

**ՀՀ ԳԱԱ ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ**

**Մինասյան Լիլիթ Գեորգիի**

**ԹՎԱՅԻՆ ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՄՇԱԿՄԱՆ ՎԵՅՎԼԵԹԱՏԻՊ  
ՆՈՐ ԶԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻՆԹԵԶՈՒՄ**

Ե.13.05 – «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

**Ս Ե Ղ Մ Ա Գ Ի Ր**

Երևան – 2014

---

**ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ НАН РА**

**Минасян Лилит Георгиевна**

**СИНТЕЗ НОВЫХ ВЕЙВЛЕТОТИПНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ  
ОБРАБОТКИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени кандидата  
технических наук по специальности

05.13.05 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Ереван - 2014


Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի պետական Ճարտարագիտական համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝  
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

Ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր Հ.Գ.Սարուխանյան  
տեխ.գիտ.դոկտոր Գ.Հ.Խաչատրյան  
տեխ.գիտ.թեկնածու Գ.Ա.Պետրոսյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայ-Ռուսական (սլավոնական) համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2014թ. Հունիսի 10-ին, ժ. 15:00-ին ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում գործող 037 «Ինֆորմատիկա և հաշվողական համակարգեր» մասնագիտական խորհրդի նիստում հետևյալ հասցեով՝ Երևան, 0014, Պ. Սևակի 1:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ գրադարանում: Սեղմագիրը առաքված է 2014թ. Հունիսի 10-ին:  
Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ.  Հ. Գ. Սարուխանյան

---

Тема диссертации утверждена в Государственном инженерном университете Армении (Политехник)

Научный руководитель: доктор физ.мат.наук А.Г.Саруханян  
Официальные оппоненты: доктор тех.наук Г.Г.Хачатрян  
кандидат тех.наук Г.А.Петросян

Ведущая организация: Российско-Армянский (Славянский) университет

Защита состоится 10 июля 2014г. в 15:00 на заседании специализированного совета 037 «Информатика и вычислительные системы» Института проблем информатики и автоматизации НАН РА по адресу: 0014, г. Ереван, ул. П. Севака 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПИА НАН РА.

Автореферат разослан 10 июня 2014г.

Ученый секретарь специализированного совета, д.ф.м.н.



А. Г. Саруханян

## ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

### **Թեմայի արդիականությունը**

Թվային պատկերների մշակման խնդիրներն օգտագործվում են կենսագործունեության, գիտության, տեխնիկայի շատ ոլորտներում: Մշակման մեթոդները կարելի է բաժանել երկու խմբի՝ անմիջական և սպեկտրալ: Առաջին դեպքում մշակման են ենթարկվում պատկերի փիքսելները: Սպեկտրալ մեթոդները մշակման են ենթարկում պատկերի Ֆուրյեի, Հադամարի, Ուոլշի, դիսկրետ կոսինուս, Հաարի, վեյվլեթ կամ այլ ձևափոխությունների արդյունքում ստացված երկչափ սպեկտրերը: Ազդանշանը ձևափոխության միջոցով վերածվում է տարբեր սպեկտրալ բաղադրիչների: Արդյունքում հնարավոր է լինում իմանալ յուրաքանչյուր բաղադրիչների մասնակցության չափն ազդանշանում: Գործնական տեսակետից դասական ձևափոխություններն ունեն թերություններ: Նախ որևէ սպեկտրալ բաղադրիչի մասնակցության չափը ազդանշանում գտնելու համար անհրաժեշտ է ողջ ինֆորմացիան ազդանշանի մասին: Պատկերներում հանդիպում են տարբեր չափերի օբյեկտներ: Բնական է պատկերն անալիզի ենթարկել տարբեր մասշտաբային ներկայացումներում: Ոչ ստացիոնար ազդանշանների համար ձևափոխության միջոցով հնարավոր չէ ճշտել պատկերի տարբեր տիրույթներում ինչ չափով է մասնակցում տվյալ տվյալ սպեկտրալ բաղադրիչը: Այդ դժվարությունները հաղթահարելու համար կիրառվում են պատուհանային ձևափոխություններ: Սակայն այդ դեպքում առաջանում են աղմուկներ, որոնք արտահայտվում են աղմուկների տեսքով խզման կետերի շրջակայքում: Վեյվլեթ ձևափոխությունը լուծում է նույն խնդիրները, ինչ դասական ձևափոխությունները, սակայն զերծ է նշված թերություններից:

Հաշվի առնելով վերոհիշյալ նկատառումները, անհրաժեշտություն է առաջանում սինթեզել նոր վեյվլեթատիպ դիսկրետ ձևափոխություններ, որոնք կկիրառվեն պատկերների մշակման ավելի արդյունավետ ալգորիթմներ ստեղծելու համար:

**Ատենախոսության նպատակն է** սինթեզել վեյվլեթատիպ նոր ձևափոխություններ և մշակել պատկերների սեղմման, աղմուկներից զտման ու միջարկման արագագործ ալգորիթմեր, նրանց հիման վրա ստեղծել ծրագրային փաթեթներ, կատարել համեմատական վերլուծություն մշակված և դասական ալգորիթմների հետ:

**Հետազոտման մեթոդները.** Ատենախոսության մեջ օգտագործվում են պատկերների մշակման մեթոդներն ու ալգորիթմները, ինչպես հայտնի այնպես էլ նոր սինթեզված ձևափոխությունների կիրառմամբ: Դիտարկվում են նաև պատկերների մշակման հայտնի մեթոդները և դրանց օգտագործմամբ ստացված փորձնական արդյունքները:

### **Արդյունքների գիտական նորությունը**

- Կամայական կարգի ողորկության ֆունկցիաներից սինթեզվել են բազիսներ, որոնց միջոցով կառուցվել են վեյվլեթատիպ դիսկրետ օրթոգոնալ նոր ձևափոխություններ:

- Սինթեզվել են պատկերից կախված կամայական երկարության ֆիլտրեր, որոնք ապահովում են պատկերի սպեկտրի բարձրհաճախականային բաղադրիչի մինիմալությունը: Դրանցից ստացվել են նաև պատկերից անկախ նոր ձևափոխություններ պատկերների որոշակի խմբի համար:
- Սինթեզված ձևափոխությունների կիրառմամբ մշակվել են պատկերների սեղմման, աղմուկներից մաքրման և միջարկման ալգորիթմեր, որոնք ապահովում են սեղմման բարձր գործակիցներ:
- Մշակված ալգորիթմների հիման վրա ստեղծվել են նոր և արդյունավետ ծրագրային փաթեթներ:

### **Արդյունքների կիրառական նշանակությունը**

Սինթեզված ձևափոխությունները, մշակված ալգորիթմներն ու նրանց իրագործման ծրագրերը կարելի է օգտագործել պատկերների սեղմման, աղմուկներից զտման, միջարկման, և այլ խնդիրների լուծման համար: Ալգորիթմները և մշակված ծրագրային փաթեթները կարելի է օգտագործել այնպիսի կիրառական ոլորտներում, ինչպիսիք են կոդեկների նախագծումը, թվային հեռուստատեսությունը, բժշկական նկարների մշակումը, պատկերների ճանաչողությունը, տեսակոնֆերանսների կազմակերպումը և այլն:

### **Պաշտպանությանը ներկայացվող դրույթները**

- Դիֆերենցիալ բազիսային ֆունկցիաներից սինթեզված նոր դիսկրետ վեյվլեթատիպ օրթոգոնալ ձևափոխությունները:
- Պատկերից կախված տարբեր երկարության ֆիլտրերը, որոնք ապահովում են պատկերի սպեկտրի բարձրհաճախականային բաղադրիչի մինիմալությունը և պատկերից անկախ նոր դիսկրետ վեյվլեթ ձևափոխությունները, պատկերների որոշակի խմբի համար:
- Սինթեզված ձևափոխությունների կիրառմամբ պատկերների սեղմման, աղմուկներից մաքրման և միջարկման արդյունավետ ալգորիթմները:
- Նոր և արդյունավետ ծրագրային փաթեթները, որոնք ներառում է վերը նշված ձևափոխությունների ու ալգորիթմների օգտագործմամբ մշակված պատկերների սեղմման, աղմուկներից մաքրելու, միջարկման ամբողջական ընթացակարգը:

**Աշխատանքի արդյունքների հավաստիությունը** հիմնավորվում է մշակված ծրագրային համակարգի կիրառմամբ ստացված մի շարք փորձնական արդյունքներով:

### **Աշխատանքի արդյունքների ներդրում**

Աշխատանքում մշակված պատկերների սեղմման, աղմուկներից մաքրման և միջարկման ծրագրային համակարգը ներդրվել է ՀՀ ԳԱԱ Ռադիոֆիզիկայի ինստիտուտի «Ազդանշանների թվային մշակման» լաբորատորիայում:

**Աշխատանքի ապրոքացիան.** Ատենախոսության հիմնական արդյունքները զեկուցվել են.

- Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի (ՀՊՃՀ) 2006, 2008, 2010, 2012թթ. տարեկան գիտաժողովներում:
- ՀՊՃՀ “Ալգորիթմական լեզուներ և ծրագրավորում” ամբիոնի և ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ “Թվային ազդանշանների և պատկերների մշակման” լաբորատորիայի սեմինարներում:
- “Լոկալ և ոչ լոկալ մոտարկումը պատկերների մշակումներում” միջազգային գիտաժողովում (IEEE Int. Workshop LNLA, 2009 Tuusula, Finland):

