

РОССИЙСКО-АРМЯНСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Котанджян Тигран Виликович

**ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКИ С
ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА**

Специальность: 01.04.10 – Физика полупроводников

**Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук**

**Научный руководитель:
Академик НАН РА,
д. ф.-м. н., проф.
Казарян Э.М.**

ЕРЕВАН – 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
Г Л А В А I.....	15
ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР	15
Г Л А В А II.....	25
ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА	25
§ 2.1 Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ: Режим сильного РК.....	28
§ 2.2 Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ: Режим слабого РК	33
§ 2.3 Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ: Режим промежуточного РК	35
§ 2.4 Сравнение электронных состояний в цилиндрической КТ для различных моделей ограничивающего потенциала	39
Г Л А В А III.....	46
ПРИМЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ И ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ НА ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА.....	46
§3.1 Примесные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ	48
§3.2. Влияние гидростатического давления и температуры на электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ.....	52
§3.3. Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего магнитного и электрического полей.	57
Г Л А В А IV.....	64
МЕЖЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА.....	64

§4.1 Прямое межзонное поглощение света в ансамбле цилиндрических КТ с ОПМ	67
§4.2 Прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего гидростатического давления.....	74
§4.3 Прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего магнитного и электрического полей	78
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	82
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ В ДИССЕРТАЦИИ СОКРАЩЕНИЙ	85
ЛИТЕРАТУРА.....	86

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы все более сильными темпами растет интенсивность исследований различных наноматериалов и наноструктур. Современные полупроводниковые технологии позволяют создавать квантовые наноструктуры, которые обладают интересными физическими свойствами. Особенно интересными структурами являются квантовые точки (КТ) [1,2]. Движение частиц, находящихся в данной системе, квантовано во всех трех направлениях. В этом и заключается уникальность КТ. Все квантовые наноструктуры выращиваются в различных диэлектрических матрицах. Важным свойством КТ является возможность управления их энергетическим спектром в процессе роста конкретного образца. Достижения современных полупроводниковых технологий предоставляют широкие возможности для выращивания КТ различных геометрических форм и размеров. На сегодняшний день стало реальным получение пирамидальных [3-7], сферических [8-22], цилиндрических [23-36], параболических [37-42], эллипсоидальных [43-45] и других [1, 46-50] КТ.

Во время роста полупроводниковой КТ из-за диффузии на границе раздела КТ и матрицы возникает ограничивающий потенциал, вид которого во многих случаях зависит от метода роста КТ.

При описании физических процессов в полупроводниковых КТ важную роль играет правильное математическое моделирование ограничивающего потенциала КТ, который характеризует взаимодействие носителей заряда (НЗ) со стенками КТ, т.е. моделируя его, мы учитываем в КТ эффект размерного квантования (РК). Благодаря эффекту РК физическими свойствами КТ можно управлять, создавая тем самым приборы с наперед заданными характеристиками [1, 2]. Управление физическими свойствами КТ является привлекательным не только с фундаментальной точки зрения науки, но также из-за его

возможного применения в развитии полупроводниковой оптоэлектроники. Исследование оптического спектра поглощения полупроводниковых структур является мощным инструментом для определения многих характеристик этих систем: значения запрещенных зон, эффективных масс электронов и дырок, их подвижности, диэлектрической постоянной и т.д.

В процессе роста КТ симметрия и профиль этого потенциала формируются с одной стороны геометрией образца, а с другой – компонентным составом КТ и окружающей среды [51]. При этом влияние на форму ограничивающего потенциала, кроме диффузии [52] могут оказывать также эффекты деформации [53]. Если же на КТ накладывается внешнее поле, например электрическое, то в результате возникает эффективный потенциал ограничения, являющийся следствием как РК, так и квантования, обусловленного внешним полем [54-57]. Ограничивающий потенциал, возникший во время роста полупроводниковой КТ, очень часто с большой точностью аппроксимируется потенциалом, имеющим прямоугольный или же параболический профили. Однако, ясно, что бесконечный прямоугольный и параболический ограничивающие потенциалы (ПП) являются хорошей аппроксимацией лишь для нижних уровней энергии в КТ. Очевидно, что с ростом квантового числа ход ограничивающего потенциала расходится от параболического. Вместе с тем, с увеличением энергии частицы она все сильнее ощущает границу перехода КТ – окружающая среда, в связи с чем, возникает необходимость учета конечности высоты ограничивающего потенциала, с одной стороны, и непараболичность профиля ограничивающего потенциала - с другой. Указанные сложности могут быть устранены путем введения более сложных и многопараметрических потенциалов, какими являются потенциалы Вуда-Саксона, Пешля-Теллера, Морса и т.д. [46, 58-60].

В данной диссертации исследована цилиндрическая КТ, ограничивающий потенциал которой в радиальном направлении является параболическим, а в аксиальном направлении рассматривается ограничивающий потенциал Морса (ОПМ), так же рассмотрено сравнение последнего с модифицированным потенциалом Пешля-Теллера

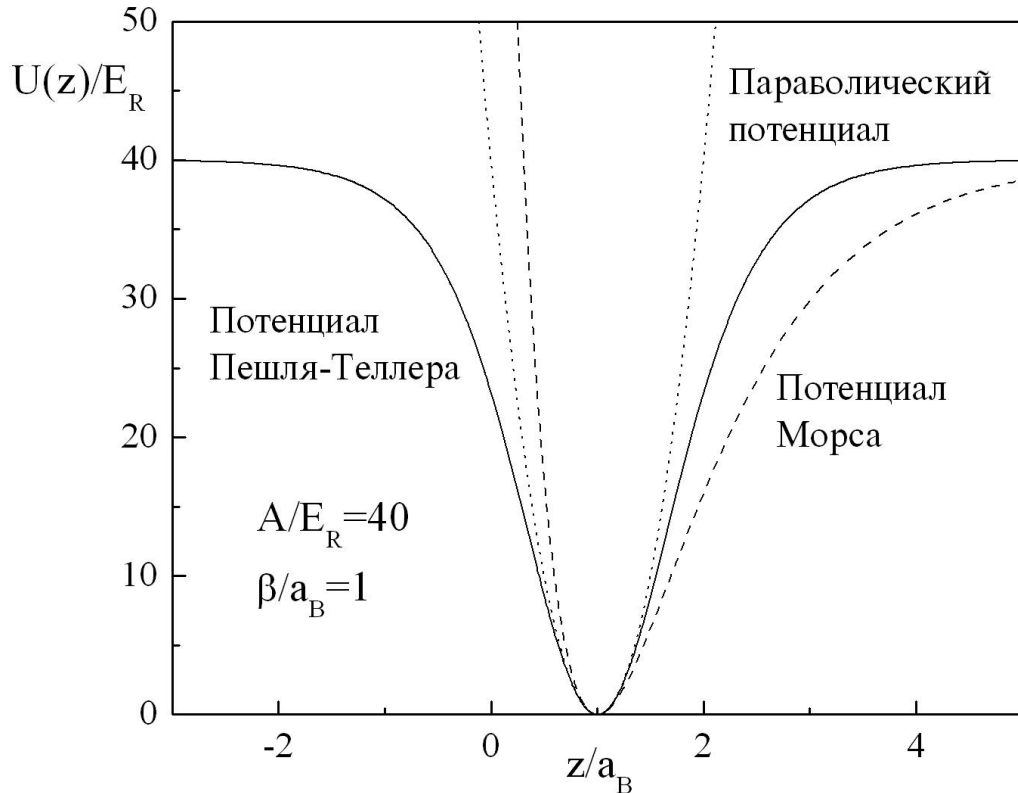


Рис.В.1. Сравнительные виды ОПМ, МППТ и ПП для ямы из *GaAs*, когда $z_0 = 0$ ($B=1$).

(МППТ) (см. рис. В.1). Отметим, что при разложении обоих потенциалов в ряд, получается один и тот же ПП. На рис. В.1 приведен вид ОПМ, а также для сравнения даны виды МППТ и ПП.

В величинах имеющих размерность, формула для ОПМ имеет следующий вид:

$$\tilde{U}(\tilde{z}_i) = \tilde{A}_i + \tilde{A}_i \left(e^{-2\frac{\tilde{z}_i - \tilde{z}_0}{\tilde{\beta}_i}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}_i - \tilde{z}_0}{\tilde{\beta}_i}} \right), \quad i = (e, h) \quad (1.1)$$

где $\tilde{\beta}_i$ и \tilde{A}_i - это ширина и глубина ОПМ, z_0 - координата точки минимума ОПМ относительно начала координат *OZ*.

В безразмерных величинах ОПМ принимает следующий вид:

$$U(z_i) = A_i + A_i B_i \left(e^{-\frac{2z}{\beta_i} B_i} - 2e^{-\frac{z}{\beta_i}} \right) \quad (1.2)$$

Здесь приведены обозначения $z = \frac{\tilde{z}_i}{a_B^i}$, $A_i = \frac{\tilde{A}_i}{E_R^i}$, $\beta_i = \frac{\tilde{\beta}_i}{a_B^i}$, $B_i = e^{\frac{z_0}{\beta_i}}$, $z_0 = \frac{\tilde{z}_0}{a_B^i}$,

$$\gamma_i = \frac{m_i^* \omega_i (a_B^i)^2}{\hbar}, \quad E_R^i = \frac{\hbar^2}{2m_i^* (a_B^i)^2} - \text{эффективная энергия Ридберга, } a_B^i = \frac{\kappa \hbar^2}{m_i^* e^2}$$

– эффективный боровский радиус электрона и дырки.

Вид потенциальной энергии электрона в зависимости от ширины и глубины ОПМ приведен на рис. В.2 и на рис. В.3. В свою очередь, нужно отметить, что манипулирование параметрами ограничивающего потенциала в процессе их роста может быть достигнуто для всех трех режимов РК: сильного, промежуточного и слабого.

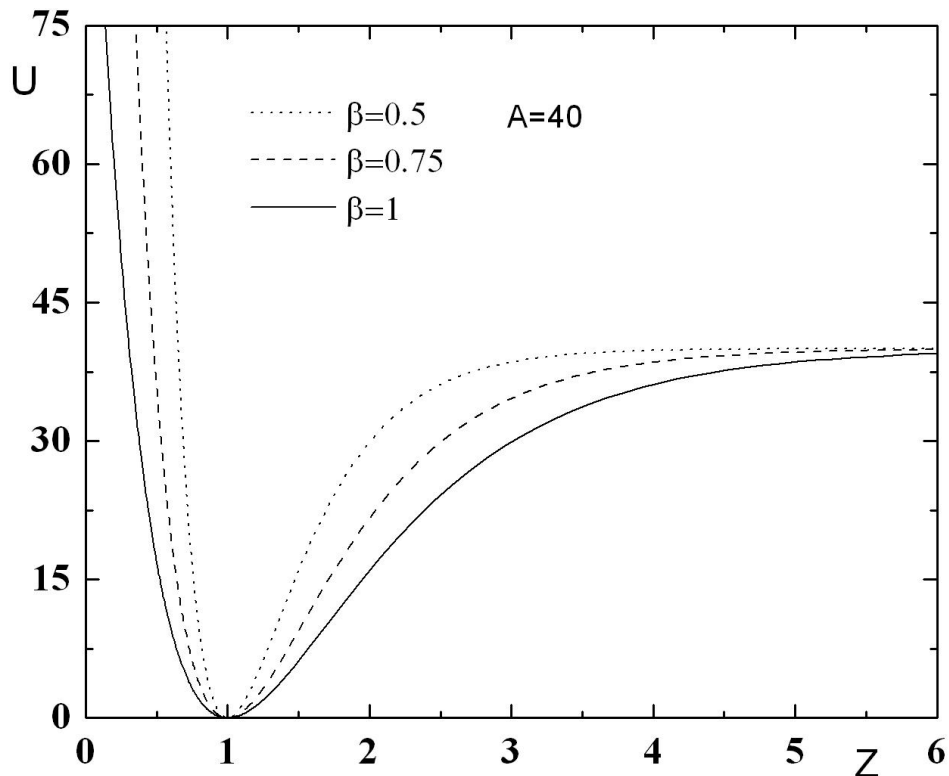


Рис. В. 2. Вид ОПМ для различных значений ширины потенциальной ямы при фиксированных значениях глубины, когда $z_0 = 0$ ($B = 1$).

Отметим также, что все численные расчеты в диссертации проводились для цилиндрической КТ из *GaAs* со следующими материальными параметрами: $m_e^* = 0.067m_e$, $m_h^* = 0.45m_e$, $\kappa = 13.8$, $E_R = 5.275$ мэВ, $E_g = 1.43$ эВ, $a_e = 104 \text{ \AA}$ и $a_h = 15 \text{ \AA}$.

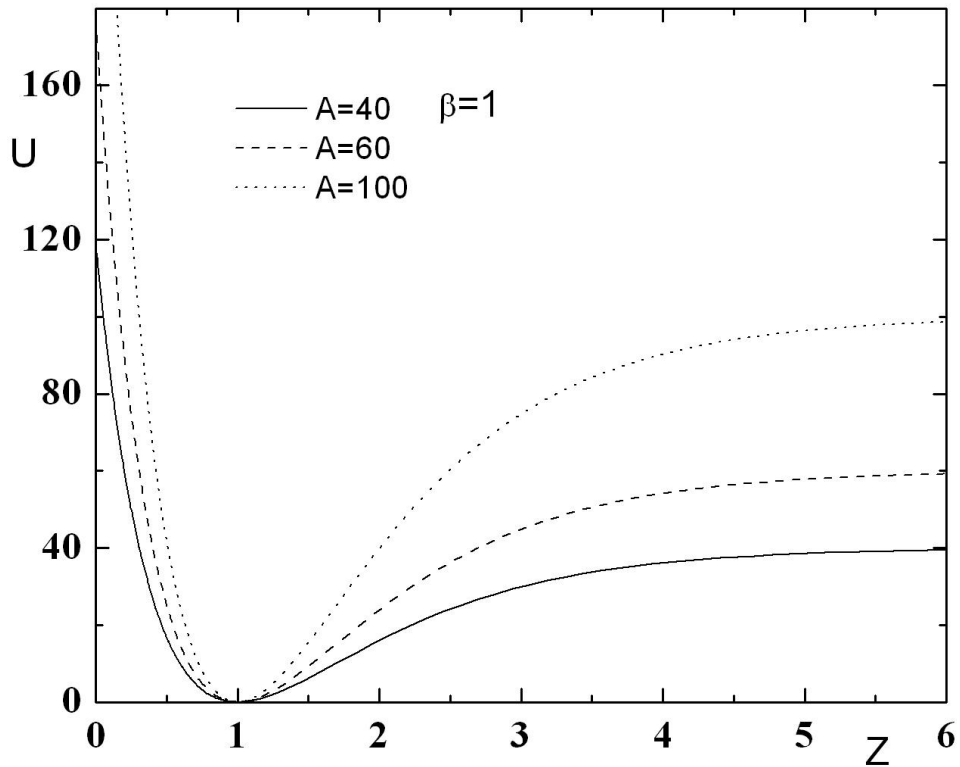


Рис. В. 3. Вид ОПМ для различных значений глубины потенциальной ямы при фиксированных значениях глубины, когда $z_0 = 0$ ($B=1$).

Цель работы. Целью данной диссертационной работы является теоретическое исследование электронных и примесных состояний, а также оптических свойств цилиндрических квантовых точек с ОПМ.

Для достижения этой цели в диссертации поставлены и решены следующие задачи:

1. Для трех режимов РК теоретически изучены прямые межзонные переходы в цилиндрических КТ с ОПМ.
2. Исследованы примесные состояния в цилиндрических КТ с ОПМ.

3. Теоретически рассмотрены электронные состояния и межзонные переходы в цилиндрических КТ с ОПМ при наличии гидростатического давления и температурного эффекта.
4. Теоретически изучены электронные состояния и межзонные переходы в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего магнитного и электрического полей.

Вкратце опишем содержание основных глав диссертации.

В первой главе диссертации сделан обзор работ, посвящённых исследованию электронных и примесных состояний, а также межзонного и внутризонного оптического поглощения в квантовых наноструктурах. Анализируются работы, посвященные изучению влияния различных воздействий, таких, как внешнее гидростатическое давление, электрические и магнитные поля на физические свойства наноструктур. Особое внимание уделено физическим процессам имеющим место в полупроводниковых КТ цилиндрической формы с различными ограничивающими потенциалами. Обсуждаются математические модели ограничивающих потенциалов РК систем.

Вторая глава посвящена исследованию электронных и дырочных состояний в цилиндрической КТ с ОПМ. В первых трех параграфах исследованы электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ в случае трех режимов РК. В промежуточном режиме РК для нахождения энергии частицы (электрона, дырки) расчеты были сделаны при помощи численных методов. Для слабого режима РК получена зависимость энергии экситона от геометрических параметров цилиндрической КТ. Также получены аналитические выражения для волновых функций (ВФ). В четвертом параграфе представлены сравнения электронных состояний в цилиндрической КТ для различных моделей ограничивающего потенциала, в частности рассмотрены модель ОПМ и МППТ. Приведены

сравнения основных электронных состояний и плотности вероятностей электрона в цилиндрической КТ с разными моделями ограничивающих потенциалов в аксиальном направлении.

В третьей главе рассмотрены электронные и примесные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ в аксиальном направлении и ПП в радиальном направлении, при наличии различных внешних воздействий. В первом параграфе исследовано движения электрона в цилиндрической КТ при наличии примесного центра в режиме сильного РК. Получены зависимости энергии примеси и энергии связи электрона от параметров ОПМ. Во втором параграфе изучено влияние гидростатического давления и температуры на электронные и дырочные состояния в цилиндрической КТ, которая в аксиальном и радиальном направлениях ограничена, соответственно, ОПМ и ПП. Получены зависимости энергетического спектра частицы от величины гидростатического давления и температуры. В третьем параграфе исследовано влияние магнитного и электрического полей на электронные состояния НЗ в цилиндрической КТ с ОПМ. Получены аналитические выражения для ВФ частицы. Изучены зависимости энергии НЗ от величины магнитного и электрического полей, а также от геометрических параметров КТ.

Четвертая глава посвящена исследованию прямого межзонного поглощения света в цилиндрических КТ. В первом параграфе рассмотрено прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ОПМ в режиме сильного РК. Получены правила отбора для квантовых переходов. Выявлена зависимость края поглощения от глубины и ширины ограничивающего потенциала. Учтена геометрическая дисперсия высоты и радиуса цилиндрического КТ в рамках функций распределения Гаусса и Лифшица-Слезова. Во втором параграфе рассмотрено прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего гидростатического давления. Выявлена зависимость края

поглощения от внешнего гидростатического давления для различных значений параметров аксиального ОПМ, а также получена зависимость края поглощения от глубины и ширины ОПМ при различных значениях внешнего давления. Третий параграф посвящен исследованию прямого межзонного поглощения света в цилиндрической КТ, находящегося во внешнем электрическом и магнитном полях. Получены зависимости края поглощения от параметров КТ для различных значений магнитного поля, а также зависимости края поглощения от величин внешнего магнитного и электрического полей.

Научная новизна

1. В рамках приближения эффективной массы и для различных режимов РК рассмотрены электронные и дырочные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ.
2. Получены аналитические выражения для энергетических уровней и ВФ электрона в цилиндрической КТ с ОПМ, при наличии внешнего магнитного поля.
3. На основе вариационного метода выявлены зависимости полной энергии и энергии связи примеси от параметров ОПМ в цилиндрической КТ.
4. При разных температурах определены зависимости пороговых частот межзонного поглощения от величины гидростатического давления в цилиндрической КТ с ОПМ.
5. Изучено влияние дисперсии по размерам КТ на характер поглощения в ансамбле из цилиндрических КТ с ОПМ, в рамках законов дисперсии Гаусса и Лифшица-Слезова.

На основе обобщения результатов работы можно сформулировать следующие основные научные положения, выносимые на защиту:

1. Одноэлектронный спектр в КТ с ОПМ в случае нижних уровней с большой точностью совпадает с уровнями в случае ПП. С ростом квантового числа различие в спектрах с ОПМ и ПП становится более существенным. При этом для ОПМ существуют пороговые значения ширины и глубины ямы, при которых спектр становится непрерывным.
2. Для цилиндрической КТ с ОПМ в аксиальном направлении, межзонные переходы возможны между любыми уровнями аксиального квантования, в отличие от случая ПП, когда имеет место условие $|n - n'| = 2t$.
3. Асимметричный характер ОПМ приводит к эффекту квантового выброса электрона из основного состояния, при некоторых пороговых значениях ширины и глубины ОПМ.
4. Влияние водородоподобного донорного примесного центра, а также внешнего гидростатического давления дают противоположные вклады в энергию одноэлектронных состояний в цилиндрической КТ с ОПМ. Если примесное взаимодействие уменьшает энергию, то под влиянием гидростатического давления она растет.

Практическая ценность. Полученные в диссертации результаты, помимо сугубо академического интереса, имеют также практическое значение. Они могут быть полезны при проектировании и получении полупроводниковых приборов нового поколения: в частности, гетероструктурных лазеров, светодиодов, источников белого света и т.д.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы обсуждались на научных семинарах РАУ и докладывались на следующих научных конференциях:

- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2011», Москва, Российская Федерация, 11-15 апрель, 2011.
- Седьмая годовичная научная конференция РАУ. Ереван, Армения, 3-7 декабря, 2012.
- IONS Armenia, Yerevan-Ashtarak, Armenia, 11-14 September, 2013
- Международный аспирантский форум 2013, Ереван, Армения, 23-26 сентября, 2013.
- Восьмая годовичная научная конференция РАУ. Ереван, Армения, 2-6 декабря, 2013.
- II Международного симпозиума “Optics and its Applications”. Yerevan, Armenia. 1-5 сентября, 2014.
- Девятая годовичная научная конференция РАУ. Ереван, Армения, 3-8 декабря, 2014.
- Международная конференция “SPIE Microtechnologies”, Barcelona, Spain 4 - 6 May 2015.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 5 работ, список которых приведен в конце диссертации.

Гранты. По теме “Цилиндрическая квантовая точка с различными ограничивающими потенциалами в присутствии внешних электрических и магнитных полей: примесные состояния и электростатические мультиполи” был получен грант “The Armenian National Science and Education Fund”.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка использованной литературы (131 наименования). Нумерация формул и картинок в каждой главе непрерывная: первая цифра – номер данной главы, а вторая – номер формулы (картинки). Общий объем диссертации составляет 102 страниц.

Г Л А В А I

ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Одна из важнейших сфер нанотехнологий на сегодняшний день является полупроводниковая наноэлектроника, которая включает в себе создание наноразмерных искусственных полупроводниковых веществ, структур и приборов, их тщательное исследование и применение в вычислительной технике, электронике, медицине, военной сфере и т.д.

