ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ ԱՐԵԳ ԱՇՈՏԻ

ՄԻ ՔԱՆԻ ՂԵԿԱՎԱՐՈՂ ԿՈՂՄԵՐՈՎ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ԽԱՂԵՐ և ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ա.02.01- « Տեսական մեխանիկա » մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2011

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

СТЕПАНЯН АРЕГ АШОТОВИЧ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ИГРЫ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С НЕСКОЛЬКИМИ УПРАВЛЯЮЩИМИ СТОРОНАМИ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.01-‘Теоретическая механика’

ЕРЕВАН-2011

Ատենախոսության թեման հաստատվել է   Երևանի Պետական Համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝   ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Վ.Ռ.Բարսեղյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝   ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Վ.Վ.Ավետիսյան
ֆ.մ.գ.թ. Օ.Ս.Միքայելյան

Առաջատար կազմակերպություն   Հայաստանի Պետական
Ճարտարագիտական Համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 10 հունիսի 2011թ. ժ. 14^{00}–ին
Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդում

(Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24բ, avsah@mechins.sci.am)

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 10 մայիսի 2011 թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, տ.գ.դ. պրոֆ   Ռ.Մ.Կիրակոսյան

Тема диссертации утверждена в   Ереванском Государственном Университете

Научный руководитель   д.ф.м.н., проф. В.Р.Барсегян

Официальные оппоненты   д.ф.м.н., проф. В.В.Аветисян
к.ф.м.н. О.С.Микаелян

Ведущая организация: Государственный Инженерный
Университет Армении

Защита состоится 10 июня 2011г. в 14^{00} на заседании специализированного совета 047 в Институте механики.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24б, avsah@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 10 мая 2011г.

Ученый секретарь
специализированного совета
д.т.н., профессор   Р.М.Киракосян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие системного исследования и анализа управляемых объектов приводит к необходимости изучения задач управления с несколькими управляющими сторонами и дифференциальных игр нескольких лиц при многих целевых множествах. Источником подобных задач являются прикладные проблемы. Существенное место занимают задачи встречи нескольких управляемых объектов с различными критериями качества управления, линейные и нелинейные дифференциальные игры нескольких лиц при многих целевых множествах, заданных в разные моменты времени. Важное прикладное значение имеют также задачи сближения и встречи нескольких управляемых объектов, когда конечное состояние зависит от некоторых параметров, исследование которых позволяет учитывать как индивидуальные интересы управляющих объектов, так и интересы кооперации всех управляемых объектов с вектор-функцией выигрыша, задачи управления системой при наличии нескольких управляющих органов, каждый из которых имеет характеризующий коэффициент, а на затраты управления наложены ограничения.

Теория конфликтно-управляемых процессов представляет собой интенсивно развивающейся раздел современной науки. В данной теории исследуются задачи управления динамическими процессами, которые предпологают наличие двух или более сторон, способных воздействовать на процесс с противоположенными или несовподающими целями. Динамические процессы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, называют также дифференциальными играми. Важное теоретическое и практическое значение имеют дифференциальные игры с несколькими управляющими сторонами при многих целевых множествах и исследование устойчивости решений по отношению к информационным помехам, возникающих при измерении состояний системы. Потребность изучения таких задач возникает из прикладных задач механики, экономики и некоторых других областей.

Изложенные задачи и методы их исследования являются основой данной работы.

В настоящей работе рассмотрены задачи оптимального управления систем многими управляющими сторонами, линейные и нелинейные дифференциальные игры нескольких лиц при многих целевых множествах.

Цель работы. Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию задач управления несколькими управляющими сторонами при разных критериях качеств, постановке и исследованию дифференциальных игр нескольких лиц при многих целевых множествах, заданных в разные моменты времени, устойчивости решений по отношению к информационным помехам в измерениях положений системы.

Научная новизна. Исследованы задачи встречи нескольких управляемых линейных систем при минимизации затрат на формирование управляющих воздействий всех сторон, когда конечное положение зависит от некоторых параметров. Решены задача одновременной встречи нескольких управляемых космических аппаратов с минимальной энергией в гравитационном поле, когда конечное положение встречи зависит от некоторых параметров при управлении с минимальной энергией и плоская задача встречи материальных точек с переменной массой при тех же предположениях при управлении с минимальной силой и с минимальной энергией. Решена задача управления системой при наличии нескольких управляющих органов, каждый из которых имеет характеризующий коэффициент, а на затраты управления наложены ограничения.

Сформулированы линейные и нелинейные дифференциальные игры нескольких лиц при многих целевых множествах, заданных в разные моменты времени, в которых целью каждой стороны является сближение движения системы к своим целевым множествам в заданные моменты времени. Определены кусочно-позиционные стратегии игроков и движение системы. Построена функция гипотетического рассогласования для линейной задачи и доказаны ее основные свойства. Указан способ нахождения оптимальных кусочно-позиционных стратегий, разрешающих линейную задачу сближения. Показано, что для линейных и нелинейных дифференциальных игр нескольких лиц при многих целевых множествах набор стратегий, экстремальный к соответствующему стабильному множеству, будет равновесным набором по отношению к начальной позиции. Получена оценка расстояний движений систем с несколькими управляющими сторонами в линейных и нелинейных случаях задачи. Показано, что стратегии, экстремальные к стабильным мостам, обеспечивают решение задачи, устойчивое по отношению к информационным помехам в измерениях положении системы.

Методы исследования. В диссертации использовались методы теории дифференциальных уравнений, теории оптимального управления движением и теории дифференциальных игр.

Практическая ценность работы. Полученные результаты для решения задач управления несколькими управляющими сторонами имеют важное практическое значение и позволяют увеличить эффективность управления. Широкое приложение могут найти дифференциальные игры нескольких лиц при многих целевых множествах, а полученные результаты применимы для многих прикладных задач.