### Հրատարակումներ

Աշխատանքի հիմնական արդյունքները ներկայացված են 7 գիտական հոդվածներում, որոնց ցանկը բերված է սեղմագրի վերջում:

### Ատենախոսության կառուցվածքը

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, հինգ գլուխներից, հավելվածից, 102 անուն պարունակող գրականության ցանկից, 27 աղյուսակից և 52 նկարից: Աշխատանքի ծավալը կազմում է 109 էջ, ընդհանուր ծավալը կազմում է 138 էջ:

### ՄՇԽԱՏԱՆՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ներածության մեջ հիմնավորված է թեմայի արդիականությունը, ձևակերպված են նպատակներն ու խնդիրները, պաշտպանությանը ներկայացվող հիմնական դրույթները: Նշված են ստացված արդյունքների գիտական նորույթը և նրանց գործնական արժեքը:

**Առաջին գլուխը** նվիրված է վեվելթե ձևափոխություններին ու դրանց կիրառմամբ ազդանշանների բազմամասշտաբային վերլուծությանը: **1.1** և **1.2** պարագրաֆներում բերված են վեյվլեթ ֆունկցիայի, բազիսային վեյվլեթի և բազմամասշտաբային անալիզի հիմնական դրույթները: **1.3** պարագրաֆում տրվում է վեյվլեթների միջոցով ֆունկցիաների ներկայացման նկարագրությունը, սահմանված է դիսկրետ վեյվլեթ ձևափոխության գաղափարը, բերված է 8 երկարության վեկտորի համար 4 երկարության ֆիլտրերի գույգով կառուցված դիսկրետ վեյվլեթ ձևափոխությաննների մատրիցային տեսքը`

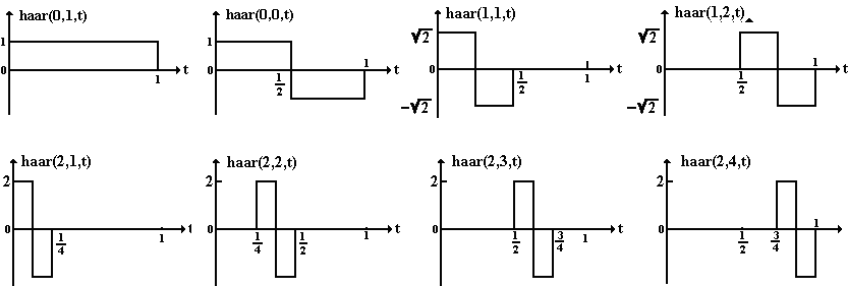
$$\begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ d_{1,2} \\ d_{1,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 \\ g_2 & g_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_0 & g_1 \\ h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_2 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ c_{0,3} \\ c_{0,4} \\ c_{0,5} \\ c_{0,6} \\ c_{0,7} \end{bmatrix},$$

որտեղ  $c_0 = [c_{0,0}, c_{0,1}, \dots, c_{0,7}]^T$ -ն մուտքային ազդանշանն է,  $c_1 = [c_{1,0}, c_{1,1}, c_{1,2}, c_{1,3}]^T$ -ն և  $d_1 = [d_{1,0}, d_{1,1}, d_{1,2}, d_{1,3}]^T$ -ն  $c_0$ -ի վեյվլեթ սպեկտրի ցածր ու բարձր հաճախականային բաղադրիչներն են,  $\{h_n\}$ -ը և  $\{g_n\}$ -ը հաջորդականությունները ցածր և բարձր հաճախականային ֆիլտրերի գործակիցներն են:

**1.4** պարագրաֆում բերված է Հաարի ֆունկցիաների համակարգը՝

$$haar(0,0,t) = 1, t \in [0,1), \quad haar(r,m,t) = \begin{cases} 2^{r/2}, & \frac{m-1}{2^r} \leq t < \frac{m-1/2}{2^r}, \\ -2^{r/2}, & \frac{m-1/2}{2^r} \leq t < \frac{m}{2^r}, \\ 0, & t \in [0,1), \end{cases}, \quad 0 \leq r < \log_2 N, \quad 1 \leq m \leq 2^r :$$

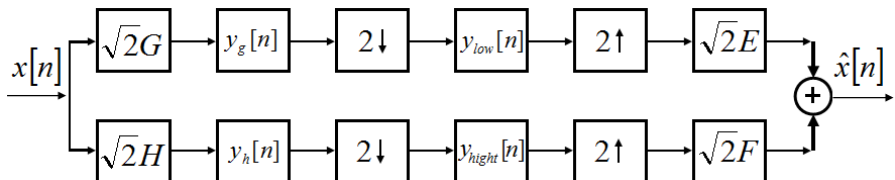
Նկար 1-ում բերված են Հաարի առաջին ութ ֆունկցիաների գրաֆիկները:



**Նկար 1:** Հաարի առաջին ութ ֆունկցիաների գրաֆիկները

Նկարագրված է նաև Հաարի վեյվլեթ ձևափոխությունը, որի մատրիցը համընկնում է 1.3-պարագրաֆում բերված ձևափոխության մատրիցի հետ, երբ  $g_0 = h_0 = g_1 = -h_1 = 1/\sqrt{2}$ ,  $g_2 = h_2 = g_3 = h_3 = 0$ :

Պարագրաֆ **1.5-ում** բերված է դիսկրետ վեյվլեթ ձևափոխության նկարագրությունը անալիզ-սինթեզի համակարգի միջոցով (Տես՝ Նկ.2-ը):



**Նկար 2:** Ազդանշանի անալիզ – սինթեզի համակարգի սխեմա:

Անալիզի դեպքում  $G$ -ցածր և  $H$ -բարձր հաճախականության ֆիլտրերն իրագործում են  $\{g[n]\}$  և  $\{h[n]\}$  իմպուլսային բնութագրերի ցիկլիկ փաթեթներ  $x[n]$  մուտքային ազդանշանի

հետ

$$y_g[n] = (x * g)[n] = \sum_k x(k)g(n-k), \quad y_h[n] = (x * h)[n] = \sum_k x(k)h(n-k):$$

Արդյունքում ստացվում են երկու անգամ ավել ելքային տվյալներ, որի պատճառով դեցիմացվում են (պահվում է յուրաքանչյուր երկրորդը) հաջորդ՝  $2 \downarrow$  քայլում: Արդյունքում ստացվում են ազդանշանի սպեկտրի ցածր և բարձր հաճախականության սպեկտրերը՝

$$y_{low}[n] = \sum_k x(k)g(n-2k), \quad y_{high}[n] = \sum_k x(k)h(n-2k):$$

Մինթեզի համակարգը գործում է նույն սկզբունքով, սակայն հակառակ կարգով: Անալիզի համակարգի ելքային ազդանշաններից յուրաքանչյուրի նկատմամբ կատարվում է ինտերպոլիացիա՝ յուրաքանչյուր երկու հարևան տարրերի միջև ավելացվում է մեկական գրո: Ստացված ազդանշանները տրվում է  $E$  և  $F$  ֆիլտրերի մուտքերին և ելքային ազդանշանները գումարվում են: Ելքում ստացվում է  $\hat{x}[n]$  ազդանշանը:

Անալիզի նկարագրված ալգորիթմը կոչվում է անալիզի մեկ փուլ: Այն կարելի է կրկնել ցածրհաճախականային բաղադրիչի նկատմամբ, և այսպես շարունակ: Եթե յուրաքանչյուր փուլում անալիզ-սինթեզի համակարգն օժտված է լրիվ վերականգնման հատկությամբ, ապա այդպիսին կլինի նաև ամբողջ հակամակարգը:

Վեյվլեթ ձևափոխություններով ազդանշանի մշակման դեպքում կիրառվում են լրիվ վերականգնման հատկությամբ օժտված անալիզ-սինթեզի համակարգեր:

Պարագրաֆ **1.6-ում** բերված է օրթոգոնալ և բիօրթոգոնալ ֆիլտրերի միջոցով սինթեզված դիսկրետ վեյվլեթ ձևափոխությունների մատրիցային տեսքը: Դիսկրետ ունենք  $v^j = [c_{j,1}, c_{j,2}, \dots, c_{j,N}]^T$ , որտեղ  $c_{j,k} \in R, k = 1, 2, \dots, N, N = 2^d, d \in Z^+$ : Դիսկրետ վեյվլեթ ձևափոխության արդյունքում  $v^j$  վեկտորը ձևափոխվում է  $v^{j+1}$  վեկտորին: Ձևափոխությունը կարելի է գրել  $v^{j+1} = M_j v^j$  տեսքով, որտեղ  $M_j$ -ն  $N$ -չափանի օրթոգոնալ մատրից է՝  $M_j M_j^T = I_N$ ,  $I_N$ -ը  $N$ -չափանի միավոր մատրիցն է:  $L=4$  երկարությամբ ֆիլտրերի գույզից ստացված դիսկրետ վեյվլեթ օրթոգոնալ ձևափոխության մատրիցային տեսքը  $N=8$  երկարության վեկտորի համար ունի հետևյալ տեսքը

$$\begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ d_{1,2} \\ d_{1,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_2 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 \\ h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 \\ h_1 & -h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & -h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ c_{0,3} \\ c_{0,4} \\ c_{0,5} \\ c_{0,6} \\ c_{0,7} \end{bmatrix},$$

