ՀՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

Ֆարշին Հորմոզի նեժադ

Բաշխումների մի քանի ընտանիքներով բնութագրվող մոդելների վերաբերյալ վարկածների երկփուլ հուսալի դետեկտման հետազոտում

Ե.13.05 «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրային համալիրներ» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան 2013

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF RA

INSTITUTE FOR INFORMATICS AND AUTOMATION PROBLEMS

FARSHIN HORMOZI-NEJAD

Investigation of Two-stage Reliable Hypotheses Detection Concerning Models Characterized with Several Families of Distributions

SYNOPSIS

of Dissertation for obtaining candidate degree in physical - mathematical sciences in specialty 05.13.05 “Mathematical modeling, numerical methods and software complexes”

Yerevan 2013

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում:

Գիտական ղեկավար՝ Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր Ե. Ա. Հարությունյան

Պաշտոնական ընդիմախոսներ՝ ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր Լ. Հ. Ասլանյան

ֆիզ. մաթ. գիտ. թեկնածու Ա. Օ. Եսայան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարան :

Պաշտպանությունը կայանալու է՝ 2013թ. օգոստոսի 28-ին, ժամը 15:00-ին , ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում գործող ԲՈՀ-ի 037 « Ինֆորմատիկա և հաշվողական համակարգեր» մասնագիտական խորհրդի նիստում (հասցեն՝ 0014. Երևան. Պ. Սևակի փ. 1):

Ատենախոսության կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ-ի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքվել է 2013թ. հուլիսի 27-ին:

Մասնագիտական խորհուրդի գիտական քարտուղար՝
ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր Հ. Գ. Սարուխանյան

The subject of the dissertation has been approved in the Institute for Informatics and Automation Problems of NAS of RA.

Scientific advisor: Dr. of Phys. - Math. sci., E. A. Haroutunian

Official opponents: Dr. of Phys. - Math. sci. L. H. Aslanyan

Candidate of Phys. - Math. sci. A. O. Yesayan

Leading organization: State Engineering University of Armenia.

The defense will take place on 28 August, 2013 at 15:00 in the Institute for Informatics and Automation Problems of NAS of RA, during the session of the Specialized Council 037 “Informatics and computer systems” (address: 1P. Sevak Str. 0014, Yerevan).

The dissertation is available at the library of IIAP.

Synopsis is sent on 27 July, 2013.

Scientific secretary of the specialized council 037

Dr. of Phys. – Math. sciences H. G. Sarukhanyan

GENERAL CHARACTERIZATION OF THESIS

The Actuality of the Problem

In some works results of probability theory and statistics were obtained with application of information theoretical methods. It is often necessary in statistical research to make decisions about the probability distribution (PD) and they can be made on the base of results of observations, called samples. The correspondence between samples and hypotheses can be designed based on some selected criterion. The test is considered as good if the probabilities of the errors in given conditions are as small as possible. Frequently the problem was solved for the case of a test sequences, where the probabilities of error decrease exponentially, when the number of observations tends to the infinity. We call the exponent of error probability, the reliability. All reliabilities corresponding to possible error probabilities could not increase simultaneously, it is an accepted way to fix the values of some reliabilities and try to make the tests sequence get the greatest values of the remaining reliabilities. Such a test is called logarithmically asymptotically optimal (LAO). Although the majority of research in hypotheses testing has been restricted to two hypotheses, there are several situations, particularly in engineering applications and clinical trails, where it is natural to consider more than two hypotheses. We can explain some examples as follows

1. Consider a fault detection problem in a system where there could be more than two possible kinds of fault and the goal is not only to detect the presence of a fault as quickly as possible but also to determine the type of fault.
2. In the context of clinical trials, deciding which of several possible medical treatments is the most effective as quickly as possible is a multiple hypotheses test task.
3. Statistical pattern recognition is a source of multiple hypotheses problem.
4. The parallel distributed detection systems by a source with more than two hypotheses are multiple hypotheses tests.

The problem solved in dissertation is to find a method of testing which is earlier realized and needs less operations for fulfillment. It is very important in practice. So it is an actual problem.

The Objective and the Problems of the Thesis

The problems in statistics for making decision about unknown distribution of the object are very important. The decision made on the base of the random sample is possible to be wrong. There exist tests, such that the error probabilities 2^{-NE} decrease exponentially, when the number of the experiments increase. E is error probability exponent named reliability.

In this thesis the reliabilities in multiple hypotheses two-stage LAO testing are considered. The aim of the investigation is to study the matrix of reliabilities $\mathbf{E} = \{E_{l|s}\}$, $l, s = \overline{1, S}$ of the LAO test for $S \geq 2$ hypotheses arranged into several families of PDs for different models and situations. In other words we must find formulas of the optimal interdependencies for all possible pairs of the reliabilities. In this dissertation procedures of two-stage LAO test for models characterized by several families of PDs, the parallel distributed detection with several families of PDs, detection of distribution for arbitrarily varying object and testing for the models with decision rejection are investigated. At the first stage a family of PDs is denoted, and at the next stage in the determined family of PDs, the exact PD is detected. The results of this thesis are a part of scientific investigations joining information theory and mathematical statistics. The rates of exponential decrease of the error probabilities of the infinite sequence Φ of tests, as the sample size N approaches infinity are considered.

Objects of Investigations

In this thesis procedures of LAO detection for the two-stage models in two versions of sampling, the parallel distributed detection system in two stages with several families of PDs, detection of distribution for an arbitrarily varying object and testing with possibility of decision rejection in two stages, for finding of procedures with less operations are investigated.

Methods of Investigations

In the work we apply methods of Probability, Information and Optimization theories. In particular we use the method of types developed in Information theory by Csiszár and Korner[1].

The Scientific Novelty of the Results

All results presented in this thesis are new.

The Practical and Theoretical Significance of the Results

The results of the thesis can be used in different applications of mathematical statistics, information theory and distributed detection systems.

The following statements are presented to defending

It is shown that the number of operations of the two-stage procedures is less than that of one-stage procedure. Some elements of the matrix of reliabilities of the two-stage test can be greater than the corresponding elements of the one-stage test.

Presentation of the Work

The results were presented in the following conferences:

1) The 8th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies, Yerevan, 2011.

2) Scientific International Conference on Mathematical Logic and Applications, Yerevan, 2012.

3) The 12th International Conference on Statistical Sciences of Islamic Countries, Doha, Qatar, 2012.