Развитие информационных и высоких технологий основано на научно-технических компонентах, в том числе: полупроводниковой микроэлектронике и оптоэлектронике. В последние десятилетия развитие этих отраслей в основном было направлено на удовлетворение день за днем растущих требований информационных, вычислительных систем и системы связи. В частности, развитие микроэлектроники за последние десятилетия привело к резкому увеличению степени интеграции элементов в микросхемах, более того, этот рост происходит по экспоненциальному закону и сопровождается экспоненциальным уменьшением характеристических размеров отдельных элементов схемы. Такое развитие микроэлектроники, которое приводит к уменьшению размеров активных областей полупроводниковых приборов до масштабов нанометров, может привести к качественному изменению характера физических явлений, лежащих в основе работы приборов. Таким образом, обычные (классические) модели, приближения, теории могут стать непригодными. Дело в том, что в случаях нанометрических размеров тел, которые становятся сравнимыми с микроскопическими длинами описывающих электронный газ (длина свободного пробега, длина волны де Бройля, когерентная длина ВФ и т.д.), их физические (и не только физические) свойства становятся в значительной степени зависящими от размеров и геометрических форм тела. В таких наносистемах движение электронного газа пространственно строго ограничено, вследствие этого

его энергетический спектр приобретает дополнительную дискретность, становясь зависимым от размеров и форм системы (эффект РК).

Таким образом, можно констатировать, что в основе современной наноэлектроники лежит квантовая физика электронных и фононных газов, находящихся в полупроводниковых гетероструктурах нанометрических размеров.

С развитием нанотехнологий стало возможным выращивание РК структур различных размерностей и геометрических форм. Современные полупроводниковые технологии позволяют создавать квантовые наноструктуры нового поколения, которые обладают новыми интересными физическими свойствами. В таких низкоразмерных полупроводниковых структурах движение НЗ ограничено в одном, двух и трех направлениях. Первый класс таких структур называют РК пленки [1, 63]. В них движение НЗ ограничено в одном направлении, а в двух других: частица движется свободно. Когда движение ограничено в двух направлениях, то такие структуры называются квантовыми проволоками [1, 17]. И наконец, третья группа этих структур называется КТ [1, 2, 61]. Последние являются самыми интересными из всех трех структур, так как энергия НЗ ограничена во всех трех направлениях. Важной особенностью низкоразмерных структур является коренное изменение происходящих в них физических процессов, следствие влияния РК. Причины возникновения РК эффектов в полупроводниках связаны с тем обстоятельством, что при уменьшении размеров исследуемого образца, длина де Бройлевской волны НЗ становится соизмеримой с размерами образца и поэтому взаимодействие НЗ с границей полупроводника носит сугубо квантовый характер. В реальных структурах проявлению РК эффектов во многом способствуют малые значения эффективных масс НЗ в полупроводниковых образцах и их высокие подвижности.

Все вышеперечисленные структуры выращиваются в различных диэлектрических матрицах. Но, прежде всего, необходимо подобрать подходящую пару полупроводниковых материалов.

В настоящее время интенсивно исследуются полупроводниковые наноструктуры, схожие со структурами типа $GaAs / Ga_{1-x}Al_xAs$, поскольку для материалов $GaAs$ и $Ga_{1-x}Al_xAs$ постоянные решеток совпадают при любом составе твердого раствора. Более того, ширина запрещенной зоны во второй структуре сильно зависит от состава Al . Это позволяет создавать гетеропереходы с различными разрывами зон на границе, т.е. квантовые ямы с различными параметрами. Также следует отметить, что в решеточно-согласованных структурах отсутствуют механические напряжения, пьезопотенциал и дислокации несоответствия, что обуславливает их перспективность для оптоэлектроники. В зависимости от метода роста можно выращивать КТ различных форм и размеров [1,62-67]. Много работ посвящены различным методам роста КТ [68-70,72-76]. Например, в работе [68] представлены методы регулирования плотности самоорганизующихся квантовых точек $CdTe$ (КТ), выращенных методом молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ). Рассмотрены два метода: с повышением температуры осаждения материала $CdTe$ и с уменьшением толщины слоя $CdTe$. В работе [69] исследованы квантовые структуры, которые являются КТ на основе наноструктур, выращенных методом МЛЭ. Они являются короткими $In_{0.4}Ga_{0.6}As$ цилиндрами, встроенными в квантовой яме (КЯ) из $In_{0.1}Ga_{0.9}As$.

В Работе [75] изучены КТ Si и $Si_{1-x}Ge_x$ встроенные в эпитаксиальный слой Gd_2O_3 выращенные методом МЛЭ, с целью применения их в плавающем затворе устройствах памяти. Авторами было показано, что однослойные $Si_{1-x}Ge_x$ КТ показывают лучшие характеристики памяти, чем однослойные Si КТ.

Авторами [76] при соответствующей высокой температуре отжига в атмосфере H_2 , были изготовлены КТ GaN , посредством термического разложения GaN в металлорганическом химическом осаждении из паровой фазы (MOCVD).

Известно, что внешняя форма исследуемого образца является фактором, сильно влияющим на спектр НЗ в РК полупроводниках [77]. На сегодняшний день стало реальным выращивание КТ пирамидальной, цилиндрической, эллипсоидальной и линзообразной форм [13, 16, 31, 39, 44]. В последние годы наибольшее количество работ в этой области посвящено сферическим КТ, в силу их повышенной симметрии, и КТ цилиндрической симметрии, так как эффект РК в этом случае можно контролировать двумя параметрами: радиусом основания цилиндра и высотой цилиндра [27-32, 78]. Однако, даже малая деформация формы КТ (сфероид), приводит к ощутимым изменениям. В качестве ярких примеров фундаментального влияния внешней формы КТ выступают работы, посвященные исследованию свойств НЗ в двумерных и трехмерных квантовых линзах [79].

В работе [80] исследованы примесные состояния в эллипсоидальных и линзообразных КТ с конечным ограничивающим потенциалом. Показано, что в эллипсоидальной КТ энергия связи в зависимости от радиуса сферы имеет максимум. Этот максимум соответствует тому значению радиуса, при котором электрон находится на ближайшем расстоянии от примеси. Тот же результат получен и для линзообразной КТ. Получены также зависимости энергетических поправок к энергии сферической и полусферической КТ соответственно от радиуса сферы и полусферы.

Как уже было отмечено, кроме формы КТ важным фактором, действующим на спектр КТ, является также вид ограничивающего потенциала [36, 81-84].

В работе [81] представлен порядок самосогласованного расчета энергетической структуры, ВФ и распределения заряда в сферически симметричных полупроводниковых КТ, что учитывает как связанные, так и свободные электронные состояния. Были итерационно решены уравнения Шредингера и Пуассона при использовании параметризованного потенциала типа Морса. Было показано, что самосогласованный потенциал значительно изменяет ВФ свободного состояния.

Авторы [82] изучили новый ограничивающий потенциал для сферических квантовых точек, который называется модифицированный гауссовский потенциал (МГП). В данной работе, в приближении эффективной массы, были исследованы следующие задачи: одноэлектронные энергетические спектры, ВФ, задача существования связанных электронных состояний и энергии связи водородоподобных донорных примесей, находящихся в центре и смещённых от центра КТ. В работе [83] было выполнено исследование оптических свойств сферической КТ с ограничивающим ПП, содержащим один электрон для случаев с донорной и акцепторной примесями, в присутствии электрического поля. Авторами была рассчитана осцилляторная сила между основным и первым возбужденным уровнем в КТ, в зависимости от силы ограничения и приложенного электрического поля. Было установлено, что оптические свойства КТ сильно зависят не только от силы ограничения и от приложенного электрического поля, но и от свойств примеси.

В данной статье [84] представлен прямой алгебраический метод поиска аналитических решений двумерного стационарного уравнения Шредингера, которого невозможно разделить на два одномерных. В качестве примеров, были обсуждены двумерные полиномиальные потенциалы и ОПМ. Авторами были представлены аналитические формулы для ВФ основного состояния и соответствующих им энергий.

В работе [36] с использованием приближения эффективной массы и вариационного метода, исследована энергия связи экситона в цилиндрической КТ с МППТ.

Наличие примесного центра может сильно влиять на физические свойства и характеристики КТ. Большое число работ посвящено исследованию электронных и примесных состояний в сферических и цилиндрических КТ [18, 19, 25, 33, 85-89].

В Работе [85] авторами изучены примесные состояния в цилиндрической КТ с двумя ограничивающими потенциалами: в направлении оси цилиндра МППТ и в радиальном направлении, ПП. Были получены зависимости энергии частиц и энергии связи от геометрических параметров цилиндрической КТ.

В работе [86] на основе приближения эффективной массы вариационным методом рассчитана энергия связи примеси. Также стоит отметить, что при экспериментальном исследовании полупроводниковых наноструктур, авторами было принято во внимание влияние давления на энергии связи примеси.

В работе [87] рассмотрена точно решаемая задача примесных состояний в сферической КТ ядро/оболочка/оболочка (core/shell/shell). В качестве ограничивающего потенциала принят молекулярный потенциал Кратцера. Получены аналитические выражения для энергетического спектра и ВФ примесного электрона. Исследованы зависимости полной энергии и энергии примеси от параметров ограничивающего потенциала. Изучены зависимости средних значений квадрупольного момента от параметров ограничивающего потенциала Кратцера.

В работе [88] представлен эффективный численный метод для вычисления энергии связи и ВФ водородоподобных примесных состояний в КТ с ограничивающим ПП. Представлены и обсуждены зависимости энергии от положения примеси, размер КТ и напряженности магнитного поля.

Работа [90] посвящена исследованию энергии связи и дипольного момента водородоподобной примеси в КТ с формой сферического колпачка. Расчеты были проведены на основе вариационного приближения с учетом электрон-фононного взаимодействия. Было показано, что энергия связи сильно зависит от положения примесного центра и геометрических размеров КТ. При этом учет влияния электрон-фононного взаимодействия вносил незначительную поправку в энергию связи.

Также важными механизмами управления физическими свойствами НЗ в КТ являются гидростатическое давление и температура [91-95].

В работе [91] исследованы электронные и оптические свойства ZnO КТ, находящегося под воздействием внешнего гидростатического давления. Одночастичные расчеты основаны на эмпирическом методе псевдопотенциала. Были исследованы оптическая ширина запрещенной зоны, сдвиг Стокса, и оптическое излучение поляризации в зависимости от приложенного давления. Установлено, что приложенное давление вызывает линейное увеличение оптической ширины запрещенной зоны. Было обнаружено, что критическое давление, при котором происходит переход из плоскости поляризации вне этой плоскости, сильно зависит от размера КТ, показывающий более высокие значения с увеличением размеров КТ.

В работе [94] авторы произвели теоретическое исследование влияния гидростатического давления на энергии связи мелкой водородной примеси в цилиндрической КТ с использованием вариационного метода в рамках приближения эффективной массы. Основное внимание было уделено на эффектах связанных с размерами КТ, положении примеси, гидростатическим давлением и поляронной поправке.

Другой цикл работ был посвящен исследованию электронных состояний в цилиндрических КТ при наличии внешнего электрического и

магнитного полей [96-103]. Так в работе [97] получено аналитическое выражение для коэффициента межзонного поглощения света в параболической *GaAs* КТ в присутствии сонаправленных электрических и магнитных полей. Определена аналитическая зависимость пороговой частоты поглощения от значений электрического и магнитного полей. Показано, что применение электрического поля делает правила отбора для дипольных переходов невозможных в направлении поля.

В Работе [98] на примере квантованной пленки *InSb* в рамках двухзонной модели Кейна, теоретически изучено влияние внешнего однородного электрического поля на межзонные оптического поглощения в узкополосной полупроводниковой квантовой яме. Аналитически рассчитаны коэффициенты поглощения межзонных электрооптических переходов в яме, для различных интервалов значений внешнего поля.

А в работе [99] теоретически изучено влияние сильного однородного электрического поля на состояния НЗ в структуре квантовая точка - квантовая яма (КТ-КЯ). Показано, что сильное внешнее поле резко меняет характер движения НЗ в структуре, и приводит к дополнительной локализации частицы вдоль полярной угловой переменной. Получен точный вид ВФ и энергетического спектра одночастичных состояний в структуре, в присутствии внешнего поля. Также показаны возможности экспериментальных и эксплуатационных применений теоретических результатов, полученных для изучения ядро/слой/оболочка структур.

В работе [100] авторы детально теоретически исследовали влияние комбинированного электрического и магнитного полей на нелинейное оптическое выпрямление водородоподобной примеси, заключенной в двумерной дискообразной КТ, с ограничивающим ПП. Для получения нелинейных коэффициентов оптического выпрямления и поглощения, были использованы компактный формализм матрицы плотности и

итерационный метод. Чтобы найти уровни энергии и ВФ, авторы использовали точный метод диагонализации в приближении эффективной массы. Как основной результат, было обнаружено, что энергия перехода из основного - до первого возбужденного состояния, с увеличением магнитного поля претерпевает красное смещение, а синее смещение имеет место для перехода от основного до второго возбужденного состояния.

В работе [102] была рассмотрена теоретическая модель, описывающая влияние внешних электрических и магнитных полей на электрон, заключенный в анизотропный ПП. Были определены точные выражения представляющие силу и энергию диполь-дипольного взаимодействия. Авторами было показано, что средний импульс или его флуктуации сильно связаны с эффективной массой электрона. Предложенная в работе модель и последовательный анализ имеет общее значение, так как он предлагает точный аналитический подход.

Значительное количество работ так же посвящено изучению оптических свойств КТ [104, 105, 126-128].

Например, в работе [104] с помощью формализма матрицы плотности авторами были получены аналитические выражения коэффициента поглощения света и изменение показателя преломления, связанного с внутризонной релаксацией в цилиндрической КТ. Численные расчеты были выполнены для КТ из $GaAs / GaAlAs$. Было обнаружено, что коэффициент поглощения и изменение показателя преломления зависит не только от падающей оптической волны, но и от размера КТ и от процентной доли Al в материале $GaAlAs$.

В работе [105] теоретически исследовано прямое оптическое поглощение света в цилиндрической КТ. Авторами были найдены аналитические выражения для коэффициентов поглощения света для двух режимов размера квантования: сильные и слабые. Определены соответствующие правила отбора для оптических переходов. Найдены

выражения для порога поглощения частот. Было проведено сравнение полученных результатов со случаем прямого оптического поглощения света в сферической КТ.

Суммируя выше сказанное, нужно отметить, что изучение электронных, экситонных, примесных состояний, а так же оптических свойств КТ с различными геометрическими формами, с различными ограничивающими потенциалами, как при наличии, так и при отсутствии внешних электрических и магнитных полей, и внешних воздействий (температурные эффекты и гидростатическое давление) является актуальной задачей полупроводниковой наноэлектроники.

Г Л А В А II

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА

В настоящее время особенный интерес у исследователей вызывают полупроводниковые КТ цилиндрической формы [106 -109]. По сравнению со сферическими КТ, цилиндрические КТ обладают двумя геометрическими параметрами, что позволяет более гибко манипулировать энергетическими спектрами структур.

Например, в работе [108] представлен простой аналитический метод для вычисления энергетического спектра электронов в цилиндрических КТ. Метод базируется на замене реального гамильтониана КТ на приближенный, что позволяет совершить разделение переменных. Рассмотрены несколько примеров для *InGaAs* КТ. Расчеты энергетических спектров показывают, что предложенный метод дает надежные результаты, как для основного, так и для возбужденных состояний. Предлагаемая в работе аналитическая модель была проверена численными расчетами, результаты которых совпадают с точностью $\sim 1\text{мэВ}$.

Также следует отметить, что манипулирование параметрами ограничивающего потенциала в процессе их роста может быть достигнуто для всех трех режимов РК: сильного, промежуточного и слабого. Другими словами, для получения полной картины исследования, необходимо принимать во внимание появление экситонных эффектов. В работе [110] исследованы электронные состояния в валентной зоне цилиндрической КТ *ZnSe* с учетом сложной структуры валентной зоны. Рассчитаны ВФ и энергетические уровни в зависимости от радиуса КТ. Рассмотрено также влияние магнитного поля, направленного вдоль оси КТ, на энергетические уровни.

А авторами следующей работы [111] с помощью вариационного метода в приближении эффективной массы исследованы экситонные состояния, ограниченные в сжатом КТ $InAs / InP$. Вклад деформации в потенциал определяется с помощью теории потенциала деформации, модифицированного тензора деформаций. Исследована энергия связи положительно заряженного донорного экситона, находящегося в основном состоянии, и энергия межзонного излучения в зависимости от высоты и радиуса цилиндрической КТ. Было показано, что энергии связи обоих донорных экситонов и энергии межзонного излучения снижаются, когда радиус и высота КТ уменьшаются, и что тяжело - дырочные экситоны в цилиндрической КТ сильнее связаны, чем легкие дырочные экситоны.

В данной главе теоретически исследованы экситонные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ в сильном, промежуточном и слабом режимах РК. В Режиме сильного РК рассмотрены две модели ограничивающего потенциала: ОПМ и МППТ и даны сравнения энергетических спектров, а также ВФ НЗ в указанных системах. Получены критерии квантового выброса электрона из КТ и показано фундаментальное различие между двумя рассматриваемыми моделями ограничивающего потенциала.

Так же рассмотрено движение двух частиц (электрона и дырки) в цилиндрической КТ, которое ограничено по оси цилиндра (ось Z) ОПМ, а в радиальном направлении - ПП. Гамильтониан системы можно записать в следующем виде:

$$\hat{H} = \sum_i \left(-\frac{\hbar^2}{2m_i^*} \vec{\nabla}_i^2 + \tilde{U}_{conf}(\vec{r}_i) \right) + \tilde{V}_{int}(\vec{r}_e, \vec{r}_h), \quad i = (e, h), \quad (2.1)$$

где

$$\begin{aligned}\tilde{U}_{conf}(\rho_i, \tilde{z}_i) &= \tilde{A}_i + \tilde{A}_i \left(e^{-\frac{2\tilde{z}_i}{\tilde{\beta}_i}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}_i}{\tilde{\beta}_i}} \right) + \frac{m_i^* \omega_i^2 \rho_i^2}{2}, \\ \tilde{V}_{int}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) &= -\frac{e^2}{\kappa |\vec{r}_e - \vec{r}_h|}.\end{aligned}\tag{2.2}$$

Отношения между высотой КТ и шириной потенциальной ямы дается как $h = \delta_i \tilde{\beta}_i$, в то время как частота ω_i связана с радиусом цилиндра R по формуле $\omega_i = \zeta_i \frac{\hbar}{m_i^* R^2}$. Параметры δ_i и ζ_i для конкретной структуры можно определить из эксперимента.

В данной задаче важными характеристическими длинами являются ширина $\tilde{\beta}_i$, а так же эффективный борковский радиус электрона и дырки:

$a_B^i = \frac{\kappa \hbar^2}{m_i^* e^2}$, и $l_i \sim \frac{m_i^* \omega_i R}{\hbar}$ - который характеризует ширину ПП. В зависимости от соотношения этих длин можно различить три режима РК: сильный режим - $\tilde{\beta}_i, l_i \ll a_B^i$, промежуточный режим $\tilde{\beta}_i \sim a_B^i, l_i \sim a_B^i$, и слабый режим $\tilde{\beta}_i, l_i \gg a_B^i$.

Подчеркнем, что мы не будем обсуждать предельный случай квантового диска ($a_B^{ex} \gg l_i$), когда экситон можно рассматривать квази-двумерным, так как этот случай требует отдельного рассмотрения проблемы. [64].

§ 2.1 Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ: Режим сильного РК

Перейдем к рассмотрению режима сильного РК, когда выполняется условие $\tilde{\beta}_i, l_i \ll a_B^i$. В этом режиме энергия обусловленная стенками КТ гораздо больше энергии кулоновского взаимодействия электрона и дырки. В этом приближении кулоновским взаимодействием между частицами можно пренебречь. Тогда задача сводится к нахождению энергетических состояний электронов и дырок в отдельности.

Таким образом, гамильтониан электрона (дырки) в цилиндрических координатах можно записать в следующем виде:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_i^*} \left[\frac{\partial^2}{\partial \rho_i^2} + \frac{\partial}{\rho_i \partial \rho_i} + \frac{1}{\rho_i^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}_i^2} \right] + \tilde{A}_i + \tilde{A}_i \left(e^{-2\frac{\tilde{z}_i}{\tilde{\beta}_i}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}_i}{\tilde{\beta}_i}} \right) + \frac{m_i^* \omega_i^2 \rho_i^2}{2}. \quad (2.3)$$

а в цилиндрических координатах и безразмерных величинах гамильтониан частиц можно представить в виде суммы гамильтонианов подсистем:

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (2.4)$$

где гамильтониан радиальной подсистемы:

$$\hat{H}_1 = -\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \gamma_i^2 r^2 \quad (2.5)$$

а гамильтониан аксиальной подсистемы:

$$\hat{H}_2 = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} + A_i + A_i \left(e^{-2\frac{z}{\beta_i}} - 2e^{-\frac{z}{\beta_i}} \right) \quad (2.6)$$

Здесь введены обозначения $r = \frac{\rho_i}{a_B^i}$, $z = \frac{\tilde{z}_i}{a_B^i}$, $A_i = \frac{\tilde{A}_i}{E_R^i}$, $\beta_i = \frac{\tilde{\beta}_i}{a_B^i}$,

$\gamma_i = \frac{m_i^* \omega_i (a_B^i)^2}{\hbar}$, $E_R^i = \frac{\hbar^2}{2m_i^* (a_B^i)^2}$ – эффективная энергия Ридберга, $a_B^i = \frac{\kappa \hbar^2}{m_i^* e^2}$

– эффективный боровский радиус электрона и дырки.

Полную ВФ системы будем искать в виде:

$$\Phi(r, \varphi, z) = C e^{im\varphi} R(r) \chi(z), \quad (2.7)$$

где m - магнитное квантовое число а C - нормировочный коэффициент.

После подстановки ВФ в уравнение Шредингера для радиальной подсистемы получим:

$$R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) + \left(\varepsilon_r - \gamma_i^2 r^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R(r) = 0. \quad (2.8)$$

Сделаем замену переменной, т.е. обозначим $\xi_i = \gamma_i \cdot r^2$, тогда для уравнения (2.8) будем иметь:

$$\xi_i R''(\xi_i) + R'(\xi_i) + \left(-\frac{\xi_i}{4} - \frac{m^2}{4\xi_i} + \frac{\varepsilon_r}{4\gamma_i} \right) R(\xi_i) = 0. \quad (2.9)$$

Решение уравнения (2.9) ищем в виде $R(\xi_i) = e^{-\xi_i/2} \xi_i^{|m|/2} \Omega(\xi_i)$.