որտեղ  $c_0 = [c_{0,0}, c_{0,1}, \dots, c_{0,7}]^T$ -ն մուտքային ազդանշանն է, իսկ  $c_1 = [c_{1,0}, c_{1,1}, c_{1,2}, c_{1,3}]^T$ -ն և  $d_1 = [d_{1,0}, d_{1,1}, d_{1,2}, d_{1,3}]^T$ -ն համապատասխանաբար  $c_0$  վեկտորի վեյվլեթ սպեկտրի ցածրհաճախականային և բարձրհաճախականային բաղադրիչներն են,  $\{h_m\}$ -ը ֆիլտրերի գործակիցներն են:

Բերված է Դոբեշիի օրթոգոնալ ֆիլտրերի հաշվարկման մի եղանակ: Օրինակ,  $L=4$  երկարությամբ ֆիլտրերի գույզը գտնվում է հավասարումների հետևյալ համակարգից`

$$h_0^2 + h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 = \frac{1}{2}, \quad h_0 h_2 + h_1 h_3 = 0:$$

Համակարգի լուծումը միակը չէ: Եթե պահանջենք, որ բարձր հաճախականության ֆիլտրն ունենա երկու զրոյական մոմենտներ`  $h_3 - h_2 + h_1 - h_0 = 0$ ,  $0h_3 - 1h_2 + 2h_1 - 3h_0 = 0$ , ապա

$$\text{կստանանք` } h_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{8}, \quad h_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{8}, \quad h_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{8}, \quad h_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{8}:$$

Բիօրթոգոնալ վեյվլեթ ձևափոխության մատրիցի տեսքն ընդհանուր դեպքի համար բերված է ստորև`

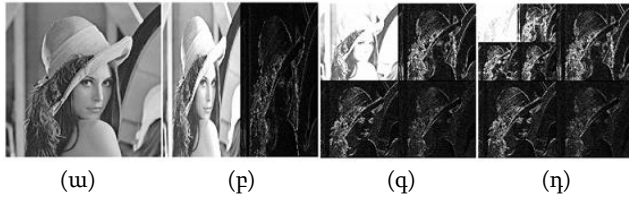
$$G = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & \cdots & & & g_{k-1} & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & \cdots & & & g_{k-1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & & & \cdots & \cdots & & & \vdots \\ g_2 & g_3 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & g_{k-1} & 0 & & & \cdots & & 0 & g_0 & g_1 \\ h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & \cdots & & \cdots & h_{m-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_0 & h_2 & h_3 \cdots & & & & \cdots & h_{m-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & & \cdots & \cdots & \cdots & & & \vdots \\ h_2 & h_3 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & h_{m-1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & h_0 & h_1 & \end{bmatrix}$$

Ազդանշանը վերականգնվում է այլ գույզով կառուցված հակադարձ ձևափոխության միջոցով, որի մատրիցը հավասար է  $G^{-1}$  և չի համընկնում  $G$ -ի տրանսպոնացվածի հետ:

Պարագրաֆ 1.7-ում բերված է երկչափ ազդանշանների վեյվլեթ ձևափոխության նկարագրությունը: Այն ըստ էության բերվում է երկու միաչափ ձևափոխությունների հաջորդական կիրառման, նախ սյունների նկատմամբ, ապա տողերի: Պատկերի մատրիցի նկատմամբ կատարելով երկչափ դիսկրետ վեյվլեթ ձևափոխություն, կստանանք չորս նոր մատրիցներ, որոնք կանվանենք ցածր-ցածր, ցածր-բարձր, բարձր-ցածր, բարձր-բարձր հաճախականային մատրիցներ: Ցածր-ցածր հաճախականության մատրիցը սկզբնական պատկերի չորս անգամ փոքրացված “կրկնօրինակն է”: Մնացած մատրիցները պարունակում են ինֆորմացիա “մանրամասների” մասին: Ձևափոխության առաջին փուլից հետո, ձևափոխությունը կիրառվում է ցածր-ցածր հաճախականային բաղադրիչի նկատմամբ և այսպես շարունակ: Քայլերի առավելագույն քանակը կարող է լինել  $\log_2 N$ ,  $N \times N$  չափանի պատկերի համար ( $N$ -ը երկուսի աստիճանն է): Նկար 3-ում բերված են



‘Lena’ պատկերի բնօրինակը, Հասարի վեյվլեթ ձևափոխության արդյունքում ստացված նրա միաչափ ու երկչափ, ինչպես նաև երկու փուլերի արդյունքներում ստացված սպեկտրերը:



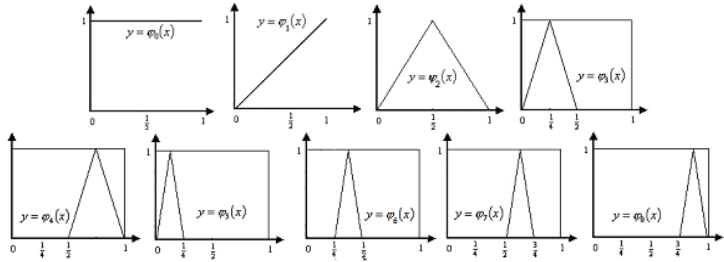
**Նկար 3:** (ա)–‘Lena’ պատկերի բնօրինակը, (բ)–պատկերի միաչափ սպեկտրը, (գ)–երկչափ DWT սպեկրը, (դ)–DWT երկու փուլերի արդյունքում ստացված սպեկրը:

Պարագրաֆ 1.8-ը օժանդակ բնույթի է, որտեղ բերված է կողավորման ‘SPIHT’ ալգորիթմի նկարագրությունը:

**Երկրորդ գլուխում** բերված է օրթոգոնալացման Շմիդտի ալգորիթմը, որը կրում է օժանդակ բնույթ և օգտագործվում է օրթոգոնալ ձևափոխություններ ստանալու համար:

Նկարագրված է վեյվլեթատիպ դիսկրետ օրթոգոնալ ձևափոխությունների սինթեզման ընթացքը, որոնց հիման վրա առաջարկված են պատկերների սեղմման, աղմուկներից մաքրելու, միջարկման ալգորիթմներ: Պարագրաֆ 2.1-ում դիտարկվում են ֆունկցիաների լրիվ համակարգեր, որոնցից ստացվում են օրթոնորմալ բազիսներ:

Պարագրաֆ 2.1.1-ում դիտարկվում է Ֆաբեր–Շաուդերի ֆունկցիաների համակարգը, որի առաջին ինը ֆունկցիաների գրաֆիկները բերված են նկար 4-ում:



**Նկար 4:** Ֆաբեր – Շաուդերի համակարգի առաջին 9 ֆունկցիաների գրաֆիկները

Բերված են նաև օրթոգոնալացման արդյունքում ստացված ֆունկցիաների գրաֆիկները: Պարագրաֆ 2.1.2-ում դիտարկվում են միավորի տրոհում կազմող ֆունկցիաների նոր լրիվ համակարգեր: Նշանակենք՝

$$w(a,b,x) = \begin{cases} \cos^{k+1}\left(ax-b\right)\frac{\pi}{2}, & x \in \left(\frac{b-1}{a}, \frac{b+1}{a}\right), \\ 0, & x \notin \left(\frac{b-1}{a}, \frac{b+1}{a}\right): \end{cases}$$

$w(a,b,x)$  ֆունկցիաները  $k$  անգամ անընդհատ դիֆերենցելի են, իսկ ֆաբեր-Շաուդերի ֆունկցիաները դիֆերենցելի չեն: Բերված են  $w(a,b,x)$  ֆունկցիայի գրաֆիկները:

Պարագրաֆ 2.2-ում դիտարկվում է  $\Phi(x) = w(1,0,x)$  ֆունկցիան, երբ  $k=1$ : Հետագա դատողություններն ու կառուցումները բերված են  $\Phi(x)$  ֆունկցիայի համար:

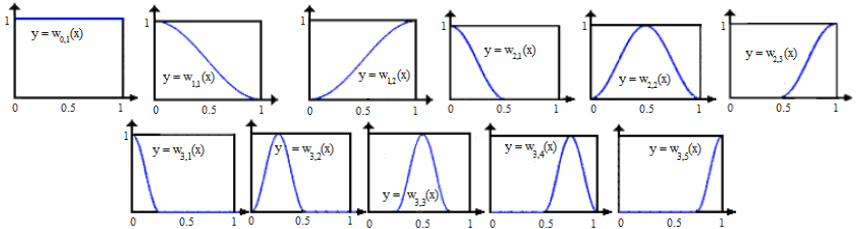
Նշանակենք՝

$$w_{0,1}(x) = 1, w_{1,1}(x) = \cos^2 \frac{\pi}{2} x, w_{1,2}(x) = \sin^2 \frac{\pi}{2} x, x \in [0,1],$$

$$w_{m,1}(x) = \begin{cases} \sin^2(2^m x - i) \frac{\pi}{2}, & x \in \left[0, \frac{1}{2^m}\right], \\ 0, & x \notin \left[0, \frac{1}{2^m}\right] \end{cases}; w_{m,i}(x) = \begin{cases} \sin^2(2^{m-1} x - i) \frac{\pi}{2}, & x \in \left[\frac{i-2}{2^{m-1}}, \frac{i}{2^{m-1}}\right], \\ 0, & x \notin \left[\frac{i-2}{2^{m-1}}, \frac{i}{2^{m-1}}\right] \end{cases};$$

$$w_{m,2^m+1}(x) = \begin{cases} \sin^2(2^{m-1} x - i) \frac{\pi}{2}, & x \in \left[\frac{i-2}{2^{m-1}}, \frac{i}{2^{m-1}}\right], \\ 0, & x \notin \left[\frac{i-2}{2^{m-1}}, \frac{i}{2^{m-1}}\right], \end{cases} m = 2, 3, \dots, i = 2, 3, \dots, 2^m:$$

