

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНЖЕНЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АРМЕНИИ

(ПОЛИТЕХНИК)

БАГИЯН АРАМ АЙКАЗОВИЧ

**РАЗРАБОТКА РОБАСТНОЙ СИСТЕМЫ СОПРОВОЖДЕНИЯ НАЗЕМНЫХ
ОБЪЕКТОВ С ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности

05.13.01 – «Управление, системы управления и их элементы»

Научный руководитель:

д.т.н., профессор

ОЛЕГ НИКОЛАЕВИЧ ГАСПАРЯН

ЕРЕВАН 2014

СОДЕРЖАНИЕ

ОПРЕДЕЛЕНИЯ	4
ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
ГЛАВА 1. СОПРОВОЖДЕНИЕ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ С ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ.....	14
1.1 Сопровождения объектов с летательных аппаратов	14
1.2 Системы ручного сопровождения объектов с летательных аппаратов	16
1.3 Системы автосопровождения объектов с летательных аппаратов	19
1.3.1 Телевизионные системы сопровождения.....	19
1.3.2 Инфракрасные системы сопровождения	21
1.3.3 Радиолокационные системы сопровождения.....	23
1.4 Системы программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов	25
1.5 Задача управления в системах сопровождения и проблемы ее реализации в условиях полета.....	34
1.6 Выводы к первой главе.....	36
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАНАЛА СИСТЕМЫ СОПРОВОЖДЕНИЯ....	38
2.1 Вывод уравнений угловых перемещений наземных целей относительно летательного аппарата.....	38
2.1.1 Исходные положения для вывода уравнений относительного движения наземных целей.....	39
2.1.2 Реализация уравнений относительных перемещений наземной цели на основе угловых координат	40
2.1.3 Реализация уравнений относительных перемещений наземной цели на основе кватернионов	51
2.1.4 Моделирование относительного движения наземной цели и структура задающего устройства	56
2.2 Объект управления и датчик угла поворота.....	58
2.3 Корректирующее устройство системы	62
2.4 Выводы ко второй главе.....	70
ГЛАВА 3. ДИНАМИКА СИСТЕМЫ СОПРОВОЖДЕНИЯ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ С ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ	71
3.1 Обобщенные уравнения динамики системы сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов.....	71

3.2 Динамика системы сопровождения с учетом параметров исполнительных устройств	78
3.3 Неопределенности в динамике системы сопровождения	82
3.4 Моделирование динамики системы сопровождения в условиях полета.....	83
3.5 Выводы к третьей главе.....	88
ГЛАВА 4. СИНТЕЗ РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМЫ СОПРОВОЖДЕНИЯ.....	90
4.1 Линеаризация системы сопровождения	90
4.1.1 Разрыв связей между каналами управления	90
4.1.2 Гармоническая линеаризация системы сопровождения	96
4.2 Номинальный и возмущенный объект управления, выбор модели неопределенности.....	101
4.3 Синтез робастного регулятора системы сопровождения.....	103
4.4 Выводы к четвертой главе.....	113
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	115
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	117
ПРИЛОЖЕНИЯ	129

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей диссертационной работе используются следующие термины с соответствующими определениями:

визирная линия – линия, соединяющая центр прицельной марки с ее проекцией на картинной плоскости;

визирование цели – совмещение визирной линии с линией цели;

воздушная скорость – скорость объектов, относительно воздушного пространства;

индикатор – устройство для отображения прицельной информации, представляет собой либо оптический визир, либо дисплей для индикации оптической, инфракрасной или радиолокационной информации;

картинная плоскость – плоскость, отображаемая на индикаторе обзорно-прицельной системы;

линия цели – линия, соединяющая глаз наблюдателя с центром цели;

неподвижная сетка – неподвижная относительно оптической оси индикатора прицельная метка, предназначенная для определения угловых координат цели и ее сопровождения пилотированием ЛА;

обзорно-прицельная система – совокупность функционально-взаимосвязанных устройств, предназначенных для решения задач поиска, обнаружения, распознавания и прицеливания при применении авиационных средств поражения;

объект действия – объект наблюдения и удара;

подвижная марка – подвижная относительно оптической оси индикатора прицельная метка, предназначенная для определения угловых координат цели и ее сопровождения;

прицельная метка – система подвижных или неподвижных геометрических фигур с определенными угловыми размерами на индикаторе, предназначенная для определения угловых координат цели;

строб – окно слежения за целью.

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

ЛА – летательный аппарат

ОПС – обзорно-прицельная система (системы)

РЛС – радиолокационная станция

БЦВМ – бортовая цифровая вычислительная машина

ЛТПС – лазерно-телевизионная прицельная система

ПКС – программно-корректируемое сопровождение

РЛПК – радиолокационный прицельный комплекс

ОЭПК – оптико-электронный прицельный комплекс

ДУС – датчик угловых скоростей

ЛСПД – лазерная станция подсвета и дальнометрирования

СК – система координат

СДУ – система дифференциальных уравнений

Н.У. – начальные условия

НЦ – наземная цель

ОУ – объект управления

ООС – отрицательная обратная связь

СС – следящая система

ЧО – человек оператор

ТВ-камера – телевизионная камера

ГСН – головка самонаведения

ПЗС – прибор с зарядовой связью

РЛС – радиолокационная станция

БЦВМ – бортовая цифровая вычислительная машина

САУ – система автоматическая управления

ЛСК – лучевая система координат

ССК – связанная система координат

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В авиационных боевых комплексах для решения различных задач прикладного назначения, таких как разведка, прицеливание и применение авиационных средств поражения по объектам противника, необходимым условием является их сопровождение с помощью бортовых или подвесных обзорно-прицельных систем (ОПС). В настоящее время задача сопровождения решается как в автоматических, так и в полуавтоматических режимах.

Современные обзорно-прицельные комплексы представляют собой совокупность функционально взаимосвязанных устройств, предназначенную для обнаружения, распознавания, определения координат цели и решения задачи прицеливания.

Требуемая высокая точность сопровождения целей предполагает соответствующее развитие в разработке автоматических систем управления в составе обзорно-прицельных комплексов.

На практике для реализации сопровождения цели набор исполнительных устройств объединяется в следящую систему. Точность и надежность отработки следящей системой подаваемых на ее вход сигналов зависит от качества ее технической реализации.

Следящая система для сопровождения цели представляет собой систему автоматического управления, к которой предъявляются высокие требования по точности, надежности и способности сохранять свои свойства в условиях неопределенностей, проявляемых в полете при перегрузках и вибрации конструкции летательного аппарата. Стремление к построению высокоточных и высоконадежных систем автосопровождения обуславливает актуальность проектирования следящих систем с применением современной теории автоматического управления.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка методов проектирования и исследования следящих систем сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов при неопределенностях в их структуре, зависящих от условий полета.

В соответствии с поставленной целью сформулированы и решены следующие задачи:

1. Вывод обобщенных уравнений углового перемещения наземных объектов относительно летательного аппарата с помощью кватернионов, построение математических моделей и структурных схем элементов системы сопровождения и всей системы.

2. Вывод уравнений динамики системы сопровождения с учетом параметров исполнительных двигателей и неопределенностей в ее модели.

3. Разработка методов, алгоритмов и вычислительных программ динамического моделирования и анализа системы сопровождения в условиях полета для оценки влияния перегрузок на неопределенности, вызванные сухим трением в элементах конструкции механической системы.

4. Разработка методики, алгоритмов и вычислительных программ для анализа и синтеза корректирующих устройств системы сопровождения с применением теории робастного управления.

Методы исследования. В диссертационной работе использованы методы теоретической и аналитической механики, робототехники и мехатроники, матричного и кватернионного исчисления, классической теории линейных и нелинейных систем автоматического управления, теории робастного управления и численные методы компьютерного моделирования в среде MATLAB.

Научная новизна. В процессе исследования получены следующие результаты, отличающиеся новизной:

1. Впервые выведены обобщенные уравнения относительного углового перемещения наземной цели с помощью кватернионов.

2. Для выбранной кинематической схемы ОПС выведены уравнения динамики системы сопровождения с учетом параметров исполнительных двигателей постоянного тока.

3. Проведен анализ влияние перегрузок на структурные и параметрические неопределенности в динамике системы сопровождения в полете, получены оценки ошибок слежения.

4. Разработана методика проектирования корректирующих устройств систем сопровождения с применением их гармонической линеаризации, способов разрыва связей между каналами управления и аппарата теории робастного управления.

Практическая ценность работы. Разработанные методы, алгоритмы и программы были использованы при проектировании и лабораторных испытаниях авиационной обзорно-прицельной системы А01 ООО «АСТРОМАПС».

Разработанные уравнения относительного перемещения наземных объектов в общем случае могут применяться

- в системах программного сопровождения при отсутствии сигнала от цели,
- в задачах прицеливания при применении всех видов неуправляемых авиационных средств поражения по подвижным и неподвижным наземным целям,
- для управления наводкой подвижного авиационного артиллерийского оружия,
- в задачах наведения управляемых авиационных ракет «воздух-поверхность» на наземные цели,
- в системах алгоритмической защиты наведения управляемых авиационных ракет «воздух-поверхность» от противодействия.

Применение кватернионов в реализации уравнений относительного перемещения целей позволило моделировать динамику системы без ограничений на маневр летательного аппарата, а также уменьшить продолжительность процесса моделирования.

Предложенная методика учета и анализа неопределенностей в динамике системы позволяет проектировать системы сопровождения, обладающие большей точностью и надежностью. Кроме того, выявление и аналитическое представление связи обобщенных сил сухого трения и перегрузок летательного аппарата дает основу для новых исследований, производства экспериментов и создания моделей трения, учитывающих эту зависимость.

Предложенная методика проектирования систем сопровождения реализована с помощью разработанных алгоритмов и вычислительных программ, эффективность которых проиллюстрирована конкретными численными примерами процессов слежения за целью в условиях полета.

Результаты диссертации использованы:

- при проектировании обзорно-прицельных систем в ООО «АСТРОМАПС»,
- в учебном процессе, при подготовке курсантов в Военном авиационном институте имени маршала А. Ханферянца МО РА,
- в рамках темы 13Ар_2b019 «Разработка адаптивного автопилота и высокоточной гиросtabilизированной платформы беспилотного летательного аппарата и конструирование

лабораторного образца», финансируемой на конкурсной основе Государственным комитетом по науке Министерства образования и науки Республики Армения.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Совокупность разработанных методов динамического моделирования и анализа систем сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов.

2. Вывод обобщенных уравнений относительного углового перемещения наземных целей с применением угловых координат и кватернионов.

3. Вывод уравнений динамики системы сопровождения с учетом выбранной кинематической схемы, параметров исполнительных электродвигателей и неопределенностей в модели системы в условиях полета.

4. Методика анализа и синтеза корректирующих устройств систем сопровождения обзорно-прицельных комплексов летательных аппаратов.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались на:

- ежегодных научных конференциях ГИУА (Ереван, 2009-2012 гг.),
- III Международном межотраслевом молодежном научно-техническом форуме «Молодежь и будущее авиации и космонавтики – 2011», (Московский авиационный институт, Москва, 2011 г.),
- II Международной научной заочной конференции «Актуальные вопросы современной техники и технологии» (Липецк, 2010 г.).

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в двенадцати научных работах:

1. Багиян А.А. Повышение точности системы программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов с применением фильтра Калмана // Вестник Государственного инженерного университета Армении. Сборник научных статей. – 2013. – Ч.1. – С. 213-218.

2. Багиян А.А. Бесплатформенная система программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов // Вестник Государственного инженерного университета Армении. Сборник научных статей. – 2012. – Ч.1. – С. 322-326.

3. Baghiyan A.H. Quaternion-Based Algorithm of Ground Target Tracking by Aircraft // Gyroscopy and Navigation, 2012, Vol. 3, No. 1, pp. 28–34.

4. Багиян А.А. Применение кватернионов в задаче программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов // Гироскопия и навигация. – 2011. – № 4. – С. 11–22.

5. Багиян А.А. К вопросу о точности системы программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов // Конкурс научно-технических работ и проектов «Молодежь и будущее авиации и космонавтики». – 2011. – С. 80.

6. Багиян А.А. Робастное автосопровождение объектов с летательных аппаратов на основе кватернионов // Сборник трудов Международной молодежной конференции «Королевские чтения», посвященной 50-летию первого полета человека в космос. – 2011. – С. 27.

7. Гаспарян О.Н., Багиян А.А. Программное управление в задачах сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов // Информационные технологии и управление. – 2011. – № 3. – С. 234–240.

8. Багиян А.А. Робастное управление в задачах сопровождения объектов с летательных аппаратов // Сборник докладов II-ой Международной научной заочной конференции «Актуальные вопросы современной техники и технологии». – 2010. – С. 15–16.

9. Давыдов В.И., Багиян А.А. К вопросу о стабилизации лазерного луча при проведении подсвета наземной цели // Труды Военно-воздушной инженерной академии имени профессора Н.Е. Жуковского. Авиационное вооружение. – 2007. – С. 59–63.

10. Багиян А.А. Фильтрация начальных условий, необходимых для решения уравнений алгоритма программного управления лазерным лучом // Всероссийская научно-техническая школа-семинар «Передача, обработка и отображение информации о быстропротекающих процессах». – 2007. – С. 24–27.

11. Давыдов В.И., Багиян А.А. Алгоритм программного управления лазерным лучом, проводящим подсвет наземной цели // Юбилейная Всероссийская научно-техническая школа-семинар «Передача, обработка и отображение информации». – 2007. – С. 11–13.

12. Багиян А.А. К вопросу о стабилизации лазерного луча при подсвете наземной цели // Всероссийская научно-техническая конференция «VIII научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». – 2007. – Ч.1. – С. 137–138.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы из 163 наименований и приложения.

Основной текст диссертации изложен на 128 страницах, включая 70 рисунков и 2 таблицы. Общий объем работы составляет 151 страницу. Диссертация написана на русском языке.

Краткое содержание работы. В первой главе проведен анализ литературных источников, где описаны основные методы сопровождения объектов, существующие технологии их проектирования и способы технической реализации. На основе обзора литературы предложена общая классификация систем сопровождения в зависимости от вида задающего устройства и способа формирования сигналов управления в нем. Анализ библиографических источников показал, что по структуре указанные системы принципиально не отличаются, и с точки зрения автоматического управления, анализ и синтез систем сопровождения можно рассмотреть для общего случая, не учитывая структуру задающего устройства.

Реализация автоматического управления в процессе слежения за целью в условиях полета связана с задачей учета неопределенностей, возникающих в структуре системы. В основном эти неопределенности обусловлены силами сухого трения в элементах конструкции механической системы, оценка которых в полетных условиях является весьма трудной задачей. Обзор существующих методов компенсации сухого трения показал ограниченность их применения на летательных аппаратах. Что дало основание для дальнейших исследовательских работ.

Во второй главе разработаны методика моделирования, математические описания и структурные схемы системы сопровождения и основных ее элементов. Выведены обобщенные уравнения относительного углового перемещения наземных целей с применением кватернионов, что позволило проводить моделирование без ограничений на маневр летательного аппарата.

На начальном этапе проектирования систем сопровождения с помощью метода стандартных коэффициентов с принятием предложения об одинаковости корней характеристического уравнения получается желаемая передаточная функция замкнутой системы. На основе полученной передаточной функции применением метода Гуллемина рассчитываются передаточные функции регуляторов и разомкнутой системы, а также строится структурная схема одного канала управления системы в условиях отсутствия возмущений и неопределенностей в ее динамике.

Затем получается передаточная функция одного канала замкнутой системы и определяются временные и частотные характеристики системы для их сравнения с желаемыми.

В третьей главе разработана методика динамического моделирования и исследования систем сопровождения наземных целей в условиях полета летательного аппарата.

На основе общих уравнений Эйлера-Лагранжа с применением аппарата преобразования координат Денавита-Хартенберга получено описание динамики системы сопровождения. Произведен учет влияния параметров электродвигателей на динамику системы.

Рассмотрены проблемы возникновения неопределенностей в динамике системы и их причины – обобщенные силы сухого трения в узлах механической системы в условиях полета.

В среде MATLAB проведено моделирование динамики системы сопровождения в условиях полета летательного аппарата по заданной траектории и для различных значений перегрузок. В качестве зависимости сил сухого трения от перегрузок в первом приближении принята их прямая пропорциональность. С учетом этого получена модель динамики системы сопровождения в условиях полета.

Неопределенности в динамике системы сопровождения в основном связаны с трудностями оценки обобщенных сил сухого трения в условиях полета. Показана целесообразность применения робастных корректирующих устройств для устранения неблагоприятных явлений связанных с неопределенностями в модели системы.

В четвертой главе разработана методика проектирования корректирующих устройств, позволяющая упрощенно с помощью линеаризованной модели одного канала получить для многосвязной нелинейной системы параметры регуляторов и префильтров, которые обеспечивают робастные свойства устойчивости и качества системы.

С учетом параметров исполнительной механической части системы показано, что динамическое взаимовлияние каналов управления проявляется в малой степени, что обусловлено большими значениями коэффициентов передач редукторов. Поэтому взаимное влияние каналов управления предлагается учитывать в виде возмущений на каждый из каналов.

Поскольку сухое трение в САУ может быть представлено релейным звеном, то эффективнее применять метод гармонической линеаризации. С помощью указанного метода получена линеаризованная модель системы сопровождения.

Некоторые параметры линеаризованной модели системы зависят от амплитуды входного сигнала. Эти же параметры зависят еще и от неопределенностей в динамике, которые можно учесть мультипликативной моделью некоторого вида. С учетом этого получена взаимная однозначная связь между неопределенностями в динамике системы и амплитудой входного сигнала. Построены модели системы с номинальным и возмущенным объектами.

Применением аппарата теории робастного управления, анализа и синтеза ПИД-регуляторов предложена процедура разработки корректирующих устройств для линеаризованной модели системы сопровождения, обеспечивающих свойства ее робастной устойчивости и робастного качества.

Динамическим моделированием в среде MATLAB реальной нелинейной и линеаризованной систем показана эффективность применения полученного корректирующего устройства. Что свидетельствует о пригодности разработанной методики проектирования корректирующих устройств систем сопровождения, функционирующих в условиях неопределенностей.

ГЛАВА 1. СОПРОВОЖДЕНИЕ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ С ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В данной главе приводится обзор различных по принципу действия и технической реализации методов сопровождения объектов с летательных аппаратов, даются их описания, выделяется и обобщается задача автоматического управления применительно к сопровождению как наземных, так и воздушных целей. Приводятся существующие методы учета и компенсации сухого трения в механических частях систем.

1.1 Сопровождения объектов с летательных аппаратов

Сопровождение объектов является одной из основных задач обзорно-прицельных систем (ОПС) современных летательных аппаратов (ЛА). Для сопровождения объекта в обзорно-прицельных комплексах (рис. 1.1) необходимо визирную линию постоянно наводить на цель (рис. 1.2).



Рис. 1.1. Оптико-электронные прицельные системы Euroflir 350, Euroflir 410 и ОЛС-30

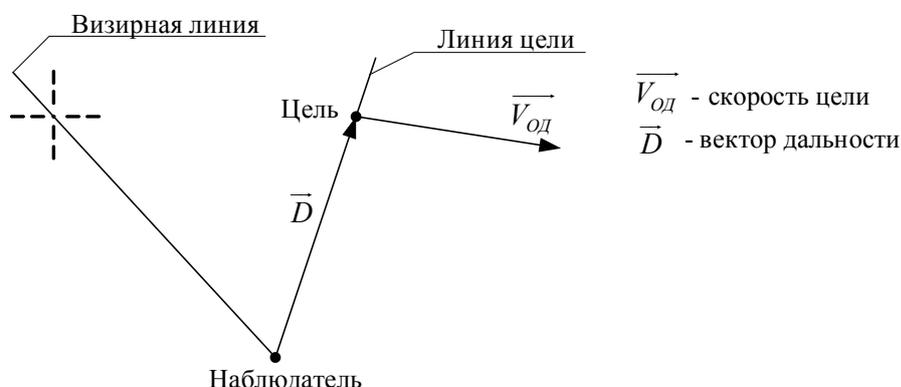


Рис. 1.2. Схема процесса сопровождения

Сопровождение целей в составе ОПС ЛА выполняет система автоматического управления (рис. 1.3), которая в общем случае состоит из [34, 59, 73, 83]:

- задающего устройства;
- корректирующего устройства;
- объекта управления;
- датчика рассогласования.

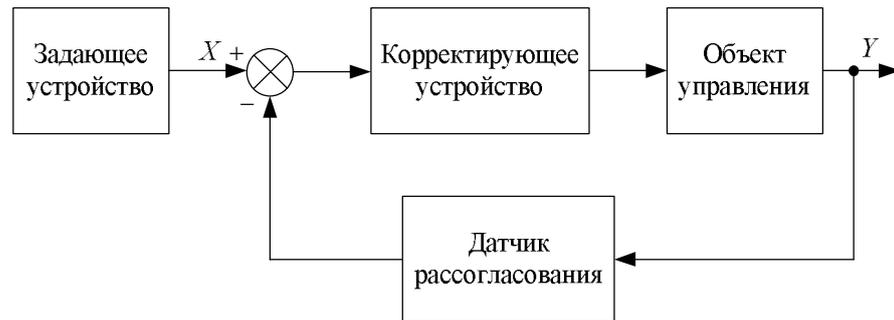


Рис. 1.3. Система сопровождения объектов с ЛА

В зависимости от вида задающего устройства и принципа образования сигнала управления в нем системы сопровождения можно подразделить на системы:

- *ручного сопровождения* [68, 94, 148], где в качестве задающего устройства выступает человек-оператор (рис. 1.4), а сигнал управления образуется им на основе наблюдаемого изображения объекта действия (ОД);

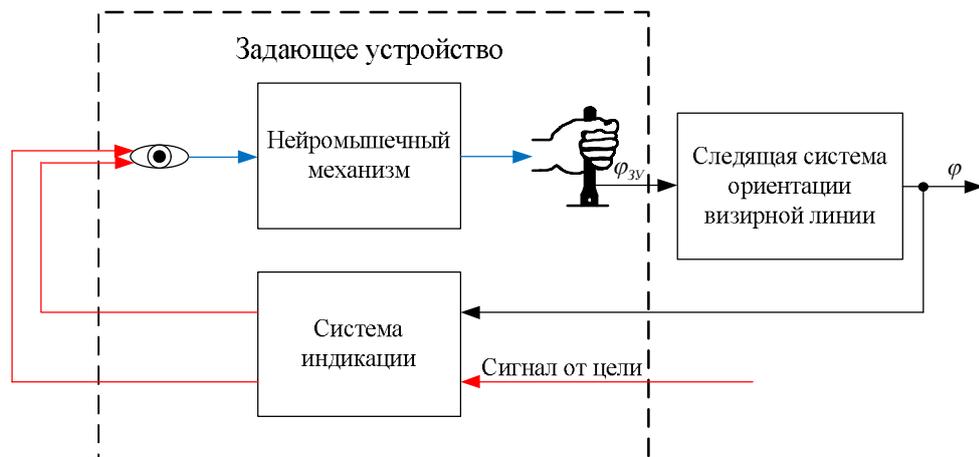


Рис. 1.4. Схема системы ручного сопровождения

- *автосопровождения* [4, 7, 25, 33, 68, 88, 110, 125, 138, 158, 161], где задающим устройством является автоматический блок, образующий сигнал управления на основе рассчитываемых координат объекта действия по его оптическому, инфракрасному или радиолокационному изображению;
- *программного сопровождения* [9, 16, 28, 30, 31], задающее устройство которых также представляет собой автоматический блок (рис. 1.5), который выдает угловые координаты цели на основе заранее известных параметров и закона движения ОД.

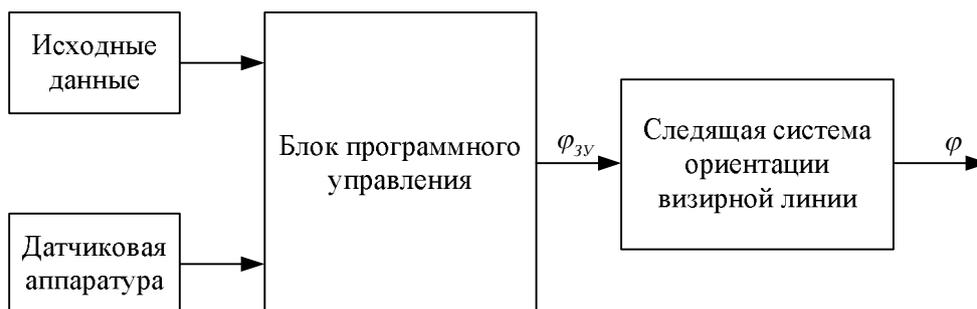


Рис. 1.5. Схема системы программного сопровождения

Таким образом, в зависимости от степени участия человека-оператора в процессе сопровождения цели указанные системы можно подразделить на неавтоматические – системы ручного сопровождения, и автоматические – системы автосопровождения и программного сопровождения.

В настоящее время представляет большой интерес разработка автоматических систем сопровождения. Различные реализации указанных систем имеют свои преимущества и недостатки. Так, решения, реализованные на основе обработки изображения цели, обладают высокой точностью, но чувствительны к помехам. А Решения, реализующие программное сопровождение, – помехоустойчивы, так как работают в автономном режиме, но обладают меньшей точностью. Поэтому в обзорно-прицельных системах современных летательных аппаратов указанные решения обычно сопрягаются [100, 101, 104, 105].

1.2 Системы ручного сопровождения объектов с летательных аппаратов

Ручное сопровождение выполняется

- пилотированием ЛА,

- с помощью управления специальным пультом или кноппелем,
- отклонением нацеленной системы целеуказания.

В первом случае прицельная марка находится неподвижно в центре обзорно-прицельной системы, согласованного с продольной осью ЛА, и наведение прицельной метки на объект действия производится пилотированием ЛА (рис.1.6).

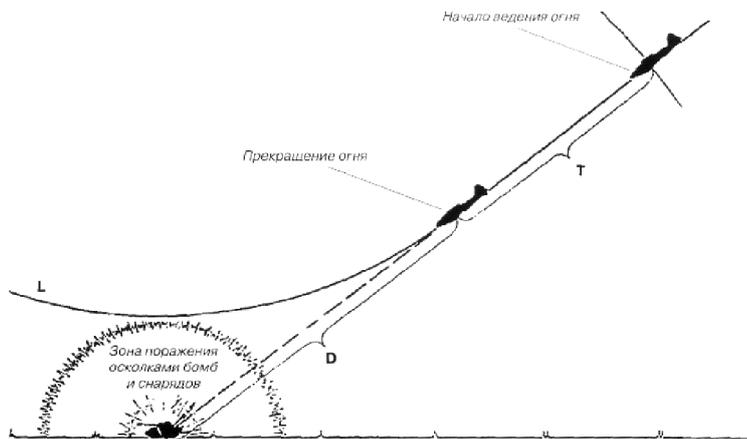


Рис. 1.6. Сопровождение наземной цели пилотированием

Во втором случае, если обзорно-прицельная система работает в узком поле зрения, то сопровождение проводится наведением ее центра на ОД с помощью опорно-поворотного устройства (рис. 1.7). Здесь, как и в первом случае, подвижная марка совмещена с центром ОПС. Если ОПС работает в широком поле зрения, то сопровождение ОД проводится наведением на него прицельной метки по сигналам оператора в рамках действующего поля зрения. При подходе объекта к границам поля зрения сигналы оператора подаются на управление опорно-поворотным устройством для удержания ОД в поле зрения ОПС. Иными словами, при работе в узком поле зрения и на границах широкого поля зрения прицельная метка остается неподвижной относительно картинной плоскости, а при работе в широком поле зрения – движется.

В третьем случае прицельная метка проецируется на оптический индикатор нацеленной системы целеуказания, и сопровождение объекта действия производится поворотами головы оператора.

Построение ручных систем сопровождения связано с изучением психофизических возможностей человека, особенностями конструкции летательного аппарата и параметрами следящей системы, отрабатывающей воздействия летчика.

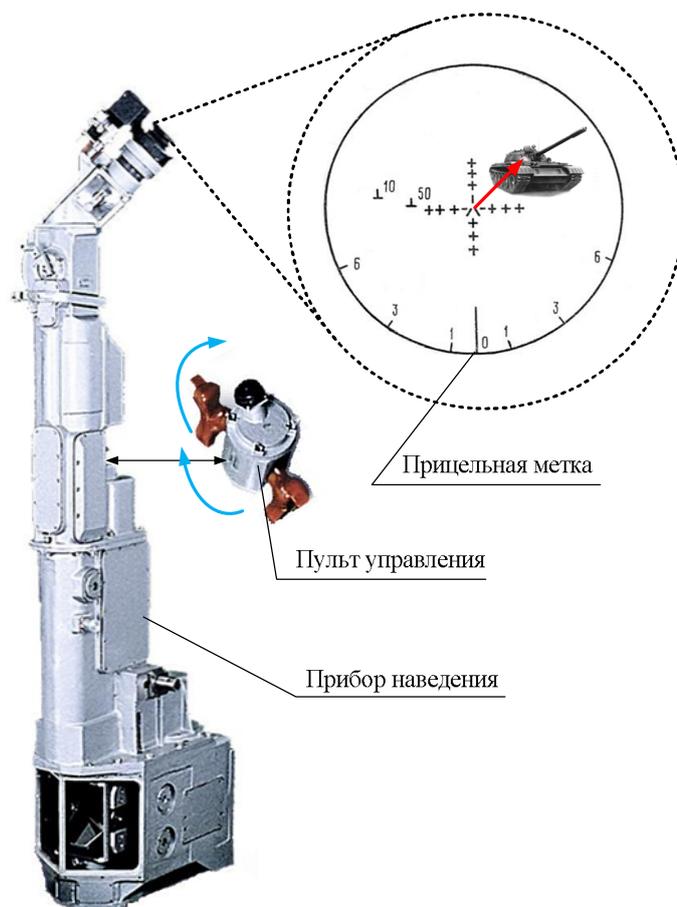


Рис. 1.7. Обзорно-прицельная система «Радуга-Ш» с ручным сопровождением наземной цели

Ручное сопровождение с применением специальных пультов ставит перед летчиком две задачи, которые необходимо решить одновременно – пилотирование ЛА и наведение подвижной марки на ОД [81]. Такая сложная операция перегружает внимание летчика, и он не всегда справляется с подобной задачей, как показал опыт боевого применения управляемых авиационных ракет с лазерными головками самонаведения при подсвете самолетной лазерной станцией «Клен-ПС» [54, 55]. Поэтому, в таком случае, задачи пилотирования и сопровождения распределяются между летчиком и оператором, увеличивая состав экипажа. Применение второго способа ручного сопровождения может также ограничиться конструктивными особенностями ЛА.

В системах ручного сопровождения человек-оператор выступает в качестве задающего устройства: он воспринимает отображаемую на индикаторе ОПС информацию о цели, обрабатывает ее и передает сигнал на устранение рассогласования между центром цели и прицельной меткой. В данном случае для моделирования входных воздействий системы

сопровождения действия человека-оператора (ЧО) можно представить в виде некоторой квазилинейной модели следующего вида [71, 77, 80, 82, 94, 135]:

$$W_{\text{чо}}(s) = \frac{K(T_L s + 1)}{(T_I s + 1)(T_N s + 1)} e^{-\tau s},$$

где K , T_L , τ , T_I , T_N – параметры реагирующего на входное воздействие (сигнал от цели) человека-оператора, определяемые его психофизическими возможностями.

1.3 Системы автосопровождения объектов с летательных аппаратов

Автоматические системы сопровождения применяют сигнал от цели в виде их оптического, инфракрасного или радиолокационного изображения. Это изображение воспринимается задающим устройством системы автосопровождения, в качестве которого на современных ЛА применяются дневные и ночные низкоуровневые телевизионные (ТВ) камеры, тепловизоры, тепlopеленгаторы и радиолокационные станции. Сигнал от ОД, поступая на указанные устройства, обрабатывается для определения его местоположения и параметров движения. Полученная после обработки информация о параметрах движения ОД преобразуется в его угловые координаты и скорости относительно ЛА, которые поступают на вход следящей системы ориентации визирной линии для реализации автосопровождения. Рассмотрим более подробно существующие системы автосопровождения.

1.3.1 Телевизионные системы сопровождения

Основной систем автосопровождения по видеоизображению объекта является ТВ-камера с программно-аппаратным анализатором изображений. В современной авиационной технике применяются дневные и ночные телевизионные камеры, оптический сигнал которых обрабатывается в анализаторе изображений для определения текущих угловых координат объекта действия [45, 46, 68].

Структурную схему телевизионной системы автосопровождения можно представить в следующем общем виде [7, 92, 133]:

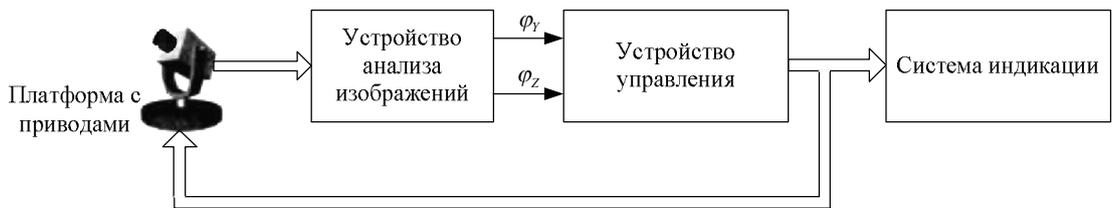


Рис. 1.8. Система телевизионного автосопровождения

В зависимости от способа слежения системы ТВ автосопровождения подразделяются на системы с механическим, оптико-механическим и электронным слежением.

В системах с механическим слежением сопровождение объекта осуществляется поворотом всей ТВ-камеры, что при высоких угловых скоростях линии визирования приводит к большим динамическим ошибкам.

В системах с оптико-механическим слежением для поворота оси поля зрения оптической системы используют призму или зеркало, что при массивной ТВ камере приводит к меньшим динамическим ошибкам, так как указанные оптические элементы могут быть лучше и проще сбалансированы, к тому же они не имеют электрических соединений с другими элементами.

Еще меньшую динамическую ошибку обеспечивают электронные способы слежения, при котором сопровождение происходит с наведением строба (окна слежения) на цель в поле зрения ТВ камеры (рис. 1.9).

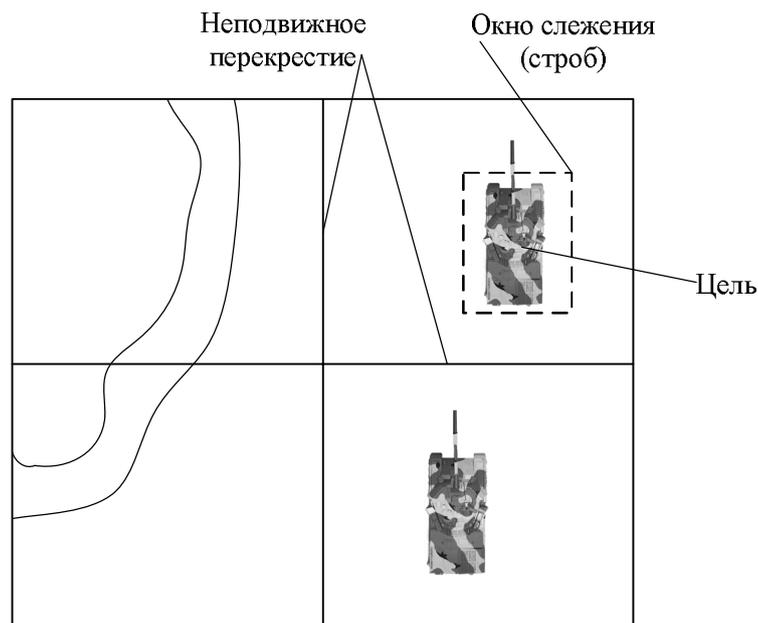


Рис. 1.9. Изображение на системе индикации

В системах ТВ автосопровождения информативным параметром видеосигнала является временной интервал. Обработка видеосигнала в аппаратном анализаторе изображений может вестись тремя методами – амплитудным, логическим и корреляционным. Поэтому по принципу аппаратной реализации анализатора изображения системы ТВ сопровождения в настоящее время подразделяют на [1, 8, 12, 68]:

- следящие системы с амплитудной обработкой видеосигнала;
- системы автосопровождения с логической обработкой видеосигнала;
- следящие системы корреляционного типа.

При аппаратной реализации анализатора обнаружение и распознавание объекта осуществляет человек, а система сопровождения извлекает из видеосигнала информацию о его угловом положении.

С развитием электроники, вычислительной техники, алгоритмов и языков программирования в последнее время анализаторы изображения чаще реализуются в виде программных приложений [115, 119, 143, 147].

С точки зрения разработки следящих систем для сопровождения вызывают интерес системы, реализующие механическое (оптико-механическое) слежение и его комбинации с электронным способом слежения.

1.3.2 Инфракрасные системы сопровождения

В системах тепловидения для выделения объекта на фоне применяется разность в температурах цели и фона. Это позволяет эффективно передать температурный контраст в оптимальных окнах прозрачности атмосферы. Поэтому инфракрасные системы сопровождения могут применяться в любое время суток в неблагоприятных погодных условиях.

В инфракрасных системах тепловидения постоянная составляющая яркости картины (фон) обычно подавляется, благодаря чему достигаются высокие значения контраста изображения [48, 51, 68, 107, 108, 125, 128].

Теплопеленгаторы относятся к классу тепловизионных систем с оптико-электромеханическим устройством строчно-кадрового обзора пространства (рис. 1.10). Они используются в головках самонаведения (ГСН) управляемых авиационных ракет [35, 47, 51, 108], в системах обнаружения тепловых воздушных и морских целей [68], в

оптиколокационных станциях (рис. 1.1) современных истребителей [68] и т.д. Теплопеленгаторы способны различить только местоположение излучения, то есть дают точечное изображение объектов в виде пятна рассеяния на приемнике излучения.

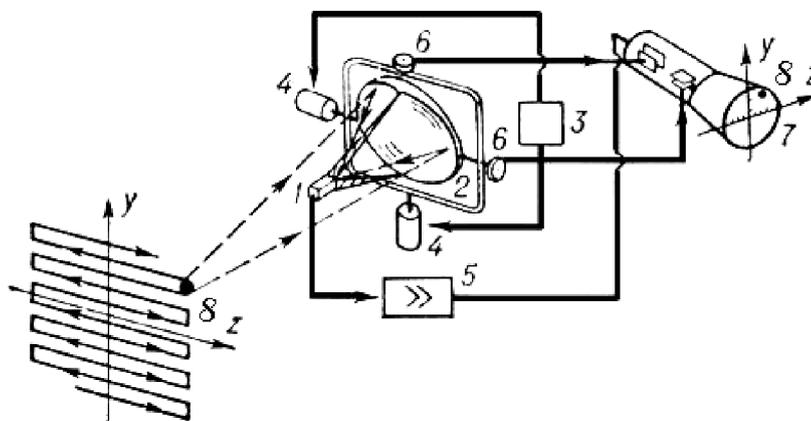


Рис. 1.10. Схема теплопеленгатора:
 1 – приемник теплового излучения, 2 – оптическая система, 3 – блок управления системы сканирования, 4 – приводы системы сканирования, 5 – усилитель электрических сигналов, 6 – датчики углового перемещения, 7 – индикатор, 8 – источник излучения

Для выделения сигнала от цели и определения его местоположения в теплопеленгаторах применяется модуляция потока излучения [47, 67]. Также известны технические решения без модуляции потока излучения, где применяются одноэлементные или многоэлементные приемники [47].

Тепловизор позволяет получить пространственное изображение объекта (рис. 1.11).



Рис. 1.11. Тепловизор и полученное тепловое изображение цели

В тепловизорах обычно применяются матричные приемники лучистой энергии (рис. 1.12) и фотоэлектронные приборы [48, 49, 107, 125]. Рабочий диапазон чувствительности их

приемника лежит в области длин волн 8-14 мкм, в которой находится максимум излучения большинства наземных объектов.

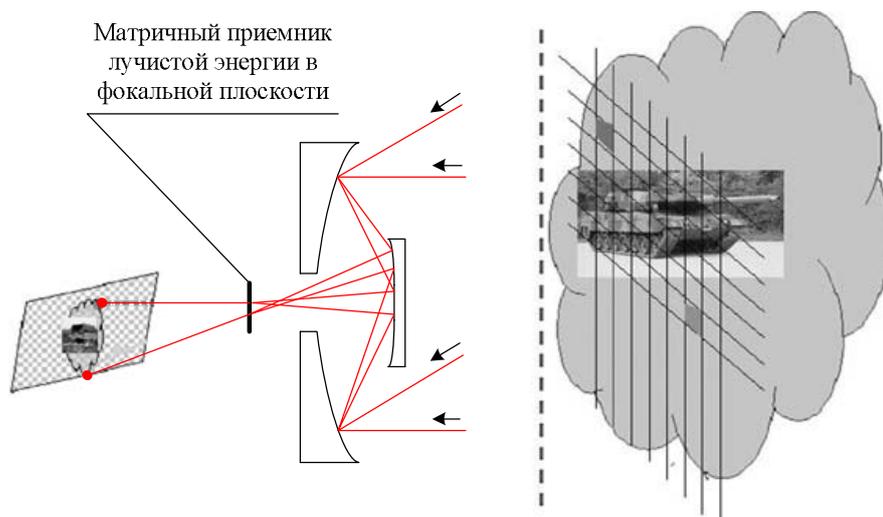


Рис. 1.12. Получение инфракрасного изображения цели в матричном приемнике

Полученные на основе инфракрасного изображения координаты цели преобразуются в управляющие сигналы и применяются для сопровождения наземных объектов.

1.3.3 Радиолокационные системы сопровождения

С применением радиолокационного сигнала в ОПС современных ЛА решаются следующие задачи [4, 5, 11, 33, 52, 58, 76, 95, 96, 144, 152, 153, 157]:

- обнаружение цели, то есть выделение полезного сигнала, отраженного от объекта в принимаемом сигнале;
- разрешение радиолокационных целей, то есть выделение сигналов от нескольких одновременно облучаемых целей в принятом колебании;
- определение параметров движения цели и его координатах.

