векторные величины в курсе механике средней школы. // Физика в школе, 1971. N 2. –с.36.
94. Лешкевич Т.Г. Методология и философия науки. – Ростов н/Д, 2004. – с.12-21.
95. Лошкарева Н. А. Междпредметные связи как средство совершенствования учебно-воспитательного процесса. / Под ред. Тесемнциной М.С.- М.: МГПИ, 1981. 102с.
96. Максимова В.Н. Актуальные проблемы дидактики. – Л., 1982.
97. Максимова В.Н. Междпредметные связи как дидактическая проблема. – Советская педагогика, 1981, №8.
98. Максимова В. Н. Междпредметные связи в процессе обучения. – М.: Просвящение, 1988.- 191с.
99. Максимова В. Н. Междпредметные связи и совершенствование процесса обучения. –М.: Просвящение, 1984.- 143с.
100. Максимова В. Н. Сущность и функции междпредметных связей в целостном процессе обучения: дис. ...д-ра пед. наук. Л., 1981.- 446 с.
101. Междпредметные связи курса физики в средней школе. / под ред. Ю. И. Дика, И.К.Турышева. М.: Просвещение, 1987.-191 с.
102. Междпредметные связи в учебно – познавательной деятельности учащихся. / Под ред. Н.А. Сорокина. – Тула, 1983.
103. Междпредметные связи в учебном процессе. / Под. Ред. Дмитриев С. Д. – Киров–Йошкар-Ола: Кировский гос. Пед. Ин-т, 1978. – 80с.
104. Междпредметные связи технологического и естественнонаучного образования как средство социализации учащихся основной школы тема дисс. ...канд. пед. наук /Карма, А. Е./, Москва,2007.
105. Междпредметные связи в обучении/ Сост.С.А. Куталогова. - М АПН СССР, 1991 – 24с.
106. Междпредметные связи естественно – математических дисциплин /Под ред.В. Н. Федоровой . - М.: Просвящение, 1980.- 207с.
107. Методика преподавания математики в средней школе: Общая математика. Учеб. Пособие для студентов пед. ин – тов по спец. 2104 «Математика» и 2015 «Физика»/ А.Я. Блох, Е.С.Конон и др.: Сост. Р.С.Черкасов, А. А. Столяр. - М.: Просвящение, 1985.- 336с.

108. Методика преподавания математики в средней школе: Общая математика. Учеб. Пособие для студентов физ. – мат. фак. пед. ин – тов/ В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г.Л. Луконкин, В.Я. Саннинский - М.: Просвящение, 1980.- 368с.
109. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика Учеб. Пособия для студентов пед. ин – тов./ А. Я. Блох, В.А. Гусев и др., Сост. В. И. Мишин. - М.: Просвящение, 1987.- 415с.
110. Методы системного педагогического исследования: Учебное пособие под ред. Н.В. Кузьминой. М.: Народное образование, 2002. - 208 с.
111. Минченков Е .Е. Роль учителя в организации м-п. св-ей. / Междпредметные связи в преподавание основ наук в средней школе Меж. ВУЗ -овский сборник научных трудов. – Челябинск: Челябинский пед. Ин-т, 1982. – 160с.
112. Михайлычев Е.А., Механцев Б.Е. Математические методы в педагогическом исследовании: Учеб. Пособие / Е.А. Михайлычев, Б.Е. Механцев.-М.:Высш. Шк., 2008.-196 с.
113. Монахов Б.М., Орлов В.А., Фирсов В. В. Дифференциация обучения в средней школе // Сов . петагогика- 1990.- №8.с 42 -47.
114. Новиков А.М. Основания педагогики./Пособие для авторов учебников и преподавателей педагогики: Педагогика.-М.: Из-во ЭГВЕС,2010.-208с.
115. Панчешникова Л.М. Основы методики обучения экономической географии зарубежных стран. – М., 1975. – С. 114.
116. Парфентьева Н. А. Липкин Г. И. Внедрение частей математического анализа. –Физика, 2000. №3. –С. 9.
117. Российская педагогическая энциклопедия: в 2 т. М.: Изд. Большая Российская энциклопедия, 1999. Т. 2. 860 с.
118. Педагогика школы. Учеб.пособие для пед. ин – тов. Под ред. И. Т. Огородникова . - М.: Просвящение, 1978.- 319с.
119. Петров А. В.,Гурьев А. И., Концептуальные основы междпредметных связей // Инновационные процессы в системе современного образования. Материалы Всеросс. Научно-практ. конференции – Горно-Алтайск, 1999.-160 с.
120. Петров А. В. Гурьев А. И. Жданов В. Г. Сущностные и нормативные функции основополагающего дидактического принципа междпредметных связей в системе развивающего обучения // Наука и образование – Горно-Алтайск, 1998 – N 2-204 с.
121. Петров А. В. Развивающее обучение Монография. – Челябинск: Издательство ЧГПУ «Факел», 1997. – 261 с.