После несложных преобразований приходим к уравнению Куммера [112]:

$$\xi_i \Omega''(\xi_i) + (|m| + 1 - \xi_i) \Omega'(\xi_i) + \left(\frac{\varepsilon_r}{4\gamma_i} - \frac{|m| + 1}{2} \right) \Omega(\xi_i) = 0, \quad (2.10)$$

Решение уравнения Куммера задаются гипергеометрическими функциями Гаусса:

$$\begin{aligned} \Omega(\xi_i) = & C_{1 \ 1} F_1 \left\{ -\left(\frac{\varepsilon_r}{4\gamma_i} - \frac{|m| + 1}{2} \right), |m| + 1, \xi_i \right\} + \\ & + C_{2 \ 1} U_1 \left\{ -\left(\frac{\varepsilon_r}{4\gamma_i} - \frac{|m| + 1}{2} \right), |m| + 1, \xi_i \right\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Так как ВФ должна быть конечной, то коэффициент C_2 должен равняться нулю.

Таким образом, окончательно для ВФ радиальной подсистемы получаем:

$$R_i(r) = e^{-\gamma_i r^2/2} (\gamma_i r^2)^{|m|/2} {}_1F_1 \left\{ -\left(\frac{\varepsilon_r}{4\gamma_i} - \frac{|m| + 1}{2} \right), |m| + 1, \gamma_i r^2 \right\}. \quad (2.12)$$

ВФ должна удовлетворять стандартным условиям, т.е. должна оставаться конечным, то нужно, чтобы выполнилось следующее

соотношение: $\frac{\varepsilon_r}{4\gamma_i} - \frac{|m|+1}{2} = n_r$, где n_r - радиальное квантовое число. Тогда

вырожденная гипергеометрическая функция будет полиномам степени n_r ,

. Окончательно для энергии радиальной подсистемы получим:

$$\varepsilon_r^i = 2\gamma_i(N+1), \quad (2.13)$$

где N - осцилляторное квантовое число, $N = 2n_r + |m|$, $N = 0, 1, 2, \dots$

Перейдем к решению задачи для аксиальной подсистемы. По направлению оси цилиндра Z получается следующее уравнение:

$$\chi''(z) + \left(\varepsilon_z - A_i - A_i \left(e^{-\frac{2z}{\beta_i}} - 2e^{\frac{z}{\beta_i}} \right) \right) \chi(z) = 0. \quad (2.14)$$

Введем новые обозначения $\xi_z^i = 2\beta_i \sqrt{A_i} e^{\frac{z}{\beta_i}}$, $s_i = \beta_i \sqrt{-\bar{\varepsilon}_z^i}$,

$$n_z = \beta_i \sqrt{A_i} - \left(s_i + \frac{1}{2} \right).$$

Тогда получаем следующее уравнение:

$$\frac{d^2 \chi(\xi_z^i)}{d(\xi_z^i)^2} + \frac{1}{\xi_z^i} \frac{d\chi(\xi_z^i)}{d\xi_z^i} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{n_z + s_i + \frac{1}{2}}{\xi_z^i} - \frac{s_i^2}{(\xi_z^i)^2} \right) \chi(\xi_z^i) = 0. \quad (2.15)$$

где введено обозначение $\bar{\varepsilon}_z^i = \varepsilon_z^i - A_i$, $\varepsilon_z^i = \frac{E_z^i}{E_R^i}$. Решение уравнения (2.15)

ищем в виде:

$$\chi(\xi_z^i) = e^{-\xi_z^i/2} (\xi_z^i)^{s_i} \Omega(\xi_z^i) \quad (2.16)$$

Подставляя это выражение в уравнение (2.15), и проводя некоторые несложные преобразования, приходим к уравнению Куммера [112]:

$$\xi_z^i \Omega''(\xi_z^i) + (2s_i + 1 - \xi_z^i) \Omega'(\xi_z^i) + n_z \Omega(\xi_z^i) = 0 \quad (2.17)$$

Решение уравнения(2.18), которое удовлетворяет стандартным условиям, задается вырожденной гипергеометрической функцией первого рода:

$$\Omega(\xi_z^i) = C_{11} F_1(-n_z, 2s_i + 1, \xi_z^i), \quad (2.19)$$

Окончательно, ВФ по оси КТ примет следующий вид:

$$\chi_i(z) = C_i e^{-\left(\beta_i \sqrt{A_i} e^{-\frac{z}{\beta_i}}\right)} \left(2\beta_i \sqrt{A_i} e^{-\frac{z}{\beta_i}}\right)^{s_i} {}_1F_1\left(-n_z, 2s_i + 1, 2\beta_i \sqrt{A_i} e^{-\frac{z}{\beta_i}}\right), \quad (2.20)$$

Используя введенные обозначения $n_z = \beta_i \sqrt{A_i} - \left(s_i + \frac{1}{2}\right)$,

$s_i = \beta_i \sqrt{-\varepsilon_z^i} = \beta_i \sqrt{A_i - \varepsilon_z^i}$, для энергии аксиальной подсистемы получим:

$$\varepsilon_z^i = A_i - \left[\sqrt{A_i} - \frac{1}{\beta_i} \left(n_z + \frac{1}{2}\right)\right]^2, \quad (2.21)$$

где n_z – квантовое число по направлению z , которое принимает значения $n_z = 0, 1, 2, \dots$. Для полной энергии системы получаем

$$\varepsilon_i = \varepsilon_r^i + \varepsilon_z^i, \quad (2.22)$$

где ε_r^i и ε_z^i определяются выражениями (2.13) и (2.21), соответственно.

Для упрощения расчетов мы рассмотрим случай, когда $\tilde{A}_i = \tilde{A}$, $\tilde{\beta}_i = \tilde{\beta}$.

На рис. 2.1 и рис 2.2 для фиксированных значений γ приведены зависимости полной энергии электрона от параметров ОПМ - величины ширины и глубины соответственно.

Как видно из рис. 2.1, с уменьшением ширины потенциальной ямы, энергия ε увеличивается, что является следствием увеличения вклада РК. Так же следует отметить, что с уменьшением ширины потенциальной ямы, также увеличиваются межуровневые расстояния энергии.

На рис 2.2 показана зависимость энергии частицы от ширины ограничивающего потенциала аксиальной подсистемы КТ. Как можно заметить из рис. 2.2, с увеличением ширины ОПМ энергия частицы уменьшается, так как вклад в энергию РК уменьшается.

На рис.2.2 можно также увидеть, что кривые, соответствующие более высоким значениям глубины ОПМ, лежат выше. Причина этого в следующем: энергия РК уменьшается, когда глубина ОПМ уменьшается. Надо также обратить внимание на то, что с увеличением квантового числа n_z межуровневые расстояния уменьшаются.

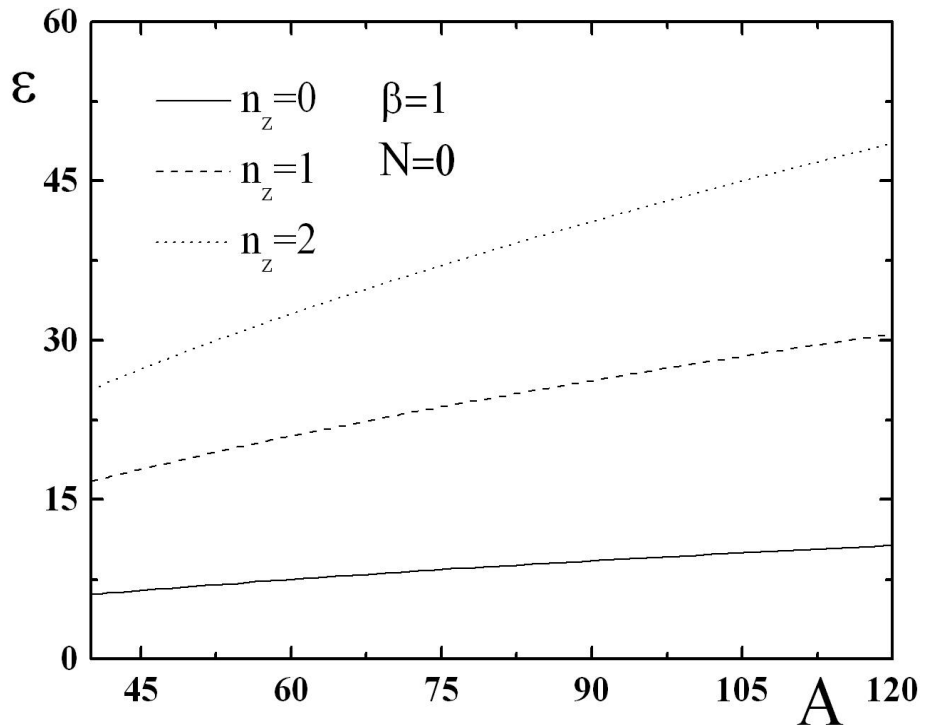


Рис.2.1. Зависимость аксиальной энергии электрона в цилиндрической КТ, от глубины ОПМ. $\gamma = 0.01$, ($R = 10a_r$).

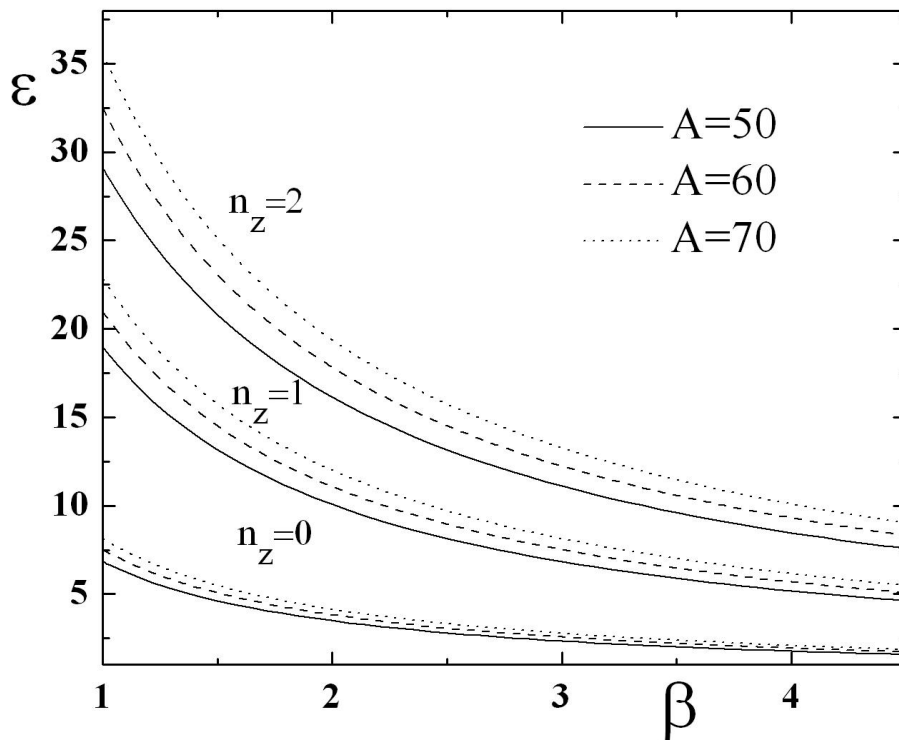


Рис. 2.2. Зависимость энергии частицы от ширины ОПМ при фиксированном значении $\gamma = 0.01$, ($R = 10a_r$).

§ 2.2 Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ: Режим слабого РК

Теперь перейдем к рассмотрению режима слабого РК, при котором влияние стенок КТ очень слабое и энергия системы в основном обусловлена кулоновским взаимодействием между электроном и дыркой. Другими словами, мы рассматриваем движение экситона как целое в цилиндрической КТ. Кроме того, в основном состоянии экситоны локализованы в центре КТ. Это позволяет приближенно предположить, что ОПМ также может быть применен к экситону, но вместо эффективной массы электрона (дырки) нужно учесть общую массу экситона $M = m_e^* + m_h^*$.

Тогда ВФ системы может быть записана в виде

$$f_{wk}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \varphi_{wk}(\vec{r}) \Phi_{wk}(\vec{R}) \quad (2.23)$$

где $\vec{r} = \vec{r}_e - \vec{r}_h$, $\vec{R} = \frac{m_e^* \vec{r}_e + m_h^* \vec{r}_h}{m_e^* + m_h^*}$. Здесь $\varphi_{wk}(\vec{r})$ описывает относительное движение электрона и дырки, а $\Phi_{wk}(\vec{R})$ - движение центра тяжести экситона.

Согласно условию $m_e^* \ll m_h^*$ ограничивающий потенциал экситона будет задаваться так же, как для электрона. Гамильтониан системы можно записать в следующем виде:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta_{\vec{R}}^2 + A_e + A_e \left(e^{-\frac{2R}{\beta_c}} - 2e^{-\frac{R}{\beta_c}} \right) + \frac{M \omega_e^2 R^2}{2} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta_{\vec{r}}^2 - \frac{e^2}{kr}. \quad (2.24)$$

Для центра масс экситона получается аналогичный (12) результат, но вместо массы m_i^* , берется масса экситона M . А для энергетического спектра относительного движения экситона в безразмерных величинах имеем:

$$\varepsilon_{ex} = \frac{E_{ex}}{E_R} = \frac{\mu}{M} \frac{1}{k^2}, k = 1, 2, \dots \quad (2.25)$$

Наконец, для полной энергии, получаем:

$$\varepsilon_{wk} = A_e - \left[\sqrt{A_e} - \frac{1}{\beta_e} \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \right]^2 + 2\gamma_e (N+1) - \varepsilon_{ex}. \quad (2.26)$$

Следует отметить, что для относительного движения электрона и дырки координата \vec{r} стремится к нулю, вследствие чего, ВФ $\varphi_{wk}(\vec{r})$ должна определяться относительно основного энергетического уровня экситона, когда $\varphi_{wk}(0) = (\pi a_{ex}^3)^{-1/2}$.

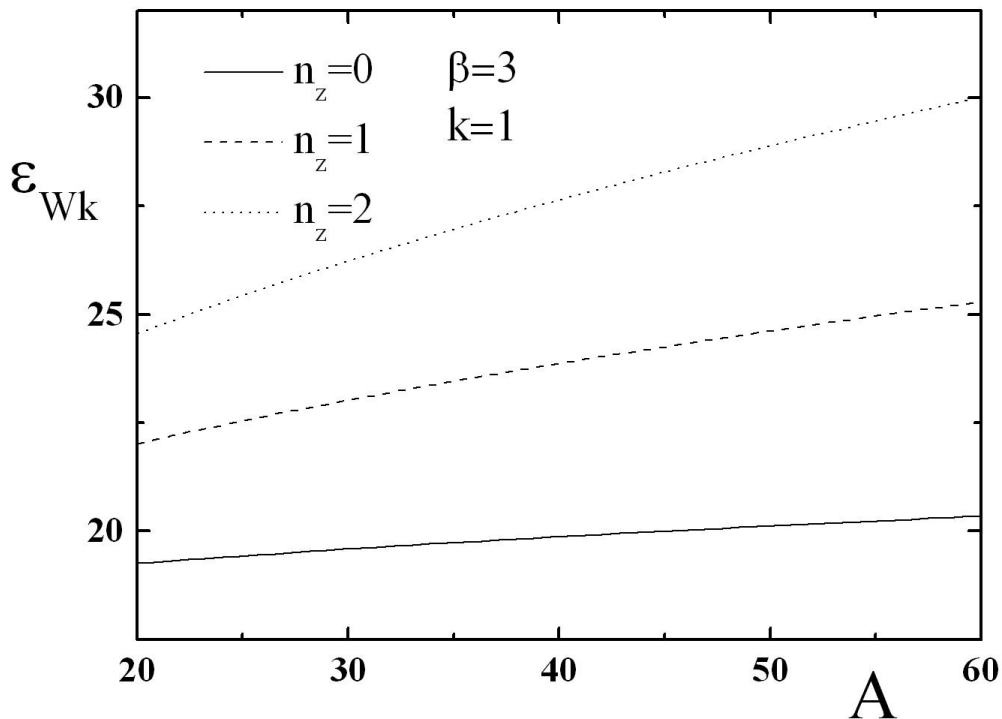


Рис. 2.3. Зависимость энергии частицы от глубины ОПМ при фиксированных значениях β в режиме слабого РК.

На рис 2.3 в режиме слабого РК, для первых трех энергетических уровней представлена зависимость энергии электрона от глубины ОПМ, при фиксированных значениях ширины $\beta=3$. А на рис 2.4 представлена зависимость энергии основного состояния от ширины ОПМ, для различных значений глубины $A=40$, $A=60$, $A=80$.

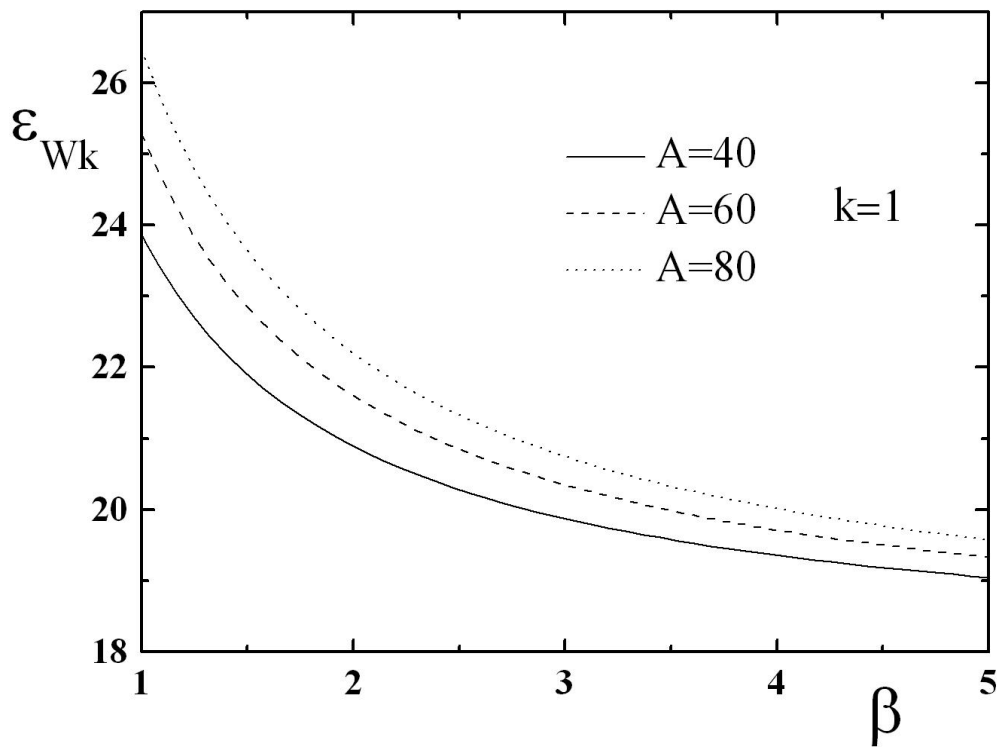


Рис. 2.4. Зависимость энергии частицы от ширины ОПМ при различных значений A в режиме слабого РК.

§ 2.3 Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ: Режим промежуточного РК

Наконец, перейдем к рассмотрению режима промежуточного РК. В этом режиме энергия кулоновского взаимодействия между частицами одного порядка с энергией обусловленной влиянием стенок КТ, следовательно, нужно так же учитывать кулоновское взаимодействие электрона и дырки. Очевидно, что в этом режиме РК энергия движения электронов преобладает над энергией движения тяжелых дырки (в соответствии с условиями $m_e^* \ll m_h^*$). Это означает, что кинетическая часть гамильтониана тяжелой дырки можно не учитывать. Тогда гамильтониан системы для основного состояния задается в виде:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial}{\rho \partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \right] + \frac{m_e^* \omega^2 \rho^2}{2} + \tilde{A}_e + \tilde{A}_e \left(e^{-\frac{2\tilde{z}}{\beta_e}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}}{\beta_e}} \right) - \frac{e^2}{\kappa \sqrt{\rho^2 + \tilde{z}^2}}. \quad (2.27)$$

Уравнение Шредингера с гамильтонианом (2.27) не имеет точного решения. Поэтому задача нахождения ВФ и энергетического спектра электрона в основном состоянии в цилиндрической КТ с ОПМ, может быть решена с помощью вариационного метода [46]. Пробную ВФ ищем в виде:

$$\Phi_{m_l}(\alpha, r) = A(\alpha) e^{-\left\{ \frac{z}{\beta_e \sqrt{A_e}} e^{-\frac{z}{\beta_e}} \right\}} \left(2\beta_e \sqrt{A_e} e^{-\frac{z}{\beta_e}} \right)^s {}_1F_1 \left(-n_z, 2s + 1, 2\beta_e \sqrt{A_e} e^{-\frac{z}{\beta_e}} \right) \times e^{-\gamma_e r^2 / 2} (\gamma_e r^2)^{|m|/2} {}_1F_1 \left\{ -\left(\frac{\varepsilon_r}{4\gamma_e} - \frac{|m|+1}{2} \right), |m|+1, \gamma_e r^2 \right\} e^{-\alpha \sqrt{r^2 + z^2}} \quad (2.28)$$

где $A(\alpha)$ - это постоянная нормировки, а α - вариационный фактор. Коэффициент нормировки $A(\alpha)$ зависит от вариационного параметра α . Следуя технологии вариационного метода для расчета энергии частиц,

мы можем написать

$$\varepsilon_{int}(\alpha) = \int_0^{+\infty} \Phi_{int}^*(\alpha) \hat{H} \Phi_{int}(\alpha) dr \quad (2.29)$$

Интеграл, входящий в выражение (2.29) аналитически не вычисляется, поэтому энергия $\varepsilon_{int}(\alpha)$ определяется численными методами. С помощью минимизации энергии $\varepsilon_{int}(\alpha)$, получаем энергию пары электрон-дырки в цилиндрической КТ с ОПМ.

На рис. 2.5 представлена зависимость энергии электрона в цилиндрической КТ от ширины ОПМ в режиме промежуточного РК.

