ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՍԱՂՈՅԱՆ ՌԱՖԱՅԵԼ ՕՆԻԿԻ

ԳԱԶԻ ԳԵՐՁԱՅՆԱՅԻՆ ՀՈՍՔՈՎ ՇՐՋՀՈՍՎՈՂ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ՍԱԼԵՐԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա 02.04 «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2016

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

САГОЯН РАФАЕЛ ОНИКОВИЧ

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН, ОБТЕКАЕМЫХ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04-«Механика деформируемого твердого тела»

ЕРЕВАН 2016

Ատենախոսության թեման հաստատված է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում:

Գիտական ղեկավար՝ ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Գ. Ե. Բաղդասարյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Ս. Հ. Սարգսյան
ֆ.մ.գ.թ., պրոֆ.Մ. Վ. Բելուբեկյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Երևանի Պետական Համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2016 թ. դեկտեմբերի 9-ին, ժամը 14^{00}-ին ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող Մեխանիկայի- 047 մասնագիտական խորհրդի նիստում (հասցեն՝ 0019, ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24/2, avsah@mechins.sci.am):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2016 թ. նոյեմբերի 8-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ. Ա. Վ. Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА.

Научный руководитель: акад. НАН РА, д.ф.м.н., профессор Г.Е. Багдасарян

Официальные оппоненты: член.-корр. НАН РА, д.ф.м.н., профессор С.О.Саргсян
к.ф.м.н., профессор М.В.Белубекян

Ведущая организация: Ереванский Государственный Университет

Защита состоится 9-го декабря 2016г. в 14^{00} часов на заседании специализированного совета Механика-047 в Институте механики НАН РА (адрес: 0019, г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avsah@mechins.sci.am).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 8-го ноября 2016г.

Ученый секретарь
специализированного совета, д.ф.м.н. А.В. Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Качественно новый уровень развития различных отраслей современного естествознания тесно связан с теоретическими и прикладными проблемами взаимодействия различных сред и полей. Проблемы взаимодействия являются основополагающими и в быстро развивающейся области механики деформируемого твердого тела - в теории гидроупругости, предметами которой, в частности, являются колебание и устойчивость тонких пластин и оболочек, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа. Результаты, имеют теоретическое и прикладное значение и тесно связаны с развитием авиационной и космической техники, судостроением, строительством инженерных сооружений, динамическими процессами в тонкостенных телах, движущихся в сверхзвуковом потоке газа, а также связаны с изучением многочисленных задач естествознания.

Задачи колебаний и устойчивости пластин и оболочек, обтекаемых потоком газа, были предметом исследования многих исследователей. Исследование этих задач в случае сверхзвукового потока приобрело бурное развитие благодаря поршневой теории и полученной на ее основе формуле аэродинамического давления.

Исследования задач флаттерных колебаний и устойчивости пластин проведены как в линейной, так и в нелинейной постановке. Задачи в линейной постановке, в основном, посвящены вычислению критической скорости. Особое внимание уделено также изучению влияния температурного поля на характеристики флаттера. В нелинейных задачах одним из основных направлений является исследование зависимости “амплитуда-скорость”. Этот вопрос изучен многими авторами, когда влияние аэродинамической квадратичной нелинейности является малым по сравнению с влиянием членов третьего порядка. Мало изучено также влияние неоднородного по толщине температурного поля на характеристики флаттера (критическая скорость, амплитуда колебаний). Почти не изучена очень важная область флаттерных колебаний – связь “амплитуда-частота” в зависимости от скорости обтекающего потока. Именно эти мало изученные вопросы являются предметом исследований настоящей диссертационной работы.

Цель диссертационной работы. Диссертационная работа посвящена следующим вопросам флаттерных колебаний изотропных прямоугольных пластин:

- изучению зависимости “амплитуда-скорость” с учетом аэродинамической квадратичной нелинейности;
- изучению зависимости “амплитуда-частота” в зависимости от скорости обтекающего потока;
- исследованию влияния неоднородного по толщине температурного поля на характеристики флаттера.

Научная новизна. Исследование задач проведено с учётом обоих типов нелинейностей: аэродинамической (квадратичной и кубической) и геометрической (кубической). Благодаря учету аэродинамической нелинейности (особенно её несимметричной квадратной части), установлено, что:

- зависимость $A(\nu)$ в определенных интервалах изменения параметра скорости ν является двузначной.функцией В графиках, характеризующих зависимость $A(\nu)$**,** этот факт проиллюстрирован в виде двух ветвей, одна из которых, по всей вероятности, является неустойчивой. Неустойчивые ветви отделяют области тяготения двух соседних устойчивых решений. Этот факт дает возможность найти величину возмущения, необходимого для того, чтобы перебросить систему с одной устойчивой ветви на другую;
- существуют определенные области изменения ν, при которых невозможно возбудить незатухающие флаттерные колебания как при докритических скоростях, так и в послекритической стадии;
- характер “амплитудно-частотной” зависимости нелинейных колебаний пластинки может быть идентичен характеру указанной зависимости в случае нелинейных собственных колебаний оболочек;
- переход от одного типа “амплитудно-частотной” зависимости к другому можно регулировать (вплоть до невозможности возбуждения подобных колебаний) как выбором величины скорости обтекающего потока и за счет изменения краевых условий, так и соответствующим выбором геометрических и физических параметров аэроупругой системы.

Новые результаты получены также в присутствии неоднородного температурного поля. Принимается, что под действием неоднородного по толщине стационарного температурного поля происходит выпучивание пластинки (с прогибом $w_T(x)$) и вследствие этого появляется аэроупругое давление. Указанное выпученное состояние принимается как невозмущенное и исследуется его устойчивость под действием температурного поля и давления обтекающего потока газа**.** Научная новизна полученных результатов в случае температурного поля заключается в следующем:

- Получены формулы для усилий и прогиба начального невозмущенного состояния;
- На основе решений линейных задач получены условия устойчивости. На основе этих условий показано, что температурное поле может существенно изменить области устойчивости:
- Решением нелинейных задач установлено, что присутствие температурного поля имеет как количественное, так и качественное влияние на зависимость “амплитуда-скорость” (возможность многозначности функции, характеризующей эту зависимость; присутствие определенных областей, где невозможно возбудить флаттерные колебания).

Практическая ценность. Результаты, полученные в диссертационной работе (особенно обусловленные взаимодействием) могут быть применены в авиационных и космических исследованиях, судостроении, строительстве инженерных сооружений. Результаты могут быть полезны для изучения динамических процессов в тонкостенных телах, движущихся в сверхзвуковом потоке газа, а также родственных задач аэроупругости.

Обоснованность и достоверность. Достоверность полученных результатов обеспечена известными постановками задач колебаний и устойчивости гибких пластин, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, применением строгих методов вычислительной математики и совпадением в частных случаях с известными результатами.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались:

- На второй международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (4–8 октября, 2010 г., Дилижан, Армения);
- На факультете машиностроения Люблянского университета (Май 2013, Любляна, Словения);
- На конгрессе «Thermal stresses – 2013» (31 мая - 4 июня, 2013, Университет аэронавтики и астронавтики Пекина, Пекин, Китай);
- На факультете механики и аэрокосмической техники политехнического института Турина (Июнь 2014, Турин, Италия);
- В отделе аэронавтики, корабельной архитектуры и железнодорожного транспорта университета технологии и экономики Будапешта (Июль 2014, Будапешт, Венгрия);
- На IV международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (21-26 сентября, 2015, Цахкадзор, Армения);
- На конгрессе «Thermal stresses – 2016» (5–9 июня, 2016, Университет Салерно, Италия).

Диссертационная работа в целом обсуждена на семинаре отдела «Динамика деформируемых систем и связанные поля» Института Механики НАН Армении и на общем семинаре Института Механики НАН Армении.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 13 научных статей, список которых приводится в конце автореферата.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, кратких выводов и списка литературы из 177 наименований. Общий объем работы составляет 119 страниц, включая 20 таблиц, 33 графика.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведен краткий обзор работ, посвященных вопросам колебаний и устойчивости деформируемых тонких тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, поршневой теории и ее уточнению. Обоснована актуальность темы, утверждена цель настоящей диссертационной работы и дано краткое описание содержания диссертационной работы по главам.

