ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ԱՅՎԱԶՅԱՆ ԷԴՎԱՐԴ ԻՇԽԱՆԻ

ԱՊԱՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՉԱՓՈՐՈՇՉԱՅԻՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ԿԱՆԽԱՏԵՍՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱԲԱՆԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ԺԳ.00.01 – «Մանկավարժության տեսություն և պատմություն» մասնագիտությամբ մանկավարժական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան 2013

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝	մանկավարժական գիտությունների դոկտոր՝ **Ա.Վ. Աբրահամյան**
	մանկավարժական գիտությունների դոկտոր՝ **Հ. Հ. Պետրոսյան**
	ֆիզմաթ գիտությունների դոկտոր՝ **Վ. Ս. Աթաբեկյան**
Առաջատար կազմակերպություն՝	Գյումրիի Մ. Նալբանդյանի անվան պետական մանկավարժական ինստիտուտ

Ատենախոսության պաշտպանությունը կայանալու է 2013 թ. նոյեմբերի 15-ին, ժամը 14.00-ին ԵՊՀ-ում գործող ԲՈՀ-ի մանկավարժության 065 մասնագիտական խորհրդում:

Հասցեն՝ 0025, Երևան, Աբովյան 52ա, ԵՊՀ-ի հայ բանասիրության ֆակուլտետի մասնաշենք, թիվ 203 լսարան

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ Երևանի պետական համալսարանի գրադարանում

Սեղմագիրն առաքված է 2013 թ. հոկտեմբերի 14-ին:

Մանկավարժության 065 մասնագիտական
խորհրդի գիտական քարտուղար,
մանկ. գիտ. թեկնածու, դոցենտ՝ **Ա. Փ. Ղազարյան**

ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅԱՆ ԱՐԴԻԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ: XX դարը իրավամբ կարելի է համարել նաև հանրակրթության ձևավորման ու զարգացման դար: Սակայն այսօր միաժամանակ գրեթե բոլոր զարգացած երկրները, բավարարված չլինելով իրենց իսկ երկրի հանրակրթության փաստացի վիճակից, կարևորում են այդ համակարգի անընդհատ բարեփոխման հարցը:

Այդ իմաստով գնալով ավելի ու ավելի նկատելի է դառնում պետությունների առանձնահատուկ ուշադրության ու պատասխանատվության մեծացումը հենց հանրակրթության նկատմամբ:

Նման պայմաններում, բնականաբար, առաջին պլան է մղվում ուսուցման բարձր որակի ապահովման խնդիրը, որը փաստորեն առնչվում է ուսումնադաստիարակչական գործընթացի արդյունավետության բարձրացման հարցերին:

Միաժամանակ ինքնուրույն կյանք մտնող միջնակարգ հանրակրթական դպրոցի շրջանավարտներից մշտապես պահանջվում է ամենաժամանակակից կրթության և բարձր ինտելեկտուալ զարգացվածության առկայություն:

Հաշվի առնելով, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի դաստիարակչական նպատակներից հիմնականը փաստարկված դատողություններ կատարելու, ապացուցելու և հերքելու կարողությունների հետ կապված տրամաբանական մտածողության ձևավորումն ու զարգացումն է, որին հասնելու հնարավորությունների հարցում մաթեմատիկան շահեկանորեն տարբերվում է մնացած հանրակրթական առարկաներից, ատենախոսությունում ընթացիկ հետազոտությունները հիմնականում կատարվել են «մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի» օրինակի վրա (չնայած որ այդ կարողությունները ձևավորվում են բոլոր՝ ինչպես բնագիտամաթեմատիկական, այնպես էլ հումանիտար ուսումնական առարկաներում):

Սովորողների տրամաբանական մտածողության ձևավորման հիմնախնդիրը մշտապես դրվել է ինչպես խորհրդային, այնպես էլ հետխորհրդային միջնակարգ դպրոցի առաջ: Վերջին տասնամյակներում առաջացան այդ հիմնախնդիրի լուծման արագացման լրացուցիչ գործոններ:

Դրանցից առաջինը՝ գիտատեխնիկական առաջընթացի արագացումն է, որում մաթեմատիկան ունի առանձնահատուկ դեր, ի հաշիվ տնտեսության ամենատարբեր ոլորտներ մաթեմատիկական մեթոդների ներդրման:

Երկրորդը կապված է այսօր աշխարհում տարածված համընդհանուր համակարգչայնացման հետ: Այդ առումով որպես 2001-2005 թթ. ՀՀ Կրթության զարգացման պետական ծրագրի գերակայող ուղղություն ընդգծված է «ուսումնական հաստատությունների ապահովում ժամանակակից տեխնիկական միջոցներով, տեղեկատվական և համակարգչային սարքավորումներով և կապով»[1]:

Երրորդ գործոնը կապված է վերջին երկու տասնամյակներում կատարված լուրջ աշխարհաքաղաքական փոփոխությունների հետ՝ նորանկախ բազմաթիվ պետությունների ձևավորում, քաղաքական կուրսի կտրուկ փոփոխություն, գաղափարական պայքարի, ազգային անվտանգության գիտակցվածության ուժեղացում և այլն, որոնք արտահայտվում են, օրինակ, Հայաստանի Հանրապետության քաղաքացիների ազգային, հայրենասիրական և քաղաքական համոզմունքների պաշտպանության անհրաժեշտությամբ: Իսկ համոզմունքների պաշտպանումն իր մեջ ներառում է փաստարկված դատողություններ կատարելու, իր պնդումներն ապացուցելու և ուրիշներինը հերքելու կարողություններն ու հմտությունները:

Այսպիսով, արդի պայմաններում ուժեղանում է երկրի ապագա քաղաքացիների որոշակի տրամաբանական պատրաստվածության անհրաժեշտությունը: Սակայն տրամաբանական պատրաստվածության կարևորագույն տարրերի՝ ապացուցելու, հիմնավորված դատողություններ անելու և հերքելու կարողությունները ձևավորվում են բոլոր ուսումնական առարկաներում և չեն հանդիսանում, ինչպես երբեմն սխալմամբ համարում են, մաթեմատիկայի դասընթացի մենաշնորհը: Այսպես, օրինակ, ապացուցումները շատ կարևոր դեր ունեն մարդու համոզմունքների ձևավորման գործում:

Սակայն, ինչպես նշում է Ի.Լ. Նիկոլսկայան, տրամաբանական ունակությունների ձևավորումն ավելի բնական է կատարել մաթեմատիկայի ուսուցման միջոցով, քանի որ տրամաբանական ձևերն ու հարաբերությունները մաթեմատիկայում հանդես են գալիս ամենամաքուր, անբիծ տեսքով[2]:

Քանի որ ապացուցման մեթոդները ձևավորվում են հիմնական դպրոցի 7-9 դասարանների հանրահաշվի և երկրաչափության դեդուկտիվ դասընթացներում, իսկ բարձր՝ 10-12 դասարաններում միայն նոր բովանդակությամբ նյութի վրա դրանք հիմնականում ամրապնդվում են, ուստի կարելի է համարել, որ ապացուցողական կարողությունների ձևավորման հիմնական ոլորտը միջին դպրոցի 7-9 դասարանների հանրահաշվի և երկրաչափության դասընթացների ուսուցումն է: Այսպիսով, սովորողների կողմից ապացուցման մեթոդների և դրանց տարրերի տիրապետումը պետք է հիմնականում կատարվի միջին դպրոցի 7-9 դասարաններում՝ հանրահաշվի և երկրաչափության ուսուցման ընթացքում, քանի որ երկրաչափական և հանրահաշվական ապացուցումներում տրամաբանական մտածողության՝ ապացուցելու, դասակարգելու, սահմանելու

---

1. ՀՀ 2001-2005 թթ. Կրթության զարգացման պետական ծրագիր, էջ 7:

2. Никольская И.Л. Привитие логической грамотности при обучении математике. Дисс. …к.п.н. –М., 1972.

և այլ տարրերը հանդես են գալիս ամենաբացահայտ և համեմատաբար ամբողջական տեսքով:

Տրամաբանական մտածողության զարգացումը կատարվում է մաթեմատիկական պնդումների դասագրքային ապացուցումների ուսումնասիրման կամ ուսուցչի կողմից կատարվող ապացուցման խնդիրների լուծման միջոցով: Ընդ որում՝ դպրոցական մաթեմատիկայի թեորեմների ապացուցումների ուսումնասիրությունն ունի ոչ միայն սովորողներին հանրահաշվական կամ երկրաչափական փաստեր հաղորդելու, այլև, ինչպես իրավացիորեն նկատում է Ա. Վ. Պոգորելովը, նրանց այն մեթոդները սովորեցնելու նպատակ, որոնցով ստացվում են այդ արդյունքները:

Այսպիսով՝ մեր կողմից ուսումնասիրության ենթակա են 7–9–րդ դասարանների հանրահաշվի և երկրաչափության դասընթացներում ձևավորվող ապացուցողական կարողությունների հավաքածուները:

Հայտնի է, որ միջնակարգ հանրակրթական դպրոցը տնտեսության մնացած բոլոր ճյուղերից տարբերվում է նրանով, որ և՛ պետությունը, և՛ հասարակությունը աղոտ պատկերացում ունեն հանրակրթական դպրոցի շրջանավարտների ունեցած կոնկրետ գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների մասին:

Ահա նման բացահայտումների լույսի տակ նախ փորձ արվեց գտնել գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների այն օպտիմալ ծավալը, որը պարտադիր է սովորողների կողմից տիրապետման համար, որն իրականում **«ուսուցման պարտադիր մակարդակ (արդյունքներ)»** հասկացության հոմանիշն է, այդ մակարդակը գերազանցող պահանջների համակարգը կոչվեց **«ցանկալի մակարդակ»**, իսկ այդ մակարդակների հստակ առանձնացման գործընթացը՝ **«Ուսուցման արդյունքների պլանավորում (ՈՒԱՊ)»**:

Հետագայում ուսուցման պարտադիր և ցանկալի արդյունքների պլանավորման գործընթացը լայն տարածում գտավ աշխարհի շատ երկրներում և հիմք հանդիսացավ կարևորագույն պետական փաստաթղթի՝ միջնակարգ կրթության պետական չափորոշչի ստեղծման համար

2000թ. Հայաստանի Հանրապետությունն ընդունեց «ՀՀ միջնակարգ (լրիվ) ընդհանուր կրթության պետական չափորոշիչ» փաստաթուղթը, իսկ 2004թվականին՝ «Հանրակրթության պետական կրթակարգ» և «Միջնակարգ կրության պետական չափորոշիչ» (իսկ սկսած 2010 թվականից՝ «Հանրակրության պետական չափորոշիչ») փաստաթղթերը: 2007թ. հաստատվել են նաև տասներկուամյա դպրոցի մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչները: Ներկայումս ավարտվել են նաև տասներկուամյա միջնակարգ կրթության մնացած առարկայական չափորոշիչների ստեղծման ու բարեփոխման աշխատանքները:

Առարկայական չափորոշիչները, որպես Հանրակրթության պետական չափորոշչի օրգանական շարունակություն, անհրաժեշտաբար պետք է առանձնացնեն այն գիտելիքները, կարողություններն ու հմտությունները, որոնց պարտադիր կերպով պետք է տիրապետեն սովորողներն ինքնուրույն կիրառելու մակարդակում: Նշենք, որ բնականաբար այդ պահանջը տարածվում է նաև ապացուցողական ունակությունների հավաքածուի վրա:

Ապացուցողական կարողությունների առանձնացման և ձևավորման խնդիրներով զբաղվել են Կ.Օ. Անանչենկոն, Վ.Ֆ. Ասմուսը, Վ.Գ. Բոլտյանսկին, Յու.Ա. Բուրլը, Գ.Գ. Գևորգյանը, Ա.Ա. Սահակյանը, Մ.Բ. Վոլովիչը, Ի.Ա. Գիբշը, Մ.Ա. Կոնդրաշենկովան, Վ.Ա. Կրուտեցկին, Ն.Վ. Մետելսկին, Ի.Լ. Նիկոլսկայան, Ժ. Պիաժեն, Ջ. Պոյան, Յու.Ի. Ռեվուցկասը, Ն.Ն. Ռեշետնիկովը, Գ.Ի. Սարանցեվը, Զ.Ի. Սլեպկանը, Ա.Ա. Ստոլյարը, Ն.Ֆ. Տալիզինան, Ա.Ի. Ֆետիսովը, և այլոք, որոնց աշխատանքների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ գոյություն ունեն ապացուցողական ունակությունների տիրապետմանն ուղղված պահանջների առանձնացման հիմնախնդրի լուծման իրարից խիստ տարբեր բազմաթիվ մոտեցումներ:

Այսպես, մինչ օրս չկան դրական գնահատական ստացող սովորողների համար պարտադիր ապացուցողական ունակությունների տիրապետմանն ուղղված միասնական պահանջներ, իսկ զանազան հեղինակների կողմից ձևակերպված պահանջները մեծամասամբ թույլ են տալիս, ոչ համարժեք ու ոչ միարժեք մեկնաբանություններ:

Չնայած բոլոր սովորողների կողմից ապացուցողական պարտադիր ունակություններին տիրապետելն անհրաժեշտություն է, սակայն այդպիսի ունակությունների առանձնացման մոտեցումները միակողմանի են, իսկ նրանցում ձևակերպված պահանջները թույլ են տալիս ոչ համարժեք ու ոչ միարժեք մեկնաբանություններ:

Գ.Ի.Սարանցևը թվարկելով քննարկվող հիմնախնդրի վերաբերյալ բազմաթիվ հետազոտողների ստացած արդյունքները (Ա.Ա.Ստոլյար, Գ.Ա.Բուտկին, Մ.Բ.Վոլովիչ, Լ.Մ.Ֆրիդման, Ն.Վ.Մինիչկինա, Ռ.Խաշիմով, Է.Ի.Այվազյան) նշում է. «թվարկված արդյունքների պարզ շրջազննումը ցույց է տալիս, որ Է.Ի.Այվազյանի կողմից առանձնացված ապացուցողական գործողությունների հավաքածուն ներառում է իր գործընկերների կողմից առանձնացված գրեթե բոլոր գործողությունները»[3]:

Սակայն մինչև օրս չեն առանձնացվել այն ապացուցողական պարտադիր կարողությունները, որոնք սպասարկում են ամբողջ դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացը, և որոնք ընկած են մաթեմատիկայի հանրակրթական չափորոշչի պահանջների հիմքում: Նշված հակասությունը վկայում է մաթեմատիկայի հանրակրթական չափորոշչի գիտատեսական հիմունքների մշակման անհրաժեշտու-