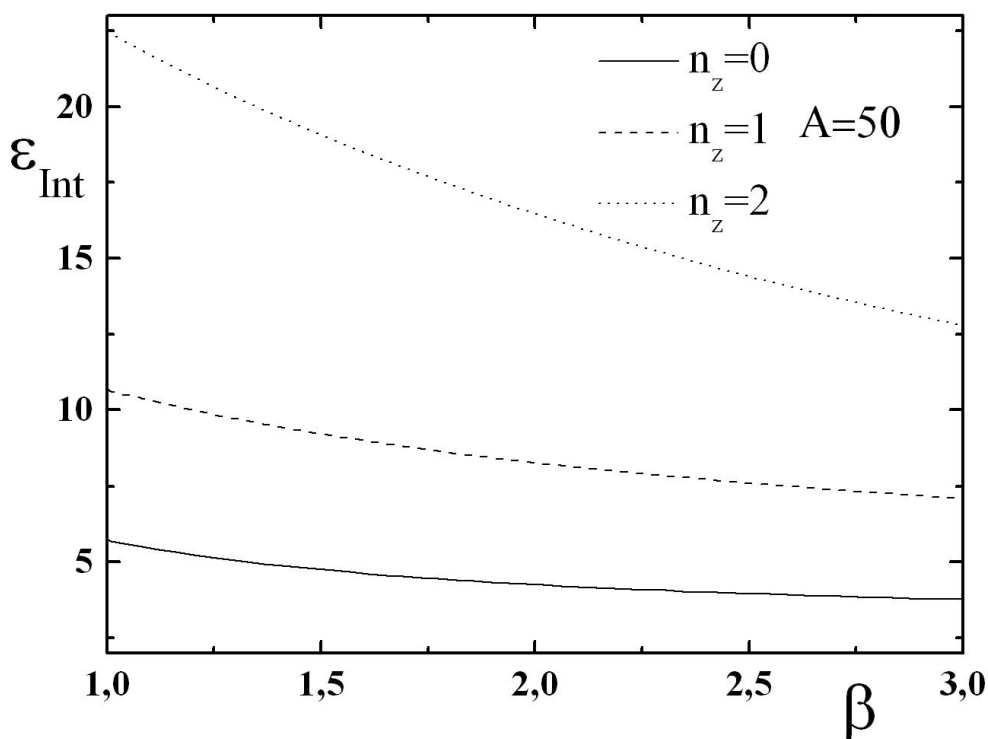


Рис. 2.5. Зависимость аксиальной энергии электрона в цилиндрической КТ от ширины ОПМ в режиме промежуточного РК.

Как можно заметить, в этом случае характер зависимости аналогично случаю сильного РК, т.е. вследствие уменьшения вклада в энергию РК, с увеличением ширины ОПМ энергия частицы уменьшается. Однако, значение энергии для основного состояния электрона в этом режиме квантования при $\beta=1$ и $A=50$ принимает значение $\varepsilon_{int} = 5,72$, а

при режиме сильного РК при тех же значениях ширины и глубины ОПМ, энергия основного состояния равно $\varepsilon = 6.84$.

Перейдем к рассмотрению рис.2.6: на ней показано в трех режимах РК зависимость энергии частиц основного состояния от ширины ОПМ при фиксированных значениях параметров ПП. Первая кривая показывает, что с увеличением ширины ОПМ энергия кулоновского взаимодействия преобладает над энергией РК и энергия становится отрицательной. Как видно из рисунка, кривая энергии для промежуточного режима объединяет кривую режима сильного РК при малых значениях ширины ОПМ и кривую режима слабого РК при больших значениях ширины.

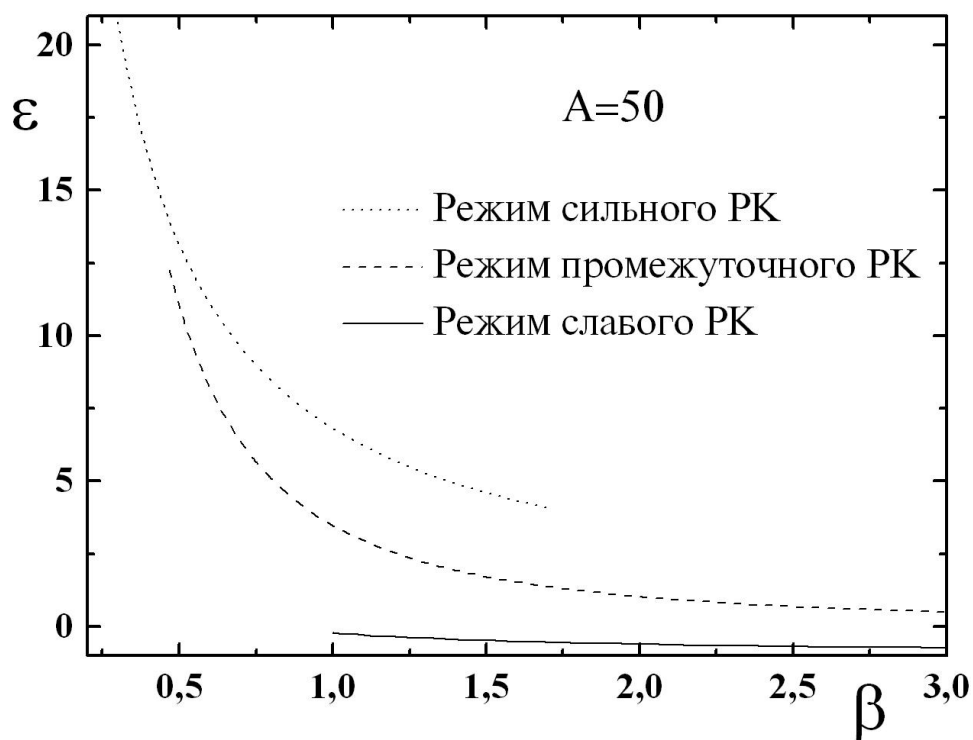


Рис. 2.6. Сравнение зависимостей энергий основного состояния от ширины ОПМ в трех режимах РК.

§ 2.4 Сравнение электронных состояний в цилиндрической КТ для различных моделей ограничивающего потенциала

Перейдем теперь к сравнению электронных состояний в цилиндрической КТ с ОПМ и МППТ. Отметим важное различие между вышеприведенными потенциалами: МППТ является симметричным по отношению к началу координат, в отличие от ОПМ. Это обстоятельство приводит к важному отличию поведения электрона в КТ.

Перейдем к рассмотрению энергетических уровней в цилиндрической КТ с МППТ, который имеет следующий вид:

$$U(Z) = \tilde{A} - \frac{\tilde{A}}{\operatorname{ch}^2\left(\frac{Z}{\tilde{\beta}}\right)}, \quad (2.30)$$

А гамильтониан системы в цилиндрических координатах можно представить в следующем виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (2.31)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{H}_1 &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \frac{\rho^2}{\rho_0^4} \right), \\ \hat{H}_2 &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial Z^2} - U(Z) \right), \end{aligned} \quad (2.32)$$

а $\rho_0 = (\hbar/\mu\omega)^{1/2}$ определяет размеры области локализации электрона.

Полную ВФ системы, как и в предыдущем параграфе, ищем в виде произведения:

$$\Phi(\rho, \varphi, z) = C e^{im\varphi} R(\rho) \chi(z), \quad (2.33)$$

Подставляя ВФ в уравнение Шредингера, для радиальной части приходим к задаче двумерного осциллятора. Следовательно, для ВФ и энергии радиальной подсистемы получим следующие выражения [113]:

$$R(\rho) = e^{-\frac{\rho^2}{2\rho_0^2}} \left(\frac{\rho^2}{\rho_0^2} \right)^{|m|/2} {}_1F_1 \left\{ -n_\rho, |m|+1, \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \right\}, \quad (2.34)$$

$$E_\rho = \hbar\omega(N+1), \quad (2.35)$$

где $N = 2n_\rho + |m|$ – осцилляторное квантовое число, которое принимает значения $N = 0, 1, 2, \dots$

Для аксиальной подсистемы гамильтониан будет иметь следующий вид:

$$\hat{H}_2 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial Z^2} - \tilde{A} + \frac{\tilde{A}_0}{\text{ch}^2\left(\frac{Z}{\tilde{\beta}}\right)} \right) \quad (2.36)$$

В безразмерных величинах гамильтониан аксиальной подсистемы будет иметь следующий вид:

$$\hat{H}_2 = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} + A - \frac{A}{\text{ch}^2\left(\frac{z}{\beta}\right)} \quad (2.37)$$

Обезразмеривание производится так же, как и в первом параграфе.

Таким образом, по направлению оси цилиндра Z получается уравнение:

$$\chi''(z) + \left(\varepsilon_z - A + \frac{A}{\text{ch}^2(z/\beta)} \right) \chi(z) = 0 \quad (2.38)$$

Введя обозначение $s_2 = \frac{1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 4\beta^2 A} \right]$ и сделав замену переменной

$\eta = th(z/\beta)$, получаем следующее уравнение:

$$\frac{d}{d\eta} \left[(1-\eta) \frac{d\chi(\eta)}{d\eta} \right] + \left[s_2(s_2+1) - \frac{\varepsilon_z}{1-\eta} \right] \chi(\eta) = 0. \quad (2.39)$$

Решение уравнения (2.39) ищем в виде $\chi(\eta) = (1-\eta)^{\varepsilon_z/2} \Omega(\eta)$ и получаем уравнение Куммера:

$$\begin{aligned} & \frac{1-\eta}{2} \left(1 - \frac{1-\eta}{2} \right) \Omega''(\eta) + (\varepsilon_z + 1)(1 - 2s_2) \Omega'(\eta) - \\ & - (\varepsilon_z - s_2)(\varepsilon_z + s_2 + 1) \Omega(\eta) = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

решение которого задаются гипергеометрическими функциями Гаусса:

$$\Omega(\eta) = {}_2F_1 \left\{ \varepsilon_z - s_2, \varepsilon_z + s_2 + 1, \varepsilon_z + 1, \frac{1-\eta}{2} \right\}. \quad (2.41)$$

Окончательно получим,

$$\begin{aligned} \chi_2(z) &= \left(1 - th^2 \left(\frac{z}{\beta} \right) \right)^{\varepsilon_z/2} {}_2F_1 \left\{ -n_z, \varepsilon_z + s_2 + 1, \varepsilon_z + 1, \frac{1 - th(z/\beta)}{2} \right\}, \\ \varepsilon_z &= A - \frac{1}{4\beta^2} \left[-(1 + 2n_z) + \sqrt{1 + 4\beta^2 A} \right]^2, \quad \varepsilon_z = \frac{E_z}{E_R} \end{aligned} \quad (2.42)$$

где n_z – квантовое число по направлению z , которое принимает значения $n_z = 0, 1, 2, \dots$. Полная энергия системы будет суммой энергий аксиальной и радиальной подсистем:

$$E = E_\rho + E_z. \quad (2.43)$$

На рис. 2.7 представлены зависимости первых двух уровней энергии электрона от ширины потенциальных ям для всех трех моделей ограничивающего потенциала. Как следует из рис 2.7: во всех трех случаях с увеличением ширины ямы энергетические уровни снижаются, так как уменьшается вклад РК в энергию частицы. Отметим, что энергетический уровень, соответствующий ПП, располагается выше остальных, так как этот потенциал является бесконечно высоким. С другой стороны, энергетические уровни в МППТ располагаются ниже, по сравнению с аналогичными уровнями в ОПМ. Последнее объясняется тем, что в случае ОПМ одна из ветвей стремится к бесконечности, поэтому эффект РК здесь выражен ярче.

Отметим так же, что важным различием ограничивающего потенциала по направлению оси цилиндра (ОПМ), и ограничивающего

потенциала по радиальному направлению (квадратичный потенциал),

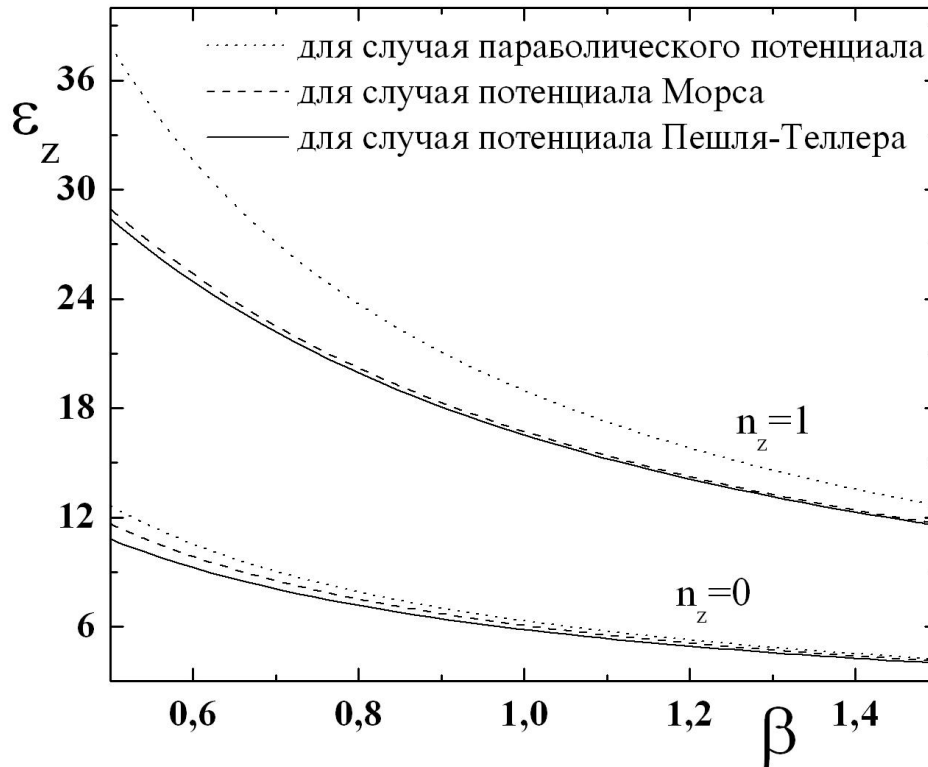


Рис.2.7. Зависимость энергетических уровней электрона в случае ОПМ, МППТ и ПП от ширины ямы при фиксированном значении глубины ямы для первых двух уровней.

является то, что первый потенциал является конечным (правая ветвь потенциала), а другой - бесконечным. И действительно если мы разложим ограничивающий потенциал аксиальной подсистемы в ряд, то в первом

приближении мы получим ПП $\tilde{U}_{conf}(z_i) = \tilde{A}_0 \left(\frac{\tilde{z}_i}{\tilde{\beta}_0} \right)^2$, но с ростом квантового

числа ход ОПМ начнет расходиться от параболического, т.е. данная аппроксимация может быть применена только для низких уровней. Это различие приводит к тому, что по направлению оси Z возможно осуществление квантового выброса электрона. Критерием того, что в цилиндрической КТ с ОПМ не существуют энергетические уровни,

является условие $\beta\sqrt{A} < \frac{1}{2}$.

На рис. 2.8 и рис. 2.9 приведены зависимости первых четырех энергетических уровней аксиальной подсистемы от ширины ямы при фиксированном значении глубины ямы для ОПМ и для МППТ. С уменьшением ширины потенциальной ямы энергетические уровни поднимаются благодаря увеличению РК. Однако, начиная с некоторого значения β , уровни начинают резко убывать. Это обусловлено квантовым

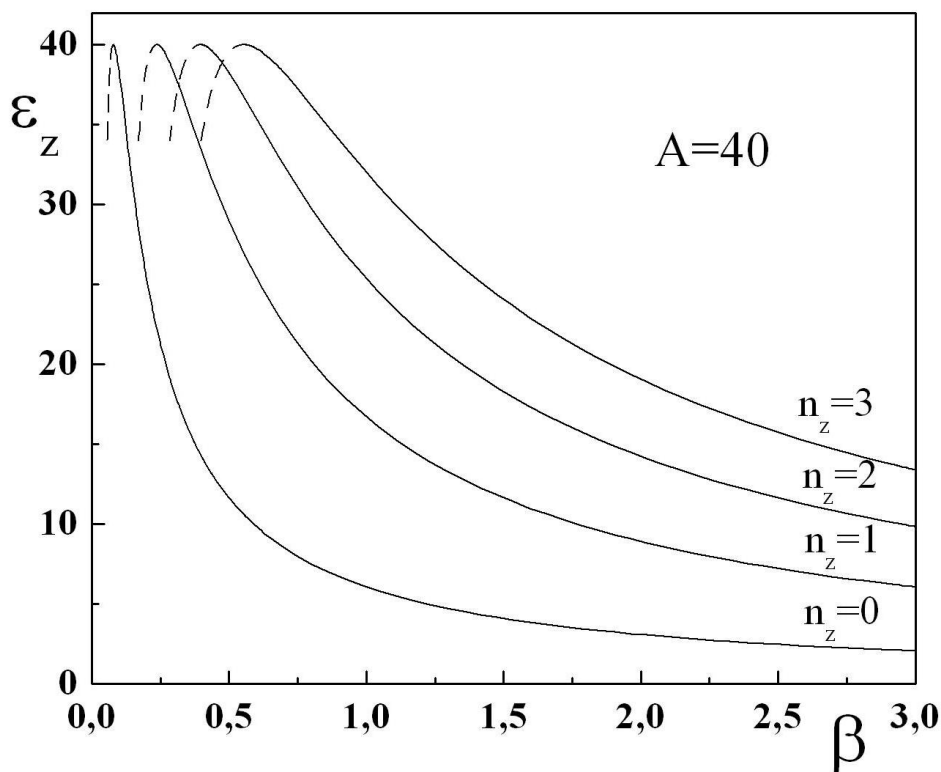


Рис. 2.8. Зависимости первых четырех энергетических уровней аксиальной подсистемы от ширины ямы при фиксированном значении глубины ямы: для ОПМ.

выбросом электрона из этих ям, что является следствием конечности обеих потенциалов. При этом, для разных энергетических уровней минимальное значение β , начиная с которого происходит квантовый выброс, различно.

Как видно из рисунков, есть принципиальная разница между поведением основных уровней обоих потенциалов — для основного уровня для малых значений ширины ОПМ происходит квантовый выброс, а для МППТ этого не происходит. Это объясняется тем, что МППТ

является симметричным потенциалом, а как известно из квантовой механики, для симметричных потенциалов при любых значениях ширины и глубины всегда имеется один энергетический уровень.

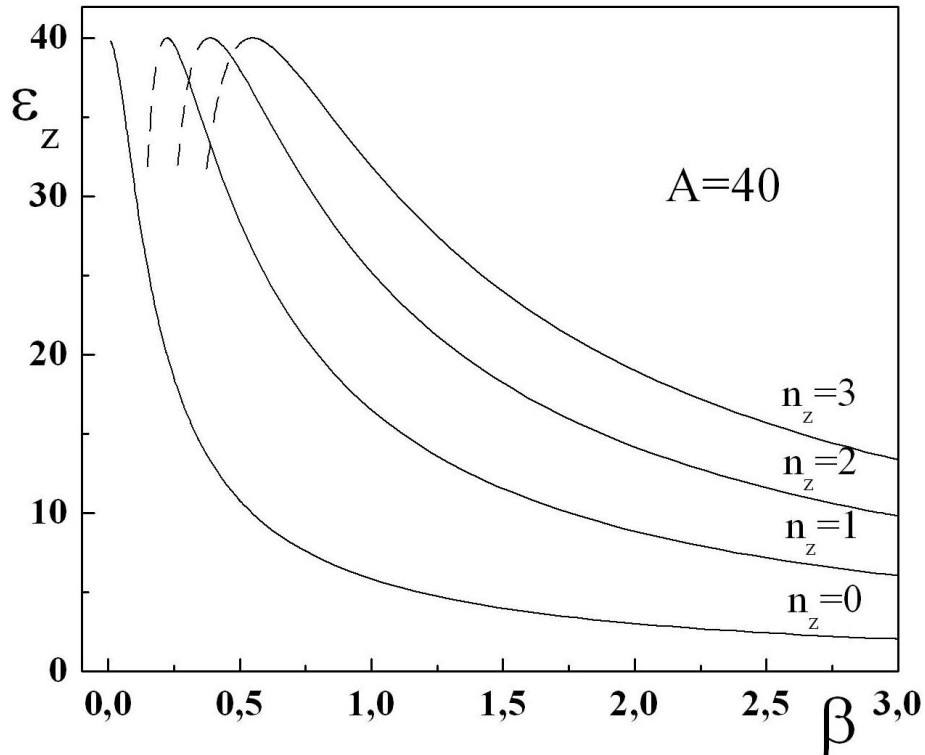


Рис. 2.9. Зависимости первых четырех энергетических уровней аксиальной подсистемы от ширины ямы при фиксированном значении глубины ямы: для МППТ.

Наконец, на рис.2.10 и рис. 2.11 приведены плотности вероятностей электрона для аксиальной подсистемы в зависимости от координаты z для ОПМ и МППТ для основного и первого возбужденного уровней. Как видно из рисунка, распределение плотности вероятности для случая МППТ имеет симметричный характер, а для случая ОПМ имеет некоторый сдвиг в правую сторону.

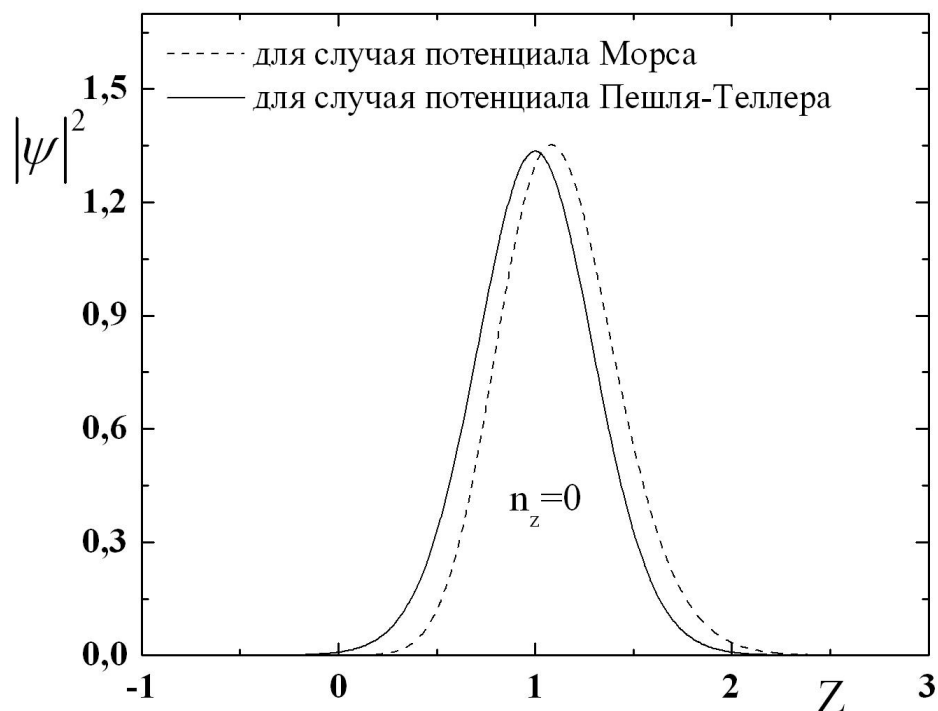


Рис.2.10. Плотности вероятностей электрона для аксиальной подсистемы в зависимости от координаты z для ОПМ и МПТТ: основной уровень.