Основным элементом радиолокационных систем автосопровождения (рис. 1.13) является радиолокационная станция (РЛС). Авиационные РЛС обычно подразделяют на две группы [76, 95, 102, 114, 145]: РЛС класса «воздух-воздух» и «воздух-поверхность». Основной задачей РЛС «воздух-воздух» является обнаружение, измерение координат и параметров движения воздушных целей. РЛС второй группы предназначены для получения

радиолокационного изображения земной поверхности (рис.1.14) или информации о координатах и параметрах движения наземных целей [21, 137].

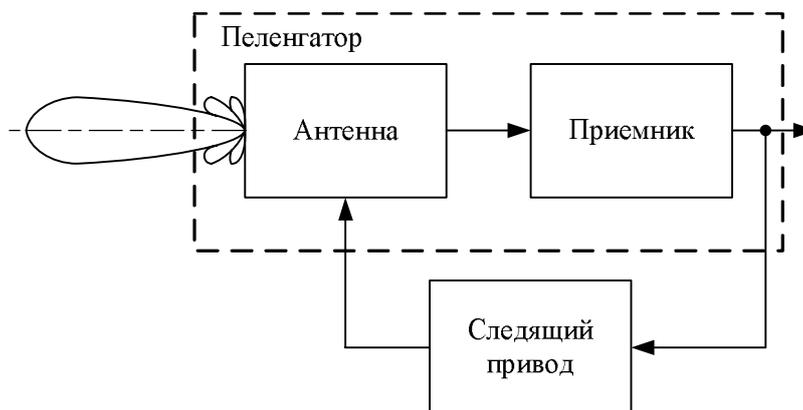


Рис. 1.13. Обобщенная структура радиолокационной системы автосопровождения

Радиолокационные системы автосопровождения применяются как в обзорно-прицельных системах современных ЛА, так и в ГСН управляемых авиационных ракет [6, 21, 63, 149], в системах разведки и мониторинга земной поверхности.

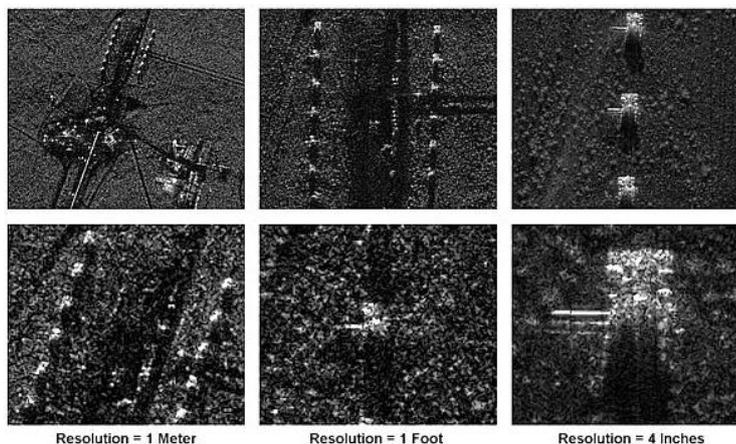


Рис. 1.14. Радиолокационное изображение танков М47 в открытом поле

На основе принятого радиолокационного сигнала в общем случае можно определить такие основные параметры движения цели, как ее угловые координаты, дальность до нее и скорость ее движения. Все эти параметры являются необходимой информацией для сопровождения цели обзорно-прицельной системой.

1.4 Системы программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов

Системы программного сопровождения строятся на основе математических описаний, полученных по предполагаемым законам движения ОД. В основном подобные системы применяются при сопровождении наземных объектов. В качестве гипотетических законов движения в системах программного сопровождения применяются прямолинейное и равномерное движение или неподвижность наземного объекта [3, 26].

В технике известно небольшое количество решений с применением программного сопровождения. В открытой литературе даны только логические описания указанных решений. Ниже будут рассмотрены математические описания, соответствующие указанным в литературе логическим алгоритмам.

На самолете Су-25 имеется режим применения подвижного артиллерийского оружия с горизонтального полета, в котором поворот авиационной пушки производится программно [13, 20]. При этом полет должен происходить на малой постоянной высоте, курсом точно на цель. Решение задачи в этом случае реализуется следующим образом. Пусть ЛА совершает полет с вектором скорости \vec{V} . С учетом этого строится следующая схема:

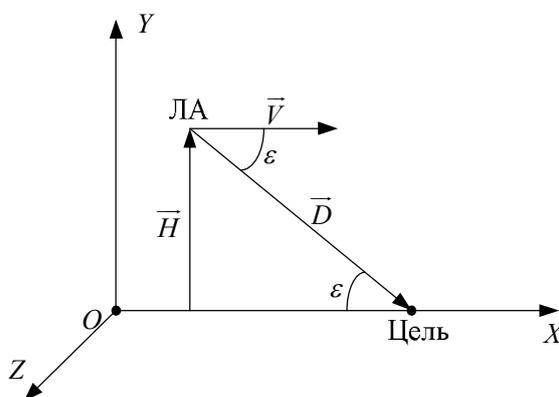


Рис. 1.15. Схема применения программного режима СППУ-22

Из рис. 1.15 легко можно определить значение угла ε :

$$\varepsilon = \arcsin \frac{H}{D},$$

где ε – угол отклонения линии цели относительно горизонта, H – превышение ЛА над целью, D – величина дальности до наземной цели.

Как известно, в полете на ЛА измеряются величины D дальности до наземного объекта и H высоты относительно него. Следовательно, на основе этих измерений вычисляется угол ε в течение всего времени атаки наземного объекта. Преобразованием угла ε в систему координат, связанную с ЛА, и прибавлением к нему баллистических поправок стрельбы получится требуемый угол поворота авиационной пушки съёмной подвижной пушечной установки СППУ-22.

Другое решение основано на применении спутниковой навигации [29, 122], при действии по неподвижной цели. При этом координаты цели вводятся в бортовую цифровую вычислительную машину (БЦВМ) ЛА до полета. По данным спутниковых систем на борту ЛА в каждый момент времени имеются его координаты $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ относительно прямоугольной инерциальной системы $OXYZ$, плоскость OXZ которой является горизонтальной и находится на уровне моря (рис. 1.16). При этом координаты неподвижной цели $x_{ц}$, $y_{ц}$, $z_{ц}$ постоянны во времени и введены до полета в вычислительную машину ЛА.

Через центр масс ЛА строится система координат $O'X_0Y_0Z_0$, параллельная системе координат $OXYZ$ и вводится система отсчета, связанная с вектором дальности до цели \bar{D} $O'X_DY_DZ_D$.

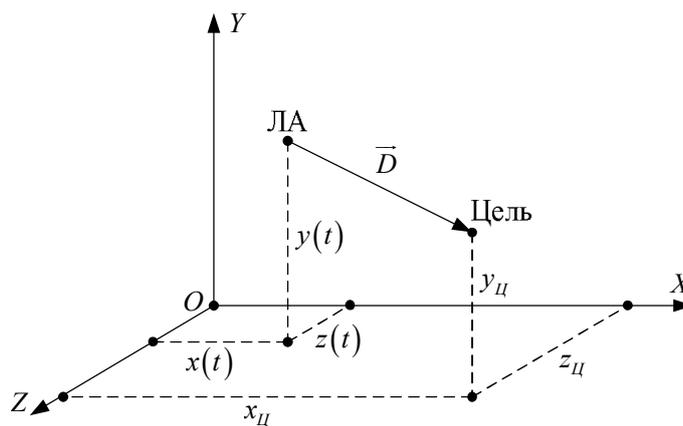


Рис. 1.16. Программное сопровождение неподвижной наземной цели

Система координат $O'X_D Y_D Z_D$ получается из системы $O'X_0 Y_0 Z_0$ двумя поворотами: первый – на угол ν относительно вертикальной оси $O'Y_0$, а второй – на угол μ относительно новой полученной оси $O'Z_D$ (рис. 1.17). С учетом этого вектор дальности в системе координат $O'X_0 Y_0 Z_0$ выражается следующим образом:

$$\vec{D} = D\vec{X}_D^0 = D \cos \nu \cos \mu \cdot \vec{X}_0^0 - D \sin \mu \cdot \vec{Y}_0^0 + D \sin \nu \cos \mu \cdot \vec{Z}_0^0,$$

где D – величина вектора дальности до цели, $\vec{X}_D^0, \vec{X}_0^0, \vec{Y}_0^0, \vec{Z}_0^0$ – орты осей $O'X_D, O'X_0, O'Y_0, O'Z_0$ соответственно.

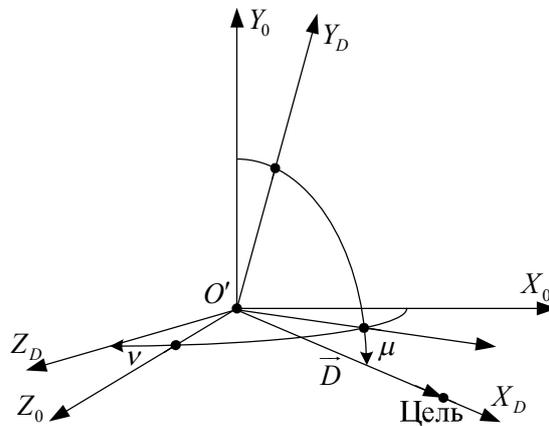


Рис. 1.17. Взаимная ориентация систем координат $O'X_0 Y_0 Z_0$ и $O'X_D Y_D Z_D$

Проекции вектора дальности на оси системы координат $O'X_0 Y_0 Z_0$ и параллельной ей системы $OXYZ$ будут одинаковы:

$$\begin{cases} D \cos \nu \cos \mu = x_{ц} - x(t), \\ -D \sin \mu = y_{ц} - y(t), \\ D \sin \nu \cos \mu = z_{ц} - z(t). \end{cases}$$

Определением из полученных выражений углов ν и μ , а величину вектора дальности по координатам самолета и цели, получается:

$$\begin{cases} \nu = \arcsin \frac{z_{ц} - z(t)}{D \cos \mu}, \\ \mu = \arcsin \frac{y(t) - y_{ц}}{D}, \\ D = \sqrt{(x_{ц} - x(t))^2 + (y_{ц} - y(t))^2 + (z_{ц} - z(t))^2}. \end{cases}$$

Значения углов ν и μ , выражаемых зависимостью представленной выше преобразованием в рабочую систему координат ОПС производятся отклонения визирной линии при сопровождении наземной цели.

На самолетах Су-24, МиГ-27К устанавливалась лазерно-телевизионная прицельная система (ЛТПС) «Кайра». В указанной системе кроме ручного управления визирной линией предполагалось применение режима программно-корректируемого сопровождения наземной цели [55, 56, 62, 65, 68, 84]. Обнаружив цель и осуществив привязку к ней, летчик включал режим программно-корректируемого слежения. При этом визирная линия автоматически отклонялась с помощью БЦВМ на определенный угол в зависимости от скорости полета ЛА и постоянно держалась на объекте действия.

Для непрерывного во времени наведения визирной линии на неподвижную относительно земной поверхности точку необходимо учитывать не только воздушную скорость ЛА \vec{V} (скорость ЛА относительно воздуха), но и скорость ветра \vec{U} (скорость наземной цели относительно воздушного пространства).

В неподвижной горизонтированной системы координат $OXYZ$, связанной с воздушным пространством (рис. 1.18), неподвижный наземный объект имеет скорость $\vec{V}_{ц}$, равную по величине скорости ветра и направленную в противоположную сторону:

$$\vec{V}_{ц} = -\vec{U}.$$

Построением на борту ЛА системы координат $O'X_0Y_0Z_0$, параллельной системе $OXYZ$, и системы координат, связанной с вектором дальности \vec{D} $O'X_DY_DZ_D$, последняя выражается двумя поворотами из системы координат $O'X_0Y_0Z_0$ аналогично описанному выше способу (рис. 1.17).

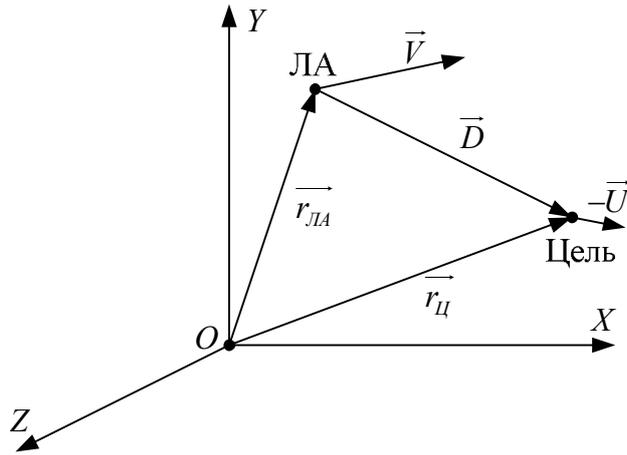


Рис. 1.18. К определению воздушной скорости цели

Движение линии, соединяющей ЛА с целью, можно определить из рис. 1.18:

$$\vec{r}_{Ц} = \vec{r}_{ЛА} + \vec{D},$$

где $\vec{r}_{Ц}$ – радиус вектор цели относительно неподвижно точки O , $\vec{r}_{ЛА}$ – радиус вектор ЛА относительно той же точки.

Дифференцированием обеих частей приведенного выше уравнения по времени получается:

$$\vec{V}_{Ц} = \vec{V} + \dot{\vec{D}}, \quad (1.1)$$

где $\dot{\vec{D}}$ – первая производная вектора дальности по времени.

Из теоретической механики известно, что производная вектора в абсолютной системе координат выражается через сумму производной в относительной системе координат и векторного произведения угловой скорости этой относительной системы с самим вектором. С учетом сказанного первая производная вектора дальности по времени в системе координат $O'X_D Y_D Z_D$ будет:

$$\dot{\vec{D}} = \frac{d\vec{D}}{dt} + \vec{\omega}_D \times \vec{D} = \dot{D} \vec{X}_D^0 + \begin{vmatrix} \vec{X}_D^0 & \vec{Y}_D^0 & \vec{Z}_D^0 \\ \omega_{XD} & \omega_{YD} & \omega_{ZD} \\ D & 0 & 0 \end{vmatrix} = \dot{D} \vec{X}_D^0 + \omega_{ZD} D \vec{Y}_D^0 - \omega_{YD} D \vec{Z}_D^0.$$

Скорость ветра обычно считается горизонтальной и в системе координат $OXYZ$ определяется по двум проекциям:

$$\vec{U} = U_x \vec{X}^0 + U_z \vec{Z}^0,$$

где \vec{X}^0, \vec{Z}^0 – орты осей OX и OZ соответственно.

Имея углы атаки, скольжения, крена, тангажа и рысканья на борту ЛА легко определяются проекции его воздушной скорости на оси горизонтированной системы координат V_x, V_y, V_z .

Проецированием выражения (1.1) на оси горизонтированной системы координат, преобразованием полученных уравнений в систему координат, связанной с вектором дальности, и переносом проекций производной вектора дальности в левые части получается:

$$\begin{cases} \dot{D} = -(U_x + V_x) \cos \nu \cos \mu + V_y \sin \mu - (U_z + V_z) \sin \nu \cos \mu, \\ \omega_{zD} D = -(U_x + V_x) \cos \nu \sin \mu - V_y \cos \mu - (U_z + V_z) \sin \nu \sin \mu, \\ \omega_{yD} D = -(U_x + V_x) \sin \nu + (U_z + V_z) \cos \nu. \end{cases} \quad (1.2)$$

Угловая скорость линии цели $\vec{\omega}_D$ при этом выражается следующим образом:

$$\vec{\omega}_D = -\dot{\nu} \vec{Y}^0 - \dot{\mu} \vec{Z}_D^0 = -\dot{\nu} \left(-\sin \mu \vec{X}_D^0 + \cos \mu \vec{Y}_D^0 \right) - \dot{\mu} \vec{Z}_D^0,$$

$$\vec{\omega}_D = \omega_{xD} \vec{X}_D^0 + \omega_{yD} \vec{Y}_D^0 + \omega_{zD} \vec{Z}_D^0.$$

На основе записанных выражений получаются проекции угловой скорости на оси системы координат $O'X_D Y_D Z_D$:

$$\begin{cases} \omega_{xD} = \dot{\nu} \sin \mu, \\ \omega_{yD} = -\dot{\nu} \cos \mu, \\ \omega_{zD} = -\dot{\mu}. \end{cases}$$

Подстановкой значений величин ω_{yD} , ω_{zD} в выражения (1.2), получается:

$$\begin{cases} \dot{D} = -(U_x + V_x) \cos \nu \cos \mu + V_y \sin \mu - (U_z + V_z) \sin \nu \cos \mu, \\ \dot{\mu} = \frac{(U_x + V_x) \cos \nu \sin \mu + V_y \cos \mu + (U_z + V_z) \sin \nu \sin \mu}{D}, \\ \dot{\nu} = \frac{(U_x + V_x) \sin \nu - (U_z + V_z) \cos \nu}{D \cos \mu}. \end{cases} \quad (1.3)$$

Решением системы дифференциальных уравнений (1.3) в каждый момент времени получают значения углов ν и μ , преобразовав которые в рабочую систему координат ОПС производится программное сопровождение цели.

Реализация описанного выше математического решения в ЛТПС «Кайра», называемая программно-корректируемым слежением (ПКС), рассматривалась в качестве основного режима сопровождения наземной цели. Однако оказалось, что режим ПКС недостаточно эффективен из-за ограниченного быстродействия БЦВМ ЛА и недостатков программных алгоритмов. Удерживать подвижную марку на цели при этом летчику приходилось вручную. Вместо ПКС в ЛТПС «Кайра» далее был реализован режим автосопровождения цели [62, 84].

В литературе дано, что программно-корректируемое сопровождение наземной цели в радиолокационном прицельном комплексе (РЛПК) «Копье» и оптико-электронном прицельном комплексе (ОЭПК) «Шквал» при потере сигнала цели производится запоминанием угловой скорости линии визирования [22, 39, 40, 86]. Управление визирной линией осуществляется по постоянной угловой скорости до тех пор, пока снова не будет обнаружен объект действия.

На поворотном зеркале оптической системы «Шквал» или радиолокаторе «Копье» установлены датчики угловых скоростей (ДУС), на основе измерений которых определяются параметры вращения визирной линии в системе координат, связанной с ЛА, на этапе автосопровождения наземной цели. При потере сигнала от объекта действия запомненное значение угловой скорости подается на управление визирной линией до момента повторного обнаружения наземной цели.

На самолете Су-25СМ имеется режим программно-корректируемого сопровождения наземной цели [13, 64, 85]. Для наведения управляемых ракет с горизонтального полета применяется лазерная станция подсвета и дальнометрирования (ЛСПД) «Клен», которая с помощью режима точного программно-корректируемого сопровождения осуществляет подсвет цели.

С расчетом на горизонтальный полет ЛА следует составить схему, описанную выше на рис. 1.15. Определением проекции вектора скорости ЛА на линию цели и перпендикулярную ей линию получается следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{D} = -V \cos \varepsilon, \\ \dot{\varepsilon} = \frac{V \sin \varepsilon}{D}. \end{cases} \quad (1.4)$$

Решением системы дифференциальных уравнений (1.4) непрерывно во времени определяется значение угла ε . Преобразованием этого угла в систему координат, связанную с ЛА, визирная линия отклоняется в требуемое положение.

Для подсвета управляемому оружию с лазерным наведением на некоторых самолетах подвешивается контейнер с ЛСПД «ATLIS» (Automatic Tracking Laser Illumination System) французского производства (рис. 1.19). После осуществления привязки к цели летчиком лазерный луч станции «ATLIS» остается наведенным на объект действия без вмешательства человека, на основе применения инерциальной навигации [98, 159].



Рис. 1.19. Подвесная лазерная станция подсвета и дальнометрирования «ATLIS» на самолете Super Entendard

Логика решения задачи в данном случае позволяет сделать следующий вывод. В начальный момент, когда летчик осуществляет привязку к цели, на борту ЛА определяются угловые координаты объекта атаки β , ε относительно системы координат $O'X_1Y_1Z_1$, связанной с ЛА, и величина дальности D (рис. 1.20). Также известны координаты ЛА в инерциальной системе координат – $x(t=0)$, $y(t=0)$, $z(t=0)$.

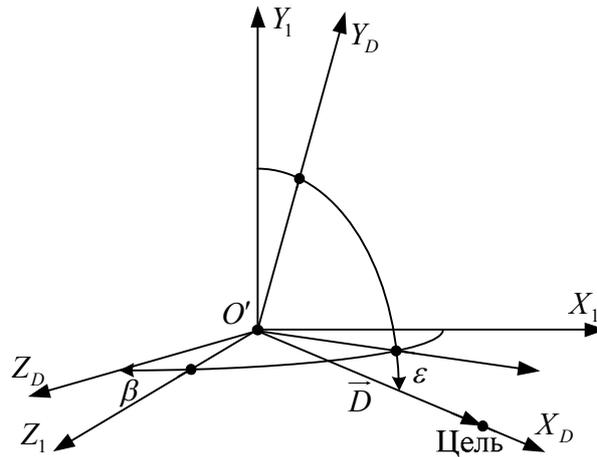


Рис. 1.20. Привязка к цели с помощью ОПС

Координаты цели в инерциальной системе отсчета определяются с помощью ее координат в связанной с ЛА системе:

$$\vec{D} = D\vec{X}_D^0 = D \cos \beta \cos \varepsilon \cdot \vec{X}_1^0 - D \sin \varepsilon \cdot \vec{Y}_1^0 + D \sin \beta \cos \varepsilon \cdot \vec{Z}_1^0.$$

В полученном выражении преобразованием ортов \vec{X}_1^0 , \vec{Y}_1^0 , \vec{Z}_1^0 связанной с ЛА системы координат в орты горизонтированной \vec{X}_0^0 , \vec{Y}_0^0 , \vec{Z}_0^0 вычисляются проекции вектора дальности на оси инерциальной системы координат D_x , D_y , D_z . Как известно проекция вектора на ось есть разность координат его конца и начала на той же оси. Следовательно, координаты цели в начальный момент времени определяются по формулам:

$$\begin{cases} x_{ц} = x(t=0) + D_x, \\ y_{ц} = y(t=0) + D_y, \\ z_{ц} = z(t=0) + D_z. \end{cases}$$

Так как значения $x_{Ц}$, $y_{Ц}$, $z_{Ц}$ являются постоянными (цель неподвижна относительно земной поверхности), задача управления визирной линией решается по методу, описанному выше применительно к спутниковой радионавигационной системе.

Таким образом, несмотря на различные методы построения программного сопровождения, все они реализуются с применением некоторой информации о параметрах движения собственного ЛА и на основе определенного предположения о характере движения цели. Построенная по этому принципу автономная система выдает угловые координаты цели без наличия обратной связи с последней. Следовательно, программное сопровождение на основе этих углов по точности уступает системам автосопровождения и ручного сопровождения и может быть применена лишь на короткие промежутки времени в комплексе с указанными способами слежения.

1.5 Задача управления в системах сопровождения и проблемы ее реализации в условиях полета

В рамках данной работы рассматривается задача разработки методов проектирования систем сопровождения летательных аппаратов вне зависимости от вида задающего устройства и способа образования сигналов управления в нем.

В рассмотренных системах сопровождения единственным отличием является способ получения информации о цели. При этом принцип сопровождения цели для всех указанных систем практически один и тот же. Следовательно, структуру систем сопровождения вне зависимости от способа получения информации от цели можно рассмотреть обобщенно, а разработанные методы их проектирования применять для большинства указанных выше систем.

Задача управления в системах сопровождения заключается в организации процесса точной отработки замкнутым контуром управления (рис. 1.3) сигналов, вырабатываемых задающим устройством системы. Главным элементом в указанном контуре, обозначенном выше как следящая система ориентации визирной линии, является исполнительный электродвигатель. Поэтому исследование динамики системы сопровождения и, следовательно, всего процесса управления можно привести к анализу функционирования электродвигателя с учетом условий полета ЛА и связанных с ними внешними

возмущениями, организации преобразований сигналов управления для подачи на его вход и взаимного влияния каналов управления. Анализ динамики системы в условиях полета ЛА является весьма трудной задачей. Трудности заключаются в отсутствии математических описаний влияния перегрузок и вибраций на точность работы измерительно-информационного и исполнительного оборудования и практической сложностью проведения экспериментов для получения подобных моделей.

Необходимо указать, что одним из главных источников неопределенностей в динамике системы сопровождения являются обобщенные силы сухого трения.

В настоящее время существует множество моделей учета сухого трения [97, 106, 109, 123, 132, 141, 156] и методов его компенсации (рис. 1.21).

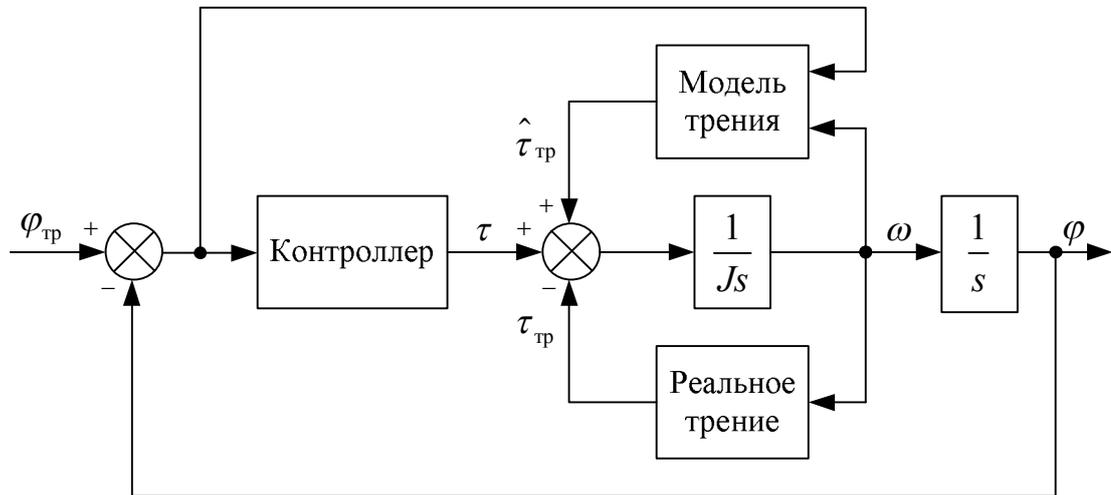


Рис. 1.21. Схема компенсации сухого трения

Классические модели трения в элементах конструкции механических систем можно представить следующими графическими зависимостями (рис. 1.22).

В работах [97, 141] дан обзор различных моделей трения и проведена их сравнительная оценка по степени компенсации этих сил в механических системах. Однако ни одна из рассмотренных моделей не учитывает влияние перегрузок на силы сухого трения. Применение различных методов компенсации дает удовлетворительные результаты [97, 141] в наземных условиях. Однако в полете, при действии положительных перегрузок, компенсация по известным моделям может быть недостаточной, а при близких к нулевым и отрицательных перегрузках может проявиться эффект перекомпенсации, что приведет к

потере устойчивости системы и автоколебаниям [24]. Для предотвращения подобных явлений необходимо построение регуляторов системы на основе современных методов робастного управления.

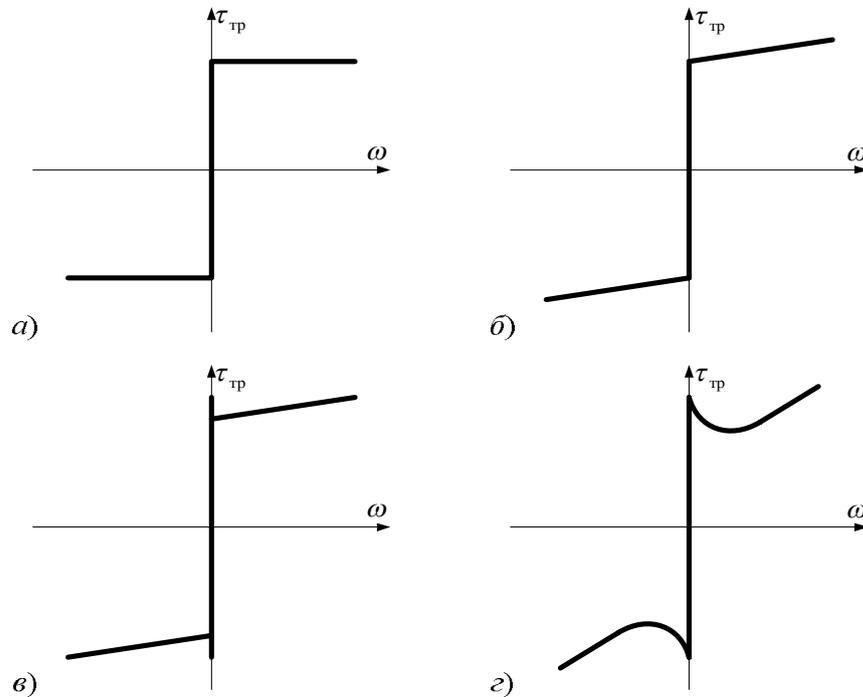


Рис. 1.22. Классические модели обобщенных сил трения:
 а) сухое трение, б) сухое и вязкое трение, в) трение покоя,
 сухое и вязкое трение, г) модель трения Штрибека

На начальном этапе для исследования свойств системы сопровождения, как системы автоматического управления (САУ), построены математические описания и структурные схемы составных элементов и всей системы в простом виде. После чего рассматриваются соответствующие модели и схемы системы в более усложненном виде.

1.6 Выводы к первой главе

1. В настоящее время применяются высокоточные и надежные алгоритмы и решения для реализации процесса слежения. Высокие темпы развития наблюдаются в основном в области построения задающих устройств систем автосопровождения, то есть методов и средств получения информации о цели. Вместе с системами автосопровождения

применяются также системы ручного и программного сопровождения, дополняя друг друга в особых случаях, чем повышается надежность слежения за целями в обзорно-прицельных комплексах современных летательных аппаратов.

2. Обзор литературы показал, что по структуре указанные системы сопровождения не имеют отличий. Единственное различие – это вид задающего устройства и способы образования сигналов управления в нем. Иными словами, с точки зрения автоматического управления, анализ и синтез систем сопровождения можно рассмотреть для общего случая, не учитывая структуру задающего устройства.

3. Реализация автоматического управления в процессе слежения за целью в условиях полета связана с задачей учета неопределенностей, возникающих в структуре системы. В основном эти неопределенности обусловлены силами сухого трения в элементах конструкции механической системы, оценка которых в полетных условиях является весьма трудной задачей. Обзор существующих методов компенсации сухого трения показал ограниченность их применения на летательных аппаратах.

Анализ литературы позволил представить задачу проектирования систем сопровождения в общем виде, выявить требуемые направления исследований, пути решения предложенных задач и необходимость применения современных методов теории робастного управления.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАНАЛА СИСТЕМЫ СОПРОВОЖДЕНИЯ

Для анализа системы сопровождения рассмотрены ее структура, математическая модель и модели ее составных элементов. Чем более реалистична составленная модель системы, тем более достоверны результаты ее исследования, что, в свою очередь, влияет на ее проектирование и техническую реализацию. С другой стороны, учет большого количества факторов может существенно усложнить модель системы до такой степени, что ее будет очень сложно реализовать даже на современных вычислительных машинах. Следовательно, математическую модель системы сопровождения и ее элементов целесообразно составлять с учетом лишь существенных факторов.

Далее рассмотрим модели составных элементов системы сопровождения, на основе которых будут проведены анализ и синтез робастной системы сопровождения.

2.1 Вывод уравнений угловых перемещений наземных целей относительно летательного аппарата

В теории автоматического управления для исследования систем на их вход подаются типовые тестовые воздействия в виде ступенчатых, синусоидальных, полиномиальных или δ -функций [59]. Однако для полноты картины в случае исследования системы сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов входное воздействие следует привязать с параметрами полета и характером движения сопровождаемого объекта, то есть получить функцию времени, достаточно точно описывающую угловое перемещение объекта действия относительно борта летательного аппарата. Для этого целесообразно выполнять натурные эксперименты с соответствующей аппаратурой в условиях полета ЛА. Однако имея в виду сложности, связанные с реализацией подобного рода испытаний, удобно определить функцию, которая будет описывать движение наземного объекта относительно ЛА в общем случае.

Входное воздействие на систему сопровождения поступает от задающего устройства, основная функция которого – измерение угловых координат объекта и подача их на следящую систему для реализации сопровождения. Следовательно, математическую модель

задающего устройства можно задать некоторой теоретической зависимостью угловых координат ОД от времени.

2.1.1 Исходные положения для вывода уравнений относительного движения наземных целей

Для описания движения объектов относительно ЛА применяется закон изменения вектора дальности во времени [3]. Этот закон часто применяется при организации процессов программного сопровождения различных объектов с ЛА.

Если рассмотреть движение ЛА и наземного объекта относительно неподвижной точки O в воздушном пространстве, то вектор дальности можно выразить через их радиус-векторы (рис. 2.1).

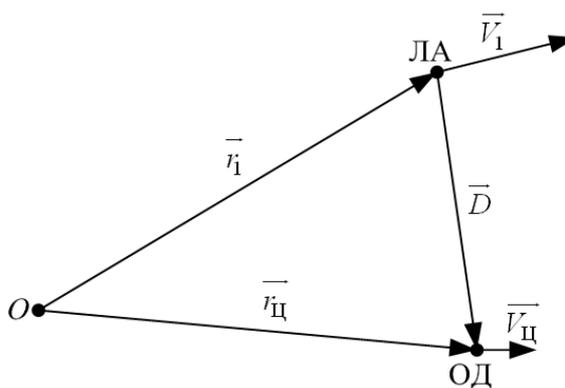


Рис. 2.1. Определение вектора дальности до цели

Пусть имеется наземный объект, который движется относительно воздушного пространства со скоростью $\vec{V}_{ц}$. Для определения этой скорости на борту ЛА, совершающего полет со скоростью \vec{V}_1 , справедлива следующая формула:

$$\vec{V}_{ц} = \vec{V}_1 + \dot{\vec{D}}, \quad (2.1)$$

где $\dot{\vec{D}}$ – первая производная вектора дальности по времени (скорость сближения с объектом действия).

Из выражения (2.1) дифференцированием по времени можно получить следующее векторное уравнение для ускорений наземного объекта $\vec{j}_{Ц}$ и ЛА \vec{j}_1 :

$$\vec{j}_{Ц} = \vec{j}_1 + \ddot{\vec{D}}. \quad (2.2)$$

Для большинства наземных объектов справедливо предположение о равномерности и прямолинейности их движения [3]. Из сказанного следует, что в выражении (2.2) ускорение наземного объекта должно быть равным нулю ($\vec{j}_{Ц} = \vec{0}$). Следовательно, из уравнения (2.2) можно определить угловую скорость вектора дальности и угловые координаты наземного объекта. Таким образом, решением уравнения (2.2) при условии $\vec{j}_{Ц} = \vec{0}$ можно найти некоторую зависимость угловых координат ОД от времени.

2.1.2 Реализация уравнений относительных перемещений наземной цели на основе угловых координат

Введем связанную с вектором дальности стабилизированную по крену лучевую систему координат $Ox_D Y_D Z_D$ (рис. 2.2), определяемую в связанной с ЛА системе координат $Ox_1 Y_1 Z_1$ тремя поворотами: первый – на угол γ противоположно направлению крена ЛА вокруг оси Ox_1 , второй – на угол φ_r вокруг полученной после первого поворота оси OY' и третий – на угол φ_B вокруг образованной после второго поворота оси OZ_D .

Для производных вектора дальности по времени в связанной с ним системе координат $Ox_D Y_D Z_D$ справедливы выражения [66]:

$$\dot{\vec{D}} = \frac{d\vec{D}}{dt} + \vec{\omega}_D \times \vec{D},$$

$$\ddot{\vec{D}} = \frac{d\dot{\vec{D}}}{dt} + \vec{\omega}_D \times \dot{\vec{D}},$$

где $\vec{\omega}_D$ – угловая скорость вектора дальности.

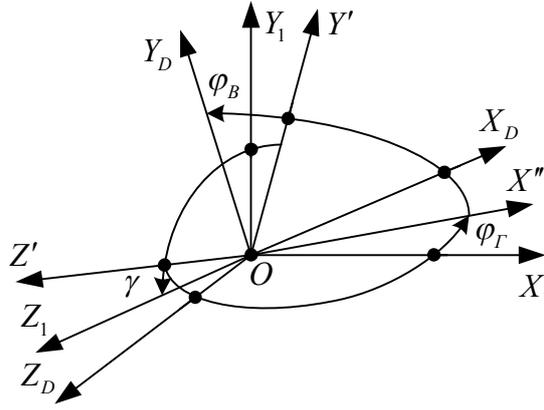


Рис. 2.2. Получение лучевой системы координат из связанной с центром масс ЛА системы

Во введенной ЛСК проекции вектора дальности \vec{D} равны $D_{XD} = D$, $D_{YD} = D_{ZD} = 0$, а угловой скорости $\vec{\omega}_D - \omega_{XD} = 0$, так как вращения вокруг оси OX_D система координат $OX_D Y_D Z_D$ не имеет. Следовательно, указанные производные будут выглядеть следующим образом:

$$\dot{\vec{D}} = \dot{D}_{XD} \vec{X}_D^0 + \dot{D}_{YD} \vec{Y}_D^0 + \dot{D}_{ZD} \vec{Z}_D^0 + \begin{vmatrix} \vec{X}_D^0 & \vec{Y}_D^0 & \vec{Z}_D^0 \\ \omega_{XD} & \omega_{YD} & \omega_{ZD} \\ D_{XD} & D_{YD} & D_{ZD} \end{vmatrix},$$

$$\ddot{\vec{D}} = \ddot{D}_{XD} \vec{X}_D^0 + \ddot{D}_{YD} \vec{Y}_D^0 + \ddot{D}_{ZD} \vec{Z}_D^0 + \begin{vmatrix} \vec{X}_D^0 & \vec{Y}_D^0 & \vec{Z}_D^0 \\ \omega_{XD} & \omega_{YD} & \omega_{ZD} \\ \dot{D}_{XD} & \dot{D}_{YD} & \dot{D}_{ZD} \end{vmatrix}.$$

Откуда, с учетом приведенных выше значений проекций, получится:

$$\dot{\vec{D}} = \dot{D} \vec{X}_D^0 + (\omega_{ZD} D) \vec{Y}_D^0 - (\omega_{YD} D) \vec{Z}_D^0.$$

Тогда, с учетом последнего,

$$\ddot{\bar{D}} = \ddot{\bar{D}} \bar{X}_D^0 + (\omega_{ZD} \dot{D}) \bar{Y}_D^0 - (\omega_{YD} \dot{D}) \bar{Z}_D^0 + \begin{vmatrix} \bar{X}_D^0 & \bar{Y}_D^0 & \bar{Z}_D^0 \\ 0 & \omega_{YD} & \omega_{ZD} \\ \dot{D} & \omega_{ZD} D & -\omega_{YD} D \end{vmatrix}.$$

Окончательно, вторая производная вектора дальности по времени получится в виде:

$$\ddot{\bar{D}} = \left(\ddot{\bar{D}} - \omega_{YD}^2 D - \omega_{ZD}^2 D \right) \bar{X}_D^0 + \left((\omega_{ZD} \dot{D}) + \omega_{ZD} \dot{D} \right) \bar{Y}_D^0 - \left((\omega_{YD} \dot{D}) + \omega_{YD} \dot{D} \right) \bar{Z}_D^0.$$

Спроецируем на те же оси векторное уравнение взаимосвязи ускорений цели и ЛА:

$$j_{\text{ЦХД}} = j_{1\text{ХД}} + \ddot{D}_{\text{ХД}},$$

$$j_{\text{ЦYД}} = j_{1\text{YД}} + \ddot{D}_{\text{YД}},$$

$$j_{\text{ЦZД}} = j_{1\text{ZД}} + \ddot{D}_{\text{ZД}}.$$

С учетом предыдущего выражения и предположения о том, что ОД движется с постоянной скоростью, получим следующие соотношения:

$$\ddot{D} = -j_{1\text{ХД}} + D(\omega_{YD}^2 + \omega_{ZD}^2),$$

$$(\omega_{ZD} \dot{D}) + \omega_{ZD} \dot{D} = -j_{1\text{YД}},$$

$$(\omega_{YD} \dot{D}) + \omega_{YD} \dot{D} = j_{1\text{ZД}}.$$

Поделив первое уравнение полученного соотношения на величину D и умножив и поделив вторые члены левых частей второго и третьего уравнений того же выражения на то же значение D , с применением обозначений $\omega_{ZD} = \omega_B$ и $\omega_{YD} = \omega_\Gamma$, получаем:

$$\frac{\ddot{D}}{D} = -\frac{1}{D} j_{1\text{ХД}} + \omega_\Gamma^2 + \omega_B^2,$$

$$(\omega_B \dot{D}) + (\omega_\Gamma \dot{D}) \frac{D}{D} = -j_{1\text{YД}},$$

$$(\omega_r \dot{D}) + (\omega_r D) \frac{\dot{D}}{D} = j_{1zD}.$$

Отношение второй производной по времени величины вектора дальности к его модулю можно выразить следующим образом:

$$\frac{\ddot{D}}{D} = \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) + \left(\frac{\dot{D}}{D} \right)^2.$$

Тогда, с учетом последнего преобразования, получится:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) + \left(\frac{\dot{D}}{D} \right)^2 = -\frac{1}{D} j_{1xD} + \omega_r^2 + \omega_B^2, \\ (\omega_B \dot{D}) + (\omega_B D) \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) = -j_{1yD}, \\ (\omega_r \dot{D}) + (\omega_r D) \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) = j_{1zD}. \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Очевидно, что

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{D} = \left(\frac{\dot{D}}{D} \right) D, \\ \omega_B = \frac{(\omega_B D)}{D}, \\ \omega_r = \frac{(\omega_r D)}{D}. \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Угловую скорость ЛСК $\vec{\omega}_D$ можно выразить следующим образом:

$$\vec{\omega}_D = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_D^1, \quad (2.5)$$

где $\overline{\omega}_1$ – угловая скорость связанной системы координат (ЛА), $\overline{\omega}_D^1$ – угловая скорость лучевой СК относительно связанной, которая обусловлена поворотами на необходимые углы для получения ЛСК из связанной системы координат:

$$\overline{\omega}_D^1 = -\dot{\gamma} \overline{X}_1^0 + \dot{\varphi}_\Gamma \overline{Y}_1^0 + \dot{\varphi}_B \overline{Z}_D^0.$$

Угловая скорость ЛА (связанной системы координат) измеряется на борту и представляется в виде:

$$\overline{\omega}_1 = \omega_{1X1} \overline{X}_1^0 + \omega_{1Y1} \overline{Y}_1^0 + \omega_{1Z1} \overline{Z}_1^0,$$

где ω_{1X1} , ω_{1Y1} , ω_{1Z1} – составляющие угловой скорости самолета по осям связанной системы координат, измеряемые датчиками угловых скоростей.