Первая глава состоит из трех параграфов.

В первом параграфе (который имеет вспомогательный характер) приведены уравнения движения и соответствующие краевые условия, характеризующие динамические процессы в изотропной гибкой пластинке. На этой основе ниже приведена постановка задачи нелинейного флаттера с использованием формулы аэродинамического давления, полученной на основе закона плоских сечений.

Рассматривается тонкая изотропная прямоугольная пластинка постоянной толщины h, находящаяся в стационарном температурном поле T. Введем декартовую систему координат (x, y, z) так, чтобы срединная плоскость пластинки совпала с координатной плоскостью (x, y). Пусть, пластинка обтекается с одной стороны сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью U, направленной вдоль оси $0x$.

Исследуются вопросы устойчивости рассматриваемой аэротермоупругой системы в нелинейной постановке. В основу исследования принимаются следующие известные предположения:

а) гипотеза Кирхгофа о недеформируемых нормалях;

б)основные предположения теории гибких пластин, считая, что нормальные перемещения сравнимы с толщиной пластинки;

в) “закон плоских сечений” при определении аэродинамического давления :

$$p = p_\infty \left(1+\frac{æ-1}{2}\frac{v_3}{a_\infty}\right)^{\frac{2æ}{æ-1}},$$

г) гипотеза Неймана об отсутствии сдвигов от изменения температуры;

д) линейный закон изменения температурного поля $T\left(x_1, x_2, x_3\right)$ по толщине пластинки:

$$T = T_0\left(x_1, x_2\right) + x_3\Theta\left(x_1, x_2\right); \tag{1}$$

На основе принятых предположений получается следующая нелинейная система дифференциальных уравнений движения пластинки:

$$\frac{1}{Eh}\Delta^2 F + \alpha\nabla^2 T_0 + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 = 0, \tag{2}$$

$$D\Delta^2 w + \alpha\left(1+\mu\right)D\nabla^2\Theta - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + Z\left(x, y, t\right) = 0. \tag{3}$$

$w(x, y, t)$ – прогиб пластинки, $F = F\left(x, y, t\right)$- функция напряжений, $Z = Z\left(x, y, t\right)$ - поперечная нагрузка, которая складывается из сил инерции, сил демпфирования и аэродинамического давления $Z = -\rho_0 h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho_0 h\varepsilon\frac{\partial w}{\partial t} + p_\infty - p$, M – число Маха для невозмущенного потока, μ – коэффициент Пуассона, ε – коэффициент линейного затухания.

Рассматривается шарнирно опертая по всему контуру прямоугольная пластинка $\left(0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\right)$ при различных условиях на контуре пластинки, ограничивающих свободное смещение граничных точек в направлениях координатных осей x и y (смещение в плане) . Тогда граничные условия для задачи изгибных колебаний представляются в виде:

при $x = 0,\ x = a \quad w = 0, \quad M_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \alpha\left(1+\mu\right)\Theta = 0,$ (4)

а при $y = 0,\ y = b \ w = 0, \quad M_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha\left(1+\mu\right)\Theta = 0,$ (5)

а краевые условия для функции напряжений $F\left(x, y, t\right)$ представляются в виде:

$$\overline{N}_x = c_x\overline{\Delta}_x,\ \overline{N}_y = c_y\overline{\Delta}_y,\ \overline{N}_{xy} = c_{xy}\overline{\Delta}_{xy}, \tag{6}$$

где $c_x,\ c_y, c_{xy}$ – коэффициенты жесткости упругих связей. Если $c_x,\ c_y, c_{xy}$ отсутствуют, то имеем дело с граничной задачей, когда края пластинки свободно смещаются в плане, а при ненулевых $c_x,\ c_y, c_{xy}$ - с задачей со стесненными краями.

В первом пункте второго параграфа (который также имеет вспомогательный характер) задача устойчивости прямоугольных пластин, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, в отсутствие температурного поля методом Бубнова-Галеркина сведена к решению системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. Для этой цели приближенное решение уравнения (3), удовлетворяющее условиям (4) и (5), представляется в виде

$$w(x,y,t) = f_1(t)\sin\lambda_1 x\cdot\sin\mu_1 y + f_2(t)\sin\lambda_2 x\cdot\sin\mu_1 y,\ \left(\lambda_i = \frac{i\pi}{a},\ \mu_k = \frac{k\pi}{b}\right) \tag{7}$$

Здесь $f_i(t)$ - подлежащие определению функции времени t.

Подставив (7) в (2) получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение относительно функции F. Найдено решение этого уравнения, удовлетворяющее граничным условиям (6), то есть найдена функция $F(x,y,t)$.

Для определения $f_i(t)$ воспользуемся уравнением (3). Подставляя (7) и найденное выражение для функции F в (3) и применяя метод Бубнова-Галеркина для определения безразмерных неизвестных функций $x_1 = f_1(t)/h,\ x_2 = f_2(t)/h$, получим следующую нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x_1}{d\tau^2} + \chi\dfrac{dx_1}{d\tau} + x_1 - \dfrac{2}{3}k\nu x_2 + k\nu^2\left[\alpha_{11}x_1^2 + \alpha_{12}x_2^2 + \nu x_2\left(\beta_{11}x_1^2 + \beta_{12}x_2^2\right)\right] + Qx_1\left(\gamma_{11}x_1^2 + \gamma_{12}x_2^2\right) = 0 \\ \dfrac{d^2x_2}{d\tau^2} + \chi\dfrac{dx_2}{d\tau} + \gamma^2 x_2 + \dfrac{2}{3}k\nu x_1 + k\nu^2\left[\alpha_{21}x_1x_2 + \nu x_1\left(\beta_{21}x_1^2 + \beta_{22}x_2^2\right)\right] + Qx_2\left(\gamma_{21}x_1^2 + \gamma_{22}x_2^2\right) = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Здесь, наряду с безразмерным временем $\tau = \omega_1 t$, введены обозначения

$$\omega_i^2 = \frac{D}{\rho_0 h}\left(\lambda_i^2 + \mu_1^2\right)^2, k = \frac{4æp_\infty}{\rho_0\omega_1^2h^2}, Q = \frac{h}{16\rho_0\omega_1^2}, \nu = M\frac{h}{a},\ \gamma = \frac{\omega_2}{\omega_1},\ \chi = \frac{2}{\omega_1}\left(\varepsilon + \frac{æp_\infty}{\rho_0 h a_\infty}\right)$$

а также следующие коэффициенты α_{ik} и β_{ik}, учитывающие аэродинамическую нелинейность:

$$\alpha_{11} = \frac{2}{9}(æ+1),\quad \alpha_{12} = \frac{56}{45}(æ+1),\quad \alpha_{21} = \frac{16}{45}(æ+1),$$

$$\beta_{11} = \beta_{21} = \frac{\pi^2}{40}(æ+1),\ \beta_{22} = \frac{11\pi^2}{70}(æ+1),\ \beta_{12} = -\frac{9\pi^2}{70}(æ+1),$$

а также следующие коэффициенты γ_{ik}, учитывающие геометрическую нелинейность:

$$\gamma_{11} = Eh\lambda_1^4\left(1 + \varphi^4 + 2\frac{\left(\delta_1 + 2\mu\varphi^2\delta_1\delta_2 + \varphi^4\delta_2\right)}{1-\mu^2\delta_1\delta_2}\right),$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=Eh\lambda_1^4\left(4\left(1+\varphi^4\right)+\frac{81\varphi^4}{\left(1+4\varphi^2\right)^2}+\frac{\varphi^4}{\left(9+4\varphi^2\right)^2}+2\frac{\left(4\delta_1+5\mu\varphi^2\delta_1\delta_2+\varphi^4\delta_2\right)}{1-\mu^2\delta_1\delta_2}\right),$$

$$\gamma_{22}=Eh\lambda_1^4\left(16+\varphi^4+2\frac{\left(16\delta_1+8\mu\varphi^2\delta_1\delta_2+\varphi^4\delta_2\right)}{1-\mu^2\delta_1\delta_2}\right),\ \text{где}\ \delta_1=\left(1+\frac{Eh}{ac_x}\right)^{-1},\ \delta_2=\left(1+\frac{Eh}{bc_y}\right)^{-1},\varphi=\frac{a}{b}$$

Здесь ω_1 и ω_2 – частоты первой и второй формы малых собственных колебаний пластинки, ν – приведенный параметр скорости. Значения $\delta_1=0,\ \delta_2=0$ соответствуют условиям свободных в плане краев, а ненулевые значения – условиям стесненных в плане краев.