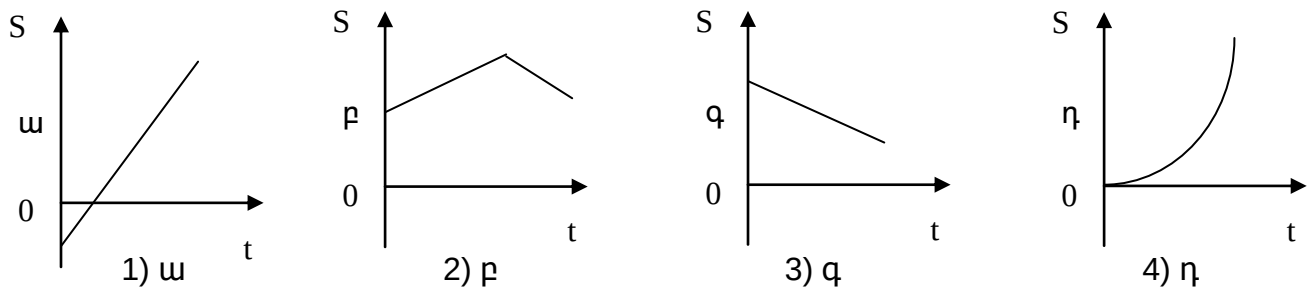
122. Пиский А. А., Самойлова Т. С. И др. Формирование у учащихся общих физико-математических понятий. // Физика в школе, 1986, №2. –с. 50-52.
123. Плотинский Ю.М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов.-М.: Логос, 1998.-280 с.
124. Пойа Д. Как решать задачу? // Научно-методический журнал "Квантор".- 1991, -М., 215 с.
125. Самарин Ю. А. Очерки психологии ума.- М.; Изд. – во АПН РСФСР, 1962, - 504с.
126. Самойлов В.С. Междпредметные связи курсов математики и физики 6- 8 классов в системе задач по математике. – Дис.... канд. Пед. Наук.- М., 1984.- 189с.
127. Сергеенок С.А. Дидактические основы построения интегративных курсов.- Автореф. Дис.... канд. Пед. Наук.- СПб., 1992.- 19с.
128. Сергеева Т. В. Формирование учебных компетенций учащихся основной школы на основе интеграции математики с предметами естественнонаучного цикла.- Автореф. Дис... канд. Пед. Наук.- Ярославл., 2011.- 18с.
129. Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики. – М., 1980.
130. Славская К. А. Развитие мышления и усвоение знаний. -/ Под Ред. Менчинской В. А. И др. –М.: Просвещение, 1972.
131. Степин В.С. История и философия науки. – М.: Академический Проект, 2011. – с. 5-85.
132. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся.М.:Знание, 1983, 96 с.
133. Тамашев Б. И. Некие вопросы связи межшкольными курсами физики и математики. // Физика в школе, 1982, N 2. – с. 54.
134. Трофимец Е.Н. Наглядное моделирование экономических явлений и процессов как средство интеграции математических знаний в процессе обучения математике студентов экономических специальностей вузов: Дис. ... канд. пед. наук: 2004.
135. Усова А. В. Междпредметные связи в преподавании основ наук в школе. Челябинск, 1995.-16 с.
136. Усова А. В. Междпредметные связи как необходимое дидактическое условие повышения научного уровня преподавания основ наук в школе // Междпредметные связи в преподавании основ наук в школе: сб. науч. тр. Челябинск, 1973. Ч. 1.-54 с.