Определив проекции этих угловых скоростей на оси ЛСК $OX_D Y_D Z_D$ применением матрицы преобразования координат

$$A_1^D = \begin{bmatrix} \cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B & -\cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B & \sin \varphi_\Gamma \\ \cos \gamma \sin \varphi_B - \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B & \cos \gamma \cos \varphi_B + \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B & \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma \\ -\sin \gamma \sin \varphi_B - \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B & -\sin \gamma \cos \varphi_B + \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B & \cos \gamma \cos \varphi_\Gamma \end{bmatrix},$$

получим:

$$\begin{aligned} \overline{\omega}_D^1 &= -\dot{\gamma} \overline{X}_1^0 + \dot{\varphi}_\Gamma \left(\sin \varphi_B \overline{X}_D^0 + \cos \varphi_B \overline{Y}_D^0 \right) + \dot{\varphi}_B \overline{Z}_D^0 = -\dot{\gamma} \left(\cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \overline{X}_D^0 - \right. \\ &\quad \left. -\cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \overline{Y}_D^0 + \sin \varphi_\Gamma \overline{Z}_D^0 \right) + \dot{\varphi}_\Gamma \left(\sin \varphi_B \overline{X}_D^0 + \cos \varphi_B \overline{Y}_D^0 \right) + \dot{\varphi}_B \overline{Z}_D^0 = \\ &= \left(-\dot{\gamma} \cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B + \dot{\varphi}_\Gamma \sin \varphi_B \right) \overline{X}_D^0 + \left(\dot{\gamma} \cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B + \dot{\varphi}_\Gamma \cos \varphi_B \right) \overline{Y}_D^0 + \\ &\quad + \left(-\dot{\gamma} \sin \varphi_\Gamma + \dot{\varphi}_B \right) \overline{Z}_D^0, \end{aligned}$$

откуда,

$$\overline{\omega}_D^1 = \left(-\dot{\gamma} \cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B + \dot{\varphi}_\Gamma \sin \varphi_B \right) \overline{X}_D^0 + \left(\dot{\gamma} \cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B + \dot{\varphi}_\Gamma \cos \varphi_B \right) \overline{Y}_D^0 + \left(-\dot{\gamma} \sin \varphi_\Gamma + \dot{\varphi}_B \right) \overline{Z}_D^0$$

и

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_1 = & \omega_{1X1} \vec{X}_1^0 + \omega_{1Y1} \vec{Y}_1^0 + \omega_{1Z1} \vec{Z}_1^0 = \omega_{1X1} \left(\cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \vec{X}_D^0 - \cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \vec{Y}_D^0 + \sin \varphi_\Gamma \vec{Z}_D^0 \right) + \\
& + \omega_{1Y1} \left(\left(\cos \gamma \sin \varphi_B - \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \right) \vec{X}_D^0 + \left(\cos \gamma \cos \varphi_B + \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \right) \vec{Y}_D^0 + \right. \\
& + \left. \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma \vec{Z}_D^0 \right) + \omega_{1Z1} \left(\left(-\sin \gamma \sin \varphi_B - \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \right) \vec{X}_D^0 + \left(-\sin \gamma \cos \varphi_B + \right. \right. \\
& + \left. \left. \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \right) \vec{Y}_D^0 + \cos \gamma \cos \varphi_\Gamma \vec{Z}_D^0 \right) = \left(\omega_{1X1} \cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B + \omega_{1Y1} \left(\cos \gamma \sin \varphi_B - \right. \right. \\
& - \left. \left. \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \right) - \omega_{1Z1} \left(\sin \gamma \sin \varphi_B + \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \right) \right) \vec{X}_D^0 + \left(-\omega_{1X1} \cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B + \right. \\
& + \omega_{1Y1} \left(\cos \gamma \cos \varphi_B + \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \right) - \omega_{1Z1} \left(\sin \gamma \cos \varphi_B - \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \right) \left. \right) \vec{Y}_D^0 + \\
& + \left(\omega_{1X1} \sin \varphi_\Gamma + \omega_{1Y1} \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma \cos \varphi_\Gamma \right) \vec{Z}_D^0,
\end{aligned}$$

то есть

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_1 = & \left(\omega_{1X1} \cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B + \omega_{1Y1} \left(\cos \gamma \sin \varphi_B - \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \right) - \right. \\
& - \omega_{1Z1} \left(\sin \gamma \sin \varphi_B + \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B \right) \left. \right) \vec{X}_D^0 + \left(-\omega_{1X1} \cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B + \right. \\
& + \omega_{1Y1} \left(\cos \gamma \cos \varphi_B + \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \right) - \omega_{1Z1} \left(\sin \gamma \cos \varphi_B - \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B \right) \left. \right) \vec{Y}_D^0 + \\
& + \left(\omega_{1X1} \sin \varphi_\Gamma + \omega_{1Y1} \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma \cos \varphi_\Gamma \right) \vec{Z}_D^0.
\end{aligned}$$

В данном случае угловая скорость ЛСК имеет всего две составляющие на свои оси (составляющая по оси OX_D равна нулю):

$$\vec{\omega}_D = \omega_\Gamma \vec{Y}_D^0 + \omega_B \vec{Z}_D^0.$$

С учетом приведенных выше выражений, можно записать:

$$\begin{aligned}
0 = & -\dot{\gamma} \cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B + \dot{\varphi}_\Gamma \sin \varphi_B + \omega_{1X1} \cos \varphi_\Gamma \cos \varphi_B + \omega_{1Y1} \cos \gamma \sin \varphi_B - \\
& - \omega_{1Y1} \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B - \omega_{1Z1} \sin \gamma \sin \varphi_B - \omega_{1Z1} \cos \gamma \sin \varphi_\Gamma \cos \varphi_B, \\
\omega_\Gamma = & \dot{\gamma} \cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B + \dot{\varphi}_\Gamma \cos \varphi_B - \omega_{1X1} \cos \varphi_\Gamma \sin \varphi_B + \omega_{1Y1} \cos \gamma \cos \varphi_B +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\omega_{1Y1} \sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B - \omega_{1Z1} \sin \gamma \cos \varphi_B + \omega_{1Z1} \cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B, \\
\omega_B & = -\dot{\gamma} \sin \varphi_{\Gamma} + \dot{\varphi}_B + \omega_{1X1} \sin \varphi_{\Gamma} + \omega_{1Y1} \sin \gamma \cos \varphi_{\Gamma} + \omega_{1Z1} \cos \gamma \cos \varphi_{\Gamma}.
\end{aligned}$$

Умножив первое уравнение полученного соотношения на $\sin \varphi_B$, а второе – на $\cos \varphi_B$, и прибавляя первому второе выражение, после несложных математических преобразований, получим:

$$\begin{aligned}
\omega_{\Gamma} \cos \varphi_B & = -\dot{\gamma} \cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B \sin \varphi_B + \dot{\varphi}_{\Gamma} \sin^2 \varphi_B + \omega_{1X1} \cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B \sin \varphi_B + \\
& + \omega_{1Y1} \cos \gamma \sin^2 \varphi_B - \omega_{1Y1} \sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B \sin \varphi_B - \omega_{1Z1} \sin \gamma \sin^2 \varphi_B - \\
& - \omega_{1Z1} \cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B \sin \varphi_B + \dot{\gamma} \cos \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B \cos \varphi_B + \dot{\varphi}_{\Gamma} \cos^2 \varphi_B - \\
& - \omega_{1X1} \cos \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B \cos \varphi_B + \omega_{1Y1} \cos \gamma \cos^2 \varphi_B + \omega_{1Y1} \sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B \cos \varphi_B - \\
& - \omega_{1Z1} \sin \gamma \cos^2 \varphi_B + \omega_{1Z1} \cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B \cos \varphi_B = \dot{\varphi}_{\Gamma} (\sin^2 \varphi_B + \cos^2 \varphi_B) + \\
& + \omega_{1Y1} \cos \gamma (\sin^2 \varphi_B + \cos^2 \varphi_B) - \omega_{1Z1} \sin \gamma (\sin^2 \varphi_B + \cos^2 \varphi_B),
\end{aligned}$$

откуда

$$\dot{\varphi}_{\Gamma} = \omega_{\Gamma} \cos \varphi_B - \omega_{1Y1} \cos \gamma + \omega_{1Z1} \sin \gamma. \quad (2.6)$$

Из первого уравнения можно найти соотношение для производной от величины угла крена по времени:

$$\begin{aligned}
\dot{\gamma} & = \dot{\varphi}_{\Gamma} \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B} + \omega_{1X1} + \omega_{1Y1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B} - \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} - \\
& - \omega_{1Z1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B} - \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}}.
\end{aligned}$$

Отсюда, с учетом выражения (2.5) получаем

$$\begin{aligned}
\dot{\gamma} & = \omega_{\Gamma} \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma}} - \omega_{1Y1} \cos \gamma \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B} + \omega_{1Z1} \sin \gamma \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B} + \omega_{1X1} \\
& + \omega_{1Y1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B} - \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} - \omega_{1Z1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma} \cos \varphi_B} - \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} =
\end{aligned}$$

$$= \omega_{\Gamma} \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma}} + \omega_{1X1} - \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} - \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}}.$$

Таким образом,

$$\dot{\gamma} = \omega_{\Gamma} \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma}} + \omega_{1X1} - \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} - \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}}.$$

Подставив полученное выражение в соотношение для ω_B , и сделав математические преобразования, находим:

$$\begin{aligned} \omega_B &= -\dot{\gamma} \sin \varphi_{\Gamma} + \dot{\varphi}_B + \omega_{1X1} \sin \varphi_{\Gamma} + \omega_{1Y1} \sin \gamma \cos \varphi_{\Gamma} + \omega_{1Z1} \cos \gamma \cos \varphi_{\Gamma} = \\ &= -\omega_{\Gamma} \operatorname{tg} \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B - \omega_{1X1} \sin \varphi_{\Gamma} + \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin^2 \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} + \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin^2 \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} + \\ &+ \dot{\varphi}_B + \omega_{1X1} \sin \varphi_{\Gamma} + \omega_{1Y1} \sin \gamma \cos \varphi_{\Gamma} + \omega_{1Z1} \cos \gamma \cos \varphi_{\Gamma} = -\omega_{\Gamma} \operatorname{tg} \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B + \\ &+ \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma}{\cos \varphi_{\Gamma}} + \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi_{\Gamma}} + \dot{\varphi}_B, \end{aligned}$$

откуда

$$\dot{\varphi}_B = \omega_B + \omega_{\Gamma} \operatorname{tg} \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B - \frac{\omega_{1Y1} \sin \gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma}{\cos \varphi_{\Gamma}}. \quad (2.7)$$

Собрав выражения (2.3)-(2.6) в систему дифференциальных уравнений, получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = -y_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_4}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{y_4}\right)^2 - \frac{j_{1XD}}{y_4}; \\ \dot{y}_2 = -y_1 y_2 + j_{1ZD}; \\ \dot{y}_3 = -y_1 y_3 - j_{1YD}; \\ \dot{y}_4 = y_1 y_4, y_4 \neq 0; \\ \dot{y}_5 = \frac{y_2 \cos y_6 - \omega_{1Y1} \cos \gamma + \omega_{1Z1} \sin \gamma}{y_4}, y_5 \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ \dot{y}_6 = \frac{y_3 + y_2 \operatorname{tg} y_5 \sin y_6}{y_4} - \frac{\omega_{1Y1} \sin \gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma}{\cos y_5}, \end{array} \right. \quad (2.8)$$

где величинами y_1, y_2, y_3, y_4 соответственно обозначены отношение скорости сближения с наземным объектом к величине вектора дальности $\left(\dot{D}/D\right)$, произведения составляющих угловой скорости вектора дальности в лучевой системе координат на дальность до ОД $\omega_{\Gamma}D$, $\omega_{\text{В}}D$ и величина вектора дальности D , а $j_{1XD}, j_{1YD}, j_{1ZD}$ – проекции абсолютного ускорения ЛА \vec{j}_1 на оси лучевой системы координат (ЛСК). Неравенство величины y_4 нулю вытекает из соображений безопасности полета, то есть исключения возможности столкновения с наземными объектами при решении задачи их сопровождения, γ – угол крена, $\omega_{1Y1}, \omega_{1Z1}$ – проекции абсолютной угловой скорости ЛА $\vec{\omega}_1$ на собственные оси (OY_1, OZ_1) ; y_5, y_6 – прогнозируемые угловые координаты наземного объекта $\varphi_{\Gamma}, \varphi_{\text{В}}$.

Решая приведенную выше систему дифференциальных уравнений (СДУ), в каждый момент времени можно получить прогнозируемые угловые координаты ОД $\varphi_{\Gamma}, \varphi_{\text{В}}$. Однако система сопровождения, реализованная по обычной кинематической схеме, оперирует другими координатами [66] для наведения визирной линии на наземный объект: углами в плоскости крыла φ_Y и в перпендикулярной этой плоскости φ_Z (рис. 2.3.) Поэтому угловые скорости $\dot{\varphi}_{\Gamma}, \dot{\varphi}_{\text{В}}$ необходимо преобразовать с учетом следующей схемы: первый поворот происходит относительно оси OY_1 на угол φ_Y , тем самым образуется ось OZ_L , отклоненная от оси OZ_1 на тот же угол, а второй поворот – вокруг полученной оси OZ_L на угол φ_Z .

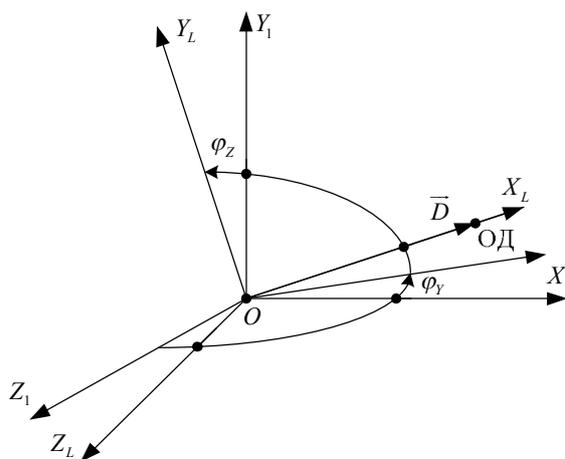


Рис. 2.3. Ориентация визирной линии ОПС

Таким образом, угловая скорость линии цели относительно самолета может быть определена, следующим соотношением:

$$\vec{\omega}_D^1 = \dot{\varphi}_Y \vec{Y}_1^0 + \dot{\varphi}_Z \vec{Z}_L^0$$

Ранее была приведена связь этой угловой скорости с величинами $\dot{\varphi}_\Gamma, \dot{\varphi}_B$, используя которую и приведенную выше зависимость, можно написать:

$$\dot{\varphi}_Y \vec{Y}_1^0 + \dot{\varphi}_Z \vec{Z}_L^0 = -\dot{\gamma} \vec{X}_1^0 + \dot{\varphi}_\Gamma \vec{Y}^0 + \dot{\varphi}_B \vec{Z}_D^0,$$

тогда

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_Y \vec{Y}_1^0 + \dot{\varphi}_Z \left(\sin \varphi_Y \vec{X}_1^0 + \cos \varphi_Y \vec{Z}_1^0 \right) &= -\dot{\gamma} \vec{X}_1^0 + \dot{\varphi}_\Gamma \left(\cos \gamma \vec{Y}_1^0 - \sin \gamma \vec{Z}_1^0 \right) + \\ &+ \dot{\varphi}_B \left(\sin \varphi_\Gamma \vec{X}_1^0 + \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma \vec{Y}_1^0 + \cos \gamma \cos \varphi_\Gamma \vec{Z}_1^0 \right), \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_Y &= \dot{\varphi}_\Gamma \cos \gamma + \dot{\varphi}_B \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma = (\omega_\Gamma \cos \varphi_B - \omega_{1Y1} \cos \gamma + \omega_{1Z1} \sin \gamma) \cos \gamma + \\ &+ \left(\omega_B + \omega_\Gamma \operatorname{tg} \varphi_\Gamma \sin \varphi_B - \frac{\omega_{1Y1} \sin \gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma}{\cos \varphi_\Gamma} \right) \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma = \omega_\Gamma \cos \varphi_B \cos \gamma - \\ &- \omega_{1Y1} \cos^2 \gamma + \omega_{1Z1} \sin \gamma \cos \gamma + \omega_B \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma + \omega_\Gamma \sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B - \omega_{1Y1} \sin^2 \gamma - \\ &- \omega_{1Z1} \cos \gamma \sin \gamma = \omega_\Gamma (\sin \gamma \sin \varphi_\Gamma \sin \varphi_B + \cos \gamma \cos \varphi_B) + \omega_B \sin \gamma \cos \varphi_\Gamma - \omega_{1Y1}, \\ \dot{\varphi}_Z \sin \varphi_Y &= -\dot{\gamma} + \dot{\varphi}_B \sin \varphi_\Gamma = - \left(\omega_\Gamma \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_\Gamma} + \omega_{1X1} - \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_\Gamma}{\cos \varphi_\Gamma} - \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_\Gamma}{\cos \varphi_\Gamma} \right) + \\ &+ \left(\omega_B + \omega_\Gamma \operatorname{tg} \varphi_\Gamma \sin \varphi_B - \frac{\omega_{1Y1} \sin \gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma}{\cos \varphi_\Gamma} \right) \sin \varphi_\Gamma = -\omega_\Gamma \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_\Gamma} - \omega_{1X1} + \\ &+ \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_\Gamma}{\cos \varphi_\Gamma} + \omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_\Gamma}{\cos \varphi_\Gamma} + \omega_B \sin \varphi_\Gamma + \omega_\Gamma \frac{\sin^2 \varphi_\Gamma}{\cos \varphi_\Gamma} \sin \varphi_B - \omega_{1Y1} \frac{\sin \gamma \sin \varphi_\Gamma}{\cos \varphi_\Gamma} - \end{aligned}$$

$$-\omega_{1Z1} \frac{\cos \gamma \sin \varphi_{\Gamma}}{\cos \varphi_{\Gamma}} = -\omega_{\Gamma} \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\Gamma}} (1 - \sin^2 \varphi_{\Gamma}) - \omega_{1X1} + \omega_B \sin \varphi_{\Gamma} = -\omega_{\Gamma} \cos \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B +$$

$$+\omega_B \sin \varphi_{\Gamma} - \omega_{1X1}.$$

Основываясь на полученных выражениях, можно найти:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_Y = \omega_{\Gamma} (\sin \gamma \sin \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B + \cos \gamma \cos \varphi_B) + \omega_B \sin \gamma \cos \varphi_{\Gamma} - \omega_{1Y1}, \\ \dot{\varphi}_Z = \frac{-\omega_{\Gamma} \cos \varphi_{\Gamma} \sin \varphi_B + \omega_B \sin \varphi_{\Gamma} - \omega_{1X1}}{\sin \varphi_{\Gamma}}. \end{cases} \quad (2.9)$$

Объединяя выражения (2.8) с системой дифференциальных уравнений (2.7), обозначив угловые координаты $\varphi_Y = y_7$, $\varphi_Z = y_8$, получаем

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -y_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_4}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{y_4}\right)^2 - \frac{J_{1XD}}{y_4}; \\ \dot{y}_2 = -y_1 y_2 + J_{1ZD}; \\ \dot{y}_3 = -y_1 y_3 - J_{1YD}; \\ \dot{y}_4 = y_1 y_4, y_4 \neq 0; \\ \dot{y}_5 = \frac{y_2 \cos y_6}{y_4} - \omega_{1Y1} \cos \gamma + \omega_{1Z1} \sin \gamma, y_5 \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ \dot{y}_6 = \frac{y_3 + y_2 \operatorname{tg} y_5 \sin y_6}{y_4} - \frac{\omega_{1Y1} \sin \gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma}{\cos y_5}; \\ \dot{y}_7 = \frac{y_2}{y_4} (\sin \gamma \sin y_5 \sin y_6 + \cos \gamma \cos y_6) + \frac{y_3}{y_4} \sin \gamma \cos y_5 - \omega_{1Y1}, y_7 \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ \dot{y}_8 = \frac{-y_2 \cos y_5 \sin y_6 + y_3 \sin y_5 - y_4 \omega_{1X1}}{y_4 \sin y_7}. \end{cases} \quad (2.10)$$

Условия $y_5 \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$ и $y_7 \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$ накладывают ограничения на маневр ЛА в горизонтальной плоскости во время сопровождения наземных объектов, что не позволяет моделировать весь диапазон изменения угловых координат этих объектов.

Разработанные на основе СДУ (2.8 и 2.10) решения имеют важное практическое приложение, например, для осуществления программного сопровождения наземных

объектов, решения задачи прицеливания при применении неуправляемых авиационных средств поражения по подвижным и неподвижным наземным объектам, для наведения управляемых авиационных ракет с лазерными головками самонаведения и т. д. [10, 28, 31, 99]. Однако полученные уравнения не являются универсальными из-за ограничений, приведенных выше, и не обеспечивают моделирование общего случая сопровождения.

2.1.3 Реализация уравнений относительных перемещений наземной цели на основе кватернионов

В данном разделе для реализации моделирования без ограничений на маневр ЛА в уравнениях относительного движения вместо угловых координат применим кватернионы преобразования связанной с центром масс ЛА системы координат (ССК) $Ox_1Y_1Z_1$ в ЛСК $Ox_DY_DZ_D$ [18, 19, 130]:

$$E = Q \circ I \circ \tilde{Q}$$

где Q – кватернион перехода из базиса I (ССК) в E (ЛСК), а \tilde{Q} – сопряженный с Q кватернион.

Кватернионы Q и \tilde{Q} можно представить в следующем виде:

$$Q = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k};$$

$$\tilde{Q} = q_0 - q_1\mathbf{i} - q_2\mathbf{j} - q_3\mathbf{k},$$

где \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} – мнимые единицы, образующие гиперкомплексный базис H , совмещенный с I .

Производную кватерниона преобразования ССК в ЛСК в базисе I выразим

$$\dot{Q} = \frac{1}{2}\Omega_{D/I} \circ Q, \quad (2.11)$$

где $\Omega_{D/I}$ – гиперкомплексное отображение вектора угловой скорости ЛСК относительно ССК (ЛА) $\overline{\omega_D^I}$ в базисе I . На основе уравнения (2.5) переходом от векторов к их гиперкомплексным отображениям в ССК получим

$$\Omega_{D/I} = \Omega_{DI} - \Omega_{I^*}, \quad (2.12)$$

где Ω_{DI} – гиперкомплексное отображение абсолютной угловой скорости вектора дальности в базисе I , $\Omega_{I'} = \omega_{1X1}\mathbf{i} + \omega_{1Y1}\mathbf{j} + \omega_{1Z1}\mathbf{k}$ – гиперкомплексное отображение вектора абсолютной угловой скорости ЛА, выражаемое через проекции последнего на ССК.

Решением уравнений (2.3) с учетом (2.4) легко можно найти гиперкомплексное отображение абсолютной угловой скорости вектора дальности на базис E

$$\Omega_{DE} = \omega_{\Gamma}\mathbf{j} + \omega_B\mathbf{k}.$$

Для получения гиперкомплексного отображения абсолютной угловой скорости вектора дальности в ССК необходимо выполнить следующую операцию:

$$\Omega_{DI} = Q \circ \Omega_{DE} \circ \tilde{Q}. \quad (2.13)$$

На основе формул (2.11)-(2.13) получаем дифференциальное уравнение

$$\dot{Q} = \frac{Q \circ \Omega_{DE} - \Omega_{I'} \circ Q}{2}.$$

Переходя к компонентам кватерниона Q , будем иметь систему из четырех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = \frac{\omega_{1X1}q_1 + (\omega_{1Y1} - \omega_{\Gamma})q_2 + (\omega_{1Z1} - \omega_B)q_3}{2}; \\ \dot{q}_1 = \frac{-\omega_{1X1}q_0 - (\omega_{1Y1} + \omega_{\Gamma})q_3 + (\omega_{1Z1} + \omega_B)q_2}{2}; \\ \dot{q}_2 = \frac{\omega_{1X1}q_3 - (\omega_{1Y1} - \omega_{\Gamma})q_0 - (\omega_{1Z1} + \omega_B)q_1}{2}; \\ \dot{q}_3 = \frac{-\omega_{1X1}q_2 + (\omega_{1Y1} + \omega_{\Gamma})q_1 - (\omega_{1Z1} - \omega_B)q_0}{2}. \end{cases}$$

Полученная система определяет изменения кватерниона Q во времени при ее решении совместно с СДУ (2.3). Сделав обозначения $y_5 = q_0$, $y_6 = q_1$, $y_7 = q_2$, $y_8 = q_3$, с учетом уравнений (2.3), (2.4) получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = -y_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_4}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{y_4}\right)^2 - \frac{J_{1XD}}{y_4}; \\ \dot{y}_2 = -y_1 y_2 + J_{1ZD}; \\ \dot{y}_3 = -y_1 y_3 - J_{1YD}; \\ \dot{y}_4 = y_1 y_4, y_4 \neq 0; \\ \dot{y}_5 = \frac{\omega_{1X1} y_4 y_6 + (\omega_{1Y1} y_4 - y_2) y_7 + (\omega_{1Z1} y_4 - y_3) y_8}{2y_4}; \\ \dot{y}_6 = \frac{-\omega_{1X1} y_4 y_5 - (\omega_{1Y1} y_4 + y_2) y_8 + (\omega_{1Z1} y_4 + y_3) y_7}{2y_4}; \\ \dot{y}_7 = \frac{\omega_{1X1} y_4 y_8 - (\omega_{1Y1} y_4 - y_2) y_5 - (\omega_{1Z1} y_4 + y_3) y_6}{2y_4}; \\ \dot{y}_8 = \frac{-\omega_{1X1} y_4 y_7 + (\omega_{1Y1} y_4 + y_2) y_6 - (\omega_{1Z1} y_4 - y_3) y_5}{2y_4}. \end{array} \right. \quad (2.14)$$

На основе рассчитанных с помощью СДУ (2.14) составляющих кватерниона Q определим угловые координаты φ_Y, φ_Z . Рассмотрим кватернион перехода P из ССК I в систему координат L , определяемую поворотами на углы φ_Y, φ_Z (рис. 2.3). Для его производной справедлива аналогичная (2.11) формула

$$\dot{P} = \frac{1}{2} \Omega_{D/II} \circ P. \quad (2.15)$$

С учетом (2.12), (2.13) преобразуем выражение (2.15) к виду

$$\dot{P} = \frac{Q \circ \Omega_{DE} \circ \tilde{Q} \circ P - \Omega_{II} \circ P}{2}. \quad (2.16)$$

Переходя к компонентам кватернионов Q и P , получим систему из четырех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}
\dot{p}_0 = 0,5 \left(p_1 (\omega_{1X1} - 2\omega_\Gamma (q_1q_2 - q_0q_3) - 2\omega_B (q_0q_2 + q_1q_3)) + p_2 (\omega_{1Y1} - \omega_\Gamma (1 - 2q_1^2 - 2q_3^2) - 2\omega_B (q_2q_3 - q_0q_1)) + p_3 (\omega_{1Z1} - 2\omega_\Gamma (q_0q_1 + q_2q_3) - \omega_B (1 - 2q_1^2 - 2q_2^2)) \right); \\
\dot{p}_1 = 0,5 \left(p_2 (\omega_{1Z1} - 2\omega_\Gamma (q_0q_1 + q_2q_3) - \omega_B (1 - 2q_1^2 - 2q_2^2)) - p_3 (\omega_{1Y1} - \omega_\Gamma (1 - 2q_1^2 - 2q_3^2) + 2\omega_B (q_0q_1 - q_2q_3)) - p_0 (\omega_{1X1} + 2\omega_\Gamma (q_0q_3 - q_1q_2) - 2\omega_B (q_0q_2 + q_1q_3)) \right); \\
\dot{p}_2 = 0,5 \left(p_3 (\omega_{1X1} + 2\omega_\Gamma (q_0q_3 - q_1q_2) - 2\omega_B (q_0q_2 + q_1q_3)) - p_0 (\omega_{1Y1} - \omega_\Gamma (1 - 2q_1^2 - 2q_3^2) + 2\omega_B (q_0q_1 - q_2q_3)) - p_1 (\omega_{1Z1} - 2\omega_\Gamma (q_0q_1 + q_2q_3) - \omega_B (1 - 2q_1^2 - 2q_2^2)) \right); \\
\dot{p}_3 = 0,5 \left(p_1 (\omega_{1Y1} - \omega_\Gamma (1 - 2q_1^2 - 2q_3^2) + 2\omega_B (q_0q_1 - q_2q_3)) - p_2 (\omega_{1X1} + 2\omega_\Gamma (q_0q_3 - q_1q_2) - 2\omega_B (q_0q_2 + q_1q_3)) - p_0 (\omega_{1Z1} - 2\omega_\Gamma (q_0q_1 + q_2q_3) - \omega_B (1 - 2q_1^2 - 2q_2^2)) \right). \quad (2.17)
\end{cases}$$

Сделаем следующие обозначения:

$$\begin{cases}
a = 0,5 (\omega_{1X1} + 2\omega_\Gamma (q_0q_3 - q_1q_2) - 2\omega_B (q_0q_2 + q_1q_3)); \\
b = 0,5 (\omega_{1Y1} - \omega_\Gamma (1 - 2q_1^2 - 2q_3^2) + 2\omega_B (q_0q_1 - q_2q_3)); \\
c = 0,5 (\omega_{1Z1} - 2\omega_\Gamma (q_0q_1 + q_2q_3) - \omega_B (1 - 2q_1^2 - 2q_2^2)),
\end{cases}$$

тогда выражения (2.17) преобразуются к виду:

$$\begin{cases}
\dot{p}_0 = p_1a + p_2b + p_3c; \\
\dot{p}_1 = p_2c - p_3b - p_0a; \\
\dot{p}_2 = p_3a - p_0b - p_1c; \\
\dot{p}_3 = p_1b - p_2a - p_0c.
\end{cases}$$

Объединением уравнений (2.17) и (2.14) с учетом принятых ранее и новых обозначений $p_0 = y_9$, $p_1 = y_{10}$, $p_2 = y_{11}$, $p_3 = y_{12}$ получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{y}_1 = -y_1^2 + \left(\frac{y_2}{y_4}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{y_4}\right)^2 - \frac{J_{1XD}}{y_4}; \\
\dot{y}_2 = -y_1 y_2 + J_{1ZD}; \\
\dot{y}_3 = -y_1 y_3 - J_{1YD}; \\
\dot{y}_4 = y_1 y_4, y_4 \neq 0; \\
\dot{y}_5 = \frac{\omega_{1X1} y_4 y_6 + (\omega_{1Y1} y_4 - y_2) y_7 + (\omega_{1Z1} y_4 - y_3) y_8}{2y_4}; \\
\dot{y}_6 = \frac{-\omega_{1X1} y_4 y_5 - (\omega_{1Y1} y_4 + y_2) y_8 + (\omega_{1Z1} y_4 + y_3) y_7}{2y_4}; \\
\dot{y}_7 = \frac{\omega_{1X1} y_4 y_8 - (\omega_{1Y1} y_4 - y_2) y_5 - (\omega_{1Z1} y_4 + y_3) y_6}{2y_4}; \\
\dot{y}_8 = \frac{-\omega_{1X1} y_4 y_7 + (\omega_{1Y1} y_4 + y_2) y_6 - (\omega_{1Z1} y_4 - y_3) y_5}{2y_4}; \\
a = \frac{\omega_{1X1} y_4 + 2y_2 (y_5 y_8 - y_6 y_7) - 2y_3 (y_5 y_7 + y_6 y_8)}{2y_4}; \\
b = \frac{\omega_{1Y1} y_4 - y_2 (1 - 2y_6^2 - 2y_8^2) + 2y_3 (y_5 y_6 - y_7 y_8)}{2y_4}; \\
c = \frac{\omega_{1Z1} y_4 - 2y_2 (y_5 y_6 + y_7 y_8) - y_3 (1 - 2y_6^2 - 2y_7^2)}{2y_4}; \\
\dot{y}_9 = y_{10} a + y_{11} b + y_{12} c; \\
\dot{y}_{10} = -y_9 a + y_{11} c - y_{12} b; \\
\dot{y}_{11} = -y_9 b - y_{10} c + y_{12} a; \\
\dot{y}_{12} = -y_9 c + y_{10} b - y_{11} a.
\end{array} \right. \quad (2.18)$$

На основе компонентов кватерниона P однозначно определяются угловые координаты сопровождаемого ОД по формулам:

$$\begin{cases} \varphi_Y = \arcsin(2p_0p_2 + 2p_1p_3); \\ \varphi_Z = \arcsin(2p_0p_3 + 2p_1p_2). \end{cases} \quad (2.19)$$

2.1.4 Моделирование относительного движения наземной цели и структура задающего устройства

Проведем математическое моделирование процесса сопровождения для двух расчетных случаев в среде MATLAB на основе СДУ (2.10) и (2.18): при значении угловой координаты ОД $\varphi_{Г0} = -80^\circ$ и $\varphi_{Г0} = -90^\circ$. Угловая координата $\varphi_{Г}$ выбрана в качестве опорной для моделирования, так как именно на эту величину имеется ограничение при решении задачи на основе СДУ (2.10).

Полученные результаты в виде графиков зависимостей угловых координат ОД относительно продольной оси ЛА φ_{y1} , φ_{z1} от времени представлены ниже (для первого случая – рис. 2.4, для второго – рис. 2.5).

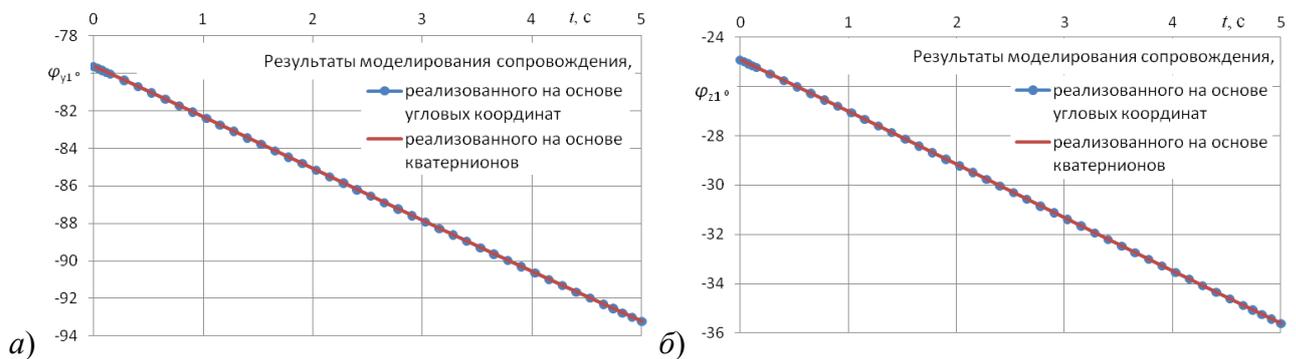


Рис. 2.4. Изменение угловых координат ОД относительно продольной оси ЛА в плоскости крыла (а) и в плоскости симметрии (б) при начальном значении $\varphi_{Г0} = -80^\circ$

Следует отметить, что при моделировании первого расчетного случая встроенная стандартная функция MATLAB ode45, построенная на одношаговом явном методе Рунге–Кутты четвертого и пятого порядка, решает модель пятисекундного участка сопровождения на основе СДУ (2.10) за 45 шагов, а на основе системы (2.18) за 41 шаг. При близких к предельному начальным значениям угловой координаты $\varphi_{Г}$ ($y_5(t=0) \approx \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$) с помощью той же функции ode45 пятисекундный участок

слежения за ОД на основе системы уравнений (2.10) решается в среднем за 170 шагов, а на основе СДУ (2.18) за 41 шаг.

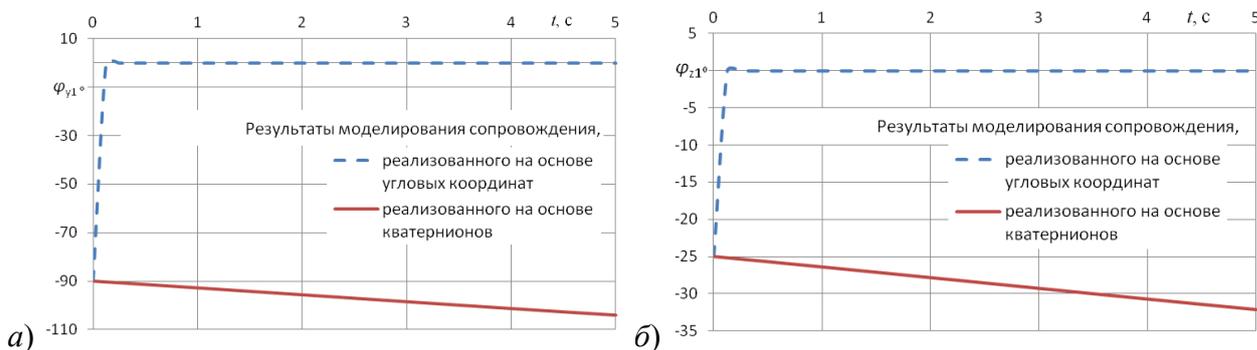


Рис. 2.5. Изменение угловых координат ОД относительно продольной оси ЛА в плоскости крыла (а) и в плоскости симметрии (б) при начальном значении $\varphi_{Г0} = -90^\circ$

При моделировании второго расчетного случая значения угловых координат φ_{y1} , φ_{z1} , полученные на основе решения уравнений (2.10), в MATLAB выражаются величинами NaN (Not-a-Number), которые при их экспорте в табличный процессор Excel для построения графиков интерпретируются как нули.

По отношению к СДУ (2.10) полученная система (2.18) содержит 12 уравнений вместо 8, но одновременно с этим в выражениях (2.18) отсутствуют тригонометрические функции, которые затрудняют вычислительный процесс цифровых электронно-вычислительных машин [17, 57]. Это было подтверждено проведенным моделированием: так решение СДУ (2.18) по сравнению с СДУ (2.10) получается быстрее при моделировании одного и того же участка времени. К тому же система дифференциальных уравнений (2.18) позволяет моделировать процесс сопровождения наземных объектов с ЛА без ограничений на его маневр, что невозможно при использовании уравнений (2.10).

С учетом этого в качестве модели задающего устройства предложена схема на основе системы дифференциальных уравнений (2.18) с преобразованиями (2.19) и суммированием случайных погрешностей $\delta\varphi_{3y}$ с известными вероятностными характеристиками (рис. 2.6).

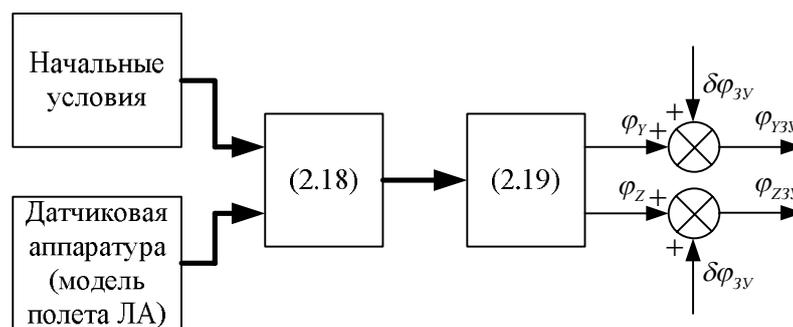


Рис. 2.6. Схема задающего устройства

Для получения начальных условий и информации от датчиковой аппаратуры применяются стандартные модели полета ЛА и приборного оборудования, хорошо описанные в [2, 15, 79, 87, 117, 138, 162].

Сигнал, вырабатываемый моделью задающего устройства (рис. 2.6), подается на вход следящей системы ориентации визирной линии для ее наведения на наземный объект.

2.2 Объект управления и датчик угла поворота

Объектом управления в системе сопровождения является опорно-поворотное устройство с измерительно-информационной аппаратурой и исполнительными элементами.

Для описания вращательного движения элементов опорно-поворотного устройства требуется исходная информация об их габаритно-массовых характеристиках. Эти характеристики удобно выражать через матрицы псевдоинерции для каждого i -го канала управления [142]:

$$I_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz}}{2} & I_{ixy} & I_{ixz} & 0 \\ I_{ixy} & \frac{I_{ixx} - I_{iyy} + I_{izz}}{2} & I_{iyz} & 0 \\ I_{ixz} & I_{iyz} & \frac{I_{ixx} + I_{iyy} - I_{izz}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_i \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

где m_i – масса i -го тела, кг, I_{ixx} , I_{iyy} , I_{izz} – центральные моменты инерции относительно осей x , y , z , кг·м², I_{ixy} , I_{ixz} , I_{iyz} – центробежные моменты инерции, кг·м².

Исполнительные элементы представляют собой механическую часть системы сопровождения, которая состоит из электродвигателей и редукторов передачи момента для управления положением опорно-поворотного устройства.

Система сопровождения в данном случае имеет две степени свободы, следовательно, два взаимосвязанных, одинаковых по структуре канала управления. Так как структурно эти каналы управления практически не отличаются целесообразно рассмотреть один из них, применяя полученные результаты для другого канала.

Примем допущение о том, что механическая система состоит из абсолютно жестких элементов и не содержит люфтов, поэтому движение одного элемента дает полную информацию о движении остальных. Иными словами, движение системы можно описать с помощью этого элемента. Обычно в качестве такого элемента выступает электродвигатель [23].

В исполнительных устройствах авиационной техники часто применяют электродвигатели постоянного тока с независимым возбуждением [38, 41, 53, 72].