Обоснованность и достоверность. Полученные в работе результаты базируются на обоснованном использовании строгого математического аппарата, а также сравнении решений конкретных задач и численных результатов с теоретическими выводами.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на:

- семинарах кафедры механики ЕГУ
- международной школе-конференции молодых учёных “Механика 2009”, Агавнадзор, Армения, 2009г.
- II-ой международной конференции “Актуальные проблемы механики сплошной среды”, Дилижан, Армения, 2010г.

Диссертационная работа в целом доложена на кафедре механики ЕГУ и на общем семинаре Института механики НАН РА (Ереван, 2011г.).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в семи работах, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 127 страниц печатного текста, включая 6 фигур и 2 таблицы, а список литературы содержит 88 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

<u>Во введении</u> обосновывается актуальность диссертационной работы, дается краткий обзор работ, непосредственно примыкающих к задачам, рассмотренным в диссертации. Приводится краткое содержание диссертации по главам.

<u>В первой главе</u> рассматриваются задачи управления динамических систем несколькими управляющими сторонами при разных критерях качества.

В §1.1 рассматривается задача управления несколькими управляемыми объектами, динамика которых описывается линейными диференциальными уравнениями

$$\dot{x}^{(i)} = A^{(i)}(t)x^{(i)} + B^{(i)}(t)u^{(i)} \qquad (i = 1,\ldots,k) \tag{1}$$

где $x^{(i)}$ – n-мерный вектор фазового состояния, $u^{(i)}$ – n_i-мерное управляющее воздействие i-го объекта, удовлетворяющее ограничению $u^{(i)} \in P_i$. $A^{(i)}(t) - (n \times n)$-мерная матрица, которая характеризует динамику i-го объекта, $B^{(i)}(t) - (n \times n_i)$-мерная матрица, описывающая i-ый управляющий орган $(i = 1,\ldots,k)$. Элементы матриц $A^{(i)}(t)$ и $B^{(i)}(t)$ измеримые ограниченные функции. Множества P_i компакты в пространстве R^{n_i} и описывают ресурсы управляющих сторон.

Предполагается, что заданы интервал времени $[t_0, T]$ и начальные состояния объектов $x_0^{(i)} = x^{(i)}(t_0)$, а качество управления i-ой стороны определяется величиной

$$\Im_i\left(u^{(i)}(t)\right) = \left(\int_{t_0}^{T}\left(u^{(i)}(t)\right)^2 dt\right)^{1/2} \tag{2}$$

Целью управляемых объектов является обеспечение встречи в момент времени T в предположении, что конечное состояние зависит от некоторых параметров α, β, γ, которые подлежат определению. Составлен вектор

$$\Im = \left\{\Im_i\left(u^{(i)}\right),\ i = 1,\ldots,k\right\} \tag{3}$$

Требуется найти оптимальные управляющие воздействия и значения параметров, при которых обеспечивается встреча объектов, минимизируя

$$\|\Im\| = \sum_{i=1}^{n}\left|\Im_i^2\left(u^{(i)}\right) - \Im_i^{*2}\right| \tag{4}$$

где

$$\Im_i^* = \min_{u^{(i)}} \Im_i\left(u^{(i)}\right) \qquad i = 1,\ldots,k$$

Для решения задачи находятся оптимальные управляющие воздействия каждой стороны $u^{(i)^0}(t, \alpha, \beta, \gamma)$ при критерия качества (2). Далее минимизируя (4) , найдены оптимальные значения параметров $\alpha^0, \beta^0, \gamma^0$, конечное фазовое положение встречи объектов, оптимальные управляющие воздействия $u^{(i)^0}(t) = u^{(i)^0}(t, \alpha^0, \beta^0, \gamma^0)$ $(i = 1,...,k)$ и соответствующие движения объектов.

§1.2 посвящен задаче встречи космических аппаратов при управлении с минимальной энергией в предположении, что движение происходит в тонком сферичном слое, двигатели управления работают непрерывно и кроме сил управления все возмущающие силы пренебрегаются. Относительное движение космических аппаратов описывается уравнением

$$\ddot{D}^{(i)} + \frac{\mu}{|r_ц|^3}\left[\left(r_ц + D^{(i)}\right)\left(1 + \frac{|D^{(i)}|^2}{|r_ц|^2} + \frac{2r_ц D^{(i)}}{|r_ц|^2}\right)^{-3/2} - r_ц\right] = u^{(i)}, \quad (i = 1,...,k) \tag{5}$$

где $r_ц$ геоцентрический радиус-вектор цели, которая считается фиктивной точкой, находящейся на фиктивной орбите, $D^{(i)}$ – вектор дальности i-го аппарата от цели, $u^{(i)}$ - равнодействующий вектор ускорения от тяги двигателей i-ого аппарата, μ – гравитационная постоянная Земли.

Предполагается, что заданы начальные состояния аппаратов

$$D^{(i)}(t_0) = D_0^{(i)}, \qquad \dot{D}^{(i)}(t_0) = \dot{D}_0^{(i)}, \qquad (i = 1,...,k) \tag{6}$$

а затраты на управления имеют вид (2). Каждая сторона стремится к встрече с остальными, определяемыми конечным состоянием

$$D^{(i)}(T) = D_T(\alpha, \beta), \qquad \dot{D}^{(i)}(T) = \dot{D}_T, \qquad (i = 1,...,k) \tag{7}$$

Учитывая индивидуальные интересы управляющих сторон, сформулирована вектор-функция, аналогичная (3).

Требуется найти оптимальные управляющие воздействия и значения параметров, переводящие сотрудничающих объектов (5) из начальных состояний (6) в конечное состояние (7) так, чтобы затраты (4) на управляющие воздействия были наименьшими.