Publications

The results of the thesis are presented in 8 publications (4 articles and 4 presentations in conferences) of the author, are listed at the end of the text.

[1] Csiszár I. and Körner J. "*Information Theory: Coding theorems for Discrete Memoryless Systems*". Academic press, NewYork, 1981.

The Structure and Volume of the Work

The dissertation consists of 7 Chapters. The list of references includes 56 entries. The text of the thesis is expounded on 116 pages.

THE MAIN CONTENTS OF THE THESIS

In Chapter 1 the actuality of the problem and the organization of the work are introduced.

In Chapter 2 the method of types, necessary information from probability and results known from the literature concerning the subject are shortly presented.

In this thesis finite sets are denoted by $\mathcal{U}, \mathcal{X}, \ldots$. Random variables (RVs) with values in $\mathcal{U}, \mathcal{X}, \ldots$ are denoted by $U, X, \ldots$, their corresponding PDs are denoted by $P, Q, \ldots$. Let PD of RV X be $P = \{P(x),\ x \in \mathcal{X}\}$.

The set of all PDs on $\mathcal{X}$ is denoted by $\mathcal{P}(\mathcal{X})$. The subset $\mathcal{P}^N(\mathcal{X})$ of the set $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ of all PDs consists of the possible types of vectors $\mathbf{x} \in \mathcal{X}^N$. For $Q \in \mathcal{P}^N(\mathcal{X})$ the set of all vectors of type Q will be denoted by $\mathcal{T}_Q^N(X)$ and called the type class of Q. The probability that N independent random drawings with $P \in \mathcal{P}(\mathcal{X})$ give a vector $\mathbf{x} \in \mathcal{X}^N$ is denoted by $P^N(\mathbf{x})$.

2.1. One-stage Multiple Hypotheses LAO Testing

Suppose there exist S different PDs. We call the procedure of making decision on the base of N-sample the test, and denote it by ϕ^N. For detecting the actual PD amongst S PDs $P_s,\ s = \overline{1,S}$, the test ϕ^N can be designed by partitioning the sample space $\mathcal{X}^N$ to S disjoint subsets $\mathcal{G}_s^{(N)},\ s = \overline{1,S}$.

Let $\alpha_{l|s}$ be the probability of the erroneous detection of PD P_l provided P_s is true

$$\alpha_{l|s}(\phi^N) \triangleq P_s^N\left(\mathcal{G}_l^{(N)}\right),\ \ l,s = \overline{1,S},\ \ l \neq s.$$

The probability to reject P_s, when it is true, is

$$\alpha_{s|s}(\phi^N) \triangleq P_s^N\left(\overline{\mathcal{G}}_s^{(N)}\right) = \sum_{l \neq s} \alpha_{l|s}(\phi^N),\ \ l,s = \overline{1,S}.$$

We denote the infinite sequences of tests by ϕ, and define *reliabilities* as follows:

$$E_{l|s}(\phi) \triangleq \liminf_{N \to \infty} \left\{-\frac{1}{N}\log \alpha_{l|s}\left(\phi^N\right)\right\},\ l,s = \overline{1,S}.$$

For PDs P and Q, the divergence (Kullback-Leibler distance) is defined as follows:

$$D(P \parallel Q) \triangleq \sum_{x \in \mathcal{X}} P(x) \log \frac{P(x)}{Q(x)}.$$

Theorem 2.1. (Haroutunian[2]) *Consider an object with S different hypotheses $P_s,\ s = \overline{1,S}$. For given positive numbers $E_{1|1}, E_{2|2}, ..., E_{S-1|S-1}$ let us introduce the regions:*

$$\mathcal{R}_s = \left\{Q : \mathrm{D}\left(Q \parallel P_s\right) \leq E_{s|s}\right\},\ \ s = \overline{1, S-1},$$

[2] Haroutunian E.A. "Logarithmically asymptotically optimal testing of multiple statistical hypotheses". *Problems of Control and Information Theory*, vol 19, nos 5-6, pp. 413-421, 1990.

$$\mathcal{R}_S = \left\{ Q : \mathrm{D}\left(Q \parallel P_s\right) > E_{s|s}, \;\; s = \overline{1, S-1} \right\},$$

and the following values for elements of the resultant matrix of reliabilities $\mathbf{E}(\phi^*)$ *of the LAO test sequence* ϕ^**:*

$$E^*_{s|s} = E_{s|s}, \;\; s = \overline{1, S-1},$$

$$E^*_{l|s} = \inf_{Q \in \mathcal{R}_l} \mathrm{D}\left(Q \parallel P_s\right), \;\; l, s = \overline{1, S}, \; l \neq s,$$

$$E^*_{S|S} = \min_{l \neq S} E^*_{l|S}.$$

If the following compatibility conditions take place

$$0 < E_{1|1} < \min_{s = \overline{2, S}} \mathrm{D}(P_s \parallel P_1),$$

$$0 < E_{s|s} < \min[\min_{1 \leq l < s} E^*_{l|s}, \min_{s < l \leq S} \mathrm{D}(P_l \parallel P_s)], \;\; 2 \leq s \leq S-1,$$

then there exists a LAO sequence of tests ϕ^* *with matrix of reliabilities* $\mathbf{E}(\phi^*) = \{E^*_{l|s}, \; l, s = \overline{1, S}\}$.

Even if one of the compatibility conditions is violated, the matrix of reliabilities of that test will contain at least one element equal to zero.

In Chapter 3 the problem of two-stage multiple hypotheses testing for a pair of disjoint families of PDs under two different kinds of samples is solved. Bellow summary of results obtained in Chapter 3 is brought.

3.1. The Two-stage LAO Testing Using One Sample

Suppose S hypothetical PDs of X are given. They are partitioned in two disjoint families of PDs. The first family includes R hypotheses $P_1, P_2, ..., P_R$ and the second family consists of $S - R$ hypotheses $P_{R+1}, P_{R+2}, ..., P_S$. Let us consider two sets of indexes $\mathcal{D}_1 = \{\overline{1, R}\}$ and $\mathcal{D}_2 = \{\overline{R+1, S}\}$ and a pair of disjoint families of PDs $\mathcal{P}_1$ and $\mathcal{P}_2$

$$\mathcal{P}_1 = \{P_s, \;\; s \in \mathcal{D}_1\}, \quad \mathcal{P}_2 = \{P_s, \;\; s \in \mathcal{D}_2\}.$$

We denote the two-stage test on the base of N-sample x by Φ_1^N. Such test may be realized by a pair of tests φ_1^N and φ_2^N for the two consecutive stages, and we write $\Phi_1^N = (\varphi_1^N, \varphi_2^N)$. The first stage is for choice of a family of PDs, which is executed with a non-randomized test $\varphi_1^N(\mathrm{x})$ using sample x. The next stage is for making decision in the determined family of PDs, which is accomplished with a non-randomized test $\varphi_2^N(\mathrm{x}|\varphi_1 = i), \; i = 1, 2$, based on the sample x and on the result 1 or 2 of the test φ_1^N.