Таким образом, задача устойчивости пластинки сведена к исследованию поведения решений системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (8) в зависимости от величины скорости обтекающего потока газа.

Во втором пункте второго параграфа приведен вывод аналогичной системы с учетом неоднородного температурного поля. Принимается, что пластинка в направлении, перпендикулярном скорости обтекающего потока, достаточно длинная и однородно закреплена по длинным сторонам. В этом случае срединная поверхность изогнутой пластинки будет близка к цилиндрической. Под действием неоднородного по толщине стационарного температурного поля $\left(\Theta\neq 0\right)$ происходит выпучивание пластинки (с прогибом $w_T(x)$) и вследствие этого появляется аэроупругое давление, которое определяется формулой (1). В линейном приближении для указанного давления получается выражение $æp_\infty M dw_T/d\,x$. Указанное выпученное состояние принимается как невозмущенное и исследуется его устойчивость под действием температурного поля и давления обтекающего потока газа. Для этой цели в начале приводится постановка краевой задачи для определения напряжения невозмущенного состояния. Решением этой задачи найдены следующие выражения для усилий t_x невозмущенного состояния:

- если края пластинки свободно смещаются $\left(t_x=0\ \ при\ \ x=0,x=a\right)$, то $t_x\equiv 0$.
- в случае же неподвижных краев $\left(u=0\ \ при\ \ x=0,x=a\right)$

$$t_x=\frac{Eh}{2a\left(1-\mu^2\right)}\int_0^a\left(2\frac{dw_T}{dx}\frac{\partial w}{\partial x}+\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right)dx. \qquad (9)$$

Здесь w_T - прогиб невозмущенного состояния:

$$w_T(x)=-\frac{R\Theta}{\Delta}\Big\{e^{2\varphi(a-x)}\left(1+e^{2\varphi a}\right)-\left(1+e^{4\varphi a}\right)+e^{\varphi a}\Big[\left(1+e^{2\varphi a}-2e^{2\varphi(a-x)}\right)\cos\sqrt{3}\varphi a-$$
$$-\sqrt{3}\left(1-e^{2\varphi a}\right)\sin\sqrt{3}\varphi a\Big]+e^{\varphi x}\left(1-e^{2\varphi a}\right)\Big[\cos\sqrt{3}\varphi x+\sqrt{3}\sin\sqrt{3}\varphi x\Big]+ \qquad (10)$$
$$+e^{\varphi(a+x)}\left(1-e^{2\varphi a}\right)\Big[\cos\sqrt{3}\varphi\left(a-x\right)+\sqrt{3}\sin\sqrt{3}\varphi\left(a-x\right)\Big]\Big\},$$

где $\Delta=4\varphi^2\Big\{1+e^{4\varphi a}-e^{\varphi a}\Big[\left(1+e^{2\varphi a}\right)\cos\sqrt{3}\varphi a+\sqrt{3}\left(1-e^{2\varphi a}\right)\sin\sqrt{3}\varphi a\Big]\Big\},$

$$\varphi = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{\pi^4}{4a^3}K\nu}, \quad R = \alpha(1+\mu), K = \frac{4æp_\infty}{Dh}\left(\frac{a}{\pi}\right)^4.$$

С учетом формул усилий (9) и начального прогиба (10) из (2) и (3) в случае рассматриваемой одномерной задачи получается следующее основное нелинейное дифференциальное уравнение относительно возмущения $w(x,t)$ невозмущенного состояния:

$$\begin{gathered} D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \delta\left[N_1^T\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_1\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{d^2 w_T}{dx^2}\right)\right] + \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(\rho h\varepsilon + \frac{æp_\infty}{a_\infty}\right)\frac{\partial w}{\partial t} + \\ + æp_\infty M\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{æ(æ+1)}{4}p_\infty M^2\left[2\frac{dw_T}{dx} + \frac{\partial w}{\partial x}\right]\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{æ(æ+1)}{12}p_\infty M^3\left[3\frac{dw_T}{dx} + \frac{\partial w}{\partial x}\right]\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 = 0 \end{gathered} \qquad (11)$$

где введены следующие обозначения:

$$N_1^T = -\frac{Eh}{1-\mu}\alpha T_0, \quad N_1 = \frac{Eh}{2a(1-\mu^2)}\int_0^a\left[2\frac{dw_T}{dx}\frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]dx$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{когда края пластинки свободно смещаются,} \\ 1, & \text{когда края пластинки неподвижны.} \end{cases}$$

Представляя решение уравнения (11) в виде $w = f_1(t)\sin\lambda_1 x + f_2(t)\sin\lambda_2 x$ и применяя метод Бубнова-Галеркина, получим нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{gathered} \frac{d^2x_1}{d\tau^2} + \chi\frac{dx_1}{d\tau} + \left(1-\bar{T}\delta\right)x_1 - \frac{2}{3}K\nu x_2 + \alpha_{11}x_1^2 + \alpha_{12}x_2^2 + x_2\left(\beta_{11}x_1^2 + \beta_{12}x_2^2\right) + \\ + 3x_1\left(x_1^2 + 4x_2^2\right)\delta + \bar{\Theta}\left[\delta_{11}^\Theta x_1 + \delta_{12}^\Theta x_2 + \alpha_{11}^\Theta x_1^2 + \alpha_{12}^\Theta x_2^2 + \alpha_{13}^\Theta x_1 x_2\right] = 0, \\ \frac{d^2x_2}{d\tau^2} + \chi\frac{dx_2}{d\tau} + \left(\gamma^2 - 4\bar{T}\delta\right)x_2 + \frac{2}{3}K\nu x_1 + \alpha_{21}x_1x_2 + x_1\left(\beta_{21}x_1^2 + \beta_{22}x_2^2\right) + \\ + 12x_2\left(x_1^2 + 4x_2^2\right)\delta + \bar{\Theta}\left[\delta_{21}^\Theta x_1 + \delta_{22}^\Theta x_2 + \alpha_{21}^\Theta x_1^2 + \alpha_{22}^\Theta x_2^2 + \alpha_{23}^\Theta x_1 x_2\right] = 0, \end{gathered} \qquad (12)$$

где наряду с безразмерным временем $\tau = \omega_1 t$, введены следующие обозначения:

$$\bar{T} = RT_0\left(\frac{a}{h}\right)^2\left(\frac{12}{\pi^2}\right), \quad \bar{\Theta} = R\Theta h\left(\frac{a}{h}\right)^2\frac{1}{36 + K^2\nu^2}.$$

Выражения для остальных коэффициентов системы (12) приведены в работах [2-4].

Таким образом, задача устойчивости рассматриваемой гидротермоупругой системы в первом приближении сведена к исследованию поведения решений системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (12) в зависимости от величины скорости обтекающего потока газа (от величины параметра ν) и от температуры (от величин $\bar{T}$, $\bar{\Theta}$).

В третьем параграфе задача устойчивости пластинки, как с учетом, так и без учета температурного поля, с помощью метода гармонического баланса приведена к решению системы нелинейных алгебраических уравнений при учете квадратичной аэродинамической нелинейности. В случае отсутствия температурного поля задача устойчивости сводится к решению системы (8). Эта система отличается от аналогичных систем устойчивости гибких пластин, загруженных консервативными силами, наличием членов с квадратичными нелинейностями. Указанные члены, имеющие аэродинамическое происхождение, характеризуют несимметричность нелинейности, присущую задачам устойчивости гибких оболочек. Поэтому, приближенное периодическое решение системы (8) представляется в виде

$$x_1 = C_1 + A_1\cos\theta\tau + B_1\sin\theta\tau + \ldots,\quad x_2 = C_2 + A_2\cos\theta\tau + B_2\sin\theta\tau + \ldots \tag{13}$$

Здесь A_i, B_i, C_i и $\theta = \omega\omega_1^{-1}$ $\left(i = 1,2\right)$ – неизвестные постоянные; ω - неизвестная частота нелинейных колебаний; точками обозначены члены, содержащие гармоники. Структура решения (13) отличается от существующих наличием свободных членов $C_i \neq 0$, присутствие которых обусловлено квадратичной нелинейностью.