Предполагая, что $\frac{|D^{(i)}|}{|r_ц|} << 1$ и считая фиктивную орбиту цели круговой, рассмотрены линеаризованные уравнения относительного движения космических аппаратов в орбитальной системе координат, начало которой совпадает с целью.

Для поставленной задачи приведено решение при линеаризованных уравнениях. Полученные результаты проиллюстрированы для задачи встречи трех объектов при конкретных численных значений, для которых получены значения параметров α^0, β^0, явные виды оптимальных управляющих воздействий, и законы движений объектов, которые графически представляются в виде

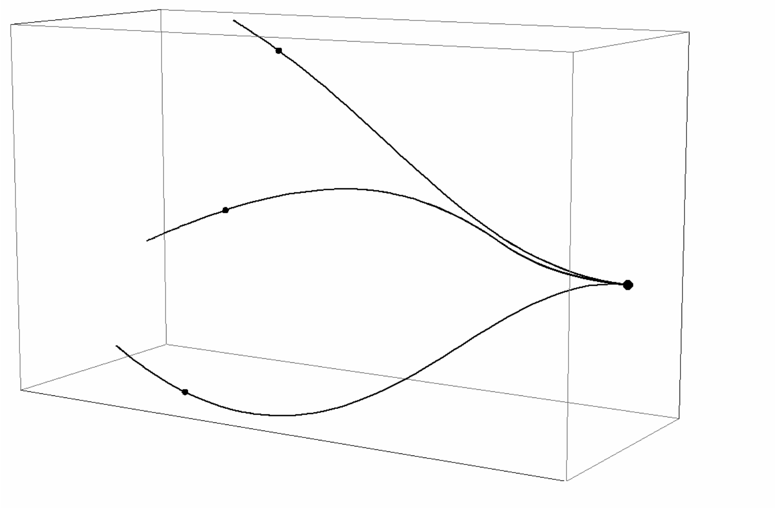

рис. 1

В §1.3 исследуется задача встречи нескольких материальных точек переменной массы в центральном ньютоновском поле при управлении с минимальной силой и минимальной энергией. Пренебрегая силой взаимного притяжения и предполагая, что все точки и на них приложенные реактивные силы (управляющие воздействия) находятся в одной плоскости, рассмотрены линеаризованные уравнения движения в малой окрестности круговой орбиты.

Исследованы задачи управления из заданных начальных положений, обеспечивающие встречу в конечном положении, зависящем от некоторых параметров, минимизируя при этом дополнительные затраты системы, определяемые величиной

$$\Im = \sum_{i=1}^{k} \left| \Im_i \left(u^{(i)}(t) \right) - \Im_i^* \right| \tag{8}$$

в случаях, когда критерий качества управления i-ой стороны имеет смысл минимальной силы

$$\Im_i \left(u^{(i)}(t) \right) = \max_{0 \le t \le T} \left| u^{(i)}(t) \right|$$

или минимальной энергии (2).

Проведены численные расчеты: получены оптимальные значения параметров, характеризующих точку встречи, оптимальные управляющие воздействия сторон, соответствующее движение объектов и значения функционалов. В частности, при управлении с минимальной силой управляющие воздействия имеют следующий вид

$$u^{(1)^O}(t) = 0.2821 \operatorname{sgn}\left(0.053\cos t - 0.186\sin t - 0.144\right)$$

$$u^{(2)^O}(t) = 0.2098 \operatorname{sgn}\left(-0.236\cos t + 0.081\sin t + 0.017\right)$$

$$u^{(3)^O}(t) = 0.7974 \operatorname{sgn}\left(0.183\cos t + 0.105\sin t + 0.127\right)$$

В §1.4 рассматривается задача управления движением линейной системы несколькими управляющими воздействиями, когда каждое управляющее воздействие имеет коэффициент, характеризующий управляющий орган и подлежащий определению, а на затраты управлений наложены ограничения типа

$$\Im_i = \int_{t_0}^{T} \left(u^{(i)}(t) \right)^2 dt \le A_i \tag{9}$$

где A_i $(i = 1,...,k)$ заданные постоянные величины.

Сформулированы необходимые и достаточные условия существования и построены программные управления. Полученные результаты проиллюстрированы на конкретном примере системы, подверженной двум управляющим воздействиям, которая по отдельным управляющим воздействиям не вполне управляема, а по их совокупности становится вполне управляемой. Учитывая ограничения (9), найдены значения параметров, соответстующие управляющие воздействия и движение системы.

Во второй главе рассматриваются линейные дифференциальные игры нескольких лиц при многих целевых множествах, заданных в разные моменты времени.

В §2.1 рассматривается конфликтно-управляемый процесс, динамика которого описывается линейным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = A(t)x + \sum_{i=1}^{k} B_i(t) u_i \tag{10}$$

$$u^{(i)} \in P_i \subset R^{n_i} \quad (i = 1,2,\dots,k), \quad t \in [t_0, \theta]$$

где $x - n$-мерный вектор фазового состояния, u_i – n_i-мерное управляющее воздействие i-ой стороны (игрока). $A(t) - (n \times n)$, $B_i(t) - (n \times n_i)$-мерные измеримые ограниченные матрицы-функции при $t \in [t_0, \theta]$. Множества P_i – компакты, описывающие ресурсы управляющих сторон.

Предполагается, что в заданные промежуточные моменты времени ϑ_j ($j = 1,\dots,m$), которые удовлетворяют условию $t_0 = \vartheta_0 < \vartheta_1 < \dots < \vartheta_m = \theta$ заданы выпуклые, ограниченные и замкнутые множества $M_1^{(j)},\dots,M_k^{(j)}$ ($j = 1,\dots,m$) и $N_1,\dots,N_k$ в пространстве R^n. Множество $M_i^{(j)}$ является целевым для i-го игрока в момент времени ϑ_j, а множества N_i – фазовые ограничения $(i = 1,2,\dots,k)$ ($M_i^{(j)} \subset N_i$ для всех соответствующих индексов i и при любых j).