3.1.1. The First Stage of Two-stage Test Using One Sample

For given $E'^*_{1|1}$ we can determine the first stage of LAO test φ_1^{*N} by partitioning $\mathcal{X}^N$ into the pair of disjoint subsets

$$\mathcal{A}_1^{*N} = \bigcup_{Q_{\mathbf{x}} : \min\limits_{s \in \mathcal{D}_1} \mathrm{D}(Q_{\mathbf{x}} || P_s) \leq E'^*_{1|1}} \mathcal{T}^N_{Q_{\mathbf{x}}}, \quad \text{and} \quad \mathcal{A}_2^{*N} = \mathcal{X}^N \setminus \mathcal{A}_1^{*N}.$$

Theorem 3.1. *If all distributions P_s, $s=\overline{1,S}$, are different and $E'^{*}_{1|1}$ is a positive number such that the following inequality holds*

$$E'^{*}_{1|1} < \min_{s\in\mathcal{D}_2,\ l\in\mathcal{D}_1} \mathrm{D}(P_s||P_l),$$

then there exists a LAO sequence of tests φ_1^* such that reliability $E'^{*}_{2|2}(E'^{*}_{1|1})$ is positive and is defined as follows

$$E'^{*}_{2|2}(E'^{*}_{1|1}) = \min_{s\in\mathcal{D}_2} \inf_{Q:\min\limits_{l\in\mathcal{D}_1} \mathrm{D}(Q||P_l)\le E'^{*}_{1|1}} \mathrm{D}(Q||P_s).$$

3.1.2. The Second Stage of the Two-stage Test Using One Sample

If the i-th family of PDs is accepted, then we consider test $\varphi_2^{*N}(\mathrm{x}|\varphi_1^*=i)$, which can be defined by partitioning the sample space $\mathcal{A}_1^{*N}$ to R (or $\mathcal{A}_2^{*N}$ to $S-R$) distinct subsets

$$\mathcal{B}_s^N \overset{\triangle}{=} \{\mathrm{x}:\varphi_2^N(\mathrm{x})=s\},\ \ s\in\mathcal{D}_i,\ \ i=1,2.$$

The answer to the question: which is the best value of $E'^{*}_{1|1}$ giving the best values to reliabilities $E''^{*}_{l|s}$, is in the following

Theorem 3.2. *For the given positive values $E'^{*}_{1|1}$ and $E''_{s|s}$, $s=\overline{1,R-1}\bigcup\overline{R+1,S-1}$, the following inequality takes place*

$$\max_{s=\overline{1,R-1}} E''_{s|s} \le E'^{*}_{1|1} \le \min_{s\in\mathcal{D}_2, l\in\mathcal{D}_1} \mathrm{D}\left(P_s \parallel P_l\right),$$

and the best value for $E'^{*}_{1|1}$ is $\max\limits_{s=\overline{1,R-1}} E''_{s|s}$.

3.1.3. Reliabilities of Two-stage Testing Using One Sample

The test on the base of N-sample, denoted by $\Phi_1^{*N}=(\varphi_1^{*N},\varphi_2^{*N})$, is formed by a pair of LAO tests φ_1^{*N} and φ_2^{*N}. If at the first stage of LAO test the i-th family of PDs is accepted then the test Φ_1^{*N} can be realized by partitioning the sample space $\mathcal{X}^N$ to disjoint subsets as follows

$$\mathcal{C}_s^{*N} \overset{\triangle}{=} \mathcal{A}_i^{*N}\cap\mathcal{B}_s^{*N},\ \ s\in\mathcal{D}_i,\ \ i=1,2.$$

Theorem 3.3. *If all distributions P_s, $s=\overline{1,S}$, are different and positive values $E'_{1|1}$ and $E''_{r|r}$, $r=\overline{1,R-1}\bigcup\overline{R+1,S-1}$, satisfy compatibility conditions of the first and the second stage, then elements of matrix of reliabilities $\mathbf{E}'''(\Phi_1^*)$ of the two-stage test by one sample Φ_1^* can be found by*

$$E'''_{l|s}(\Phi_1^*) = E''_{l|s}(\varphi_2^*),\ \ l,s=\overline{1,S}.$$

When one of the compatibility conditions is violated, then at least one element of the matrix $\mathbf{E}'''(\Phi_1^*)$ is equal to zero.

3.2. The Two-stage LAO Testing Applying to a Pair of Samples

Suppose $N = N_1 + N_2$ be such that:

$$N_1 = \lceil \psi N \rceil, \;\; N_2 = [(1-\psi)N], \;\; 0 < \psi < 1,$$

$$\mathrm{x} = (\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2), \;\; \mathrm{x}_1 = (x_1, x_2, \ldots, x_{N_1}), \;\; \mathrm{x}_2 = (x_{N_1+1}, x_{N_1+2}, \ldots, x_N),$$
$$\mathrm{x} \in \mathcal{X}^N, \;\; \mathrm{x}_1 \in \mathcal{X}^{N_1}, \;\; \mathrm{x}_2 \in \mathcal{X}^{N_2}, \;\; \mathcal{X}^N = \mathcal{X}^{N_1} \times \mathcal{X}^{N_2}.$$

The two-stage test by the pair of samples on the base of N-sample is denoted by $\Phi_2^N = (\varphi_1^{N_1}, \varphi_2^{N_2})$. The first stage is a non-randomized test $\varphi_1^{N_1}(\mathrm{x}_1)$ using the sample x_1. The next stage is a non-randomized test $\varphi_2^{N_2}(\mathrm{x}_2|\varphi_1 = i), \; i = 1, 2,$ based on the sample x_2 and on the result of test $\varphi_1^{N_1}$.