3. Саранцев Г. И., Обучение математическим доказательствам в школе. –М., “Просвещение”, 2000, –173с

թյան և այդ հենքի վրա հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացի, բոլոր սովորողների համար պարտադիր, ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային պահանջների կանխատեսման **հիմնախնդրի լուծման արդիականությունը***:*

Վերլուծության ենթարկված այլ երկրների և Հայաստանի չափորոշիչներում որպես կանոն սովորողների ապացուցողական ունակություններին ուղղված պարտադիր պահանջները հիմնականում աչքի են ընկնում ոչ կոնկրետությամբ և ոչ միարժեք մեկնաբանության տեղիք են տալիս:

Մեր կողմից որդեգրվել է վերոհիշյալ հիմնախնդրի լուծման, ոչ թե ինտուիտիվ ու միակողմանի, այլ տրամաբանական և բազմակողմանի մոտեցում:

Հետազոտության նպատակը մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշչի համար հենքային ապացուցողական ունակությունների ձևավորվածության պարտադիր և ցանկալի մակարդակների կանխատեսման և առաջադրման մեթոդաբանության մշակումն է, որը նպաստում է դպրոցական մաթեմատիկայի արդյունավետ ուսուցման կազմակերպմանը՝ ա) չափորոշչային խնդիրների ներկայացման լեզվաքերականական և տրամաբանական կառուցվածքային ձևերի բացահայտման, բ) միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում գործող ապացուցման մեթոդների համալիրների և դրանց տարրերի հավաքածուների բացահայտման, գ) այն ապացուցման մեթոդների համալիրների ու դրանց այն տարրերի՝ կարողությունների առանձնացման, որոնց պետք է սովորողները տիրապետեն ինքնուրույն կիրառելու մակարդակով, դ) ապացուցումների ուսուցման պարտադիր-չափորոշիչային արդյունքները կոնկրետացնող տիպային խնդիրների ու առաջադրանքների կազմման մեթոդաբանության մշակման և ե) ուսուցման թեմատիկ արդյունքների կազմման մեթոդաբանության մշակման միջոցով:

Հետազոտության վարկածը. եթե մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման պարտադիր պահանջներն ընտրենք ավանդականության, լեզվատրամաբանական վերլուծության, մանկավարժահոգեբանական և միջառարկայական պարամետրերի միջոցով, ապա դրանք կկազմեն առարկայական չափորոշչի մեթոդաբանական հենքը, քանի որ միևնույն լեզվատրամաբանության վրա կառուցված և հոգեբանամանկավարժական ու միջառարկայական հիմնավորում ունեցող չափորոշչային պահանջներն իրենց ինտեգրող բնույթի շնորհիվ հնարավորություն են ընձեռում հիմնական դպրոցի շրջանավարտներին հաջողությամբ շարունակելու ինչպես մաթեմատիկայի, այնպես էլ հարակից առարկաների յուրացումը:

Հետազոտության օբյեկտը ժամանակակից դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացն է, ուսուցման բովանդակության և զարգացման առանձնահատկություններով:

Հետազոտության առարկան մաթեմատիկայի դասընթացում սովորողների ապացուցողական կարողությունների ձևավորման հենքային մակարդակի բացահայտումն է, որը հավասարապես հենքային է նաև այլ ուսումնական առարկաների համար:

Համաձայն «Ուսուցման արդյունքների պլանավորման» հայեցակարգի, մաթեմատիկայի համար ամենաբնականն ուսուցման պարտադիր արդյունքներն (այսուհետ՝ ՈՒՊԱ) ունակությունների ցանկով տալուց հետո, դրանք տիպային խնդիրների համակարգի տեսքով նկարագրումն (կոնկրետացումն) է, քանի որ, նախ և առաջ, խնդիր լուծելու կարողությունն ավանդաբար հանդիսանում է մաթեմատիկայի ուսուցման կարևոր, հանրագումարային, ինտեգրալային արդյունքը, որը նաև՝ հեշտությամբ ենթարկվում է ստուգման ու գնահատման, որում ակտուալացվում է սովորողների՝ ուսուցումից ստացած գիտելիքների, կարողությունների ու հմտությունների ողջ համալիրը, և, երկրորդ՝ նյութի յուրացմանն ուղղված պահանջները տիպային-չափորոշչային խնդիրների համակարգի տեսքով ներկայացնելը գրեթե բացառում է դրանց ոչ միարժեք մեկնաբանությունները:

Հետազոտության խնդիրները.

1. Մշակել հետազոտության մեթոդաբանությունը, որը պետք է առանձնանա բազմակողմանի մոտեցմամբ:

2. Այդ մեթոդաբանության հիման վրա մշակել ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային պահանջների կանխատեսման և առանձնացման տեսական մոտեցումը (Գծապատկեր 1):

3. Այդ տեսական մոտեցման միջոցով բացահայտել.

ա. չափորոշչային խնդիրների ներկայացման լեզվաքերականական և տրամաբանական կառուցվածքային ձևերը,

բ. միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում գործող ապացուցման մեթոդները,

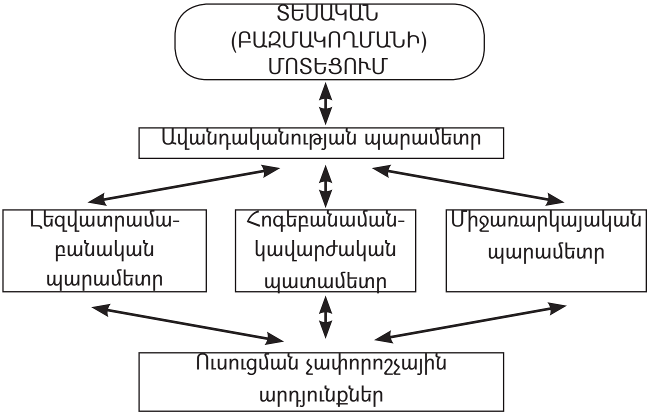
գ. այդ ապացուցման մեթոդների կոմպլեքսները կազմող ապացուցողական ունակությունների հավաքածուները,

դ. այդ ապացուցողական ունակությունների այն ենթաբազմությունը, որի տարրերից յուրաքանչյուրին սովորողները պետք է տիրապետեն ինքնուրույն կիրառելու մակարդակով,

4. Առանձնացնել ապացուցման այն մեթոդներն ու դրանց տարրերի հավաքածուն, որոնց ինքնուրույն կիրառումը պարտադիր է սովորողների համար:

5. Մշակել ապացուցումների ուսուցման պարտադիր-չափորոշչային արդյունքները կոնկրետացնող տիպային խնդիրների ու առաջադրանքների կազմման մեթոդաբանությունը:

6. Մշակել ուսուցման թեմատիկ արդյունքների կազմման մեթոդաբանությունը:



Գծապատկեր 1. Ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային պահանջների կանխատեսման և առանձնացման տեսական մոտեցումը

Հետազոտության ընթացքում կիրառվել են գիտական հետազոտության հետևյալ ***մեթոդները.***

- հանրակրթության մասին օրենսդիր և կառավարական փաստաթղթերի ուսումնասիրություն,
- հետազոտության հիմնախնդրին վերաբերող փիլիսոփայական, մանկավարժահոգեբանական, մեթոդական և մաթեմատիկան գրականության ուսումնասիրություն,
- միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի և հարակից առարկաների ծրագրերի, դասագրքերի ու ուսումնամեթոդական ձեռնարկների ուսումնասիրություն,
- փորձագիտական հարցում, որոնողական և հավաստող սոցիոլոգիական հարցումներ:

Հետազոտության **գիտական նորույթը:** Մշակվել և իրականացվել է նորովի մոտեցում միջնակարգ հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացի ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային պարտադիր արդյունքների կանխատեսման ու պլանավորման նկատմամբ:

- Մշակվել է ապացուցումների ուսուցման պարտադիր-չափորոշչային արդյունքները կոնկրետացնող տիպային խնդիրների և առաջադրանքների կազմման մեթոդաբանությունը:
- Մշակվել է ուսուցման թեմատիկ արդյունքների կազմման մեթոդաբանությունը:

Հետազոտության **տեսական նշանակությունն** այն է, որ աշխատանքում մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշչի օրինակի վրա մշակվել է առարկայական չափորոշչի գիտատեսական հիմունքները:

Հետազոտության **գործնական նշանակությունն** այն է, որ հետազոտության ընթացքում կիրառված մեթոդաբանությունը, ապացուցումների ուսուցման պարտադիր արդյունքների կանխատեսման և չափորոշչային խնդիրների կազմման մեթոդաբանությունները, ուսուցման թեմատիկ արդյունքների կազմման մեթոդաբանությունը կարող են կիրառվել մաթեմատիկայի և այլ առարկաների չափորոշիչների մշակման ու կազմման գործընթացներում, օգտագործվել սովորողների մաթեմատիկան ու տրամաբանական պատրաստվածությանն ուղղված ծրագրային պահանջները ճշգրտելու ու կոնկրետացնելու համար, մաթեմատիկայի ուսուցչի պրակտիկ աշխատանքում, ուսուցիչների կատարելագործման դասընթացներում, ինչպես նաև դասագրքերի ու դրանք սպասարկող մեթոդական ձեռնարկների ստեղծման ու բարելավման գործընթացներում:

Պաշտպանության են ներկայացվում հետևյալ դրույթները.

1. Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային արդյունքների կանխատեսման տեսական նորովի մոտեցումը, որն առանձնանում է հիմնախնդրի լուծման բազմակողմանիությամբ:

2. Այն ապացուցողական կարողությունների և ապացուցման մեթոդների հավաքածուի կանխատեսումն ու առանձնացումը, որոնց պետք է պարտադիր տիրապետեն հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայից դրական գնահատական ստացող շրջանավարտները ինքնուրույն կիրառելու մակարդակում:

3. Չափորոշչային Ա մակարդակին համապատասխան և ապացուցողական պարտադիր կարողությունների ու մեթոդների հավաքածուն կոնկրետացնող, մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման պարտադիր մակարդակը բնութագրող չափորոշչային այն տիպային խնդիրների կազմման մեթոդաբանության մշակումը, որոնք թույլ են տալիս ապահովել ինչպես այդ կարողությունների ու մեթոդների ձևավորումն, այնպես էլ դրանց առկայության ստուգումը:

4. Ապացուցումների ուսուցման թեմատիկ արդյունքները բնութագրող այն առաջադրանքների և խնդիրների կազմման մեթոդաբանության մշակումը, որոնք ապահովում են ուսուցման թեմատիկ արդյունքների ձևավորումն ու վերահսկումը և որոնց հիման վրա էլ հիմնականում կազմվում են ուսուցման ամփոփիչ չափորոշչային արդյունքները:

5. Ապացուցումների ուսուցման ցանկալի արդյունքները բնութագրող այն խնդիրների կազմման մեթոդաբանության մշակումը, որոնք ապահովում են չափորոշչային Բ և Գ մակարդակների ձևավորումն ու վերահսկումը:

Հետազոտության փուլերը

Սույն աշխատանքը տեսական հետազոտություն է, որն իրականացվել է չորս փուլով:

Սկզբնական փուլը (մինչև 1995 թ.) ծառայում էր ատենախոսության թեմայով նյութերի հավաքագրմանը, ՈւԿՀԻ-ում, ԿԱԻ-ում, ԵՊՀ-ում և ՀՊՄԻ-ում սեփական աշխատանքային փորձի վերլուծության և մաթեմատիկայի առաջավոր ուսուցիչների փորձի ուսումնասիրության տեսքով: Այս փուլում նախանշվել են հետազոտության հիմնական ուղղությունները և տպագրվել է 3 հոդված:

Երկրորդ փուլը (1995-2000 թվականներ) ծառայում էր հետազոտության թեմայով արդեն առկա նյութերի մշակմանը, նպատակի ու հիմնախնդրի հստակեցմանը, ինչպես նաև փորձաքննության միջոցով հետազոտության արդյունքների լրիվության և սոց. հարցումների միջոցով այդ արդյունքների մատչելիության ապացուցմանը: Այս ընթացքում տպագրվել է ատենախոսության թեմայի վերաբերյալ 4 գիտական հոդված և 1 ուսումնաօժանդակ մեթոդական ձեռնարկ միջին դպրոցի ուսուցիչների և սովորողների համար:

Երրորդ փուլը (2001-2003 թվականներ) ծառայում էր ատենախոսության հիմնական տեսական արդյունքների ձևակերպմանն ու ապացուցումների ուսուցման պարտադիր արդյունքների մատչելիության ստուգման նպատակով սոց. հարցումների կազմակերպմանն ըստ ՀՀ հանրակրթական դպրոցի այդ տարիներին գործող մաթեմատիկայի դասընթացի: Այս փուլում տըպագրվել են հետազոտության թեմայով 5 հոդված, 1 մեթոդական ձեռնարկ ուսուցիչների համար և 1 ուսումնաօժանդակ մեթոդական ձեռնարկ 9-10-րդ դասարանների սովորողների համար:

Հետազոտության չորրորդ փուլը (2004-2013 թվականներ) ծառայում էր ատենախոսության արդյունքների վերջնական ճշգրտմանն ու ամրագրմանը, արդեն բարեփոխված չափորոշիչներով, ծրագրերով ու դասագրքերով ևս մեկ անգամ ստացված արդյունքների մատչելիության հավաստիության ապացուցմանը: Այս ընթացքում տպագրվել են 1 մենագրություն՝ «Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդաբանական հիմունքները», որում ամրագրված են հետազոտության ընթացքն ու հիմնական արդյունքները, 2 մեթոդական ձեռնարկ ավագ դպրոցի ընդհանուր, հումանիտար և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի ուսուցիչների համար, 3 ուսումնաօժանդակ մեթոդական ձեռնարկ ավագ դպրոցի 10–12-րդ դասարանների սովորողների և ուսուցիչների համար, 1 գիտական հոդված՝ հայերեն լեզվով, 7-ը ռուսերեն լեզվով, որից 6-ը՝ արտասահմանյան ամսագրերում:

Ատենախոսությունում առաջադրված բոլոր դրույթները հիմնվում են փաստող սոցիոլոգիական հարցման արդյունքների վրա կամ էլ ստուգվում ու ճշգրտվում են դրա միջոցով:

Սոց. հարցումը երկարատև էր և իրականացվել է չորս փուլով:

Առաջին երեք փուլերի փորձագիտական ստուգումները կատարվել են 1990-1998 թվականներին՝ ըստ այդ տարիներին գործող մաթեմատիկայի դպրոցական դասագրքերի, իսկ չորրորդ փուլում՝ 1999-2007 թվականներին, վերստուգվել ու ճշգրտվել են ստացված արդյունքներն ըստ Հայաստանի Հանրապետությունում գործող միջնակարգ հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի նոր չափորոշիչների, ծրագրերի ու դասագրքերի:

Սոց. հարցման շնորհիվ՝

- ստուգվել է ապացուցումների ուսուցման պարտադիր (չափորոշչային) արդյունքների առանձնացման լրիվությունը,
- ստուգվել է ստուգիչ առաջադրանքների տրամաբանական ու լեզվաքերականական ձևերի մատչելիությունը և բացահայտվել է դրանց օպտիմալ ձևերը և բարդության աստիճանը:

Ատենախոսության վերաբերյալ արդյունքները փորձաքննվել են.