Подставляя решение (13) в систему (8) и приравнивая к нулю коэффициенты при свободном члене, $\cos\theta\tau$ и $\sin\theta\tau$ (члены, содержащие гармоники пренебрегаются), получается система нелинейных алгебраических уравнений относительно A_i, B_i, C_i. Эта система исследуется при следующих предположениях:

а) затухание системы достаточно мало $\left(\chi\left|B_i\right| << \left|A_i\right|,\ \left|B_i\right| << \left|A_i\right|;\ \left(i = 1,2\right)\right)$,

б) рассматриваемая аэроупругая система совершает установившиеся колебания с конечной амплитудой вокруг состояния, бесконечно мало отличающегося от невозмущенного $\left(\left|A_i\right| >> \left|C_j\right|;\ j = 1,2\right)$. Тогда, пренебрегая степенями выше первой и произведениями величин B_1, B_2, C_1 и C_2, указанную нелинейную систему представим:

$$\begin{aligned}
&A_1(1-\theta^2) - \frac{2}{3}k\nu A_2 + 2k\nu^2\alpha_{11}A_1C_1 + 2k\nu^2\alpha_{12}A_2C_2 + \\
&\qquad + \frac{3}{4}k\nu^3 A_2(\beta_{11}A_1^2 + \beta_{12}A_2^2) + \frac{3}{4}QA_1(\gamma_{11}A_1^2 + \gamma_{12}A_2^2) = 0, \\
&A_2(\gamma^2-\theta^2) + \frac{2}{3}k\nu A_1 + k\nu^2\alpha_{21}(A_1C_2 + A_2C_1) + \\
&\qquad + \frac{3}{4}k\nu^3 A_1(\beta_{21}A_1^2 + \beta_{22}A_2^2) + \frac{3}{4}QA_2(\gamma_{21}A_1^2 + \gamma_{22}A_2^2) = 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

Здесь

$$C_1 = -\frac{k\nu^2}{2\Delta}\left[(\alpha_{11}A_1^2 + \alpha_{12}A_2^2)\Delta_2 - \alpha_{21}A_1A_2\Delta_4\right],\ C_2 = -\frac{k\nu^2}{2\Delta}\left[\alpha_{21}A_1A_2\Delta_1 - \left(\alpha_{11}A_1^2 + \alpha_{12}A_2^2\right)\Delta_3\right]$$

Таким образом, задача устойчивости пластинки сведена к исследованию поведения решений системы нелинейных алгебраических уравнений (14) в зависимости от величины скорости обтекающего потока газа и частоты колебаний(от величины параметров θ и ν).

Аналогичным методом получена система алгебраических уравнений для пластинки-полосы с учетом температурного поля

$$
\begin{gathered}
\left(1-\theta^2\right)A_1-\frac{2}{3}K\nu A_2+2\left(\alpha_{11}A_1C_1+\alpha_{12}A_2C_2\right)+\frac{3}{4}A_2\left(\beta_{11}A_1^2+\beta_{12}A_2^2\right)+\frac{9}{4}A_1\left(A_1^2+4A_2^2\right)\delta-\\
-\bar{T}A_1\delta+\bar{\Theta}\left(\delta_{11}^{\Theta}A_1+\delta_{12}^{\Theta}A_2+2\left(\alpha_{11}^{\Theta}A_1C_1+\alpha_{12}^{\Theta}A_2C_2\right)+\alpha_{13}^{\Theta}\left(A_1C_2+A_2C_1\right)\right)=0,\\
\left(\gamma^2-\theta^2\right)A_2+\frac{2}{3}K\nu A_1+\alpha_{21}\left(A_1C_2+A_2C_1\right)+\frac{3}{4}A_1\left(\beta_{21}A_1^2+\beta_{22}A_2^2\right)+9A_2\left(A_1^2+4A_2^2\right)\delta-\\
-4A_2\bar{T}\delta+\bar{\Theta}\left(\delta_{21}^{\Theta}A_1+\delta_{22}^{\Theta}A_2+2\alpha_{21}^{\Theta}A_1C_1+\alpha_{23}^{\Theta}\left(A_1C_2+A_2C_1\right)\right)=0,
\end{gathered}
\tag{15}
$$

<u>Вторая глава</u> посвящена изучению зависимости “амплитуда-скорость” нелинейных флаттерных колебаний рассматриваемой пластинки.

В первом параграфе исследуется характер зависимости “амплитуда-скорость” нелинейных колебаний шарнирно опертой по всему контуру изотропной прямоугольной пластинки. Предполагается, что края пластинки могут свободно перемещаться в своей плоскости ($\delta_1=0, \delta_2=0$).

Из решения соответствующей линейной задачи найдена известная формула для критической скорости (скорость потока, при которой пластинка теряет устойчивость):

$$
\nu_{cr}=\frac{3}{4}\frac{\gamma^2-1}{k}\sqrt{1+\frac{2\chi^2\left(\gamma^2+1\right)}{\left(\gamma^2-1\right)^2}}. \tag{16}
$$

Затем, на основе нелинейной системы (14) численно, с помощью известных математических пакетов решена задача нелинейных колебаний пластин, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, при следующих исходных данных: $E=7.3\cdot10^{10}$ Н/м^2; $\mu=0.34$; ρ_0=$2.79\cdot10^3$кг/м^3 (дюралюминий), æ=1.4; $\rho_\infty=1.29\,кг/м^3$; $a_\infty=340.29\,м/с$ (воздух). Исследована зависимость амплитуды установившихся флаттерных колебаний A от параметра ν, характеризующего скорость набегающего потока, при различных значениях h/a, a/b и θ.

Результаты этих вычислений приведены в виде таблиц и графиков, на основе которых исследован характер зависимости “амплитуда-скорость”. Особое внимание уделено влиянию квадратичной аэродинамической нелинейности, которая имеет особое качественное влияние.

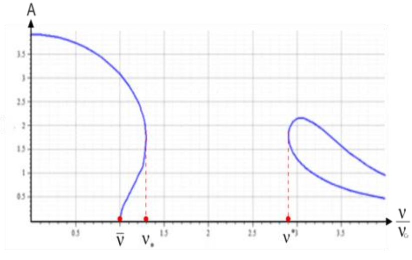

Рис. 1

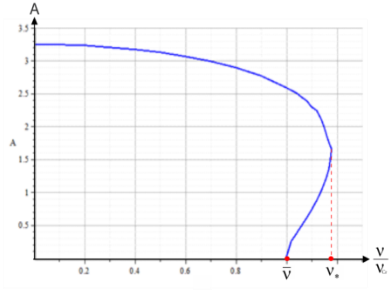

Рис. 2

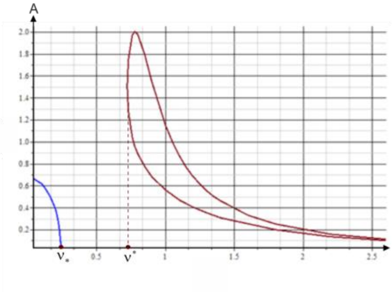

Рис. 3

Рис. 4

Здесь приведены некоторые наиболее существенные, новые результаты, являющиеся следствием влияния набегающего сверхзвукового потока газа на характер нелинейных колебаний рассматриваемой аэроупругой системы. Эти результаты в графической форме приведены на рисунках 1-4. Приведенные рисунки (а также многочисленные таблицы, приведенные в диссертации) показывают, что:

- Благодаря учету аэродинамической нелинейности (особенно её несимметричной квадратной части) зависимость $A(\nu)$ в определенных интервалах изменения параметра скорости ν является двузначной. Этот факт проиллюстрирован на приведенных рисунках в виде двух ветвей, нижние из которых, по всей вероятности, являются неустойчивыми. Неустойчивые ветви отделяют области тяготения двух соседних устойчивых решений. Отсюда легко находится величина возмущения, необходимого для того, чтобы перебросить систему с одной устойчивой ветви на другую;
- Существуют определенные области изменения ν, при которых невозможно возбудить незатухающие флаттерные колебания как при докритических скоростях (рис. 3), так и в послекритической стадии (рис. 2);

Во втором параграфе численно-аналитическим методом детально исследована зависимость $A(\nu)$, когда коэффициенты затухания системы достаточно малы и ν находится в малой окрестности критической скорости. В результате установлено, что:

- Если пластинка достаточно толстая, то возможно только “жесткое” возбуждение флаттера, т.к. при $\nu \le \nu^*$ выполняется неравенство $\partial A / \partial \nu < 0$, а при $\nu > \nu^*$ действительные значения A отсутствуют (невозможно возбудить флаттерные колебания);
- Если пластинка достаточно тонкая, то возбуждение флаттерных колебаний носит “мягкий” характер, т.к. при $\nu \le \nu^*$ действительные значения A отсутствуют, а при $\nu > \nu^*$ выполняется неравенство $\partial A / \partial \nu > 0$.