В ОПС ЛА широко применяются электродвигатели постоянного тока независимого возбуждения с управлением по напряжению якоря, структурная схема которых без учета сил трения может быть представлена следующим образом [38, 124, 163]:

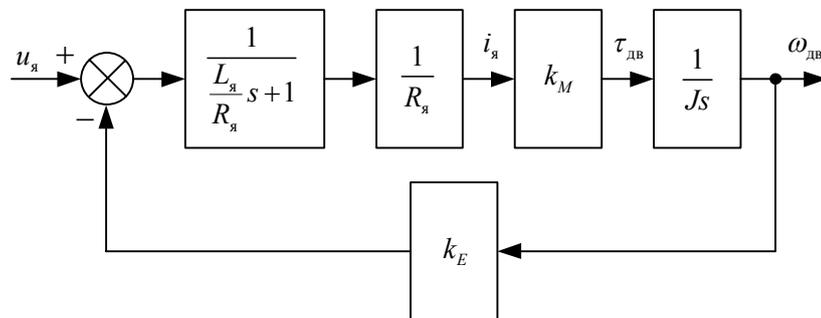


Рис. 2.7. Структурная схема электродвигателя

Передаточная функция электродвигателя в данном случае выражается

$$W(s) = \frac{\omega_{дв}(s)}{u_{я}(s)} = \frac{k_{дв}}{T_{дв}^2 s^2 + 2\xi T_{дв} s + 1}, \quad (2.21)$$

где $\omega_{дв}(s)$ – преобразование Лапласа угловой скорости электродвигателя $\omega_{дв}$, $u_{я}(s)$ – преобразование Лапласа напряжения якоря $u_{я}$, $k_{дв} = \frac{1}{k_E}$ – коэффициент усиления, $T_{дв} = \sqrt{\frac{L_{я}J}{k_E k_M}}$ – электромеханическая постоянная времени, $\xi = \frac{R_{я}}{2} \sqrt{\frac{J}{L_{я} k_E k_M}}$ – относительный коэффициент затухания, k_E – постоянная противо-ЭДС, k_M – моментная постоянная, $R_{я}$, $L_{я}$ – омическое и индуктивное сопротивление обмотки якоря соответственно, J – момент инерции якоря электродвигателя.

Как известно, индуктивность якоря мала (порядка 10^{-6} Гн) по отношению к его сопротивлению (порядка 10 Ом) и на практике, как правило, ее не учитывают [53]. К тому же, как показало моделирование, учет индуктивности не имеет существенного влияния (рис. 2.8), а лишь увеличивает требуемые вычислительные ресурсы ЭВМ и время реализации модели. Так в среде MATLAB для моделирования двухсекундного участка работы электродвигателя с учетом индуктивности при подаче на ее вход номинального напряжения требуется $t_{p1} = 0,2184$ с времени, а без ее учета требуемое время составляет $t_{p2} = 0,1248$ с. При условии подачи на вход электродвигателя синусоидального напряжения, близкого к реальному сигналу при сопровождении цели с ЛА с учетом сил трения и коэффициентов передач между механизмами, моделирование в среде MATLAB на современной ЭВМ десятисекундного участка сопровождения цели с применением схемы рис. 2.7 занимает 30-40 минут.

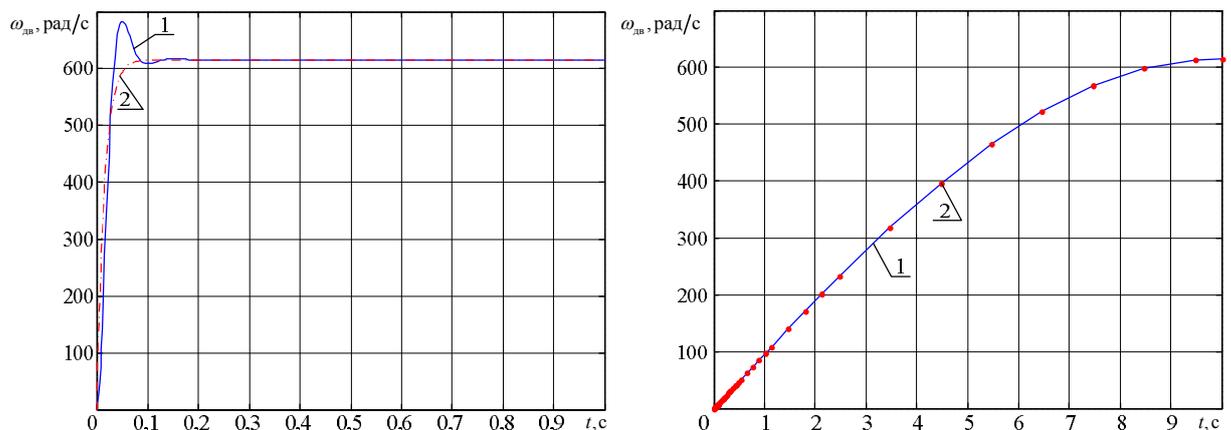


Рис. 2.8. Зависимость угловой скорости электродвигателя от времени при подаче на вход ступенчатого $u_{я}(t) = U_{ном}$ и синусоидального $u_{я}(t) = U_{ном} \sin \frac{\pi t}{20}$ сигнала при учете (1) и не учете (2) индуктивности якоря

Следовательно, в данной задаче индуктивностью якоря также можно пренебречь (рис. 2.9)

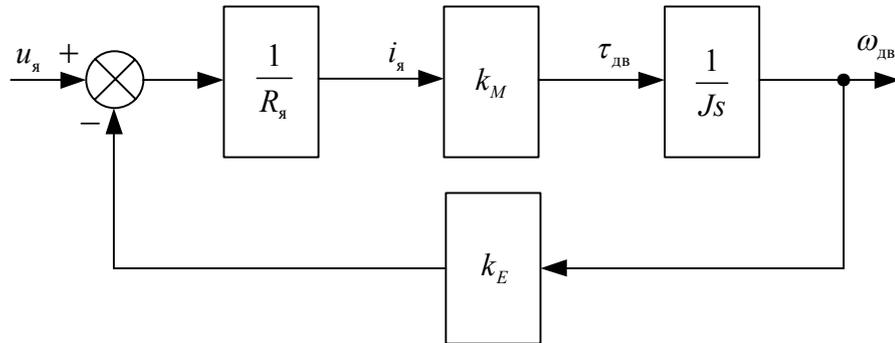


Рис. 2.9. Структурная схема электродвигателя

Передаточная функция электродвигателя в данном случае выражается

$$W(s) = \frac{\omega_{дв}(s)}{u_я(s)} = \frac{k}{Ts + 1}, \quad (2.22)$$

где $k = \frac{1}{k_E}$ – коэффициент усиления, $T = \frac{R_я J}{k_E k_M}$ – электромеханическая постоянная времени электродвигателя.

Таким образом, математическая модель электродвигателя выражается уравнением (2.22). Отработанная угловая скорость электродвигателя через редуктор подается на исполнительные элементы для наведения визирной линии ОПС на наземный объект. Из характеристик электродвигателей, приведенных в приложении А, видно, что его обороты в номинальном режиме составляют 21000°/с. При сопровождении наземных объектов угловая скорость визирной линии с учетом скорости полета в среднем для систем сопровождения по данным [69, 70] составляет 10-20°/с. На основе указанных параметров принимаем значение передаточного числа редуктора $z_p = 300$, которое обеспечивает запас располагаемой угловой скорости сопровождения.

Для определения рассогласования между требуемым и отработанным положением визирной линии применяются датчики углов поворота или углового положения. На практике используются различного рода датчики углового положения, отличающиеся по принципу действия (оптические, резистивные, магнитные, индуктивные, механические), но

практически все имеют линейную зависимость измерения от входного перемещения [41, 53, 78, 118, 120, 126, 129].

Следовательно, датчик угла, применяемый в системе сопровождения можно представить в виде усилительного звена с известным коэффициентом усиления $k_{\text{ду}}$ (рис. 2.10). Для учета погрешностей в модели датчика угла к сигналу с выхода усилительного звена добавим случайную ошибку $\delta\varphi$. Таким образом, модель датчика информации можно представить следующей схемой:

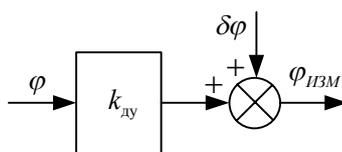


Рис. 2.10. Датчик угла поворота

Примем коэффициент усиления датчика угла поворота $k_{\text{ду}} = 1$, так как все преобразования можно учесть с помощью регулятора, то есть всегда можно коэффициент его усиления учесть в модели регулятора.

2.3 Корректирующее устройство системы

Корректирующие устройства системы сопровождения представляют собой регуляторы для улучшения ее динамических характеристик. С учетом приведенных выше моделей общую структуру одного канала системы сопровождения можно представить так

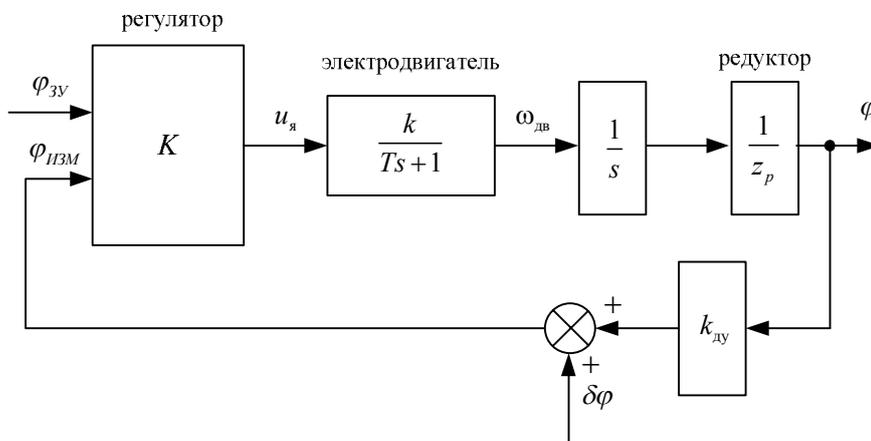


Рис. 2.11. Структура системы сопровождения

На данном этапе работы при расчете параметров регуляторов не учитываются возмущения, связанные с учетом взаимного влияния каналов управления, трения в электродвигателях и других эффектов.

Корректирующее устройство должно обеспечить ослабление шумов и возмущений, а также заданную реакцию на управляющее воздействие. Для этой цели, согласно рекомендациям [116, 151], эффективнее применять корректирующие устройства с «двумя степенями свободы» – с предшествующим фильтром и регулятором. С учетом этого схему, представленную на рис. 2.11, можно преобразовать так [14, 60, 151]:

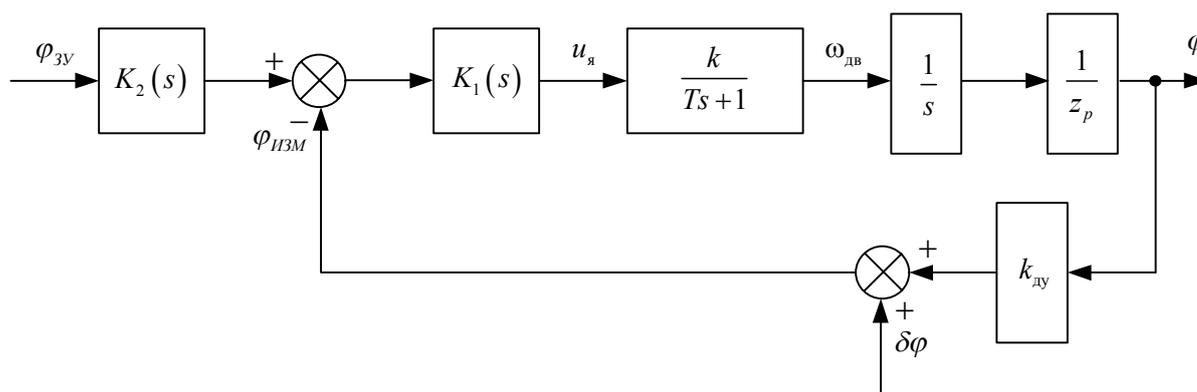


Рис. 2.12. Структура системы сопровождения

В данной структурной схеме корректирующее устройство состоит из двух частей, $K_1(s)$ и $K_2(s)$. Регулятор $K_1(s)$ является составляющей обратной связи корректирующего устройства системы и предназначен для устранения возмущений и неопределенностей в модели системы, а $K_2(s)$ представляет собой префильтр для обработки входного сигнала с целью повышения чувствительности системы сопровождения на динамические воздействия [151].

Исходя из требований к качеству переходного процесса и других характеристик системы, изложенных в [14, 27, 42, 59, 89, 91, 116, 121], выбор параметров системы сопровождения осуществим по следующему алгоритму. На начальном этапе проектирования корректирующих устройств можно применить метод стандартных коэффициентов [50] для выбора передаточной функции замкнутой системы. Суть данного метода заключается в выборе корней характеристического уравнения с учетом требуемого быстродействия системы. При этом можно принять предложения об одинаковости корней или предложение

Баттерворта о распределении корней по полуокружности в левой плоскости [50]. Для простоты на данном этапе примем предложение об одинаковости корней характеристического уравнения и выберем требуемую передаточную функцию замкнутой системы сопровождения в следующей форме:

$$\Phi(s) = \frac{\varphi(s)}{\varphi_{3v}(s)} = \frac{1}{T_{cc}s + 1},$$

где $\varphi_{3v}(s), \varphi(s)$ – преобразования Лапласа заданного и отработанного угла соответственно, T_{cc} – постоянная времени системы сопровождения. В данном случае для рассматриваемого расчетного примера система сопровождения удовлетворяет некоторым предъявленным требованиям, изложенным в приложении А: $\sigma = 0 \leq 5\%$ и $n = 0 \leq 3$. Для удовлетворения остальных требований необходимо выбрать соответствующее значение постоянного времени T_{cc} . Выбирая значение $T_{cc} = 0,05$ с, получаем величины для времен нарастания $T_H = 0,115 \leq 0,3$ с и переходного процесса $T_V = 0,557 \leq 0,7$ с (рис. 2.13). Таким образом, требуемая передаточная функция замкнутой системы принимает вид

$$\Phi(s) = \frac{1}{0,05s + 1}. \quad (2.23)$$

С учетом схемы системы (рис. 2.12) передаточная функция реальной системы будет:

$$\Phi(s) = \frac{K_1(s)K_2(s)k}{Tz_p s^2 + z_p s + K_1(s)k}.$$

Ее можно преобразовать так:

$$\Phi(s) = \frac{1}{\frac{Tz_p s}{K_1(s)K_2(s)k} s + \frac{z_p s + K_1(s)k}{K_1(s)K_2(s)k}}. \quad (2.24)$$

Применением метода Гуллемина [90] определения передаточной функции разомкнутой системы и параметров корректирующих устройств по передаточной функции замкнутой системы выберем параметры $K_1(s)$ и $K_2(s)$ таким образом, чтобы желаемая система была аппроксимацией реальной системы.

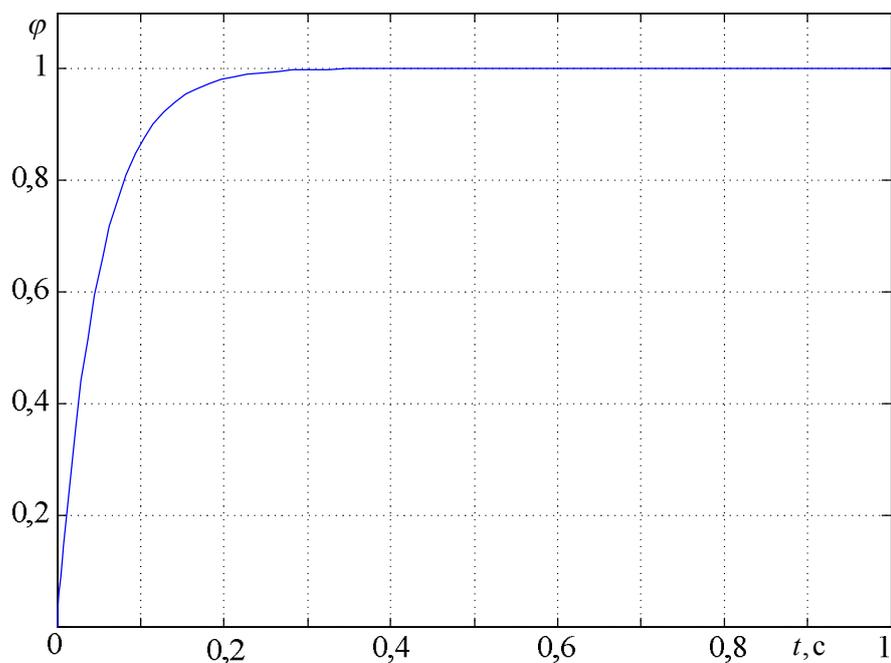


Рис. 2.13. Переходная характеристика желаемой системы $\Phi(s)$

Таким образом, для обеспечения положения о том, что желаемая система должно быть аппроксимацией реальной в регуляторе $K_1(s)$ должно происходить дифференцирование, а коэффициент усиления регулятора $K_2(s)$ должен равняться единице. С учетом этого для системы А01 из выражений (2.23) и (2.24) определим коэффициент усиления k_1 регулятора $K_1(s)$:

$$\frac{Tz_p}{k_1 k} \leq 0,05, \quad (2.25)$$

откуда

$$k_1 \geq \frac{Tz_p}{0,05k} = \frac{0,015 \cdot 300}{0,05 \cdot 12,32} = 7,305.$$

С учетом приведенных выше рассуждений и некоторых особенностей проектируемой системы ищем передаточные функции регуляторов $K_1(s)$ и $K_2(s)$ в следующем виде:

$$K_1(s) = k_1 \frac{T_{11}s + 1}{T_{12}s + 1}, \quad K_2(s) = \frac{T_{21}s + 1}{T_{22}s + 1},$$

а для параметров регуляторов получаем следующие значения: $k_1 = 200$, $T_{11} = 0,028$, $T_{12} = 0,034$, $T_{21} = 0,09$, $T_{22} = 0,028$ с. Таким образом, для регуляторов системы сопровождения получаем следующие передаточные функции:

$$K_1(s) = 200 \frac{0,028s + 1}{0,034s + 1}, \quad K_2(s) = \frac{0,09s + 1}{0,028s + 1}. \quad (2.26)$$

На основе полученных выражений (2.26) для передаточных функций регуляторов определим передаточную функцию замкнутой системы сопровождения по формуле (2.24):

$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{K_1(s)K_2(s)k}{Tz_p s^2 + z_p s + K_1(s)k} = \frac{200 \frac{0,028s + 1}{0,034s + 1} \frac{0,09s + 1}{0,028s + 1} 12,32}{4,5s^2 + 300s + 200 \frac{0,028s + 1}{0,034s + 1} 12,32} = \\ &= 2462 \frac{0,09s + 1}{0,034s + 1} \cdot \frac{0,034s + 1}{2462(0,00006s^3 + 0,006s^2 + 0,15s + 1)} = \\ &= \frac{1,232s + 123,2}{0,0225s^4 + 2,0625s^3 + 42s^2 + 301,232s + 123,2} = \\ &= \frac{0,09s + 1}{0,00006s^3 + 0,006s^2 + 0,15s + 1}. \end{aligned}$$

Таким образом, передаточные функции разомкнутой $W(s)$ и замкнутой $\Phi(s)$ систем сопровождения определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} W(s) &= 8,2132 \frac{0,028s + 1}{0,00051s^3 + 0,049s^2 + s}, \\ \Phi(s) &= \frac{0,09s + 1}{0,00006s^3 + 0,006s^2 + 0,15s + 1}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Из амплитудно-фазовой частотной характеристики (рис. 2.14) разомкнутой системы следует, что она устойчива.

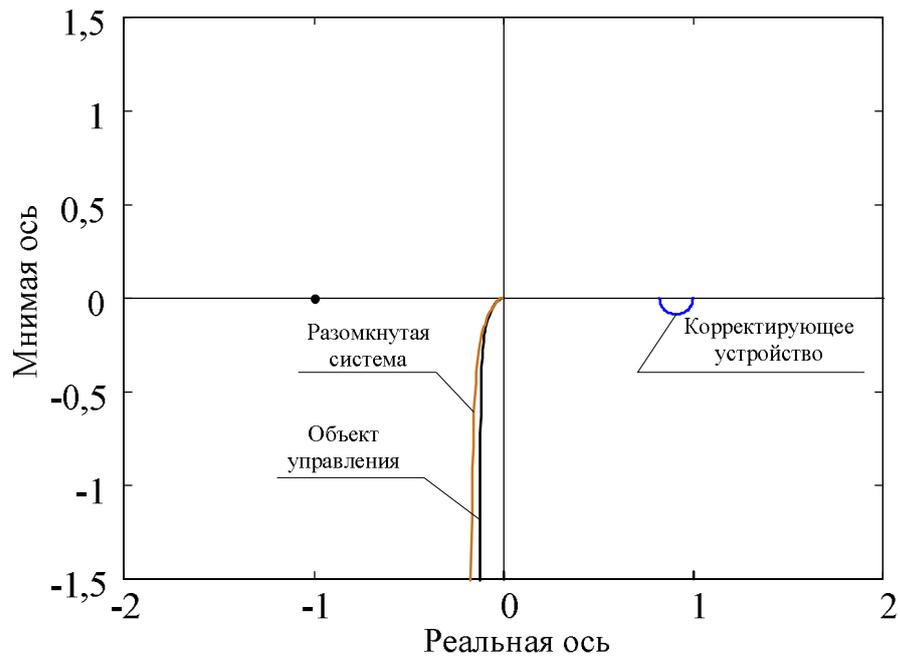


Рис. 2.14. Амплитудно-фазовые частотные характеристики разомкнутой системы

Ниже представим характеристики системы сопровождения и входящих в ее состав элементов (рис. 2.15-2.17) для их сравнения с желаемыми.

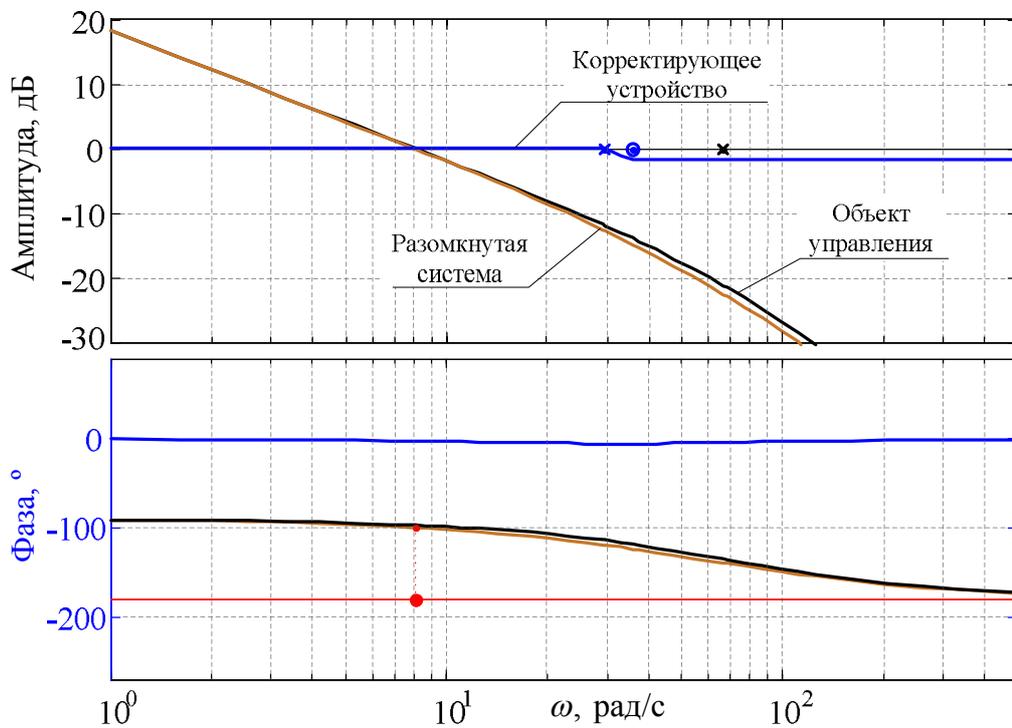


Рис. 2.15. Логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы и ее составляющих

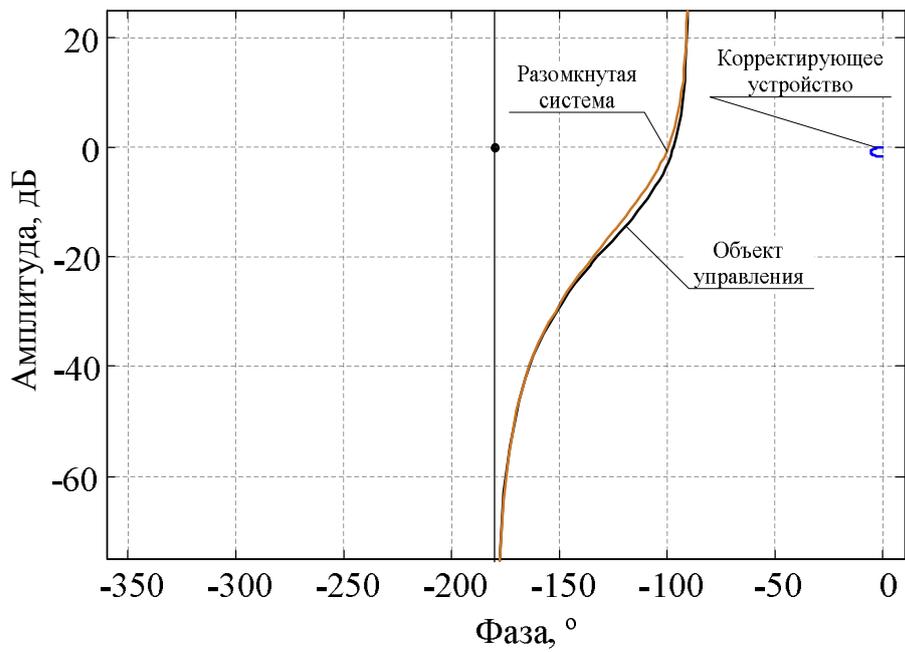


Рис. 2.16. Диаграммы Никольса разомкнутой системы и ее составляющих

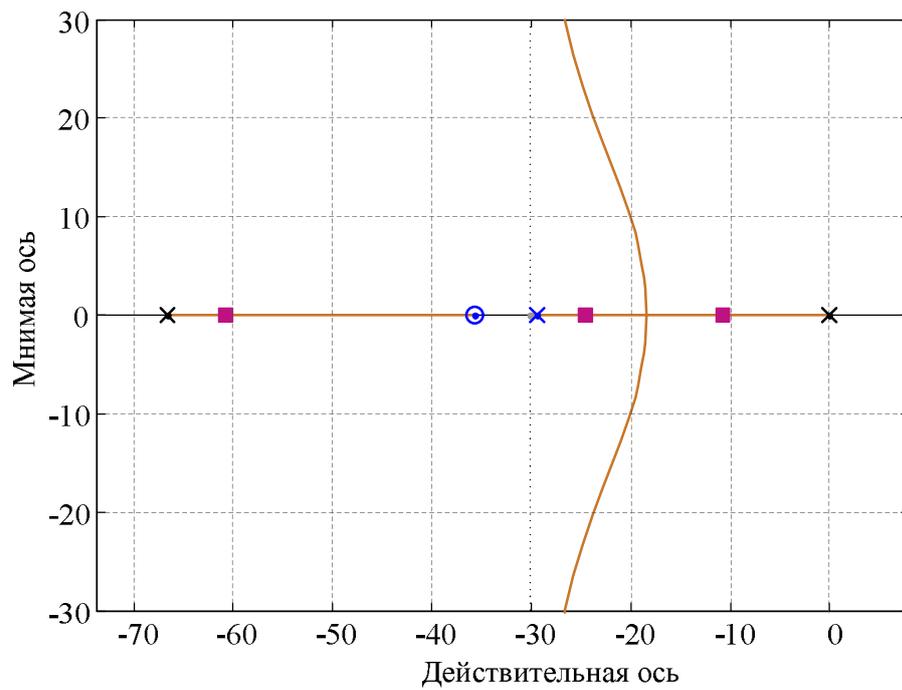


Рис. 2.17. Корневые годографы системы

Полученная передаточная функция системы сопровождения комплекса А01 также соответствует выдвинутым требованиям (рис. 2.18): $\sigma = 0 \leq 5\%$, $n = 0 \leq 3$, $T_H = 0,122 \leq 0,3$, $T_v = 0,349 \leq 0,7$ с. Также можно заключить, что полученная система в рабочем диапазоне

частот по своим характеристикам несущественно отличается (рис. 2.13, 2.18, 2.19) от требуемой.

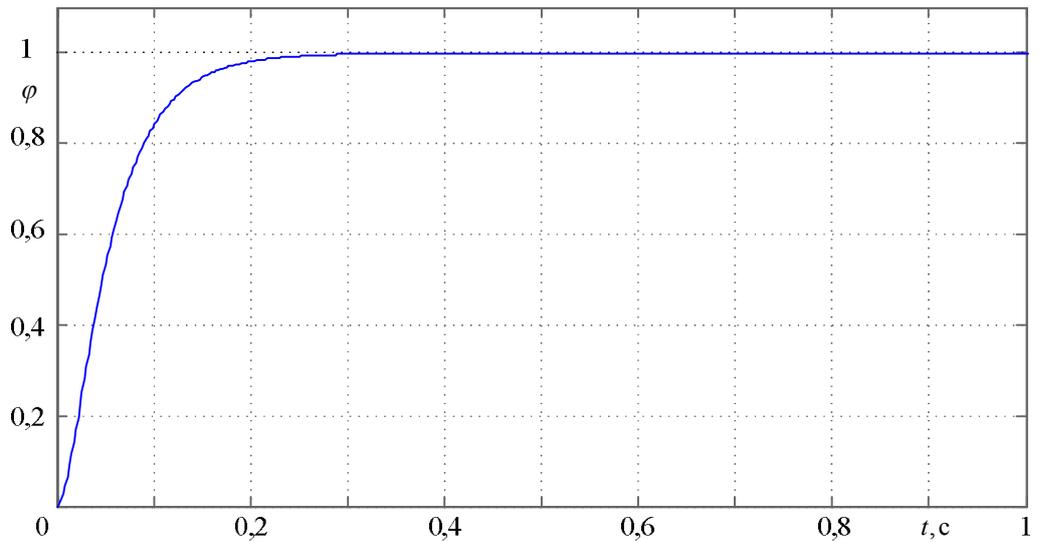


Рис. 2.18. Переходная характеристика разработанной модели системы сопровождения

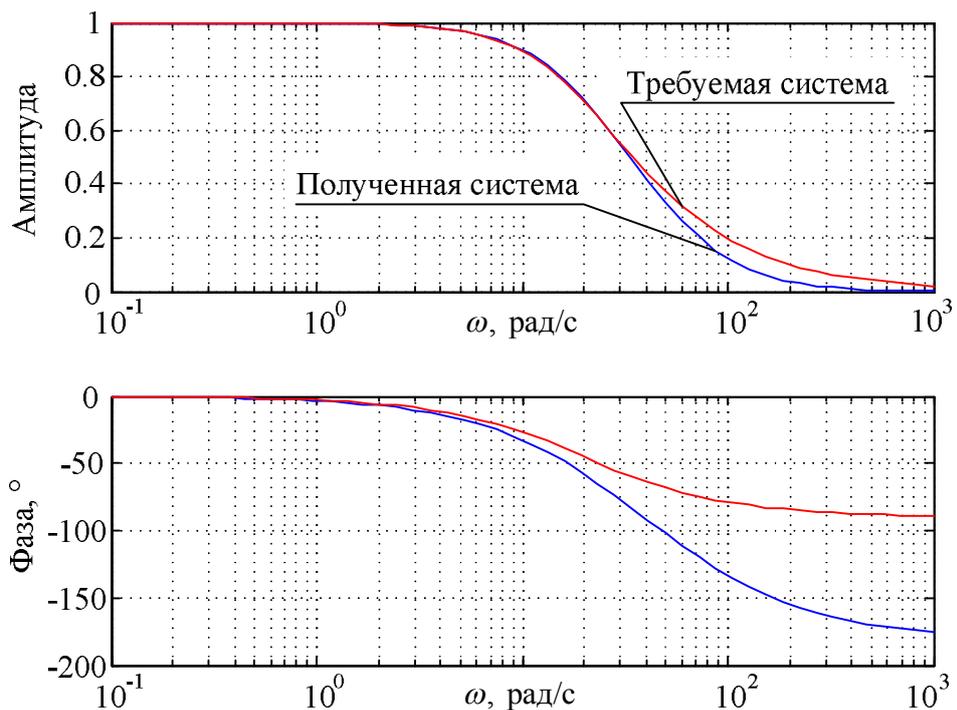


Рис. 2.19. Частотные характеристики требуемой и полученной системы

На данном этапе характеристики модели системы сопровождения получаются с учетом отсутствия возмущений и неопределенностей в ее динамике. Следующие шаги анализа и синтеза систем сопровождения будут направлены на исследование динамики и неопределенностей в модели системы.

2.4 Выводы ко второй главе

1. В данной главе выведены обобщенные уравнения относительного углового перемещения наземной цели. Учитывая независимость структуры систем сопровождения от вида задающего устройства и способа образования сигналов управления в нем, эти уравнения можно принять в качестве модели задающего устройства.

2. С учетом ограничений на маневр и величину скорости наземных объектов применительно к закону их перемещения принято предположение о прямолинейности и равномерности их движения. Используя это предположение, данные о полете собственного ЛА и начальных условиях сопровождения, решаются уравнения относительного перемещения цели. В результате чего в каждый момент времени определяются угловые координаты цели, которые являются входными сигналами в модели системы сопровождения. При этом реализация уравнений относительного перемещения с помощью кватернионов позволяет проводить моделирование без ограничений на маневр ЛА.

3. После получения модели задающего устройства рассмотрены модели электромеханической исполнительной подсистемы и датчика угла. Применены простые модели для электродвигателей в каналах управления и получены требуемые значения передаточных коэффициентов исполнительных редукторов.

4. На начальном этапе проектирования с помощью метода стандартных коэффициентов получена желаемая передаточная функция замкнутой системы. На основе полученной передаточной функции применением метода Гуллемина рассчитаны передаточная функция разомкнутой системы и параметры корректирующего устройства. После чего определена реальная передаточная функция замкнутой системы. Для рассматриваемого расчетного случая получены соответствующие параметры желаемой и реальной передаточных функций. При этом характеристики полученной реальной и требуемой системы, как показало моделирование, оказались очень близкими.

5. Таким образом, в данной главе получены математические описания системы сопровождения и ее элементов без учета взаимного влияния каналов управления, внешних возмущений и неопределенностей. Иными словами, получена номинальная модель одного канала системы. Следующим шагом проектирования корректирующих устройств системы сопровождения является исследование динамики и анализ неопределенностей в модели системы.

ГЛАВА 3. ДИНАМИКА СИСТЕМЫ СОПРОВОЖДЕНИЯ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ С ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В данной главе проведен анализ динамика системы сопровождения. Выведены обобщенные уравнения движения системы в форме Эйлера-Лагранжа с применением параметров Денавита-Хартенберга для выбранной кинематической схемы. Обобщенные уравнения динамики системы преобразованы с учетом параметров электродвигателей. Рассмотрены неопределенности и их источники в динамике системы сопровождения. Проведено моделирование динамики системы в условиях полета в среде MATLAB.

3.1 Обобщенные уравнения динамики системы сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов

Рассмотрим процесс сопровождения наземной цели с ЛА, суть которого состоит в обработке ее двух угловых координат, поступающих из задающего устройства. Непосредственно обработка заданных координат производится объектом управления (электродвигателями и механическими исполнительными устройствами).

Данная система имеет две степени свободы, следовательно, ее динамику можно описать с помощью двух обобщенных координат q_1, q_2 – углов поворота визирной линии для ее наведения на наземный объект. Кинематическая схема системы ориентации визирной линии представлена на рис. 3.1.

Для вывода уравнений динамики объекта управления введем следующие системы координат (СК). В качестве базовой выберем связанную с ЛА систему координат $Ox_1Y_1Z_1$ (рис. 3.1). Системы координат $Ox_2Y_2Z_2, Ox_3Y_3Z_3$ выбираем таким образом, чтобы они были правыми, а повороты на положительные углы q_1, q_2 происходили вокруг осей OZ_2 и OZ_3 соответственно.

Сведем в табл. 3.1 параметры Денавита-Хартенберга [113, 155] $\alpha_i, a_i, d_i, \theta_i, i=1,2,3$ для данной кинематической схемы, где α_i – угол между осями OZ_i и OZ_{i+1} относительно оси Ox_i ; a_i – расстояние между осями OZ_i и OZ_{i+1} вдоль оси Ox_i ; d_i – расстояние между осями Ox_{i-1} и Ox_i вдоль оси OZ_i ; θ_i – угол между осями Ox_{i-1} и Ox_i относительно оси OZ_i .

где L – лагранжиан, который определяется как разность между кинетической K и потенциальной P энергией системы; q – обобщенные координаты системы; τ – обобщенные внешние силы.

Будем считать, что механическая часть системы сбалансирована, а потенциальная энергия P системы является постоянной. Тогда выражение (3.2) можно записать так:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial K}{\partial q} = \tau. \quad (3.3)$$

Кинетическая энергия системы, кинематическая схема которой представлена на рис. 3.1, определяется известными выражениями следующим образом [127, 142, 150, 154]:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Trace} \left[\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \left(\frac{\partial T_i}{\partial q_j} I_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \right) \frac{dq_j}{dt} \frac{dq_k}{dt} \right], \quad (3.4)$$

где $n = 2$ – число степеней свободы системы, $\text{Trace} [R]$ – обозначает след матрицы R , T_i – матрица однородных преобразований от базовой СК к i -ой системе координат, а матрица I_i размерности 4×4 представляет собой матрицу (тензор) псевдоинерции [142], которая выражается по формуле (2.20).

Для рассматриваемой системы А01 соответствующие значения тензоров псевдоинерции приведены в приложении А.

Подставляя выражения (3.4) в (3.3), после несложных преобразований в скалярной форме получаем [142]

$$\sum_{j=1}^n m_{ij}(q) \frac{d^2 q}{dt^2} + c_i \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \tau_i, \quad (3.5)$$

$$i = 1, 2,$$

или, в векторной форме,

$$M(q) \frac{d^2 q}{dt^2} + C \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \tau, \quad (3.6)$$

где элементы $m_{ij}(q)$ и $c_i(q, dq/dt)$ выражаются через тензор псевдоинерции в следующем виде

$$m_{ij}(q) = \sum_{p=1}^n \text{Trace} \left(\frac{\partial T_p}{\partial q_j} I_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_i} \right),$$

$$c_i \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n c_{ijk} \left(q, \frac{dq}{dt} \right) \frac{dq_j}{dt} \frac{dq_k}{dt}, \quad i=1,2.$$

Поскольку $\partial T_i / \partial q_j = 0$ при $j > i$, то можно записать

$$m_{ij}(q) = \sum_{p=\max(i,j)}^n \text{Trace} \left(\frac{\partial T_p}{\partial q_j} I_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_i} \right),$$

$$c_{ijk} \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \sum_{p=\max(i,j,k)}^n \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_p}{\partial q_j \partial q_k} I_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_i} \right),$$

где $c_{ijk}(q, dq/dt)$ – символы Кристоффеля первого рода, которые могут быть выражены так [154]:

$$c_{ijk} \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right).$$

Значения указанных символов для случая $c_{ijj}(q, dq/dt)$ представляют центробежные силы вокруг оси i за счет скоростей относительно оси j , а $c_{ijk}(q, dq/dt)$ выражают кориолисовы силы вокруг оси i за счет скоростей относительно осей j и k .

Производные матриц T_i по скалярным координатам q_i (где последние измеряются относительно соответствующих осей Z_i) можно представить следующим образом [112, 154]:

$$\frac{\partial T_i}{\partial q_j} = S T_i,$$

где S – кососимметрическая матрица ($S = -S^T$)

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Кинетическая энергия системы, кинематическая схема которой представлена на рис.

3.1 будет

$$K = \frac{1}{2} \text{Trace} \left[\left(\frac{\partial T_1}{\partial q_1} I_1 \frac{\partial T_1^T}{\partial q_1} \right) \left(\frac{dq_1}{dt} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \text{Trace} \left[\left(\frac{\partial T_2}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial T_2}{\partial q_2} \frac{dq_2}{dt} \right) I_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial T_2}{\partial q_2} \frac{dq_2}{dt} \right)^T \right],$$

где $T_1 = {}^1T$, $T_1 = {}^1T {}^2T {}^3T$, а матрицы ${}^{i-1}T_i$, $i = 2, 3$ определяются выражением (3.1) по параметрам из табл. 3.1.

Следовательно, элементы $m_{ij}(q)$ матрицы $M(q)$ равны

$$m_{11}(q) = \text{Trace} \left(\frac{\partial T_1}{\partial q_1} I_1 \frac{\partial T_1^T}{\partial q_1} + \frac{\partial T_2}{\partial q_1} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1} \right),$$

$$m_{12}(q) = m_{21}(q) = \text{Trace} \left(\frac{\partial T_2}{\partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1} \right) = \text{Trace} \left(\frac{\partial T_2}{\partial q_1} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2} \right),$$

$$m_{22}(q) = \text{Trace} \left(\frac{\partial T_2}{\partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2} \right),$$

где производные матриц T_i выражаются так:

$$\frac{\partial T_1}{\partial q_1} = S_2^1 T, \quad \frac{\partial T_2}{\partial q_1} = S_2^1 T^2 T, \quad \frac{\partial T_2}{\partial q_2} = {}^1T S_3^2 T.$$

Составляющие $c_i(q, dq/dt)$ вектора $C(q, dq/dt)$ вычисляются по формулам:

$$c_1 \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial q_1^2} I_1 \frac{\partial T_1^T}{\partial q_1} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1} \right) \left(\frac{dq_1}{dt} \right)^2 +$$

$$+ 2 \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1 \partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1} \right) \left(\frac{dq_1}{dt} \frac{dq_2}{dt} \right) + \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_2^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1} \right) \left(\frac{dq_2}{dt} \right)^2,$$

$$c_2 \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2} \right) \left(\frac{dq_1}{dt} \right)^2 +$$

$$+ 2 \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1 \partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2} \right) \left(\frac{dq_1}{dt} \frac{dq_2}{dt} \right) + \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_2^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2} \right) \left(\frac{dq_2}{dt} \right)^2,$$

где соответствующие производные матриц T_i вычисляются следующим образом:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial q_1^2} = S^2 {}^1_2 T, \quad \frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1^2} = S^2 {}^1_2 T {}^2_3 T, \quad \frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1 \partial q_2} = S^1_2 T S^2_3 T, \quad \frac{\partial^2 T_2}{\partial q_2^2} = {}^1_2 T S^2_3 T.$$

Для рассматриваемой системы сопровождения элементы матрицы $M(q)$ и вектора $C(q, dq/dt)$ с учетом параметров ее механической части (приложение А) определяются так:

$$m_{11}(q) = \sin 2q_1 (0,0014 - 0,0023 \cos q_2 - 0,0021 \sin q_2) - \\ - \sin^2 q_1 (0,0077 \sin 2q_2 - 0,0014 \cos 2q_2) - 0,0142 \cos 2q_1 + 0,1494,$$

$$m_{12}(q) = m_{21}(q) = \cos q_1 (0,0023 \sin q_2 - 0,0021 \cos q_2) - \\ - \sin q_1 (0,0077 \cos 2q_2 + 0,0014 \sin 2q_2),$$

$$m_{22}(q) = 0,0077 \sin 2q_2 - 0,0014 \cos 2q_2 + 0,0449,$$

$$c_1 \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = -0,0001 \frac{dq_2}{dt} \left[\frac{dq_1}{dt} (\sin 2q_1 (51 + 77 \sin 2q_2 - 14 \cos 2q_2) + \right. \\ \left. + \cos 2q_1 (42 \sin 2q_2 + 46 \cos 2q_2)) + \frac{dq_2}{dt} (\sin q_1 (23 \sin q_2 - 21 \cos q_2) + \right. \\ \left. + \cos q_1 (14 \sin 2q_2 + 77 \cos 2q_2)) \right],$$

$$c_2 \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = 0,0001 \left(\frac{dq_1}{dt} \right)^2 (\sin 2q_1 (25,5 + 38,5 \sin 2q_2 - 7 \cos 2q_2) + \\ + \cos 2q_1 (21 \sin q_2 + 23 \cos q_2)).$$

Уравнение динамики (3.6) системы можно выразить следующим образом:

$$\begin{bmatrix} m_{11}(q) & m_{12}(q) \\ m_{21}(q) & m_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d^2 q_1 / dt^2 \\ d^2 q_2 / dt^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1(q, dq/dt) \\ c_2(q, dq/dt) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix},$$

где τ_1, τ_2 – обобщенные внешние силы в каждом канале системы сопровождения.