- ՀՀ և ԼՂՀ մաթեմատիկայի ուսուցիչների կատարելագործման և ատեստավորման դասընթացներում կարդացված դասախոսությունների ու սեմինարների տեսքով,
- Հանրապետական, մարզային և միջազգային գիտագործնական կոնֆերանսներում՝ ելույթների տեսքով,
- ԵՊՀ-ում, ԳՊՀ-ում և ՀՊՄՀ-ում՝ դասախոսությունների և գործնական պարապմունքների տեսքով,
- Ավագ դպրոցի 9-10-րդ, իսկ ապա՝ 10-12-րդ դասարանների «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» (հեղինակներ՝ Գ.Գևորգյան, Ա.Սահակյան) գործող դասընթացներում ներդրված մեթոդական համակարգի ու խնդիրների համակարգի տեսքով,
- Ուսուցիչներին և սովորողներին ուղղված մեթոդական ձեռնարկների տեսքով,
- Ուսուցիչներին ուղղված բազմաթիվ մեթոդական նամակների տեսքով և այլն:

Ատենախոսության կառուցվածքը

Ատենախոսությունը ներառում է՝ ներածություն, չորս գլուխ, եզրակացություններ և վեց հավելված:

Ներածությունում հիմնավորված է հետազոտության թեմայի արդիականությունը, ձևակերպված են հետազոտության, հիմնախնդիրը, նպատակը, օբյեկտը, առարկան, վարկածը խնդիրները, նորույթը, տեսական և գործնական նշանակությունները:

Առաջին գլուխը, որն ունի «Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի տրամաբանական ապարատը» խորագիրը, բաղկացած է երկու ենթագլխից: Առաջին ենթագլխի կետ 1-ը նվիրված է ապացուցումների տեսության պատմությանը՝ սկսած Բաբելոնից, մինչև մեր օրերը: Այս ենթագլխի կետ 2-ում նախ առանձնացվում են հոգեբանությունում ընդունված՝ մտածողության **ինտուիտիվ** և **տրամաբանական** տեսակները, պարզաբանվում են դրանց էությունները:

Այնուհետև բացահայտվում են տրամաբանության դասընթացի «**ապացուցում**», «**ապացուցման քայլ**», «**ապացուցման մեթոդ**» և «**հերքում**» հասկացությունների բովանդակությունը՝ ինչպես ձևական (ֆորմալ), այնպես էլ ոչ ձևական (ոչ ֆորմալ կամ բովանդակային) իմաստներով:

Այս գլխի երկրորդ ենթագլխում մաթեմատիկայի տարբեր երկրների տարբեր ժամանակաշրջաններում գործող մաթեմատիկայի ծրագրերի ու ուսումնամեթոդական և գիտական գրականության ծավալուն վերլուծության միջոցով առանձնացվում են մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ավանդաբար գործող ապացուցման մեթոդներն ու դրանց տարրերը:

Կատարած վերլուծությունները թույլ են տալիս եզրակացնել, որ ապացուցման գործընթացներում բացի համադրման մեթոդից, ապացուցման մնացած մեթոդներից և ոչ մեկը «մաքուր» վիճակում՝ միայնակ չի գործում, այլ դրանք կիրառվում են որոշակի հավաքածուներով՝ միակցություններով: Ընդ որում յուրաքանչյուր ապացուցումում կարելի է առանձնացնել ապացուցման **առաջատար մեթոդը** և նշել **օժանդակ մեթոդները**: Առաջատար մեթոդը սկսում և ավարտում է ապացուցումը, տանում է ապացուցման ընդհանուր գիծը՝ մարտավարությունը, իսկ օժանդակ մեթոդները կատարում են միջանկյալ աշխատանք, իրենց վրա վերցնելով առանձին դեպքերի հիմնավորումը կամ հերքումը և այլն:

Ավանդաբար, ապացուցման եղանակը բնութագրելիս անվանվում է միայն առաջատար մեթոդը, օրինակ, «ապացուցում հակասության մեթոդով» կամ «ապացուցում լրիվ ինդուկցիայի մեթոդով» և այլն: Հենց այս իմաստով էլ կարելի է խոսել ոչ թե առանձին մեթոդի, այլ **մեթոդների միակցության** (կոմպլեքսի) մասին, ավանդաբար շարունակելով դրանք անվանել յուրաքանչյուրն ըստ իր առաջատար մեթոդի:

Միջնակարգ հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում այսօր գործում են ապացուցման մեթոդների հետևյալ միակցությունները.

1. **Համադրման մեթոդ**,
2. **Վերլուծական-համադրման մեթոդ** = [Վերլուծություն] ∪ [Համադրման մեթոդ],
3. **Հակասության մեթոդ** = [Հակասության կառույց] ∪ [Համադրման մեթոդ],
4. **Բացառության մեթոդ** = [Բացառության կառույց] ∪ [Հակասության մեթոդ]
5. **Հերքում հակաօրինակի մեթոդով** = [Օբյեկտի կառուցարկում, որոնում] ∪ [Համադրման մեթոդ]:
6. **Կառուցարկման մեթոդ** = [Օբյեկտի կառուցարկում] ∪ [Համադրման մեթոդ],
7. **Լրիվ ինդուկցիայի մեթոդ** = [լրիվ ինդուկցիայի կառույց] ∪ [Համադրման մեթոդ] կամ [Հակասության մեթոդ],
8. **Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդ** = [Մաթ.ինդուկցիայի սկզբունք] ∪

[Համադրման մեթոդ]:

Վերոհիշյալ հավաքածուների մեջ մտնող մեթոդների տարրերը մաթեմատիկական պնդումների ապացուցման ընթացքում հանդես են գալիս որպես մի ամբողջական համակարգի տարրեր:

Ընդ որում սովորողները պետք է հասկանան ապացուցման ընթացքում այդ կառույցների և համադրման մեթոդի համագործակցության եղանակը:

Առաջին գլխի վերջում նշվում է, որ ապացուցման մեթոդների ուսուցման արդյունքները պլանավորելիս անհրաժեշտ է քննարկել սովորողների կողմից համադրման և հակասության մեթոդների, բացառության և լրիվ ինդուկցիայի կառույցների յուրացման, ինչպես նաև, կառուցարկման մեթոդի և հերքման հակաօրինակի մեթոդի էությունը հասկանալու հարցերը:

Երկրորդ գլուխը, որն ունի «Ապացուցողական պարտադիր ունակությունների հավաքածուի առանձնացումը» խորագիրը, բաղկացած է երեք ենթագլխից: Այն նվիրված է առաջին գլխում ստացված արդյունքների՝ ապացուցման մեթոդների և դրանց քայլերի բավականին հարուստ հավաքածուները հետագա զտելուն և այդ կերպ ապացուցողական պարտադիր ունակությունների հավաքածուի կանխատեսման ու առանձնացման մեթոդաբանությանը: Ընդ որում, ապացուցումների ուսուցման պարտադիր մակարդակի կանխատեսման համար օգտագործվում են հետևյալ երեք՝ լեզվատրամաբանական, հոգեբանամանկավարժական և միջառարկայական զտիչ պարամետրերը:

Երկրորդ գլխի առաջին ենթագլուխը նվիրված է «**Լեզվատրամաբանական մոտեցում**» զտիչ պարամետրի կիրառությանը: Այս ենթագլխում նշվում է, որ ցանկացած պնդում ունի լեզվաքերականական և տրամաբանական ձևակերպում (ստրուկտուրա, ձև): Ընդ որում, եթե ցանկացած պնդում կարող է ներկայացվել տարբեր լեզվաքերականական ձևերով, ապա պնդման տրամաբանական ձևը միակն է: Այս ենթագլխում լեզվաքերականական մոտեցմամբ լուծվում է պնդման պայմանի և պահանջի առանձնացման մինչ այդ ոչ լիարժեք լուծված հիմնախնդիրը: Հիմնավորվում է, որ պնդման պայմանը, օրինակ, հայոց լեզվի նախադասությամբ ներկայացված պնդման ենթական է՝ իր լրացուցիչ անդամներով, իսկ եզրակացությունը (պահանջը) ստորոգյալն է՝ իր միտքը լրացնող երկրորդական անդամներով;

Այնուհետև հիմնավորվում է, որ ցանկացած ապացուցման ընթացքում օգտագործվում են գիտելիքների և կարողությունների երեք առանձին՝ բովանդակային, կառուցվածքային և տրամաբանական բաժիններ, որոնց տարրերը համապատասխանաբար կոչվում են **ապացուցման բովանդակային, կառուցվածքային և տրամաբանական տարրեր:** Ընդ որում՝ մաթեմատիկական պնդման ապացուցման բովանդակային տարրերը կայուն չեն և կախված են ապացուցվելիք պնդումից, պնդման ապացուցման եղանակից, տվյալ դասագրքի մեջ ներդրված աքսիոմատիկայից:

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի պնդումների վերլուծությունը ցույց տվեց նաև, որ ապացուցման վերոհիշյալ տարրերի մեջ կան այնպիսիք, որոնք գործում են տրված մեթոդով կատարված բոլոր ապացուցումներում, որոնց մենք կանվանենք տվյալ մեթոդի **ինվարիանտ տարրեր**, այնպես էլ տարրեր, որոնք հատուկ են նույն մեթոդով կատարված առանձին ապացուցումներին, այսինքն, մի ձևի ստրուկտուրայից մյուսը փոփոխվող տարրեր, որոնց էլ մենք կանվանենք տվյալ մեթոդի **սեփական տարրեր:** Հիմնականում այդ ինվարիանտ տարրերը կախված չեն մաթեմատիկական պնդման տրամաբանական ձևից: Դեռ ավելին, դրանց մեծ մասը գործում է ապացուցման ցանկացած մեթոդում: Նման ապացուցողական տարրերի բազմությունն էլ հենց կազմում է մաթեմատիկական ապացուցումների «միջուկը», և այդ պատճառով էլ, հետագայում ապացուցումների ուսուցման՝ բոլոր սովորողների համար պարտադիր արդյունքները կանխատեսելիս մենք հիմնականում պետք է նկատի ունենանք հենց այդ ինվարիանտ տարրերը:

Ապացուցման կառուցվածքային տարրերն առանձնացնելու նպատակով անհրաժեշտ է բացահայտել դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացում կիրառվող (հանդիպող) պնդումների կառուցվածքային ձևերը և, համապատասխանաբար, դրանց հետ աշխատելու կարողությունները:

Հայտնի է, որ մաթեմատիկական թեորեմների մեծ մասն ունի

$$\forall x \in X\big(A(x) \to B(x)\big) \qquad (1)$$

տեսքը, որի բացատրամասում նշված է, թե կոնկրետ որ X բազմությունից է վերցված x փոփոխականը և պետք է ճշգրիտ ձևակերպվի, թե ինչ է իրենից ներկայացնում A(x) պրեդիկատը (պայմանը) և B(x) պրեդիկատը (եզրակացությունը):

Դպրոցական դասագրքերի վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ավանդաբար մաթեմատիկայի դպրացական դասընթացում գործում են հետևյալ տիպերի տրամաբանական ձև ունեցող պնդումներ.

1) A(x)-ը պարզ նախադասություն (բանաձև) է կամ պարզ նախադասությունների կոնյունկցիա, իսկ B(x)-ը պարզ նախադասություն է (ձև (1.1)).

$$\forall x\big(A_1 \& A_2 \to B\big), \qquad (1.1)$$

2) A(x)-ը ցանկացած նախադասություն է, իսկ B(x)-ը՝ պարզ նախադասությունների կոնյունկցիա.

$$\forall x\big(A \to B_1 \& B_2\big)\ , \qquad (1.2)$$

3) A(x)-ը ցանկացած նախադասություն է, իսկ B(x)-ը՝ պարզ նախադասությունների դիսյունկցիա.

$$\forall x\left(A \to B_1 \vee B_2\right) \quad , \tag{1.3}$$

4) A(x)-ը պարզ նախադասությունների դիսյունկցիա է, իսկ B(x)-ը՝ ցանկացած նախադասություն.

$$\forall x\left(A_1 \vee A_2 \to B\right), \tag{1.4}$$

5) A(x)-ը ցանկացած նախադասություն է, իսկ B(x)-ը երկու պարզ նախադասությունների իմպլիկացիա՝ «եթե B_1, ապա B_2» կամ $B_1 \to B_2$.

$$\forall x\left(A \to \left(B_1 \to B_2\right)\right), \tag{1.5}$$

6)A(x)-ը երկու պարզ նախադասությունների իմպլիկացիա՝ «եթե A_1 , ապա A_2 » կամ $A_1 \to A_2$ է, իսկ B(x)-ը՝ ցանկացած նախադասություն.

$$\forall x\left(\left(A_1 \to A_2\right) \to B\right), \tag{1.6}$$

7) գոյության թեորեմի տրամաբանական ձև.

$$\forall x \, \exists y \left(A\left(x, y\right) \to B\left(x, y\right)\right), \tag{1.7}$$

8) գոյության և միակության թեորեմի տրամաբանական ձև.

$$\forall x \, \exists_1 y \left(A\left(x, y\right) \to B\left(x, y\right)\right) : \tag{1.8}$$

Այնուհետև մաթեմատիկական տրամաբանության միջոցով առանձին-առանձին վերլուծության ենթարկելով վերոհիշյալ բանաձևերը ստացվում են այս ձևերից յուրաքանչյուրին համապատասխան ապացուցումների կառուցվածքային տարրերը: Հաջորդ քայլում դպրոցական դասագրքերում (1.1)–(1.8) ձևերի կիրառության հաճախության մասին պատկերացում կազմելու նպատակով վերլուծության են ենթարկվում երկրաչափության Ա. Պ. Կիսելյովի, Ա. Ն. Կոլմոգորով և ուրիշների, Ա. Պ. Պոգորելովի (աղյուսակ 1), Լ. Ս. Աթանասյան և ուրիշների (աղյուսակ 2), ինչպես նաև հանրահաշվի Ա. Ն. Բարսուկովի (աղյուսակ 3), Յու. Ն. Մակարիչև և ուրիշների (աղ. 4) և Հ. Ս. Միքայելյանի (աղյուսակ 5) տարբեր տարիների գործող դասագրքերը