In the two-stage decision making, the test Φ_2^{*N} can be defined by partitioning the sample space $\mathcal{X}^N$ to separate subsets as follows

$$\mathcal{C}_s^{*N} \triangleq \mathcal{A}_i^{*N_1} \times \mathcal{B}_s^{*N_2}, \;\; s \in \mathcal{D}_i, \;\; i = 1, 2.$$

Theorem 3.4. *If all distributions P_s, $s = \overline{1, S}$, are different and positive numbers $E_{1|1}^{'*}$ and $E''_{r|r}$, $r = \overline{1, R-1} \bigcup \overline{R+1, S-1}$, satisfy compatibility conditions of the first and the second stage, then elements of matrix of reliabilities $\mathbf{E}'''(\Phi_2^*)$, of the two-stage test by the pair of samples Φ_2^* are:*

$$E'''_{l|s}(\Phi_2^*) = (1-\psi) E''^{*}_{l|s}, \;\; l, \, s \in \mathcal{D}_i, \;\; i = 1, 2,$$

$$E'''_{l|s}(\Phi_2^*) = \psi E^{I}_{i|s} + (1-\psi) E''^{*}_{l|s}, \;\; s \in \mathcal{D}_j, \;\; l \in \mathcal{D}_i, \;\; i, j = 1, 2,$$
$$E'''_{s|s}(\Phi_2^*) = \min_{l \neq s} E'''_{l|s}(\Phi_2^*), \;\; s \in \mathcal{D}_i, \; i = 1, 2.$$

When one of the compatibility conditions is violated, then at least one element of the matrix $\mathbf{E}'''(\Phi_2^*)$ is equal to zero.

3.3. Comparison of Matrices of Reliabilities of Three Procedures

If all distributions P_s, $s = \overline{1, S}$, are different and positive values of diagonal elements $E_{s|s} = E'''_{s|s}$, $s = \overline{1, S-1}$ of the matrices of reliabilities of one-stage and two-stage cases satisfy corresponding compatibility conditions, then for columns $s = \overline{1, R-1} \bigcup \overline{R+1, S-1}$ reliabilities of two matrices are equal, but for R-th and S-th columns reliabilities can be different.

We have shown that the number of the preliminarily given elements of the matrices of reliabilities in both one-stage and two-stage LAO tests are the same, but the number of operations of the two-stage LAO test by one sample is less than that of one-stage LAO test and is greater than the number of operations of two-stage LAO test with a pair of samples. This was observed also during experimental calculations of examples.

In Chapter 4 the problem of two-stage multiple hypotheses testing for many disjoint families of PDs is investigated. Bellow the summary of obtained results from Chapter4 is introduced.

Suppose S possible PD $P_s, \;\; s = \overline{1, S}$ of X are given and they are grouped in K disjoint families of PDs. The first family includes R_1 hypotheses, the second family includes R_2 hypotheses and etc., the last family includes R_K hypotheses such that $\sum_{k=1}^{K} R_k = S$.

The first stage of decision making is denoted by a test $\varphi_1^N(\mathrm{x})$, which can be defined by partitioning the sample space $\mathcal{X}^N$ on K disjoint subsets $\mathcal{A}_k^{*N}, \;\; k = \overline{1, K}$.

In the second stage, we consider test $\varphi_2^{*N}(\mathrm{x}|\varphi_1^* = k)$ which can be defined by partitioning the sample space $\mathcal{A}_k^{*N}$ to R_k disjoint subsets $\mathcal{B}_s^{*N}, \; s \in \mathcal{D}_k$.

If at the first stage the k-th family of PDs is accepted, then at the two-stage decision making, the test Φ_1^{*N} can be assigned by partitioning the sample space $\mathcal{X}^N$ to following disjoint subsets

$$\mathcal{C}_s^{*N} \stackrel{\triangle}{=} \mathcal{A}_k^{*N} \cap \mathcal{B}_s^{*N}, \;\; s \in \mathcal{D}_k.$$

We show that the number of operations of the two-stage LAO test is less than this of one-stage LAO test. This was observed also during experimental calculations of example.

In Chapter 5 the investigation of two-stage LAO parallel distributed detection is considered and the compatibility conditions are shown.

The most common architecture in distributed (or decentralized) detection is the parallel system depicted in Figure 1. It consists of N dispersed sensors, and a fusion center. Each sensor makes an observation (denoted by $X_i, \; i = \overline{1, N}$) of a random source, quantizes X_i into an M-ary message $U_i = g_i(X_i)$, and then transmits $U_i, \; i = \overline{1, N}$ to the fusion center. Upon receipt of $U_1, U_2, ..., U_N$ the fusion center makes a global decision $U_0 = \mathcal{D}(U_1, U_2, ..., U_N)$ about the distribution of the random source. The optimal design of system entails choosing quantizers $g_1, g_2, ..., g_N$ and a global decision rule $\mathcal{D}$ so as to optimize the reliabilities. The messages $U_1, U_2, ..., U_N$ are all transmitted to the fusion center which declares hypotheses $H_i, \; i = \overline{1, N}$ to be true, based on a decision rule $\mathcal{D}$.

Figure 1: The multiple hypotheses parallel distributed detection system

5.1. The One-stage LAO Distributed Detection

We call the procedure of making decision on the base of N-sample the test ϕ^N. The statistician must detect one among S hypotheses using vector of results of N-sample $\mathbf{u} = (u_1, u_2, ...u_N)$.

The probabilities of the erroneous acceptance of hypothesis H_l provided H_s is true are the following

$$\alpha_{l|s}(\phi^N) \stackrel{\triangle}{=} P_s^N \left(U_0 = l\right), \; l, s = \overline{1, S}, \;\; l \neq s.$$

For preliminarily given positive values $E_{1|1}, ..., E_{S-1|S-1}$, we define

$$E^*_{s|s} \stackrel{\triangle}{=} E_{s|s}, \quad s = \overline{1, S-1}, \tag{1}$$

$$E^*_{l|s} \stackrel{\triangle}{=} \inf_{Q: D(Q||P_{l(g)}) \leq E^*_{l|l}} D(Q||P_{s(g)}), \;\; l, s = \overline{1, S}, \;\; s \neq l, \tag{2}$$

$$E^*_{S|S} \stackrel{\triangle}{=} \min_{l \neq S} E^*_{l|s}. \tag{3}$$

Theorem 5.1. *If all distributions $P_s, \; s = \overline{1, S}$, are different and the positive values $E_{1|1}, E_{2|2}, ..., E_{S-1|S-1}$ are such that the following inequalities hold*

$$E_{1|1} < \min_{l=\overline{2,S}} D(P_{l(g)}||P_{1(g)}), \tag{4}$$

$$E_{s|s} < \min \left[\min_{l=\overline{1,s-1}} E^*_{l|s}, \;\; \min_{l=\overline{s+1,S}} D(P_{l(g)}||P_{s(g)}) \right], \quad s = \overline{2, S-1}, \tag{5}$$

then there exists a LAO sequence of tests, all elements of the matrix of reliabilities $\mathbf{E}^* = \{E^*_{l|s}\}$ of which are positive and are defined in (1) – (3) .