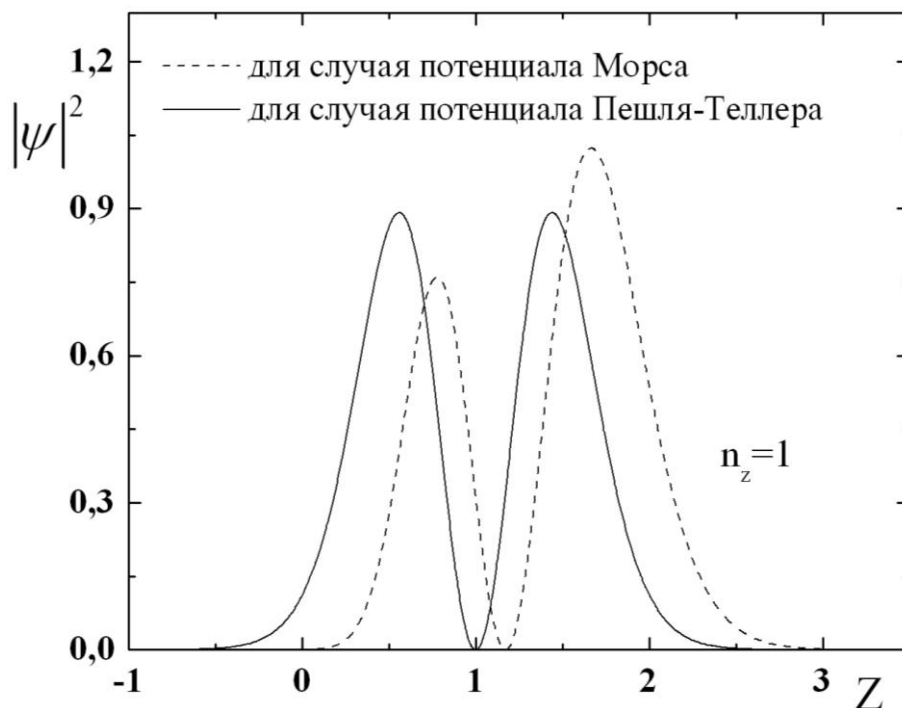


Рис.2.11. Плотности вероятностей электрона для аксиальной подсистемы в зависимости от координаты z для ОПМ и МПТТ: первый возбужденный уровень.

Г Л А В А Ш

ПРИМЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ И ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ НА ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА

Как уже было отмечено выше, полупроводниковые КТ, благодаря полной квантованности спектра НЗ в них, являются наиболее перспективными наноразмерными структурами, рассматриваемыми специалистами в качестве элементной базы для приборов нового поколения.

Так же следует заметить, что глубокое понимание воздействия мелких примесей на электронные состояния полупроводниковых наноструктур фундаментальный вопрос в физике полупроводников, поскольку их присутствие резко влияет на производительность квантовых приборов. Комбинируя это с внешними возмущениями, такими как к примеру внешнее гидростатическое давление, можно настроить электронные состояния относительно друг друга, таким образом, раскрывая характер и степень различных взаимодействий. Это даст огромные возможности целенаправленного манипулирования энергией связи при помощи внешних воздействий и, следовательно, возможность управления электронными и оптическими свойствами функциональных устройств работающих на основе квантовых наноструктур.

Еще одним механизмом управления физическими свойствами КТ является применение внешних магнитных и электрических полей [23, 114].

В работе [115] исследованы точно решаемые модели, описывающей поведение электронов в цилиндрических КТ $GaAs / Ga_{1-x}Al_xAs$ с

ограничивающим ПП, которые находятся под влиянием внешних электрических и магнитных полей, направлены вдоль осей цилиндра. Найдены ВФ и энергетические уровни электрона. Получены точные аналитические выражения для энергии штарковского сдвига.

Следует отметить, что параболическая аппроксимация для ограничивающего потенциала КТ, введенный в работах Максим, Чакраборти [116] и Питерс [117], позволяет проводить подробный аналитический анализ одночастотного энергетического спектра и ВФ при наличии сонаправленных электрических и магнитных полей.

Однако, сильные внешние поля при определенных значениях их интенсивности, могут иметь такой же, или даже более сильный эффект РК, чем РК, обусловленное формой КТ. Напомним, что магнитное поле влияет на движение электрона или дырки только в поперечном направлении, в отличие от электрического поля. Поэтому, два поля направленные параллельно, открывают возможность для широкой манипуляции характеристик НЗ внутри полупроводниковых РК систем.

В настоящей главе исследованы примесные, а так же электронные (дырочные) состояния в цилиндрической КТ с ОПМ в режиме сильного РК при наличии различных внешних воздействий: гидростатического давления, температуры и внешнего однородного магнитного и электрического поля.

§3.1 Примесные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ

Перейдем теперь к рассмотрению движения электрона в цилиндрической КТ при наличии примесного центра. Отметим что рассматриваемая КТ, как и в первом параграфе, в аксиальном направлении (по оси Z) ограничена ОПМ, а в радиальном направлении - ПП. Для упрощения задачи будем считать, что примесь расположена в центре КТ ($\rho=0, \tilde{z}=0$). Тогда гамильтониан системы может быть записан в следующем виде:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \vec{\nabla}_e^2 + \tilde{U}_{conf}(\rho, \tilde{z}) + \tilde{V}_{col}(\rho, \tilde{z}), \quad (3.1)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{conf}(\rho, \tilde{z}) &= \tilde{A} + \tilde{A} \left(e^{-\frac{2\tilde{z}}{\beta}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}}{\beta}} \right) + \frac{m_e^* \omega^2 \rho^2}{2}, \\ \tilde{V}_{col}(\rho, \tilde{z}) &= -\frac{e^2}{\kappa \sqrt{\rho^2 + \tilde{z}^2}}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

Для случая отсутствия водородоподобной донорной примеси гамильтониан электрона (дырки) в цилиндрических координатах может быть записан в виде:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial}{\rho \partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \right] + \tilde{A} + \tilde{A} \left(e^{-\frac{2\tilde{z}}{\beta}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}}{\beta}} \right) + \frac{m_e^* \omega^2 \rho^2}{2}. \quad (3.3)$$

Энергетический спектр (см. уравнения (2.13) и (2.21)) и ВФ (см. уравнения (2.12) и (2.20)) для электрона и дырки с вышеприведенным гамильтонианом были получены в главе II.

При наличии водородоподобной донорной примеси гамильтониан электрона в цилиндрических координатах можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial}{\rho \partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \right] + \frac{m_e^* \omega^2 \rho^2}{2} + \\ & + \tilde{A} + \tilde{A} \left(e^{-\frac{2\tilde{z}}{\beta}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}}{\beta}} \right) - \frac{e^2}{\kappa \sqrt{\rho^2 + \tilde{z}^2}}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Гамильтониан частицы в безразмерных величинах и в цилиндрических координатах будет иметь следующий вид:

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 - \frac{2}{\sqrt{r_i^2 + z_i^2}}. \quad (3.5)$$

Где гамильтонианы \hat{H}_1 , \hat{H}_2 задаются в следующем виде:

$$\begin{cases} \hat{H}_1 = -\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \gamma_i r^2 \\ \hat{H}_2 = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} + A_i + A_i \left(e^{-\frac{2z}{\beta_i}} - 2e^{-\frac{z}{\beta_i}} \right). \end{cases} \quad (3.6)$$

Поскольку уравнение Шредингера с гамильтонианом (3.5) не имеет точного решения, то задача может быть решена с использованием вариационного метода [118,119].

Пробную ВФ будем искать в виде:

$$\Phi(r, z) = A(\lambda) \Phi_0(r, z) e^{-\lambda \sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (3.7)$$

где λ – вариационный параметр, $\Phi_0(r, z)$ – является ВФ системы при отсутствии примесного центра, а $A(\lambda)$ – нормировочная константа, которая может быть представлена в следующем виде

$$A^{-2}(\lambda) = \int_0^{R_0} \int_{-h_0/2}^{h_0/2} \Phi_0^2(r, z) e^{-2\lambda \sqrt{r^2 + z^2}} r dr dz, \quad (3.8)$$

Затем, следуя технике вариационного метода, для энергии частицы получим:

$$\varepsilon_{imp}(\lambda) = \int_0^{R_0} \int_{-h_0/2}^{h_0/2} \Phi^*(r, z) \hat{H} \Phi(r, z) r dr dz \quad (3.9)$$

Энергия (3.9) определяется численными методами. Путем минимизации энергии, мы получим энергию примеси ε_{imp} в цилиндрической КТ. Для энергии связи мы можем записать:

$$\varepsilon_{bind} = \varepsilon_0 - \varepsilon_{imp} = A - \left[\sqrt{A} - \frac{1}{\beta} \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \right]^2 + 2\gamma(N+1) - \varepsilon_{imp}. \quad (3.10)$$

На рис 3.1 представлена зависимость энергии частицы от ширины ОПМ при наличии примесного центра. Как можно заметить, положение энергетических уровней электрона в присутствии примеси ниже, чем при их отсутствии, это объясняется тем, что взаимодействие электрона с кулоновским центром приводит к уширению потенциальной ямы. Энергия электрона в обоих случаях снижается, что является следствием уменьшения вклада от РК в энергию частицы.

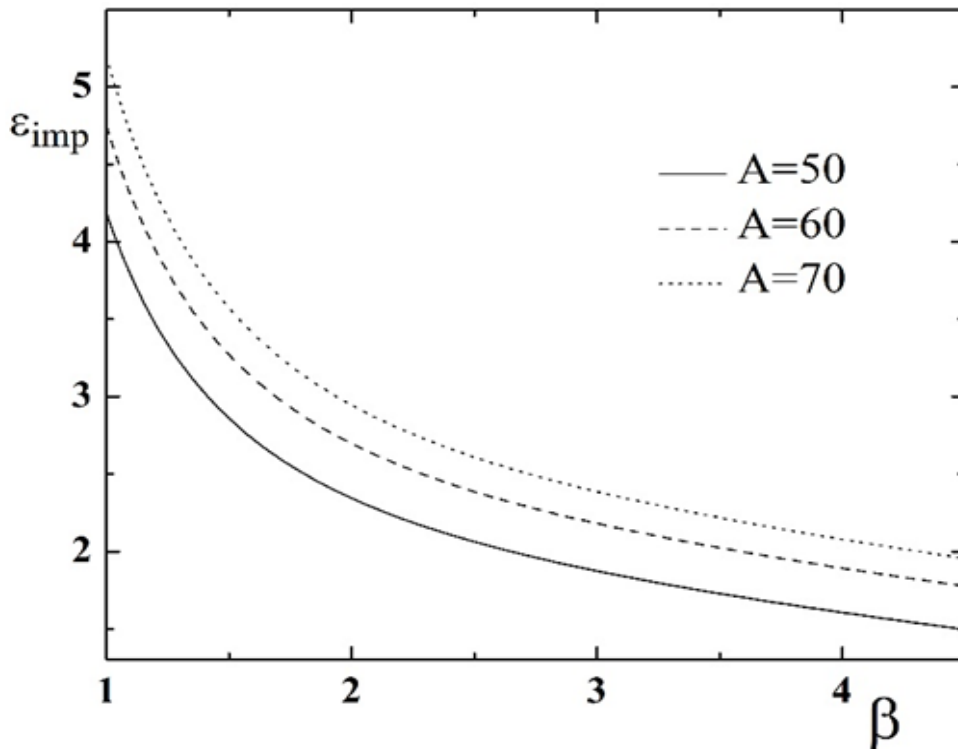


Рис.3.1 Зависимость первых трех уровней энергии частиц, в цилиндрической КТ с ОПМ, от ширины потенциальной ямы, при наличии примесного центра.

Рассмотрим рис. 3.2: На ней показана зависимость энергии связи электрона в цилиндрической КТ от различных фиксированных значений глубины ОПМ. Из рисунка можно заметить, что с увеличением β энергии связи частицы уменьшаются. Отметим также, что кривые,

соответствующие более большим значениям глубины потенциальной ямы, находятся выше. Таким образом, область локализации электрона в цилиндрической КТ, и в присутствии и в отсутствие примесей, зависит от параметров A и β . Энергия связи электрона, зависит от геометрических параметров и от глубины ограничивающего потенциала.

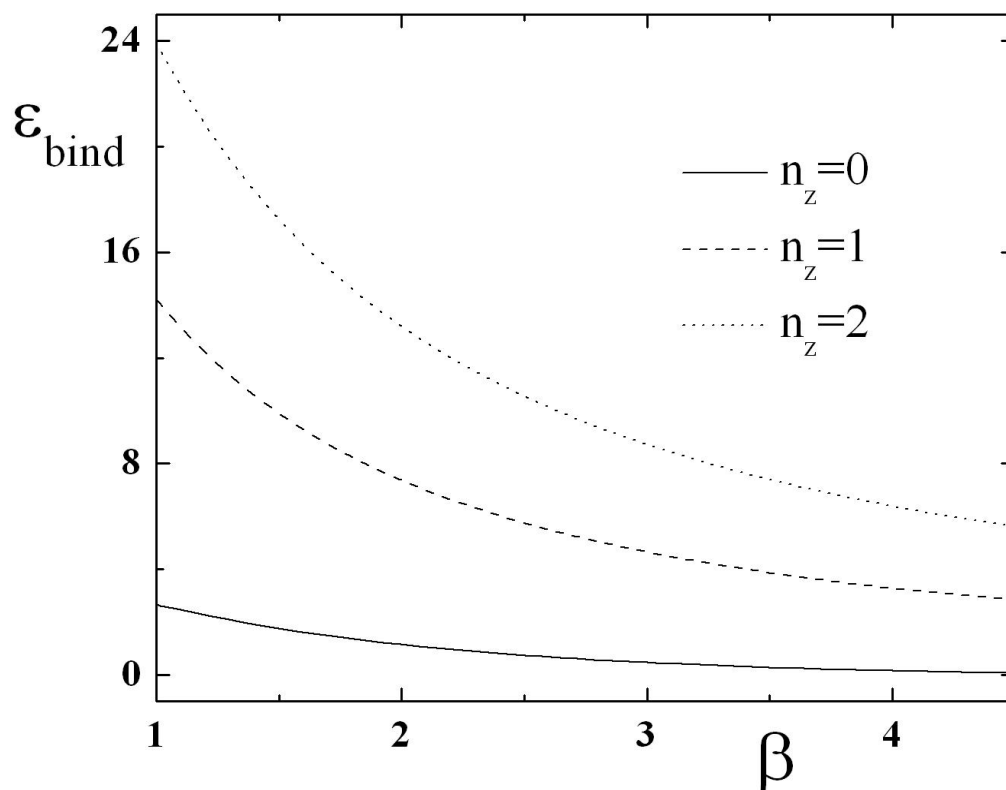


Рис.3.2. зависимость энергии связи электрона в цилиндрической КТ, от различных фиксированных значений глубины ОПМ.

§3.2. Влияние гидростатического давления и температуры на электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ

В данном параграфе рассмотрено влияние гидростатического давления и температуры на энергетические уровни электронов и дырок находящихся в цилиндрической КТ, которая в аксиальном и радиальном направлениях ограничена соответственно ОПМ и ПП. Для расчета этого влияния необходимо принимать во внимание зависимость диэлектрической проницаемости, эффективной массы, а также параметров ОПМ от давления и температуры [120-122]. Следовательно, мы должны переписать гамильтониан рассматриваемой системы с учетом гидростатического давления и влияния температуры:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_p^*(P,T)} \vec{\nabla}^2 + V(\vec{r}, P, T) - \frac{e^2}{\kappa(P)\sqrt{\rho^2 + \tilde{z}^2}} \quad (3.11)$$

где $V(\vec{r}, P, T) = V_{MP}(\tilde{z}, P, T) + V_{PP}(\rho, P, T)$ сумма ограничивающих потенциалов в аксиальном и радиальном направлениях:

$$V_{MP}(\tilde{z}, P, T) = \tilde{A}_i + \tilde{A}_i \left(e^{-\frac{2\tilde{z}}{\tilde{b}(P)}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}}{\tilde{b}(P)}} \right), \quad (3.12)$$

$$V_{PP}(\rho, P, T) = \frac{m_p^*(P, T) \omega(P)^2 \rho^2}{2}$$

Зависимость эффективной массы электрона от гидростатического давления и температуры можно записать в следующем виде[123]:

$$m_e^*(P, T) = \left[1 + \frac{15020}{E_g(P, T)} + \frac{7510}{E_g(P, T) + 341} \right]^{-1} m_0, \quad (3.13)$$

Для ширины запрещенной зоны $GaAs - E_g(P, T)$ имеем:

$$E_g(P, T) = \left(1519 + 10.7P - \frac{0.5405T^2}{T + 204} \right) meV \quad (3.14)$$

где m_0 – масса свободного электрона. В данной задаче рассмотрено случай тяжелой дырки,

$$m_{hh}^*(P) = m_0 (0.45 - 0.1 \times 10^{-3} P), \quad (3.15)$$

Отметим также, что влияние температуры на эффективную массу тяжелой дырки отсутствует. Влияние гидростатического давления и температуры на диэлектрическую проницаемость *GaAs* задается в виде:

$$\kappa(P, T) = \kappa_\alpha e^{\alpha_1 P + \alpha_2 T}, \quad (3.16)$$

где κ_α – диэлектрическая проницаемость материала, $\alpha_1 = -1.67 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1} (-1.73 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1})$, $\alpha_2 = 9.4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} (20.4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1})$. Отметим, что в зависимости от температуры в (3.16) меняются константы: в частности, при $T \leq 200 \text{ K}$ – $\kappa_\alpha = 12.65$, $\alpha_1 = -1.67 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1}$, $\alpha_2 = 9.4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, а при $T > 200 \text{ K}$ – $\kappa_\alpha = 12.29$, $\alpha_1 = -1.73 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1}$, $\alpha_2 = 20.4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ [121].

Зависимость характерных размеров цилиндрической КТ от давления, которая получается при фазовом изменении в объеме образца, задается в виде:

$$\begin{aligned} R(P) &= R(0)(1 + \eta_1 \times 10^{-3} P), \\ h(P) &= h(0)(1 + \eta_2 \times 10^{-3} P), \end{aligned} \quad (3.17)$$

где $\eta_1 = -1.9$, $\eta_2 = -4.9$ [124, 118].

На рис. 3.3 показана зависимость энергии частиц от приложенного гидростатического давления на КТ при комнатной температуре ($T = 300 \text{ K}$) для фиксированных значений глубины ОПМ. Как видно из рисунка, при увеличении гидростатического давления энергия частицы увеличивается. Это зависимость можно объяснить с помощью уравнения (3.17). С увеличением давления радиус и высота цилиндрической КТ уменьшаются, т.е. уменьшается область локализации электрона, и энергия последнего увеличивается. Такое уменьшение ширины ОПМ приводит к увеличению эффекта РК.

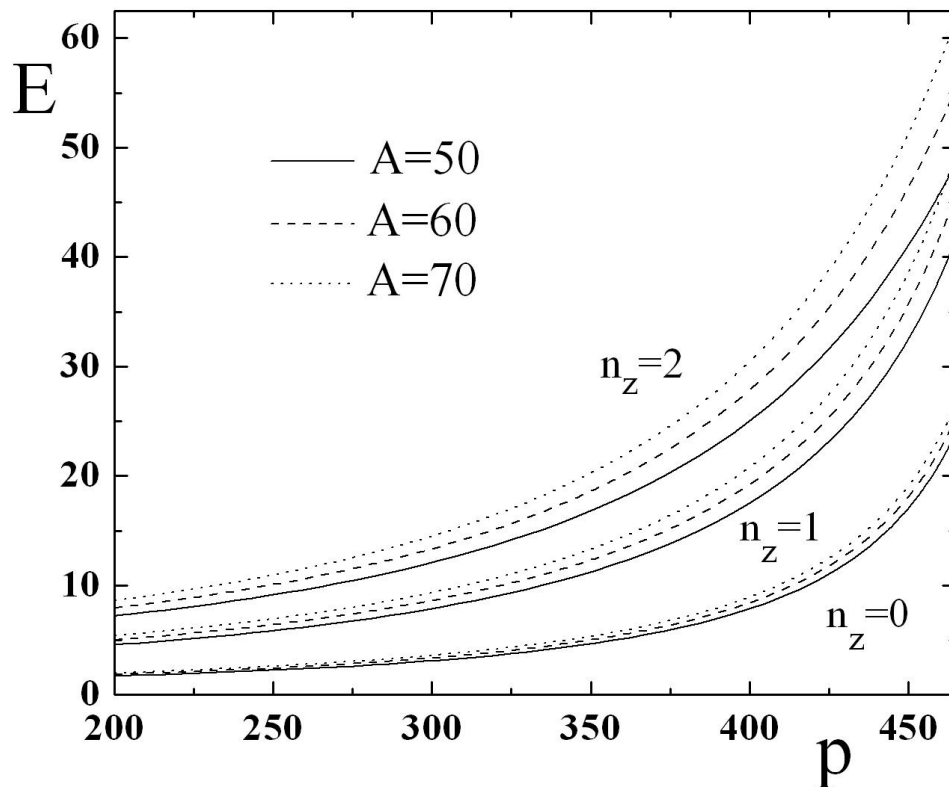


Рис.3.3 зависимость энергии частиц в цилиндрической КТ от приложенного внешнего гидростатического давления при комнатной температуре ($T = 300\text{K}$).

На рис 3.4 представлена зависимость энергии частиц в цилиндрической КТ от температуры при фиксированном значении внешнего гидростатического давления. Как видно из рисунка при увеличении температуры энергия частицы уменьшается. Как можно заметить, зависимость энергии от температуры слабая по отношению к зависимости от гидростатического давления.