Աղյուսակ 1

Ձևեր / դասագրքեր	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.7)	(1.8)
Ա. Պ. Կիսելյով	86/59,2	30/20,7	10 / 7	11/7,6	5/3,4	3/2,1
Ա.Ն.Կոլմոգորվ	96/73,3	16/12,2	5/3,8	1/0,8	4/3,1	9/6,9
Ա.Վ. Պոգորելով	30/53,2	15/26,6	5/8,9	1/1,8	2/3,6	3/5,4

Աղյուսակ 2

Ձևեր / դասագրքեր	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.7)	(1.8)
Լ.Ս. Աթանասյան և ...	124/64	31/16	4/2	1/0.5	22/11.5	11/6

Աղյուսակ 3

Ձևեր / դասագրքեր	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.7)	(1.8)
Ա. Ն. Բարսուկով	60/66,7	27/30	0/0	2/2,2	0/0	1/1,1

Աղյուսակ 4

Ձևեր / դասագրքեր	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.7)	(1.8)
Յու. Ն. Մակարիչև ...	102/85	14/11,7	4/3,3	0/0	0/0	0/0

Աղյուսակ 5

Ձևեր / դասագրքեր	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.7)	(1.8)
Հ. Ս. Միքայելյան	254/67	60/16	31/8	22/6	3/0,8	8/2,2

Աղյուսակների յուրաքանչյուր վանդակում գրված կոտորակի համարիչում նշված է դասագրքի տեսական մասում ընդգրկված այն պնդումների (թեորեմների, հետևանքների, դասանյութում լուծված խնդիրների) քանակը, որոնք ունեն տրված տրամաբանական ձևը, իսկ հայտարարում՝ այդ քանակությանը համապատասխան տոկոսային հարաբերությունը դասանյութերում ապացուցված (լուծված) (1) ձևի բոլոր պնդումների քանակի նկատմամբ:

Հիմնական դպրոցի հանրահաշվի և երկրաչափության դասագրքերի վերլուծությունը ցույց տվեց, որ նրանցում օգտագործված պնդումների տրամաբանական ձևերի հարաբերակցության ընդհանուր պատկերը մոտ է հետևյալին. այդ դասընթացներում ապացուցված կամ լուծված պնդումների մոտավորապես կեսից ավելին (54%-84%) ունեն (1.1) ձևը, մոտավորապես 12%-30%-ն ունեն (1.2) տրամաբանական ձևը, մնացած չորս՝ (1.3), (1.4), (1.7) և (1.8) ձևերին բաժին է հասնում ընդհանուր պնդումների 3,3%-ից մինչև 20%-ը: Ընդ որում, գոյության՝ (1.7) և գոյության ու միակության՝ (1.8) թեորեմները հանրահաշվի նախկին՝ Ա. Ն. Բարսուկովի և Յու. Ն. Մակարիչև և ուրիշների դասագրքերում ընդհանրապես բացակայում են: Ի տարբերություն այդ դասագրքերի, Հ. Միքայելյանի դասագրքերում դրանց նվիրված են պնդումների 3%-ը (11 պնդում): Ընդհանուր առմամբ հանրահաշվի վերջին դասընթացում, ապահովված է տրամաբանական ձևերի այնպիսի համամասնություն, որը մոտ է երկրաչափության դասագրքերի տրամաբանական ձևերի համամասնությանը:

Մաթեմատիկական պնդումների տարբեր տրամաբանական ձևերի ձևավորվածության ստուգումը իրականացվել է Երևանի թիվ 19, 34, 71 և 131 դպրոցներում: Սոց. հարցումը ցույց տվեց, որ ընդհանուր առմամբ ստացված արդյունքները համահունչ են աղյուսակ 1-ի՝ կիրառվածության արդյունքների հետ, և դա բնական է, որովհետև այս կամ այն տրամաբանական ձևի ձևավորվածությունը կախված է ոչ միայն նման ձև ունեցող թեորեմների ուսուցման համապատասխան մեթոդիկայից, այլև դասընթացում դրանց կիրառման հաճախությունից՝ կիրառվածությունից: Իրականում պարզվեց, որ հիմնականում ձևավորված չեն այն ձևերը, որոնք դասընթացում հանդիպում են հազվադեպ: Այսինքն որևէ տրամաբանական ձևի ձևավորվածության համար դասընթացում այդ ձևի կիրառվածության աստիճանն անհրաժեշտ պայման է, բայց ոչ բավարար:

Այս ենթագլխում խոսվում է նաև բոլոր սովորողների համար պարտադիր տարրական ապացուցողական կարողությունների պլանավորման մասին:

Առաջին գլխում իրականացված երկրաչափության և հանրահաշվի դպրոցական դասագրքերում ներդրված ապացուցումների վերլուծությունը թույլ տվեց բացահայտել ապացուցման մեթոդների տարրերի հավաքածուները:

Հետագա ուսումնասիրություններն ու սոց. հարցման արդյունքները ցույց են տալիս, որ սովորողների կողմից պարտադիր յուրացվելիք ապացուցողական կարողությունների մեջ մտնում են ապացուցումների հետևյալ տարրերը.

1. կարողանալ գրառման բառանշանային տեսքով առանձնացնել պդման պայմանն ու եզրակացությունը:

2. կարողանալ օգտվել բաժանման (**MP**) արտածման կանոնից.

$$\frac{\text{Եթե } \mathbf{A}\text{, ապա}\mathbf{B}\text{,}\quad \mathbf{A}\text{-ն կա}}{\text{Հետևաբար՝ կա } \mathbf{B}\text{-ն}} \quad \text{Կամ} \quad \frac{\mathbf{A} \to \mathbf{B} \quad \mathbf{A}}{\mathbf{B}}$$

3. կարողանալ օգտվել իմպլիկացիայի կանոնից.

$$\frac{\text{Եթե } \mathbf{A}, \text{ ապա } \mathbf{B}, \quad \text{Եթե } \mathbf{B}, \text{ ապա } \mathbf{C},}{\text{Եթե } \mathbf{A}, \text{ ապա } \mathbf{C},} \qquad \text{Կամ} \qquad \frac{\mathbf{A} \to \mathbf{B} \quad \mathbf{B} \to \mathbf{C}}{\mathbf{A} \to \mathbf{C}}$$

4. Կարողանալ ճանաչել պատկերը (հասկացությունը, հարաբերությունը) վերջինիս թեորեմ-հայտանիշի կամ սահմանման տակ տանելու միջոցով:

5. Կարողանալ հետևանքներ որոնել հասկացության թեորեմ-հատկության տակ տանելու կամ սահմանումից հետևություններ անելու միջոցով:

6. Կարողանալ օգտվել դեդուկցիայի կանոնից.

$$\frac{\text{Եթե } \mathbf{\Gamma}, \mathbf{A} \vdash \mathbf{B}}{\text{ապա } \mathbf{\Gamma} \vdash \mathbf{A} \to \mathbf{B},}$$

որտեղ **Γ** -ն բանաձևերի բազմություն է:

7. Կարողանալ օգտվել ընդհանրացման (Gen) կանոնից.

$$\frac{\text{Եթե կամայական } x_0 \in X \text{-ի համար } A(x_0)}{\text{ապա } \forall x A(x):}$$

8.Կարողանալ օգտվել հակասության կառույցից, այսինքն.

ա) կարողանալ կառուցել պնդման եզրակացության հակադիրը (ժխտել եզրակացությունը),

բ) կարողանալ օգտվել հակասության կանոնից.

$$\frac{\text{եթե p, ապա q} \quad \text{բայց իրականում ոչ q}}{\text{Հետևաբար՝ ոչ p,}} \qquad \text{կամ} \qquad \frac{\text{եթե ոչ p, ապա q} \quad \text{բայց իրականում ոչ q}}{\text{Հետևաբար՝ p}}$$

կամ հետևյալ թեորեմի տեսքով. «Եթե A-ից և ոչ B-ից արտածվում է հակասություն, ապա միայն A-ից արտածվում է B-ն»:

9.Կարողանալ սովորողներին հայտնի կամ ակնհայտ բաժանարար դատողության միջոցով, պարզագույն դեպքերում բազմությունը տրոհել 2-3 ենթաբազմությունների:

10.Կարողանալ օգտվել լրիվ ինդուկցիայի կանոնից.

$$\frac{S_1\text{-ը P է, } S_2\text{-ը P է, } S_3\text{-ը P է:} \quad \text{Բայց } S_1, S_2, S_3 \text{ դեպքերը սպառում են ողջ S-ը:}}{\text{Հետևաբար՝ ողջ S-ը P է:}}$$

11. Կարողանալ «B_1 և B_2» տեսքի (ոչ միակ, կոնյունկտիվ) եզրակացություն

ունեցող պնդումը ճեղքել երկու՝ նույն պայմանը և «B_1», «B_2» պարզ եզրակացություն ունեցող ենթապնդումների:

12.Կարողանալ օգտվել հակադրման (կոնտրապոզիցիայի) կանոնից, այսինքն, կարողանալ կառուցել պայմանական՝ «Եթե A, ապա B» պնդման հակադիրի հակադարձ պնդումը՝ «Եթե ոչ B, ապա ոչ A»:

Մեթոդների մնացած տարրերը բոլոր սովորողների կողմից պարտադիր կարգով յուրացման ենթակա չեն: Այդ տարրերը և համապատասխան վերլուծական-համադրման, բացառության, լրիվ ինդուկցիայի, կառուցարկման, մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդները և հակաօրինակի միջոցով հերքումը պատկանում են ուսուցման ցանկալի արդյունքներին:

Երկրորդ գլխի երկրորդ ենթագլուխը նվիրված է հոգեբանամանկավարժական պարամետրի միջոցով ապացուցումների ուսուցման պարտադիր արդյունքների հետագա զտմանը:

Յուրացման պարտադիր մակարդակին պատկանող յուրաքանչյուր ապացուցողական կարողություն պետք է ձևավորվի սովորողների մոտ երկու մակարդակներից որևէ մեկով. կամ հասկանալու, կամ էլ ինքնուրույն կիրառելու մակարդակով: Այսուհետև այնպիսի ապացուցողական կարողությունների և մեթոդների լրիվ հավաքածուն, որոնց յուրացման անհրաժեշտ մակարդակը ինքնուրույն կիրառելն է (այսինքն՝ տիրապետելը), մենք կանվանենք ապացուցման մեթոդների (ուստի նաև՝ ապացուցումների) ուսուցման պարտադիր մակարդակ:

Ընդհանուր առմամբ ապացուցողական կարողությունների առանձնացմամբ և դրանց ձևավորվածության հարցերով զբաղվել են հոգեբաններ Գ. Ա. Բուտկինը, Պ. Յա. Գալպերինը, Ի. Ա. Մենչինսկայան, Ժ. Պիաժեն, Ն. Ա. Պոդգորեցկայան, Ն. Ֆ. Տալիզինան, Լ. Մ. Ֆրիդմանը, և ուրիշներ, մի շարք գիտնական մեթոդիստներ՝ Ջ. Պոյան, Ի. Ա. Գիբշը, Գ. Գ. Գևորգյանը, Ա. Ա. Սահակյանը, Հ. Ս. Միքայելյանը, Ա. Ա. Ստոլյարը, Ի. Լ. Նիկոլսկայան, Գ. Ի. Սարանցևը, Ն. Ն. Ռեշետնիկովը, Յու. Ա. Բուրլեվը և ուրիշներ: Նշենք, որ վերոհիշյալ հեղինակները իրենց հոգեբանամանկավարժական աշխատանքներում ուսուցման համար պարտադիր են համարում այն կարողությունները, որոնք ձևավորվում են ինքնուրույն կիրառելու մակարդակում:

Ուսումնասիրությունների արդյունքում պարզվեց, որ համաձայն «հոգեբանամանկավարժական հետազոտություններին համապատասխանության» պարամետրի, վերոնշյալ 1-12 ունակություններն անհրաժեշտ է ընդգրկել ապացուցումների ուսուցման պարտադիր արդյունքների մեջ:

Հաջորդ՝ երրորդ գլխի երկրորդ ենթագլխում իրականացվում է ապացուցումների ուսուցման վերոնշյալ արդյունքների զտումն ըստ այլ ուսումնական առարկաների պահանջների, այսինքն՝ ըստ միջառարկայական (ինտեգրման) պարամետրի:

Այս կամ այն աստիճանով ապացուցողական (փաստարկված) դատողություններ անելու, իր մտքերն ու համոզմունքները պաշտպանելու կարողությունը հատուկ է ոչ միայն մաթեմատիկայի, այլ նաև մնացած առարկաների ուսուցմանը, ինչպես նաև առօրյա կյանքում՝ հասարակության անդամներին: Այդ իմաստով նշված կարողությունները հանդիսանում են սովորողների դաստիարակության կարևոր բաղադրիչներից մեկը:

Այդ պատճառով ապացուցումների ուսուցման պարտադիր արդյունքներն առանձնացնելիս անհրաժեշտ է պարզել, թե.