Возможность этих двух типов зависимостей “амплитуда-скорость” уже была выявлена в работах В. В. Болотина и его учеников.

Кроме указанных обнаружены также новые типы зависимости “амплитуда-скорость”, а именно:

- Если постепенно увеличивать скорость обтекающего потока, то можно наблюдать следующую картину: режим флаттерных колебаний (которые носят характер “жесткого” возбуждения) сохраняется вплоть до $\nu = \nu^*$, где колебания “сорвутся” и восстановится невозмущенное состояние пластинки. При снижении скорости невозмущенное состояние становится устойчивым пока $\nu < \nu^*$. При $\nu = \nu^*$ амплитуда флаттерных колебаний скачком возрастает до конечного значения A_*. С дальнейшим уменьшением скорости амплитуда возрастает. Последнее указывает на величину амплитуд возмущений, необходимых для того, чтобы вызвать незатухающие колебания пластинки при докритических скоростях (причем чем меньше скорость потока, тем большая амплитуда требуется) (Рис.5).

- Помимо случая «мягкого» возбуждения возможна также потеря устойчивости “в большом”. Т.е. возможны флаттерные колебания в малой окрестности ν^* со сравнительно большой амплитудой (верхняя кривая Рис 6). Нижние кривые Рис. 6 соответствуют сравнительно малым возмущениям.

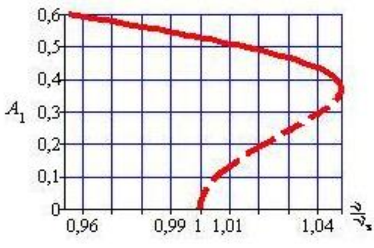

Рис. 5

Рис. 6

Отметим, что указанные новые явления в основном связаны с квадратичной аэродинамической нелинейностью.

В третьем параграфе рассмотрена задача устойчивости пластинки-полосы в сверхзвуковом потоке газа в присутствии температурного поля. Исследования произведены на основе уравнений и краевых условий, полученных в параграфе 1.2, где учтены начальные напряжения, которые возникают в невозмущенном состоянии из-за неоднородности по толщине температурного поля. На основе решения линейной задачи построены области устойчивости, границы которых существенно зависят от знака и величины температурного поля. Отдельно рассмотрены случаи постоянного температурного поля $\left(\bar{T} \neq 0,\ \bar{\Theta} = 0\right)$ и постоянного градиента температурного поля $\left(\bar{T} = 0,\ \bar{\Theta} \neq 0\right)$. В первом случае области устойчивости приведены на Рис.7, где для критической скорости ν_* получена следующая формула

$$\nu_* = \frac{3}{4K}\left(\gamma^2 - 1 - 3\bar{T}\delta\right), \tag{17}$$

втором случае области устойчивости приведены на Рис.8:

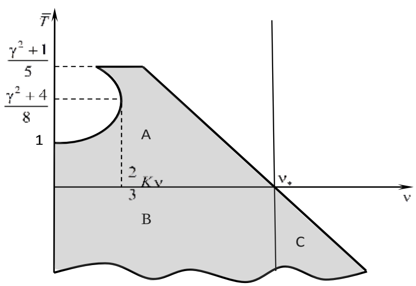

Рис. 7

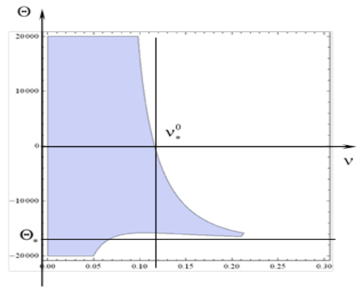

Рис. 8

Из рис.7 видно, что: а) если $T_0 > 0$, то температурное поле существенно сужает область устойчивости (область A); б) если $T_0 < 0$, то температурное поле существенно увеличивает область устойчивости (вместо B областью устойчивости является $B \cup C$).
Отметим, что эти результаты также видны из формулы (17). Эта формула показывает также, что когда края пластинки свободны в своей плоскости ($\delta = 0$), то постоянное температурное поле не влияет на значение критической скорости.

Из рис. 8 видно, что: а) если $\Theta > 0$, то температурное поле заметно сужает область устойчивости; б) если $\Theta < 0$, то до некоторого определенного отрицательного значения Θ_* область устойчивости заметно увеличивается, после чего с увеличением $|\Theta|$ происходит существенное уменьшение области устойчивости.

Исследовано также влияние температурного поля на зависимость “амплитуда-скорость”. Это исследование проведено численно, решением системы нелинейных алгебраических уравнений (12) в малой окрестности критической скорости ν_*, когда коэффициенты затухания системы достаточно малы. Численные результаты приведены на рисунках 9-10 при $\Theta_0 = 0$.

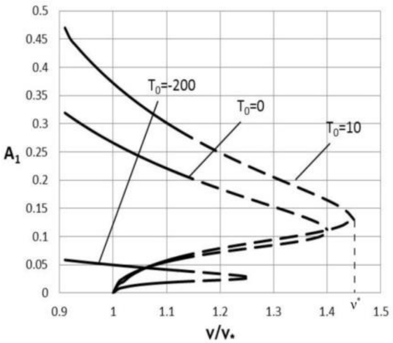

Рис. 9

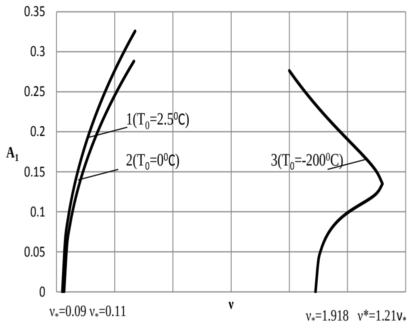

Рис. 10

Рисунки, а так же многочисленные таблицы, приведенные в диссертации, показывают, что:

- в случае сравнительно толстых пластин:
  - если постепенно увеличивать скорость обтекающего потока, то можно наблюдать следующую картину (рис.9): режим флаттерных колебаний (которые носят характер “мягкого” возбуждения) сохраняется вплоть до $\nu = \nu^*$, где колебания “сорвутся” и восстановится невозмущенное состояние пластинки. При снижении скорости невозмущенное состояние становится устойчивым пока $\nu > \nu_*$. При $\nu = \nu_*$ амплитуда флаттерных колебаний скачком возрастает до конечного значения. С дальнейшим уменьшением скорости амплитуда возрастает. Последнее указывает на величину амплитуд возмущений, необходимых для того, чтобы вызвать незатухающие колебания пластинки при докретических скоростях (причем, чем меньше скорость потока, тем большая амплитуда требуется). Как показывает рис.9, отношение ν^* / ν_* уменьшается при $T_0 < 0$ и, наоборот, увеличивается при $T_0 > 0$.
- в случае сравнительно тонких пластин:

- если пластинка достаточно тонкая и $T_0 > 0$, то возбуждение флаттерных колебаний носит “жеский” характер, т.е. при $\nu < \nu_*$ действительные значения A отсутствуют, а при $\nu \geq \nu_*$ выполняется неравенство $\partial A / \partial \nu > 0$ (кривые 1 и 2 на рис.10). А это значит, что присутствие температурного поля, у которого $T_0 > 0$, не меняет характер флаттерных колебаний, т.к. при $T_0 = 0$ имеет место аналогичная зависимость.
- для каждого значения отношения h / a существует отрицательная температура T_0, при котором зависимость “амплитуда-скорость” аналогична случаю толстых пластин и происходит переход из одного режима колебаний к другому (кривая 3 на рис.10).