Уравнения (3.6) преобразуем к следующему виду:

$$M(q) \frac{d^2 q}{dt^2} + B\left(q, \frac{dq}{dt}\right) \frac{dq}{dt} = \tau, \quad (3.7)$$

где $B(q, dq/dt)$ – матрица размерности 2×2 , элементы которой определяются следующим образом:

$$b_{11}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial q_1^2} I_1 \frac{\partial T_1^T}{\partial q_1} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1}\right) \left(\frac{dq_1}{dt}\right) + \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1 \partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1}\right) \left(\frac{dq_2}{dt}\right),$$

$$b_{12}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_2^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1}\right) \left(\frac{dq_2}{dt}\right) + \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1 \partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_1}\right) \left(\frac{dq_1}{dt}\right),$$

$$b_{21}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2}\right) \left(\frac{dq_1}{dt}\right) + \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1 \partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2}\right) \left(\frac{dq_2}{dt}\right),$$

$$b_{22}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_2^2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2}\right) \left(\frac{dq_2}{dt}\right) + \text{Trace}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial q_1 \partial q_2} I_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial q_2}\right) \left(\frac{dq_1}{dt}\right).$$

Следовательно,

$$b_{11}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = -0,0001 \frac{dq_2}{dt} (\sin 2q_1 (25,5 + 38,5 \sin 2q_2 - 7 \cos 2q_2) + \cos 2q_1 (21 \sin q_2 + 23 \cos q_2)),$$

$$b_{12}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = -0,0001 \left[\frac{dq_1}{dt} (\sin 2q_1 (25,5 + 38,5 \sin 2q_2 - 7 \cos 2q_2) + \cos 2q_1 (21 \sin q_2 + 23 \cos q_2)) + \frac{dq_2}{dt} (\sin q_1 (23 \sin q_2 - 21 \cos 2q_2) + \cos q_1 (14 \sin 2q_2 + 77 \cos 2q_2)) \right],$$

$$b_{21}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = 0,0001 \frac{dq_1}{dt} (\sin 2q_1 (25,5 + 38,5 \sin 2q_2 - 7 \cos 2q_2) + \cos 2q_1 (21 \sin q_2 + 23 \cos q_2)),$$

$$b_{22}\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = 0.$$

Таким образом, уравнение динамики системы описывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} m_{11}(q) & m_{12}(q) \\ m_{21}(q) & m_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d^2q_1/dt^2 \\ d^2q_2/dt^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(q, dq/dt) & b_{12}(q, dq/dt) \\ b_{21}(q, dq/dt) & b_{22}(q, dq/dt) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1/dt \\ dq_2/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}.$$

Далее подробно рассмотрим модель системы сопровождения с учетом динамики ее исполнительных устройств.

3.2 Динамика системы сопровождения с учетом параметров исполнительных устройств

Управление ориентацией визирной линии осуществляется изменением моментов $\tau_{дв}$, создаваемых электродвигателями и передаваемых на исполнительные механизмы с помощью редукторов. Известно, что в исполнительных устройствах авиационной техники чаще применяют электродвигатели постоянного тока независимого возбуждения с управлением по напряжению якоря [38, 41].

Передачная функция электродвигателя i -го канала, согласно принятой в главе 2 модели, выражается формулой

$$W_i(s) = \frac{\omega_{двi}(s)}{u_i(s)} = \frac{k_i}{T_i s + 1},$$

где $\omega_{двi}(s)$ – преобразование Лапласа угловой скорости электродвигателя, $u_i(s)$ – преобразование Лапласа напряжения якоря, $k_i = 1/k_{Ei}$ – коэффициент усиления, $T_i = R_{яi} J_i / (k_{Ei} k_{Mi})$ – электромеханическая постоянная времени, k_{Ei} – постоянная противо-ЭДС, k_{Mi} – моментная постоянная, $R_{яi}$ – сопротивления обмотки якоря, J_i – момент инерции якоря электродвигателя.

Уравнения динамики электродвигателей постоянного тока рассматриваемой системы сопровождения можно привести к следующему векторному виду:

$$diag \{ J_i \} \frac{d\omega_{дв}}{dt} = \tau_{дв} - diag \left\{ \frac{1}{z_{pi}} \right\} \tau - \tau_{тр}, \quad i = 1, 2, \quad (3.8)$$

где $diag\{J_i\}$ – диагональная матрица моментов инерции якоря, $\omega_{дв} = [\omega_{дв1} \ \omega_{дв2}]^T$ – вектор угловых скоростей, $\tau_{дв} = [\tau_{дв1} \ \tau_{дв2}]^T$ – вектор моментов электродвигателей системы, z_{pi} – передаточные числа редукторов, $\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ – вектор обобщенных внешних сил системы, определяемых уравнением (3.7), $\tau_{тр} = [\tau_{тр1} \ \tau_{тр2}]^T$ – вектор моментов сил трения.

На практике трение $\tau_{тр}$ рассматривают в виде суммы вязкого $\tau_{трв}$ и сухого $\tau_{трс}$ трения в механических узлах системы:

$$\tau_{тр} = \tau_{трв} + \tau_{трс}. \quad (3.9)$$

Вязкое трение обусловлено относительной скоростью соприкасающихся поверхностей и может быть выражено формулой [112, 113]:

$$\tau_{трв} = diag\{k_{Vi}z_{pi}\} \frac{dq}{dt}, \quad i = 1, 2, \quad (3.10)$$

где k_{Vi} – коэффициенты скоростного трения.

Сухое трение зависит от направления вращения ротора электродвигателя и определяется с помощью следующей функции [112]:

$$\tau_{трс} = diag\{k_{Ci}\} sign\left\{\frac{dq}{dt}\right\}, \quad i = 1, 2, \quad (3.11)$$

где k_{Ci} – коэффициенты сухого трения, а функция $sign\{x\}$ определяется знаком x и принимает значения ± 1 .

Преобразуем уравнение (3.8) к следующему виду:

$$diag\{z_{pi}J_i\} \frac{d\omega_{дв}}{dt} = diag\{z_{pi}\} \tau_{дв} - \tau - diag\{z_{pi}\} \tau_{тр}, \quad i = 1, 2,$$

С учетом того, что вектор угловых скоростей $\omega_{дв}$ связан с вектором обобщенных скоростей dq/dt данной системы зависимостью

$$\omega_{дв} = diag\{z_{pi}\} \frac{dq}{dt}, \quad i = 1, 2,$$

получаем

$$\text{diag} \left\{ z_{pi}^2 J_i \right\} \frac{d^2 q}{dt^2} = \text{diag} \left\{ z_{pi} \right\} \tau_{дв} - \tau - \text{diag} \left\{ z_{pi} \right\} \tau_{тр}, \quad i = 1, 2. \quad (3.12)$$

Подстановкой в уравнение (3.12) значения вектора обобщенных сил τ из выражения (3.7) определяем обобщенные уравнения динамики системы с учетом параметров электродвигателей в следующем виде:

$$\left[\text{diag} \left\{ z_{pi}^2 J_i \right\} + M(q) \right] \frac{d^2 q}{dt^2} = \text{diag} \left\{ z_{pi} \right\} \tau_{дв} - B \left(q, \frac{dq}{dt} \right) \frac{dq}{dt} - \text{diag} \left\{ z_{pi} \right\} \tau_{тр}, \quad i = 1, 2. \quad (3.13)$$

Вектор моментов электродвигателя постоянного тока $\tau_{дв}$ определяется по известной формуле:

$$\tau_{дв} = \text{diag} \left\{ k_{Mi} \right\} I,$$

где $I = [i_1 \quad i_2]^T$ – вектор сил тока якоря электродвигателей.

Вектор сил тока I может быть выражен через вектор напряжений $U = [u_1 \quad u_2]^T$, подаваемых на вход электродвигателей с помощью уравнения:

$$I = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_{яi}} \right\} U - \text{diag} \left\{ \frac{k_{Ei}}{R_{яi}} \right\} \omega_{дв} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{R_{яi}} \right\} U - \text{diag} \left\{ \frac{z_{pi} k_{Ei}}{R_{яi}} \right\} \frac{dq}{dt}.$$

Таким образом, вектор моментов электродвигателей будет

$$\tau_{дв} = \text{diag} \left\{ \frac{k_{Mi}}{R_{яi}} \right\} U - \text{diag} \left\{ \frac{z_{pi} k_{Mi} k_{Ei}}{R_{яi}} \right\} \frac{dq}{dt}. \quad (3.14)$$

Подставляя в уравнение (3.13) выражения для обобщенных сил трения (3.9)-(3.11) и моментов электродвигателя (3.14), получаем:

$$\begin{aligned} & \left[\text{diag} \left\{ J_i \right\} + \text{diag} \left\{ \frac{1}{z_{pi}^2} \right\} M(q) \right] \frac{d^2 q}{dt^2} + \left[\text{diag} \left\{ \frac{k_{Mi} k_{Ei}}{R_{яi}} \right\} + \text{diag} \left\{ k_{Vi} \right\} + \text{diag} \left\{ \frac{1}{z_{pi}^2} \right\} B \left(q, \frac{dq}{dt} \right) \right] \frac{dq}{dt} = \\ & = \text{diag} \left\{ \frac{k_{Mi}}{z_{pi} R_{яi}} \right\} U - \text{diag} \left\{ \frac{k_{Ci}}{z_{pi}} \right\} \text{sign} \left\{ \frac{dq}{dt} \right\}, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Сделаем следующие обозначения:

$$M^*(q) = \text{diag} \{J_i\} + \text{diag} \left\{ \frac{1}{z_{pi}^2} \right\} M(q),$$

$$B^* \left(q, \frac{dq}{dt} \right) = \text{diag} \left\{ \frac{k_{Mi} k_{Ei}}{R_{\pi i}} \right\} + \text{diag} \{k_{vi}\} + \text{diag} \left\{ \frac{1}{z_{pi}^2} \right\} B \left(q, \frac{dq}{dt} \right),$$

$$D = \text{diag} \left\{ \frac{k_{Mi}}{z_{pi} R_{\pi i}} \right\},$$

с помощью которых полученное выше выражение преобразуем к виду:

$$M^*(q) \frac{d^2 q}{dt^2} + B^* \left(q, \frac{dq}{dt} \right) \frac{dq}{dt} = DU - \text{diag} \left\{ \frac{k_{Ci}}{z_{pi}} \right\} \text{sign} \left\{ \frac{dq}{dt} \right\}, \quad i = 1, 2. \quad (3.15)$$

Уравнение (3.15) описывает динамику системы сопровождения с учетом параметров электродвигателей и механических передач.

На основе полученных выше уравнений математическую модель системы сопровождения можно представить с помощью структурной схемы (рис. 3.2), где E – единичная матрица размерности 2×2 .

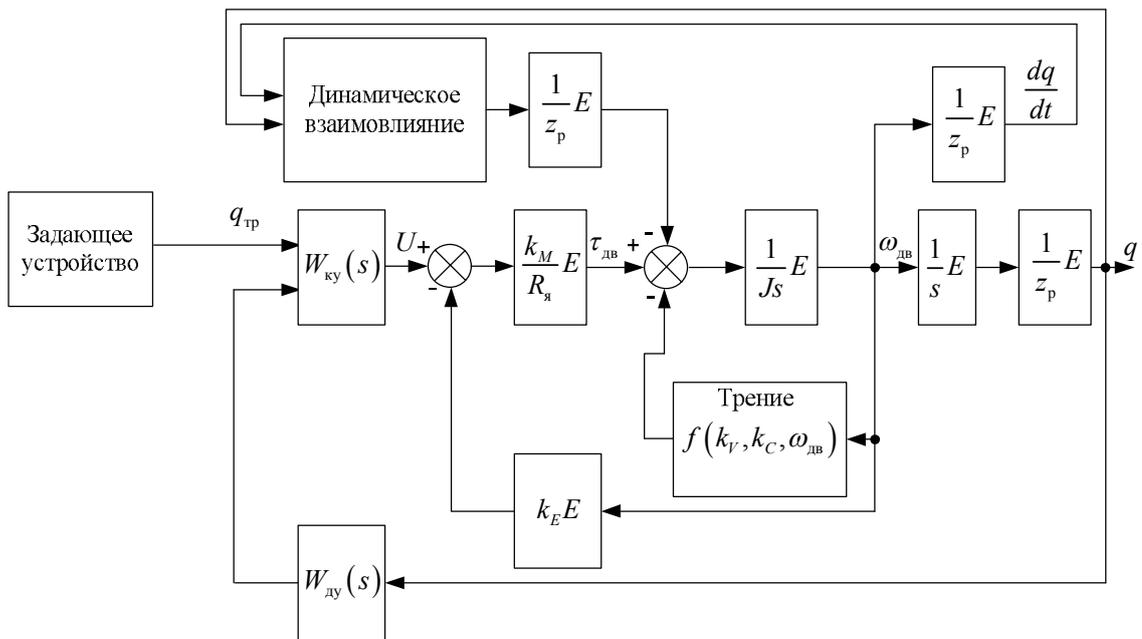


Рис. 3.2. Структурная схема системы сопровождения

В следующем разделе рассмотрим вопросы влияния моментов сил трения на динамику системы сопровождения в условиях полета ЛА.

3.3 Неопределенности в динамике системы сопровождения

Обобщенные силы, обусловленные трением в механических исполнительных устройствах, могут быть большими даже для нормальных (наземных) условий и достигать 25% от требуемых усилий передвижения составных частей [113]. Поэтому эти силы имеют существенное влияние, как на точность системы, так и на ее динамику в целом.

Для любых вращающихся механизмов зависимость момента трения от их скоростных характеристик в общем случае имеет вид [112], представленный на рис. 3.3.

Коэффициент вязкого трения k_v двигателя является заданной постоянной величиной. Информацию о сухом трении в механизмах обычно трудно определить даже в лабораторных условиях, а при маневрах ЛА с большими перегрузками в полете – практически невозможно. С учетом сказанного в модели динамики системы сопровождения (3.15) проявляются неопределенности.

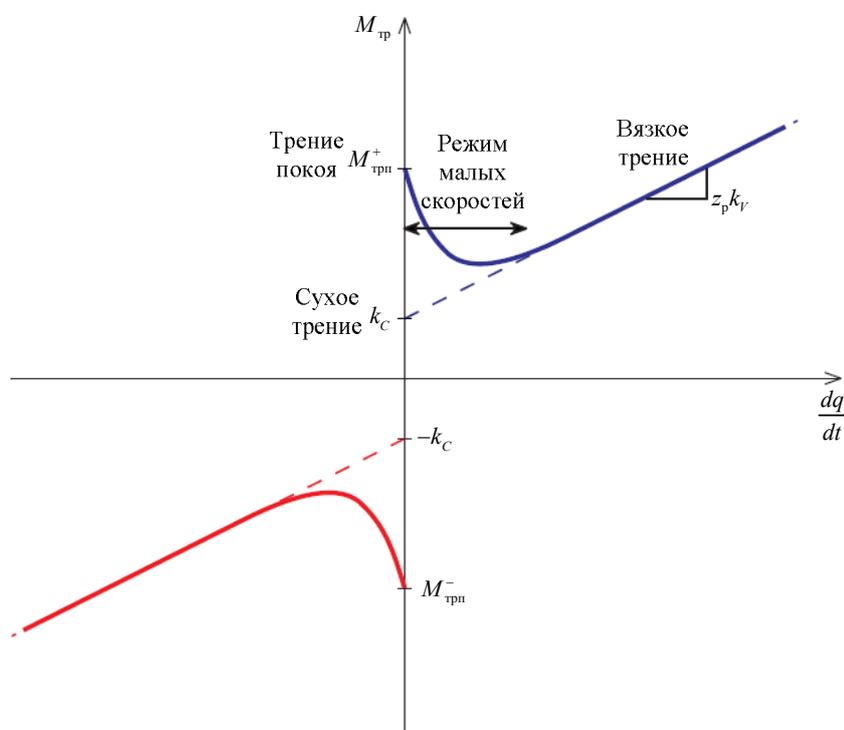


Рис. 3.3. Зависимость трения от обобщенных скоростей системы

Для моделирования динамики системы и оценки возможных величин неопределенностей в модели объекта управления рассмотрим причины возникновения сухого трения. Известно, что сухое трение обусловлено реакциями между соприкасающимися поверхностями. Источниками возникновения реакций в виде внутренних усилий в элементах конструкции ЛА служат перегрузки [36, 44, 136], которые в различных частях ЛА, в общем случае различны (рис. 3.4). Так, для современных ЛА в отдаленных от центра масс точках дополнительная разность перегрузки Δn_{yA} может достигать 1-2 единиц [44].

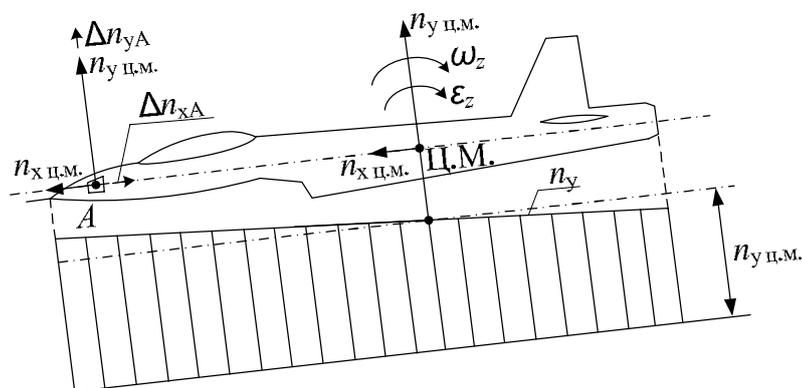


Рис. 3.4. Распределение перегрузок при маневре ЛА

Следовательно, перегрузки непосредственно влияют на силы сухого трения. Однако в условиях недостаточной информации в полете учет подобной зависимости не всегда возможен, что приводит к структурным и параметрическим неопределенностям в динамике системы сопровождения.

3.4 Моделирование динамики системы сопровождения в условиях полета

Полетные условия, выражаемые в первую очередь перегрузками ЛА, можно воссоздать моделированием полета ЛА по реальной произвольной траектории. Уравнения пространственного движения ЛА в общем случае при малых углах атаки и скольжения выглядят следующим образом [87]:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{V} = g(n_x - \sin \vartheta), \\
\omega_{1Y1} = -\frac{g(n_z + \cos \vartheta \sin \gamma)}{V}, \\
\omega_{1Z1} = \frac{g(n_y - \cos \vartheta \cos \gamma)}{V}, \\
\dot{\varphi} = (\omega_{1Y1} \cos \gamma - \omega_{1Z1} \sin \gamma) / \cos \vartheta, \\
\dot{\vartheta} = \omega_{1Y1} \sin \gamma + \omega_{1Z1} \cos \gamma, \\
\dot{\gamma} = \omega_{1X1} - (\omega_{1Y1} \cos \gamma - \omega_{1Z1} \sin \gamma) \operatorname{tg} \vartheta, \\
\dot{X} = V \cos \vartheta \cos \varphi, \\
\dot{Y} = V \sin \vartheta, \\
\dot{Z} = -V \cos \vartheta \sin \varphi,
\end{array} \right. \quad (3.16)$$

где V – скорость полета ЛА, g – ускорение свободного падения, n_x, n_y, n_z – продольная, нормальная и боковая перегрузки ЛА, $\varphi, \vartheta, \gamma$ – углы курса, тангажа и крена, определяющие ориентацию ЛА в земной горизонтированной системе координат (рис. 3.5), $\omega_{1X1}, \omega_{1Y1}, \omega_{1Z1}$ – проекции абсолютной угловой скорости ЛА на свои строительные оси, X, Y, Z – текущие координаты центра масс ЛА.

Пусть в обзорно-прицельной системе ЛА происходит сопровождение наземной цели. При этом в начальный момент времени самолет имеет следующие параметры движения: $V_0 = 200$ м/с, $\varphi_0 = \vartheta_0 = \gamma_0 = 0^\circ$, $X_0 = Z_0 = 0$, $Y_0 = 5000$ м. Промежуток времени $t = 20$ с достаточен для решения ряда прикладных задач с помощью сопровождения цели и оценки динамических характеристик системы в условиях полета. После прохождения этого времени параметры полета ЛА равномерно меняются и к концу достигают следующих значений: $V_c = 180$ м/с, $\varphi_c = 45^\circ$, $\vartheta_c = 30^\circ$, $\gamma_c = 10^\circ$; при этом, центр масс ЛА описывает траекторию, представленную на рис. 3.6.

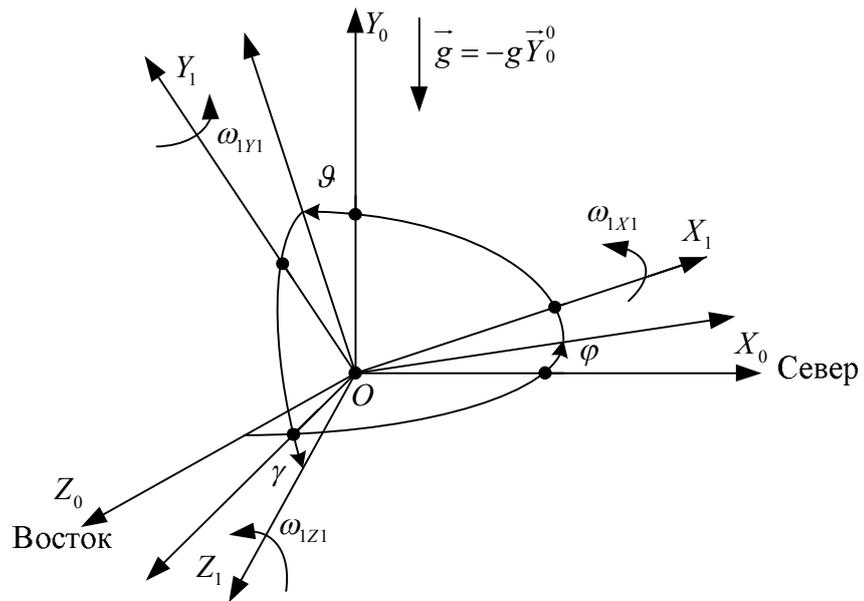


Рис. 3.5. К определению ориентации ЛА в пространстве

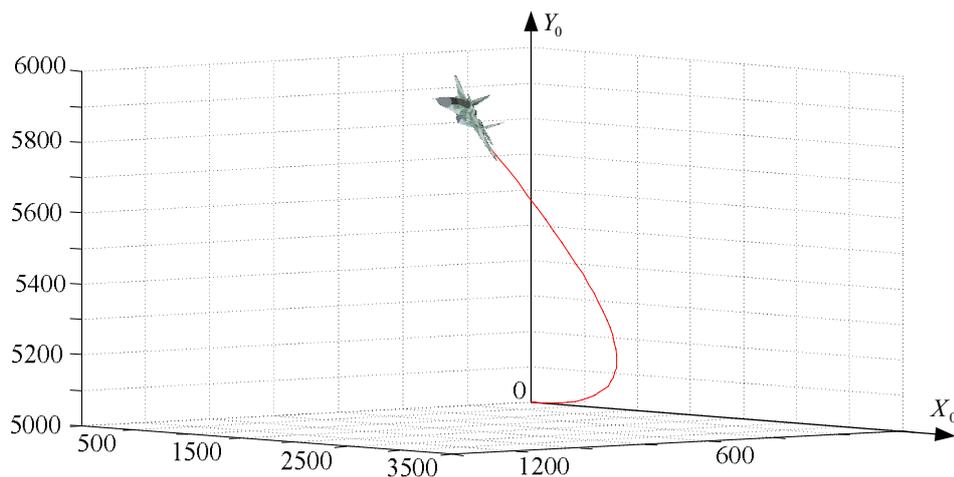


Рис. 3.6. Траектория полета ЛА

Так как скорость движения наземной цели всегда можно учесть в относительном векторе скорости ЛА, то моделирование сопровождения неподвижного ОД в общем случае описывает и процесс слежения за подвижным объектом. Поэтому в данном расчетном примере можно считать наземный объект неподвижным и принять его начальные угловые координаты равными $\varphi_{Y_0} = \varphi_{Z_0} = 0^\circ$.

На основе приведенных данных о полете ЛА и начальных условиях сопровождения можно реализовать модель задающего устройства системы с применением (2.18) и (2.19), исходный код программы которой приведен в приложении Б.

В результате моделирования двадцатисекундного участка полета угловые координаты цели зависят от времени в соответствии с графиками, приведенными на рис. 3.7, а перегрузки ЛА – как показано на рис. 3.8.

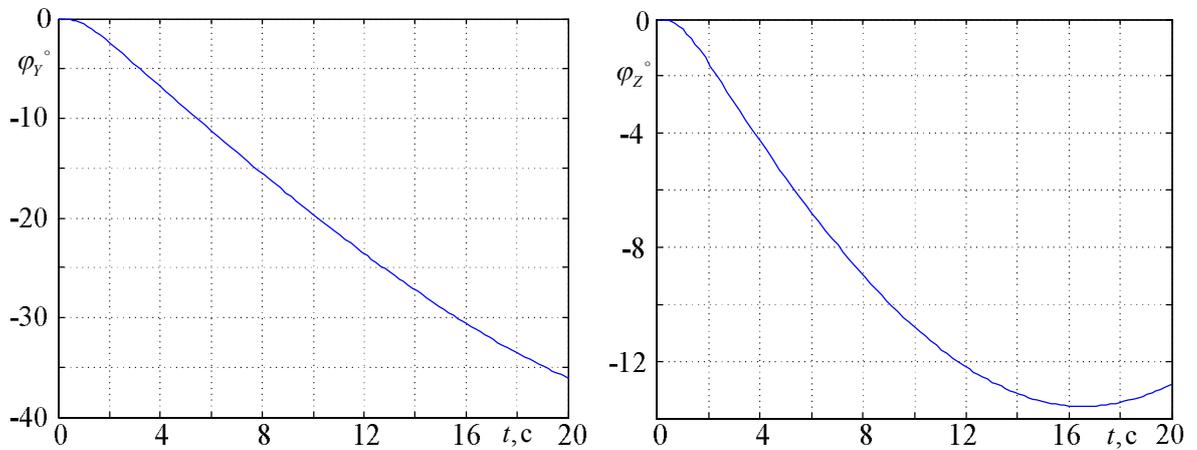


Рис. 3.7. Зависимость угловых координат $\varphi_Y(t)$ и $\varphi_Z(t)$ от времени

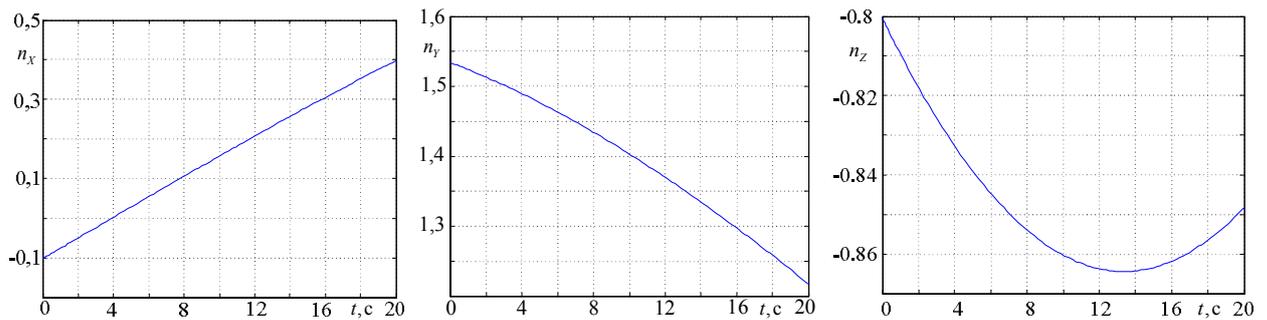


Рис. 3.8. Зависимость составляющих перегрузки ЛА от времени

Для учета полетных условий динамику системы сопровождения необходимо привязать к полученным выше результатам. Как было сказано выше, перегрузки ЛА непосредственно влияют на обобщенные силы сухого трения и на практике неизвестны модели их взаимной связи. Поэтому, для учета влияния перегрузок на силы сухого трения при моделировании динамики системы в качестве их взаимной зависимости в первом приближении принята их прямая пропорциональность [44, 93].

Результаты моделирования динамики системы с учетом полетных условий приведены на рис. 3.9 в виде зависимостей динамических ошибок сопровождения от времени.

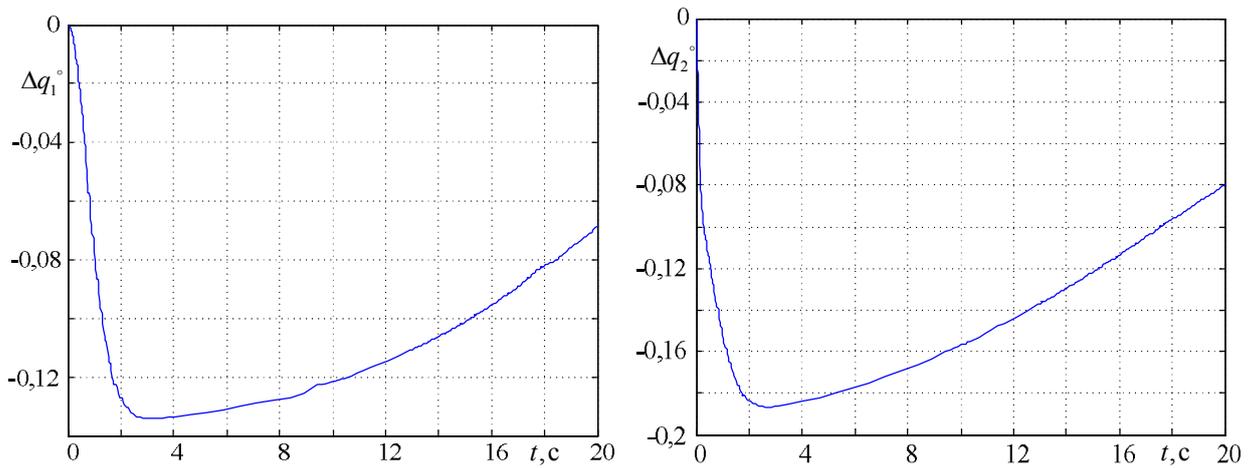


Рис. 3.9. Динамические ошибки системы Δq_1 и Δq_2 в каналах I и II

Для большей наглядности возможного влияния перегрузок на динамическую ошибку сопровождения проведено моделирование другого расчетного случая с параметрами, описанными далее. Пусть в полете ЛА сопровождает наземную цель, при этом ее угловые координаты $q_{1г}$, $q_{2г}$, поступающие из задающего устройства, зависят от времени следующим образом:

$$\begin{cases} q_{1г}(t) = a \sin(\omega t + \alpha), \\ q_{2г}(t) = b \cos(\omega t + \beta), \end{cases}$$

где $a = 116,48$, $\alpha = 4,93^\circ$, $b = -347,85$, $\beta = -86,71^\circ$, $\omega = \pi/180$.

Полет происходит в условиях перегрузок в обоих каналах системы сопровождения со значениями $n_{1,2} = 0, 1, 5, 9$ единиц в каждом канале.

Моделированием в среде MATLAB (код программы в приложении В) десятисекундного участка сопровождения наземной цели в условиях перегрузок получены оценки влияния последних на динамическую ошибку следящей системы (рис. 3.10).

Как видно из результатов моделирования, при нулевых значениях перегрузок, т.е. при номинальных значениях сил сухого трения, динамическая ошибка сопровождения в обоих каналах с течением времени стремится к некоторому постоянному значению (около $0,01^\circ$) (рис. 3.10). С увеличением перегрузок динамическая ошибка сопровождения возрастает и для перегрузок 9 единиц в обоих каналах достигает значений $1,3^\circ$. Рост динамической

ошибки с увеличением перегрузок в полете ЛА физически закономерен и объясняется увеличением сил сухого трения.

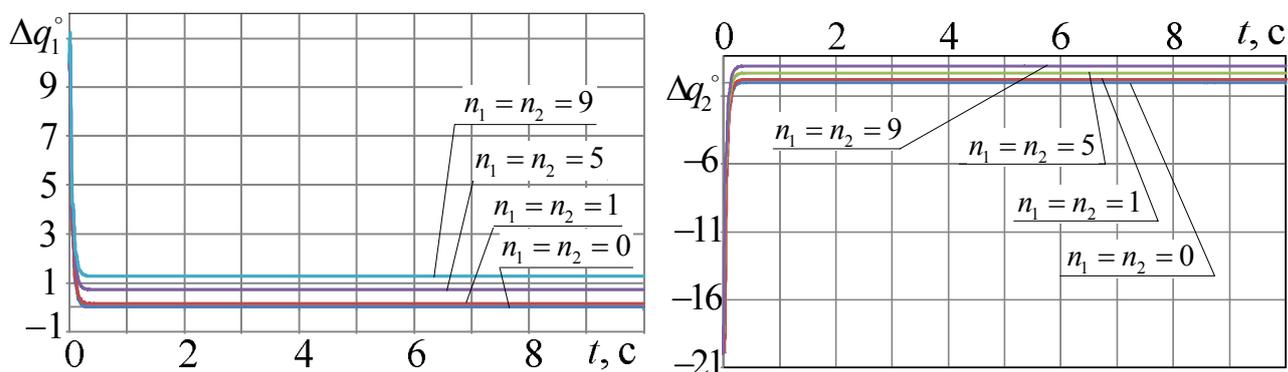


Рис. 3.10. Влияние перегрузок на динамические ошибки Δq_1 и Δq_2 в каналах I и II

Моделирование подтвердило значимость учета сил трения и влияния перегрузок на эти силы в процессе сопровождения наземных целей. Однако в условиях недостаточной информации в полете такой учет не всегда возможен. Следовательно, для улучшения динамических характеристик бортовых систем сопровождения наземных целей с учетом неопределенностей в модели объекта управления следует применять робастный регулятор, синтез которого будет рассмотрен в следующей главе.

3.5 Выводы к третьей главе

1. На основе общих уравнений механики Эйлера-Лагранжа с применением аппарата преобразования координат Денавита-Хартенберга получено описание динамики системы сопровождения. Произведен учет влияния параметров электродвигателей на динамику системы.
2. Рассмотрены проблемы возникновения неопределенностей в динамике системы и их причины – обобщенные силы сухого трения в узлах механической системы в условиях полета.
3. Проведено моделирование динамики системы сопровождения в условиях полета летательного аппарата по заданной траектории и для различных значений перегрузок. В качестве зависимости сил сухого трения от перегрузок принята их прямая

пропорциональность. С учетом этого получена модель динамики системы сопровождения в условиях полета.

4. Неопределенности в динамике системы сопровождения в основном связаны с трудностями оценки обобщенных сил сухого трения в условиях полета. Для устранения неблагоприятных явлений связанных с неопределенностями в модели системы целесообразно применение робастных корректирующих устройств.

5. Следующим шагом в задаче анализа и синтеза систем сопровождения является проектирование корректирующих устройств, обеспечивающих робастность системы. Иными словами, построение корректирующих устройств системы для сохранения ее свойства в условиях структурных и параметрических неопределенностей в ее модели и внешних возмущений.

Как видно из схемы (рис. 4.1), система сопровождения является многосвязной нелинейной системой автоматического управления, что обусловлено нелинейным характером взаимного влияния каналов управления и сухого трения.

В уравнениях (3.15) в элементах матриц

$$M^*(q) = \text{diag}\{J_i\} + \text{diag}\left\{\frac{1}{z_{pi}^2}\right\}M(q),$$

$$B^*\left(q, \frac{dq}{dt}\right) = \text{diag}\left\{\frac{k_{Mi}k_{Ei}}{R_{\text{я}i}}\right\} + \text{diag}\{k_{Vi}\} + \text{diag}\left\{\frac{1}{z_{pi}^2}\right\}B\left(q, \frac{dq}{dt}\right)$$

при $z_p = 300$ можно пренебречь составляющими, выражающими динамическое взаимовлияние между каналами управления. Тогда

$$M^*(q) \approx \text{diag}\{J_i\},$$

$$B^*\left(q, \frac{dq}{dt}\right) \approx \text{diag}\left\{\frac{k_{Mi}k_{Ei}}{R_{\text{я}i}}\right\} + \text{diag}\{k_{Vi}\}.$$

Иными словами, система сопровождения в этом случае будет описываться уравнениями динамики электродвигателей:

$$\begin{aligned} \text{diag}\{J_i\} \frac{d^2q}{dt^2} + \left[\text{diag}\left\{\frac{k_{Mi}k_{Ei}}{R_{\text{я}i}}\right\} + \text{diag}\{k_{Vi}\} \right] \frac{dq}{dt} = \\ = \text{diag}\left\{\frac{k_{Mi}}{z_{pi}R_{\text{я}i}}\right\}U - \text{diag}\left\{\frac{k_{Ci}}{z_{pi}}\right\} \text{sign}\left\{\frac{dq}{dt}\right\}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Однако, при больших угловых скоростях сопровождения воздействие взаимовлияния каналов управления на динамику системы сопровождения ощутимо. Моделированием в среде MATLAB динамики системы в условиях полета по траектории, изображенной на рис. 3.6, получены разности выходов реальной системы и модели без учета динамического взаимовлияния между каналами управления (код программы приведен в приложении Г). Как показывают результаты моделирования (рис. 4.2) взаимное влияние между каналами управления для данной системы сопровождения является небольшим.

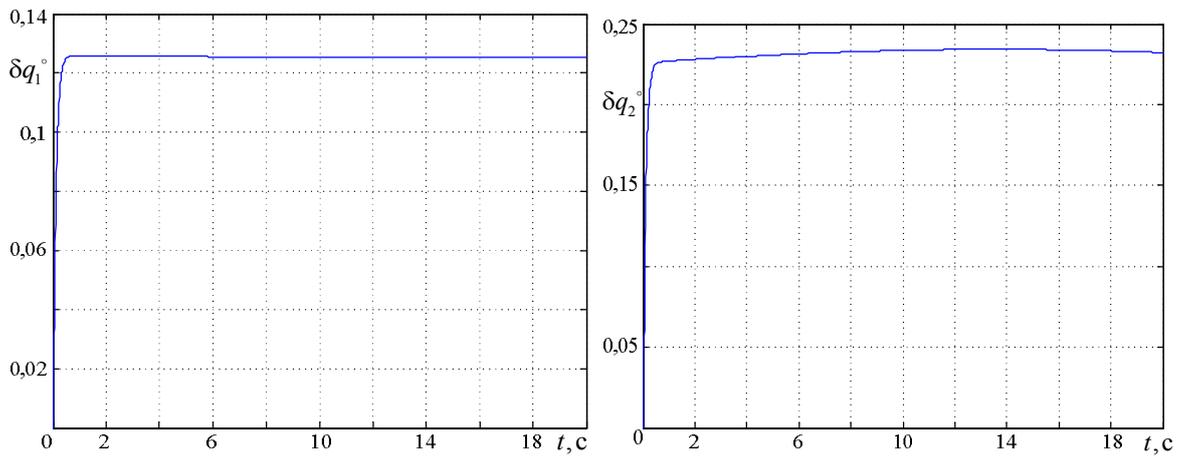


Рис. 4.2. Разность отработанных угловых координат для каналов I и II реальной системы и модели без учета динамического взаимовлияния и зависимости сухого трения от перегрузок

Проведено моделирование (исходные коды приведены в приложении Г) также для случаев учета только динамического взаимовлияния (без сухого трения в обоих каналах, рис. 4.3), не учета динамического взаимовлияния и сухого трения в обоих каналах (рис. 4.4), учета динамического взаимовлияния и без сухого трения в одном из каналов управления поочередно (рис. 4.5-4.6).