When one of the inequalities (4) – (5) is violated, then at least one element of the matrix $\mathbf{E}^*$ is equal to zero.

5.2. Two-stage LAO Distributed Detection for a Pair of Families of PDs

The two-stage test $\Phi^N = (\varphi_1^{N_1}, \varphi_2^{N_2})$ is the system depicted in Figure 2. The first stage is executed by a non-randomized test $\varphi_1^{N_1}(\mathrm{u}_1)$ using message sample u_1. The next stage is a non-randomized test $\varphi_2^{N_2}(\mathrm{u}_2|U')$ based on message sample u_2 and the outcome of the first fusion center U'.

Figure 2: The two-stage multiple hypotheses distributed detection

Theorem 5.2. *If all distributions P_s, $s = \overline{1, S}$, are different and positive values $E'^*_{1|1}$ and $E''_{s|s}$, $s = \overline{1, R-1} \cup s = \overline{R+1, S-1}$, satisfy compatibility conditions of the first and the second stage, then elements of matrix of reliabilities $\mathbf{E}'''(\Phi^*)$, are:*

$$\begin{aligned}
E'''_{l|s}(\Phi^*) =& (1-\psi)E''^*_{l|s}, \quad\; l, \, s \in \mathcal{D}_i, \;\; i = 1, 2, \\
E'''_{l|s}(\Phi^*) =& \psi E^I_{j|s} + (1-\psi)E''^*_{l|s}, \quad\; s \in \mathcal{D}_i, \;\; l \in \mathcal{D}_j, \;\; i, j = 1, 2, \;\; i \neq j, \\
E'''_{s|s}(\Phi^*) =& \min_{l \neq s} E'''_{l|s}(\Phi^*), \quad\; s \in \mathcal{D}_i, \; i = 1, 2.
\end{aligned}$$

When one of compatibility conditions is violated, then at least one element of $\mathbf{E}'''(\Phi^*)$ *is equal to zero.*

5.3. Two-stage LAO Distributed Detection for Many Families of PDs

The two-stage test $\Phi^{*N} = (\varphi_1^{*N_1}, \varphi_2^{*N_2})$ is the system depicted in Figure 3. The first stage is executed by a non-randomized test $\varphi_1^{*N_1}(\mathbf{u}_1)$ using the first message sample $\mathbf{u}_1$. The next stage of test is a non-randomized test $\varphi_2^{*N_2}(\mathbf{u}_2|U')$ based on another message sample $\mathbf{u}_2$ and the outcome of the first fusion center U'.

Figure 3: The two-stage distributed detection for many families of PDs

In Chapter 6 the exploration of two-stage LAO detection of distribution for a discrete arbitrarily varying object is investigated.

Suppose $\mathcal{G}$ be the alphabet of states of the object. The state $g \in \mathcal{G}$ of the object changes independently each moment of time n. S possible conditional PDs of X are given. Let $\mathcal{P}(g)$ be a set of conditional PDs as

$$\mathcal{P}(g) = \{P_1(x|g), P_2(x|g), ..., P_S(x|g)\},\ x \in \mathcal{X},\ g \in \mathcal{G},$$

which are divided to two disjoint families of PDs as follows:

$$\mathcal{P}_1(g) = \{P_1(x|g), P_2(x|g), ..., P_R(x|g)\},\ x \in \mathcal{X},\ g \in \mathcal{G},$$

$$\mathcal{P}_2(g) = \{P_{R+1}(x|g), P_{R+2}(x|g), ..., P_S(x|g)\},\ x \in \mathcal{X},\ g \in \mathcal{G},$$

but it is not known which of these alternative hypotheses $H_s : P(x|g) = P_s(x|g), s = \overline{1, S}$, is in reality and it must be detected.

The two-stage detection on the base of N-sample is denoted by $\Phi^N = (\varphi_1^{N_1}, \varphi_2^{N_2})$. The first stage is using the first detector $\varphi_1^{N_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{g}_1)$ based on the joint sample $(\mathbf{x}_1, \mathbf{g}_1)$. The next stage is applying the final detector $\varphi_2^{N_2}(\mathbf{x}_2, \mathbf{g}_2|\varphi_1^{N_1} = i)$ based on joint sample $(\mathbf{x}_2, \mathbf{g}_2)$ and the outcome of $\varphi_1^{N_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{g}_1)$. In Figure 4 the two-stage detection with arbitrarily varying object is depicted.

Figure 4: The two-stage detection with arbitrarily varying object

6.1. The First Stage of Detection for Arbitrarily Varying Object

The first stage of decision making is denoted by a test $\varphi_1^{N_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{g}_1)$. For construction of LAO test φ_1^* for preliminarily given positive value $E'^*_{1|1}$, the following subsets of distributions are defined:

$$\mathcal{A}_1^{*N_1}(\mathbf{x}_1|\mathbf{g}_1) = \bigcup_{Q_{\mathbf{x}_1|\mathbf{g}_1} : \min\limits_{s \in \mathcal{D}_1} \mathrm{D}(Q_{\mathbf{x}_1|\mathbf{g}_1}||P_s|\pi_{\mathbf{g}_1}) \leq E'^*_{1|1}} \mathcal{T}^{N_1}_{\pi_{\mathbf{g}_1}, Q_{\mathbf{x}_1|\mathbf{g}_1}}(X|\mathbf{g}_1),$$

and $\mathcal{A}_2^{*N_1}(\mathbf{x}_1|\mathbf{g}_1) = \mathcal{X}^{N_1} \setminus \mathcal{A}_1^{*N_1}(\mathbf{x}_1|\mathbf{g}_1)$.