При тех же исходных данных, что и выше, исследован случай $\Theta_0 \neq 0$ и $T_0 = 0$. Результаты подсчета показывают, что:

- для сравнительно толстых пластин зависимость $A(\Theta_0)$ аналогична случаю зависимости $A(T_0)$ при $\Theta_0 = 0$ в случае тонких пластин;
- для сравнительно тонких пластин имеет место обратная картина и, более того, в случае достаточно тонких пластин появляется возможность возбуждения флаттерных колебаний “в большом”.

<u>Третья глава</u> посвящена изучению влияния обтекающего потока на зависимость “амплитуда-частота” нелинейных колебаний пластин.

В первом параграфе рассматривается задача нелинейных колебаний шарнирно опертой по всему контуру изотропной прямоугольной пластинки, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа, когда края пластинки свободно смещаются в своей плоскости) ($\delta_1 = 0,\ \delta_2 = 0$).

Исследование проведено на основе алгебраической системы (14), где скорость принимается в качестве параметра, а амплитуды являются функциями от частоты. Докритические, критические и послекритические стадии исследованы отдельно. Приведены многочисленные таблицы и построенные на их основе графики, которые показывают влияние как скорости обтекающего потока, так и изменения геометрии на зависимость “амплитуда-частота”. Некоторые из этих графиков, которые наиболее существенно показывают новые зависимости $A(\theta)$, приведены на рисунках 11-14.

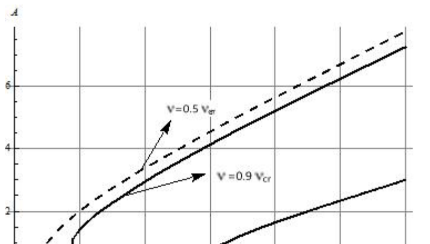

Рис. 11. $\nu < \nu_{cr}$

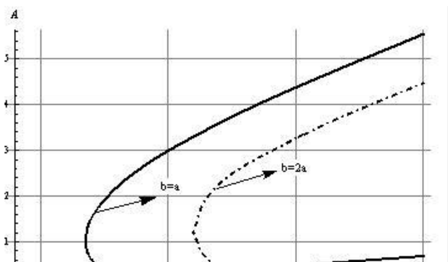

Рис. 12. $\nu = \nu_{cr}$

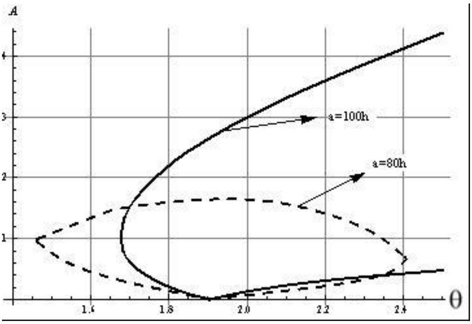

Рис. 13. $\nu = \nu_{cr}$

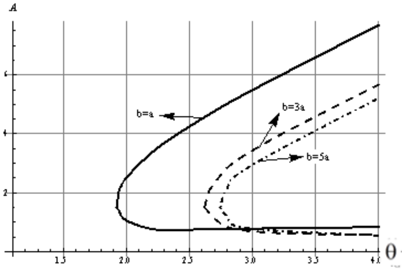

Рис. 14. $\nu > \nu_{cr}$

Дла наглядности заметим, что зависимость частоты нелинейных колебаний пластинки θ от амплитуды A в отсутствие обтекающего потока носит “жесткий” характер, т.е. с увеличением амплитуды частота колебаний возрастает. Приведенные рисунки (а также многочисленные таблицы, приведенные в диссертации) показывают, что:

- присутствие обтекающего потока может стать источником как количественного, так и качественного изменения характера указанной монотонно возрастающей зависимости;
- благодаря аэродинамической квадратичной нелинейности характер “амплитудно-частотной” зависимости нелинейных колебаний пластинки, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа, может быть идентичен характеру указанной зависимости в случае нелинейных собственных колебаний оболочек;
- незатухающие нелинейные колебания могут существовать как в случае докритических (рис. 11), так и послекритических скоростей (рис. 14);
- переход от одного типа “амплитудно-частотной” зависимости к другому можно регулировать (вплоть до невозможности возбуждения подобных колебаний) не только соответствующим выбором геометрических и физических параметров аэроупругой системы, но и величиной скорости обтекающего потока.

Второй параграф посвящен исследованию влияния способа закрепления в тангенциальном направлении краев пластинки на зависимость “амплитуда-частота” флаттерных колебаний. С этой целью решена задача флаттерных колебаний шарнирно-опертой прямоугольной пластинки, когда края пластинки вдоль тангенциальных направлений закреплены разным образом. Принимается, что противоположные края пластинки имеют одинаковое закрепление – могут свободно смещаться в плане или стеснены. Отдельно исследованы те случаи, когда на смежные стороны поставлены одинаковые условия ($\delta_1 = \delta_2$) и разные ($\delta_1 \neq \delta_2$). Исследования проведены на основе системы нелинейных алгебраических уравнений (14) при различных значениях отношений h/a и b/a в случае критических скоростей. Показано, что способ закрепления имеет качественное влияние на характер указанной зависимости, точнее, изменение типа закрепления приводит к появлению новых типов зависимости “амплитуда-частота”. Здесь также приведены многочисленные таблицы и построенные на их основе графики. Часть этих графиков, которые наиболее существенно показывают влияние изменения граничных условий на “амплитудно-частотную” зависимость, приведены на рисунках 15-16.

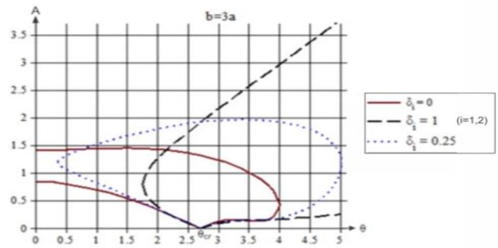

Рис. 15

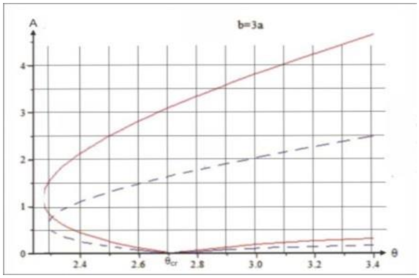

Рис. 16

Приведенные рисунки (а так же многочисленные таблицы, приведенные в диссертации) показывают, что:

- Изменение граничных условий в плане в присутствии обтекающего потока может стать источником как количественного, так и качественного изменения монотонного характера зависимости $A(\theta)$;
- Переход от одного типа “амплитудно-частотной” зависимости к другому можно регулировать как за счет изменения краевых условий, так и соответствующим выбором геометрических и физических параметров аэроупругой системы,.
- Независимо от h/a, когда отношение b/a больше единицы, изменение граничных условий на краях, параллельных направлению обтекания, не имеет существенного влияния на “амплитудно-частотную” зависимость колебаний пластин. А изменение граничных условий на краях, перпендикулярных направлению обтекания, может иметь существенное (как количественное, так и качественное) влияние. При $b < a$ смешанные граничные условия в плане имеют только количественное влияние на “амплитудно-частотную” зависимость.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

Исследована зависимость “амплитуда-скорость”$\left(A(\nu)\right)$ гибкой пластинки обтекаемой сверхзвуковым потоком газа. Показано, что:

- зависимость $A(\nu)$ в определенных интервалах изменения параметра скорости ν является двузначной. Т.е. график этой функции представляется в виде двух ветвей, одна из которых, по всей вероятности, является неустойчивой. Неустойчивые ветви отделяют области тяготения двух соседних устойчивых решений. Этот факт дает возможность найти величину возмущения, необходимого для того, чтобы перебросить систему с одной устойчивой ветви на другую;

- существуют определенные области изменения ν, при которых невозможно возбудить незатухающие флаттерные колебания как при докритических скоростях, так и в послекритической стадии;
- кроме известных монотонных характеров зависимости $A(\nu)$ имеются также новые зависимости, в частности следующая: существуют значения $\nu_*, \bar{\nu}$ такие, что при $\nu \geq \nu_*$ невозможно возбудить нелинейные флаттерные колебания, когда $\nu \in (\bar{\nu}; \nu_*)$, функция $A(\nu)$ является двузначной, а при $\nu < \bar{\nu}$ она является однозначной функцией.