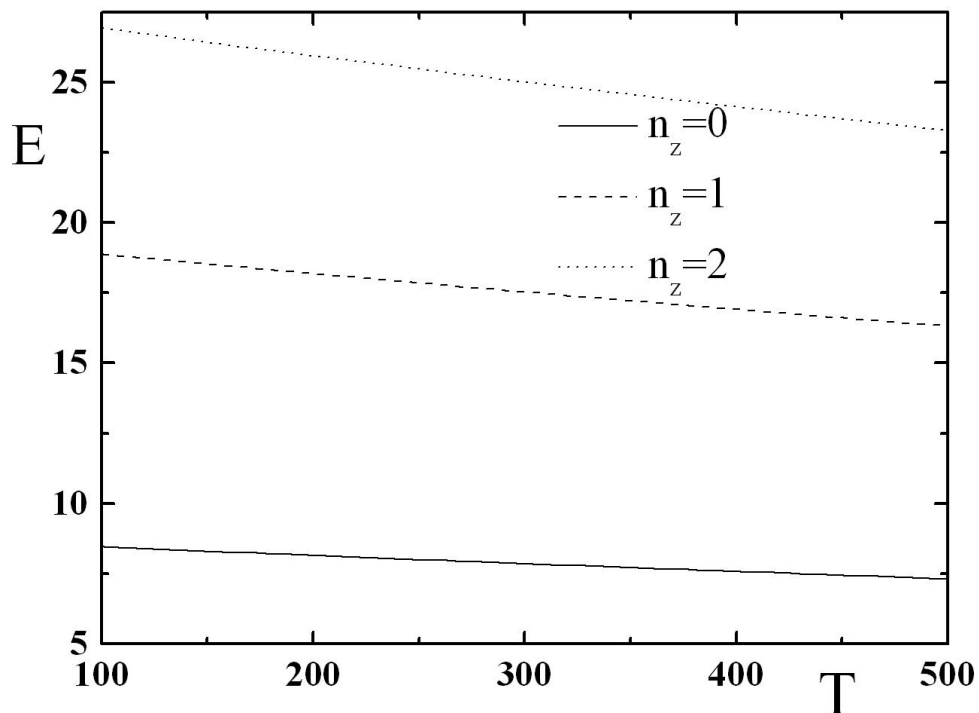


Рис.3.4 зависимость энергии частиц в цилиндрической КТ от температуры при фиксированном значении внешнего гидростатического давления ($P = 400\text{bar}$).

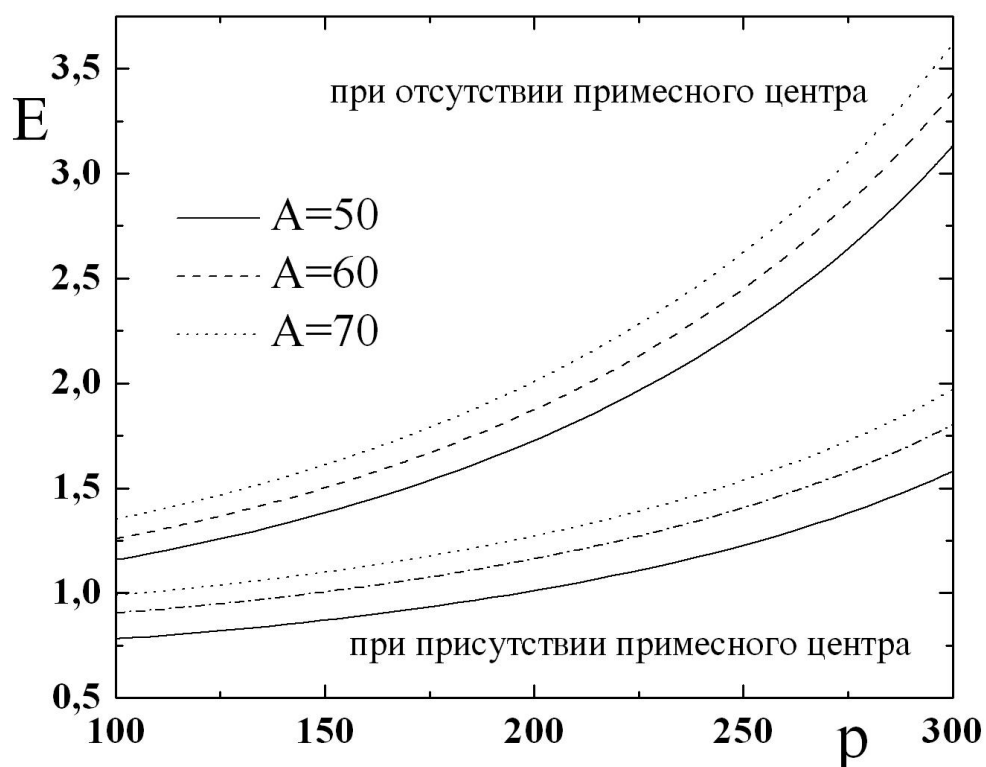


Рис.3.5 зависимость энергии частиц в цилиндрической КТ от приложенного внешнего гидростатического давления, в присутствии и в отсутствие примесных состояний.

На Рис 3.5 показана зависимость энергии частиц от приложенного внешнего гидростатического давления, в присутствии и в отсутствие примесных состояний. Как и ожидалось, энергия, соответствующая наличию примесного центра, находится ниже, что может быть объяснено наличием отрицательного кулоновского взаимодействия.

Наконец на Рис 3.6 приведена трехмерная зависимость энергии частицы в цилиндрической КТ с ОПМ, от величины гидростатического давления и температуры для первых трех уровней.

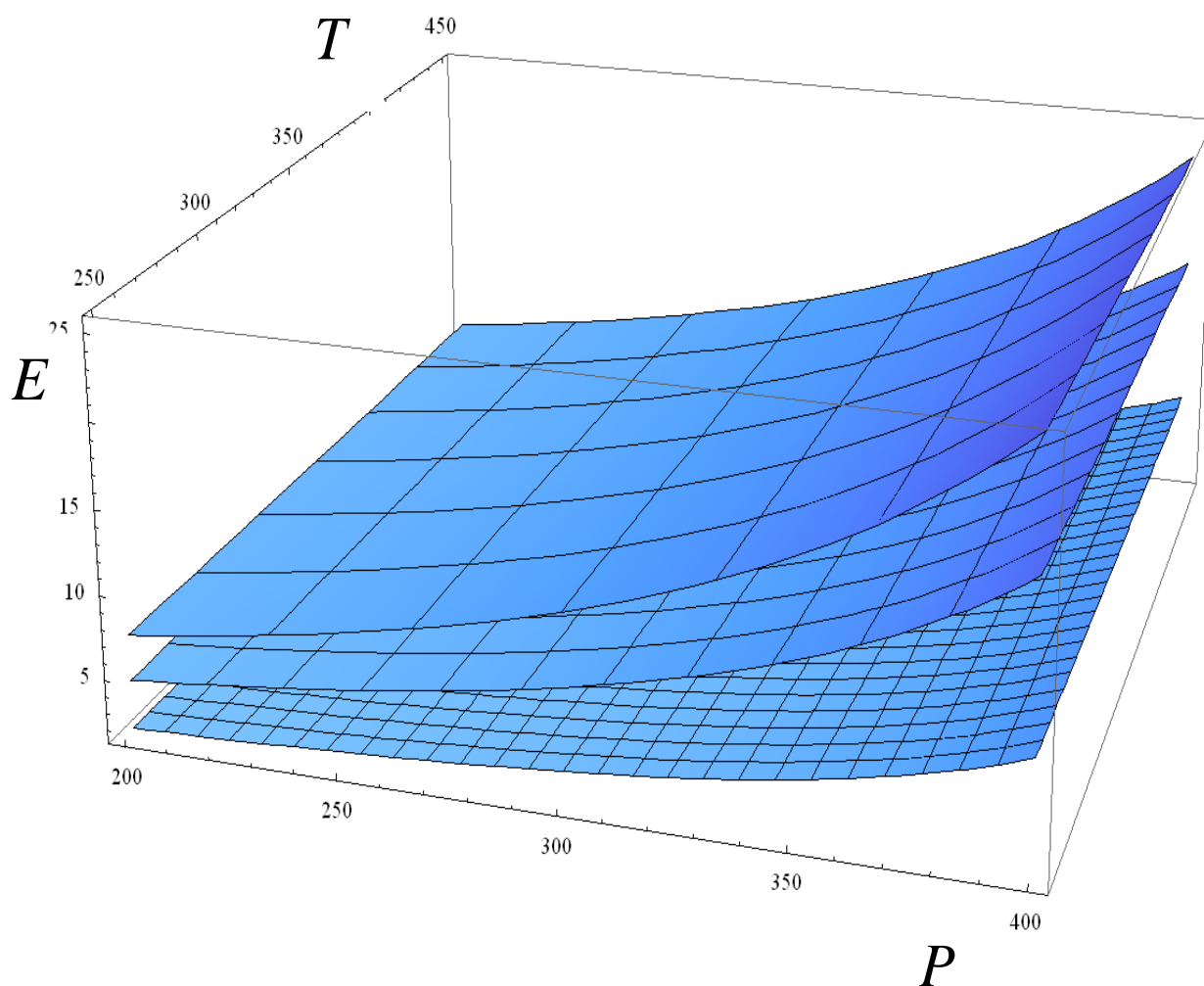


Рис. 3.6 Трехмерная зависимость энергии частиц в цилиндрической КТ от величины гидростатического давления и температуры для первых трех уровней.

§3.3. Электронные состояния в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего магнитного и электрического полей.

В настоящем параграфе в режиме сильного РК рассмотрено движение электрона в цилиндрической КТ в присутствии внешнего однородного магнитного и электрического полей, которые взаимно перпендикулярны друг другу, а вектор напряженности магнитного поля направлен вдоль оси цилиндра (OZ). Отметим так же, что ограничивающий потенциал КТ вдоль оси цилиндра описывается ОПМ, а в радиальном направлении – ПП [112, 125].

Для данной задачи гамильтониан системы можно записать в виде:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_e^*} \left(\hat{P} + \frac{e}{c} \hat{A} \right)^2 + \tilde{U}_{conf}(\rho, \tilde{z}) + eFz, \quad (3.18)$$

где

$$\tilde{U}_{conf}(\rho, \tilde{z}) = \tilde{A} + \tilde{A} \left(e^{-\frac{2\tilde{z}}{\beta}} - 2e^{-\frac{\tilde{z}}{\beta}} \right) + \frac{m_e^* \omega^2 \rho^2}{2}, \quad (3.19)$$

Так как задача не имеет аналитического решения, мы найдем решение в рамках теории возмущений и вариационного метода. Поэтому, мы вначале решим задачу при наличии только магнитного поля.

Как уже было сказано в предыдущей главе, в режиме сильного РК гамильтониан системы можно представить в виде суммы гамильтонианов электрона и дырки. Таким образом, задачу можно свести к нахождению энергетических уровней этих частиц по отдельности.

В этом случае гамильтониан электрона в цилиндрических координатах может быть записан в виде:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_e^*} \left(\hat{P} + \frac{e}{c} \hat{A} \right)^2 + U_{conf}(\rho, Z), \quad (3.20)$$

где \hat{P} – оператор импульса частицы, \hat{A} – векторный потенциал магнитного поля. Калибровка векторного потенциала берется следующим образом: $A_\rho = 0$, $A_\varphi = B\rho/2$, $A_z = 0$.

Тогда гамильтониан в цилиндрических координатах будет имеет следующий виде:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial}{\rho \partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] - i \frac{\hbar \omega_H}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{m_e^* \omega_H^2}{8} \rho^2 + \\ & + \tilde{A} + \tilde{A} \left(e^{-\frac{2z}{\beta}} - 2e^{-\frac{z}{\beta}} \right) + \frac{m_e^* \omega^2 \rho^2}{2}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Безразмерные гамильтонианы частиц в цилиндрических координатах могут быть представлены в виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2. \quad (3.22)$$

где

$$\begin{cases} \hat{H}_1 = -\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{4} \gamma^2 r^2 + \frac{1}{4} \gamma_0^2 r^2, \\ \hat{H}_2 = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} + A + A \left(e^{-\frac{2z}{\beta}} - 2e^{-\frac{z}{\beta}} \right). \end{cases} \quad (3.23)$$

Здесь приведены следующие обозначения: $\gamma = m_e^* \omega_H (a_B^e)^2 / \hbar$,

$$\gamma_0 = 2m_e^* \omega (a_B^e)^2 / \hbar.$$

Полную ВФ системы будем искать в следующем виде

$$\Phi(r, \varphi, z) = C e^{im\varphi} R(r) \chi(z), \quad (3.24)$$

Тогда задача сводится к нахождению электронных состояний подсистем в отдельности. После несложных преобразований ВФ, которая задается гипергеометрической функцией, и энергия радиальной подсистемы будут иметь следующий вид [112, 125]:

$$R(r) = e^{-\sqrt{\gamma_0^2 + \gamma^2} r^2 / 2} \left(\sqrt{\gamma_0^2 + \gamma^2} r^2 \right)^{|m|/2} \times \\ \times {}_1F_1 \left\{ - \left(\frac{\varepsilon_r}{4\sqrt{\gamma_0^2 + \gamma^2}} - \frac{|m|+1}{2} \right), |m|+1, r^2 \sqrt{\gamma_0^2 + \gamma^2} \right\}, \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_r = 2\sqrt{\gamma_0^2 + \gamma^2} (N+1), \quad (3.26)$$

где введено обозначение: $N = 2n_r + |m|$, $N = 0, 1, 2, \dots$ здесь n_r и N – соответственно, радиальное и осцилляторное квантовые числа.

ВФ второй подсистемы задается гипергеометрической функцией Гаусса и имеет следующий вид [112]

$$\chi(z) = e^{-\left(\frac{\beta\sqrt{A}e^{-z/\beta}}{\beta} \right)} \left(2\beta\sqrt{A}e^{-z/\beta} \right)^s {}_1F_1 \left(-n_z, 2s+1, 2\beta\sqrt{A}e^{-z/\beta} \right), \quad (3.27)$$

где $s = \beta\sqrt{-\varepsilon'_z}$, а ${}_1F_1(\alpha, \beta, \gamma)$ – гипергеометрическая функция Гаусса [112].

А для энергии аксиальной подсистемы, будем иметь:

$$\varepsilon_z = A - \left[\sqrt{A} - \frac{1}{\beta} \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \right]^2, \quad (3.28)$$

где n_z – квантовое число по направлению z , которое принимает значения $n_z = 0, 1, 2, \dots$

Полная энергия системы есть сумма энергий двух подсистем:

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_z. \quad (3.29)$$

Подставляя их значения, окончательно получим:

$$\varepsilon = A - \left[\sqrt{A} - \frac{1}{\beta} \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \right]^2 + 2\sqrt{\gamma_0^2 + \gamma^2} (N+1) \quad (3.30)$$

Перейдем к рассмотрению задачи с учетом влияния внешнего электрического поля. Поскольку уравнение Шредингера с гамильтонианом (3.18) не имеет точного решения, то задача может быть решена с помощью вариационного метода [125]. Пробную ВФ ищем в виде:

$$\Phi_{int}(r) = A(\alpha)R(r)\chi(z)e^{-\alpha\sqrt{r^2+z^2}}, \quad (3.31)$$

где $A(\alpha)$ - нормировочная константа, α - вариационный параметр. Коэффициент нормировки $A(\alpha)$ зависит от вариационного параметра α . Затем, следуя технике вариационного метода для расчета энергии частиц, мы можем написать

$$\varepsilon_{int}(\alpha) = \int_0^{+\infty} \Phi_{int}^* \hat{H} \Phi_{int} dr. \quad (3.32)$$

Энергия $\varepsilon_{int}(\alpha)$ определяется численными методами, потому что невозможно аналитически вычислить интегралы входящие в уравнение (3.32). С помощью минимизации энергии $\varepsilon_{int}(\alpha)$ получаем, наконец, энергию электрона в цилиндрической КТ с ОПМ.

Теперь обсудим влияние параллельных электрических и магнитных полей в рамках теории возмущений.

Оператор возмущения имеет следующий вид:

$$V(z) = eFz. \quad (3.33)$$

Для электрона $e = -|e|$. Согласно теории возмущений, энергия первой поправки:

$$E_n^1 = \langle n | V(z) | n \rangle. \quad (3.34)$$

На рис. 3.7 и 3.8 представлены зависимости энергетического спектра электрона в цилиндрической КТ с ОПМ от ширины β и глубины A . Как видно из рисунка, с увеличением ширины потенциальной ямы, полная энергия ε уменьшается. Это является следствием уменьшением вклада РК в энергию системы. Противоположная картина наблюдается для зависимостей энергетических уровней от глубины потенциальной ямы.

На обоих рисунках пунктирные линии соответствуют наличию однородного магнитного поля, а сплошные линии – отсутствию магнитного поля.

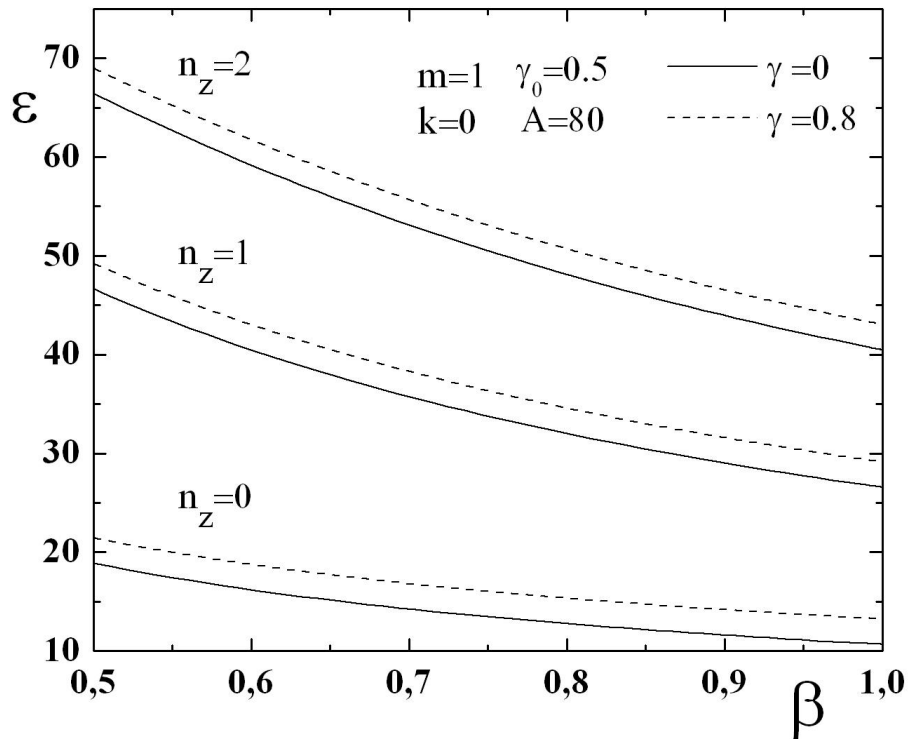


Рис. 3.7. Зависимости энергетических уровней от ширины потенциальной ямы, при фиксированном значении глубины ОПМ.

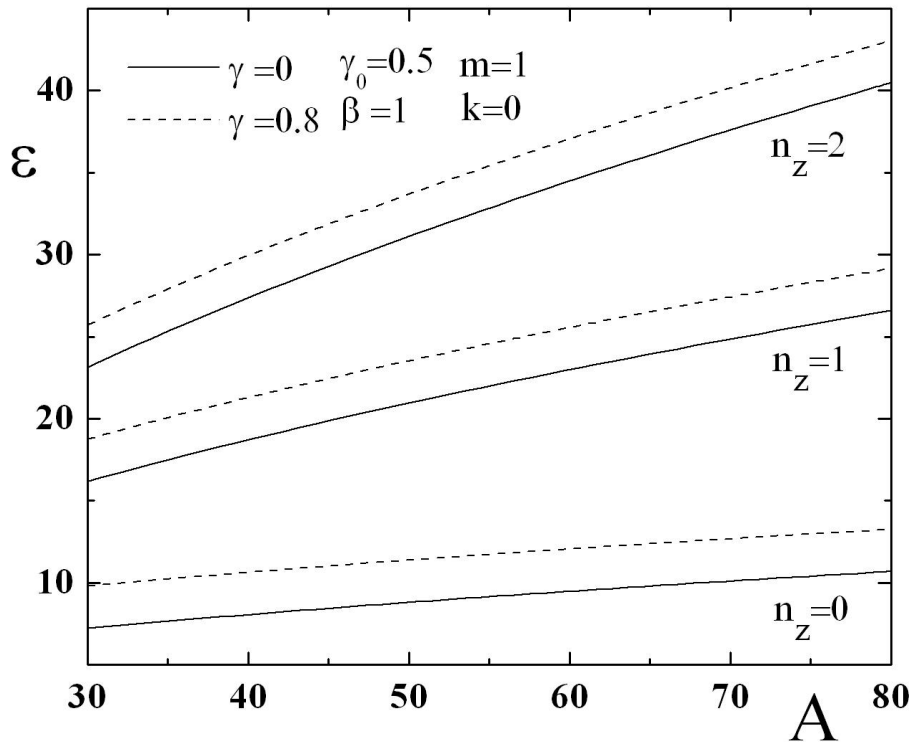


Рис. 3.8. Зависимости энергетических уровней от глубины потенциальной ямы, при фиксированном значении ширины ОПМ.

Очевидно, что энергия частицы при наличии магнитного поля располагается выше, чем энергия при отсутствии поля, так как магнитное квантование вносит добавочный вклад в полную энергию частицы.

Вышесказанное явным образом иллюстрирует рис. 3.9, где приведена зависимость энергетического спектра от магнитного поля при фиксированных значениях параметров ОПМ. Как уже отметили, увеличение магнитного поля приводит к росту энергетических уровней.

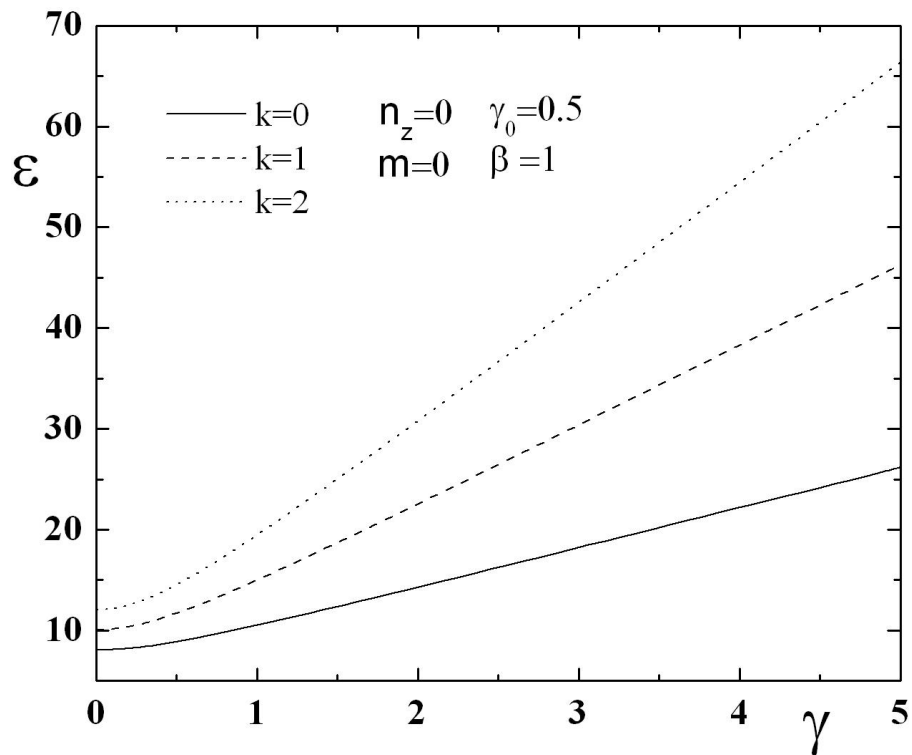


Рис. 3.9. Зависимость энергии электрона от величины магнитного поля при фиксированных значениях параметров ОПМ.