-բավարարու՞մ են, արդյոք, առանձնացված պարտադիր գիտելիքներն ու կարողություններն այլ առարկաների պահանջներին,

-ի՞նչ լրացուցիչ պահանջներ են դրվում սովորողների ապացուցողական կարողությունների վրա այլ առարկաների կողմից:

Այս հարցերի պատասխանները ստանալու ակնկալիքներով մեր կողմից վերլուծության են ենթարկվել դպրոցական տարբեր առարկաների դասընթացների ուսուցմանը վերաբերող և սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացմանը նվիրված մեծաքանակ գրականություն:

Տարբեր տեսանկյուններից այս խնդրի լուծմամբ զբաղվել են Ի. Յա.Լերները, Ի.Կ.Ժորավլյովը, Պ.Օ.Պունսկին, Ա.Վ.Եֆիմովը, Գ.Թամամյանը և ուրիշներ (պատմության դասավանդման մեթոդիկա), Ռ. Յու. Վոլկովսկին, Լ. Ա. Իվանովը, Ա.Վ.Ուսովան, Է.Մ. Ղազարյանը, (ֆիզիկայի դասավանդման մեթոդիկա), Լ.Ա. Ցվետկովը, Յու.Վ. Խոդակովը, Լ. Պ. Մոնախովը և ուրիշներ (քիմիայի դասավանդման մեթոդիկա), Վ.Ա. Դոբրոմիսլովը (ռուսաց լեզվի ուսուցման մեթոդիկա), Վ.Ա. Կորինսկայան, Ն. Ն. Բարանսկին (աշխարհագրության դասավանդման մեթոդիկա), Ե.Պ. Բրունովտը, Ե. Գ. Բրովկինան, (կենսաբանության դասավանդման մեթոդիկա) և այլն:

Միջնակարգ դպրոցի սովորողների գիտելիքներին ու կարողություններին ուղղված ծրագրային պահանջների համաձայն բնագիտական առարկաներում (ֆիզիկա, քիմիա, ինֆորմատիկա և հաշվողական տեխնիկայի հիմունքներ, գծագրություն, աստղագիտություն և այլն) սովորողների ապացուցողական կարողությունների ձևավորվածությանը ներկայացվում են մաթեմատիկայի դասընթացի պահանջներին համանման պահանջներ, բայց փոքր-ինչ նվազ ծավալով:

Իսկ ինչ վերաբերում է հումանիտար առարկաներին, ապա նրանցում կատարվող դատողությունների փաստարկելիությանն (ապացուցելիությանն) ուղղված պահանջները կրում են առանձնահատուկ բնույթ, ի հաշիվ նրանցում հանդիպող իրավիճակների ոչ ձևական բնույթի և ոչ ձևական տրամաբանության կիրառման: Միաժամանակ հենց այդ առարկաներում (մեծամասամբ՝ պատմության դասընթացում) առաջ քաշված դրույթները ապացուցելու կարողությունը հանդիսանում է կարևորագույններից մեկը, քանի որ առանց դրա անհնար է պաշտպանել (հաստատել) սեփական հայացքները, տեսակետները, համոզմունքները, ազգային իդեալները: Այդ իսկ պատճառով նպատակահարմար է սույն հետազոտության վերոհիշյալ արդյունքների հավաստիությունը ստուգել հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի և պատմության դասընթացների միջառարկայական կապերի օրինակի վրա:

Առաջին հայացքից թվում է, որ պատմության դպրոցական առարկաների պետական ծրագրերում մաթեմատիկայի հետ միջառարկայական կապի մասին ավանդաբար որևէ նյութ չկա: Սակայն, ինչպես ցույց է տալիս պատմության դասընթացում սովորողների տրամաբանական մտածողության ձևավորման ու զարգացման տարբեր ասպեկտներին վերաբերող գիտամեթոդական և ուսումնանորմատիվ գրականության վերլուծությունը, այդպիսի կապ կա:

Նկատենք, որ մշտապես այժմեական են մնում հանրակրթական առարկաների ինտեգրման և, դրա հետ կապված, միջառարկայական կապերի ապահովման պրոբլեմները: Չնայած միջառարկայական կապերի ապահովման գծով մեծաքանակ հետազոտություններին, դեռևս այդ գերխնդրի լուծումը մնում է ոչ լիարժեք:

Բանն այն է, որ ոչ լիարժեք, միակողմանի է հենց միջառարկայական կապերի փնտրտուքը միայն բովանդակային հարթությունում: Նկատենք, որ բացի բովանդակային կապերից, հանրակրթական առարկաները հյուսված են դասավանդման միևնույն մետալեզվի՝ մայրենի լեզվի և միևնույն տրամաբանական հենքի վրա: Ահա այս՝ բովանդակային, լեզվական և տրամաբանական եռակողմ մոտեցումն էլ հենց ի զորու է ապահովել նշված պրոբլեմների համակողմանի ու լիարժեք լուծումները:

Ընդհանրապես միջառարկայական կապերի պրոբլեմն անհրաժեշտ է դիտարկել ոչ միայն բովանդակային հարթությունում, այլև մայրենի լեզվի և տրամաբանական հարթություններում, քանի որ հանրակրթական առարկաների մեջ երկու տիպի ընդհանրություն կա, դա մայրենի լեզուն է, որով դասավանդում են բոլոր առարկաները և ձևական տրամաբանությունը, որով մտածում, արտածում, հաստատում և հերքում են իրենց կամ ուրիշների դատողությունները:

Զարմանալիորեն այդ պրոբլեմով զբաղվող հետազոտողները հիմնականում դրա տակ հասկացել են միայն զուտ բովանդակային կապերը: Օրինակ, ⟨Մ;Պ⟩ զույգում՝ ի՞նչ մաթեմատիկական բովանդակային բանաձևեր, թեորեմներ ու կանոններ են օգտագործվում պատմության դասընթացում. գրեթե ոչինչ:

Ահա թե ինչու պատմության դասընթացում և ծրագրերում մաթեմատիկայի հետ միջառարկայական կապերի մասին գրեթե ոչինչ չկա:

Իսկ ահա տրամաբանության և մայրենի լեզվի հարթություններում այդ կապը ավելի քան շոշափելի է: Այսպիսով, մայրենի լեզվից բացի, մաթեմատիկայի և պատմության դասընթացների միջառարկայական կապը հիմնականում տրամաբանական է:

Եվ, այսպես, ուսումնամեթոդական գրականության վերոհիշյալ վերլուծությունը թույլ տվեց, ելնելով պատմության և հասարակական այլ առարկաների դպրոցական դասընթացների հանրակրթական նպատակներից, առանձնացնել մաթեմատիկայի դասընթացում օգտագործվող այն ապացուցողական տարրերի հավաքածուն, որն օգտագործվում է այդ ուսումնական առարկաներում և որն անհրաժեշտ է ցանկացած մարդուն ամենօրյա իրադարձություններում և տեղեկատվության անընդհատ հոսքում ճիշտ կողմնորոշվելու համար:

Այդ վերլուծություններից բխում է, որ հասարակական առարկաների (օրինակ, պատմություն) դասընթացներում բացահայտ կերպով գործում են մաթեմատիկական ապացուցման համադրման, վերլուծական-համադրման, հակասության, բացառության, լրիվ ինդուկցիայի տրամաբանական մեթոդները, ինչպես նաև մաթեմատիկայի դասընթացում հազվադեպ կիրառվող, բայց պատմության դսաընթացում հաճախ հանդիպող նկարագրման մեթոդը: Այդ առարկաների դասընթացների գիտակցաբար յուրացումն ավանդաբար ենթադրում է նաև ապացուցման տրամաբանական մեթոդների հետևյալ տարրերի ինքնուրույն կիրառումը.

1) կարողանալ առանձնացնել պնդման պայմանն ու եզրակացությունը,

2) կարողանալ օգտվել իմպլիկացիայի կանոնից.

$$\frac{\text{Եթե A, ապա B: Եթե B, ապա C:}}{\text{Հետևաբար՝ եթե A, ապա C,}}$$

3) կարողանալ, օգտվելով հակադրման կանոնից, կառուցել «Եթե A, ապա B» տեսքի պնդման հակադիրի հակադարձը՝ «Եթե ոչ B, ապա ոչ A»,

4) կարողանալ նկարագրման միջոցով հասկացության տակ տանել,

5) կարողանալ հետևանքներ որոնել սահմանման տակ տանելու միջոցով,

6) կարողանալ ճանաչել հասկացությունը վերջինիս սահմանման տակ տանելու միջոցով,

7) կարողանալ տանել պատմական փաստի (ճշմարտության) տակ,

8) կարողանալ օգտվել կոնյունկցիայի ներմուծման «Եթե ճշմարիտ է Ա-ն և ճշմարիտ է Բ-ն», ապա ճշմարիտ է «Ա և Բ -ն» կանոնից,

9)կարողանալ օգտվել լրիվ ինդուկցիայի կանոնից,

10) կարողանալ օգտվել հակասության կառույցից,

11)կարողանալ օգտվել ընդհանրացման (Gen) կանոնից,

12)կարողանալ դասակարգել բազմությունը,

13)կարողանալ օգտվել բացառության կառույցից:

Այսպիսով, դժվար չէ նկատել, որ թվարկված կարողությունները, բացառությամբ վերջինի, հանդիսանում են երկրորդ գլխի 2.1.2 կետում առանձնացված պարտադիր ապացուցողական ունակությունների հավաքածուի տարրեր: Այսինքն, այն ինչ անհրաժեշտ է պատմության դասընթացը գիտակցաբար յուրացնելու համար և ապացուցումների ուսուցման պարտադիր այն արդյունքը, որը ձևավորում է մաթեմատիկայի դասընթացը, գրեթե համընկնում են: Իսկ քանի որ կարողությունների այդ հավաքածուն հիմնականում ձևավորվում է հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացներում, ուստի պատմության դասընթացի տրամաբանական սպասարկման համար սովորողների համապատասխան՝ մաթեմատիկական պատրաստվածության տրամաբանական բաղադրիչն ունի հենքային նշանակություն:

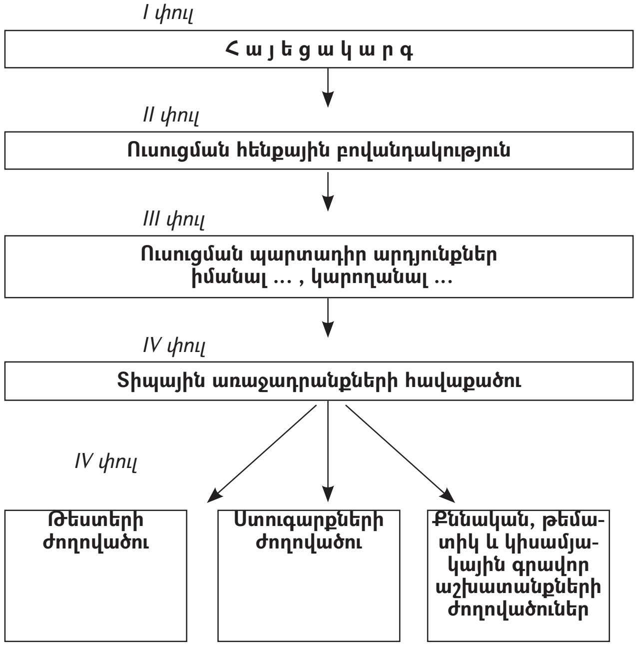
Երրորդ գլխի՝ «Ապացուցումների ուսուցման պարտադիր (չափորոշչային) արդյունքները» առաջին ենթագլխում նախ ներկայացվում է որոշ տեղեկություններ չափորոշիչների ստեղծման պատմությունից, ապա պարզաբանվում է, որ միջնակարգ կրթության պետական չափորոշիչն ընդամենը հասարակական-պետական պատվեր է հանրակրթական դպրոցին. պատվեր, որը նախկինում երբևիցե այդպես հստակ ու ճիշտ չի ձևակերպվել, բացահայտվում է հանրակրթական առարկայական չափորոշչի կառուցվածքը: Ընդ որում հիմնավորվում է, որ սովորողների առարկայական պատրաստվածությանը ներկայացվող չափորոշչային պահանջները պետք է այնպես կոնկրետացվեն ու ընտրվեն, որ դրանք միարժեքորեն մեկնաբանվեն շահագրգիռ բոլոր միավորների՝ պետության, ուսուցիչների, մեթոդիստների, սովորողների ու ծնողների կողմից: Միաժամանակ դրանք պետք է **մատչելի** լինեն սովորողների գերակշիռ մեծամասնությանը, հնարավորություն տան նրանց շարունակել կրթությունը հաջորդ աստիճանում, նպաստեն հարակից առարկաների ուսուցմանը և ապագա քաղաքացու ձևավորմանը: Այդ պահանջները պետք է լինեն նաև.

ա) **<u>կոնկրետ</u>**: Այսինքն, դրանք պետք է ձևակերպվեն այնպիսի լեզվով, որն իր մեջ ընդգրկի նաև դրանց յուրացման մակարդակը ստուգելու ընթացակարգ,

բ) **<u>իրական</u>:** Այսինքն, դրանց կատարումը հասանելի պետք է լինի սովորողների մեծ մասին,

գ) **<u>բացահայտ</u>:** Դա նշանակում է, որ նախ, աշակերտը պետք է հստակ հասկանա, թե ի՞նչ է իրենից պահանջվում և ինչպե՞ս կատարել այն:

Ըստ ուսուցման արդյունքների պլանավորման՝ ՈՒՊԱ հայեցակարգի, պետական առարկայական չափորոշչի հիման վրա ուսուցման արդյունքների պլանավորման գործընթացը կարելի է պատկերել հետևյալ գծապատկերի տեսքով.



Գծապ. 2. Ուսուցման արդյունքների պլանավորման կառուցվածքը

Նշենք, նաև, որ չնայած պետությունն իրեն իրավունք է վերապահում վերահսկել ու պահանջել դպրոցից միայն չափորոշիչով սահմանված նվազագույն՝ պարտադիր մակարդակը, բայց միայն դրանով չպետք է սահմանափակվել և անհրաժեշտ է հնարավորություն տալ ցանկացած երեխայի ձեռք բերել իր հնարավորությունների սահմաններում նաև ցանկալի մակարդակը:

Պետական չափորոշիչներով պարտադիր մակարդակի հստակ առանձնացումը որպես դրական գնահատականի նվազագույն եզր, հնարավորություն է տալիս ուսուցչին անցկացնել տարբերակված և անհատական ուսուցում, հաշվի առնելով յուրաքանչյուր կոնկրետ սովորողի ցանկություններն ու հնարավորությունները:

Երրորդ գլխի երկրորդ ենթագլխում բազմակի զտումից հետո առանձնացվում և ձևակերպվում է մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային արդյունքները կազմող ունակությունների հավաքածուն.

1.Կարողանալ գրառման կոնկրետ՝ բառանշանային տեսքով առանձնացնել պնդման պայմանն ու եզրակացությունը:

2.Կարողանալ « B_1 և B_2 » տեսքի կոնյունկտիվ եզրակացություն ունեցող պնդումը ճեղքել նույն պայմանը և «B_1», «B_2» միակ եզրակացություններ ունեցող ենթապնդումների:

3.Կարողանալ ճանաչել հասկացությունը (հարաբերությունը).

- սահմանման տակ տանելու միջոցով,

-թեորեմ-հայտանիշի տակ տանելու միջոցով:

4.Կարողանալ հետևանքներ որոնել

- սահմանումից հետևություններ անելու միջոցով,

- թեորեմ- հատկության տակ տանալու միջոցով:

5.Կարողանալ օգտվել իմպլիկացիայի կանոնից.

Եթե A, ապա B:
Եթե B, ապա C:
―――――――――
Եթե A, ապա C:

6.Կարողանալ օգտվել հակասության կառույցից.

ա) կարողանալ կառուցել ապացուցվելիք պնդման եզրակացության հակադիր պնդումը (ժխտումը),

բ) կարողանալ օգտվել հակասության կանոնից.