Առաջին տասնմեկ ֆունկցիաների գրաֆիկները բերված են ստորև նկ. 5-ում:



**Նկար 5:** Համակարգի առաջին տասնմեկ ֆունկցիաների գրաֆիկները

Բերված ֆունկցիաներն անընդհատ դիֆերենցելի են  $[0,1]$  և կազմում են միավորի սորոհում կամայական  $m$ -ի համար, քանի որ  $\sum_n w_{m,n}(x) \equiv 1, x \in [0,1], m = 0, 1, 2, \dots$ :

Հետագայում կենթադրենք, որ  $m_0 = 2$ : Բազիսային ֆունկցիաները կլինեն՝

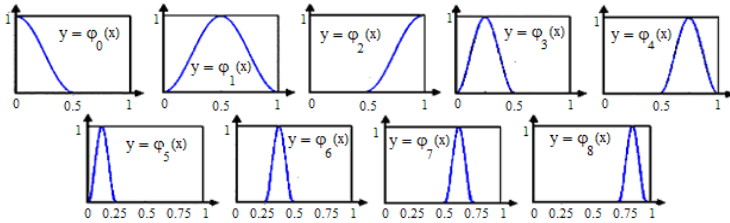
$$\psi_{0,1}(x) = w_{2,1}(x), \psi_{0,2}(x) = w_{2,2}(x), \psi_{0,3}(x) = w_{2,3}(x),$$

$$\psi_{m,i}(x) = \begin{cases} \sin^2(2^{m-1} x - i) \frac{\pi}{2}, & x \in \left[\frac{i-1}{2^m}, \frac{i}{2^m}\right], \\ 0, & x \notin \left[\frac{i-1}{2^m}, \frac{i}{2^m}\right], \end{cases} m = 1, 2, \dots, 2^m:$$

Նշանակենք՝

$$\varphi_0(x) = \psi_{0,1}(x), \varphi_1(x) = \psi_{0,2}(x), \varphi_2(x) = \psi_{0,3}(x), \varphi_n(x) = \psi_{m,i}(x), n = 2^m + i, m = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, 2:$$

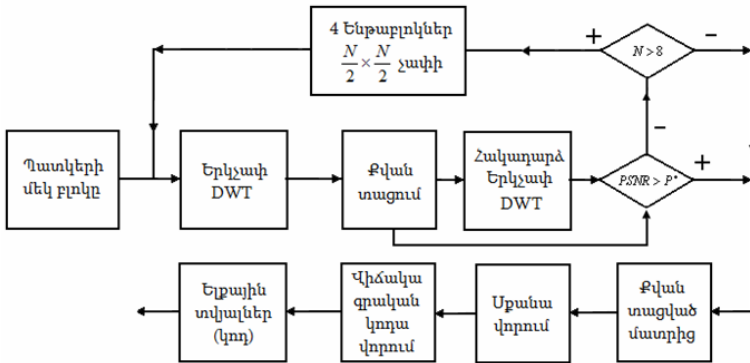
Առաջին ինը  $\varphi_n(x)$  ֆունկցիաների գրաֆիկները բերված են ստորև նկ. 6-ում:



**Նկար 6:** Առաջին ինը բազիսային ֆունկցիաների գրաֆիկները:

Հաշվարկված է ձևափոխության իրագործման արագությունը:  $N$  չափանի վեկտորի դեպքում բազմապատկման գործողությունների  $n$  թիվը փոքր է՝  $n < N \cdot \log_2 N$ :

Պարագրաֆ 2.3-ում բերված է պատկերների տրոհմամբ սեղմման մի ալգորիթմ սինթեզված ձևափոխությունների կիրառմամբ: Նկար 7-ում բերված է այդ ալգորիթմի աշխատանքի բլոկ սխեման: Այն փորձարկվել է “cameraman256” պատկերի վրա: Արդյունքում պատկերը սեղմվել է 15,6 անգամ, PSNR = 35:



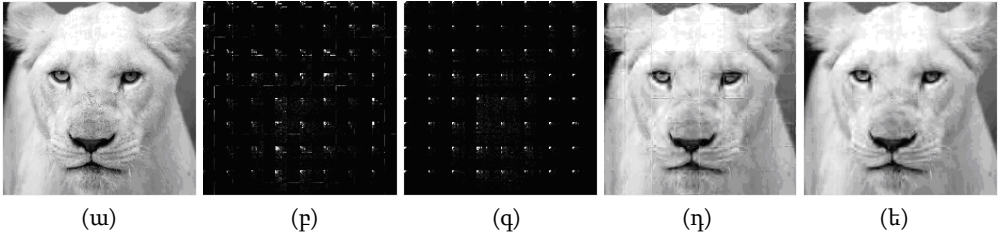
**Նկար 7:** Սեղմման ալգորիթմի աշխատանքի բլոկ սխեման

Պարագրաֆ 2.4-ում դիտարկվում են սինթեզված ձևափոխություններով, SPIHT ալգորիթմով պատկերի սեղմման ալգորիթմներ: Աղյուսակ 1-ում տարբեր տրոհումների համար բերված են որոշ պատկերների սեղմման դեպքում ստացված PSNR – ի արժեքները:

Աղյուսակ 1

Barbara512				Lena512		
Block size	Bpp	bior6.8	Prop. tr.	Bpp	bior6.8	Prop. tr.
64x64	0.6	28.20	29.21	0.23	29.10	30.24
128x128	0.5	28.56	29.22	0.18	29.78	30.24

Նկար 8-ում բերված են “Lion” պատկերը, “bior6.8” և առաջարկվող ձևափոխությունների սպեկտրերը, 80 անգամ սեղմված և վերականգնված տարբերակները 64x64 տրոհմամբ:



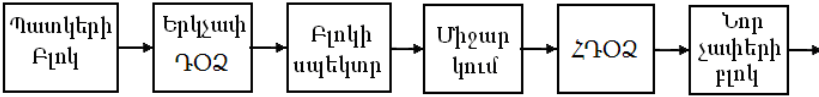
**Նկար 8:** (ա)-բնօրինակ, (բ)-Դոբեշիի “bior6.8” ձևափոխությանը սպեկտրը, (գ)-առաջարկվող ձևափոխությանը սպեկտրը, (դ)-“bior6.8” ձևափոխությանը սեղմված պատկեր PSNR=27.33, (ե)-առաջարկվող ձևափոխությանը սեղմված պատկեր PSNR=30.17:

Պարագրաֆ 2.5-ում առաջարկված են պատկերների չափերի փոփոխման՝ արդյունավետ ալգորիթմներ, սինթեզված ձևափոխության կիրառմամբ: **2.5.1-2.5.4** պարագրաֆները կրում են օժանդակ բնույթ: Նրանցում բերված են միջարկման հայտնի մեթոդներն և ալգորիթմները:

Պարագրաֆ **2.5.5**-ում դիտարկվում է սինթեզված ձևափոխությանը պատկերի միջարկման մի ալգորիթմ: Պատկերի բլոկի նկատմամբ կիրառվում է երկչափ ձևափոխություն: Պատկերը մեծացնելու դեպքում ստացված սպեկտրին ավելացվում են աջից գրոյական սյուններ, ձախից գրոյական տողեր, ինչպես ցույց է տրված ստորև՝

$$S_1 = \begin{bmatrix} S & Z \\ Z & Z \end{bmatrix},$$

որտեղ  $S$ -ը  $M$  բլոկի սպեկտրն է,  $Z$ -ը  $S$ -ի չափերի գրոյական մատրից է: Պատկերը փոքրացնելիս աջից պակասեցվում են համապատասխան քանակությամբ սյուններ, ներքևից՝ տողեր: Այնուհետև կատարվում է հակադարձ ձևափոխություն: Պատկերի միջարկման բերված ալգորիթմում (նկար 9) օգտագործված են հապավումներ՝ ԴՕՁ – դիսկրետ օրթոգոնալ ձևափոխություն, ՀԴՕՁ– հակադարձ ԴՕՁ: Եթե  $M$  -ը մշակվող բլոկն է,  $T$  -ն ձևափոխությանը, ապա բլոկի սպեկտրը կլինի՝  $T \cdot M \cdot T^T$ , որտեղ  $T^T$  -ն  $T$  -ի տրանսպոնացվածն է:

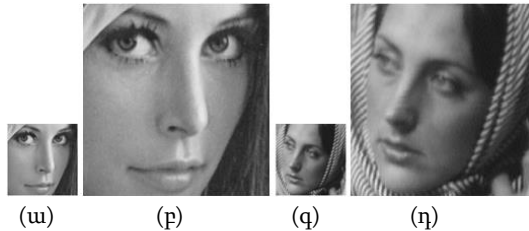


**Նկար 9:** Ձևափոխություններով պատկերների միջարկման ալգորիթմ

Պատկերը  $k \times k$  անգամ մեծացնելու դեպքում միջարկման որակը գնահատելու համար վերցվում է պատկերի յուրաքանչյուր  $k$ -րդ տողի  $k$ -րդ տարրը: Ստացված պատկերը միջարկվում ու մեծացվում է և համեմատվում է օրիգինալի հետ: Փոքրացնելու դեպքում՝ պատկերը մեծացվում է սկզբնական չափերի և հետո համեմատվում է օրիգինալի հետ: PSNR-ը պետք է հասկանալ նշված իմաստներով: Աղյուսակ 2-ում բերված են PSNR-ի արժեքները պատկերը երկու անգամ մեծացման դեպքում:

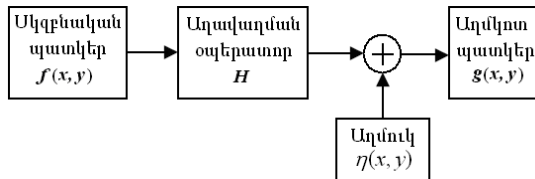
Պատկեր	Մեթոդ				
	haar	nearest	bilinear	bicubic	Prop. Tr.
cameraman256	25.49	22.37	24.70	26.33	26.82
Lena256	27.71	24.47	27.19	29.02	29.70
Lena512	31.56	28.29	31.42	34.15	35.16
Barbara	25.64	22.22	24.54	25.35	25.81

Նկար 10-ում բերված են "Lena" և "Barbara" նկարների 64×64 չափի բլոկները և նկարագրված ալգորիթմով նրանց մեծացված 256×256 չափերի տարբերակները:



**Նկար 10:** (ա) և (գ) "Lena" և "Barbara" պատկերների 64×64 չափի բնօրինակ բլոկները, (բ) և (դ) բլոկների մեծացված (256×256) չափերի տարբերակները:

Պարագրաֆ 2.6-ում դիտարկվում է պատկերներն աղմուկներից մաքրելու ալգորիթմներ:  $f(x, y)$ -ազդանշանի  $H$ -օպերատորով աղավաղման և  $\eta(x, y)$  աղմուկի գումարման արդյունքում ստացվում է  $g(x, y) = H(f(x, y)) + \eta(x, y)$  պատկերը (նկար 11):



**Նկար 11:** Աղմուկի առաջացման մոդել

Ունենալով  $g(x, y)$  ֆունկցիան,  $H(*)$  օպերատորի ու  $\eta(x, y)$  աղմուկի բնութագրերը կարելի է գտնել սկզբնական պատկերի  $\hat{f}(x, y)$  գնահատականը:

2.6.1-2.6.2 պարագրաֆներում նկարագրված են առավել հաճախ հանդիպող աղմուկներն և դրանցից պատկերը մաքրելու մեթոդները տարածական և սպեկտրալ տիրույթներում:

Պարագրաֆ 2.7-ում դիտարկվում են պատկերներն իմպուլսային և զառույթյան աղմուկներից մաքրելու ալգորիթմներ: 2.7.1-պարագրաֆում առաջարկվում է աղմուկոտ պատկերը միջարկումով մեծացնել, մաքրել աղմուկներից և փոքրացնել, բերելով նախնական չափերի: Նկար 12-ում բերված են պատկերի "salt & pepper" իմպուլսային

աղմուկով աղավաղված և առանց միջարկման ու միջարկմամբ աղմուկներից մեղիանային ֆիլտրով մաքրված տարբերակները:



**Նկար 12:** (ա) Աղմուկոտ պատկեր, (բ) առանց միջարկման աղմուկներից մաքրված պատկեր, (գ) միջարկումով աղմուկներից մաքրված պատկեր:

Աղյուսակ 3-ում բերված են մեղիանային ֆիլտրի կիրառմամբ պատկերը 'salt & pepper' աղմուկից առանց միջարկման և միջարկումով մաքրելու PSNR-ի արժեքները:

Աղյուսակ 3

Lena 512			Lena 256		
Աղմուկի ամպլիտուդը	Աղմուկոտ պատկեր	Առանց միջարկ.	Միջարկումով	Առանց միջարկ.	Միջարկումով
$\sigma = 0.1$	15.42	33.26	33.57	28.22	28.52
$\sigma = 0.2$	12.40	28.89	31.33	26.04	27.14
$\sigma = 0.3$	10.65	27.28	29.42	23.73	25.43
$\sigma = 0.4$	9.41	25.95	27.39	22.48	24.14
$\sigma = 0.5$	8.46	24.60	26.04	21.39	21.93

Պարագրաֆ 2.7.2-ում դիտարկվում են պատկերներն աղմուկներից մաքրելու ալգորիթմներ, վեյվլեթ տիպի ձևափոխության կիրառմամբ միջարկմամբ և առանց միջարկման: Նշանակենք  $W$ -ով վեյվլեթ ձևափոխության օպերատորը,  $S^*$ -ով աղմուկոտ պատկերի սպեկտրը՝  $S^* = W(M^*)$ ,  $\hat{S}$ -ով  $S^*$ -ից մշակումով ստացված մատրիցը: Շատ տարածված են աղմուկներից մաքրելու կոշտ և նուրբ շեմային մեթոդները<sup>1</sup>: Առաջին դեպքում վերցվում է՝  $\hat{S}(i, j) = S^*(i, j)$ , երբ  $|S^*(i, j)| > T$ ,  $\hat{S}(i, j) = 0$ , երբ  $|S^*(i, j)| \leq T$ , որտեղ

$$T = \sigma \sqrt{\frac{2 \cdot \log_2(n \cdot m)}{n \cdot m}}, \text{ կամ } T = \gamma_1 \cdot \tilde{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \log_2(n \cdot m)}{n \cdot m}}, \tilde{\sigma} = \frac{MAD}{0,6745}, MAD = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |S^*(i, j)|:$$

<sup>1</sup> Donoho D. L. and Johnstone I. M., "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage," Biometrika, vol. 81, pp. 425–455, 1994.

Նուրբ շեմային շմակման դեպքում ունենում ենք  $\tilde{S} = \text{sign}(S^*) \cdot \max(|S^*| - T, 0)$ , կամ  $\tilde{S}(i, j) = \text{sign}(S^*(i, j)) \cdot \max(|S^*(i, j)| - T, 0)$ , որտեղ  $T$  -ն որոշվում է ինչպես նախորդ դեպքում:

Աղյուսակ 4-ում բերված են գաուսյան աղմուկից կոշտ շեմային մեթոդով մաքրման արդյունքները 20 ամպլիտուդով նորմալ բաշխված աղմուկի համար:

Աղյուսակ 4

Պատկեր	Աղմուկ	Առանց Միջարկման			Միջարկումով		
		Haar	Db4	Pr. Tr	Haar	Db4	Pr.tr.
cameraman256	22.16	26.51	26.76	28.09	26.60	27.11	28.21
Lena256	22.13	27.36	27.54	28.52	27.42	27.70	28.79
Lena512	22.14	29.80	30.16	31.07	30.11	30.26	31.24

**Երրորդ գլխում** դիտարկված են պատկերից կախված և անկախ, տարբեր երկարության ֆիլտրերից սինթեզված վելվլեթ տիպի ձևափոխությունների կիրառմամբ սեղմման, միջարկման և աղմուկներից մաքրելու ալգորիթմներ:

Պարագրաֆ 3.1-ում ստացվել են կախված տարբեր երկարության ֆիլտրեր: Բազմաթիվ փորձերի արդյունքում գտնվել են պատկերներից անկախ ֆիլտրեր:

Ենթադրենք  $M$  -ը  $n \times m$  չափանի մատրից է: Նշանակենք՝  $\hat{M}$  -ով պատկերի սեղմված և վերականգնված մատրիցը,  $M(i, j)$  -ով մատրիցի  $j$  -րդ սյան  $i$  -րդ տարրը,  $M(i, :)$  -ով  $i$  -րդ տողը և  $M(:, i)$  -ով  $i$  -րդ սյունը: Նշանակենք նաև՝

$$\|M\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [M(i, j)]^2}, \quad \|M(i, :)\| = \sqrt{\sum_{j=1}^m [M(i, j)]^2}, \quad \|M(:, j)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n [M(i, j)]^2} :$$

Մատրիցի  $i$  - րդ և  $j$  -րդ սյունների սկալյար արտադրյալը սահմանվում է

$$(M(:, i), M(:, j)) \equiv [M(:, i)]^T M(:, j) = \sum_{k=1}^n M(k, i) M(k, j),$$