Исследовано влияние обтекающего потока и способ закрепления краев пластинки в своей плоскости на зависимость “амплитуда-частота” $(A(\theta))$ и показано, что:

- характер “амплитудно-частотной” зависимости $A(\theta)$ в определенных интервалах (замкнутых или полубесконечных) изменения частоты θ является двузначным, в частности идентичен характеру указанной зависимости в случае нелинейных собственных колебаний оболочек;
- способ закрепления краев пластинки в своей плоскости может существенно изменить характер зависимости $A(\theta)$, когда пластинка удлинена в направлении, перпендикулярном скорости потока. А если пластинка удлинена в направлении потока, то влияние способа закрепления краев пластинки в своей плоскости является только количественным;
- переход от одного типа “амплитудно-частотной” зависимости к другому можно регулировать (вплоть до невозможности возбуждения подобных колебаний) как величиной скорости обтекающего потока и за счет изменения краевых условий, так и соответствующим выбором геометрических и физических параметров аэроупругой системы.

Новые результаты получены также в присутствии неоднородного температурного поля, а именно:

- на основе решений линейных задач получены условия устойчивости и на основе этого построены области устойчивости в плоскости (ν, T_0) при $\Theta_0 = 0$, и в плоскости (ν, Θ_0) при $T_0 = 0$, которые показывают, что температурное поле может существенно изменить области устойчивости;
- решением нелинейных задач установлено, что присутствие температурного поля имеет как количественное, так и качественное влияние на зависимость “амплитуда-скорость” (возможность многозначности функции, характеризующей эту зависимость; присутствие определенных областей, где невозможно возбудить флаттерные колебания).

Отметим, что полученные результаты в основном обусловлены несимметричным характером нелинейности задачи.

ПУБЛИКАЦИИ

1. Г.Е.Багдасарян, М.А.Микилян, Р.О.Сагоян. Нелинейный флаттер ортотропной прямоугольной пластинки. Сборник научных трудов международной конференции “Актуальные проблемы механики сплошной среды”, 2010, т.1, с. 118-123.
2. G.Y.Bagdasaryan, M.A.Mikilyan, R.O.Saghoyan & P.Marzocca. Thermoelstic stability of flexible plates in supersonic gas flow. “The Ninth International Congress on Thermal Stresses and Related Topics” ISBN 0-9721257-2-8. Budapest, Hungary, 2011, Vol. 2, pp.603-608.
3. Г.Е.Багдасарян, М.А.Микилян, Р.О.Сагоян. Термоупругая устойчивость удлиненной прямоугольной пластинки в сверхзвуковом потоке газа. Изв. НАН РА, Механика, 2011, 64 N4, с.51-67.
4. Г.Е.Багдасарян, М.А.Микилян, Р.О.Сагоян, Г.С.Григорян. Флаттер гибкой пластинки в неоднородном темперетурном поле. Изв. НАН РА, Механика, 2012, 65 N4, с. 33-54.
5. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О., Марзока П. Влияние сверхзвукового потока на характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний гибкой пластинки. Изв. НАН РА, Механика, 2013, 66 N3, с. 24-37.
6. Baghdasaryan G.Y., Mikilyan M.A., Saghoyan R.O. & *Pier* Marzocca. Thermoelastic stability of closed cylindrical shell in supersonic gas flow. “The 10th International Congress on Thermal Stresses and Related Topics” ISBN 0-9721257-2-8, Nanjing, China, 2013, Vol. 2, pp.603-608.
7. Baghdasaryan G., Mikilyan M., Saghoyan R., Cestino E., Marzocca P. "The Influence of Supersonic Stream on the Dependence "Amplitude-Frequency" of Nonlinear Vibrations of Flexible Plate," SAE Technical Paper 2013-01-2160, 2013, doi:10.4271/2013-01-2160.
8. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О. Характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний гибкой пластинки при критических скоростях. Прикладная математика и механика, Гюмри, 2014, Вып.А, N1, с. 20-39.
9. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О. Амплитудно-частотная зависимость нелинейных флаттерных колебаний гибкой пластинки в после-критической стадии. В книге: Актуальные проблемы механики сплошной среды. 2015, с. 35-40.
10. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., and Сагоян Р.О. Амплитудно-частотная зависимость нелинейных флаттерных колебаний гибкой пластинки в послекритической стадии. Изв. НАН РА, Механика, 2015, 68 N4, с. 9-29.
11. Baghdasaryan G., Mikilyan M., Saghoyan R., Cestino E. Frulla G., Marzocca P. Nonlinear LCO “amplitude–frequency” characteristics for plates fluttering at supersonic speeds. International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 77, December 2015, Pages 51–60.
12. Сагоян Р. О. О влиянии граничных условий на амплитудно- частотную зависимость нелинейных флаттерных калебаний прямоугольной пластинки при критических скоростях. Изв. НАН РА, Механика, 2016, 69 N4.
13. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О. Характер нелинейных колебаний гибких пластин обтекаемым сверхзвуковым потоком газа. Изв. НАН РА, Механика, 2016, 69 N4.

ՍԱՂՈՅԱՆ ՌԱՖԱՅԵԼ ՕՆԻԿԻ

ԳԵՐՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՄԲ ՇՐՋՀՈՍՎՈՂ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ՍԱԼԵՐԻ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ժամանակակից բնական գիտությունների տարբեր ճյուղերի զարգացման որակական նոր մակարդակը սերտորեն կապված է տարբեր միջավայրերի և դաշտերի փոխազդեցության տեսական և կիրառական խնդիրների հետ: Սույն ատենախոսությունը նվիրված է իզոտրոպ բարակ սալերի տատանումների և կայունության ուսումնասիրմանը, երբ այդ բարակապատ դեֆորմացվող առաձգական մարմինները գտնվում են փոխազդեցության մեջ ինչպես մարմինները շրջհոսող գազի գերձայնային հոսանքի, այնպես էլ ըստ սալի հաստության արտաքին անհամասեռ ջերմային դաշտի հետ: Ուսումնասիրված են ուղղանկյուն սալերի ոչ գծային ֆլատտերային տատանումների “ամպլիտուդա-արագություն” կապի բնույթը աէրոդինամիկական քառակուսային ոչ գծայնության հաշվառմամբ, “ամպլիտուդա-հաճախություն” կապի վրա շրջհոսող հոսքի ազդեցությունը և ըստ սալի հաստության անհամասեռ ջերմային դաշտի ազդեցությունը ֆլատտերի բնութագրիչների վրա:

Այս ուսումնասիրությունների հիման վրա ստացված արդյունքները ունեն տեսական և գործնական էական նշանակություն, մասնավորաբար կարող են կիրառվել ավիացիոն և կոսմիկական հետազոտություններում, նավաշինարարության և ինժեներական կառույցների շինարարության մեջ: Ստացված արդյունքները օգտակար են գազի գերձայնային հոսքով շրջհոսվող բարակապատ մարմիններում դինամիկ պրոցեսների ուսումնասիրման և բնագիտական բազմաթիվ խնդիրների հետազոտման համար:

Նշված հանգամանքներով էլ պայմանավորված է ատենախոսության թեմայի արդիականությունը և հրատապությունը:

Աշխատանքում հաշվողական մաթեմատիկայի խիստ մեթոդների կիրառմամբ հետազոտված է գազի գերձայնային հոսքով շրհոսվող բարակ սալերի ոչ գծային տատանումների և կայունության խնդիրների մի լայն դաս: Ստացվել են մի շարք գիտական նոր արդյունքներ, որոնք համառոտ բերվում են ստորև:

Հետազոտված է գազի գերձայնային հոսքով շրջհոսվող ճկուն սալերի “ամպլիտուդա-արագություն” կապը և ցույց է տրված, որ.