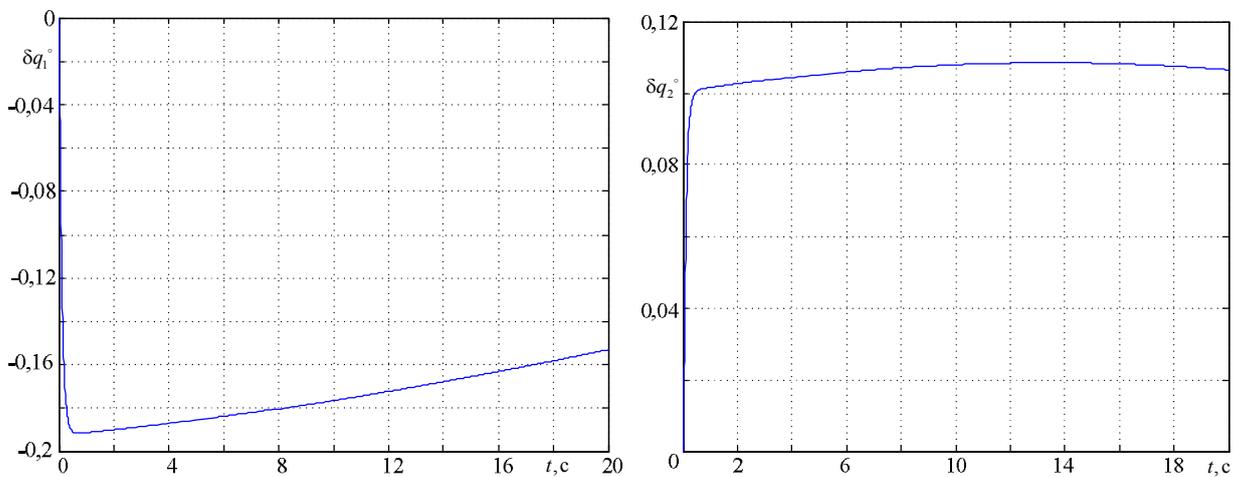


Рис. 4.3. Разность отработанных угловых координат для каналов I и II реальной системы и модели без учета сухого трения

Как видно из результатов моделирования (рис. 4.3, 4.4) учет взаимовлияния каналов управления несильно меняет динамику упрощенных схем системы. Существенное влияние на динамику системы при этом оказывает явления сухого трения. При этом разности отработанных угловых координат реальной системы и моделей без учета сухого трения и

одновременного пренебрежения и сухим трением, и динамическим взаимодействием практически не отличаются.

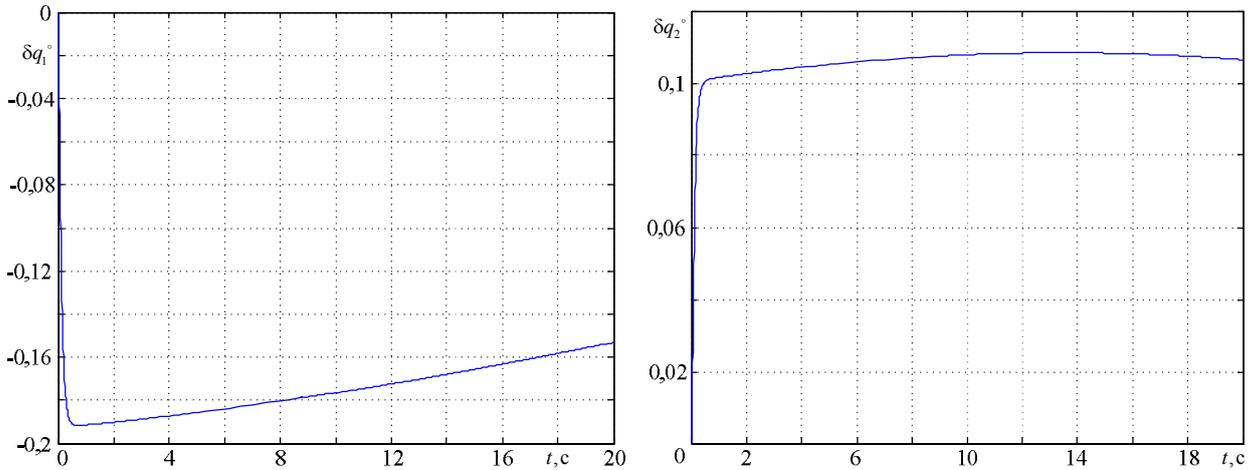


Рис. 4.4. Разность отработанных угловых координат для каналов I и II реальной системы и модели без учета и сухого трения, и динамического взаимодействия

Для большей наглядности было проведено моделирование другого расчетного случая при действии постоянных перегрузок $n_{1,2} = 1$ в обоих каналах. Результаты моделирования в виде разностей отработанных угловых координат реальной системы и различных упрощенных моделей приведены к десятой секунде сопровождения в табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4.1 – Результаты динамического моделирования

Варианты моделей	Канал I	Канал II
Учет только сухого трения, независящего от перегрузок	-0,1412964°	0,1412973°
Учет только динамического взаимодействия	-0,1460777°	0,1269123°
Без сухого трения и динамического взаимодействия	-0,1460827°	0,1269178°

Полученные результаты свидетельствуют о том, что если в модели системы сопровождения нет сухого трения, то учет или не учет динамического взаимодействия никакого эффекта не дает. Поэтому для большей наглядности следует рассмотреть действие сухого трения в каждом канале управления и характер передачи его динамическим взаимодействием между этими каналами (рис. 4.5, 4.6).

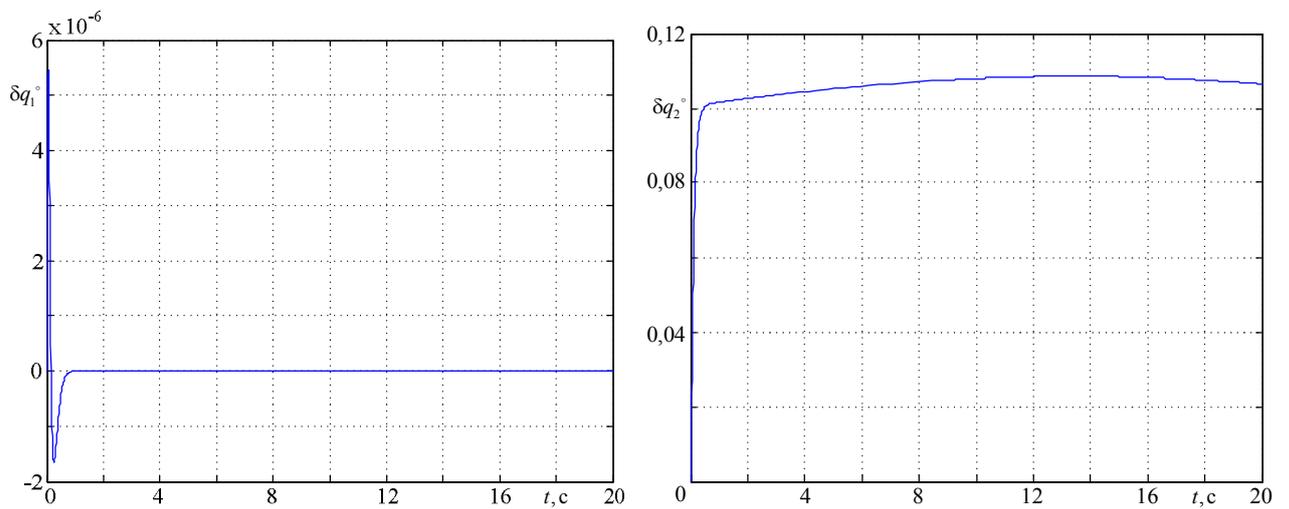


Рис. 4.5. Разность обработанных угловых координат для каналов I и II реальной системы и модели без учета сухого трения только во втором канале

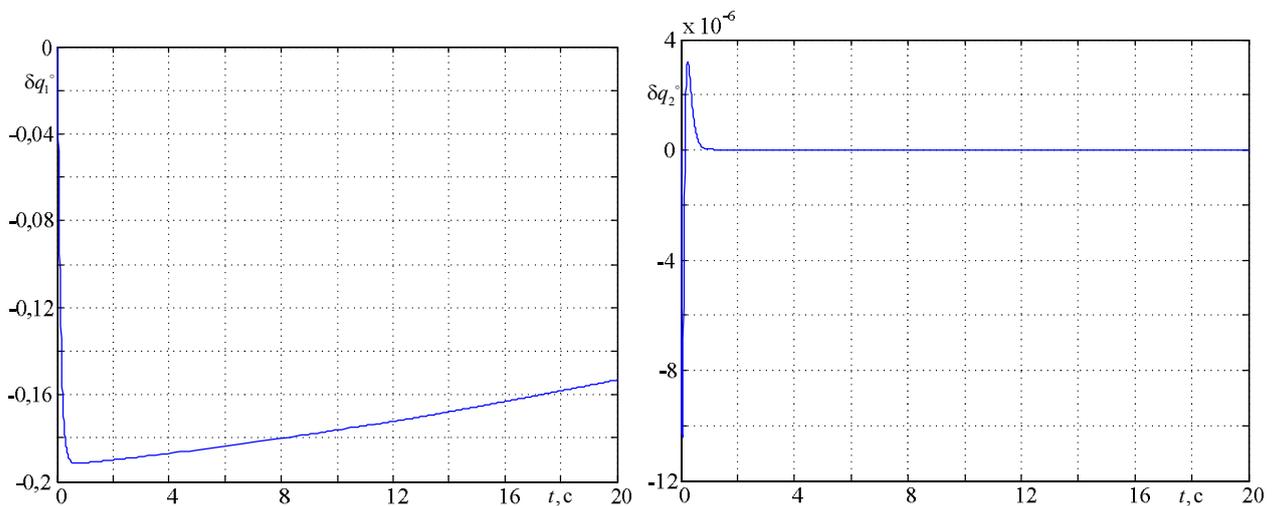


Рис. 4.6. Разность обработанных угловых координат для каналов I и II реальной системы и модели без учета сухого трения только в первом канале

Однако если принять во внимание зависимость сухого трения от перегрузок и динамическим моделированием вычислить разности обработанных угловых координат реальной системы и ее упрощенной схемы без взаимовлияния каналов управления, то они будут близкими нулю (рис. 4.7).

Полученные результаты свидетельствуют о том, что в данном случае учет сухого трения оказывает большее влияние на динамику системы сопровождения, чем взаимная связь каналов управления.

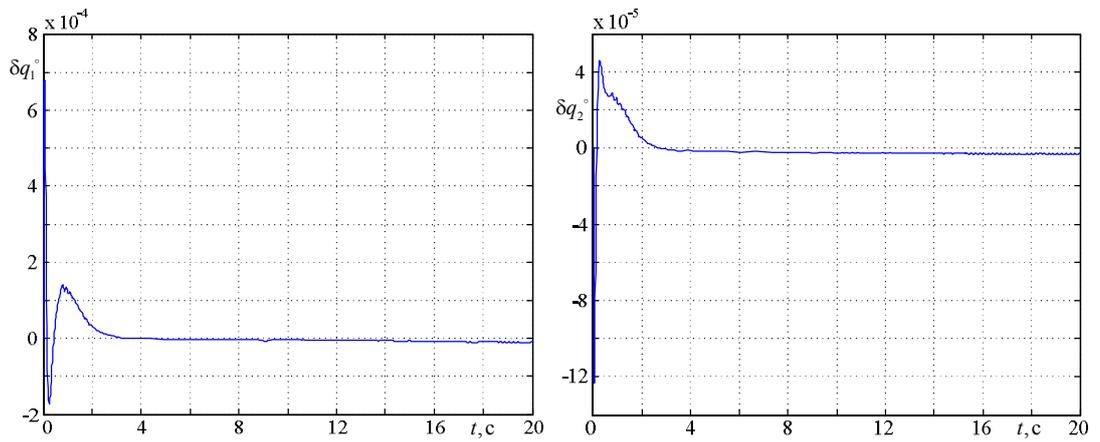


Рис. 4.7. Разность обработанных угловых координат для каналов I и II реальной системы и модели без учета динамического взаимовлияния

Поэтому предлагается произвести разрыв связей между каналами [27, 121], а учет их взаимного влияния произвести с помощью дополнительных элементов $W_1(s)$, $W_2(s)$ с входными малыми возмущениями ζ_1, ζ_2 (рис. 4.8). При этом передаточные функции дополнительных элементов выбираем в виде аperiodических звеньев:

$$W_1(s) = \frac{k_{\zeta 1}}{T_1 s + 1}, \quad W_2(s) = \frac{k_{\zeta 2}}{T_2 s + 1},$$

а значения их параметров – $k_{\zeta 1} = k_{\zeta 2} = 0,001$, $T_1 = T_2 = 0,01$.

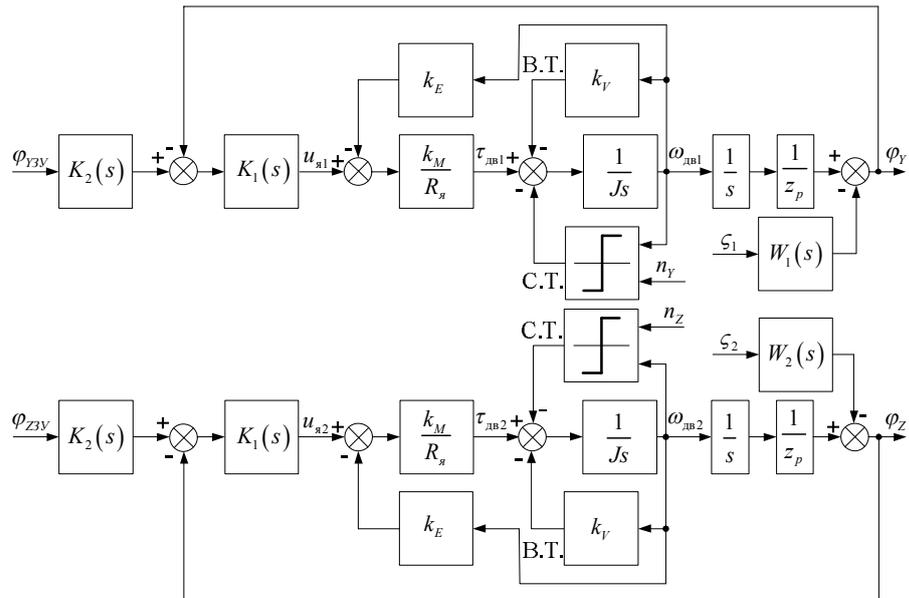


Рис. 4.8. Преобразование структуры системы с применением дополнительных элементов

Полученная схема позволяет исследовать каналы управления по отдельности, а то обстоятельство, что они структурно не отличаются, дает возможность рассмотреть только один канал управления.

4.1.2 Гармоническая линеаризация системы сопровождения

Как видно из схем каналов управления (рис. 4.8), они являются нелинейными, что обусловлено сухим трением. Применительно к системам с сухим трением, как показывает практика [41,75], эффективнее использовать гармоническую линеаризацию.

Проведем гармоническую линеаризацию системы на примере одного из каналов управления, преобразовав его структуру к следующему виду:

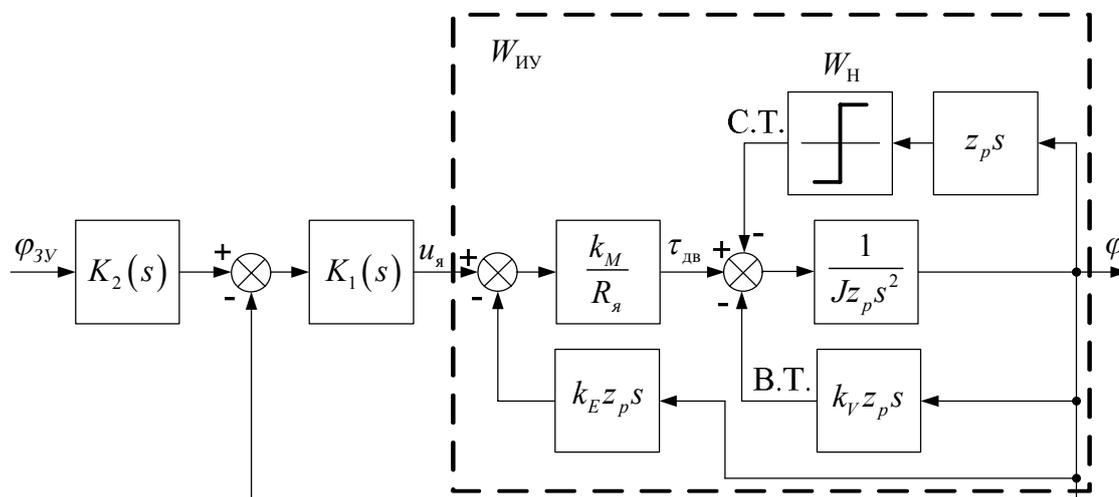


Рис. 4.9. Канал управления системы сопровождения

При подаче на вход системы гармонических колебаний вида $\varphi_{3y} = A \sin \omega t$, нелинейное звено W_H в обратной связи канала управления может быть представлено следующей линеаризованной зависимостью [14, 43, 74, 75]:

$$W_H(A, s) = q(A, \omega) + \frac{q'(A, \omega)}{\omega} s,$$

где $q(A, \omega)$, $q'(A, \omega)$ – коэффициенты гармонической линеаризации.

В данном случае для нелинейности типа идеального релейного звена, соответствующего модели сухого трения, эти коэффициенты определяются по известным выражениям [14, 43, 74, 75]:

$$q(A, \omega) = \frac{4k_C}{\pi A}, \quad q'(A, \omega) = 0,$$

где k_C – коэффициент сухого трения, A – амплитуда, ω – частота входных гармонических колебаний.

С учетом этого

$$W_H(A, s) = q(A) = \frac{4k_C}{\pi A}.$$

Рассмотрим структуру системы (одного канала), приведенную на рис. 4.9. Определим из нее передаточную функцию исполнительного устройства $W_{ИУ}(s)$:

$$W_{ИУ}(s) = \frac{1}{z_p s \left(k_E + \frac{k_V R_{я}}{k_E k_M} + \frac{R_{я}}{k_M} q(A) + \frac{J R_{я}}{k_M} s \right)}. \quad (4.2)$$

Без учета сухого трения, то есть в случае отсутствия нелинейностей в структуре системы передаточная функция исполнительного устройства будет:

$$W_{ИУ0}(s) = \frac{1}{z_p s \left(k_E + \frac{k_V R_{я}}{k_E k_M} + \frac{J R_{я}}{k_M} s \right)},$$

которая может быть преобразована к виду:

$$W_{ИУ0}(s) = \frac{1}{c_E s (c_0 + T s)}, \quad (4.3)$$

где для рассматриваемого примера $c_E = k_E z_p = 24,351$, $c_0 = 1 + \frac{k_V R_{я}}{k_M} = 1,003$ – постоянные

коэффициенты, $T = \frac{J R_{я}}{k_E k_M} = 0,015$ – электромеханическая постоянная времени

электродвигателя.

Для простоты записей аналогичным образом может быть преобразована передаточная функция (4.2):

$$W_{\text{ив}}(s) = \frac{1}{c'_E s(1+T's)}, \quad (4.4)$$

где

$$c'_E = c_E \left(c_0 + \frac{R_{\text{я}}}{k_E k_M} q(A) \right), \quad T' = T / \left(c_0 + \frac{R_{\text{я}}}{k_E k_M} q(A) \right).$$

Для эквивалентности линейной части полученных преобразований линейной системе, произведем следующее:

$$W_{\text{ив}}(s) = \frac{1}{c'_E s(1+T's)} = \frac{1}{c_E s(c_0 + Ts)} \frac{c_E s(c_0 + Ts)}{c'_E s(1+T's)} = W_{\text{ив}0}(s) \overline{W}_H(A, s).$$

Тогда исходная система может быть представлена в виде последовательно соединенных линейной $W(s)$ и приведенной нелинейной $\overline{W}_H(A, s)$ частей (рис. 4.10), где

$$W(s) = K_1(s) W_{\text{ив}0}(s), \quad \overline{W}_H(A, s) = \frac{c_E s(c_0 + Ts)}{c'_E s(1+T's)}.$$

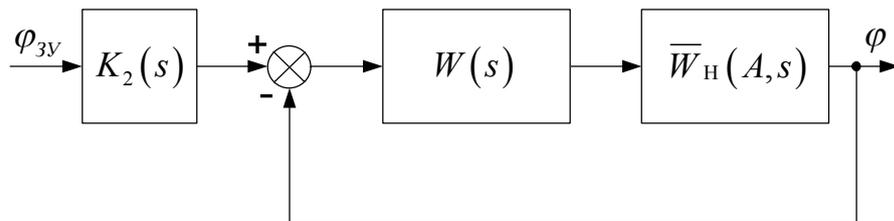


Рис. 4.10. Преобразованная схема одного канала системы сопровождения

Для системы, представленной на рис. 4.10, состоящей из линейной части с частотной характеристикой $W(j\omega)$ и нелинейной части с комплексным коэффициентом усиления $\overline{W}_H(A, \omega)$, выражение границы устойчивости имеет вид [75]:

$$W(j\omega) \overline{W}_H(A, \omega) = -1,$$

или

$$W(j\omega) = -\frac{1}{\overline{W}_H(A, \omega)}.$$

Следовательно, для нахождения системы на границе устойчивости должны удовлетворяться два условия:

$$\begin{cases} L_M[W(j\omega)] = L_M\left[-\frac{1}{\overline{W}_H(A, \omega)}\right], \\ \psi[W(j\omega)] = \psi\left[-\frac{1}{\overline{W}_H(A, \omega)}\right], \end{cases} \quad (4.5)$$

где $L_M[W(j\omega)] = L_{ML}(\omega)$, $\psi[W(j\omega)] = \psi_L(\omega)$ – логарифмические частотные характеристики линейной части, $L_M[-1/\overline{W}_H(A, \omega)] = L_{MNL}(A, \omega)$, $\psi[-1/\overline{W}_H(A, \omega)] = \psi[1/\overline{W}_H(A, \omega)] - 180^\circ = \psi_{NL}(A, \omega)$ – аналогичные характеристики нелинейной части.

Построим эти частотные характеристики (рис. 4.11, код программы см. в приложении Д) линейной системы и нелинейной части и сделаем выводы по устойчивости системы.

Как видно из частотных характеристик линейной и нелинейной частей системы, при амплитудах входного сигнала

$$A = [0,0050 \quad 0,0100 \quad 0,0252 \quad 0,0542 \quad 0,1001 \quad 0,1658 \quad 0,2537 \quad 0,3662 \quad 0,5055]$$

и

$$A = [0,6736 \quad 0,8727 \quad 1,1045 \quad 1,3710 \quad 1,6739 \quad 2,0149 \quad 2,3957 \quad 2,8180 \quad 3,2832],$$

автоколебаний в системе (нахождения системы на границе устойчивости) не существует, так как нет такой частоты, при которой выполнялись оба условия (4.5).

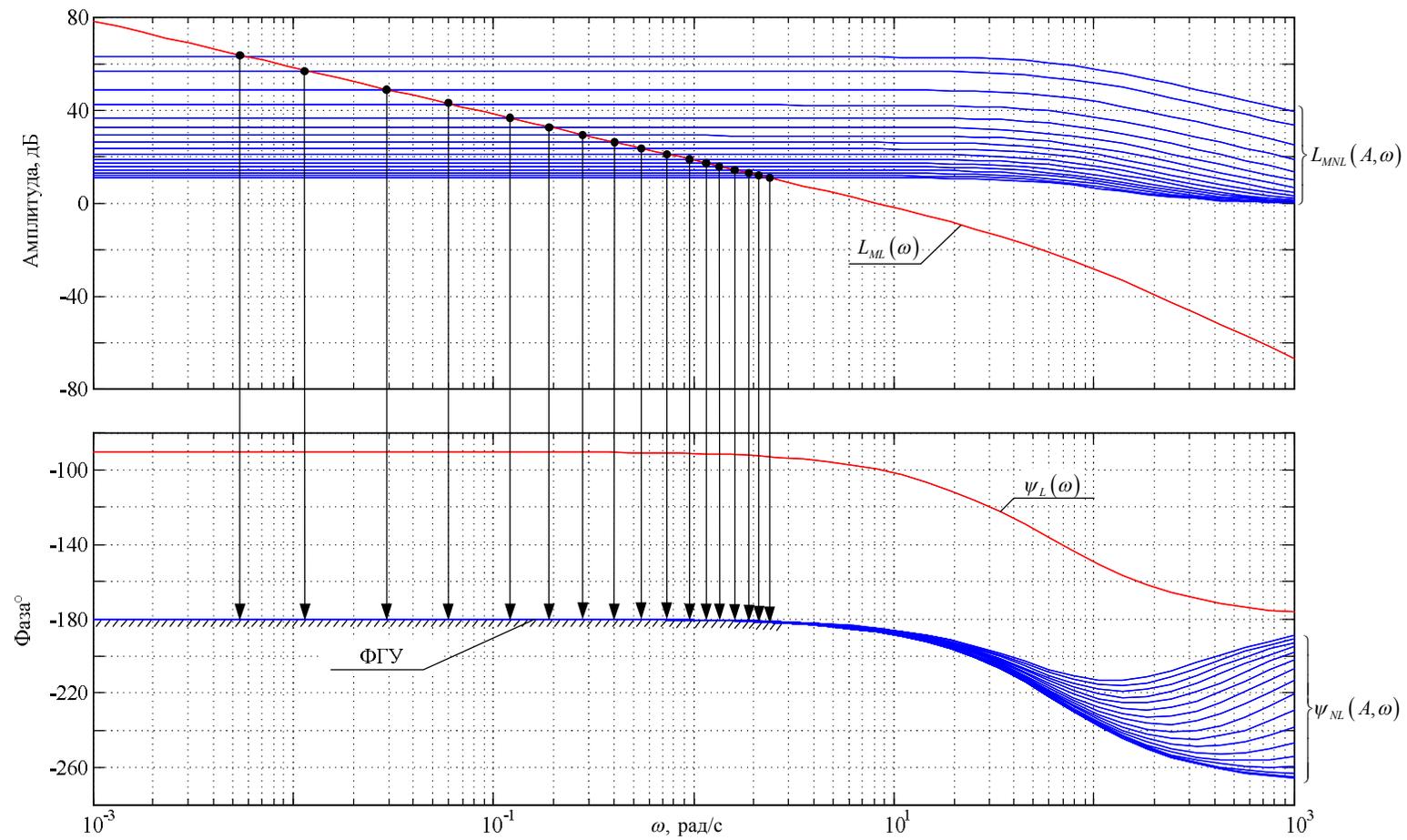


Рис. 4.11. Построение частотных характеристик системы и фазовой границы устойчивости

Построенная фазовая граница устойчивости (ФГУ) [75] показывает (рис. 4.11), что наличие сухого трения не только не вызывает автоколебаний в системе, устойчивой в линейном приближении, но даже может сделать устойчивой систему, неустойчивую без сухого трения, так как из-за него ФГУ с увеличением амплитуды входного сигнала располагается ниже линии -180° , тем самым увеличивая запас по фазе.

В полетных условиях действие сухого трения можно объяснить следующим образом. При действии нулевой и положительных перегрузок, момент сухого трения возрастает от номинального (при нулевой перегрузке) до некоторого значения. Действие отрицательных перегрузок в диапазоне от нуля до минус единицы уменьшает момент сил сухого трения от номинального до нулевого значения. Перегрузки, меньшие по значению минус единицы в зависимости от конструкции трущихся поверхностей могут либо не менять момент сил сухого трения, оставляя его нулевым, либо увеличивать его.

4.2 Номинальный и возмущенный объект управления, выбор модели неопределенности

На основе приведенных выше рассуждений и схем линеаризованной системы определим номинальный объект управления. Рассмотрим следующую структурную схему:

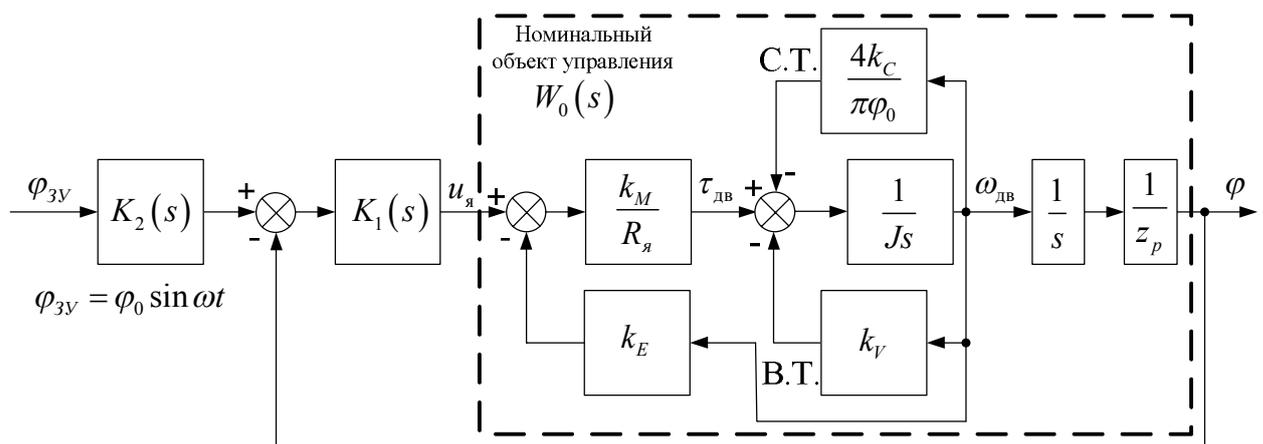


Рис. 4.12. Система сопровождения с номинальным объектом

Несоответствие номинального объекта реальным условиям связано с влиянием перегрузок на силы сухого трения. Как известно, силы сухого трения зависят от сил реакции между трущимися поверхностями, которые в свою очередь пропорциональны перегрузкам в

полете. Однако отсутствие моделей, описывающих прямую связь сухого трения с перегрузками, приводит к структурным неопределенностям.

Поэтому, для системы с возмущенным объектом управления справедлива следующая структура:

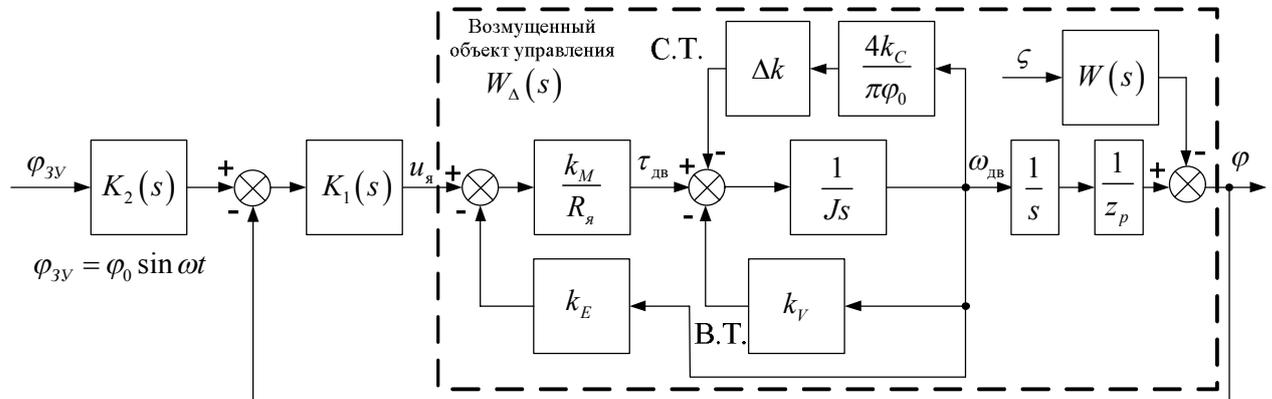


Рис. 4.13. Система сопровождения с возмущенным объектом

В системе, изображенной на рис. 4.13, с учетом физики протекающих процессов при сопровождении наземной цели с летательного аппарата, можно задать возможный диапазон изменения возмущения Δk :

$$\Delta k \in \left(0, \frac{\pi\varphi_0}{4k_C} \tau_{дв\max} \right), \quad (4.6)$$

где значение $\Delta k \rightarrow 0$ – соответствует условию невесомости, а $\Delta k \rightarrow \frac{\pi\varphi_0}{4k_C} \tau_{дв\max}$ – отражает условие действия перегрузки, соответствующей трению покоя, то есть вращение вала электродвигателя останавливается за счет сухого трения. Однако на практике условие $\Delta k \rightarrow \frac{\pi\varphi_0}{4k_C} \tau_{дв\max}$ не реализуется, так как существуют оптико-электронные системы наведения ракет «воздух-воздух», с располагаемыми значениями перегрузок в полете до 60 ед., которые показали высокую эффективность боевого применения. Таким образом, значение Δk намного меньше величины $\frac{\pi\varphi_0}{4k_C} \tau_{дв\max}$, но является неопределенной.

Далее рассмотрим синтез робастных регуляторов, позволяющих сохранять качества системы сопровождения в условиях неопределенностей параметра Δk и действия внешних возмущений ζ .

4.3 Синтез робастного регулятора системы сопровождения

Рассмотрим передаточные функции номинального $W_0(s)$ и возмущенного $W_\Delta(s)$ объекта управления:

$$W_0(s) = \frac{1}{c_E s (c_1 + Ts)}, \quad (4.7)$$

где $c_1 = c_0 + \frac{4}{\pi \varphi_0} \frac{k_C R_y}{k_E k_M}$, φ_0 – амплитуда входного сигнала;

$$W_\Delta(s) = \frac{1}{c_E s (c_2 + Ts)}, \quad (4.8)$$

где $c_2 = c_0 + \frac{4}{\pi \varphi_0} \frac{k_C R_y}{k_E k_M} \Delta k$.

В данном случае можно заключить, что имеет место параметрическая или структурная неопределенность [60, 118, 151].

Значение параметра $\Delta k = 0$ соответствует случаю номинального объекта $W_{\text{нво}}(s)$, рассмотренного в п.п. 4.1.2, при котором система сопровождения устойчива и обладает хорошими динамическими характеристиками.

Выражение для c_2 можно преобразовать так:

$$c_2 = c_0 + \frac{4}{\pi \varphi_1} \frac{k_C R_y}{k_E k_M}, \quad (4.9)$$

где $\varphi_1 = \varphi_0 / \Delta k$, $\Delta k \neq 0$.

При этом схему системы сопровождения можно привести к следующему упрощенному виду:

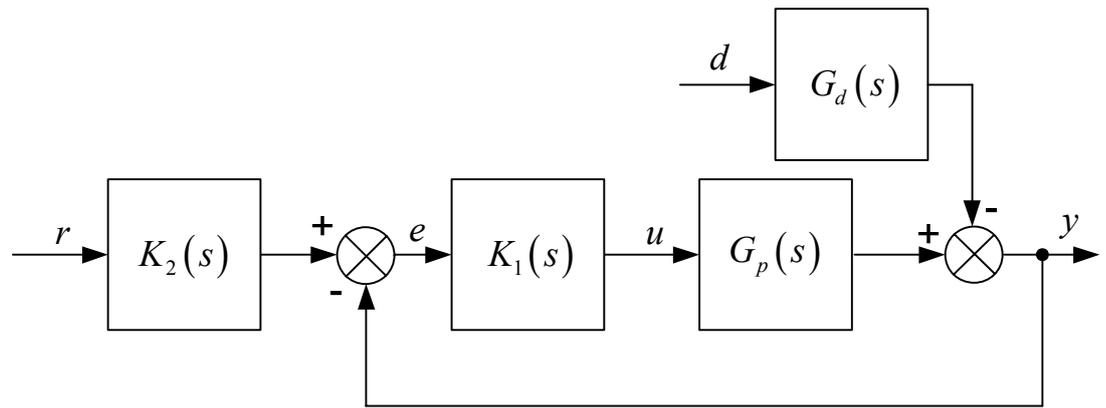


Рис. 4.14. Структурная схема системы сопровождения

На схеме рис. 4.14 сделаны следующие обозначения: $r = \varphi_{3y}$ – задающий сигнал, $y = \varphi$ – выходной сигнал, $e = y - r$ – ошибка управления, $u = u_{\text{я}}$ – сигнал управления, $d = \zeta$ – возмущения, $G_p(s) = W_{\Delta}(s)$ – передаточная функция возмущенного объекта, $G_d(s)$ – передаточная функция от возмущений.

Для свойств робастности – робастной устойчивости и робастного качества, большое значение имеют функции чувствительности S и дополнительной чувствительности T , которые определяются по известным выражениям [61, 151]:

$$S = \frac{e(s)}{r(s)} = \frac{1}{1+L}, \quad T = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{L}{1+L}, \quad (4.10)$$

где $L = G(s)K_1(s) = W(s)$ – передаточная функция разомкнутой системы, $G(s) = W_0(s)$ – передаточная функция номинального объекта.

В п.п. 4.1.2 было показано, что система сопровождения сохраняет устойчивость и даже обладает свойством увеличения запаса устойчивости по фазе с увеличением амплитуды входного сигнала φ_0 .

С учетом выражения (4.9) и связи φ_1 и φ_0 следует, что система сопровождения обладает робастной устойчивостью, так как устойчива вне зависимости от неопределенностей параметра Δk , то есть

$$\|w_1 T\|_{\infty} < 1, \quad \forall \omega, \quad (4.11)$$

где w_1 – приведенная неопределенность, получаемая на основе возмущений Δk .

Далее рассмотрим вопрос обеспечения робастного качества системы сопровождения. Пусть задающий сигнал имеет следующий вид:

$$r = w_2 r_0 \sin \omega t,$$

где w_2 – вес неопределенности. Тогда передаточная функция номинального объекта будет:

$$G(s) = \frac{1}{c_E s (c_1 + Ts)},$$

где $c_1 = c_0 + \frac{1}{w_2} \frac{4}{\pi r_0} \frac{k_C R_{я}}{k_E k_M}$, то есть в $G(s)$ проявляется неопределенность, что соответствует возмущенному объекту $G_p(s)$. Следовательно, между весом неопределенности w_2 и возмущением Δk существует зависимость вида:

$$\Delta k = \frac{1}{w_2}, \Delta k \neq 0. \quad (4.12)$$

Из полученного результата следует, что неопределенности в структуре объекта управления можно привести к мультипликативной модели возмущения в следующей форме:

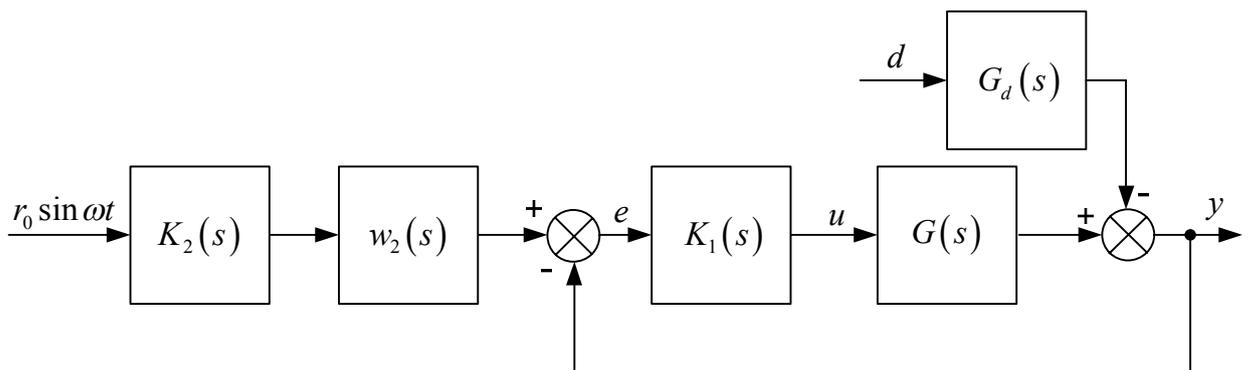


Рис. 4.15. Приведенная модель системы

Из приведенных рассуждений следует, что с увеличением веса неопределенности w_2 согласно (4.12) уменьшается влияние возмущения Δk на систему сопровождения и вместе с

ним влияние сухого трения на точность системы. Уменьшение веса неопределенности w_2 имеет обратный эффект. При этом в любом случае система будет устойчивой.

Таким образом, можно заключить, что увеличение амплитуды задающего сигнала, в данном случае $w_2 r_0$, улучшает точностные характеристики системы, не влияя на ее устойчивость. Следовательно, корректирующее устройство системы, образованное комплексом префилтра $K_2(s)$ и регулятора $K_1(s)$, должно обеспечивать большой коэффициент усиления, удовлетворяющий требованию робастного качества

$$\|w_2 S_p\|_\infty < 1, \quad \forall S_p, \forall \omega, \quad (4.13)$$

где S_p – функция возмущенной чувствительности.

В данном случае с учетом условия (4.13) и приведенной модели системы (рис. 4.15) условие для робастного качества (4.14) преобразуется в условие для номинального качества:

$$\|w_2 S\|_\infty < 1, \quad \forall \omega. \quad (4.14)$$

Рассмотрим требование (4.14). При больших перегрузках в полете, то есть больших значениях возмущений Δk весовая функция w_2 является достаточно малой (меньшей единицы) в виду условия (4.12). В этих условиях задача обеспечения робастного качества переходит в задачу синтеза системы с высокой точностью при действии внешних возмущений. При малых перегрузках, близких к нулю, можно пренебречь воздействием сил сухого трения на динамику системы сопровождения. С учетом этого, обеспечение высоких характеристик точности системы удовлетворит условиям (4.13, 4.14) робастного качества системы.

Таким образом, задача сводится к нахождению параметров корректирующего устройства системы сопровождения, обеспечивающего ее качество. На основе положений приведенных в литературе [116, 118, 151] сначала определим параметры регулятора $K_1(s)$, после чего приступим к нахождению параметров префилтра $K_2(s)$.

Будем искать $K_1(s)$ в классе ПИД-регуляторов:

$$K_1(s) = \frac{k_p s + k_I + k_D s^2}{s}, \quad (4.15)$$

где k_p, k_I, k_D – коэффициенты, которые должны быть определены по условию обеспечения наилучшего качества системы.

Поскольку в модели объекта управления (4.7, 4.8) уже присутствует операция интегрирования, то $K_1(s)$ будем искать в классе ПД-регуляторов ($k_I = 0$):

$$K_1(s) = k_p + k_D s. \quad (4.16)$$

С учетом выражения (4.16) передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем соответственно будут определяться следующим образом:

$$L(s) = K_1(s)G(s) = \frac{k_p + k_D s}{c_E s(c_1 + Ts)}, \quad (4.17)$$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{k_p + k_D s}{c_E T s^2 + (k_D + c_E c_1)s + k_p}. \quad (4.18)$$

Для исключения нулей из передаточной функции системы сопровождения $T_{ref}(s)$ и сохранения коэффициента ее усиления при нулевой частоте, выберем предшествующий фильтр следующим образом:

$$K_2(s) = \frac{k_p}{k_D s + k_p}. \quad (4.19)$$

С учетом выражений (4.18, 4.19) передаточная функция системы сопровождения примет вид:

$$\Phi(s) = T_{ref}(s) = K_2(s)T(s) = \frac{k_p}{c_E T s^2 + (k_D + c_E c_1)s + k_p}. \quad (4.20)$$

Запишем передаточную функцию (4.20) в общем виде:

$$\Phi(s) = \frac{b_0}{s^2 + b_1 s + b_0}, \quad (4.21)$$

где $b_0 = \frac{k_p}{c_E T}$, $b_1 = \frac{k_D + c_E c_1}{c_E T}$.