Theorem 6.1. *If the positive value* $E'^*_{1|1}$, *is such that* $E'^*_{1|1} < \min\limits_{l \in \mathcal{D}_2,\ s \in \mathcal{D}_1} D(P_l||P_s)$, *then* *there exists a LAO sequence of tests φ_1^* such that another reliability $E_{2|2}^{'*}$ is positive and is defined by*

$$E_{2|2}^{'*} = \min_{\pi\in\mathcal{P}(\mathcal{G})} \min_{s\in\mathcal{D}_2} \inf_{Q:\min\limits_{l\in\mathcal{D}_1} \mathrm{D}(Q||P_l|\pi)\leq E_{1|1}^{'*}} D(Q||P_s|\pi).$$

6.2. The Second Stage of Detection for Arbitrarily Varying Object

The test $\varphi_2^{*N_2}(\mathbf{x}_2, \mathbf{g}_2|\varphi_1^{*N_1} = i)$ can be defined by partitioning the sample space $\mathcal{X}^{N_2}$ to R (or $S-R$) distinct subsets. If the i-th family of PDs is accepted, then

$$\mathcal{B}_s^{*N_2}(\mathbf{x}_2|\mathbf{g}_2, \varphi_1^{*N_1} = i) \stackrel{\triangle}{=} \{\mathbf{x}_2 : \varphi_2^{*N_2}(\mathbf{x}_2, \mathbf{g}_2|\varphi_1^{*N_1} = i) = s\}, \;\; s\in\mathcal{D}_i, \;\; i=\overline{1,2}.$$

6.3. Reliabilities of Two-stage Detection for Arbitrarily Varying Object

In the two-stage decision making, the test Φ^{*N} can be defined by partitioning of the sample space $\mathcal{X}^N$ to S separate subsets as follows

$$\mathcal{C}_s^{*N} \stackrel{\triangle}{=} \mathcal{A}_i^{*N_1}\times\mathcal{B}_s^{*N_2}, \;\; s\in\mathcal{D}_i, \;\; i=1,2.$$

Theorem 6.2. *If all compatibility conditions of the first and the second stage are satisfied, then elements of matrix of reliabilities $\mathbf{E}'''(\Phi^*)$ of the two-stage test Φ^* are defined as follows*

$$E_{l|s}'''(\Phi^*) = (1-\psi)E_{l|s}''^*, \;\; l,\, s\in\mathcal{D}_i, \;\; i=1,2$$

$$E_{l|s}'''(\Phi^*) = \psi E_{j|s}^I + (1-\psi)E_{l|s}''^*, \;\; s\in\mathcal{D}_i, \;\; l\in\mathcal{D}_j, \;\; i,j=1,2, \;\; i\neq j,$$

$$E_{s|s}'''(\Phi^*) = \min_{l\neq s} E_{l|s}'''(\Phi_2^*), \;\; s\in\mathcal{D}_i, \;\; i=1,2.$$

When one of compatibility conditions is violated, then at least one element of $\mathbf{E}'''(\Phi^*)$ is equal to zero.

The goal of this Chapter was to express the optimal functional relations for all parts of reliabilities of LAO detection by two stages.

In Chapter 7 the problems for two-stage multiple hypotheses LAO test with possibility of decision rejection are solved.

Suppose there are S different PDs $P_s, \; s=\overline{1,S}$. For detecting actual PD between S PDs, the test ϕ^N, can be defined by partitioning the sample space $\mathcal{X}^N$ to $S+1$ disjoint subsets $\mathcal{C}_s^N, \;\; s=\overline{1,S+1}$. The set $\mathcal{C}_s^N, \;\; s=\overline{1,S}$ consists of all samples x for which s-th PD is adopted, and $\mathcal{C}_{S+1}^N$ includes all vectors for which the statistician refuses to take certain answer. The statistician must detect one among S hypotheses, or he can withdraw from any judgment.

We denote the two-stage test on the base of N-sample by $\Phi_1^N = (\varphi_1^N, \varphi_2^N)$. The first stage of decision making consists in using sample x is the test $\varphi_1^N(\mathrm{x})$. At first stage one family of PDs is detected or decision is rejected.

If the first family of PDs is accepted, then at the second stage, we consider test $\varphi_2^{*N}(\mathrm{x}|\varphi_1^* = 1)$ which can be defined by partitioning the sample space $\mathcal{A}_1^{*N}$ to $R+1$ distinct subsets $\mathcal{B}_s^{*N}, \ \ s = \overline{1, R+1}$. The set $\mathcal{B}_s^{*N}, \ s = \overline{1, R}$, consists of all vectors x for which s-th PD is adopted and $\mathcal{B}_{R+1}^{*N}$ is all vectors x for rejecting of first family of PDs.

In two-stage LAO decision making, $\Phi_1^{*N} = (\varphi_1^{*N}, \varphi_2^{*N})$ can be assigned by partitioning the sample space $\mathcal{X}^N$ to $S+1$ disjoint subsets as follows

$$\mathcal{C}_s^{*N} \stackrel{\triangle}{=} \mathcal{A}_i^{*N} \cap \mathcal{B}_s^{*N}, \ \ s \in \mathcal{D}_i, \ \ i = 1, 2,$$

$$\mathcal{C}_{S+1}^{*N} \stackrel{\triangle}{=} (\mathcal{A}_1^{*N} \cap \mathcal{B}_{R+1}^{*N}) \cup (\mathcal{A}_2^{*N} \cap \mathcal{B}_{S+1}^{*N}).$$

We proved that the number of operations of the two-stage LAO test with possibility of decision rejection is less than this of one-stage LAO test . This was observed also during experimental calculations of an example in this Chapter.

MAIN RESULTS OF THE THESIS

In dissertation, two-stage testing and detecting of statistical hypotheses concerning objects characterized by probabilities distributions grouped in two or more families, are studied by using methods of probability theory and information theory. Solved problems are particular cases in the generalizations of classical hypotheses testing and distributed detection and in relatively recent studies of statistical LAO tests. The task is construction of efficient tests that attain optimal reliabilities.

In this thesis the models characterized by $K \geq 2$ families of PDs consisting of $S \geq 2$ hypothetical distributions are investigated. The matrix of reliabilities of LAO hypothesis testing by a pair of stages is investigated and compared with the analogous matrix of reliabilities of one-stage testing. Advantages of the two-stage LAO testing are revealed.