- $A(\nu)$ կախվածությունը արագության ν պարամետրի փոփոխության որոշակի միջակայքերում հանդիսանում է երկարժեք ֆունկցիա, այսինքն այդ ֆունկցիայի գրաֆիկը ներկայացվում է երկու ճյուղերի տեքով, որոնցից մեկը ամենայն հավանականությամբ անկայուն է: Անկայուն ճյուղերը հանդիսանում են բաժանարար երկու հարեվան կայուն լուծումների միջև: Այս փաստը հնարավորություն է տալիս գտնել գրգռման մեծությունը, որն անհրաժեշտ է համակարգը մի կայուն ճյուղից մյուսին փոխադրելու համար;

- Գոյություն ունեն ν պարամետրի փոփոխության որոշակի միջակայքեր, որտեղ հնարավոր չէ գրգռել ոչ գծային ֆլատտերային տատանումներ ինչպես մինչկրիտիկական, այնպես էլ հետկրիտիկական արագություններում;
- Բացի $A(\nu)$ կապի հայտնի մոնոտոն բնույթներից գոյություն ունեն նաև նոր կախվածություններ, մասնավորապես հետևյալը. գոյություն ունեն արագության բերված պարամետրի $\nu_*, \overline{\nu}$ արժեքներ այնպիսին, որ $\nu \geq \nu_*$ դեպքում հնարավոր չէ գրգռել ոչ գծային ֆլատտերային տատանումներ, $\nu < \overline{\nu}$ դեպքում $A(\nu)$ ֆունկցիան միարժեք է, իսկ երբ $\nu \in \left(\overline{\nu};\nu_*\right)$, ապա ֆունկցիան երկարժեք է;

Հետազոտված է նաև շրջհոսող հոսքի և սալի եզրերի իրենց հարթությունում ամրացման ձևի ազդեցությունը ֆլատտերային տատանումների “ամպլիտուդա-հաճախություն” $(A(\theta))$ կապի վրա և ցույց է տրված, որ.

- Սալի ոչ գծային տատանումների “ամպլիտուդա-հաճախություն” կապի բնույթը θ հաճախության փոփոխության որոշակի միջակայքերում (փակ և կիսաանվերջ) հանդիսանում է երկարժեք ֆունկցիա, մասնավորապես այն կարող է նույնական լինել թաղանթների ոչ գծային սեփական տատանումների դեպքում նշված կապին;
- Սալի եզրերի իրենց հարթությունում ամրացման ձևը կարող է էապես փոխել $A(\theta)$ կապի բնույթը, երբ սալը երկար է հոսքի արագությանն ուղղահայաց ուղղությամբ, հակառակ դեպքում սալի եզրերի իրենց հարթությունում ամրացման ձևի ազդեցությունը միայն քանակական է;
- “Ամպլիտուդա-հաճախություն” կապի մի տեսակից մյուսին անցումը կարել է կառավարել ինչպես շրջհոսող հոսքի արագության մեծության և եզրային պայմանների փոփոխության հաշվին, այնպես էլ աէրոառաձգական համակարգի երկրաչափական և ֆիզիկական պարամետրերի ընտրության հաշվին;

Նոր արդյունքներ են ստացվել նաև ըստ սալի հաստության անհամասեռ ջերմային դաշտի փոխազդեցությամբ.

- Գծային դրվածքով խնդրի հիման վրա ստացված են կայունության պայմաններ, որոնց հիման կառուցված են կայունության տիրույթներ $\Theta_0 = 0$ դեպքում $\left(\nu, T_0\right)$ հարթությունում և $T_0 = 0$ դեպքում՝ $\left(\nu, \Theta_0\right)$ հարթությունում: Ցույց է տրված, որ ջերմային դաշտը կարող է էականորեն փոխել կայունության տիրույթները;
- Ոչ գծային խնդիրների լուծմամբ ցույց է տրված, որ ջերմային դաշտի առկայությունը ունի ինչպես քանակական, այնպես էլ որական ազդեցություն “’ամպլիտուդա-արագություն” կապի վրա(այդ կապը բնութագրող ֆունկցիայի երկարժեքություն, որոշակի տիրույթների առկայություն, որտեղ հնարավոր չէ գրգռել ոչ գծային ֆլատտերային տատանումներ):

Նշենք, որ ստացված արդյունքները հիմնականում խնդրի ոչ գծայնության անսիմետրիկության հետևանք են:

SAGHOYAN RAFAYEL ONIK

NONLINEAR OSTILLATIONS AND STABILITY OF RECTANGULAR PLATES IN SUPERSONIC GAS FLOW

SUMMARY

A qualitatively new level of development of various branches of modern natural science is closely related to the theoretical and applied problems of interaction between different media and fields. This thesis is devoted to the investigation of vibrations and stability of thin isotropic plates, when these thin-walled deformable elastic bodies are under the influence of supersonic gas flow and temperature field, which is inhomogeneous along the thickness of the plate. The dependence “amplitude-speed” of nonlinear flutter type oscillations of rectangular plates is investigated taking into account the quadratic nonlinearity of aerodynamic origin, the influence of supersonic gas flow on the dependence “amplitude-frequency”, the influence of inhomogeneity of temperature field on flutter characteristics are investigated, also.

The results obtained in these studies have essential theoretical and practical importance; especially they can be applied in aviation and space researches, in constructions of engineering structures and ships. The results are useful for the study of dynamic processes in thin-walled structures under the influence of supersonic gas flow and for investigation of related problems of aeroelasticity.

The above mentioned ideas determine the up-to-datedness and topicality dissertation theme.

Using rigorous methods of computational mathematics a wide class of problems of nonlinear flutter oscillations and stability of rectangular plates in supersonic gas flow is investigated in the work. Several new scientific results are obtained, which are summarized below.

The dependence "amplitude-speed" of a flexible plate in supersonic gas flow is investigated. It is shown that:

- The dependence $A(\nu)$ is a two-valued at the certain intervals of change of speed parameter ν. I. e. the graph of this function is represented via the two branches, one of which is most likely to be unstable. Unstable branches separate the gravitational fields of two adjacent stable solutions. This fact makes it possible to find the value of the disturbance required to transfer the system from one stable branch to another;
- There are certain areas of changes of ν, where undamped flutter can’t be excited as at subcritical speeds, as well as at the post-critical stage;
- Besides the known monotonic forms of dependence $A(\nu)$, there are also some new dependencies, in particular the following: there are such values of $\nu_*, \bar{\nu}$, that when $\nu \geq \nu_*$ it is impossible to excite a nonlinear flutter; when $\nu \in (\bar{\nu}; \nu_*)$, $A(\nu)$ is a two-valued function, and when $\nu < \bar{\nu}$, $A(\nu)$ is a single-valued.

The influence of the flowing stream and of the kind of fixing of plate's edges in its plane on the dependence "amplitude-frequency" of flutter type oscillations is investigated and it is shown that:

- The character of the dependence "amplitude-frequency" $A(\theta)$ is a two-valued at the certain intervals (closed or semi-infinite) of frequency variation, in particular it is identical to the nature of this dependency in the case of non-linear own oscillations of the shells;
- The kind of fixing of plate's edges in its plane may significantly change the character of the dependence $A(\theta)$, when the plate is elongated in the direction perpendicular to the flow speed. If the plate is elongated in the direction of flow, the influence of the kind of fixing of plate's edges in its plane is only quantitative.
- Transition from one type of the dependence "amplitude-frequency" to another can be adjusted (up to the impossibility of excitation of such oscillations) setting the magnitude of the speed of flowing stream and changing the boundary conditions, and by the appropriate selection of the geometrical and physical parameters of the aeroelastic system.

New results are also obtained when an inhomogeneous temperature field is present, namely:

- Stability conditions are carried out on the basis of the solutions of the linear problems, and on that basis the stability areas in the plane (ν, T_0) when $\Theta_0 = 0$ and in the plane (ν, Θ_0) when $T_0 = 0$ are constructed, and they show that a temperature field can significantly change the stability areas.
- By solving the nonlinear problems it is established that the presence of temperature field has both quantitative and qualitative impact on the dependence "amplitude-speed" (possibility of the dependence function to be a multi-valued, presence of certain areas where it is impossible to excite flutter).

It should be noted that these results are mainly caused by the asymmetric character of the problem's non-linearity.