На рис 3.10 показана зависимость энергии частиц (основное состояние) от электрического поля в безразмерных величинах

$$f = \frac{2m_e^* eF (a_B^e)^3}{\hbar^2}. \text{ Отметим, что } f = 1 \text{ соответствует полю, напряженность}$$

которого равна $F = 17,9 (B / \text{см})$.

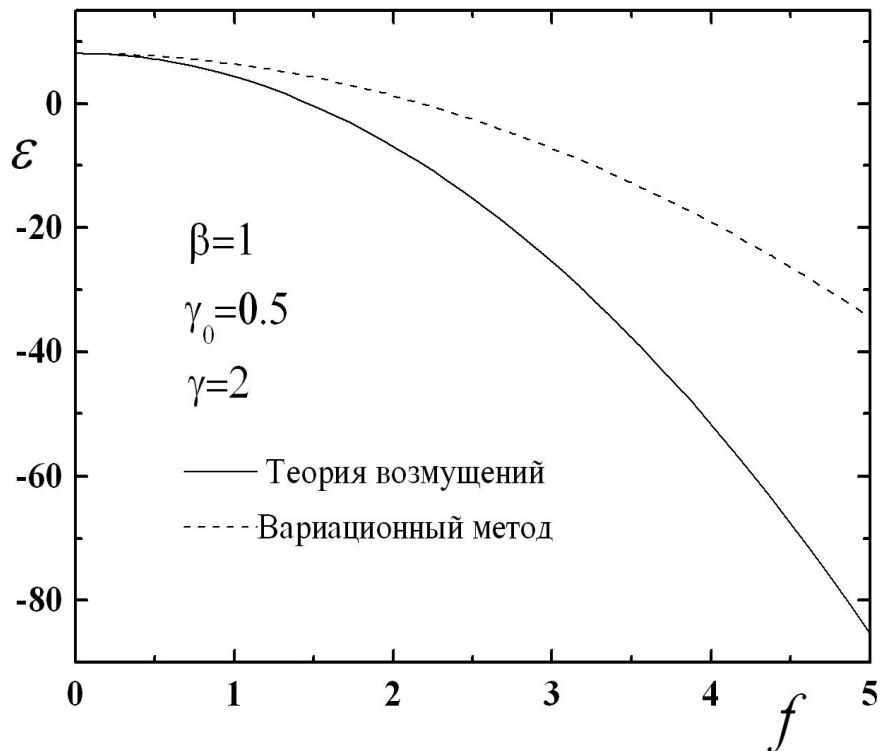


Рис. 3.10. Зависимость энергии основного состояния электрона (дырки) от электрического

Как видно из рисунка, с увеличением величины электрического поля энергия частиц уменьшается. Уровень энергии, вычисленный по теории возмущений, размещен выше, чем уровень энергии, рассчитанный вариационным методом. Тем не менее, в обоих случаях уровни энергии стремятся к случаю, когда электрическое поле становится равной нулю.

Г Л А В А IV

МЕЖЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА

Исследование оптического спектра поглощения полупроводниковых структур является мощным инструментом для определения многих характеристик этих систем: значения запрещенных зон, эффективных масс электронов и дырок, их подвижности, диэлектрических постоянных и т.д. Есть много работ, посвященных теоретическим и экспериментальным исследованиям оптического поглощения в массивных полупроводниках и РК системах [59, 116, 117, 126-129]. Например, в работе [126] представлены результаты оптических исследований явлений в КТ и структурах с квантовыми ямами при межзонной оптической накачке. Были экспериментально и теоретически исследованы межзонное и внутризонное поглощение света в наноструктурах с КТ. Авторами так же были исследованы фотолюминесценция и межзонное поглощение света в ступенчатых квантовых ямах в том числе исследована фотолюминесценция при пикосекундной оптической накачке. Экспериментальные результаты были сопоставлены с результатами расчета энергетического спектра и переходных вероятностей. Показано, что инверсия населенностей существует между третьим и вторым возбужденными уровнями ступенчатой квантовой ямы.

Наличие РК существенно влияет на характер поглощения. Действительно, формирование новых РК энергетических уровней делает возможным появление новых межуровневых переходов. Формирование NZ семейств эквидистантных энергетических уровней в РК системе с

ОПМ, которые возникают в силу особенностей их внешней формы, кардинально влияют на оптические переходы. Другими словами, нужно ожидать, что даже в отсутствие внешних квантовых полей, в связи с геометрическим строением, вне спектра НЗ появятся новые квантовые переходы.

В работе [127] экспериментально и теоретически были исследованы спектры межзонного поглощения света в КТ *InAs/GaAs* покрытыми квантовыми ямами *InGaAs*. Основные пики в спектрах связаны с электронными переходами между основным и возбужденным уровнями КТ. Значение сечения межзонного поглощения было определено. Было изучено фотоиндуцированное изменение межзонного поглощения для поляризованного света в зависимости от интенсивности оптической межзонной накачки и было найдено усиление света. Было получено, что изменение поглощения, в том числе усиление света, обусловлено заполнением состояний КТ неравновесными электронами и дырками.

В свою очередь, манипулирование параметрами ограничивающего потенциала в процессе их роста может быть достигнуто для всех трех режимов РК: сильного, промежуточного и слабого. Иными словами, для получения полной картины исследования, необходимо принимать во внимание появление экситонных эффектов оптического поглощения. В работе [128] с учетом спин-орбитального взаимодействия Рашбы были проанализированы энергетические спектры экситон, как с тяжелой дыркой, так и с легкой, а так же оптическое поглощение в квантовой яме. Были рассмотрены межзонные и внутризонные экситонные переходы и показано, что если взаимодействием электрона и дырки пренебречь, то в присутствии спин-орбитального взаимодействия, вероятности межзонных и внутризонных фотоэлектрических эффектов отличаться вблизи порога. Пороговые вероятности межзонных и внутризонных фотоэлектрических

эффектов становятся конечными, когда кулоновское взаимодействие учитывается.

В данном параграфе, в режиме сильного РК, была получена зависимость порога поглощения от параметров КТ. Так же была получена зависимость порога поглощения от различных внешних воздействий: внешнего гидростатического давления и величины магнитного поля. Также была исследована зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего света для ансамбля цилиндрических КТ.

§4.1 Прямое межзонное поглощение света в ансамбле цилиндрических КТ с ОПМ

Рассмотрим прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ОПМ в режиме сильного РК. Кроме того, рассмотрим случай тяжелой дырки с $m_e^* \ll m_h^*$, где m_e^* и m_h^* являются эффективными массами электрона и дырки, соответственно. Тогда коэффициент поглощения задается в виде [71,130]:

$$K(\Omega, R, h) = A \sum_{v, v'} \left| \int \Phi_v^e \Phi_{v'}^h d\vec{r} \right|^2 \delta(\hbar\Omega - E_g - E_{Str}^v - E_{Str}^{v'}), \quad (4.1)$$

где $\Phi_{v(v')}$ дается формулой (3.24), v и v' – наборы квантовых чисел соответствующих электрону и тяжелой дырке, соответственно, E_g – есть ширина запрещенной зоны массивного полупроводника, Ω – частота падающего света, A – величина, пропорциональная квадрату матричного элемента, взятого по блоховским функциям [130, 131]. Наличие δ -функции обеспечивает выполнение закона сохранения энергии для соответствующих переходов.

Для режима сильного РК пороговые частоты определяются следующим выражением:

$$\hbar\Omega_{000} = E_g + E_e^0 + E_h^0 \quad (4.2)$$

Где $E_e^0 = \varepsilon_e^0 E_R^e$, $E_h^0 = \varepsilon_h^0 E_R^h$, $E_g = \frac{\hbar^2}{2\mu d^2}$ - ширина запрещенной зоны, а

$d = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\mu E_g}}$ - характерная длина ширины запрещенной зоны, $\mu = \frac{m_e^* m_h^*}{m_e^* + m_h^*}$ -

приведённая эффективная масса экситона.

Учитывая выражение для энергии электрона и дырки при режиме сильного РК, для края поглощения окончательно получим:

$$W_{000} = 1 + 2 \frac{\hbar\omega_e + \hbar\omega_h}{E_g} + \frac{\tilde{A}_e + \tilde{A}_h}{E_g} - \left[\sqrt{\frac{\tilde{A}_e}{E_g}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_e^Z}{E_g}} \right]^2 - \left[\sqrt{\frac{\tilde{A}_h}{E_g}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_h^Z}{E_g}} \right]^2, \quad (4.3)$$

где $E_e^Z = \frac{\hbar^2}{2m_e^* \tilde{\beta}_e^2}$, $E_h^Z = \frac{\hbar^2}{2m_h^* \tilde{\beta}_h^2}$, $W_{000} = \hbar\Omega_{000}/E_g$.

Рассмотрим правила отбора для переходов между уровнями с различными квантовыми числами. Для осцилляционного квантового числа разрешены переходы для уровней с $N = N'$. Для магнитного квантового числа допускаются переходы между уровнями с $m = -m'$. Численные расчеты показывают, что интеграл по аксиальной переменной снимает правила отбора, так как эффективные массы электрона и дырки параметрически входят в аксиальную ВФ, следовательно, аксиальные ВФ электрона и дырки не ортонормированные. Исходя из этого, можем сказать что, для аксиального квантового числа нет никакого правила отбора, и любые переходы между различными уровнями разрешены: $n_z \rightarrow \forall n'_z$.

До сих пор все перечисленные выше расчеты были проведены для полупроводниковых квантовых точек с одинаковыми размерами. Для сравнения полученных результатов с экспериментальными результатами следует принимать во внимание дисперсию геометрических размеров цилиндрической КТ. Очевидно, что имеет смысл расчет дисперсии ширины ОПМ (аксиальное направление) и параметров осциллятора (радиальное направление). Учет дисперсии приводит к серии размытых максимумов вместо δ - образных пиков поглощения. В течение роста ансамбля КТ, в зависимости от технологических параметров роста, может произойти симметричное или асимметричное распределение геометрических параметров КТ вокруг определенных средних значений.

Для описания симметричного распределения геометрических параметров в пределах среднего значения используется функция

распределения Гаусса, а для асимметричного - распределение Лифшиц-Слезова [130] (см. рис. 4.1):

$$P_{GS}(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(u-1)^2}{2(\sigma/\eta)^2}\right\},$$

$$P_{LS}(u) = \begin{cases} \frac{3^4 e u^2 \exp(-1/(1-2u/3))}{2^{5/3} (u+3)^{7/3} (3/2-u)^{11/3}}, & u < 3/2 \\ 0, & u > 3/2 \end{cases}, \quad (4.4)$$

где переменная u - это отношение параметров дисперсии к их средним значениям:

$u = \tilde{\beta}_i / \langle \tilde{\beta}_i \rangle = R / \langle R \rangle$, а все остальные параметры определены из эксперимента. Принимая во внимание дисперсию параметра $\tilde{\beta}_i$, выражение (4.1) будет заменено на следующее:

$$K(\Omega) = A \sum_{v,v'} \iint P_h(u_h) P_R(u_R) \left\{ \left| \int \Phi_{Str}^v \Phi_{Str}^{v'} d\vec{r} \right|^2 \delta(\hbar\Omega - E_g - E_{Str}^v - E_{Str}^{v'}) \right\} du_h du_R. \quad (4.5)$$

Принимая во внимание правила отбора для коэффициента поглощения в режиме сильного РК, мы получаем:

$$K = \frac{A}{E_g} \sum_{n,n'} \frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2 + 4\lambda_2\lambda_5}} \left(\frac{2\lambda_5}{\sqrt{\lambda_4^2 + 4\lambda_2\lambda_5} - \lambda_4} \right)^2 P_R\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\right) P_h\left(\frac{2\lambda_5}{\sqrt{\lambda_4^2 + 4\lambda_2\lambda_5} - \lambda_4}\right), \quad (4.6)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ - константы, в которых входят частоты света, глубина ОПМ, среднее значение ширины ОПМ, эффективные массы дыр и электронов, помимо основных и осцилляторных квантовых чисел.

Теперь рассмотрим прямое межзонное поглощение света в режиме слабого РК. Из-за локализации экситона в сравнительно небольшой окрестности центра КТ для коэффициента поглощения можно записать выражение

$$K = A \sum |\phi_{wk}(0)|^2 \left| \int \Phi_{wk}(\vec{R}) d\vec{R} \right|^2 \delta(\hbar\Omega - E_g - \varepsilon_{wk}) \quad (4.7)$$

В режиме слабого РК для края поглощения мы получаем:

$$W_{1000} = 1 + 2 \frac{\hbar\omega_e + \hbar\omega_h}{E_g} + \frac{\tilde{A}_e + \tilde{A}_h}{E_g} - \left[\sqrt{\frac{\tilde{A}_e}{E_g}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_e^Z}{E_g}} \right]^2 - \left[\sqrt{\frac{\tilde{A}_h}{E_g}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_h^Z}{E_g}} \right]^2 - \frac{d^2}{a_{ex}^\mu a_{ex}^M}. \quad (4.8)$$

Здесь $W_{1000} = \hbar\Omega_{1000}/E_g$, $d = \hbar/\sqrt{2ME_g}$, $a_{ex}^\mu = \kappa\hbar^2/\mu e^2$ и $a_{ex}^M = \kappa\hbar^2/Me^2$.

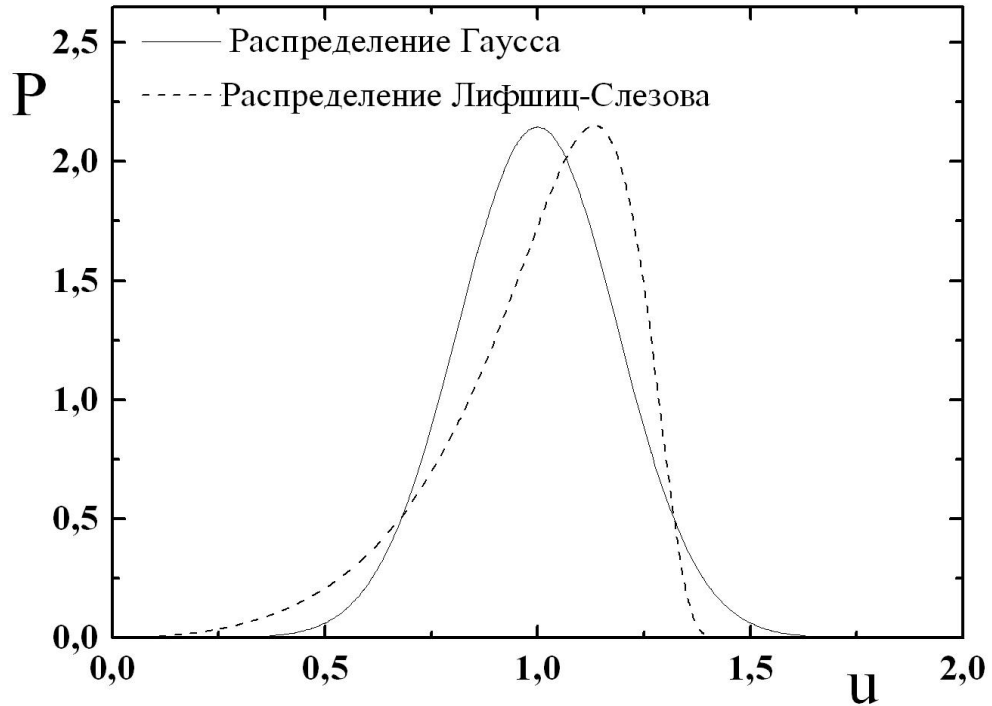


Рис. 4.1. Функции распределения Гаусса и Лифшиц-Слезова.

На рис 4.2 приведена зависимость края поглощения от радиуса КТ для фиксированного значения глубины ОПМ, в режиме сильного РК. Как видно из рисунка, с уменьшением радиуса КТ, край поглощения возрастает. Это вытекает из следующих соображений: с уменьшением параметра $\beta \sim h$, эффективная ширина запрещенной зоны увеличивается за счет уменьшения влияния стен КТ. По той же причине, кривые, соответствующие большим фиксированным значениям глубины, лежат выше, чем для меньших значений.

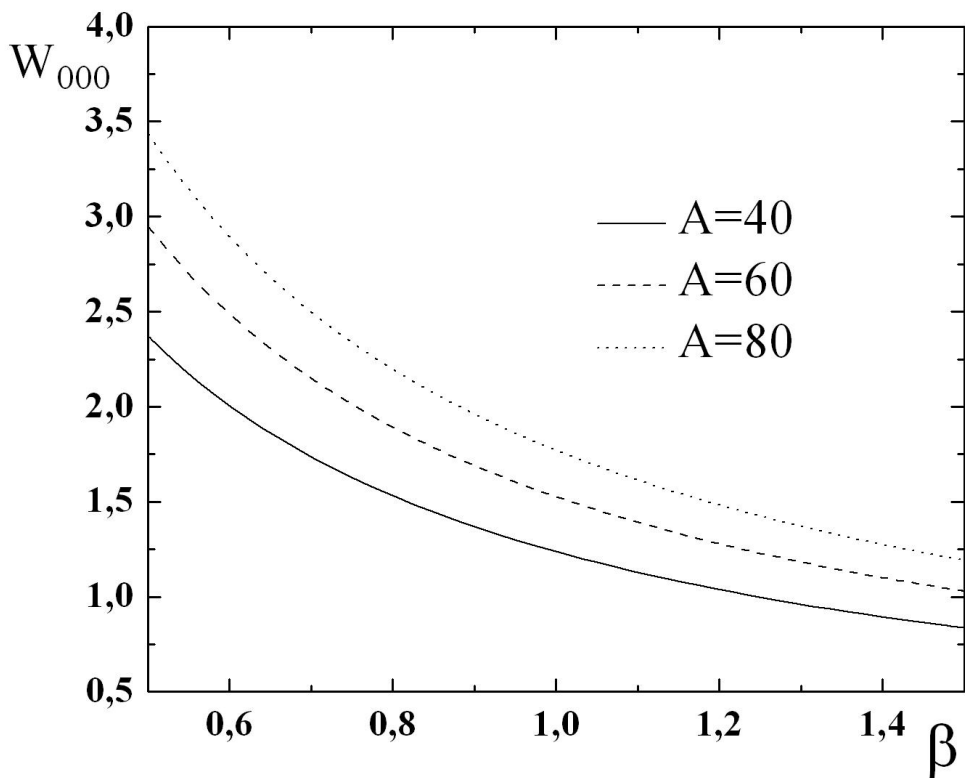


Рис. 4.2. Зависимость края поглощения от ширины ОПМ.

Рис. 4.3 представляет собой схематическое изображение, которое показывает увеличение эффективной ширины запрещенной зоны при изменении потенциальной ямы, когда ширина β уменьшается. Отметим, что уменьшение ширины потенциальной ямы приводит к “синему”

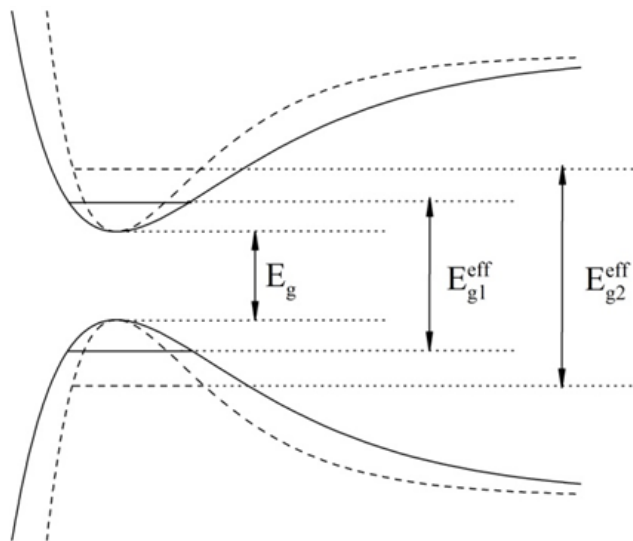


Рис. 4.3. Схематическая иллюстрация изменений эффективной ширины запрещенной зоны

смещению пороговых частот, а уменьшение глубины потенциальной ямы – к “красному” смещению пороговых частот.

На рис. 4.4 представлена зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего света для ансамбля цилиндрических КТ. Расчеты даются для режима сильного РК для двух наборов квантовых чисел для фиксированных значений глубины потенциальной ямы. Другими словами, каждая линия представляет один индивидуальный переход между определенными уровнями, квантовые числа которых показаны на рис. 4.4, соответствует случаю, когда распределение геометрических параметров цилиндрической КТ во всех направлениях симметрично. Это означает, что для вычислений функция распределения Гаусса используется как в радиальном, так и осевом направлениях. Еще один интересный случай, когда во время роста ансамбля цилиндрических КТ распределение по размерам возрастающих объектов в разных направлениях описывается различными функциями распределения. Такой смешанный случай распространения показан на рис. 4.5.

В отличие от случая симметричного распределения, для асимметричного распределения коэффициент поглощения меняет положение максимума с изменением квантовых чисел, между тем интенсивность поглощения, как и в предыдущем случае, также уменьшается.

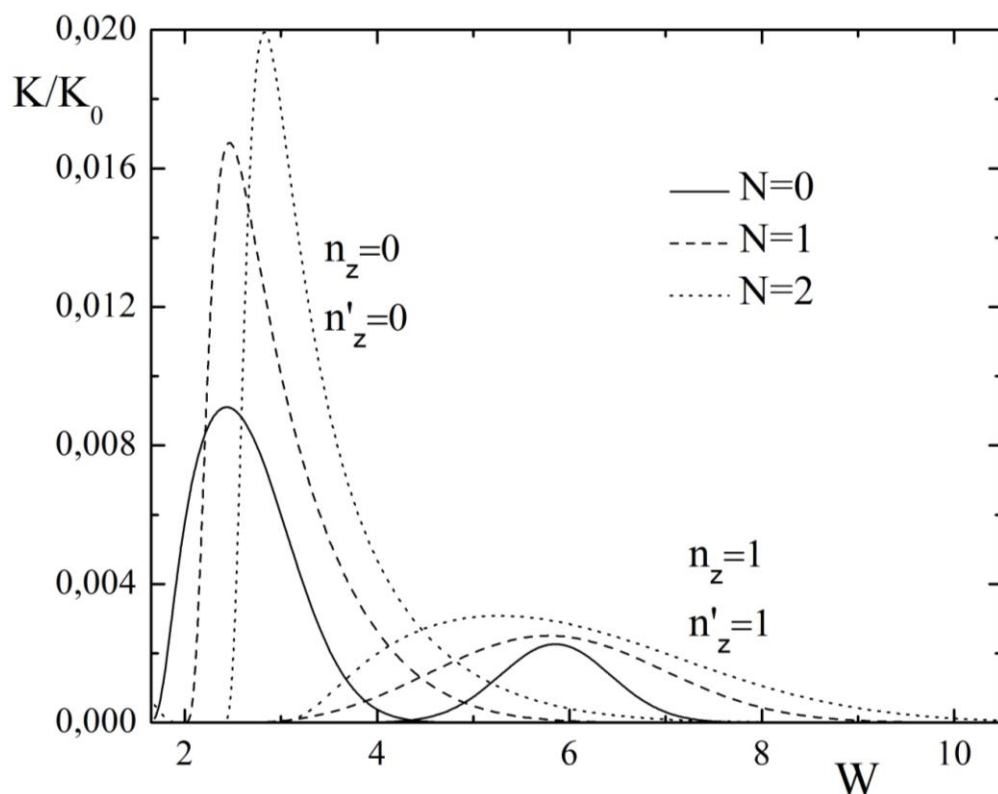


Рис. 4.4. Зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего света для ансамбля цилиндрических КТ (радиальное направление - распределение Гаусса, осевое направление - распределение Гаусса).