The reliabilities of a parallel distributed detection system are investigated as the number of sensors tends to infinity. It is assumed that the sensors transmit results of measures to the fusion center for detecting in the pair of stages the distribution of studied object. In the work, conditions of optimal solutions and characteristics of LAO test are indicated.

The matrix of optimal interdependences of all pairs of reliabilities are studied for an arbitrarily varying object with the current states sequence known to the statistician. It is shown that the number of operations of the two-stage detection for an arbitrarily varying object is less than that of one-stage detection.

An analogical investigation is dedicated to two-stage identification of distribution with a possibility of decision rejection. So the following main results are obtained in Thesis:

- For the models characterized by two families of PDs, multiple hypotheses two-stage LAO testing is constructed. In particular case optimal interdependencies of pairs of reliabilities are calculated and graphically presented [1, 5, 7].

- The matrix of reliabilities for the model of the multiple hypotheses two-stage LAO testing for many distinct families of PDs are studied and compared with the one-stage case [3].
- Many hypotheses parallel distributed detection system with the pair or many families of PDs is investigated and graphically presented. The compatibility conditions of LAO detection for every case are presented [4, 6].
- Multiple hypotheses two-stage LAO detection for an arbitrarily varying object is studied and the optimal relations of all possible pairs of the reliabilities are found [8].
- The case of many hypotheses LAO testing with possibility of rejection of decision for a pair of families of PDs is studied. The matrix of optimal asymptotic interdependencies of all pairs of the error probabilities exponents is found [2].

Publications of Author

[1] Hormozi-nejad F., Haroutunian E.A. and Hakobyan P.M. "On LAO testing of multiple hypotheses for the pair of families of distributions". *Proceedings of the Conference "Computer Science and Information Technologies"*, Yerevan, Armenia, pp. 135-138, 2011.

[2] Hormozi-nejad F. "Many hypotheses testing with possibility of rejection of decision for the pair of families of probability distributions". *Proceedings of 12th Islamic Countries Conference on Statistical Sciences*, Doha, Qatar, Vol. 23, pp. 353-366, 2012.

[3] Hormozi-nejad F. and Haroutunian E.A. "On two-stage LAO multi-hypotheses testing for many distinct families of probability distributions". *Proceedings of 12th Islamic Countries Conference on Statistical Sciences*, Doha, Qatar, Vol. 23, pp. 317-330, 2012.

[4] Hormozi-nejad F. and Haroutunian E.A. "Many hypotheses parallel distributed detection of the Pair of families of probability distributions". *Transactions of IIAP of NAS of RA, Mathematical Problems of Computer Science*, Vol. 38, pp. 61-65, 2012.

[5] Haroutunian E.A., Hakobyan P.M. and Hormozi-nejad F. "On two-stage logarithmically asymptotically optimal testing of multiple hypotheses concerning distributions from the pair of families". *Transactions of IIAP of NAS of RA, Mathematical Problems of Computer Science*, Vol. 37, pp. 34-42, 2012.

[6] Hormozi-nejad F. " Two-stage multiple hypotheses LAO test of distributed detection system for many families of distributions ". *Journal of Applied Sciences*, Vol. 13, No. 2, pp. 201-206, 2013.

[7] Haroutunian E.A., Hakobyan P.M. and Hormozi-nejad F. " On two-stage LAO testing of multiple hypotheses for the pair of families of distributions ". *Journal of Statistics and Econometrics Methods*, Vol. 2, No. 2, pp. 127-156, 2013.

[8] Hormozi-nejad F. " Two-stage LAO detection of distribution for arbitrarily varying object with the pair of families of distributions ". *General Mathematics Notes*, Vol. 16, No. 1, pp. 1-11, 2013.

Ֆարշին Հորմոզի նեժադ

Բաշխումների մի քանի ընտանիքներով բնութագրվող մոդելների վերաբերյալ վարկածների երկփուլ հուսալի դետեկտման հետազոտում

Ատենախոսությունում դիտարկվում է բազմակի վիճակագրական վարկածների երկփուլ տեստավորումը այն օբյեկտների վերաբերյալ, որոնց վարկածային հավանականությունների բաշխումները խմբավորված են երկու, կամ ավելի ընտանիքներում:

Լուծված խնդիրները ընդհանրացումներ են դասական վարկածների ստուգման և տարաբաշխված դետեկտման խնդիրների և շարունակություն են համեմատաբար վերջին տարիների վիճակագրական ԼԱՕ (լոգարիթմորեն ասիմպտոտորեն օպտիմալ) տեստերի ուսումնասիրության: Նպատակն է այնպիսի տեստերի կառուցումը, որոնք ապահովում են սխալի հավանականության ցուցչային նվազումը օպտիմալ ցուցիչներով, որոնք կոչվում են հուսալիություններ: Պետք է նշվի, թե որ պայմանների դեպքում արդյունավետ որոշումներ գոյություն ունեն կարճագույն գործընթացների միջոցով:

Ատենախոսությունում ուսումնասիրվում են մոդելներ, որոնք բնութագրվում են $K \geq 2$ հավանականային բաշխումների ընտանիքներով ընդհանուր առմամբ կազմված $S \geq 2$ վարկածային բաշխումներից: Օգտագործելով հավանականության տեսության և ինֆորմացիայի տեսության մեթոդները՝ կառուցվում է երկփուլ վարկածների օպտիմալ նույնականացման գործընթացների երկու տարբերակ: Առաջին փուլում փորձնական տվյալների վեկտորի – նմուշի հիման վրա որոշվում է, որ ընտանիքին է պատկանում իրական բաշխումը, իսկ երկրորդ փուլում գտնվում է որոնելի բաշխումը այդ ընտանիքից: Վարկածների ԼԱՕ երկփուլ ստուգման հուսալիությունների մատրիցը ուսումնասիրվում է և համեմատվում է մեկ փուլով ստուգման նման մատրիցի հետ: Նշվում են երկփուլ ԼԱՕ տեստավորման առավելությունները:

Ուսումնասիրվել են զուգահեռ տարաբաշխված ԼԱՕ դետեկտման համակարգի հուսալիությունները, երբ զգայական սարքերի (sensors) քանակը ձգտում է անվերջության: Ենթադրվում է, որ զգայական սարքերը չափումների արդյունքները ուղղարկում են միավորման կենտրոն, որտեղ որոշվում է ուսումնասիրվող օբյեկտի բաշխումը: Որոշման գործընթացը երկփուլ է, աշխատանքում նշվել են դրա օպտիմալ իրականացման հնարավորության համատեղության պայմանները և ԼԱՕ տեստավորման բնութագրիչները:

Կամայականորեն փոփոխվող օբյեկտի նկատմամբ, որի ընթացիկ վիճակների հաջորդականությունը հայտնի է, ուսումնասիրվել են հուսալիությունների զույգերի օպտիմալ փոխկախկապվածությունները: Ցույց է տրված, որ երկփուլ դետեկտման գործողությունների քանակը կամայականորեն փոփոխվող օբյեկտի դեպքում ավելի քիչ է, քան միափուլ դետեկտման գործընթացում:

Նմանատիպ հետազոտության է նվիրված բաշխման նույնականացման գործընթացին, երբ ընձեռնվում է հնարավորություն հրաժարվել որոշում ընդունելուց:

Ատենախոսությունում ստացված են հետևյալ հիմնական արդյունքները:

- Մշակվել է բաշխումների երկու ընտանիքներով բնութագրվող մոդելների նկատմամբ բազմակի վարկածների երկփուլ ԼԱՕ տեստավորումը: Մասնավոր օրինակում հուսալիությունների զույգերի փոխկապվածությունները հաշվարկվել են և ներկայացվել են գծապատկերներով [1, 5, 7]:
- Բազմակի վարկածների երկփուլ ԼԱՕ տեստավորման հուսալիությունների մատրիցը բաշխումների բազմակի ընտանիքներով մոդելի դեպքում ուսումնասիրվել է և համեմատվել է միափուլ դեպքի հետ [3]:
- Հետազոտվել և գծապատկերով ներկայացվել է զուգահեռ տարաբաշխված դետեկտման համակարգը, բնութագրվող երկու և ավելի բաշխումների ընտանիքներով: Բոլոր դեպքերում ներկայացվել են ԼԱՕ դետեկտման համատեղության պայմանները [4, 6]:
- Պատահականորեն փոփոխվող մոդելի նկատմամբ բազմակի վարկածների ԼԱՕ դետեկտման երկփուլ գործնթացը հետազոտվել է և բոլոր հնարավոր հուսալիությունների զույգերի կախվածությունները գտնվել են [8]:
- Ուսումնասիրվել է որոշում չընդունելու հնարավորությամբ բազմակի վարկածների ԼԱՕ ստուգումը հավանականային բաշխումների երկու ընտանիքով բնութագրվող մոդելի դեպքում: Հետազոտվել է սխալների հավանականությունների ցուցիչների բոլոր հնարավոր զույգերի օպտիմալ կախվածությունների մատրիցը [2]:

Ատենախոսությունում ներկայացված արդյունքները հրապարակված են 8 հրապարակներում և զեկուցվել են 3 միջազգային գիտաժողովներում:

Фаршин Хормози нежад

Исследование двухэтапного надежного детектирования гипотез относительно моделей, характеризуемых несколькими семействами распределений.

В диссертации рассматривается двухэтапное тестирование и детектирование статистических гипотез относительно оби́ектов, характеризуемых распределениями вероятностей, группируемыми в два или более семейства.

Решенные задачи являются обобщениями классических задач проверки многих гипотез, продолжением исследований в относительно последние годы ЛАО (логарифмически ассимптотически оптимальных) тестов. Целью является построение таких тестов, которые обеспечивают экспоненциальное убывание вероятностей ошибок с оптимальными показателями, которые называются надежностями. Необходимо указывать, при каких условиях существуют эффективные выводы, реализумые наиболее кароткими процедурами.

В диссертации исследуются модели, которые характеризуются $K \geq 2$ семействами вероятностных распределений, в целом состоящими из $S \geq 2$ гипотетических распределений. Используя методы теории вероятностей и теории информации строятся два двухэтапных варианта процедуры оптимальной идентификации гипотез. На первом этапе на основе вектора опытных данных – выборки, определяется к которому семейству принадлежит действительное распределение, а на втором этапе в этом семействе находится искомое распределение. Матрица надежности двухэтапного ЛАО тестирования гипотез исследуется и сравнивается с аналогичной матрицей надежностей одноэтапной проверки. Указываются процедурные преимущества двухэтапного ЛАО тестирования.

Изучены надежности системы ЛАО параллельного распределенного детектерования, когда число сенсоров стремится к бесконечности. Предполагается, что сенсоры производят измерения, посылаемые на оби́единительный (fusion) центр, где принимается решение относительно распределения изучаемого оби́екта. Процедура решения двухэтапная, в работе указаны условия оптимального принятия решения и характеристики ЛАО теста.

В случае произвольно меняющегося обйекта, последовательность текущих состояний которого известна, изучены оптимальные взаимозависимости пар надежностей. Показано, что количество операций двухэтапного детектирования в случае произвольно изменяющегося обйекта также меньше, чем при одноэтапном детектеровании.

Аналогичное исследование посвящено двухэтапной идентификации распределения при возможности отказываться от принятия решения.

Таким образом, в диссертации получены следующие основные результаты.

- Разработано двухэтапное ЛАО тестирование многих гипотез относительно моделей, характеризуемых двумя семействами распределений. Для частного случая взаимозависимости пар надежностей рассчитаны и представлены графиками [1, 5, 7].
- Матрица надежностей двухэтапного ЛАО тестирования многих гипотез относительно моделей со многими семействами распределений изучена и сравнена с одноэтапным случаем [3].
- Исследована и представлена графически система параллельного распределенного детектирования, характеризуемая двумя, или более семействами распределений. Для всех случаев представлены условия совместимости двухэтапного ЛАО детектирования [4, 6].
- Двухэтапное ЛАО детектирование изучено в случае произвольно меняющейся модели, найдены оптимальные взаимозависимости всех возможных пар надежностей [8].
- Изучена ЛАО проверка многих вероятностных распределений в случае модели, характеризуемой двумя семействами распределений при возможности отказа от принятия решений. Исследована матрица оптимальных зависимостей всех возможных пар показателей вероятностей ошибок [2].

Результаты, представленные в диссертации опубликованы в 8 публикациях и докладывались на 3-х международных конференциях.

F. Hormozi

Ծավալը - 1 տ.մ. Տպաքանակը - 100 օրինակ

Տպագրված է ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ կոմպյուտերային

պոլիգրաֆիայի լաբորատորիայում