եթե p (ոչ p) , ապա q
բայց իրականում ոչ q
―――――――――
Հետևաբար՝ ոչ p (p)

կամ (α) թեորեմի տեսքով. «Եթե A և ոչ B բանաձևերից ստացվում է հակասություն, ապա միայն A -ից ստացվում է B -ն»:

7. Կարողանալ օգտվելով հակադրման (կոնտրապոզիցիայի) կանոնից կառուցել «Եթե A, ապա B» տեսքի պնդման հակադիրի հակադարձ պնդումը՝ «Եթե ոչ B, ապա ոչ A»:

8. Կարողանալ օգտվելով սովորողներին հայտնի կամ ակնհայտ դատողությունից (առնչու-թյունից), պարզագույն դեպքում օբյեկտների բազմությանը տրոհել 2-3 ենթաբազմությունների (դեպքերի):

9. Կարողանալ օգտվել լրիվ ինդուկցիայի կանոնից.

S_1-ը P է, S_2-ը P է, S_3-ը P է:
Բայց S_1, S_2, S_3 դեպքերը սպառում են ողջ S-ը:
―――――――――
Հետևաբար՝ ողջ S-ը P է

(եթե S_1, S_2, S_3 դեպքերը սպառում են ողջ S -ը» պդումը տրված է պայմանում կամ էլ ակնհայտ է):

10. Կարողանալ «անհրաժեշտ ու բավարար» պայմաններ արտահայտող $\forall x(A \equiv B)$ կամ $\forall x(A_1 \to B_1 \wedge A_2 \to B_2)$ տեսքի պնդու-

մը ճեղքել երկու ենթապնդումների՝ $\forall x(A \to B)$ և $\forall x(B \to A)$ կամ $\forall x(A_1 \to B_1)$ և $\forall x(A_2 \to B_2)$:

Ընդ որում,ապացուցումների ուսուցման պարտադիր պահանջների մեջ մտնում են ապացուցման **համադրման** և ոչ բարդ դեպքերում՝ նաև **հակասության մեթոդները:**

Երրորդ ենթագլխում մշակվում են ապացուցումների ուսուցման պարտադիր մակարդակը բնութագրող չափորոշչային խնդիրների լուծման դժվարությանը վերագրվող պահանջները. որ ուսուցման չափորոշչային (պարտադիր) արդյունքների կոնկրետացումը պետք է կատարել ոչ ավելի, քան 3-4 երկարության լուծումներ ունեցող խնդիրներով: Ընդ որում, հակասության մեթոդի յուրացման աստիճանը ստուգող (ձևավորող) առաջադրանքներում անհրաժեշտ է սահմանափակվել խնդիրներով, որոնց ձևակերպումներում ներդրված է հակասության կառույցի կիրառության մասին ցուցում, իսկ հակասության ապացուցման համար պահանջվում է 1-2 տրամաբանական քայլ:

Այս արդյունքների հիման վրա էլ չորրորդ ենթագլխում մշակվում է չափորոշչային խնդիրների կազմման մեթոդաբանությունը:

Չորրորդ՝ «Չափորոշիչների կազմման և կիրառման մեթոդիկայի հարցեր» գլխում նկարագրվում է ապացուցումների ուսուցման թեմատիկ արդյունքների կազմման մեթոդիկան (4.1), բերվում է «Քառանկյուններ» թեմայի ուսուցման թեմատիկ և ամփոփիչ արդյունքների պլանավորման օրինակը (4.2), նկարագրված է հանրակրթական չափորոշչի ուսուցանող, վերահսկող և ինտեգրող գործառույթները (4.3) և սոցիոլոգիական հարցումներն իրենց չորս փուլերով(4.4):

Այս գլխի երրորդ ենթագլխում ներկայացվում են ինտեգրման երկու գործառույթները՝ հորիզոնական և ուղղահայաց: Ընդ որում, հորիզոնական ինտեգրման առաջին մակարդակը վերաբերում է հանրակրթական առարկաների, այսպես կոչված, միջառարկայական կապերի ապահովման ավանդական հիմնախնդրին, իսկ երկրորդ մակարդակը՝ առարկաների միավորմանն ու որոշակի հենքի վրա միասնական (օրինակ, «Բնագիտություն» առարկայի) դասընթացի ստեղծմանը: Ուղղահայաց ինտեգրում ասելով հասկացվում է մանկավարժությունում լավ հայտնի ներառարկայական (օրինակ, մաթեմատիկայի դպրոցական առարկաների՝ հանրահաշվի և երկրաչափության) կապերի ապահովման հիմնախնդիրը: Այս նույն պարագրաֆում հիմնավորվում է նաև, որ մաթեմատիկական պատրաստվածության տրամաբանական բաղադրիչն ունի առանցքային նշանակություն ինչպես հանրակրթական բոլոր առարկաների ուսուցման համար, այնպես էլ հանրակրթական դասընթացների հորիզոնական ինտեգրման առաջին մակարդակում:

Չորրորդ գլխի չորրորդ ենթագլխում ներկայացված են մեր կողմից անցկացրած սոց. հարցումների արդյունքները հիմնախնդրի վերաբերյալ: Սոց. հարցումներն անցկացվել են չորս փուլով:

1. Սկզբնական փուլը ծառայում էր ատենախոսության թեմայով նյութերի հավաքագրմանը, որն իրականացվել է սեփական աշխատանքային փորձի վերլուծության տեսքով և մաթեմատիկայի փորձառու ուսուցիչների փորձի ուսումնասիրման տեսքով:

2. Սոց հարցման երկրորդ փուլն անցկացվեց Երևանի N19 և N131 միջնակարգ դպրոցներում ՝ Ա.Ն. Կոլմոգորով և ուրիշներ, «Երկրաչափություն 6-8» ([59]) և Յու. Ն. Մակարիչև և ուրիշներ, «Հանրահաշիվ 6-8» ([78]) դասագրքերով ուսուցանվող սովորողների հետ, և կրում էր որոնողական բնույթ: Սոցիոլոգիական հարցմամբ, որն ընդգրկում էր.

-սովորողների գրավոր աշխատանքների,

-անկետավորման,

-ուսուցիչների և աշակերտների հետ բանավոր հարցման (զրույցի) անցկացում, իրականացվում էր ստուգիչ առաջադրանքների ներկայացման արդյունավետ (օպտիմալ) ձևերի և բարդության արդյունավետ մակարդակների որոնում:

Գրավոր հարցման նպատակն էր բացահայտել.

- պնդման պայմանի և եզրակացության առանձնացմանն ուղղված առաջադրանքների օպտիմալ ձևակերպումները,
- ապացուցման խնդիրների լուծման վրա ազդող օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ գործոնները,
- մաթեմատիկական ապացուցման տրամաբանական տարրերի ձևավորվածությունը ստուգող առաջադրանքների ներկայացման օպտիմալ ձևերը:

Սոց հարցման այս փուլի արդյունքում պարզվեց, որ, չափորոշչային, առանձնապես՝ երկրաչափական խնդիրների համար առաջատար գործոն է ապացուցման (լուծման) տրամաբանական քայլերի քանակը՝ **լուծման երկարությունը**: Երրորդ գլխի 3.3 ենթագլխում կատարված հետազոտության արդյունքում եզրակացվում է, որ ուսուցման չափորոշչային պարտադիր արդյունքների կոնկրետացումը պետք է կատարել ոչ ավելի, քան 3-4 երկարության լուծումներ ունեցող խնդիրներով: Ընդ որում, ենթադրվում է, որ որոշ դեպքերում խնդրի պայմանում կա ցուցում խնդրի լուծման «**բանալի հարաբերության**» մասին: Օրինակ, հակասության մեթոդի պարագայում՝ «ոչ» ժխտական մասնիկի կամ «միակության» բառի առկայությունը, խնդրի պայմանում «կամ» շաղկապի առկայությունը և այլն:

Սոց. հարցման այս փուլում անցկացվեց նաև թիվ 19; 131 դպրոցների 8-րդ դասարանների սովորողների անկետավորում:

3. Սոց. հարցման երրորդ փուլը կրում էր փաստող բնույթ և անցկացվեց

սովորողների բանավոր հարցման տեսքով: Սոց. հարցման նպատակն էր ստուգել սովորողների մոտ ուսուցման պարտադիր արդյունքների ձեռքբերումը վերահսկող չափորոշչային առաջադրանքների ձևակերպումների և բարդության աստիճանի մատչելիությունը: Սոց. հարցումն անցկացվեց Երևանի NN 34, 71 և 121 դպրոցներում:

4. Սոցիոլոգիական հարցման չորրորդ փուլում՝ 1999-2007 թվականներին վերստուգվում, ճշգրտվում և ամփոփվում էին նախորդ փուլերում ստացված արդյունքներն ըստ ՀՀ–ում այդ պահին գործող մաթեմատիկայի դասագրքերի: Առավել ևս այս փուլը անհրաժեշտ էր, քանի որ էապես փոփոխվել՝ բարելավվել են 6-8-րդ դասարանների հանրահաշվի և 9-10-րդ դասարանների հանրահաշվի և մաթեմատիկական անալիզի տարրերի դասագրքերը: Դեռ ավելին, ինչպես բազմիցս նշել ենք, այդ նորացված դասագրքերում արմատապես բարեփոխվել է սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության ձևավորման ուղղությամբ կատարվող աշխատանքների բովանդակությունն ու մեթոդիկան:

Նախ, 2003թ. մայիսի 6-ին Երևանի Սիամանթոյի անվան թիվ 162 միջնակարգ դպրոցի 8-րդ դասարանների աշակերտների հետ անցկացվեց ստուգողական աշխատանք նույն բովանդակությամբ և նույն մեթոդիկայով, ինչ որ կիրառվել էր սոցիոլոգիական հարցման II փուլում:

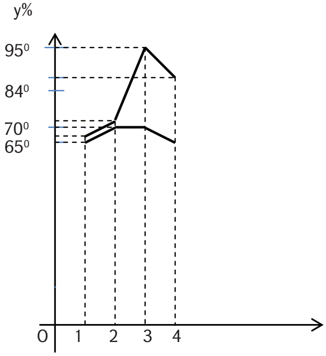
Այսպիսով սոցիոլոգիական հարցման չորրորդ փուլը ցույց տվեց մեր կողմից ընտրված մեթոդաբանության հիման վրա առանձնացված չափորոշչային պարտադիր արդյունքների համապատասխանությունը ՀՀ հիմնական դպրոցի հանրահաշվի և երկրաչափության ներկայումս գործող դասընթացների պահանջներին: Ինչպես նաև հարցման այս փուլում ևս մեկ անգամ ստուգվեցին ստացված արդյունքների լրիվությունը, մատչելիությունը և իրատեսական լինելը:

Ընդհանուր առմամբ մաթեմատիկական պնդումների ներկայացման արդյունավետ ձևերի որոնման սոցիոլոգիական հարցման արդյունքները հաստատում են ստացված տեսական արդյունքները:

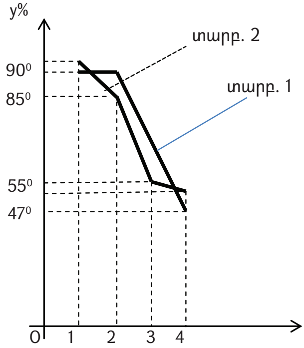
Սոցիոլոգիական հարցման երրորդ և չորրորդ փուլերի արդյունքներով եզրակացվում է, որ ուսուցման պարտադիր մակարդակը ներկայացնող չափորոշչային խնդիրների մեր կողմից պլանավորված լեզվաքերականական ձևակերպումների, տրամաբանական ձևերի և բարդության աստիճանի չափանիշները մատչելի են հիմնական դպրոցի շրջանավարտների համար:

Հենց չորրորդ ենթագլխում էլ սոցիոլոգիական հարցման միջոցով ապացուցված են հետազոտության արդյունքների՝ չափորոշչային պահանջների լրիվությունը և մատչելիությունը հիմնական դպրոցի շրջանավարտներին, այսինքն, սոց. հարցման երրորդ և չորրորդ փուլերի արդյունքներով կարելի է եզրակացնել, որ ուսուցման պարտադիր մակարդակը ներկայացնող չափորոշչային խնդիրների մեր կողմից պլանավորված լեզվաքերականական ձևակերպումների, տրամաբանական ձևերի և բարդության աստիճանի չափանիշները մատչելի են հիմնական դպրոցի շրջանավարտների համար:

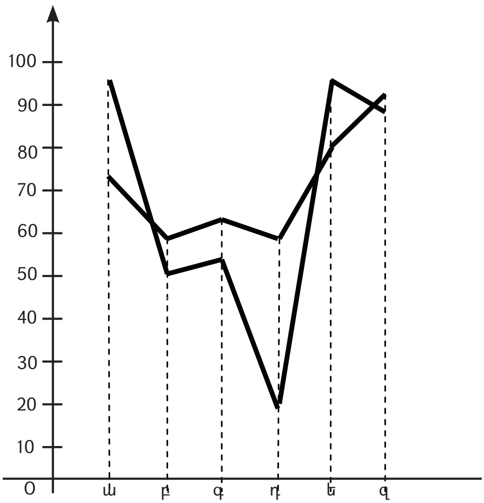
Սոց. հարցումներից ստացված տվյալների հետազոտության արդյունքները սխեմատիկորեն պատկերված են ստորև բերված 1-3 նկարներում՝ գրաֆիկների տեսքով:



Նկար 1. Խնդիր 1, ոչ ստանդ. ձևակերպում



Նկար 2. Խնդիր 2, ստանդարտ ձևակերպում



Նկար 3. Խնդիր 3, ժխտելու կարողության ձևավորվածության մակարդակը

Ինչպես երևում է 1-ին և 2-րդ նկարներում պատկերված գրաֆիկներից՝ պնդման պայմանի և եզրակացության առանձնացման ունակությունների ձևավորվածության մակարդակը ինչպես երկրաչափական, այնպես էլ հանրահաշվական բովանդակությամբ խնդիրներում իրարից էապես քիչ են տարբերվում. Ընդ որում ստանդարտ ձևակերպմամբ N 2 խնդիրներում այն 89% է (տարբերակ 1-ում) կամ 85-90% է (տարբերակ 2-ում), իսկ ահա ոչ ստանդարտ ձևակերպմամբ N 1 խնդիրներում այդ ցուցանիշը զգալիորեն ցածր է՝68-74% տարբերակ 1-ում և 65-70% տարբերակ 2-ում: Այս ցուցանիշները չեն զիջում սոց. հարցման երկրորդ փուլի համանման արդյունքներին: Դեռ ավելին՝ նկատվում է որոշակի աճ: Նման աճ նկատվում է նաև փաստի տակ տանելու և համադրման մեթոդի կիրառության գծով (բացառությամբ տարբերակ 1-ի N 2 խնդրի լուծման ամբողջական արդյունքի): Ինչպես երևում է 1 և 2 նկարներից, խնդրի ամբողջական լուծման ունակության ձևավորված մակարդակը զգալիորեն զիջում է պայմանի և եզրակացության առանձնացման փաստացի ձևավորված ցուցանիշներին: Դա, իհարկե, ինքնին հասկանալի է, քանի որ պայմանի և եզրակացության առանձնացումը խնդրի լուծման համար անհրաժեշտ պայման է, բայց ոչ բավարար: Մյուս կողմից, որոշ աշակերտներ, անհրաժեշտ փաստարկումներ անելով, ճիշտ լուծել էին 1-ին և 2-րդ խնդիրները, սակայն չէին առանձնացրել պայմանն ու պահանջը: Նրանց հետ անցկացված բանավոր զրույցի ժամանակ պարզվեց, որ իրենք կարող էին ճիշտ առանձնացնել պայմանն ու պահանջը, սակայն կամ շտապել էին լուծել խնդիրը կամ էլ, օրինակ, հանրահաշվական խնդիրներում (ըստ իրենց) պարզապես ընդունված չէ պայմանի ու պահանջի առաանձնացումը: Այս նոյն սոց. հարցումը կրկնվեց նաև 2007թ. Երևանի թիվ 131 դպրոցում և տվեց նախորդին հանգուն արդյունքներ:

Այսպիսով, ևս մեկ անգամ, ՀՀ միջնակարգ դպրոցի այդ տարիներին գործող դասագրքերի օրինակով հիմնավորվեց, որ պնդման պայմանի և եզրակացության առանձնացման, օբյեկտի ճանաչման, հետևանքների որոնման ու համադրման մեթոդի կիրառության չափորոշչային կարողությունները ճիշտ են ընտրված և այդ արդյունքներն ինվարիանտ են մաթեմատիկայի միջին և բարձր դասարանների դպրոցական դասագրքերի նկատմամբ:

Համեմատած համադրման մեթոդով լուծվող 1-ին՝ ոչ ստանդարտ և 2-րդ՝ ստանդարտ ձևակերպում ունեցող խնդիրների հետ, ՀՀ ներկա դպրոցի 8-9-րդ դասարանների աշակերտների մոտ նկատելիորեն բարձրացել է գրավոր աշխատանքի 3-րդ խնդրի՝ մաթեմատիկական պնդումը ժխտելու կարողության ձևավորվածության մակարդակը՝ համեմատած 80-90-ական թվականների դասագրքերով ուսուցանվող սովորողների (նկ. 13): Այսպես, օրինակ, եթե «a և b ուղիղները զուգահեռ են» (տարբերակ 1.3ա) պնդման ժխտումը նախկին Ա.Վ. Պոգորելովի դասընթացով ապահովում էր 53% արդյունք, ապա ներկա՝ ՀՀ հիմնական դպրոցում գործող Լ.Ս. Աթանասյան և ուրիշներ, «Երկրաչափություն 7-9» դասընթացով այդ ցուցանիշն արդեն 95% է, եթե համանմանորեն՝ «m և n բնական թվերը փոխադարձ պարզ են» (տարբերակ 2.3ա) պնդման ժխտման արդյունքը նախկինում 45% էր, ապա ներկայումս այն 95% է, եթե «AB հատվածի երկարությունը մեծ է CD հատվածի երկարությունից» (1.3բ) պնդումը նախկինում ճիշտ կարողանում էին ժխտել սովորողների միայն 20%-ը, իսկ «a թիվը փոքր է b թվից» (2.3բ) պնդումը՝ 17%-ը, ապա գործող դասընթացով այդ ցուցանիշները համապատասխանաբար 53% և 60% են: Շոշափելի աճ կա նաև մնացած՝ գ, դ, ե պնդումների գծով: Դարձյալ, ինչպես նախկին դասընթացով, երկու տարբերակներում էլ բարձր են 3զ պնդումների ցուցանիշները, համապատասխանաբար՝ 89% և 90%: Այս գծապատկերները նաև ցույց են տալիս, որ եթե նախկին դասընթացներում հանրահաշվի գծով ցուցանիշները էապես զիջում էին երկրաչափության համապատասխան ցուցանիշներին, ապա ՀՀ-ում գործող ներկա դասընթացներում այդ ցուցանիշները հանրահաշվի գծով կամ քիչ են տարբերվում, կամ չեն զիջում երկրաչափությանը կամ էլ որոշ դեպքերում գերազանցում են նրան:

Թիվ 162 դպրոցի 8-րդ դասարանցիների նույն ընտրանիի հետ անցկացվեց նաև թեստավորում նույն մեթոդաբանությամբ և նույն հարցաթերթիկներով, ինչը կիրառվեց 2-րդ փուլում, միայն այն տարբերությամբ, որ եթե այն ժամանակ թեստավորում անցկացվել էր միայն երկրաչափությունից, ապա այս՝ չորրորդ փուլում ավելացվել էր նաև հանրահաշվական բովանդակությամբ հարցաթերթիկներ (տարբ. 2):

Գրավոր աշխատանքների ստուգումը ցույց տվեց, որ սովորողները, ինչպես նախկինում, ներկայումս ևս չեն հասկանում «գոյություն», «միակություն» բառերի իմաստները և չեն տիրապետում նման՝ (1.7) և (1.8) տրամաբանական ձևեր ունեցող պնդումների ապացուցման կարողություններին: Միաժամանակ հաստատվեց նաև, որ (1.7) և (1.8) ձևերը նրանց կողմից ընկալ վում են որպես համապատասխանաբար, (1.1) և (1.2) ձևեր:

Թեստերի պատասխանների ստուգումը ցույց տվեց նաև, որ դարձյալ բարձր է ստանդարտ ձևակերպում ունեցող պնդումների պայմանի և եզրակացության առանձնացման կարողությունների ձևավորվածության աստիճանը՝ 95 % և նկատելիորեն ցածր է ոչ ստանդարտ ձևակերպումների ձևավորվածության աստիճանը՝ 52% - 63% : Ներկա դասընթացներում ևս սովորողները չեն կարողանում առանձնացնել գոյության ու միակության թեորեմների ապացուցման հիմնական փուլերը, չեն կարողանում նշել այդ պնդումների նմանությունն ու տարբերությունները:

Այսպիսով սոցիոլոգիական հարցման չորրորդ փուլը ցույց տվեց մեր կողմից ընտրված մեթոդաբանության հիման վրա առանձնացված չափորոշչային պարտադիր արդյունքների համապատասխանությունը ՀՀ հիմնական և ավագ դպրոցների ներկայումս գործող մաթեմատիկական դասընթացների պահանջներին; Ինչպես նաև այս փուլում ևս մեկ անգամ ստուգվեցին ստացված արդյունքների լրիվությունը, մատչելիությունը և իրատեսական լինելը:

Ատենախոսության հավելված 1-ում բերված են դրանում օգտագործված նշանակումների, տրամաբանական սիմվոլիկայի հայոց լեզվով թարգմանված բառարան, որոշ արտածման կանոնների, թեորեմների, սահմանումների, տավտոլոգիաների և դրանց իմաստաբանական համանմանների աղյուսակ, որը էապես կօգնի անհրաժեշտ տրամաբանական պատրաստվածություն չունեցող սույն ատենախոսությունն ուսումնասիրողներին: Հավելված 2-ում բերված են բանավոր հարցման արդյունքները, հավելված 3-ում՝ պարտադիր արդյունքների իրագործելիության ստուգումը: Հավելված 4-ում բերված է հանրակրթական (հիմնական և ավագ) դպրոցի շրջանավարտներին ողղված մեթոդական նամակ, որը թույլ կտա նրանց արդյունավետ ու նպատակահարմար կիրառել ապացուցման մեթոդները գործնականում՝ խնդիրներ լուծելիս: Հավելված 5-ում տրվում է « Ինչ է նշանակում աշակերտը տիրապետում է … հասկացության սահմանմանը» մանկավարժությունում և մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայում ավանդաբար լուծված չհամարվող հարցի պատասխանը: Հավելված 6-ը նվիրված է ևս մեկ՝ մեթոդիկայում դեռևս ոչ բավարար լուծված «Ապացուցման նպատակահարմար մեթոդի ընտրության» կարևոր հիմնախնդրի լուծմանը, որում բերված է այդ հիմնախնդրի մասնակի լուծման որոշ նմուշներ:

Եզրակացություններ: Հիմնախնդրի հանգամանալից ուսումնասիրության արդյունքում հանգել ենք հետևյալ եզրակացութունների.

1. Մշակվել է սույն հետազոտության մեթոդաբանությունը, որն առանձնանում է պրոբլեմի լուծման բազմակողմանի մոտեցմամբ և հիմնված է հետազոտության հետևյալ պարամետրերի վրա.

- սովորողների ապացուցողական կարողությունների և հմտությունների ձևավորման վերաբերյալ ավանդական պահանջների վերլուծություն (ավանդականության պարամետր),
- մաթեմատիկական պնդումների ապացուցումների և խնդիրների լուծումների լեզվատրամաբանական վերլուծություն (լեզվատրամաբանական պարամետր),
- սովորողների ապացուցողական գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների ձևավորվածության մանկավարժահոգեբանական գիտությունների պահանջների վերլուծություն (հոգեբանամանկավարժական պարամետր),
- սովորողների ապացուցողական գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների ձևավորվածության նկատմամբ այլ առարկաների պահանջների վերլուծություն (միջառարկայական կամ հորիզոնական ինտեգրման պարամետր):

2. Մշակված մեթոդաբանության հիման վրա ներկայացվել է ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային՝ պարտադիր արդյունքների առանձնացման տեսական նորովի մոտեցում, որի արդյունքում առանձնացվել են.

• միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում ավանդաբար գործող մաթեմատիկական պնդումների ներկայացման լեզվաքերականական և տրամաբանական կառուցվածքային ձևերը,

• միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում ավանդաբար գործող ապացուցման մեթոդները,

• ապացուցման ավանդական մեթոդների կոմպլեքսները կազմող ապացուցողական կարողությունների հավաքածուները,

• այդ ապացուցողական կարողությունների այն ենթաբազմությունը, որոնց պետք է սովորողները պարտադիր տիրապետեն ինքնուրույն կիրառելու մակարդակով:

3. Նոր տեսական մոտեցման շնորհիվ բացահայտվել ու առանձնացվել են ապացուցման այն մեթոդների ու դրանց տարրերի հավաքածուն, որոնց ինքնուրույն կիրառելու մակարդակով պետք է տիրապետեն հիմնական դպրոցի շրջանավարտները: Այդ պարտադիր տարրերի թվին են պատկանում.

• ապացուցման երկու հիմնական՝ **համադրման և հակասության** (հակասող ենթադրության) մեթոդները,

• համադրման և հակասության մեթոդների տարրական ապացուցողական կարողությունների հավաքածուն, որոնցով հիմնականում իրականացվում է այդ մեթոդներով կատարվող ցանկացած ապացուցում, ինչպես նաև լրիվ ինդուկցիայի մեթոդի երկու հենքային տարրեր:

4. Ապացուցվել է, որ գոյություն ունեն այդ տարրական ապացուցողական կարողությունների ընդամենը 26 կարգավորված հավաքածուներ, որոնցով ամբողջապես բնութագրվում են հիմնական դպրոցի երկրաչափության չափորոշչային խնդիրները, իսկ հանրահաշվի գծով այդ հավաքածուները զգալիորեն շատ են (տեսականորեն՝ 66 հատ): Հիմնավորված է, սակայն, որ այդ կոմպլեկտներից շատերը գործնական կիրառություններ չունեն:

5. Պատմության հանրակրթական դասընթացների օրինակի վրա ցույց է տրվել, որ հարակից առարկաների դասընթացների ուսուցումը տրամաբանորեն կազմակերպելու համար սովորողների մաթեմատիկական պատրաստվածության տրամաբանական բաղադրիչն ունի հենքային նշանակություն:

6. Ապացուցվել է, որ ԱՊՔ-ի համար հիմք են ծառայում ապացուցումների ուսուցման պարտադիր արդյունքները:

7. Մշակվել է չափորոշչային խնդիրների կազմման մեթոդաբանությունը: Այն է.

-մշակվել են չափորոշչային՝ պարտադիր խնդիրների ներկայացման լեզվաքերականական և տրամաբանական ձևերն ու դրանց լուծման դժվարության մակարդակին ներկայացվող պահանջները: Հիմնավորված է, որ դրանց ներկայացման ամենահարմար ձևերն են միակ եզրակացություն ունեցող

$$\forall x \in X \ (A(x) \to B(x)) \tag{1.1}$$

և կոնյունկտիվ, բայց երկուսից ոչ շատ պահանջ ունեցող

$$\forall x \in X \ (A(x) \to B_1(x) \& B_2(x)) \tag{1.2}$$

ձևերը:

-Հիմնավորված է նաև, որ նպատակահարմար է խնդիրների գերակշռող մասը ներկայացնել «Տրված է...: Ապացուցել (Գտնել, հաշվել) ...» և «Եթե ..., ապա...» լեզվաքերականական ստանդարտ ձևերով: Ընդ որում, հակասության մեթոդը կոնկրետացնող չափորոշչային խնդիրների ձևակերպումները պետք է պարունակեն նաև հակասության կառույցի կիրառությունը հիշեցնող ցուցում:

• Հիմնավորված է, որ խնդիրների լուծման (թեորեմների ապացուցման) բարդության կարևոր ֆակտոր է հանդիսանում այդ լուծումը կազմող մտահանգումների շղթայի քայլերի երկարությունը:

• Հիմնավորված է, որ ուսուցման պարտադիր արդյունքները կոնկրետացնող չափորոշչային խնդիրների լուծման երկարությունը նպատակահարմար է սահմանափակել 3-4 տրամաբանական քայլերով՝ չհաշված խնդրի պայմանի և պահանջի առանձնացումը: Ընդ որում երկրաչափական խնդիրների լուծումները պետք է ունենան 1-3 տրամաբանական քայլ, իսկ հանրահաշվականները՝ 1-4 տրամաբանական քայլ:

• Մշակվել են այդ խնդիրների բովանդակությանը ներկայացվող պահանջներ:

• Բացահայտվել են չափորոշչային խնդիրների կարգավորված հավաքածուների հնարավոր տիպերը:

• Այդ պահանջների իրականացումը ցուցադրված է նշված տիպերի խնդիրների կազմման օրինակների վրա:

8. Ստացված արդյունքների լրիվությունը և դրանց համապատասխանությունը դպրոցական մաթեմատիկական կրթության խնդիրներին ու նպատակներին հաստատված են մեթոդիստ-գիտնականների և փորձառու ուսուցիչների շրջանում կատարած սոց. հարցման արդյունքներով: Մշակված մեթոդաբանության հիմնավոր լինելը ստուգված է սոց. հարցման միջոցով:

9. Ապացուցված է, որ սովորողների մաթեմատիկական պատրաստվածության՝ ԱՊՉ-ի հենքում դրված տրամաբանական բաղադրիչն ունի ինտեգրող բնույթ և, այդ իսկ պատճառով էլ, հենքային նշանակություն՝ նաև հանրակրթական մյուս առարկայական չափորոշիչների համար:

Ատենախոսության կարևորագույն արդյունքներն արտացոլված են հեղինակի «Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդաբանական հիմունքները» ծավալուն մենագրությունում, 3 ուսումնամեթոդական, 4 ուսումնաօժանդակ ձեռնարկներում և գիտական հոդվածներում.