137. Фатеева Елена Анатольевна. Реализация идей межпредметных связей математики и внешней баллистики при изучении курса математики слушателями высшей военной технической школы : Дис. ... канд. пед. наук : Коломна, 2003
138. Федорец Г. Ф. Межпредметные связи в процессе обучения. –М.: Наука, 1985.– с. 45.
139. Федорова В.Н., Кирюшкин Д.М. Межпредметные связи. – М.:Педагогика,1972.-152 с.
140. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. М.: Просвещение, 1983.-160с.
141. Фройденталь Г.Математика в науке и вокруг нас. Пер с нем Ю. А. Данилова – М.: Мир 1977.- 216с.
142. Хрипкова, А.Г. Возрастная физиология и школьная гигиена / А.Г. Хрипкова, М.В. Антропова, Д.А. Фарбер. – М.: Просвещение, 1986. – 272с.
143. Цатурян. А.М.« Повторение курса физики с привлечением знаний учащихся по математике / Физика в школе № 4, 1990 г.
144. Шахмаев Н. М. И др. Физика. Учеб. Для 9 кл. Сред. Шк. – 3 Изд. –М.: Просвещение, 1994. –с. 240.
145. Шахмаев Н. М. И др. Физика. Учеб. Для 10 кл. Сред. Шк. – 3 Изд. –М.: Просвещение, 1994. –с. 240.
146. Шамова Т.И. Активизация учения школьников.-М.: Педагогика, 1982.-208с.
147. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. М.: Педагогика, 1996.-96 с.
148. Model Reduction and Coarse-Graining Approaches for Multiscale Phenomena, Springer, Complexiti series, Berlin-Heidelberg-New York, 2006.-562 pp.
149. [http://www.gumer.info/bibliotek Buks/Pedagog/russpenc/index.php](http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Pedagog/russpenc/index.php).
150. <http://nsportal.ru/shkola/raznoe/library/2013/12/13/mezhpredmetnye-svyazi-v-pedagogike>.
151. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Математическая модель](https://ru.wikipedia.org/wiki/Математическая_модель).
152. <https://lib.sibnet.ru/book/9596>.
153. <https://lib.sibnet.ru/book/9594>.

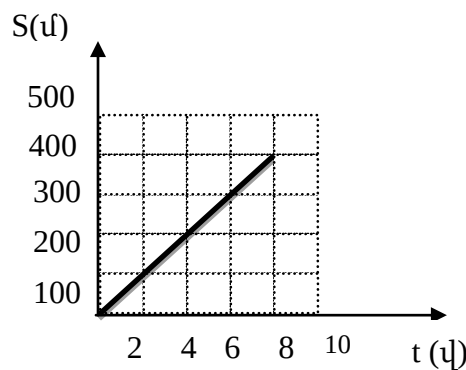
ՀԱՎԵԼ ՎԱՃՆԵՐ

ՀԱՎԵԼ ՎԱՃ 1. Տունկցիահասկացու թյանը վերաբերող առաջադրանքների համաշար.

1. Ո՞րն է մարմնի անցած ճանապարհի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկը՝