բանաձևով, որտեղ  $[M(:, i)]^T$  -ն  $M(:, i)$  վեկտորի տրանսպոնացվածն է: Ենթադրենք

$$A(i, j) = \sum_{p=0}^{k-1} t_{jp} M(i, 2j-1+p), \quad i=1, 2, \dots, n, \quad j=1, 2, \dots, \frac{m}{2}, \quad \sum_{p=0}^{k-1} [t_{jp}]^2 = 1,$$

$2j-1+p$  թիվը պետք է հասկանալ  $m$  մոդուլով, երբ  $2j-1+p > m$  :

Պահանջենք, որ  $A$  մատրիցի նորմը լինի փոքրագույնը: Նշանակենք՝

$$R = [r_{pq}], \quad p, q = 0, 1, \dots, k-1, \quad r_{pq} = \sum_{i=1}^n M(i, 2j-1+q) \cdot M(i, 2j-1+p), \quad j=1, 2, \dots, \frac{m}{2} :$$

Կատանանք, որ  $A$  -ի նորմը կլինի փոքրագույնը, երբ  $t_{jp}$  գործակիցները համընկնում են  $R$  մատրիցի բացարձակ մեծությամբ փոքր սեփական արժեքին համապատասխան

նորմավորված սեփական վեկտորների կոորդինատների հետ: Օրինակ, Lena512 պատկերի համար հինգ երկարության բարձր հաճախականության ֆիլտրը ստացվում է

$$H = [0.1939012730 \quad -0.5119411246 \quad 0.6363433194 \quad -0.5087099458 \quad 0.1913111396]:$$

Պատկերից անկախ դեպքում ստացվում է՝

$$H = [0.2076387437 \quad -0.5221214856 \quad 0.6479156930 \quad -0.5082154477 \quad 0.1749506337]:$$

Աղյուսակ 5-ում բերված են պատկերից անկախ ութ երկարության ֆիլտրերով և այլ ձևափոխություններով, որոշ պատկերների սեղմման դեպքում PSNR-ների արժեքները:

Աղյուսակ 5

Պատկեր	Bpp (Սեղմմ. գործ.)	PSNR (Անալիզ - Սինթեզ տևողությունը վրկ.)			
		Haar	Db2	Db4	Prop.
Lena512	0.13 (61.54)	27.85 (5.19)	29.12(4.26)	29.97 (4.11)	30.13 (4.22)
Barbara	0.46 (17.39)	27.13(41.47)	28.75(40.57)	29.89(33.94)	30.05(35.56)
cameraman	0.5 (16)	29.67 (3.59)	29.69(3.31)	30.02 (3.10)	30.02 (3.11)

Պարագրաֆ 3.2-ում դիտարկվում են զոնալ կողավորման, միջարկման խնդիրները տարբեր ֆիլտրերի համար: Աղյուսակ 6-ում բերված են սպեկտրի  $\frac{1}{4}$  մասից պատկերի վերականգնման արդյունքները ութ երկարության ֆիլտրի համար:

Աղյուսակ 6

Պատկեր	Haar	Db2	db4	Db6	Db8	bior6.8	Prop. tr.
Lena512	31.56	33.30	34.81	34.78	34.74	34.94	34.99
Barbara512	25.42	25.73	25.87	25.78	25.75	25.79	25.85
Cameraman	25.49	26.13	26.96	27.04	26.94	26.95	27.09

Պարագրաֆ 3.3-ում դիտարկվում է աղմուկներից մաքրելու ալգորիթմ, ութ երկարության պատկերից անկախ ֆիլտրերով սինթեզված վեյվլեթ կիրառմամբ: Աղյուսակ 7-ում բերված են կոշտ շեմային մեթոդով գաուսյան աղմուկից մաքրման արդյունքները:

Աղյուսակ 7

Պատկեր	Աղմուկ	Առանց Միջարկման		Միջարկումով	
		Bior6.8	Proposed	Bior6.8	Proposed
cameraman256	20.16	26.51	26.72	26.60	26.94
Lena512	20.21	29.80	29.90	30.11	30.16
Barbara	20.21	25.86	25.88	25.98	26.07

**Չորրորդ գլխում** դիտարկված են պատկերների զոնալ կողավորման և միջարկման ալգորիթմներ: Պարագրաֆ 4.1-ում դիտարկվում է մատրիցի տողի (սյան) հարևան տողերի (սյունների) միջոցով մոտարկման խնդիրը: Ենթադրենք  $M$  -ը  $n \times m$  չափանի մատրից է: Նշանակենք՝  $F(i, j, t) = M(i, :) + tM(j, :)$ , ( $\|M(j, :)\| \neq 0$ ): Գտնենք  $t$  պարամետրի արժեքը, որի դեպքում  $\|F(i, j, t)\|$  նորմը կլինի փոքրագույնը: Նշանակենք  $G$  -ով մատրիցը, որի տողերը որոշվում են հետևյալ բանաձևերով՝



$$G(i,:) = M(2i,:) - t_i^{(j)} M(2i-1,:), G\left(\frac{n}{2} + i,:\right) = M(2i,:) + t_i^{(j)} M(2i-1,:), \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} :$$

Կիրառելով ալգորիթմը  $G$  մատրիցի սյունների նկատմամբ, կստանանք՝

$$M_1 = \begin{bmatrix} LL & LH \\ HL & HH \end{bmatrix},$$

որտեղ  $LL$ -ը պատկերի երկչափ սպեկտրի ըստ սյունների և տողերի ցածր,  $LH$  -ը ըստ սյունների ցածր, ըստ սյունների բարձր,  $HL$  -ը ըստ տողերի բարձր, ըստ սյունների ցածր,  $HH$  -ը ըստ տողերի և տողերի բարձր հաճախականային բաղադրիչներն են: Այս պրոցեսը կարելի է կրկնել  $LL$  ցածրհաճախականային բաղադրիչի նկատմամբ և այսպես շարունակ:

Նույն ձևով դիտարկվում է երեք տողերի հետևյալ գծային կոմբինացիան

$$R(i, j, k, x, y) = M(k,:) - xM(i,:) - yM(j,:):$$

$x$  և  $y$  գործակիցներն, ընտրվում են այնպես, որ  $R$  -նորմը լինի փոքրագույնը: Բերված են  $x$  և  $y$  գործակիցների բացահայտ տեսքերը՝

$$x = \frac{M(i,:)M(k,:)^T \|M(j,:)\|^2 - M(i,:)M(j,:)^T M(k,:)^T}{\|M(i,:)\|^2 \|M(j,:)\|^2 - [M(i,:)M(j,:)^T]^2},$$

$$y = \frac{M(j,:)M(k,:)^T \|M(i,:)\|^2 - M(i,:)M(j,:)^T M(i,:)M(k,:)^T}{\|M(i,:)\|^2 \|M(j,:)\|^2 - [M(i,:)M(j,:)^T]^2} :$$

Պարագրաֆ 4.2 -ում դիտարկվում են միջարկման ալգորիթմներ նախորդ պարագրաֆում նկարագրված արդյունքներն օգտագործելով: Ենթադրենք  $M$  -ը պատկերի  $(n+2) \times (m+2)$  չափանի որևէ բլոկ է: Նշանակենք  $M_1$  -ով մատրիցը, որի կենտ համարներով տողերը և սյունները համընկնում են  $M$  -ի տողերի և սյունների հետ՝  $M_1(2i-1, 2j-1) = M(i, j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ :  $M_1$  -ի գույգ համարներով սյունները կգտնենք հետևյալ բանաձևով՝  $M_1(:, 2j) = t_{1j} M(:, j) + t_{2j} M(:, j+1)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , որտեղ  $t_{1j}$  և  $t_{2j}$ , ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) գործակիցները որոշվում են 4.1 պարագրաֆում բերված մեթոդով,  $M(j+1, :) - xM(j, :) - yM(j+2, :)$  վեկտոր տողի նորմի մինիմալության պայմանից:

Աղյուսակ 8-ում բերված են PSNR-ի արժեքները պատկերը չորս անգամ մեծացման դեպքում, երբ ալգորիթմը կիրառված է ամբողջ պատկերի վրա:

Աղյուսակ 8

Պատկեր	dct2	nearest	bilinear	bicubic	Prop. trans
cameraman256	22.91	22.43	23.91	23.70	24.62
Lena256	25.07	24.46	26.20	25.94	27.44
Lena512	29.49	28.29	30.21	30.13	31.15
Barbara	22.01	22.22	23.88	23.34	25.81

Նկարագրված ալգորիթմով հնարավոր է վերականգնել պատկերը նրա մի մասից (նկար 13):



(ա)

(բ)

(գ)