Совокупность всех игроков кроме i-го обозначена символом $K(i)$.

Сформулирована задача i-го игрока, в которой его целью является сближение движения системы (10) к множествам $M_i^{(j)}$ ($j = 1,\dots,m$) в моменты времени ϑ_j ($j = 1,\dots,m$), сохраняя движение системы (10) в множестве N_i при противодействии остальных игроков, т.е. каждая сторона стремится уменьшить суммарное расстояние движения от своих целевых множеств в моменты времени ϑ_j ($j = 1,\dots,m$). Эта игра обозначена символом $\left(i, K(i), \left\{M_i^{(j)}\right\}, \left\{\vartheta_j\right\}, N_i, j = 1,\dots,m\right)$.

В §2.2 для исходной позиции $\{t_0, x_0\}$ системы (10) введено разбиение Δ_r интервала $t_0 \le t \le \theta$ узлами $\tau_1^{(r)}, \tau_2^{(r)}, \ldots$ так, чтобы при любом r моменты времени ϑ_j ($j = 1, \ldots, m$) являлись узлами разбиения, т.е.

$$\tau_{s_0}^{(r)} = t_0 = \vartheta_0, \ \tau_{s_1}^{(r)} = \vartheta_1, \ \ldots, \ \tau_{s_m}^{(r)} = \vartheta_m = \theta$$

Диаметром разбиения будет $\delta_r = \sup\limits_s \left(\tau_{s+1}^{(r)} - \tau_s^{(r)}\right)$. На полуинтервалах времени $\left[\tau_{s_{p-1}+j-1}^{(r)}, \tau_{s_{p-1}+j}^{(r)}\right) \subset \left[\vartheta_{p-1}, \vartheta_p\right)$ $\left(p = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, s_p - s_{p-1} + 1\right)$ определены кусочно-позиционные управления игроков как отображения вида

$$u_i^{(s_{p-1}+j)} : \left[\tau_{s_{p-1}+j-1}^{(r)}, \tau_{s_{p-1}+j}^{(r)}\right) \times R^n \to P_i \subset R^{n_i} \tag{11}$$

и движение, как решение соответствующего дифференциального уравнения. На основе определения частично-позиционых стратегий игроков и соответствующего движения на p -ом этапе времени, определяются также стратегии игроков U_i, как набор отображений (11) и соответствующее движение системы $x[t]$.

В §2.3, исходя из необходимости использования функции гипотетического рассогласования для решения дифференциальный игры методом экстремальной конструкции, построена функция гипотетического рассогласования и исследованы ее основные свойства. В п. 2.3.1, предполагая, что игра достигла некоторой позиции $\{t_*, x_*\}$ причем $\vartheta_{r-1} \le t_* < \vartheta_r$ $\left(r \in \{1, ..., m\}\right)$, построена функция гипотетического рассогласования

$$\begin{aligned}
\varepsilon_i^o(t_*, x_*) = &\max_{\left\|l_i^{(s)}\right\| = 1 (s = 1, \ldots, r-1)} \sum_{j=1}^{r-1} \left(< l_i^{(j)}, x^{(j)} > + \min_{-q \in M_i^{(j)}} < l_i^{(j)}, q > \right) + \\
+ &\max_{\left\|l_i^{(s)}\right\| = 1 (s = r, \ldots, m)} \left\{ \sum_{j=r}^{m} \left(< l_i^{(j)}, X\left[\vartheta_j, t_*\right] x_* > + \min_{-q \in M_i^{(j)}} < l_i^{(j)}, q > \right) + \right. \\
&\left. + \min_{u_i \in P_i} \int_{t_*}^{\vartheta_m} \sum_{j=r}^{m} < l_i^{(j)}, \bar{X}\left[\vartheta_j, \tau\right] B_i(\tau) u_i > d\tau + \max_{u^{(i)} \in P^{(i)}} \int_{t_*}^{\vartheta_m} \sum_{j=r}^{m} < l_i^{(j)}, \bar{X}\left[\vartheta_j, \tau\right] \sum_{\alpha \in K(i)} B_\alpha(\tau) u_\alpha > d\tau \right\}
\end{aligned} \tag{12}$$

где $l_i^{(j)}$ $\left(j = 1, \ldots, m\right)$ – векторы прицеливания, $X[t, \tau]$ – фундаментальная матрица решений однородной части системы (10), $\bar{X}\left[\vartheta_j, \tau\right]$ – нулевое продолжение матрицы $X[t, \tau]$ начиная с момента времени ϑ_j, а $x^{(j)}$ – позиция, в которой находилась система в момент времени ϑ_j $\left(j = 1, \ldots, r-1\right)$.

Из выражения (12), в частности, получаются выражения гипотетического рассогласования в следующих случаях:

а) при $m = 1$ выражение (12) является гипотетическим рассогласованием в дифференциальной игре нескольких лиц, когда целевые множества заданы для одного момента времени, б) при $k=2$ выражение (12) - гипотетическое рассогласование для дифференциальной игры двух лиц при многих целевых множествах,

в) при $m=1$, $k=2$ и одном множестве M выражение (12) - гипотетическое рассогласование дифференциальной игры двух лиц при одном целевом множестве

В п. 2.3.2 ведены обозначения

$$E_i = \bigcup_{p=1,\dots,m} E_i^{(p)} \quad E_i^{(p)} = \left\{ \{t,x\} \mid t \in \left[\vartheta_{p-1}, \vartheta_p\right], x \in R^n, \varepsilon_i^o(t,x) > 0, \left\{\vartheta_j, x^{(j)}\right\} \in E_i^{(j)}, j=1,\dots,p-1 \right\}$$

и доказано, что в регулярном случае для каждой позиции $\{t,x\}$ из E_i функция $\varepsilon_i^o(t,x)$ непрерывна и имеет непрерывные частные производные по t и x.