Параметры системы с точки зрения точности целесообразно выбирать по критерию интеграла от взвешенного модуля ошибки (ИВМО) [116]:

$$ITAE = \int_0^t \tau |e(\tau)| d\tau, \quad (4.22)$$

где t – верхний предел интегрирования, обычно выбирается равным времени установления $t = T_y$, τ – момент времени, $e(\tau)$ – ошибка в момент времени τ .

Рассмотрим функцию чувствительности системы

$$S(s) = \frac{e(s)}{r(s)},$$

где $e(s)$, $r(s)$ – преобразования Лапласа ошибки управления и задающего сигнала соответственно.

Иными словами,

$$e(s) = S(s)r(s) = (1 - T(s))r(s). \quad (4.23)$$

Поскольку входной сигнал для систем сопровождения обычно выражается синусоидальной формой (рис. 3.7) $r(t) = r_0 \sin \omega t$, то его преобразование Лапласа будет:

$$r(s) = r_0 \frac{\omega}{\omega^2 + s^2}.$$

Отсюда, с учетом (4.23) получаем:

$$e(s) = (1 - T(s)) \frac{r_0 \omega}{\omega^2 + s^2}. \quad (4.24)$$

Функцию ошибки управления от времени $e(t)$ можно получить обратным преобразованием Лапласа:

$$e(t) = L^{-1}\{e(s)\}.$$

Подставляя полученную функцию в выражение (4.22) можно найти интегральную оценку ИВМО. Для определения параметров регулятора k_p, k_I, k_D , минимизирующих ИВМО применим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial ITAE}{\partial k_p} = 0, \\ \frac{\partial ITAE}{\partial k_I} = 0, \\ \frac{\partial ITAE}{\partial k_D} = 0. \end{cases} \quad (4.25)$$

Если интеграл $ITAE$ аналитически вычислить невозможно, то для выбранного шага интегрирования $h = T_y / n$, где T_y – время установления, n – количество шагов, на каждом i -м шаге интегрирования, для момента времени t_i , можно определить модуль ошибки $|e(t_i)|$. Представив значения модулей ошибок на каждом шаге единым вектором модуля ошибки E и моментов времени вектором H , интеграл (4.22) определится следующим образом:

$$ITAE = E^T H \frac{T_y}{n}, \quad (4.26)$$

где $E = [e(t_1) \ e(t_2) \ e(t_3) \ \dots \ e(t_n)]^T$, $H = [t_1 \ t_2 \ t_3 \ \dots \ t_n]^T$.

С учетом (4.26) численным подбором можно найти коэффициенты регулятора k_p, k_I, k_D , минимизирующие интеграл (4.22).

Для рассматриваемого примера применяется ПД-регулятор, поэтому необходимо найти коэффициенты k_p, k_D , минимизирующие оценку ИВМО.

Найдем изображение ошибки по Лапласу с учетом передаточной функции (4.21) и выражения (4.24):

$$e(s) = \frac{s^2 + b_1 s}{s^2 + b_1 s + b_0} \frac{r_0 \omega}{\omega^2 + s^2}. \quad (4.27)$$

Отсюда с помощью обратного преобразования Лапласа получаем функцию ошибки от времени. В данном случае аналитически вычислить значение выражения (4.22) невозможно.

Поэтому значения коэффициентов k_p, k_D следует определить численно (код программы приведен в приложении Е) на основе выражения (4.26).

Рассчитанные при выбранных значениях $r_0 = 1$ и $\omega = 10$ рад/с параметры ПД-регулятора, обеспечивающие минимум оценки ИВМО, равны $k_p = 1093,3$, $k_D = 3,735$. При этом интеграл от взвешенного модуля квадрата ошибки принимает значение: $ITAE = 1,17$.

Таким образом, передаточная функция для данной конкретной системы сопровождения выражается так:

$$\Phi(s) = \frac{2994}{s^2 + 122,9s + 2994}. \quad (4.28)$$

Рассмотрим передаточную функцию (4.21) системы второго порядка с коэффициентами b_0, b_1 . Согласно критерию Рауса-Гурвица для устойчивости данной системы необходимо и достаточно, чтобы $b_0 > 0$ и $b_1 > 0$.

Поскольку $c_1 = c_0 + \frac{4}{\pi\varphi_0} \frac{k_C R_a}{k_E k_M} > 0$, $c_E > 0$, $T > 0$, то с учетом полученных значений

k_p, k_D в любом случае обеспечивается условие устойчивости системы $b_0 > 0$ и $b_1 > 0$.

Исходя из того, что на вход системы сопровождения подаются угловые координаты цели, то с учетом скорости их изменения [69, 70] можно с большой достоверностью принять следующие границы диапазона изменения амплитуды $\varphi_0 \in (0, 2\pi]$.

Для оценки робастного качества рассмотрим переходные и частотные характеристики системы (рис. 4.16, 4.17) для номинального и крайних неблагоприятных случаев φ_0 .

Таким образом, разработанный регулятор $K_1(s)$ и предшествующий фильтр $K_2(s)$ системы со следующими параметрами:

$$K_1(s) = 1093,3 + 3,735s, \quad K_2(s) = \frac{1093,3}{1093,3 + 3,735s}, \quad (4.29)$$

обеспечивают робастную устойчивость и точность. Предъявленные жесткие требования по времени установления полученное корректирующее устройство при малых амплитудах входного сигнала, например, при $\varphi_0 = 0,02\pi$, не обеспечивает. Однако, как показывает

моделирование динамики нелинейной и линеаризованной систем, это обстоятельство не сильно влияет на характеристики процесса сопровождения.

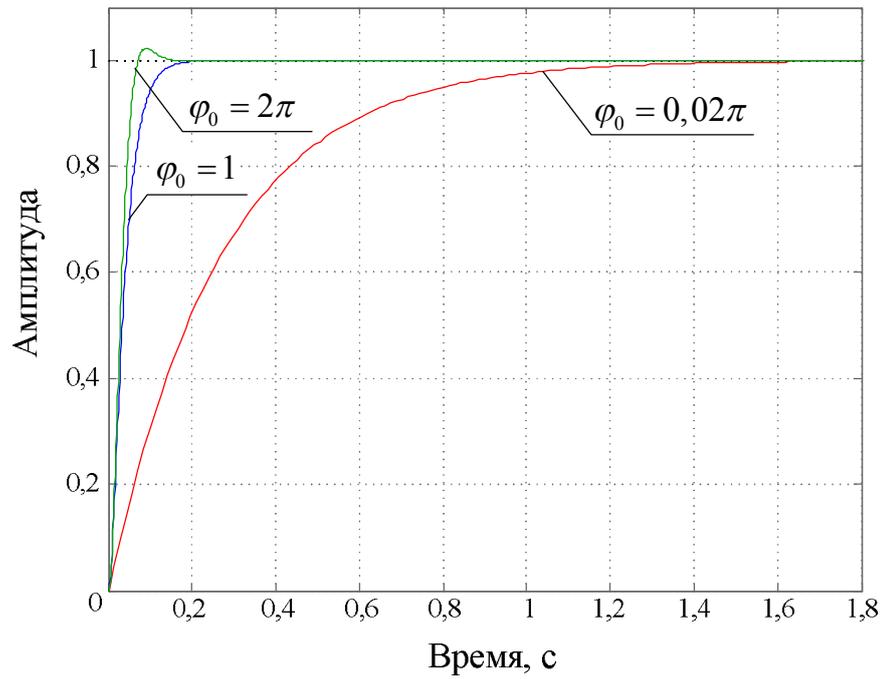


Рис. 4.16. Переходная характеристика системы для номинального и крайних значений φ_0

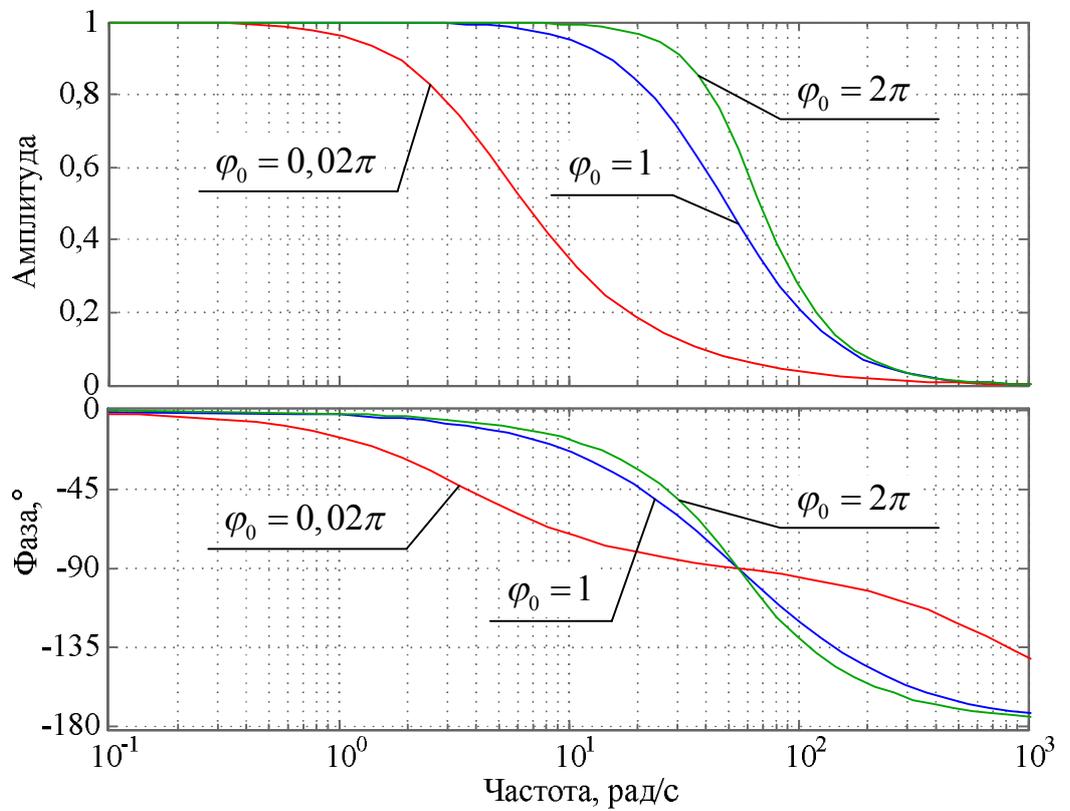


Рис. 4.17. Частотные характеристики системы при номинальном и крайних значениях φ_0

Результаты моделирования при условиях полета самолета и параметрах задающего сигнала, рассмотренных в п. 3.4, приведены на рис. 4.18, 4.19.

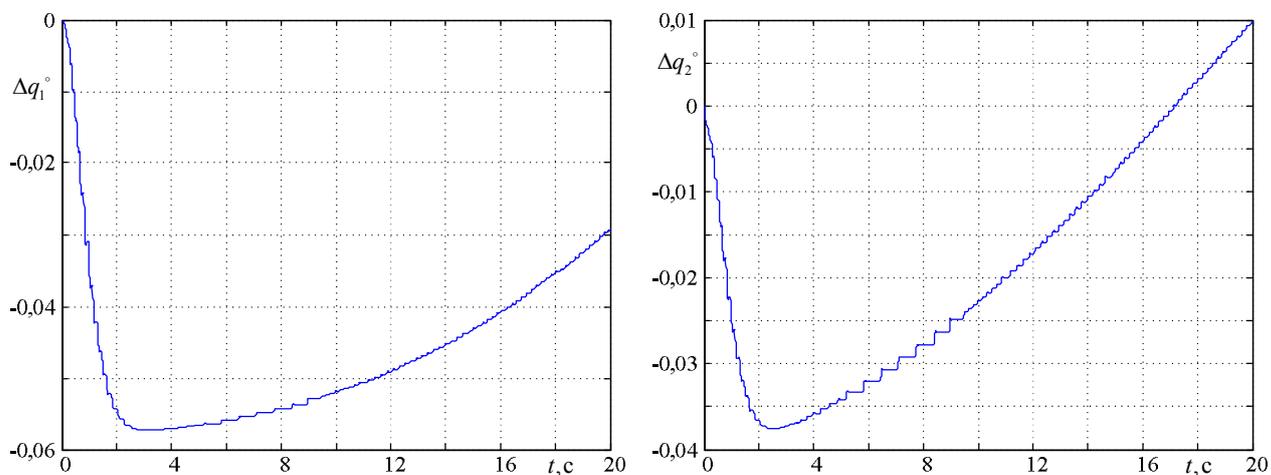


Рис. 4.18. Динамическая ошибка реальной нелинейной системы в каналах I и II

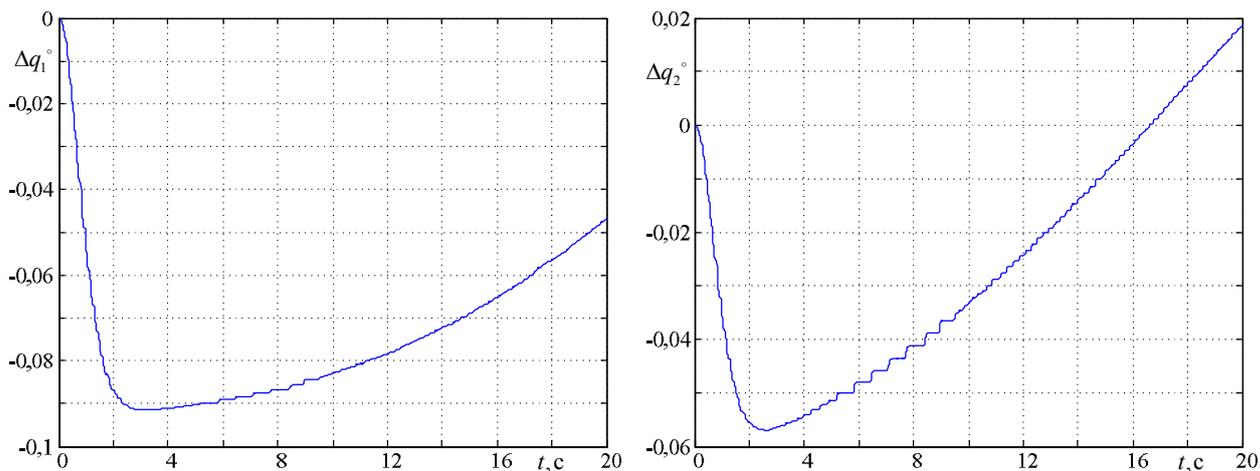


Рис. 4.19. Динамическая ошибка линейризованной модели системы в каналах I и II

При сравнении графиков на рис. 4.18 и 4.19 приходим к выводу, что линейризованная модель системы дает большие динамические ошибки, чем реальная система, так как эта модель не чувствительна к перегрузкам в каналах управления. Разность этих ошибок (величина ошибки модели) в данном случае не превышает значение $0,05^\circ$, что свидетельствует о свойстве робастного качества линейризованной модели по отношению к возмущениям типа сухого трения с неопределенностями, обусловленными перегрузками.

Как видно из результатов моделирования, даже при действии перегрузок в обоих каналах управления, система сопровождения с разработанным корректирующим устройством обеспечивает высокую точность слежения за целью. При этом полученная точность системы сопровождения намного превышает точность системы с применением регуляторов (2.26) (динамические ошибки системы для данных регуляторов приведены на рис. 3.9). Следовательно, корректирующее устройство (4.29) обеспечивает робастность реальной нелинейной системы, как по устойчивости, так и по качеству.

Таким образом, применением разработанной методики определения параметров корректирующих устройств систем сопровождения на конкретном примере были получены регулятор и префильтр системы, обеспечивающие ее свойство робастности.

4.4 Выводы к четвертой главе

1. С учетом параметров исполнительной механической части системы показано, что динамическое взаимовлияние каналов управления пренебрежимо мало. Это обусловлено большими значениями коэффициентов передач редукторов, и оно может проявиться в малой степени лишь при больших угловых скоростях сопровождения цели. Для учета динамического взаимовлияния каналов управления при больших скоростях слежения за целью предложено внести дополнительные элементы с входными малыми возмущениями.

2. Поскольку сухое трение в САУ может быть представлено релейным звеном, то эффективнее применять метод гармонической линеаризации. С помощью указанного метода получена линеаризованная модель системы сопровождения. На основе построенной фазовой границы устойчивости показано, что сухое трение может привести к увеличению запаса устойчивости по фазе для систем, устойчивых в линейном приближении.

3. Некоторые параметры линеаризованной модели системы зависят от амплитуды входного сигнала. Эти же параметры зависят еще и от неопределенностей в динамике, которые можно учесть мультипликативной моделью некоторого вида. С учетом этого получена взаимная однозначная связь между неопределенностями в динамике системы и амплитудой входного сигнала. Построены модели системы с номинальным и возмущенным объектами.

4. Применением аппарата теории робастного управления, анализа и синтеза ПИД-регуляторов разработано корректирующее устройство для линеаризованной модели системы сопровождения, обеспечивающее свойства ее робастной устойчивости и робастного качества.

5. Динамическим моделированием реальной нелинейной и линеаризованной систем показана эффективность применения полученного корректирующего устройства. Это свидетельствует о пригодности разработанной методики проектирования корректирующих устройств систем сопровождения, функционирующих в условиях неопределенностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вопрос точного и надежного сопровождения наземных объектов – один из самых важных при проектировании ОПС современных летательных аппаратов. С учетом потребной высокой точности и надежности решения задач обзорно-прицельными системами к проектированию следящих систем ориентации визирной линии предъявляются все более жесткие требования. В данной работе исследовались способы построения систем сопровождения в условиях структурных неопределенностей в ее динамике, вызванных параметрами полета ЛА.

Сформулируем основные результаты, полученные в диссертации:

1. Предложена классификация систем сопровождения, обобщена структура и задача управления для систем слежения за целями.

2. Выведены обобщенные уравнения углового перемещения наземных целей относительно летательного аппарата с применением угловых координат и кватернионов. Показано, что применение кватернионов не ограничивает техническую реализацию полученных систем уравнений на бортовых цифровых вычислительных машинах ЛА и позволяет снизить вычислительные ресурсы для их решения по сравнению с уравнениями, выраженными угловыми координатами.

3. Предложена методика построения модели одного канала управления системы без учета внешних возмущений и неопределенностей в ее динамике. При этом на основе предложенной методики определяются требуемая передаточная функция замкнутой системы и рассчитываются параметры разомкнутой системы и регуляторов.

4. Разработана динамическая модель системы сопровождения с учетом параметров исполнительных электродвигателей. Предложена методика учета и анализа неопределенностей в динамике системы. При этом выявлена и аналитически представлена зависимость сил сухого трения от перегрузок при маневрах ЛА. Моделированием процесса сопровождения в условиях полета произведена оценка влияния перегрузок летательного аппарата на динамическую ошибку системы слежения.

5. Предложена методика проектирования корректирующих устройств, позволяющая упрощенно с помощью линеаризованной модели одного канала получить для многосвязной нелинейной системы параметры регуляторов и префильтров, которые обеспечивают

робастные свойства устойчивости и качества системы. На конкретном примере с использованием разработанной методики рассчитаны передаточные функции регуляторов системы, позволяющие снизить эффект от действия перегрузок и взаимного влияния каналов управления на динамику системы.

6. Разработанные методы, алгоритмы и вычислительные программы показали хорошие результаты при расчете и выборе параметров системы сопровождения в процессе проектировании обзорно-прицельной системы А01 летательных аппаратов вооруженных сил Республики Армения, что подтвердилось лабораторными и натурными испытаниями.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационные лазерные и оптико-электронные системы. Под ред. Сидорина В.М. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2003. – 550 с.
2. Авиационные приборы и навигационные системы. Под ред. Бабича О.А. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1981. – 648 с.
3. Авиационные прицельно-навигационные системы. Под ред. Краснова А.М. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2006. – 623.
4. Авиационные радиолокационные комплексы и системы. Под ред. Дудника П.И. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2006. – 1112 с.
5. Авиационные системы радиоуправления. В 3-х тт. Т.1. Принципы построения систем радиоуправления. Основы синтеза и анализа. Под ред. Канащенкова А.И., Меркулова В.И. – М.: Радиотехника, 2003. – 192 с.
6. Авиационные системы радиоуправления. В 3-х тт. Т.2. Радиоэлектронные системы самонаведения. Под ред. Канащенкова А.И., Меркулова В.И. – М.: Радиотехника, 2003. – 392 с.
7. Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Балашов О.Е., Степашкин А.И. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление. – М.: Радиотехника, 2008. – 176 с.
8. Астапов Ю.М., Васильев Д.В., Заложнев Ю.И. Теория оптико-электронных следящих систем. – М.: Наука, 1988. – 328 с.
9. Багиян А.А. Бесплатформенная система программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов // Вестник Государственного инженерного университета Армении. – 2012. – Ч.1. – С. 322-326.
10. Багиян А.А. Применение кватернионов в задаче программного сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов // Гироскопия и навигация. – 2011. – № 4. – С. 11–22.
11. Бакулев П.А. Радиолокационные системы. – М.: Радиотехника, 2007. – 376 с.
12. Барский А.Г. Оптико-электронные следящие системы. – М.: Логос, 2009. – 200 с.
13. Бедретдинов И.А. Штурмовик Су-25 и его модификации. – М.: Издательская группа «Бедретдинов и Ко», 2002. – 400 с.

14. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: Издательство «Профессия», 2003. – 752 с.
15. Боднер В.А. Системы управления летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1973. – 504 с.
16. Борисов Е.Г. Программное сопровождение траекторий объектов в комплексированной радиолокационно-телевизионной системе // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2010. – Вып. 2. – С. 103-109.
17. Бортовые цифровые вычислительные машины комплексов авиационного вооружения. Под ред. Мамошина В.Р. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1991. – 442 с.
18. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.
19. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Наука, 1973. – 320 с.
20. Бурдин С. Штурмовик Су-25. История. Конструкция. Вооружение. Боевое применение. – М.: АСТ, 2001. – 48 с.
21. Верба В.С. Обнаружение наземных объектов. Радиолокационные системы обнаружения и наведения воздушного базирования. – М.: Радиотехника, 2007. – 360 с.
22. Вопросы и ответы по Ка-50 [Электронный ресурс]. – Форум – Режим доступа: <http://forums.eagle.ru/showthread.php?s=851dd2ec61d7e46c2465e676313d5e48&t=12468&page=32>.
23. Воронин С.Г. Электропривод летательных аппаратов: Конспект лекций. Ч.1. – Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2006. – 171 с.
24. Воронин С.Г. Электропривод летательных аппаратов: Конспект лекций. Ч.2. – Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2008. – 115 с.
25. Выскуб В.Г., Сырякин В.И., Шидловский В.С. Устройства и системы автоматического управления высокой точности. – Томск: Издательство Томского государственного университета, 2009. – 308 с.
26. Ганулич А.К. Авиационные прицельные системы, их исследование и испытание. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1984. – 210 с.

27. Гаспарян О.Н. Теория многосвязных систем автоматического регулирования. – Ер.: Авторское издание, 2010. – 394 с.
28. Гаспарян О.Н., Багиян А.А. Программное управление в задачах сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов // Информационные технологии и управление. – 2011. – № 3. – С. 234-240.
29. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. Под ред. Перова А.И., Харисова В.Н. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.
30. Давыдов В.И., Багиян А.А. Алгоритм программного управления лазерным лучом, проводящим подсвет наземной цели // Юбилейная Всероссийская научно-техническая школа-семинар «Передача, обработка и отображение информации». – 2007. – С. 11–13.
31. Давыдов В.И., Багиян А.А. К вопросу о стабилизации лазерного луча при проведении подсвета наземной цели // Труды ВВИА имени профессора Н.Е. Жуковского. Авиационное вооружение. – 2007. – С. 59–63.
32. Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. Курс теоретической механики. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 758 с.
33. Дудник П.И., Ильчук А.Р., Татарский Б.Г. Многофункциональные радиолокационные системы. Под ред. Татарского Б.Г. – М.: Дрофа, 2007. – 288 с.
34. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов. – СПб.: Политехника, 2003. – 302 с.
35. Ефимов М.В. Следящие системы с оптическими связями. – М: Энергия, 1969. – 184 с.
36. Житомирский Г.И. Конструкция самолетов. – М.: Машиностроение, 2005. – 406 с.
37. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.
38. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 736 с.
39. Ка-50 Черная акула [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: <http://www.airwar.ru/enc/ah/ka50.html>.
40. Ка-50, Ка-52, Ка-50Н. Армейские боевые вертолеты. – М.: Любимая книга, 1997. – 128 с.

41. Казаков И.Е., Исаев В.Н. Основы автоматических систем авиационного вооружения. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1991. – 332 с.
42. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
43. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
44. Конструкция и прочность летательных аппаратов. Под ред. Болховитинова О.В. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2004. – 678 с.
45. Коротаев В.В., Краснящих А.В. Телевизионные измерительные системы. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. – 108 с.
46. Криксунов Л.З. Приборы ночного видения. – К.: Тэхника, 1975. – 216 с.
47. Криксунов Л.З. Следящие системы с оптико-электронными координаторами. – К.: Тэхника, 1991. – 156 с.
48. Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. – М.: Советское радио, 1978. – 400 с.
49. Криксунов Л.З., Подалко Г.А. Тепловизоры: Справочник. – К.: Тэхника, 1987. – 166 с.
50. Кузовков Н.Т. Системы стабилизации летательных аппаратов. – М.: Высшая школа, 1976. – 304 с.
51. Лазарев Л.П. Оптико-электронные приборы наведения. – М.: Машиностроение, 1989. – 510 с.
52. Максимов М.В., Меркулов В.И. Радиоэлектронные следящие системы (Синтез методами теории автоматического управления). – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.
53. Мальчиков С.В., Криксунов Л.З., Чинаев П.И. Основы автоматических систем авиационного вооружения. Под ред. Казакова И.Е. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1979. – 360 с.
54. Марковский В. Жаркое небо Афганистана. – М.: Техника-молодежи, 2000. – 100 с.
55. Марковский В., Перов К. Советские авиационные ракеты «воздух-земля». – М.: Экспринт, 2006. – 48 с.
56. Марковский В., Приходченко И. Истребитель-бомбардировщик МиГ-27. – М.: Экспринт, 2004. – 57 с.

57. Матов В.И., Белоусов Ю.А., Федосеев Б.П. Бортовые цифровые вычислительные машины и системы. Под ред. Матова В.И. – М.: Высшая школа, 1988. – 216 с.
58. Меркулов В.И. Радиоэлектронные системы управления самолетом и оружием. – М.: Издательство ВАТУ, 2001. – 736 с.
59. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления. Под ред. Пупкова К.А., Егупова Н.Д. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.
60. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления. Под ред. Пупкова К.А., Егупова Н.Д. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 616 с.
61. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления. Под ред. Егупова Н.Д. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 744 с.
62. МиГ-27К [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: <http://www.airwar.ru/enc/fighter/mig27k.html>.
63. Михненко П.А. Управляемые авиационные ракеты. Радиолокационные системы самонаведения управляемых авиационных ракет. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2003. – 196 с.
64. Модернизация «Грачей» [Электронный ресурс]. – Форум – Режим доступа: <http://www.vif2ne.ru/nvk/forum/archive/1278/1278257.htm>.
65. Мороз С., Приходченко И. Фронтовой бомбардировщик Су-24. – М.: Экспринт, 2006. – 56 с.
66. Мубаракшин Р.В., Балуев В.М., Воронов Б.В. Прицельные системы стрельбы. Ч.1. Под ред. Мубаракшина Р.В. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1973. – 332 с.
67. Николаев П.В., Сабинин Ю.А. Фотоэлектрические следящие системы. – Л.: Энергия, 1969. – 136 с.
68. Оптико-электронные системы авиационного вооружения. Под ред. Краснова А.М. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2007. – 1272 с.
69. Оружие и технологии России. Энциклопедия. XXI век. Т.10. Авиационное вооружение и авионика. – М.: Издательский дом "Оружие и технологии", 2005. – 783 с.

70. Оружие и технологии России. Энциклопедия. XXI век. Т.11. Оптико-электронные системы и лазерная техника. – М.: Издательский дом "Оружие и технологии", 2005. – 720 с.
71. Павловская О.О. Методы определения параметров линейной модели человека-оператора // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2007. – № 7 (79). – С. 41-43.
72. Полковников В.А. Электрические, гидравлические и пневматические приводы летательных аппаратов и их предельные динамические возможности. – М.: Издательство МАИ, 2002. – 452 с.
73. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
74. Потапов А.М. Расчет нелинейных следящих систем. – Л.: ЛМИ, 1984. – 92 с.
75. Проектирование следящих систем. Под ред. Рабиновича Л.В. – М.: Машиностроение, 1969. – 499 с.
76. Радиолокационные системы многофункциональных самолетов. В 3-х тт. Т.1. РЛС – информационная основа боевых действий многофункциональных самолетов. Системы и алгоритмы первичной обработки радиолокационных сигналов. Под ред. Канащенкова А.И., Меркулова В.И. – М.: Радиотехника, 2006. – 656 с.
77. Радченко М.И. Дискретная математическая модель летчика, управляющего самолетом. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2006. – 80 с.
78. Раннев Г.Г., Тарасенко А.П. Методы и средства измерений. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 336 с.
79. Распопов В.Я. Микросистемная авионика. – Тула: «Гриф и К», 2010. – 248 с.
80. Ризун Н.О. Тестируемый как подсистема замкнутого контура // Вестник национального технического университета «ХПИ». Серия: Информатика и моделирование. – 2012. – № 62 (968). – С. 169-176.
81. Состав, принцип действия, техническое обслуживание и боевое применение ракет класса «воздух – поверхность» Х-25 и Х-29Л с лазерными системами управления. Под ред. Казакова И.Е., Сидорина В.М. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1977. – 202 с.
82. Справочник по системотехнике. Под ред. Макола Р. Э. – М.: Советское радио, 1970. – 688 с.

83. Справочник по теории автоматического управления. Под ред. Красовского А.А. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
84. Су-24М. [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: <http://www.airwar.ru/enc/bomber/su24m.html>.
85. Су-25СМ [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: <http://www.airwar.ru/enc/attack/su25sm.html>.
86. Су-39 (Су-25ТМ) [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: <http://www.airwar.ru/enc/attack/su39.html>.
87. Тарасенков А.М., Брага В.Г., Тараненко В.Т. Динамика полета и боевого маневрирования летательных аппаратов. Под ред. Тарасенкова А.М. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1984. – 512 с.
88. Тарасов В.В., Якушенков Ю.Г. Инфракрасные системы «смотрящего» типа. – М.: Логос, 2004. – 444 с.
89. Теория автоматического управления. В 2-х ч. Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления. Под ред. Воронова А.А. – М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.
90. Траксел Дж. Синтез систем автоматического регулирования. – М.: МАШГИЗ, 1959. – 615 с.
91. Устройства и элементы систем автоматического регулирования и управления. Кн.2. Усилительные устройства, корректирующие элементы и устройства. Под ред. Солодовникова В.В. – М.: Машиностроение, 1975. – 687 с.
92. Устройство, принцип действия и особенности ракеты Х-29Т. Под ред. Казакова И.Е. – М.: Издательство ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1984. – 76 с.
93. Фаркаш З., Бартельс Г., Унгер Т., Вольф Д.Э. О силе трения при поступательном и вращательном движении плоского тела // Нелинейная динамика. – 2011 – Т.7. – №1. – С. 140-146.
94. Цибулевский И.Е. Человек как звено следящей системы. – М.: Наука, 1981. – 288 с.
95. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т.1. Теоретические основы. – М.: Радиотехника, 2012. – 504 с.

96. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т.2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач. – М.: Радиотехника, 2012. – 256 с.
97. Armstrong-Helouvry B., Dupont P., Canudas C. A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction // *Automatica*, 1994, Vol. 30, No. 7, pp. 1083-1138.
98. ATLIS II [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: http://en.wikipedia.org/wiki/ATLIS_II.
99. Baghayan A.H. Quaternion-Based Algorithm of Ground Target Tracking by Aircraft // *Gyroscopy and Navigation*, 2012, Vol. 3, No. 1, pp. 28–34.
100. Bar-Shalom Y., Blair W.D. *Multitarget-Multisensor Tracking: Applications and Advances*. Vol. III. – Artech House, 2000. – 608 pp.
101. Bar-Shalom Y., Willett P.K., Tian X. *Tracking and Data Fusion: A Handbook of Algorithms*. – YBS Publishing, 2011. – 1250 pp.
102. Barton D.K. *Radar System Analysis and Modeling*. – Artech House, 2004. – 566 pp.
103. Bekey G.A. *Autonomous Robots: From Biological Inspiration to Implementation and Control*. – A Bradford Book, 2005. – 560 pp.
104. Blackman S., Popoli R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. – Artech House, 1999. – 1230 pp.
105. Blackman S.S. *Multiple Target Tracking with Radar Applications*. – Artech House, 1986. – 464 pp.
106. Bona B., Indri M. Friction Compensation in Robotics: an Overview // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005*, pp. 4360-4367.
107. Budzier H., Gerlach G. *Thermal Infrared Sensors: Theory, Optimization and Practice*. – Wiley, 2011. – 324 pp.
108. Caniou J. *Passive Infrared Detection: Theory and Applications*. – Springer, 1999. – 620 pp.
109. Canudas C., Astrom K.J. Adaptive Friction Compensation in DC-Motor Drives // *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, Vol. RA-3, No. 6, pp. 681-685.

110. Challa S., Morelande M.R., Musicki D., Evans R.J. Fundamentals of Object tracking. – Cambridge University Press, 2011. – 392 pp.
111. Choset H. and others. Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms and Implementation. – A Bradford Book, 2005. – 632 pp.
112. Corke P. Robotics, Vision and Control. Fundamental Algorithms in MATLAB. – Springer, 2011. – 570 pp.
113. Craig J.J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control. – Prentice Hall, 2005. – 408 pp.
114. Curry G.R. Radar System Performance Modeling. – Artech House, 2004. – 412 pp.
115. Davies E.R. Computer and Machine Vision: Theory, Algorithms, Practicalities. – Academic Press, 2012. – 912 pp.
116. Dorf R.C., Bishop R.H. Modern Control Systems. – Prentice Hall, 2010. – 1104 pp.
117. Durham W. Aircraft Flight Dynamics and Control. – Wiley, 2013. – 306 pp.
118. Feyel P. Loop-shaping Robust Control. – ISTE, Wiley, 2013. – 288 pp.
119. Forsyth D.A., Ponce J. Computer Vision: A Modern Approach. – Prentice Hall, 2011. – 792 pp.
120. Fraden J. Handbook of Modern Sensors: Physics, Designs, and Applications. Springer, 2004. – 589 pp.
121. Gasparyan O.N. Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach. – Wiley, 2008. – 354 pp.
122. Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P. Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration. – Wiley, 2007. – 552 pp.
123. Huang C., Fu L.C., Adaptive Approach to Motion Controller of Linear Induction Motor with Friction Compensation // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2007, Vol. 12, No. 4, pp. 169-176.
124. Hughes A. Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications. – Newnes, 2006. – 384 pp.
125. Jackobs P.A. Thermal Infrared Characterization of Ground Targets and Background. – SPIE press, 2006. – 190 pp.
126. Jackson R.G. Novel Sensors and Sensing. – Taylor and Francis, 2004. – 512 pp.

127. Jazar R.N. Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control. – Springer, 2010. – 905 pp.
128. Kingston R.H. Detection of Optical and Infrared Radiation. – Springer, 1978. – 140 pp.
129. Klassen K.B., Gee S. Electronic measurement and instrumentation. – Cambridge University Press, 1996. – 344 pp.
130. Kuipers J. B. Quaternions and Rotation Sequences: A primer with applications to orbits, aerospace and virtual reality. Princeton University Press, 1999. – 394 p.
131. Latombe J.C. Robot Motion Planning. – Kluwer Academic, 1991. – 651 pp.
132. Li Z., Chen J., Zhang G., Gan M. Adaptive Robust Control of Servo Mechanisms With Compensation for Nonlinearly Parameterized Dynamic Friction // IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, Vol. 21, No. 1, pp. 194-202.
133. Maggio E., Cavallaro A. Video Tracking: Theory and Practice. – Wiley, 2011. – 292 pp.
134. Mason M.T. Mechanics of Robotic Manipulation. – A Bradford Book, 2001. – 272 pp.
135. McRuer D. Human Dynamics in Man-Machine Systems // Automatica, 1980, Vol. 16, pp. 237-253.
136. Megson T.H.G. Aircraft Structures for Engineering Students. – Butterworth-Heinemann, 2012. – 864 pp.
137. Melvin W.L., Scheer J.A., Holm W.A. Principles of Modern Radar. Vol. 2. Advanced Techniques. – SciTech Publishing, 2012. – 800 pp.
138. Moir I., Seabridge A. Military Avionics Systems. – Wiley, 2006. – 542 pp.
139. Murray R.M., Li Z., Shankar Sastry S. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. – CRC Press, 1994. – 480 pp.
140. Niku S.B. Introduction to Robotics: Analysis, Control, Applications. – Wiley, 2010. – 480 pp.
141. Ollson H., Astrom K.J., Canudas C., Gafvert M., Lischinsky P. Friction Models and Friction Compensation // European Journal of Control, 1998, No.4, pp.176-195.
142. Paul R.P. Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control. – The MIT Press, 1981. – 279 pp.

143. Prince S.J.D. Computer Vision: Models, Learning and Inference. – Cambridge University Press, 2012. – 598 pp.
144. Richards M.A. Fundamentals of Radar Signal Processing. – McGraw-Hill, 2005. – 513 pp.
145. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. Principles of Modern Radar. Vol. 1. Basic Principles. – SciTech Publishing, 2010. – 960 pp.
146. Sciavicco L., Siciliano B. Modeling and Control of Robot Manipulators. – Springer, 2005. – 377 pp.
147. Shapiro L.G., Stockman G.C. Computer Vision. – Prentice Hall, 2001. – 608 pp.
148. Sheridan T.B., Ferrell W.R. Man-machine Systems: Information, Control and Decision Models of Human Performance. – MIT Press, 1975. – 452 pp.
149. Shirman Y.D. Computer Simulation of Aerial Target Radar Scattering, Recognition, Detection and Tracking. – Artech House, 2001. – 307 pp.
150. Siciliano B. Robotics: Modeling, Planning and Control. – Springer, 2010. – 632 pp.
151. Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. – John Wiley and Sons, 2005. – 595 pp.
152. Skolnik M. Introduction to Radar Systems. – McGraw-Hill, 2002. – 772 pp.
153. Skolnik M.I. Radar Handbook. – McGraw-Hill, 2008. – 1328 pp.
154. Spong M.W., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Modeling and Control. – John Wiley and Sons, 2006. – 496 pp.
155. Springer Handbook of Robotics. Siciliano B., Khatib O. (Eds.) – Springer, 2008. – 1611 pp.
156. Steshchenko Y.V. Adaptive Compensation of Dry and Viscous Friction in Automatic Control Systems // Bulletin of Chita State University, 2008, Vol. 48, No. 3, pp. 123-128.
157. Stimson G.W. Introduction to Airborne Radar. – SciTech Publishing, 1998. – 584 pp.
158. Szeliski R. Computer Vision: Algorithms and Applications. – Springer, 2011. – 812 pp.
159. Thomson-CSF Atlis [Электронный ресурс]. – Электрон. ст. – Режим доступа к ст.: http://wiki.scramble.nl/index.php/Thomson-CSF_Atlis.
160. Tsai L.W. Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. – Wiley-Interscience, 1999. – 520 pp.

161. Wu Y., Lim J., Yang M.H. Online Object Tracking: A Benchmark // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2013, pp. 2411-2418.
162. Yanushevsky R. Guidance of Unmanned Aerial Vehicles. – CRC Press, 2011. – 376 pp.
163. Younkin G.W. Industrial Servo Control Systems: Fundamentals and Applications. – CRC Press, 2003. – 384 pp.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЗОРНО-ПРИЦЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ А01 И ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМЕ СОПРОВОЖДЕНИЯ

В данной части приложения приведены основные характеристики обзорно-прицельной системы А01 (ООО «АСТРОМАПС») и требования, предъявляемые к системе сопровождения.

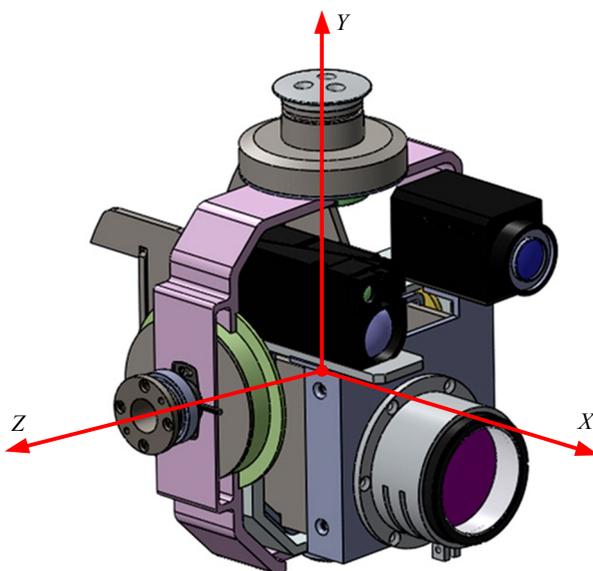


Рис. А. Механическая часть обзорно-прицельной системы А01 с информационно-измерительной аппаратурой

Матрицы псевдоинерции для каждого канала управления (осей вращения):

$$I_1 = \begin{bmatrix} 0,0243 & -0,0014 & -0,0052 & 0 \\ -0,0014 & 0,0578 & -0,0054 & 0 \\ -0,0052 & -0,0054 & 0,0609 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11,5 \end{bmatrix},$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 0,0236 & -0,0077 & -0,0023 & 0 \\ -0,0077 & 0,0264 & -0,0021 & 0 \\ -0,0023 & -0,0021 & 0,0199 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6,5 \end{bmatrix}.$$

Т а б л и ц а А – Характеристики электродвигателей, применяемых в ОПС А01

Постоянная противо-ЭДС k_E , В·с/радиан	Моментная постоянная k_M , Н·м/А	Сопротивление обмотки якоря $R_{я}$, Ом	Индуктивность обмотки якоря $L_{я}$, Гн	Момент инерции якоря J , кг·м ²	Номинальное напряжение $U_{ном}$, В	Номинальные обороты f , об./мин.
0,08117	0,115	4	$7,7 \cdot 10^{-6}$	$0,35 \cdot 10^{-4}$	50	3500

К процессу управления в системе сопровождения предъявлены следующие требования:

- время нарастания – $T_H \leq 0,3$ с;
- время управления – $T_V \leq 0,7$ с;
- перерегулирование – $\sigma \leq 5\%$
- число колебаний – $n \leq 3$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

В данной части приложения приведены исходные коды программ для моделирования работы задающего устройства системы сопровождения в условиях полета ЛА.