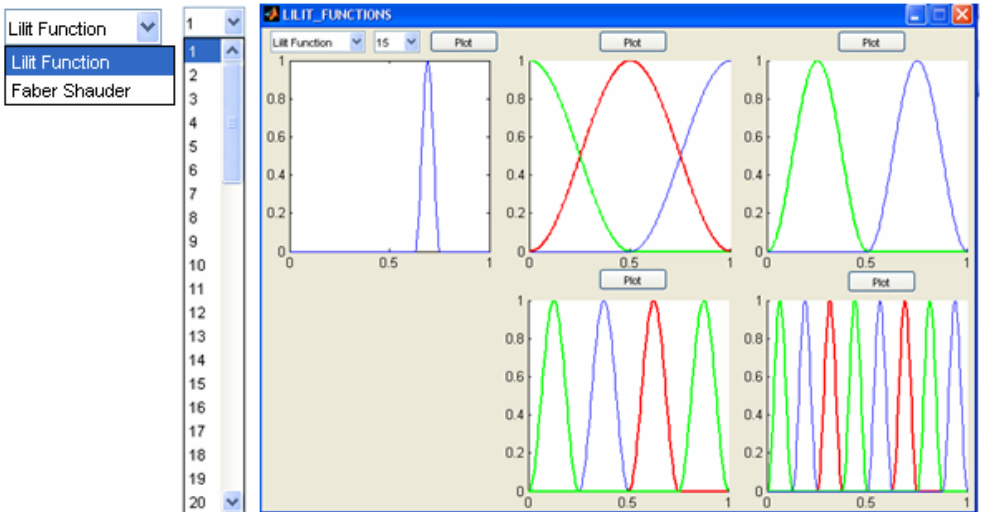
**Նկար 13:** (ա)-բնօրինակ պատկեր, (բ)-բնօրինակի միայն կենտ կոորդինատներով կետերից առաջացած պատկեր, (գ)-վերականգնված պատկեր:

Աղյուսակ 9-ում բերված են PSNR-ի արժեքները պատկերը կենտ կոորդինատներով կետերից վերականգնելու դեպքում:

Աղյուսակ 9

Պատկեր	nearest	bilinear	bicubic	haar	Db2	Db4	Bior6.8	Prop. Trans
cameraman	22.44	23.91	23.70	22.44	23.96	17.07	25.08	24.76
Lena512	28.29	30.21	30.13	28.29	30.54	21.40	33.15	33.24
Barbara	22.22	23.88	23.34	22.22	23.72	18.52	23.94	24.94

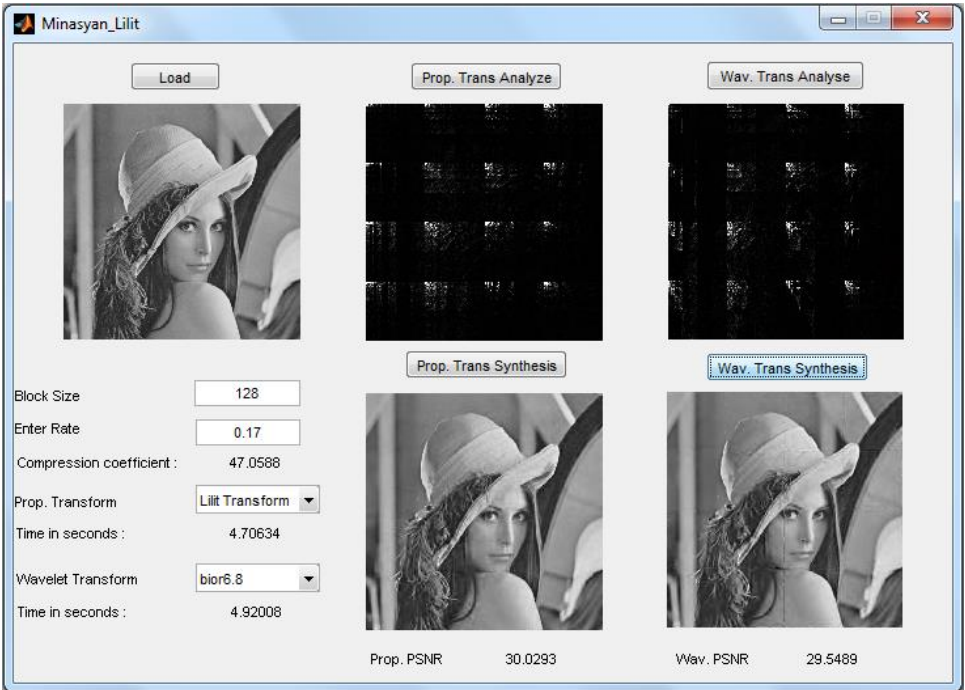
**Հինգերորդ գլուխում** դիտարկված են բազիսային ֆունկցիաների կառուցման, պատկերների սեղմման, աղմուկներից մաքրման և միջարկման ծրագրային փաթեթների նկարագրությունները: Դրանք նկարագրված են 5.1-5.4 պարագրաֆներում: Նախ հակիրճ ներկայացնենք բազիսային ֆունկցիաների ընտրության ու կառուցման համակարգի նկարագրությունը: Նկար 14-ում բերված է համակարգի աշխատանքային պատուհանը:



**Նկար 14:** Բազիսային ֆունկցիաների աշխատանքային պատուհան

Պատուհանի վերին ձախ անկյունում բերված ‘Lilit Function’ պատուհանը որտեղից կարելի է ընտրել բազիսային ֆունկցիաները: Ֆունկցիաների պատուհանի կողքին գտնվող պատուհանում կարելի է ընտրել բազիսային ֆունկցիայի համարը: ‘Lilit Function’ տարբերակն ընտրելու դեպքում ‘plot’ կոճակը սեղմելիս աշխատում է հավելվածում բերված Basic\_function(r) ֆունկցիան, որտեղ r-ը բազիսային ֆունկցիայի հավասարաչափ դիսկրետացման կետերի քանակն է (r-ը 2-ի աստիճան է): Ծրագրի աշխատանքի արդյունքում ստացվում են առաջին r հատ դիսկրետ բազիսային ֆունկցիաները: Նշենք նաև, որ վերցնելով առաջին r-ֆունկցիաների արժեքները r-հավասարահեռ կետերում որպես մատրիցի տողեր, ստանում ենք դիսկրետ ձևափոխության մատրիցը: Միաժամանակ ծրագրի աշխատանքի ավարտին ‘plot’ կոճակից ներքև գտնվող պատուհանում կառուցվում է ընտրված ֆունկցիայի գրաֆիկը: Երկրորդ ‘plot’ կոճակը սեղմելիս ներքևում կառուցվում են ընտրված բազիսային առաջին 3 ֆունկցիաների գրաֆիկները: Հաջորդ ‘plot’ կոճակը սեղմելիս կառուցվում են հաջորդ 2 բազիսային ֆունկցիաների գրաֆիկները: Այնուհետև հաջորդ չորս և հետո դրանց հաջորդող ութ բազիսային ֆունկցիաների գրաֆիկները:

Բերենք նաև պատկերների սեղմման ծրագրային փաթեթի իրագործման աշխատանքային աշխատանքային պատուհանի տեսքը մի պատկերի համար (նկար 15):



**Նկար 15:** Աշխատանքային պատուհանի մի օրինակ պատկերների սեղմման համար:

Ծրագրային փաթեթների ղեկավարումն իրագործող աշխատանքային պատուհաններում ընտրվում են մշակվող պատկերը, մշակման տեսակը (սեղմում, միջարկում, աղմուկներից մաքրում), առաջարկվող և արդեն հայտնի դասական ձևափոխությունները, սեղմման գործակիցը, աղմուկի տեսակը, ամպլիտուդը, և մնացած պարամետրերը: աշխատանքի արդյունքում պատուհաններում արտապատկերվում են սկզբնական և մշակված պատկերները, դրանց սպեկտրերը, հիմնական պարամետրերը, ալգորիթմի աշխատաժամանակը (վայրկյաններով), ազդանշան աղմուկ հարաբերությունը:

### **ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԸ**

- Կառուցվել են ողորկ բազիսներ, որոնցից սինթեզվել են վեյվլեթ տիպի դիսկրետ օրթոգոնալ ձևափոխություններ [3]:
- Ստացվել են պատկերից կախված և անկախ բարձր հաճախականային ֆիլտրեր, որոնց միջոցով կառուցվել են վեյվլեթ ձևափոխություններ [2, 5, 6]:
- Մշակվել են պատկերների սեղմման, միջարկման և աղմուկներից մաքրման ալգորիթմներ [4-7]:
- Մշակվել են ալգորիթմներ, որոնք պատկերը վերականգնվում են իր մասից [1, 5, 7]:

### **ՀՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ ԱՇԽԱՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ**

1. Минасян Л. Г., Хачатрян С. Об одном адаптивном алгоритме сжатия изображений. Математика в высшей школе, Том. 2, # 4, Ереван 2006, стр. 55-62.
2. Минасян Л. Г., Хачатрян С. Г. Об одном адаптивном алгоритме обработки изображений. Годичн. научн. конф. ГИУА. Сб. Тр. Т 1. стр. 345-349. Ереван 2008.
3. Khachatryan S., Minasyan L. Design of orthogonal transforms based on partition of unity method and their application to image compression. 2009 Int. Workshop on Local and Non Local Approximation in Image Processing, LNLA 2009. Tuusula, Finland. Pp. 145-152.
4. Хачатрян С. Г., Минасян Л. Г. О некоторых алгоритмах интерполяции цифрового изображения. Математика в высшей школе, Т. 6, N 2, Ереван 2010, стр. 32-41.
5. Минасян Л. Г., Хачатрян С. Г. Об одном алгоритме фильтрации изображений. Вестник ГИУА, Сб. Тр. Т 3. N 1, стр. 30-34. Ереван 2011.
6. Минасян Л. Г. Об одном адаптивном алгоритме сжатия изображений с применением лифтиновой схемы. Вестник ГИУА, Сб. Тр. Ч 1., стр. 289-295. Ереван 2012.
7. Minasyan L. G. An Algorithm of Digital Image Interpolation. Mathematical Problems of Computer Science 37, 2012, pp. 45-52. Yerevan, Armenia 2012.