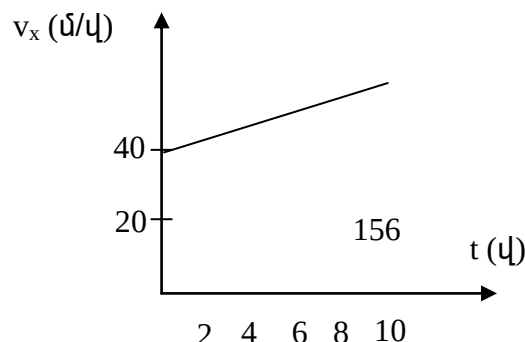


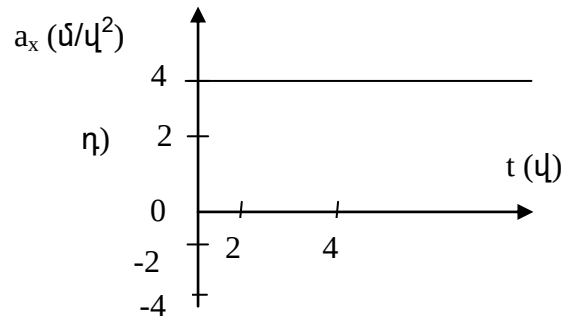
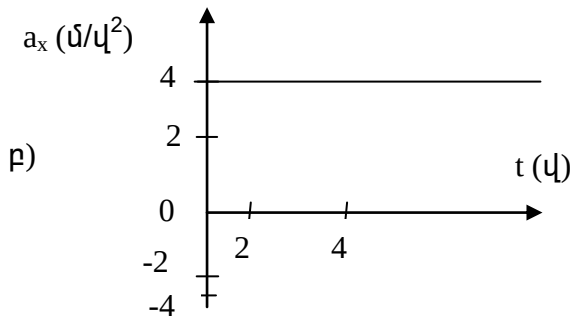
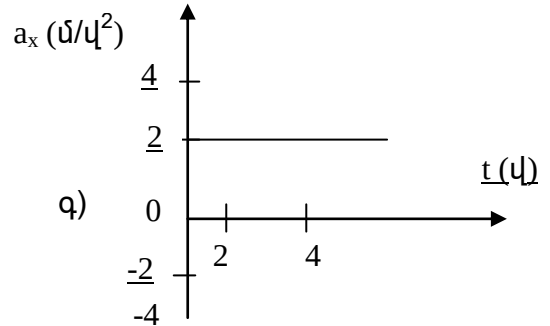
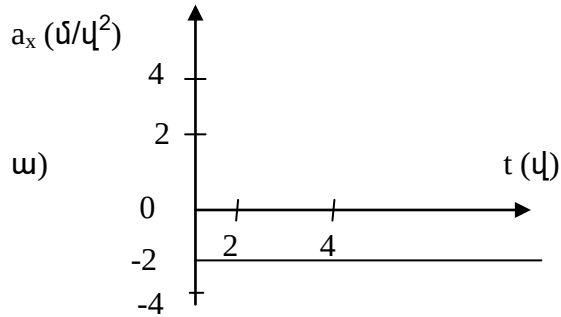
2. Նկարում պատկերված է ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում կատարող մարմնի անցած ճանապարհի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկը: Որքա՞ն է 8վ-ում մարմնի տեղափոխության մոդուլը:



- 1) 8մ 2) 100մ 3) 20 4) 400մ

1. Նկարում պատկերված է X առանցքով շարժվող մարմնի արագության v_x պրոյեկցիայի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկը: Ո՞րն է այդ շարժման արագացման a_x պրոյեկցիայի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկը:





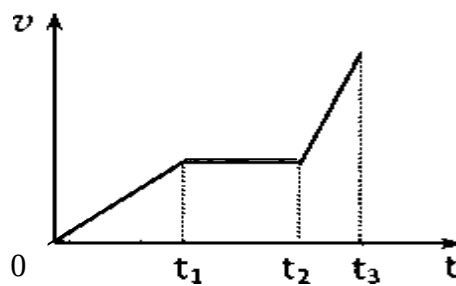
4. Նկարում պատկերված է ուղղագիծ շարժվող մարմնի արագության մոդուլի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկը: Համեմատել մարմնի արագացումների a_1 , a_2 և a_3 մոդուլները ժամանակի $0-t_1$, t_1-t_2 , t_2-t_3 միջակայքերում:

1) $a_3 > a_1 > a_2$

2) $a_3 < a_2 < a_1$

3) $a_1 = a_2 = a_3$

4) $a_1 > a_3 > a_2$



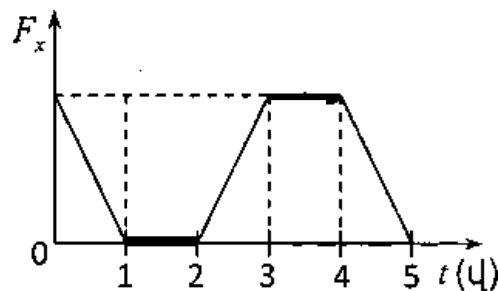
ՉԱՎԵԼՎԱԾ 2. Ֆունկցիայի ածանցյալ հասկացությունը վերաբերող առաջադրանքների համաքար