Модель движения ЛА

```
function [wx, wy, wz, jx, jy, jz] = aircraft(phi, theta, gamma, v)

% функ. получена с уч. малости углов атаки и скольж.
% phi - угол курса, theta - угол тангажа, gamma - угол крена, v - скорость ЛА

% угловые скорости ЛА в ССК
wx=(0.5+2.25*sin(theta))*pi/180;
wy=(2.25*cos(theta)*cos(gamma)+1.5*sin(gamma))*pi/180;
wz=(1.5*cos(gamma)-2.25*cos(theta)*sin(gamma))*pi/180;

% ускорен. ЛА в ССК
jx=-1;
jy=v*(1.5*cos(gamma)-2.25*cos(theta)*sin(gamma))*pi/180;
jz=-v*(2.25*cos(theta)*cos(gamma)+1.5*sin(gamma))*pi/180;
```

Преобразователь координат

```
function [j1xd, j1yd, j1zd] = converter(q0, q1, q2, q3, j1x1, j1y1, j1z1)
```

```
% преобразователь координат с применением кватернионов
```

```
j1xd = j1x1*(1-2*q2^2-2*q3^2)+2*j1y1*(q0*q3+q1*q2)-2*j1z1*(q0*q2-q1*q3);  
j1yd = 2*j1x1*(q1*q2-q0*q3)+j1y1*(1-2*q1^2-2*q3^2)+2*j1z1*(q0*q1+q2*q3);  
j1zd = 2*j1x1*(q0*q2+q1*q3)-2*j1y1*(q0*q1-q2*q3)+j1z1*(1-2*q1^2-2*q2^2);
```

Задающее устройство

```
function [tps, fy, fz, X, Y, Z, nx, ny, nz] = setdevice(y10, y20, y30, y40, y50,  
y60, y70, y80, y90, y100, y110, y120, y130, y140, y150, y160, y170, y180, y190,  
tstart, tfinal)
```

```
% модель зад. устр. системы сопр.
```

```
[t,y] = inconsd(y10, y20, y30, y40, y50, y60, y70, y80, y90, y100, y110, y120,  
y130, y140, y150, y160, y170, y180, y190, tstart, tfinal);
```

```
n=size(y);  
n=n(1);
```

```
g=9.81;
```

```
for i=1:n
```

```
p0(i) = y(i,9);  
p1(i) = y(i,10);  
p2(i) = y(i,11);  
p3(i) = y(i,12);  
tps(i) = t(i);
```

```
% угловые координаты цели (2.19)
```

```
fy(i) = asin(2*p0(i)*p2(i)+2*p1(i)*p3(i));  
fz(i) = asin(2*p0(i)*p3(i)+2*p1(i)*p2(i));
```

```
% координаты Ц.М. ЛА
```

```
X(i) = y(i,17);  
Y(i) = y(i,18);  
Z(i) = y(i,19);
```

```
[w1x1(i), w1y1(i), w1z1(i), j1x1(i), j1y1(i), j1z1(i)] = aircraft(y(i,13),  
y(i,14), y(i,15), y(i,16));
```

```
% перегрузки ЛА
```

```
nx(i) = -1/g+sin(y(i,14));  
ny(i) = j1y1(i)/g+cos(y(i,14))*cos(y(i,15));  
nz(i) = j1z1(i)/g-cos(y(i,14))*sin(y(i,15));
```

```
end
```

```
%-----
```

```
function [t,y] = inconsd(y10, y20, y30, y40, y50, y60, y70, y80, y90, y100,  
y110, y120, y130, y140, y150, y160, y170, y180, y190, tstart, tfinal)
```

```
% функц. реш. СДУ (2.18)
```

```
options = odeset('Events' ,@events, 'OutputSel', 1);
```

```

[t,y] = ode15s(@sdu218,[tstart tfinal],[y10 y20 y30 y40 y50 y60 y70 y80 y90 y100
y110 y120 y130 y140 y150 y160 y170 y180 y190],options);
%-----

function dydt = sdu218(t,y)

[w1x1, w1y1, w1z1, j1x1, j1y1, j1z1] = aircraft(y(13), y(14), y(15), y(16));

[j1xd, j1yd, j1zd] = converter(y(5), y(6), y(7), y(8), j1x1, j1y1, j1z1);

dydt = zeros(19,1);

% СДУ (2.18)

dydt(1) = -y(1)^2+(y(2)/y(4))^2+(y(3)/y(4))^2-j1xd;
dydt(2) = -y(1)*y(2)+j1zd;
dydt(3) = -y(1)*y(3)-j1yd;
dydt(4) = y(1)*y(4);
dydt(5) = (w1x1*y(4)*y(6)+(w1y1*y(4)-y(2))*y(7)+(w1z1*y(4)-
y(3))*y(8))/(2*y(4));
dydt(6) = (-w1x1*y(4)*y(5)-
(w1y1*y(4)+y(2))*y(8)+(w1z1*y(4)+y(3))*y(7))/(2*y(4));
dydt(7) = (w1x1*y(4)*y(8)-(w1y1*y(4)-y(2))*y(5)-
(w1z1*y(4)+y(3))*y(6))/(2*y(4));
dydt(8) = (-w1x1*y(4)*y(7)+(w1y1*y(4)+y(2))*y(6)-(w1z1*y(4)-
y(3))*y(5))/(2*y(4));
a = (w1x1*y(4)+2*y(2)*(y(5)*y(8)-y(6)*y(7))-
2*y(3)*(y(5)*y(7)+y(6)*y(8)))/(2*y(4));
b = (w1y1*y(4)-y(2)*(1-2*y(6)^2-2*y(8)^2)+2*y(3)*(y(5)*y(6)-
y(7)*y(8)))/(2*y(4));
c = (w1z1*y(4)-2*y(2)*(y(5)*y(6)+y(7)*y(8))-y(3)*(1-2*y(6)^2-
2*y(7)^2))/(2*y(4));
dydt(9) = y(10)*a+y(11)*b+y(12)*c;
dydt(10) = -y(9)*a+y(11)*c-y(12)*b;
dydt(11) = -y(9)*b-y(10)*c+y(12)*a;
dydt(12) = -y(9)*c+y(10)*b-y(11)*a;

% модель полета самолета
dydt(13) = 2.25*pi/180;
dydt(14) = 1.5*pi/180;
dydt(15) = 0.5*pi/180;
dydt(16) = -1;
dydt(17) = y(16)*cos(y(13))*cos(y(14));
dydt(18) = y(16)*sin(y(14));
dydt(19) = -y(16)*sin(y(13))*cos(y(14));
%-----

function [value,isterminal,direction] = events(t,y)
% Locate the time when height passes through zero in a decreasing direction
% and stop integration.
value = y(4); % detect height = 0 (столкновение с землей)
isterminal = 1; % stop the integration
direction = -1; % negative direction
%[value,isterminal,direction]

```

ПРИЛОЖЕНИЕ В. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

В данной части приложения приведены исходные коды программ для моделирования динамики системы сопровождения при действии перегрузок в условиях полета.

Динамическое взаимодействие

```
function [m11, m12, m21, m22, c1, c2] = symb(q1, q2, dq1dt, dq2dt)

T12=[cos(q1) -sin(q1) 0 0
      0 0 1 0
      -sin(q1) -cos(q1) 0 0
      0 0 0 1];
T23=[cos(q2) -sin(q2) 0 0
      0 0 -1 0
      sin(q2) cos(q2) 0 0
      0 0 0 1];

S=[0 -1 0 0
   1 0 0 0
   0 0 0 0
   0 0 0 0];

I1xx=0.1187; I1yy=0.0852; I1zz=0.0822;
I1xy=-0.0014; I1xz=-0.0052; I1yz=-0.0054;
m1=11.5;

I111=(-I1xx+I1yy+I1zz)/2;
I122=(I1xx-I1yy+I1zz)/2;
I133=(I1xx+I1yy-I1zz)/2;

I2xx=0.0463; I2yy=0.0435; I2zz=0.0500;
I2xy=-0.0077; I2xz=-0.0023; I2yz=0.0021;
m2=6.5;

I211=(-I2xx+I2yy+I2zz)/2;
I222=(I2xx-I2yy+I2zz)/2;
I233=(I2xx+I2yy-I2zz)/2;

I1=[I111 I1xy I1xz 0
     I1xy I122 I1yz 0
     I1xz I1yz I133 0
     0 0 0 m1];

I2=[I211 I2xy I2xz 0
     I2xy I222 I2yz 0
     I2xz I2yz I233 0
     0 0 0 m2];

dT1dq1=S*T12;
dT2dq1=S*T12*T23;
dT2dq2=T12*S*T23;

d2T1dq12=S^2*T12;
d2T2dq12=S^2*T12*T23;
d2T2dq1dq2=S*T12*S*T23;
```

```

d2T2dq22=T12*S^2*T23;

m11=trace (dT1dq1*I1*dT1dq1'+dT2dq1*I2*dT2dq1');
m12=trace (dT2dq2*I2*dT2dq1');
m21=trace (dT2dq1*I2*dT2dq2');
m22=trace (dT2dq2*I2*dT2dq2');

c1=trace (d2T1dq12*I1*dT1dq1'+d2T2dq12*I2*dT2dq1')*dq1dt^2+...
    2*trace (d2T2dq1dq2*I2*dT2dq1')*dq1dt*dq2dt+...
    trace (d2T2dq22*I2*dT2dq1')*dq2dt^2;
c2=trace (d2T2dq12*I2*dT2dq2')*dq1dt^2+...
    2*trace (d2T2dq1dq2*I2*dT2dq2')*dq1dt*dq2dt+...
    trace (d2T2dq22*I2*dT2dq2')*dq2dt^2;

```

Динамика системы в условиях полета

```

function dynamics
clc

u1=0; q1=0; q1s=0;

u2=0; q2=0; q2s=0;

phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;
DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
wly10=1.5*pi/180; wv0=wly10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;
q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;

[t,y] = nach (fy0, u1, q1, q1s, fz0, u2, q2, q2s);
n=size(y);
n=n(1);

[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0, q00, q10,
q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0, fy0, fz0,
tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);

fileOut = fopen('dynamics.txt', 'w+');
for i=1:n
    fprintf(fileOut,'% .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f \n',t(i),
y(i,3)*180/pi, fyzu(i)*180/pi, (fyzu(i)-y(i,3))*180/pi, y(i,7)*180/pi,
fzzu(i)*180/pi, (fzzu(i)-y(i,7))*180/pi);
end;
fclose(fileOut);

plot(t(:), -y(:,3)*180/pi+fyzu(:)*180/pi)
grid
hold on

figure
plot(t(:), -y(:,7)*180/pi+fzzu(:)*180/pi)
grid

```

```

hold on
%-----

function [t,y] =nach (fy0, u1, q1, q1s, fz0, u2, q2, q2s)

tstart = 0;
tfinal = 20;

options = odeset('Events' ,@events, 'OutputSel', 1);

[t,y] = ode15s(@f,[tstart tfinal],[fy0 u1 q1 q1s fz0 u2 q2 q2s],options);
% -----

function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(8,1);    % a column vector

% Input device
phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;
DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
wlz10=1.5*pi/180; wv0=wlz10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;
q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;
[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ny, nz, dfy, dfz] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0,
q00, q10, q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0,
fy0, fz0, tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);
dfyzu=interp1(tps,dfy,t);
dfzzu=interp1(tps,dfz,t);

% DC-motor
ke=0.08117;          % Voltage constant
km=0.115;           % Torque constant
kv=6.78*10^(-6);   % Viscous friction
kc=0.00126;        % Coulomb friction
R=4;                % Resistance
J=0.35*10^(-4);    % Inertia

% Gear
zr=300;

% Correction
kku=200;
Tku1=0.028;
Tku2=0.034;

% g-load
n1=interp1(tps,ny,t);
n2=interp1(tps,nz,t);

% Dynamical cross-coupling
[m11, m12, ~, m22, c1, c2]=symb(y(3), y(7), y(4), y(8));
m11s=m11+zr^2*J;
m22s=m22+zr^2*J;
c1s=c1+(km*ke/R+kv)*y(4)*zr^2;

```

```

c2s=c2+(km*ke/R+kv)*y(8)*zr^2;

% Channel I
% Input signal
dydt(1)=(0.09*dfyzu+fyzu-y(1))/0.028;
% Voltage
dydt(2) = (kku*(Tku1*(dydt(1)-y(4))+(y(1)-y(3)))-y(2))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(3) = y(4);
dydt(4) = (km*zr*(m22s*y(2)-m12*y(6))/R-kc*zr*(n1*m22s*-n2*m12)-
c1s*m22s+c2s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% Channel II
%Input signal
dydt(5)=(0.09*dfzzu+fzzu-y(5))/0.028;
% Voltage
dydt(6) = (kku*(Tku1*(dydt(5)-y(8))+(y(5)-y(7)))-y(6))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(7) = y(8);
dydt(8) = (km*zr*(m11s*y(6)-m12*y(2))/R-kc*zr*(n2*m11s-n1*m12)-
c2s*m11s+c1s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);
% -----

function [value,isterminal,direction] = events(t,y)
% Locate the time when height passes through zero in a decreasing direction
% and stop integration.
value = y(1); % detect height = 0
isterminal = 1; % stop the integration
direction = -1; % negative direction
%[value,isterminal,direction]

```

Модель с вариациями перегрузок для большей наглядности их влияния на динамику системы

```

function loadfactorvar
clc

qtr1=0; qtr1s=0; u1=0; q1=0; q1s=0;

qtr2=0; qtr2s=0; u2=0; q2=0; q2s=0;

[t,y] = nach (qtr1, qtr1s, u1, q1, q1s, qtr2, qtr2s, u2, q2, q2s);
n=size(y);
n=n(1);

fileOut = fopen('nangiua.txt', 'w+');
for i=1:n
    fprintf(fileOut,'% .20f % .20f % .20f \n',t(i), (y(i,1)-y(i,4))*180/pi,
(y(i,6)-y(i,9))*180/pi);
end;
fclose(fileOut);

plot(t(:), (y(i,1)-y(i,4))*180/pi)
grid
hold on

figure
plot(t(:), (y(i,6)-y(i,9))*180/pi, 'r')
grid
hold on

```

```

%-----
function [t,y] =nach (qtr1, qtr1s, u1, q1, q1s, qtr2, qtr2s, u2, q2, q2s)

tstart = 0;
tfinal = 10;

options = odeset('Events' ,@events, 'OutputSel', 1);

[t,y] = ode15s(@f,[tstart tfinal],[qtr1 qtr1s u1 q1 q1s qtr2 qtr2s u2 q2
q2s],options);
% -----

function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(10,1);    % a column vector

% Input device
a=116.4803; b= -347.8514;
alfa=0.0860; beta= -1.5133;
w=pi/180;

% DC-motor
ke=0.08117;          % Voltage constant
km=0.115;           % Torque constant
kv=6.78*10^(-6);   % Viscous friction
kc=0.00126;        % Coulomb friction
R=4;                % Resistance
J1=0.35*10^(-4);   % Inertia
J2=J1;

% Gear
zr1=300;
zr2=zr1;

% Correction
kku=200;
Tku1=0.028;
Tku2=0.034;

% g-load
n1=1;
n2=9;

% Dynamical cross-coupling
[m11, m12, m21, m22, c1, c2]=symb(y(4), y(9), y(5), y(10));
m11s=m11+zr1^2*J1;
m22s=m22+zr2^2*J2;
c1s=c1+(km*ke/R+kv)*y(5)*zr1^2;
c2s=c2+(km*ke/R+kv)*y(10)*zr2^2;

% Channel I
% Input signal
dydt(1) = y(2);
dydt(2) = -a*w^3*sin(w*t+alfa);
% Voltage
dydt(3) = (kku*(Tku1*(y(2)-y(5))+1*(y(1)-y(4)))-y(3))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(4) = y(5);
dydt(5) = (km*(zr1*m22s*y(3)-zr2*m12*y(8))/R-kc*(zr1*n1*m22s-zr2*n2*m12)-
c1s*m22s+c2s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

```

```

% Channel II
% Input signal
dydt(6) = y(7);
dydt(7) = -b*w^3*cos(w*t+beta);
% Voltage
dydt(8) = (kku*(Tku1*(y(7)-y(10))+1*(y(6)-y(9)))-y(8))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(9) = y(10);
dydt(10) = (km*(zr2*m11s*y(8)-zr1*m12*y(3))/R-kc*(zr2*n2*m11s-zr1*n1*m12)-
c2s*m11s+c1s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);
% -----

function [value, isterminal, direction] = events(t,y)
% Locate the time when height passes through zero in a decreasing direction
% and stop integration.
value = y(1); % detect height = 0
isterminal = 1; % stop the integration
direction = -1; % negative direction
%[value, isterminal, direction]

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г. МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ И ЕЕ СРАВНЕНИЕ С УПРОЩЕННЫМИ СХЕМАМИ

В данной части приложения приведены программы для моделирования динамики системы с учетом влияния на нее различных факторов, как по отдельности и по разным каналам управления, так и совместно по всем каналам управления.

Определение разностей в отработанных угловых координатах между реальной системой и моделью без учета динамического взаимовлияния

```

function dynamics
clc

u1=0; q1=0; q1s=0;

u2=0; q2=0; q2s=0;

phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;
DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
w1z10=1.5*pi/180; wv0=w1z10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;
q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;

[t,y] = nach (fy0, u1, q1, q1s, fz0, u2, q2, q2s, q1, q2, q1s, q2s, u1, u2);

```

```

n=size(y);
n=n(1);

[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0, q00, q10,
q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0, fy0, fz0,
tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);

fileOut = fopen('dynamics.txt', 'w+');
for i=1:n
    fprintf(fileOut,'% .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f \n',t(i),
y(i,3)*180/pi, y(i,9)*180/pi, (y(i,3)-y(i,9))*180/pi, y(i,7)*180/pi,
y(i,10)*180/pi, (y(i,7)-y(i,10))*180/pi);
end;
fclose(fileOut);

% Errors from taking into account only Coulomb friction (without dyn. cr.-cop.)
plot(t(:), y(:,3)*180/pi-y(:,9)*180/pi)
grid
hold on

figure
plot(t(:), y(:,7)*180/pi-y(:,10)*180/pi)
grid
hold on
%-----

function [t,y] =nach (fy0, u1, q1, qls, fz0, u2, q2, q2s, qc1, qc2, qc1s, qc2s,
ucl, uc2)

tstart = 0;
tfinal = 20;

options = odeset('Events' ,@events, 'OutputSel', 1);

[t,y] = ode15s(@f,[tstart tfinal],[fy0 u1 q1 qls fz0 u2 q2 q2s qc1 qc2 qc1s qc2s
ucl uc2],options);
% -----

function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(14,1); % a column vector

% Input device
phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;
DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
wlz10=1.5*pi/180; wv0=wlz10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;
q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;
[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ny, nz, dfy, dfz] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0,
q00, q10, q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0,
fy0, fz0, tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);
dfyzu=interp1(tps,dfy,t);

```

```

dfzzu=interp1(tps,dfz,t);

% DC-motor
ke=0.08117;      % Voltage constant
km=0.115;       % Torque constant
kv=6.78*10^(-6); % Viscous friction
kc=0.00126;     % Coulomb friction
R=4;            % Resistance
J=0.35*10^(-4); % Inertia

% Gear
zr=300;

% Correction
kku=200;
Tku1=0.028;
Tku2=0.034;

% g-load
n1=interp1(tps,ny,t);
n2=interp1(tps,nz,t);

% Dynamical cross-coupling
[m11, m12, ~, m22, c1, c2]=symb(y(3), y(7), y(4), y(8));
m11s=m11+zr^2*J;
m22s=m22+zr^2*J;
c1s=c1+(km*ke/R+kv)*y(4)*zr^2;
c2s=c2+(km*ke/R+kv)*y(8)*zr^2;

% Real system
% Channel I
% Input signal
dydt(1)=(0.09*dfyzu+fyzu-y(1))/0.028;
% Voltage
dydt(2) = (kku*(Tku1*(dydt(1)-y(4))+(y(1)-y(3)))-y(2))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(3) = y(4);
dydt(4) = (km*zr*(m22s*y(2)-m12*y(6))/R-kc*zr*(n1*m22s-n2*m12)-
c1s*m22s+c2s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% Channel II
%Input signal
dydt(5)=(0.09*dfzzu+fzzu-y(5))/0.028;
% Voltage
dydt(6) = (kku*(Tku1*(dydt(5)-y(8))+(y(5)-y(7)))-y(6))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(7) = y(8);
dydt(8) = (km*zr*(m11s*y(6)-m12*y(2))/R-kc*zr*(n2*m11s-n1*m12)-
c2s*m11s+c1s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% System with Coulomb friction only (without dyn. cr.-cop.)
dydt(9) = y(11);
dydt(10) = y(12);
dydt(11) = (km*y(13)/(zr*R)-kc*n1/zr-(km*ke/R+kv)*y(11))/J;
dydt(12) = (km*y(14)/(zr*R)-kc*n2/zr-(km*ke/R+kv)*y(12))/J;
% Voltage
dydt(13)=(kku*(Tku1*(dydt(1)-y(11))+(y(1)-y(9)))-y(13))/Tku2;
dydt(14)=(kku*(Tku1*(dydt(5)-y(12))+(y(5)-y(10)))-y(14))/Tku2;
% -----

function [value,isterminal,direction] = events(t,y)
% Locate the time when height passes through zero in a decreasing direction
% and stop integration.

```

```

value = y(1);      % detect height = 0
isterminal = 1;   % stop the integration
direction = -1;   % negative direction
%[value,isterminal,direction]

```

Определение разностей в отработанных угловых координатах между реальной системой и моделью без учета сухого трения

```

function dynamics
clc

u1=0; q1=0; q1s=0;

u2=0; q2=0; q2s=0;

phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;
DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
wly10=1.5*pi/180; wv0=wly10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;
q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;

[t,y] = nach (fy0, u1, q1, q1s, fz0, u2, q2, q2s, q1, q2, q1s, q2s, u1, u2);
n=size(y);
n=n(1);

[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0, q00, q10,
q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0, fy0, fz0,
tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);

fileOut = fopen('dynamics.txt', 'w+');
for i=1:n
    fprintf(fileOut,'% .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f \n',t(i),
y(i,3)*180/pi, y(i,9)*180/pi, ( y(i,3)-y(i,9))*180/pi, y(i,7)*180/pi,
y(i,10)*180/pi, (y(i,7)-y(i,10))*180/pi);
end;
fclose(fileOut);

% Errors from taking into account only Dyn. cr.-coup. (without Cul. fr.)
plot(t(:), y(:,3)*180/pi-y(:,9)*180/pi)
grid
hold on

figure
plot(t(:), y(:,7)*180/pi-y(:,10)*180/pi)
grid
hold on
%-----

function [t,y] =nach (fy0, u1, q1, q1s, fz0, u2, q2, q2s, qc1, qc2, qc1s, qc2s,
uc1, uc2)

```

```

tstart = 0;
tfinal = 20;

options = odeset('Events' ,@events, 'OutputSel', 1);

[t,y] = ode15s(@f,[tstart tfinal],[fy0 u1 q1 q1s fz0 u2 q2 q2s qc1 qc2 qc1s qc2s
uc1 uc2],options);
% -----

function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(14,1);    % a column vector

% Input device
phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;
DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
wly10=1.5*pi/180; wv0=wly10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;
q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;
[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ny, nz, dfy, dfz] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0,
q00, q10, q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0,
fy0, fz0, tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);
dfyzu=interp1(tps,dfy,t);
dfzzu=interp1(tps,dfz,t);

% DC-motor
ke=0.08117;    % Voltage constant
km=0.115;    % Torque constant
kv=6.78*10^(-6); % Viscous friction
kc=0.00126;    % Coulomb friction
R=4;    % Resistance
J=0.35*10^(-4); % Inertia

% Gear
zr=300;

% Correction
kku=200;
Tku1=0.028;
Tku2=0.034;

% g-load
n1=interp1(tps,ny,t);
n2=interp1(tps,nz,t);

% Dynamical cross-coupling for real system
[m11, m12, ~, m22, c1, c2]=symb(y(3), y(7), y(4), y(8));
m11s=m11+zr^2*J;
m22s=m22+zr^2*J;
c1s=c1+(km*ke/R+kv)*y(4)*zr^2;
c2s=c2+(km*ke/R+kv)*y(8)*zr^2;

% Dynamical cross-coupling for model
[m11m, m12m, ~, m22m, c1m, c2m]=symb(y(9), y(10), y(11), y(12));

```

```

m11sm=m11m+zr^2*J;
m22sm=m22m+zr^2*J;
c1sm=c1m+(km*ke/R+kv)*y(11)*zr^2;
c2sm=c2m+(km*ke/R+kv)*y(12)*zr^2;

% Real system
% Channel I
% Input signal
dydt(1)=(0.09*dfyzu+fyzu-y(1))/0.028;
% Voltage
dydt(2) = (kku*(Tku1*(dydt(1)-y(4))+(y(1)-y(3)))-y(2))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(3) = y(4);
dydt(4) = (km*zr*(m22s*y(2)-m12*y(6))/R-kc*zr*(n1*m22s-n2*m12)-
c1s*m22s+c2s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% Channel II
%Input signal
dydt(5)=(0.09*dfzzu+fzzu-y(5))/0.028;
% Voltage
dydt(6) = (kku*(Tku1*(dydt(5)-y(8))+(y(5)-y(7)))-y(6))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(7) = y(8);
dydt(8) = (km*zr*(m11s*y(6)-m12*y(2))/R-kc*zr*(n2*m11s-n1*m12)-
c2s*m11s+c1s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% Model with Dynamical cross-coupling only (without Coulomb friction)
dydt(9) = y(11);
dydt(10) = y(12);
dydt(11) = (km*zr*(m22sm*y(13)-m12m*y(14))/R-
c1sm*m22sm+c2sm*m12m)/(m11sm*m22sm-m12m^2);
dydt(12) = (km*zr*(m11sm*y(14)-m12m*y(13))/R-
c2sm*m11sm+c1sm*m12m)/(m11sm*m22sm-m12m^2);
% Voltage
dydt(13)=(kku*(Tku1*(dydt(1)-y(11))+(y(1)-y(9)))-y(13))/Tku2;
dydt(14)=(kku*(Tku1*(dydt(5)-y(12))+(y(5)-y(10)))-y(14))/Tku2;
% -----

function [value,isterminal,direction] = events(t,y)
% Locate the time when height passes through zero in a decreasing direction
% and stop integration.
value = y(1); % detect height = 0
isterminal = 1; % stop the integration
direction = -1; % negative direction
%[value,isterminal,direction]

```

Определение разностей в отработанных угловых координатах между реальной системой и моделью без учета и сухого трения, и динамического взаимовлияния

```

function dynamics
clc

u1=0; q1=0; q1s=0;

u2=0; q2=0; q2s=0;

phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;

```

```

DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
wlz10=1.5*pi/180; wv0=wlz10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;
q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;

[t,y] = nach (fy0, u1, q1, q1s, fz0, u2, q2, q2s, q1, q2, q1s, q2s, u1, u2);
n=size(y);
n=n(1);

[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~, ~] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0, q00, q10,
q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0, fy0, fz0,
tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);

fileOut = fopen('dynamics.txt', 'w+');
for i=1:n
    fprintf(fileOut,'% .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f % .20f \n',t(i),
y(i,3)*180/pi, y(i,9)*180/pi, ( y(i,3)-y(i,9))*180/pi, y(i,7)*180/pi,
y(i,10)*180/pi, (y(i,7)-y(i,10))*180/pi);
end;
fclose(fileOut);

% Errors from neglect dynamical cross-coupling and Coulomb friction
plot(t(:), y(:,3)*180/pi-y(:,9)*180/pi)
grid
hold on

figure
plot(t(:), y(:,7)*180/pi-y(:,10)*180/pi)
grid
hold on
%-----

function [t,y] =nach (fy0, u1, q1, q1s, fz0, u2, q2, q2s, qc1, qc2, qc1s, qc2s,
uc1, uc2)

tstart = 0;
tfinal = 20;

options = odeset('Events' ,@events, 'OutputSel', 1);

[t,y] = ode15s(@f,[tstart tfinal],[fy0 u1 q1 q1s fz0 u2 q2 q2s qc1 qc2 qc1s qc2s
uc1 uc2],options);
% -----

function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(14,1); % a column vector

% Input device
phi0=0; theta0=0; gamma0=0;
v0=200; D0=7000;
fy0=0; fz0=0; fv0=fz0;
DD0=v0*sin(fz0)/D0;
wly10=2.25*pi/180; wg0=wly10/cos(fv0);
wlz10=1.5*pi/180; wv0=wlz10;
wgD0=wg0*D0; wvD0=wv0*D0;

```

```

q00=cos(fv0/2); q10=0; q20=0; q30=sin(fv0/2);
p00=cos(fz0/2); p10=0; p20=0; p30=sin(fz0/2);
x0=0; y0=5000; z0=0;
tstart=0;
tfinal=20;
[tps, fy, fz, ~, ~, ~, ~, ny, nz, dfy, dfz] = setdevice(DD0, wgD0, wvD0, D0,
q00, q10, q20, q30, p00, p10, p20, p30, phi0, theta0, gamma0, v0, x0, y0, z0,
fy0, fz0, tstart, tfinal);
fyzu=interp1(tps,fy,t);
fzzu=interp1(tps,fz,t);
dfyzu=interp1(tps,dfy,t);
dfzzu=interp1(tps,dfz,t);

% DC-motor
ke=0.08117;      % Voltage constant
km=0.115;       % Torque constant
kv=6.78*10^(-6); % Viscous friction
kc=0.00126;     % Coulomb friction
R=4;            % Resistance
J=0.35*10^(-4); % Inertia

% Gear
zr=300;

% Correction
kku=200;
Tku1=0.028;
Tku2=0.034;

% g-load
n1=interp1(tps,ny,t);
n2=interp1(tps,nz,t);

% Dynamical cross-coupling for real system
[m11, m12, ~, m22, c1, c2]=symb(y(3), y(7), y(4), y(8));
m11s=m11+zr^2*J;
m22s=m22+zr^2*J;
c1s=c1+(km*ke/R+kv)*y(4)*zr^2;
c2s=c2+(km*ke/R+kv)*y(8)*zr^2;

% Real system
% Channel I
% Input signal
dydt(1)=(0.09*dfyzu+fyzu-y(1))/0.028;
% Voltage
dydt(2) = (kku*(Tku1*(dydt(1)-y(4))+(y(1)-y(3)))-y(2))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(3) = y(4);
dydt(4) = (km*zr*(m22s*y(2)-m12*y(6))/R-kc*zr*(n1*m22s-n2*m12)-
c1s*m22s+c2s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% Channel II
%Input signal
dydt(5)=(0.09*dfzzu+fzzu-y(5))/0.028;
% Voltage
dydt(6) = (kku*(Tku1*(dydt(5)-y(8))+(y(5)-y(7)))-y(6))/Tku2;
% Dynamics of the system
dydt(7) = y(8);
dydt(8) = (km*zr*(m11s*y(6)-m12*y(2))/R-kc*zr*(n2*m11s-n1*m12)-
c2s*m11s+c1s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% Model without Dynamical cross-coupling and Coulomb friction
dydt(9) = y(11);

```

```

dydt(10) = y(12);
dydt(11) = (km*y(13)/(zr*R) - (km*ke/R+kv)*y(11))/J;
dydt(12) = (km*y(14)/(zr*R) - (km*ke/R+kv)*y(12))/J;
% Voltage
dydt(13) = (kku*(Tku1*(dydt(1)-y(11)) + (y(1)-y(9)))-y(13))/Tku2;
dydt(14) = (kku*(Tku1*(dydt(5)-y(12)) + (y(5)-y(10)))-y(14))/Tku2;
% -----

function [value, isterminal, direction] = events(t, y)
% Locate the time when height passes through zero in a decreasing direction
% and stop integration.
value = y(1); % detect height = 0
isterminal = 1; % stop the integration
direction = -1; % negative direction
%[value, isterminal, direction]

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Д. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФАЗОВОЙ ГРАНИЦЫ УСТОЙЧИВОСТИ

В данной части приложения с учетом параметров линеаризованной системы и нелинейной части реальной системы сопровождения построены логарифмические частотные характеристики.

Определение логарифмических частотных характеристик линейной системы и приведенной нелинейной части

```

function harmlin
clc
% лин. сист.
den1 = [0.00051 0.0491 1.003 0];
num1 = [0.23 8.2132];
w = logspace(-3, 3);
h1 = freqs(num1, den1, w);
mag1 = mag2db(abs(h1));
phase1 = angle(h1)*180/pi;

subplot(2,1,1), semilogx(w, mag1, 'r')
hold on
grid on
subplot(2,1,2), semilogx(w, phase1, 'r')
hold on
grid on

% нелин. сист.
A=0.005;

for i=1:17
den = [-0.015 -1.003];
num = [0.015 1.003+6.8746/A];
h = freqs(num, den, w);

```

```

mag = mag2db(abs(h));
phase = angle(h)*180/pi;
subplot(2,1,1), semilogx(w, mag)
hold on
grid on
num2 = -num;
den2 = den;
h2 = freqs(num2,den2,w);
mag2 = mag2db(abs(h2));
phase2 = angle(h2)*180/pi-180;
subplot(2,1,2), semilogx(w,phase2)
hold on
grid on
A=A+0.005*i^1.6;
end

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Е. РАЗРАБОТКА РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМЫ

В приложении Е произведен расчет параметров регулятора, обеспечивающих робастную устойчивость и качество системы сопровождения. Проведено моделирование динамики нелинейной и линеаризованной систем для оценки динамических ошибок в условиях полета.

Выбор параметров системы и расчет ИВМО

```

function pdregeval4
clc

tic
y10=0; y20=0; y30=0; y40=0;
IT0=1000;
for i=1:100
    kp(i)=1090+0.1*i;
    for j=1:100
        kd(j)=3.5+0.005*j;
        KP=kp(i); KD=kd(j);
        [t,y] = nach (y10, y20, y30, y40, KP, KD);
        n=size(y);n=n(1);
        r=sin(10*t);
        me=abs(r-y(:,1));
        itae=me'*t*max(t)/n;
        if itae<IT0
            IT0=itae; kP=KP; kD=KD;
        end
    end
end
end

IT0
kP
kD

toc
%-----

```

```

function [t,y] =nach (y10, y20, y30, y40, KP, KD)

tstart = 0;
tfinal = 2;

% options = odeset('RelTol',1e-2, 'AbsTol', 1e-3, 'OutputSel',
1, 'Stats','on','InitialStep', 0.2,'MaxStep',1,'Events' ,@events);
options = odeset('OutputSel', 1,'Stats','off');

[t,y] = ode15s(@f,[tstart tfinal],[y10 y20 y30 y40 KP KD],options);
% -----
function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(6,1);    % a column vector

% DC-motor
ke=0.08117;          % Voltage constant
km=0.115;           % Torque constant
kv=6.78*10^(-6);   % Viscous friction
kc=0.00126;        % Coulomb friction
R=4;                % Resistance
J=0.35*10^(-4);    % Inertia

% Gear
zr=300;
w=10;
fi0=1;

ce=ke*zr;
T=J*R/(ke*km);
c0=1+kv*R/(ke*km);
c1=c0+4*kc*R/(pi*fi0*ke*km);

b0=y(5)/(ce*T);
b1=(y(6)+ce*c1)/(ce*T);

dydt(1) = y(2); % dfydt
dydt(2) = y(3);
dydt(3) = y(4);
dydt(4) = 10*b0-b1*y(4) - (b0+100)*y(3) -10*b1*y(2) -100*b0*y(1);
dydt(5) = 0;
dydt(6) = 0;

```

Определение параметров регулятора и характеристик системы для номинального и крайних неблагоприятных случаев изменения амплитуды на входе

```

clc
clear all

% DC-motor
ke=0.08117;          % Voltage constant
km=0.115;           % Torque constant
kv=6.78*10^(-6);   % Viscous friction
kc=0.00126;        % Coulomb friction
R=4;                % Resistance
J=0.35*10^(-4);    % Inertia

% Gear
zr=300; w=10;

```

```

fi0=1; fi1=0.02*pi; fi2=2*pi;

ce=ke*zr;
T=J*R/(ke*km);
c0=1+kv*R/(ke*km);
c1=c0+4*kc*R/(pi*fi0*ke*km);
c11=c0+4*kc*R/(pi*fi1*ke*km);
c12=c0+4*kc*R/(pi*fi2*ke*km);

KP=1093.3; KD=3.735;
b0=KP/(ce*T);
b1=(KD+ce*c1)/(ce*T);
b11=(KD+ce*c11)/(ce*T);
b12=(KD+ce*c12)/(ce*T);

num=b0; den=[1 b1 b0]; den1=[1 b11 b0]; den2=[1 b12 b0];

F=tf(num,den);
F1=tf(num,den1);
F2=tf(num,den2);
step(F,'b')
grid
hold on
step(F1,'r')
hold on
step(F2,'g')

figure
bode(F,'b')
grid
hold on
bode(F1,'r')
hold on
bode(F2,'g')

```

Моделирование динамики нелинейной системы с применением разработанного корректирующего устройства

```

function dynamicsnonlin
clc
tic
fy0=0; q1=0; q1s=0; fz0=0; q2=0; q2s=0;

[t,y] = nach (fy0, q1, q1s, fz0, q2, q2s);

n=size(y); n=n(1);

% Data from models of flight and tracking
for i=1:n
    [fy(i),fz(i),~,~] = mmlazu(t(i));
end

plot(t(:), (fy(:)-y(:,2))*180/pi)
grid
hold on

figure
plot(t(:), (fz(:)-y(:,5))*180/pi)
grid

```

```

hold on
toc
%-----
function [t,y] =nach (fy0, q1, q1s, fz0, q2, q2s)

tstart = 0;
tfinal = 20;

options = odeset('OutputSel', 1,'Stats','on');

[t,y] = ode45(@f,[tstart tfinal],[fy0 q1 q1s fz0 q2 q2s],options);
% -----
function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(6,1);    % a column vector

% DC-motor
ke=0.08117;          % Voltage constant
km=0.115;           % Torque constant
kv=6.78*10^(-6);   % Viscous friction
kc=0.00126;        % Coulomb friction
R=4;                % Resistance
J=0.35*10^(-4);    % Inertia

% Gear
zr=300;

% Correction
KP=1093.3; KD=3.735;

% Dynamical cross-coupling
[m11, m12, ~, m22, c1, c2]=symb(y(2), y(5), y(4), y(6));
m11s=m11+zr^2*J;
m22s=m22+zr^2*J;
c1s=c1+(km*ke/R+kv)*y(3)*zr^2;
c2s=c2+(km*ke/R+kv)*y(6)*zr^2;

% Data from models of flight and tracking
[fy,fz,n1,n2] = mmlazu(t);

% Voltage
u1 = KP*(y(1)-y(2))+KD*(KP*(fy-y(1))/KD-y(3));
u2 = KP*(y(4)-y(5))+KD*(KP*(fz-y(4))/KD-y(6));

% Nonlinear system
% Channel I
% Input signal after prefilter
dydt(1) = KP*(fy-y(1))/KD; % dfiypf
% Dynamics of the system
dydt(2) = y(3); % dq1dt
dydt(3) = (km*zr*(m22s*u1-m12*u2)/R-kc*zr*(n1*m22s*-n2*m12)-
c1s*m22s+c2s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

% Channel II
%Input signal after prefilter
dydt(4) = KP*(fz-y(4))/KD; %dfizpf
% Dynamics of the system
dydt(5) = y(6); % dq2dt
dydt(6) = (km*zr*(m11s*u2-m12*u1)/R-kc*zr*(n2*m11s-n1*m12)-
c2s*m11s+c1s*m12)/(m11s*m22s-m12^2);

```

Моделирование динамики линеаризованной системы с применением разработанного корректирующего устройства

```

function dynamicslin
clc
tic
fy0=0; fys0=0; fz0=0; fzs0=0;

[t,y] = nach (fy0, fys0, fz0, fzs0);
n=size(y); n=n(1);

%Data from models of flight and tracking
for i=1:n
    [fy(i),fz(i),~,~] = mmlazu(t(i));
end

plot(t(:), (fy(:)-y(:,1))*180/pi)
grid
hold on

figure
plot(t(:), (fz(:)-y(:,3))*180/pi)
grid
hold on
toc
%-----
function [t,y] =nach (fy0, fys0, fz0, fzs0)

tstart = 0;tfinal = 20;

options = odeset('OutputSel', 1,'Stats','on');

[t,y] = ode45(@f,[tstart tfinal],[fy0 fys0 fz0 fzs0],options);
% -----
function dydt = f(t,y)

dydt = zeros(4,1);    % a column vector
% DC-motor
ke=0.08117;          % Voltage constant
km=0.115;           % Torque constant
kv=6.78*10^(-6);   % Viscous friction
kc=0.00126;        % Coulomb friction
R=4;                % Resistance
J=0.35*10^(-4);    % Inertia

% Gear
zr=300; ce=ke*zr;  T=J*R/(ke*km); c0=1+kv*R/(ke*km); c1=c0+4*kc*R/(pi*ke*km);

% Correction
KP=1093.3; KD=3.735; b0=KP/(ce*T); b1=(KD+ce*c1)/(ce*T);

%Data from models of flight and tracking
[fy,fz,~,~] = mmlazu(t);

% Linearized system step response
% Channel I
dydt(1) = y(2); % dfydt
dydt(2) = b0*(fy-y(1))-b1*y(2);
% Channel II
dydt(3) = y(4);
dydt(4) = b0*(fz-y(3))-b1*y(4);

```