## Синтез новых вейвлетотипных преобразований обработки изображений

Цифровая обработка изображений является важнейшей задачей во многих областях жизнедеятельности, науки и техники. Перечислим некоторые из них: обработка изображений полученных из космических зондов, обработка рентгеновских изображений, их изучение и диагностика, цифровое телевидение, организация видеоконференций и т. д. Важными направлениями в обработке изображений являются сжатие, интерполяция, фильтрация. Обычно решения этих задач основываются на ортогональном линейном преобразовании. Классическими примерами таких преобразований являются дискретное преобразование Фурье, дискретное косинусное преобразование, преобразование Карунена-Лоэва, Хаара, Уолша, Адамара и т. д. Эти преобразования находятся путем вычисления свертки сигнала конечной длины с базисными функциями. В результате получаются спектральные коэффициенты, которые подвергаются дальнейшей обработке. Многие из этих преобразований имеют эффективные алгоритмы вычислений. Все эти преобразования применяются к неперекрывающимся блокам сигнала и обеспечивают хороший результат в случае стационарных сигналов. Вейвлет преобразования более приспособлены для обработки нестационарных сигналов и в частности изображений, являющихся нестационарными по своей природе. С развитием новых технологий меняются требования к алгоритмам обработки, а традиционные методы не всегда справляются с поставленными задачами. В изображениях встречаются объекты различных размеров. Естественно требовать, чтобы с помощью преобразования можно было анализировать изображение на различных масштабных представлениях. Для изображений любая спектральная область соответствует определенному масштабу и ориентации. В случае, когда имеют значения местоположения объектов различных масштабов, необходима также пространственная локализация. Традиционные преобразования не обеспечивают необходимую локализацию. Локализационные свойства вейвлет анализа заложены в самой его структуре. В связи с этим возникает необходимость применения вейвлет преобразований.

**Целью** данной диссертации является синтез новых вейвлетотипных преобразований, создание алгоритмов с применением этих преобразований для сжатия, интерполяции и шумоподавления изображений. На основании этих алгоритмов нужно разработать программное обеспечение и провести сравнительный анализ результатов предлагаемых и классических алгоритмов.

### Научная новизна

Построены новые базисы из любого порядка гладкости функций. Из базисных функций синтезированы новые ортогональные вейвлетотипные преобразования.

Получены зависящие и не зависящие от изображения фильтры произвольной длины, которые обеспечивают минимальность высокочастотной составляющей спектра изображения. Из них синтезированы новые ортогональные вейвлетотипные преобразования.

Разработаны эффективные алгоритмы сжатия, интерполяции и фильтрации изображений с применением синтезированных преобразований.

Разработан новый оптимальный алгоритм восстановления изображения из его части.

На основе этих алгоритмов разработано программное обеспечение.

### **Методы исследования**

В диссертации используются методы и алгоритмы цифровой обработки изображений с применением как известных классических, так и синтезированных преобразований. Рассматриваются также экспериментальные результаты, полученные применением известных методов обработки изображений.

### **Применяемость результатов**

Синтезированные преобразования и разработанные программы можно применять в задачах сжатия, интерполяции и фильтрации изображений, а также в других отраслях. Программное обеспечение может быть интегрировано в любую систему обработки изображений. Результаты можно использовать в проектировании кодеков, в цифровом телевидении, в распознавании образов и т. д.

### **К защите представлены следующие положения:**

Из образующих разбиение единицы гладких, а также из базисных функций Фабера – Шаудера синтезированные вейвлетотипные дискретные ортогональные преобразования, которые учитывают ориентацию контуров.

Вейвлет преобразования, синтезированные из фильтров произвольной длины, которые минимизируют среднеквадратичную норму высокочастотной составляющей спектра.

Алгоритмы, использующие синтезированные преобразования для сжатия, интерполяции и фильтрации изображений.

Алгоритм восстановления изображения из его части.

Новое программное обеспечение, реализующее полученные алгоритмы.

### **Основные результаты диссертации:**

Из гладких, образующих разбиение единицы функций, построены базисы. В результате дискретизации и ортонормализации базисных функций получены вейвлетотипные дискретные ортогональные преобразования. Разработан алгоритм сжатия изображений с применением синтезированных преобразований. Алгоритмы обеспечивают высокую степень сжатия, а также высокий коэффициент отношения сигнал/шум [3].

Получены зависящие и не зависящие от изображения пары оптимальных фильтров различных длин, с помощью которых построены вейвлет преобразования [2, 5, 6].

На основе синтезированных преобразований разработаны алгоритмы, которые применяются при сжатии, интерполяции и шумоподавлении изображений. Предлагаемые алгоритмы обеспечивают высокую степень сжатия, хорошее качество при интерполяции и шумоподавлении изображений, а также высокий коэффициент отношения сигнал/шум [4-7].

Разработаны алгоритмы, восстанавливающие изображение из своей части [2, 5, 7], которые применяются также для интерполяции изображений.

Создано программное обеспечение для разработанных алгоритмов.

## Synthesis of New Wavelet-Type Transformations for Image Processing

Digital image processing is an important task in many spheres of vital activity, science, and engineering. Here are some of them: processing the images obtained from the cosmic sondes, processing the X-ray images, their study and diagnosis, digital television, organization of videoconferences, etc. Important areas in image processing are compression, interpolation, and noise reduction. The solutions of these problems are usually based on the orthogonal linear transformation. Classical examples of such transformations are the discrete Fourier transform, the discrete cosine transform, Karhunen-Loeve, Haar, Walsh-Hadamard and other transforms. These transformations are found by calculating the convolution signal of finite length with basis functions. As a result, spectral coefficients are obtained which are exposed to further processing. Many of these transforms have efficient algorithms for computing. All of these transformations are applied to non-overlapping blocks of the signal, and provide a good result in the case of stationary signals. Wavelet transforms, more suitable for processing non-stationary signals and images in particular, are non-stationary in nature. With the development of new technologies are changing the requirements for processing algorithms, and traditional methods do not always cope with the tasks. Objects of different dimensions are found in the images. So it is natural to require that the image be analyzed in different scale representations by means of transforms. For images, any spectral area corresponds to a definite scale and orientation. In case the disposition of the objects of various scales is essential, a spectral localization is also required. The traditional transforms do not provide the necessary localization. In this respect, a need for applying the wavelet transformation arises.

**The goal** of this thesis is synthesis of new wavelet-type transformations, developing algorithms with applying those transformations for compression, noise reduction and image interpolation. On the basis of these algorithms it is required to develop software and perform a comparative analysis of the proposed and classical algorithms results.

### **The scientific novelty**

New bases from any order of smoothness functions are constructed. From the basis functions, new orthogonal wavelet-type transformations are synthesized.

Filters dependent and independent of images of an arbitrary length are obtained providing the minimum of a high-frequency component of the image spectrum. From them, new orthogonal wavelet-type transformations are synthesized.

Effective algorithms of the image compression, interpolation, and filtration by applying the synthesized transformations are developed.

A new optimal algorithm for image restoration from its part is developed.

### **Research methods**

The thesis uses methods and algorithms for digital image processing using both well-known classic and synthesized transforms laid. Experimental results obtained using known image processing techniques have been also considered.

### **Applicability of the results**

The synthesized and developed conversion program can be used in problems of compression, image filtering and interpolation as well as in other industries. The software can be integrated into any system to image processing. The results can be used in designing the codec in a digital television, in pattern recognition, etc.

**The following statements are presented to defense:**

- Wavelet-type discrete orthogonal transformations synthesized from smooth functions forming a partition of unity, as well as from basis functions of Faber - Shauder that take into account the orientation of the contours
- Wavelet transformations synthesized from filters of an arbitrary length, which minimize the mean-square norm of the high frequency component of the spectrum
- Algorithms using synthesized transformations for the compression, noise reduction and image interpolation.
- The algorithm of an image restoration from its parts.
- New software packages realizing the obtained algorithms.

**The main results of the thesis are:**

- Bases are constructed from smooth, forming a partition of unity functions. In the result of discretizing and orthonormalizing of basis functions, wavelet-type discrete orthogonal transformations are obtained. An image compression algorithm by synthesized transformations is developed. The algorithms provide a high degree of compression, as well as high coefficient of the ratio signal/noise in comparison with the corresponding classical algorithms [3].
- Pairs of optimal filters of different lengths dependent and independent of images are obtained by means of which wavelet transformations are constructed [2, 5, 6].
- On the base of the synthesized transformations, algorithms for the image compression, interpolation, and noise suppression are developed. The proposed algorithms provide a high degree of compression and a good quality at the image interpolation and filtration, as well as a high coefficient of the ratio signal/noise compared with the corresponding classical algorithms [4-7].
- Algorithms, restoring the image of its parts [2, 5, 7], which are also used for image interpolation, are developed.  
Software for developed algorithms is elaborated.



Ծավալը՝ 24 էջ: Տպաքանակը՝ 100:  
ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ կոմպյուտերային պոլիգրաֆիայի լաբորատորիա:  
Երևան, Պ. Սևակի 1