В §2.4 в виде теоремы доказано, что в регулярном случае экстремальная стратегия i-го игрока $U_i^e \div u_i^e(t,x)$, выбираемая из условия

$$\sum_{j=r}^{m} < l_i^{(j)^0}, \bar{X}\left[\vartheta_j, t\right] B_i(t) u_i^e(t,x) > = \min_{u_i \in P_i} \sum_{j=r}^{m} < l_i^{(j)^0}, \bar{X}\left[\vartheta_j, t\right] B_i(t) u_i(t,x) > \tag{13}$$

обеспечивает неравенство

$$\sum_{j=1}^{m} \rho\left[x\left[\vartheta_j\right], M_i^{(j)}\right] \le \varepsilon_i^0(t_0, x_0)$$

каковы бы ни были исходная позиция и допустимые реализации $u_\alpha[t]$ $\alpha \in K(i)$.

Как следствия доказанной теоремы, сформулированы случаи ситуаций игры:

а) когда экстремальная стратегия i-го игрока обеспечивает встречу движения с множествами $M_i^{(j)}$ в моменты времени $\vartheta_j\,(j=1,\dots,m)$,

б) когда i-ый игрок сможет улучшить результат,

в) когда результат будет больше чем $\varepsilon_i^0(t_0, x_0)$.

В §2.5 рассматривается задача построения равновесного набора стратегий в линейной дифференциальной игре нескольких лиц при многих целевых множествах. Приводится определение равновесного набора стратегий и показано, что для линейных дифференциальных игр нескольких лиц при многих целевых множествах набор стратегий, экстремальный к соответствующему стабильному множеству, будет равновесным набором по отношению к начальной позиции.

В §2.6 исследуются вопросы устойчивости решения линейной дифференциальной игры нескольких лиц при многих целевых множествах. Проблемы устойчивости решения игровых задач имеют важную роль при реализации найденных решений на практике, так как при этом почти неизбежны различного рода информационные погрешности, такие как неточные измерения фазового положения системы, параметров системы, запаздывание информации при управлении обратной связью и т.д. Эти помехи могут разрушать всю процедуру управления. Поэтому важное значение имеет рассмотрение влияния этих помех на полученные решения. Определена устойчивость решения дифференциальной игры сближения движения системы к целевым множествам по отношению к информационным помехам в измерениях фазового вектора. В п. 2.6.1 получена оценка расстояния движений систем с несколькими управляющими сторонами, описываемых линейными дифференциальными уравнениями. В п. 2.6.2 используя эту оценку, показано, что в линейных дифференциальных играх нескольких лиц при многих целевых множествах стратегии, экстремальные к стабильным мостам, обеспечивают решение задачи, устойчивое по отношению к информационным помехам в измерениях положений системы.

В §2.7 в качестве иллюстрации полученных результатов рассматривается дифференциальная игра трех лиц при многих целевых множествах с простой динамикой. Приведено решение задачи. Для конкретных числовых значений построены оптимальные стратегии игроков и найдены гарантированные значения платы игры. На этом примере рассмотрены игровые задачи в различных постановках, в частности, для поэтапной игры. Проведенные сравнения результатов показывают качественные стороны рассмотренной задачи.

В третьей главе рассматриваются нелинейные дифференциальные игры нескольких лиц при многих целевых множествах, заданных в разные моменты времени.

В §3.1 рассматривается конфликтно-управляемый процесс, динамика которого описывается нелинейным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = f\left(t, x, u_1, \ldots, u_k\right) \qquad (14)$$

$$u^{(i)} \in P_i \subset R^{n_i} \quad \left(i = 1, 2, \ldots, k\right), \quad t \in \left[t_0, \theta\right]$$

где $x - n$-мерный вектор фазового состояния, u_i – n_i-мерное управляющее воздействие i-ой стороны (игрока). Множества P_i – компакты, описывающие ресурсы управляющих сторон. Относительно функции f предполагается, что она удовлетворяет условию бесконечной продолжимости решений, условию Липшица и условию седловой точки для “маленькой игры”.

Предполагается, что в заданные промежуточные моменты времени ϑ_j ($j = 1, \ldots, m$) заданы целевые множества игроков $M_1^{(j)}, \ldots, M_k^{(j)}$ ($j = 1, \ldots, m$) и фазовые ограничения $N_1, \ldots, N_k$ ($M_i^{(j)} \subset N_i$ для всех соответствующих индексов i и при любых j).

Сформулирована задача i-го игрока, в которой его целью является сближение движения системы (14) к множествам $M_i^{(j)}$ ($j = 1, \ldots, m$) в моменты времени ϑ_j ($j = 1, \ldots, m$), сохраняя движение системы (14) в множестве N_i при противодействии остальных игроков, т.е. стремится уменьшить суммарное расстояние движения от своих целевых множеств в моменты времени ϑ_j ($j = 1, \ldots, m$).

В §3.2 для исходной позиции $\{t_0, x_0\}$ системы (14), аналогично §2.2, определены кусочно-позиционные стратегии игроков и движение, как решение соответствующего нелинейного дифференциального уравнения (14).

В §3.3 рассматривается задача построения равновесного набора стратегий в нелинейной дифференциальной игре нескольких лиц при многих целевых множествах. Показано, что для нелинейных дифференциальных игр нескольких лиц при многих целевых множествах набор стратегий, экстремальный к соответствующему стабильному множеству, будет равновесным набором по отношению к начальной позиции.