5. Նյութական կետի X կոորդինատի կախումը ժամանակից արտահայտվում է $x=5+t+5t^2$ հավասարումով, որտեղ մեծություններն արտահայտված են ՄՅ-ի համապատասխան միավորներով: Ո՞րն է նրա արագության v_x պրոյեկցիայի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող հավասարումը:

- 1) $v_x=5+t$: 2) $v_x=1+5t$ 3) $v_x=1+10t$ 4) $v_x=5+5t$

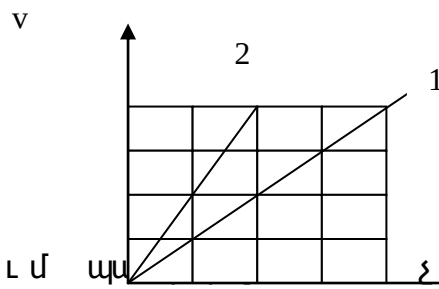
6. X առանցքի ուղղությամբ հավասարաչափ շարժվող մարմնի վրասկսում է ազդել ուժ, որի պրոյեկցիայի՝ ժամանակից կախված փոփոխությունը արված է գրաֆիկում: Ժամանակի n -րդ միջակայքերում է մարմինը շարժվում հավասարաչափ:

- 1) 1-2 վ միջակայքում 2) 2-5 վ միջակայքում
3) 0-1 վ միջակայքում 4) 0—1վ և 2-5 վ միջակայքերում:



7. Առաջին ավտոմեքենայի զանգվածը $2m$ է, իսկ երկրորդինը՝ m : Նրանց արագություններին՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկները պատկերված են նկարում: Որքա՞ն է դրանց կինետիկ էներգիաների E_{k2}/E_{k1} հարաբերությունը ժամանակի t_1 պահին:

- 1) 0,5 2) 1 3) 2 4) 4



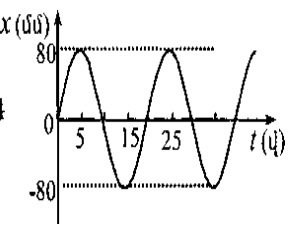
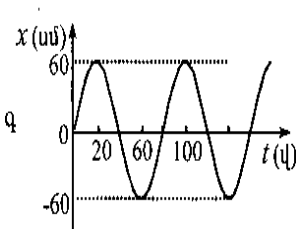
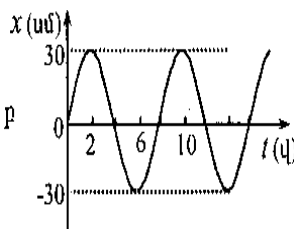
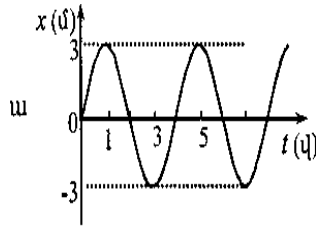
8. Նկարում պատկերված են երկու տարբեր տատանումների գրաֆիկներ: Ո՞ր 0 ու t_1 ու մենել t ճախությունն ավելի մեծ:

1) ա

2) բ

3) գ

4) դ



2. Տոլ նկցիայի ածանցյալ հասկացությունը վերաբերող առաջադրանքների համալսար

9. Տրված է նյութական կետի շարժման հավասարումը. $X=0,1\cos\pi(0,5t+1)$, որտեղ մեծություններն արտահայտված են ՄՅ-ի համապատասխան միավորներով: Որքա՞ն է նյութական կետի արագության առավելագույն արժեքը:

1) $0,05\pi$ մ/վ2) $0,5\pi$ մ/վ3) π մ/վ4) 5π մ/վ

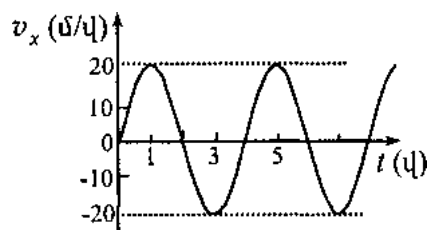
10. Նկարում պատկերված է ներդաշնակ տատանումների կատարող մարմնի արագության պրոյեկցիայի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկը: Որքա՞ն է արագության լայնույթն ու պարբերությունը:

1) 20 մ/վ, 6 վ

2) 40 մ/վ, 5 վ

3) 40 մ/վ, 1 վ

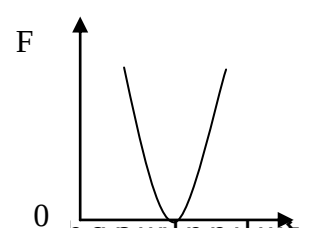
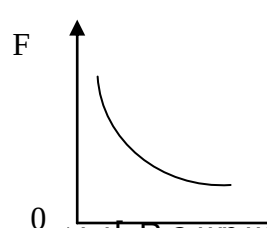
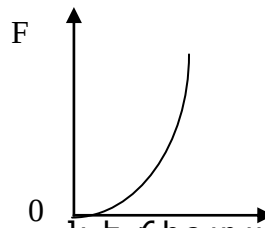
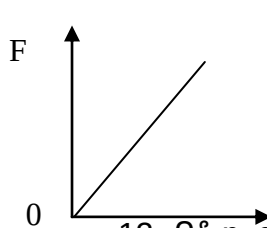
4) 20 մ/վ, 4 վ:



11. Ո՞ր

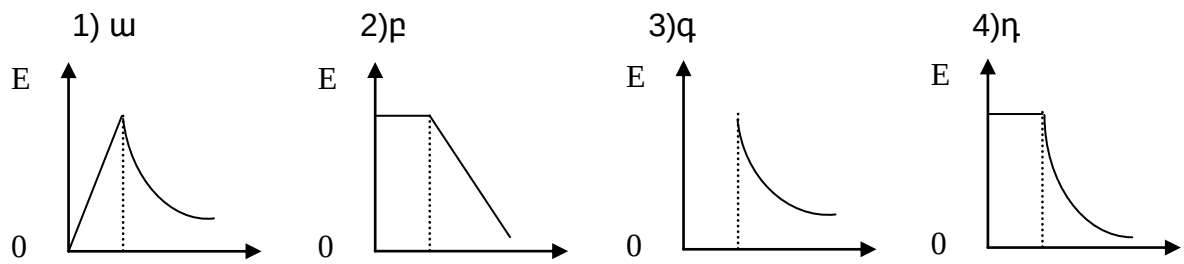
գրաֆիկն է պատկերում

երկու անշարժ կետային լիցքերի փոխազդեցության ուժի մոդուլի կախումը նրանց հեռավորությունից:



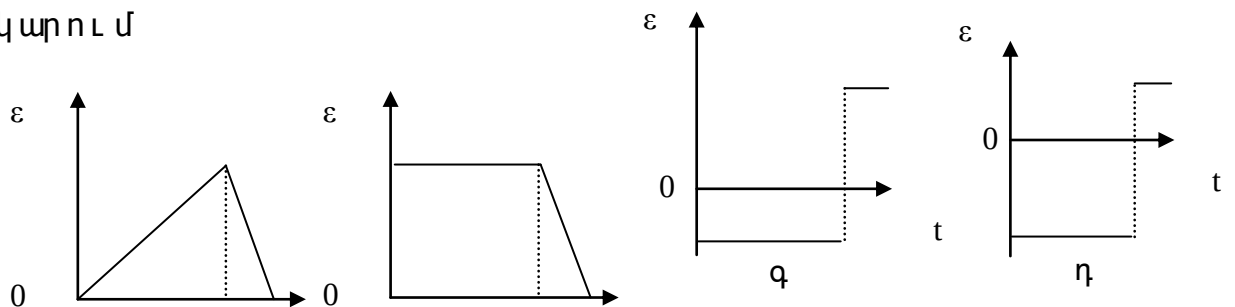
12. Ո՞ր

մետաղական էլեկտրատառի դաշտի գործունեության դիտարկման կախումը գնդի կենտրոնից ունեցած հեռավորությունից:



1) R արտադրող պատկ R լած r կոնստ R թե r մեծող R չնի r լան հոսքի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկը: Ո՞ր նկարում է պատկերված շրջանակում մակածված $ELCOT$ -ի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող գրաֆիկի մոտավոր պատկերը:

1) a նկարում 2) v նկարում 3) a նկարում 4) v նկարում



14. a առանցքով շարժվող t ժամանակահատվածի կետի կոորդինատը ժամանակից կախված փոխվում է $x=10-4t$ օրենքով, որտեղ մեծություններն արտահայտված են $ՄՅ$ -ի համապատասխան միավորներով:

- 1) Որքա՞ն է նյութական կետի արագության մոդուլը
- 2) Որքա՞ն ճանապարհ է անցնում նյութական կետը 2.5 վ-ում:

15. Տրված է X առանցքի երկայնքով շարժվող մարմնի շարժման հավասարումը՝ $x=3+2t+t^2$, որտեղ մեծություններն արտահայտված են $ՄՅ$ -ի համապատասխան միավորներով:

- 1) Որքա՞ն է մարմնի անցած ճանապարհը 2-րդ վայրկյանի ընթացքում:
- 2) Որքա՞ն է մարմնի միջին ճանապարհային արագությունը 2-րդ վայրկյանի ընթացքում:

16. Ի՞նչ դիմադրությամբ սարք պետք է միացնել ներքին դիմադրություն ունեցող $ELCOT$ -ին, որպեսզի անջատված հզորությունը լինի մեծագույնը:

17. $ELCOT$ -ի շղթայի ներքին դիմադրությունը r է, իսկ հոսանքի աղբյուրի $ELCOT$ -ն՝ E : R արտաքին դիմադրության

ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում հոսանքի ուժն արտաքին շղթայում կլինի մեծագույնը:

18. V արագության մեծությունը մեքենայի արագության՝ ճանապարհի հետ շփման գործակցի հետ ունեցած հարաբերակցությունն այսպիսին է՝

ա) ասֆալտի վրա՝ $\mu = 14.5 + 0.25V$,

բ) հարթ մայրուղու վրա՝ $\mu = 24 - \frac{2}{3}V + \frac{1}{30}V^2$,

գ) անհարթ կամրջի վրա՝ $\mu = 29 - \frac{2}{3}V + \frac{1}{15}V^2$,

դ) խճապատ ճանապարհի վրա՝ $\mu = 36.5 - \frac{3}{4}V + \frac{1}{30}V^2$:

Որոշել ավտոմեքենայի շարժման արագությունն այն դեպքում, երբ շփման գործակիցը կլինի ամենափոքրը:

**ՅԱՎԵԼ ՎԱՃ 3. Ինտեգրալ հասկացությունը վերաբերող
առաջադրանքների
համաշար**

19. Նյութական կետը կատարում է հավասարաչափ շարժում. կոորդինատի՝ ժամանակից կախման հավասարումն է՝ $x=10t^2+5t-1$, որտեղ մեծություններն արտահայտված են ՄՅ-ի համապատասխան միավորներով:

ա) Գրել արագության պրոյեկցիայի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող բանաձևը

բ) Ապացուցել, որ նյութական կետը շարժվում է հաստատուն ուժի ազդեցությամբ:

20. Տրված է ներդաշնակ տատանումների շարժման հավասարումը՝ $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, որտեղ մեծություններն արտահայտված են ՄՅ-ի համապատասխան միավորներով:

Ապացուցել, որ տատանումների արագացումը համեմատական է հավասարակշռության դիրքից ունեցած X շեղմանը:

21. Շունակությամբ կոնդենսատորը և L ինդուկտիվությամբ կոճը միացված են հաջորդաբար: Հաշվարկման սկզբնական պահին կոնդենսատորի լիցքը q_0 է, իսկ կոճով անցնող հոսանքի ուժը I_0 է: Անտեսելով դիմադրությունը՝ գրել հոսանքի ուժի փոփոխման օրենքը:

22. Ուղղանկյուն զսպանակից կախված ռզանգվածով բեռը հանվել է հավասարակշռության դիրքից ուղղանկյուն ներքև ուղղված ուժի ազդեցության տակ և բաց թողնվել:

Գրել բեռի շարժման հավասարումը հետևյալ դեպքերի համար.

ա) անտեսել զսպանակի կշիռը և օդի դիմադրությունը

բ) հաշվի առնել, որ բեռի վրա ազդում է $f(t)$ ուժը (բեռը կատարում է հարկադրական տատանումներ՝ առանց միջավայրի ազդեցության):