1. Այվազյան Է. Ի., Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման մեթոդաբանական հիմունքները, -Ե., 2007, -306էջ:

2. Այվազյան Է.Ի., «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ուսուցչի մեթոդական ձեռնարկ», -Ե., «Էդիթ Պրինտ», 2001, 88 էջ:

3. Այվազյան Է.Ի., «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարեր: Լուծումների ուղեցույց»: Ուսումնաօժանդակ ձեռնարկ ուսուցիչների և բարձր դասարանների աշակերտների համար, -Ե., «Էդիթ Պրինտ», 2001, 186 էջ:

4. Այվազյան Է.Ի., «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր 10-12: Ուսուցչի մեթոդական ձեռնարկ», ընդհանուր և հումանիտար հոսքեր -Ե., «Էդիթ Պրինտ», 2009, 80 էջ:

5. Այվազյան Է.Ի., «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր 10-12: Ուսուցչի մեթոդական ձեռնարկ», բնագիտամաթեմատիկական հոսքեր, -ե., «Տիգրան Մեծ», 2009, 104 էջ:

6. Այվազյան Է.Ի., «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր 10,11,12: Լուծումների ուղեցույց», (երեք գրքով), բնագիտամաթեմատիկական,ընդհանուր և հումանիտար հոսքեր -Ե., «Էդիթ Պրինտ», 2009-2011, 10 - 112 էջ, 11 -198 էջ, 12 – 260 էջ:

7. Այվազյան Է. Ի., Մաթեմատիկական պնդման պայմանի և եզրակացության առանձնացման մասին, «Մաթեմատիկան և ֆիզիկան դպրոցում», 1990, N6,6-8 էջեր:

8. Այվազյան Է.Ի., Սահմանումների ուսուցման մեթոդիկայի մասին: «Մաթեմատիկան դպրոցում», 1998, N1,15-19 էջեր:

9. Այվազյան Է.Ի., Ապացուցման մեթոդի ընտրության մասին: «Մաթեմատիկան դպրոցում», 1998, N 3, 9-16 էջեր:

10. Այվազյան Է.Ի., Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ապացուցման մեթոդները: «Մաթեմատիկան դպրոցում», N 1-2, 1999, 3-11 էջեր:

11. Այվազյան Է.Ի., «Տրամաբանության հանրահաշիվ» թեմայի ուսուցման մասին: «Մաթեմատիկան դպրոցում», N 3-4, 1999,48-56 էջեր:

12. Այվազյան Է.Ի., Միջնակարգ (լրիվ) ընդհանուր կրթության պետական չափորոշիչը որպես հասարակական-պետական պատվեր դպրոցին: «Մաթեմատիկայի դասավանդման արդի հիմնահարցերը», գիտամեթոդական հոդվածների ժողովածու: Պրակ 2 (ՀՀ ԿԳՆ ԿԲՆ, Խ. Աբովյանի անվան ՀՊ ՄՀ), -Ե., 2002, էջ 72-82:

13. Այվազյան Է.Ի., Ապացուցումների ուսուցման արդյունքների պլանավորումն ըստ «Քառանկյուններ» թեմայի: «Մաթեմատիկան դպրոցում», N.6, 2002, 13-18 էջեր:

14. Այվազյան Է.Ի.,Մաթեմատիկական ապացուցումների ուսուցման չափորոշչային արդյունքները կազմող ունակությունների հավաքածուն: «Մաթեմատիկան բարձրագույն դպրոցում», գիտամեթոդական հոդվածների ժողովածու: Պրակ 4 (ՀՀ ԿԳՆ ԿԲԿ, ՀՊՃՀ, ՀՊՄՀ), –Ե., 2003, 66-71 էջեր:

15. Այվազյան Է.Ի., Ուսուցման պարտադիր մակարդակը բնութագրող չափորոշչային խնդիրների լուծման դժվարությանը վերագրվող պահանջներ: «Մաթեմատիկան բարձրագույն դպրոցում», գիտամեթոդական հոդվածների ժողովածու: Պրակ 4 (ՀՀ ԿԳՆ ԿԲԿ, ՀՊՃՀ, ՀՊՄՀ), -Ե., 2003, 72-83 էջեր:

16. Айвазян Э.И., О Методике составления задач, характеризующих обязательный уровень обучения математическим доказательствам, Доклады международной научной конференции “Образование, наука и экономика в вузах, интеграция в международное образовательное пространство”, -Ереван, 26-30 сентября, 2011г. стр. 239-243.

17. Айвазян Э.И., О доказательствах существования обьекта (отношения). “Научная сокровщница образования Донетчины” (Донецк, Украина). Научно-методический журнал, N 2(15),2013, стр. 44-47.

18. Айвазян Э.И., Роль словесно-грамматической и логической формы утверждения в процессе выбора целесообразного метода доказательства. “Вектор науки ТГУ” (Тольяти, Россия), Научно-методический журнал, N 1(23), 2013, стр. 289-292:

19. Айвазян Э.И., О методике обучения определениям. “Вестник Черкасского университета”. Серия – Педагогические науки, N 12 (265). 2013, стр. 146-149.

20. Айвазян Э.И., О рабочих определениях общедидактических понят “метод”, “умение”. “Вестник Черкасского университета”. Серия – Педагогические науки, N 13 (266). 2013, стр. 8-11.

21. Айвазян Э.И., Мышление и жизнь. Аналогия продолжительности. Вестник Балтийской педагогической академии(С. Петербург, Россия). Вып. 110-2013, стр. 86-90.

22. Айвазян Э.И., Понятия “метод”, “умение” и их определения. Материалы междуна- родной научно-методической конференции: “Проблемы математического образования”. Черкассы, Украина, 8-10 апреля, 2013 года, стр. 293-294.

АЙВАЗЯН ЭДВАРД ИШХАНОВИЧ
МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРЕДВИДЕНИЯ СТАНДАРТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВАМ

Диссертация на соискание ученой степени доктора педагогических наук по специальности 13.00.01 "Теория и история педагогики".

Защита диссертации состоится 15 ноября 2013 г. в 14.00 на заседании специализированного совета 065 по Педагогике ВАК при Ереванском государственном университете по адресу: 0025, Ереван, ул. Абовяна 52а.

РЕЗЮМЕ

Актуальность исследования. Проблемой выделения доказательных умений и их формирования занимались многие исследователи - К. О. Ананченко, В. Ф. Асмус, В. Г. Болтянский, Г. Р. Бреслер, Ю. А. Бурлев, В. А. Крутецкий, И. Л. Никольская, Ж. Пиаже, Дж. Пойа, Ю. И. Ревуцкас, Г. И. Саранцев, З. И. Слепкань, А. А. Столярь, Н. Ф. Тализина, и др.. Анализ результатов их исследований показывает, что к проблеме выделения требований овлаядения доказательными умениями существует достаточно большое число различных подходов, не дающих, однако, однозначных результатов. Таким образом, несмотря на то, что овладение обязательными доказательными умениями необходимо для всех учащихся, но в действительности подходы к выделению этих умений являются односторонними, а формулируемые требования допускают неравноценные и неоднозначные трактовки. Возникающее противоречие между необходимостью овладения всеми учащимися умениями проводить доказательства и недостаточной разработанностью требований к сформированности таких умений относительно курса математики средней школы свидетельствует о необходимости разработки научно-теоретических основ общеобразовательного стандарта математики и, на этой основе, **об актуальности** решения проблемы предвидения обязательных для всех учащихся стандартных требований к обучению доказательствам курса математики основной школы.

Цель исследования заключается в разработке методики предвидения, выявления и выдвижения обязательного уровня сформированности доказательных умений, которая является основой общеобразовательного стандарта, и обеспечивает продуктивность обучения школьной математики.

Задачи исследования. Раскрытие проблемы данного исследования состоит из следующих задач: а) разработать методологию исследования, которая должна отличаться многосторонним подходом; б) на основе этой методологии

разработать теоретический подход к предвидению и выявлению стандартных требований обучения доказательствам.

С помощью этого теоретического подхода выявить: а) грамматико-языковые и логические структурные формы предьявления стандартных задач; б) действующие в курсе математики средней школы методы доказательств; в) наборы доказательных умений, составляющих комплексы этих методов доказательств; г) подмножество этих доказательных умений, каждым из элементов которого учащиеся должны овладеть на уровне самостоятельного применения; д) те методы доказательств и совокупность их элементов, самостоятельное владение которыми является обязательным для учащихся.

Разработать методологию составления типовых задач, характеризующих и конкретизирующих обязательные-стандартные результаты обучения доказательствам.

Разработать методологию составления тематических результатов обучения математике.

При проведении исследования использовались следующие **методы:**

изучение законодательных и правительственных документов об общем образовании; изучение и анализ философской, математической, методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования; анализ программ и учебных пособий по математике и смежным предметам средней школы; поисковый и констатирующий эксперименты, экспертный опрос.

Научная новизна исследования заключается в том, что разработан и реализован подход к планированию обязательных-стандартных результатов обучения доказательствам в курсе математики основной школы.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в данной работе на примере предметного стандарта математики разработаны научно-теоретические основы общеобразовательного стандарта.

Практическая значимость работы состоит в том, что применяемая в ходе исследования методология, методика получения обязательных результатов обучения доказательствам и составления стандартных задач, методика планирования тематических результатов обучения могут быть использованы при разработке и составлении стандартов по математике и другим предметам, для усовершенствования (уточнения и конкретизации) программных требований к математической и логической подготовке учащихся, в практической работе учителей математики, в курсах усовершенствования учителей, а также в ходе подготовки и улучщении учебников и методических пособий к ним.

Ayvazyan Edvard

The Methodological Bases of Foreseeing the Results of Confirmation Teaching Standards

1.01 – thesis for the degree of doctor level of Pedagogical Sciences, specialty "Theory of Pedagogic and History"

The defense of the thesis will be held on November 15, 2013, at the session of the Special Board of Pedagogy 065 HAC (Higher Attestation Commission) to award degrees under Yerevan State University, address: 0025, 52a, Abovyan st., Yerevan, YSU, Faculty of Armenian Philology, room N203.

Summary

The actuality of the research. K.O. Ananchenko, V. F. Asmus, V.G. Boltianski, G.R. Bresler, J.A. Burlev, V.A.Krutetskin, I.L.Nikolskaya, J.Piaje, J. Poya, J.I. Revutskas, G.I.Sarantsev, Z.I.Slepka, A.A. Stolyar, N.F. Talizina, and others dealt with the problems of confirmation abilities of division and formation, whose analyses show that there are various attitudes towards the demands of division main problem solution of confirmation abilities.

So, up to date there are no unified demands directed to compulsory confirmation abilities for the students who get positive marks, and the demands, which have been formed by various authors, in most cases give inequivalent comments.

The confirmation compulsory abilities serving to the whole school Mathematical course which are in the basis of the demands of Mathematical standards haven't been divided yet.

The mentioned contradiction proves the necessity of the scientific-theoretical development of the general educational Mathematical standards and on the base of Mathematics course of basic school, compulsory for all students, actuality of the solution of main problems.

The aim of the research is the development of compulsory level of foreseeing and suggesting methodology, which promotes the efficient organization of school Mathematical teaching.

The objectives of the research:

1. To develop the methodology of the research, which is to be distinguished by the comprehensive approach.

2. To develop the approach and foresees of the distinguished theoretical teaching proofs and the demands of standards on the base of methodology (picture 1).

3. By means of that theoretical approach to reveal

a) structural ways of the presentation of logical and lingvo-grammatical objectives according to the demand of standards,

b) the methods of confirmation in the teaching process of the basic school,

c) collection of skills which is to settle the complex methods of confirmation,

d) the multiple choice of the confirmation to which learners have to master to use on their own,

4. To distinguish all those methods of confirmation and the collection of their elements which are compulsory for all the learners to use on their own.

5. To develop specified typical sums and formation of tasks which are compulsory to teach according to the standards.

6. To develop the methodology of teaching and getting thematic results (thematic standards).

Scientific novelty of the research. A new approach has been developed and realized towards foreseeing and planning the confirmation teaching standard compulsory results of Mathematics course at basic school.

- The methodology of formation of typical problems and tasks has been developed.
- The methodology of formation of teaching thematic results has been developed.

The theoretical significance of the research is the development of the subject standard scientific-theoretical bases which has been realized on the sample of subject standards of Mathematics.

The practical significance of the research is the usage of

- the methodology, which has been received at the research process,
- the methodology of foreseeing confirmation teaching compulsory results and formation of standard problems,
- the methodology of formation of teaching thematic results.

The mentioned points can be used in the development and formation of standards of Mathematics and other subjects. They can be used to correct and concretize the programme demands of the learners' mathematical and logical preparedness, as well as in practice of teachers of Mathematics, teacher training courses and at the process of improvement of textbooks and methodological manuals.

Տպագրությունը՝ օֆսեթ: Չափսը՝ 60x84 1/16: Թուղթը՝ օֆսեթ:
Ծավալը՝ 000 տպ. մամուլ: Տպաքանակը՝ 50:

ՏՊԱԳՐՎԵԼ Է «ԶԱՆԳԱԿ–97» ՍՊԸ–Ի ՏՊԱԳՐԱՏԱՆԸ
ՀՀ, 0051, Երևան, Կոմիտասի պող. 49/2, հեռ.՝ (+37410) 23 25 28
Հեռապատճեն՝ (+37410) 23 25 95, էլ. փոստ՝ info@zangak.am
Էլ. կայքեր՝ www.zangak.am, www.book.am, www.dasagirq.am