В §3.4 исследуются вопросы устойчивости решения нелинейной дифференциальной игры нескольких лиц при многих целевых множествах по отношению к информационным помехам, возникающих при измерении состояний системы. В п. 3.4.1 получена оценка расстояния движений системы с несколькими управляющими сторонами, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями (14)

$$\rho^2\left(t_0+\sum_{l=1}^{r}\delta_l\right)\le\rho^2\left(t_0\right)e^{2\lambda_G\sum\limits_{l=1}^{r}\delta_l}+\frac{\phi_*\left(\zeta\right)}{2\lambda_G}\left(e^{2\lambda_G\sum\limits_{l=1}^{r}\delta_l}-1\right)+\sum_{l=1}^{r}\frac{\phi\left(\delta_l\right)}{2\lambda_G}\left(e^{2\lambda_G\sum\limits_{q=l}^{r}\delta_q}-e^{2\lambda_G\sum\limits_{q=l+1}^{r}\delta_q}\right)$$

где через $\rho(t)$ обозначено расстояние движений, δ_l – диаметр разбиения, λ_G постоянная Липщица для правой части (15), функция $\phi(\delta)\to 0$ при $\delta\to 0$, а $\phi_*(\zeta)\to 0$ при $\zeta\to 0$.

В п. 3.4.2, используя эту оценку, показано, что в нелинейных дифференциальных играх нескольких лиц при многих целевых множествах стратегии, экстремальные к стабильным мостам, обеспечивают решение задачи, устойчивое по отношению к информационным помехам в измерениях положений системы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Основные результаты и выводы диссертационной работы состоят в следующем:

- Исследованы задачи встречи нескольких управляемых линейных систем при минимизации затрат на формирование управляющих воздействий всех сторон, когда конечное положение зависит от некоторых параметров. Найдены оптимальные значения параметров, определяющие конечное положение встречи и построены оптимальные управляющие воздействия.

- Решена задача одновременной встречи с минимальной энергией нескольких управляемых космических аппаратов в ньютоновском гравитационном поле, когда положение встречи зависит от некоторых параметров. Для трех управляемых аппаратов построены явные выражения оптимальных управляющих воздействий и движений. Приведены численные расчеты. В случае движений объектов в одной плоскости для задачи встречи при управлении объектами с минимальной силой и с минимальной энергией построены оптимальные управляющие воздействия и соответствующие движения.

➢ Для задачи управления движением линейной системы несколькими управляющими воздействиями, когда каждое управляющее воздействие имеет коэффициент, характеризующий управляющий орган и подлежащий определению, а на затраты управлений наложены ограничения, сформулированы необходимые и достаточные условия существования и построены программные управления. Полученные результаты проиллюстрированы на конкретном примере.

➢ Сформулирована линейная дифференциальная игра нескольких лиц при многих целевых множествах, заданных в разные моменты времени, в которой целью каждой стороны является сближение движения системы к своим целевым множествам в заданные моменты времени. Даны определения кусочно – позиционных стратегий и движения системы. Построена функция гипотетического рассогласования для этой задачи и доказаны ее основные свойства.

➢ Доказано, что для линейной дифференциальной игры нескольких лиц при многих целевых множествах значение функции гипотетичесского рассогласования для начальной позиции является гарантированным результатом в задаче сближения. Указан способ нахождения оптимальных кусочно-позиционных стратегий, разрешающих задачу сближения.

➢ Показано, что для линейных дифференциальных игр нескольких лиц при многих целевых множествах набор стратегий, экстремальный к соответствующему стабильному множеству, будет равновесным набором по отношению к начальной позиции.

➢ Получена оценка расстояния движений систем с несколькими управляющими сторонами, описываемых линейными дифференциальными уравнениями. Используя эту оценку, показано, что в линейных дифференциальных играх нескольких лиц при многих целевых множествах стратегии, экстремальные к стабильным мостам, обеспечивают решение задачи, устойчивое по отношению к информационным помехам в измерениях положений системы.

➢ Сформулирована нелинейная дифференциальная игра нескольких лиц при многих целевых множествах, в которой целью каждой стороны является сближение движения системы к своим целевым множествам в заданные моменты времени. Указан способ построения равновесного набора стратегий. Показано, что стратегии, экстремальные к стабильным мостам, обеспечивают решение задачи, устойчивое по отношению к информационным помехам в измерениях положении системы.

СПИСОК НАУЧНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Барсегян В.Р., Степанян А.А. О задаче построения программных движений для линейных систем при наличии нескольких управляющих систем. // 10 международная конференция “Устойчивость, управление и динамика твердого тела”, Донецк, 5-10 июня, 2008, с. 8 – 9.
2. Степанян А.А. Об одной задаче дифференциальных игр нескольких лиц при многих целевых множествах. // Механика 2009: Труды международной школы-конференции молодых ученых. М550.-Ер: Изд-во ЕГУАС, 2009, с. 316 – 319.
3. Степанян А.А. Об одной задаче встречи нескольких управляемых объектов. // Труды II международной конференции Дилижан, Армения. Ер.:ЕГУАС, 2010. т. 2., с. 170 – 174.
4. Барсегян В.Р., Степанян А.А. Задача о парето-оптимальной встрече нескольких управляемых космических аппаратов. // Известия НАН РА. Механика. 2010. т. 63. № 4. с. 71 – 78.
5. Барсегян В.Р., Степанян А.А. Об устойчивости одной дифференциальной игры нескольких лиц при многих целевых множествах. // Вестник РУДН, Серия Математика. Информатика. Физика. 2011г., № 1, с. 44 – 53.
6. Stepanyan A.A. On one nonlinear differential several person game in case of many aim sets. // Proceedings of the YSU, Physical and Mathematical Sciences, 2011, № 1, p. 23 – 27.
7. Барсегян В.Р., Симонян Т.А., Степанян А.А. Гипотетическое рассогласование для одной дифференциальной игры нескольких лиц при многих целевых множествах. // Известия НАН РА, Механика, 2011г., т. 64, № 2, с. 63 – 72.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսությունը նվիրված է մի քանի ղեկավարող կողմերով օպտիմալ ղեկավարման խնդիրներին և դիֆերենցիալ խաղերին շատ նպատակային բազմությունների դեպքում:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, երեք գլուխներից, եզրակացությունից և օգտագործված գրականության ցանկից:

Ներածությունում ներկայացված են ղեկավարման տեսության և դիֆերենցիալ խաղերի տեսական ու կիրառական նշանակությունը, ուսումնասիրվող թեմայի կարևորությունը և արդիականությունը: Կատարված է թեմային առնչվող գրականության համառոտ վերլուծություն:

Առաջին գլուխը նվիրված է մի քանի ղեկավարող կողմերով օպտիմալ ղեկավարման խնդիրներին: Դիտարկված խնդիրներում ղեկավարող կողմերի նպատակն է ապահովել ղեկավարվող օբյեկտների միաժամանակյա հանդիպում տարբեր որակի հայտանիշների դեպքում, երբ վերջնական ֆազային վիճակը կախված է պարամետրերից, որոնք ենթակա են որոշման: Ենթադրվում է, որ ղեկավարող կողմերը տիրապետում են լրիվ ինֆորմացիայի բոլոր օբյեկտների ֆազային վիճակների մասին: Լուծված են գծային դիֆերենցիալ հավասարումներով նկարագրվող համակարգերի օպտիմալ հանդիպման խնդիրը, ղեկավարվող տիեզերական սարքերի օպտիմալ հանդիպման խնդիրը տարածական և հարթ դեպքերում, երբ որակի հայտանիշը ունի ղեկավարող ազդեցությունների առաջացման համար անհրաժեշտ էներգիայի և ուժի իմաստ: Լուծումների տեսքերը ստանալու համար նախ կառուցված է յուրաքանչյուր կողմի օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունը կախված հանդիպման ֆազային դիրքը բնութագրող պարամետրերից, այնուհետև որակի հայտանիշի երկրորդ մինիմալացմամբ ստացված են այդ պարամետրերի օպտիմալ արժեքները: Կառուցված են օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունների բացահայտ տեսքերը և համապատասխան շարժումները: Ստացված արդյունքների օգտագործմամբ դիտարկված են թվային օրինակներ:

Ուսումնասիրված է մի քանի ղեկավարող կողմերով գծային համակարգի ղեկավարման խնդիր, երբ ղեկավարող ազդեցությունների վրա դրված են սահմանափակումներ: Ենթադրելով, որ յուրաքանչյուր ղեկավարող կողմ ունի իր բնութագրիչ պարամետրը՝ բերված է ծրագրային ղեկավարող ազդեցությունների գոյության անհրաժեշտ և բավարար պայմանները, խնդրի լուծումը: Կոնկրետ համակարգի համար, որը ըստ առանձին ղեկավարող ազդեցությունների լրիվ ղեկավարելի չէ, իսկ նրանց համախմբությամբ լրիվ ղեկավարելի է, ստացված են ղեկավարումները բնութագրող պարամետրերի արժեքները, ղեկավարող ազդեցությունները և համակարգի համապատասխան շարժումը:

Երկրորդ գլուխը նվիրված է մի քանի ղեկավարող կողմերով շատ նպատակային բազմությունների դեպքում գծային դիֆերենցիալ խաղերին: Ձևակերպված է մի քանի ղեկավարող կողմերով գծային դիֆերենցիալ խաղ ժամանակի տարբեր պահերին տրված շատ նպատակային բազմությունների դեպքում, երբ յուրաքանչյուր կողմի նպատակն է մոտեցնել համակարգի շարժումը իր նպատակային բազմություններին մյուս կողմերի ամենաուժեղ դիմադրության դեպքում: Սահմանված են խաղացողների կտոր-առ-կտոր դիրքային ստրատեգիաները և շարժումները: Կառուցված է յուրաքանչյուր խաղացողի համար հիպոթետիկ անհամապատասխանության ֆունկցիան, ցույց է տրված, որ ռեգուլյար դեպքում այն անընդհատ է և ունի անընդհատ մասնական ածանցյալներ ըստ իր արգումենտների: Ապացուցված է, որ հիպոթետիկ անհամապատասխանության ֆունկցիայի արժեքը սկզբնական դիրքում հանդիսանում է մոտեցման խաղային խնդրում երաշխավորված արդյունք: Առաջարկված է մի քանի ղեկավարող կողմերով շատ նպատակային բազմությունների դեպքում մոտեցման խաղային խնդիրը լուծող օպտիմալ ստրատեգիաների կառուցման եղանակ:

Ցույց է տրված, որ շատ նպատակային բազմությունների դեպքում մի քանի ղեկավարող կողմերով գծային դիֆերենցիալ խաղում համապատասխան ստաբիլ բազմությանը էքստրեմալ ստրատեգիաները հանդիսանում են այդ բազմությանը պատկանող սկզբնական դիրքի նկատմամբ հավասարակշռված ստրատեգիաներ: Օգտագործելով մի քանի ղեկավարող կողմերով գծային դիֆերենցիալ հավասարումներով նկարագրվող համակարգի շարժումների հեռավորության համար ստացված գնահատականը՝ ապացուցված է, որ շատ նպատակային բազմությունների դեպքում մի քանի ղեկավարող կողմերով գծային դիֆերենցիալ խաղում ստաբիլ բազմությանը էքստրեմալ ստրատեգիաները ապահովում են համակարգի ֆազային վիճակի սխալ չափումների նկատմամբ կայուն լուծումներ:

Ստացված արդյունքների օգտագործմամբ տրված է երեք խաղացողների դեպքում պարզ դինամիկայով նկարագրվող դիֆերենցիալ խաղի լուծումները: Ժամանակի երկու տարբեր պահերին տրված նպատակային բազմությունների դեպքում դիտարկված թվային օրինակի համար ստացված են լուծումները, որոնց համեմատումը հայտնի խնդիրների լուծումների հետ ցույց է տալիս դիտարկված խնդրի որակական հատկությունները:

Երրորդ գլուխը նվիրված է շատ նպատակային բազմությունների դեպքում մի քանի ղեկավարող կողմերով ոչ գծային դիֆերենցիալ խաղերին: Ձևակերպված է մի քանի ղեկավարող կողմերով ոչ գծային դիֆերենցիալ խաղ ժամանակի տարբեր պահերին տրված շատ նպատակային բազմությունների դեպքում, երբ յուրաքանչյուր կողմի նպատակն է մոտեցնել համակարգի շարժումը իր նպատակային բազմություններին մյուս կողմերի ամենաուժեղ դիմադրության դեպքում: Սահմանված են խաղացողների կտոր-առ-կտոր դիրքային ստրտեգիաները և շարժումները:

Ցույց է տրված, որ շատ նպատակային բազմությունների դեպքում մի քանի ղեկավարող կողմերով ոչ գծային դիֆերենցիալ խաղում համապատասխան ստաբիլ բազմությանը էքստրեմալ ստրատեգիաները հանդիսանում են այդ բազմությանը պատկանող սկզբնական դիրքի նկատմամբ հավասարակշռված ստրատեգիաներ: Օգտագործելով մի քանի ղեկավարող կողմերով ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումներով նկարագրվող համակարգի շարժումների հեռավորության համար ստացված գնահատականը՝ ապացուցված է, որ շատ նպատակային բազմությունների դեպքում մի քանի ղեկավարող կողմերով ոչ գծային դիֆերենցիալ խաղում ստաբիլ բազմությանը էքստրեմալ ստրատեգիաները ապահովում են համակարգի ֆազային վիճակի սխալ չափումների նկատմամբ կայուն լուծումներ:

ABSTRACT

The dissertation is devoted to optimal control problems and differential games of several persons in case of many aim sets.

The dissertation consists of three chapters, introduction, conclusion and references.

In the introduction the theoretical and applied significance of the control theory and differential games, the importance and the novelty of studied subject are presented. Corresponding references are overviewed.

The first chapter is devoted to optimal control problems for several controlling sides. In studied problems, the aim of controlling sides is ensuring the simultaneous meeting of controllable objects at different performance criteria, when the final phase state depends on parameters to be determined. It is assumed that the controlling sides are fully informed about the phase states of all objects. The problems of optimal meeting of systems described by linear differential equations and optimal meeting of controllable space crafts in spatial and planar cases are solved when the performance criterion characterizes the energy and the force necessary for the creation controlling influences. For the solution of problems, initially the optimal controlling influence of each side depending on the parameters describing the meeting phase state is constructed, and then the optimal values of the parameters are obtained by the second minimization of performance criterion. The explicit forms of controlling influences and corresponding movements are constructed. Applying obtained results the numerical examples are considered.

The problem of control of linear system of the several controlling sides is considered in the case when constraints are imposed on controlling influences. Supposing that each controlling side has its characterizing parameter, the necessary and sufficient conditions of the existence of program control influences and the solution of problem are given. The values of controls characterizing parameters, the controlling influences and the corresponding movement are obtained for the determinate system which is not completely controllable by separate controlling influences and is completely controllable by their totality.

The second chapter is devoted to linear differential games of several persons in case of many aim sets. The linear differential game of several persons is formulated in case of many aim sets given in different instants of time, when the aim of each side is the approachment of the system movement to its aim sets at the obstinate resistance of the other sides. The sectionally positioning strategies and the movement are defined. The hypothetical mismatch function is constructed for each side and it is shown that it is continuous function and has continuous derivatives of its arguments. The value of the hypothetical mismatch function at an initial position is proved to be the guaranteed result in the approaching game problem. The method of construction of optimal strategies for the solution of the approaching game problem of several persons at many aim sets is suggested.

It is shown, that the strategies extreme to the corresponding stable set appear the balanced strategies with respect to the initial position from that set in the linear differential game of several persons at many aim sets. The estimation of movements' distance obtained for the several controlling sides' system described by the linear equations is used to prove, that extreme strategies to the stable set ensure the steady solutions with respect to the incorrect measurement of phase state of the system in linear differential game of several persons in case of many aim sets.

The solution of differential game described by the simple dynamic in case of three players is given using obtained results. The numerical example is considered for aim sets given at two instants of time. The comparison of its solution with the solutions of well-known problems shows the qualitative properties of studied problem.

The third chapter is devoted to non linear differential games of several persons in case of many aim sets. The non linear differential game of several persons is formulated in case of many aim sets given in different instants of time, when the aim of each side is the approachment of the system movement to its aim sets at the obstinate resistance of the other sides. The sectionally positioning strategies and the movement are defined.

It is shown, that the extreme strategies to the corresponding stable set appear the balanced strategies with respect to the initial position from that set in the non linear differential game of several persons at many aim sets. The estimation of movements' distance obtained for the several controlling sides' system described by the non linear equations is used to prove, that strategies extreme to the stable set ensure the steady solutions with respect to the incorrect measurement of phase state of the system in non linear differential game of several persons in case of many aim sets.