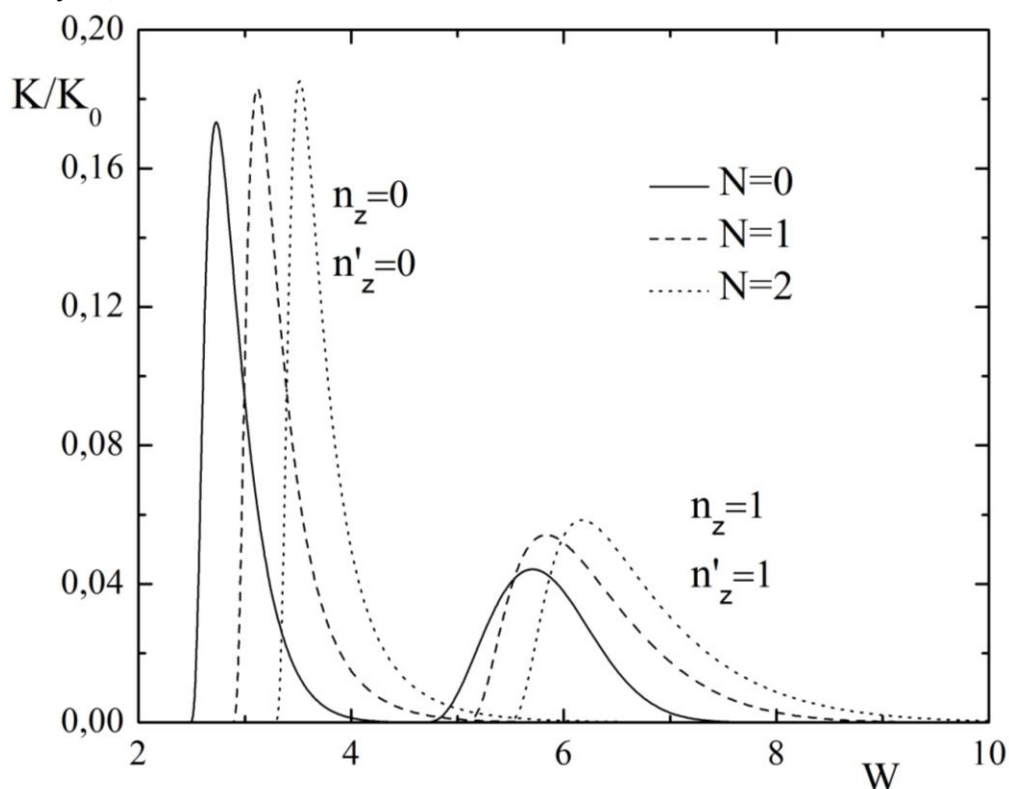


Рис. 4.5. Зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего света для ансамбля цилиндрических КТ (радиальное направление - распределение Гаусса, осевое направление - распределение Лифшиц-Слезова).

§4.2 Прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего гидростатического давления

В данном параграфе рассмотрим прямое межзонное поглощение света цилиндрической КТ с ОПМ в аксиальном направлении и ПП в радиальном направлении при наличии внешнего гидростатического давления и градиента температуры.

Край поглощения в этом режиме квантования определяется уравнением (4.2), а энергии входящие в это уравнение выражением (2.22), где параметры β , m_i^* , a_b^i , E_g зависят от P и T .

Рассмотрим правила отборов для переходов между уровнями с разными квантовыми числами. Для магнитного квантового числа разрешены переходы между уровнями с $m = -m'$, а для квантового числа n_z – разрешены любые переходы. Для осцилляторного квантового числа разрешены переходы для уровней с $N = N'$.

На рис. 4.6 показана зависимость порога поглощения от гидростатического давления в режиме сильного РК. Как можно заметить, с увеличением давления (уменьшения β), край поглощения увеличивается. Обратная картина наблюдается при уменьшении глубины потенциальной ямы. В этом случае эффективная ширина запрещенной зоны уменьшается.

Вышесказанное более наглядно показано на рис. 4.7, где приведена зависимость порога поглощения от глубины ОПМ в режиме сильного РК при различных значениях гидростатического давления и при комнатной температуре ($T=300\text{K}$)

В целом, следует отметить, что уменьшение ширины потенциальной ямы, приводит к "синему" смещению пороговой частоты, а уменьшение глубины потенциальной ямы, приводит к - "красному" смещению пороговых частот.

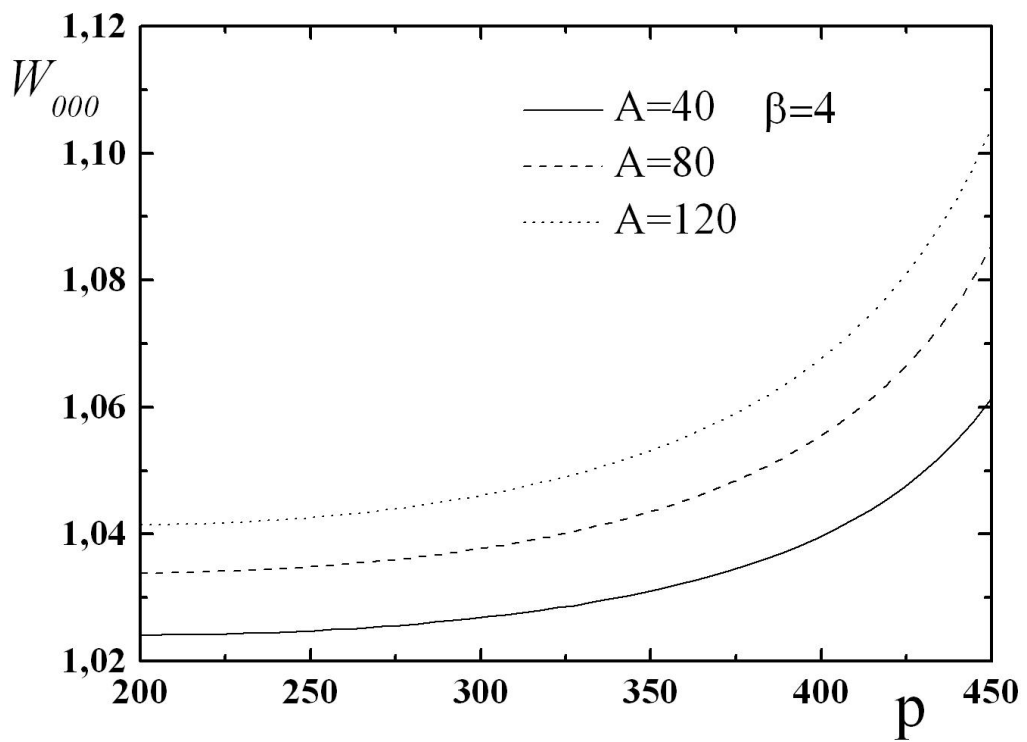


Рис.4.6 зависимость порога поглощения от гидростатического давления в режиме сильного РК для различных значений глубины ОПМ, при комнатной температуре ($T=300\text{K}$)

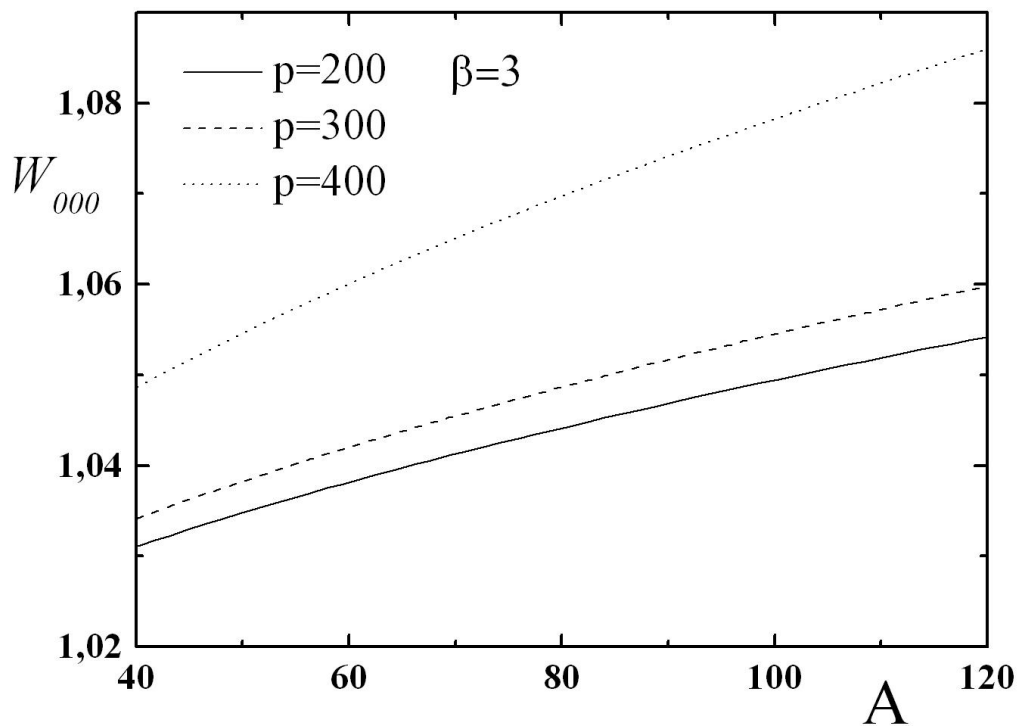


Рис.4.7 зависимость порога поглощения от глубины ОПМ в режиме сильного РК при различных значениях гидростатического давления и при комнатной температуре ($T=300\text{K}$)

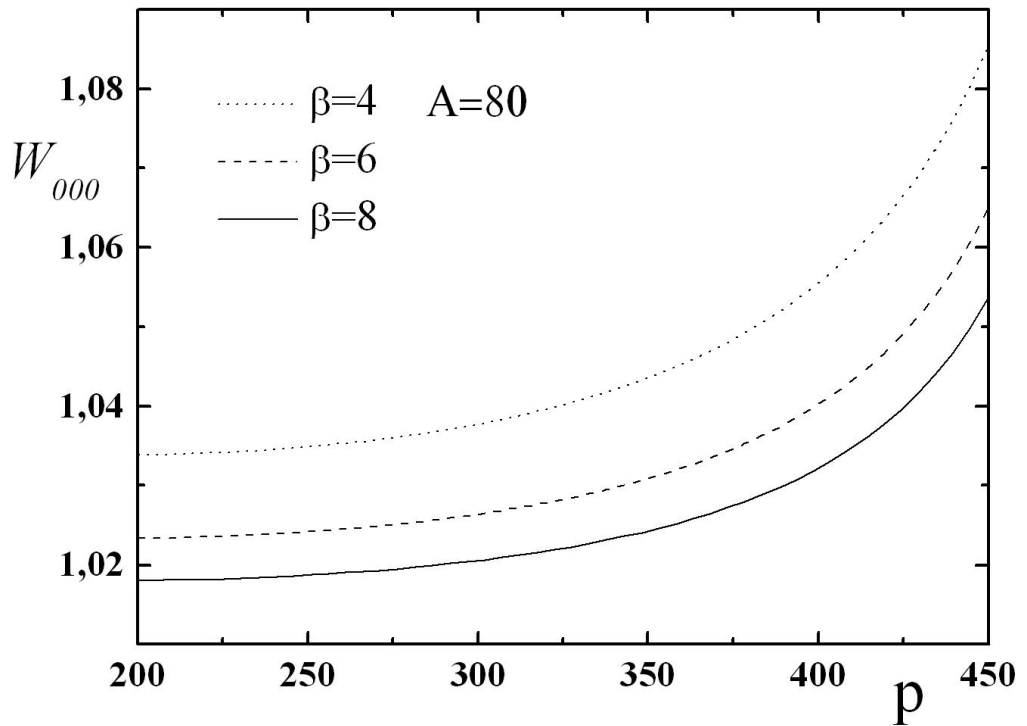


Рис.4.8 зависимость порога поглощения от гидростатического давления в режиме РК квантования для различных значений ширины ОПМ, при комнатной температуре ($T=300\text{K}$)

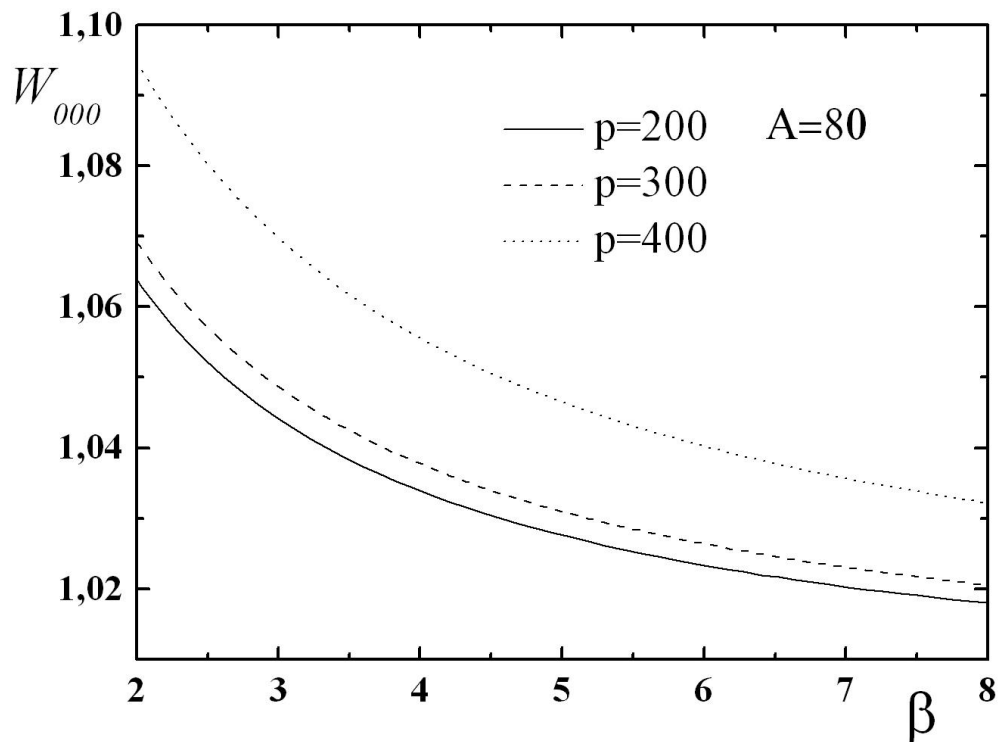


Рис.4.9 зависимость порога поглощения от ширины ОПМ в режиме сильного РК при различных значениях гидростатического давления и комнатной температуре ($T=300\text{K}$)

На рис 4.8 и на рис. 4.9 представлены зависимости порога поглощения от внешнего гидростатического давления (для различных значений ширины ОПМ) и от ширины ОПМ (при различных значениях внешнего давления) соответственно.

§4.3 Прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ОПМ при наличии внешнего магнитного и электрического полей

Перейдем к рассмотрению прямого межзонного поглощения света цилиндрической КТ с ОПМ в аксиальном направлении и ПП в радиальном направлении при наличии внешних магнитных и электрических полей. Рассматривается случай сильного РК и тяжелой дырки, т.е. когда $m_e^* \ll m_h^*$.

Для края поглощения в безразмерных величинах в цилиндрической КТ, при наличии только внешнего магнитного поля, учитывая выражения для энергии (3.30), придем к выражению:

$$W_{000} = 1 + \left(A - \left[\sqrt{A} - \frac{1}{2\beta} \right]^2 \right) \left(\frac{\mu}{m_e^*} \cdot \left(\frac{d}{a_e} \right)^2 + \frac{\mu}{m_h^*} \cdot \left(\frac{d}{a_h} \right)^2 \right) + \frac{\mu}{m_e^*} \cdot \left(\frac{d}{a_e} \right)^2 4\sqrt{\gamma_e^2 + (\gamma_0^e)^2} + \frac{\mu}{m_h^*} \cdot \left(\frac{d}{a_h} \right)^2 4\sqrt{\gamma_h^2 + (\gamma_0^h)^2} \quad (4.9)$$

На рис. 4.10 и 4.11 представлены зависимости порога поглощения от ширины и глубины ОПМ, соответственно. С уменьшением ширины потенциальной ямы край поглощения увеличивается. Противоположная ситуация наблюдается для зависимостей края поглощения от глубины потенциальной ямы.

На рис. 4.12 приведена зависимость края поглощения от магнитного поля при фиксированных значениях параметров ОПМ. В предельном случае, когда параметра γ стремится к нулю, то есть магнитное поле исчезает, край поглощения стремится к значению случая отсутствия магнитного поля.

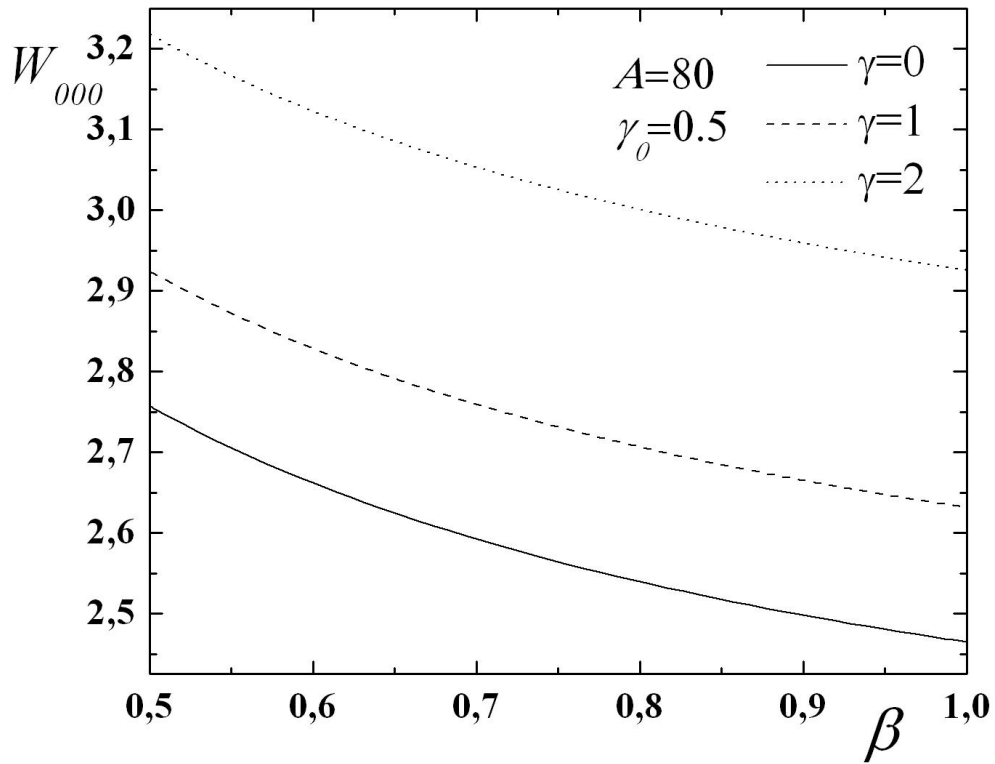


Рис. 4.10. Зависимости порога поглощения от ширины ОПМ, при фиксированных значениях глубины и величины магнитного поля.

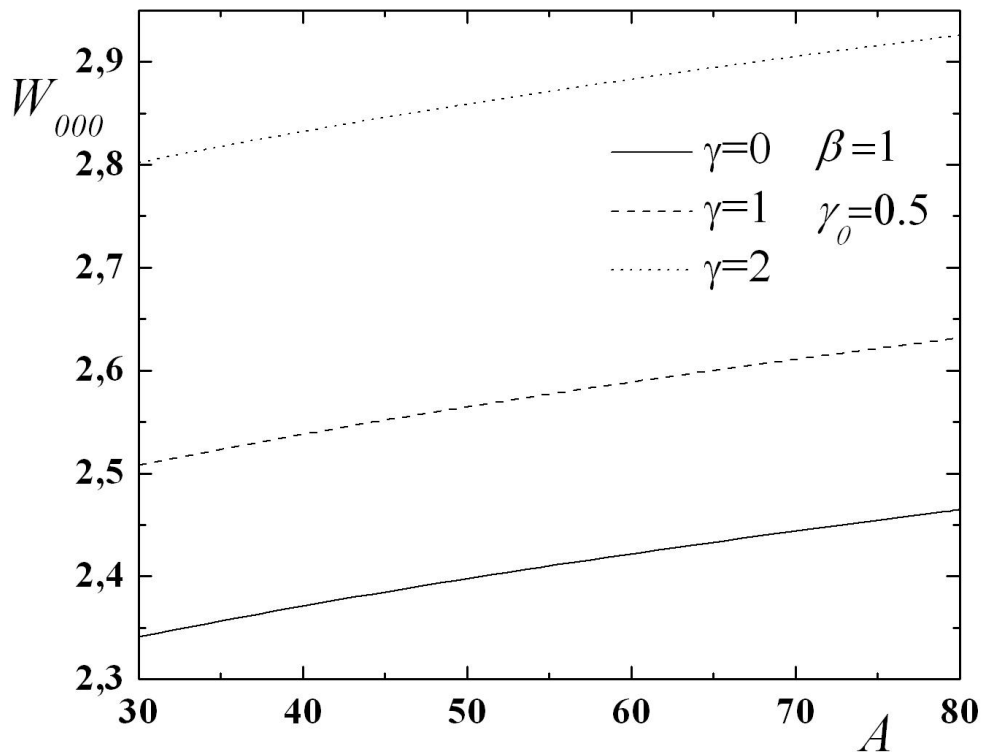


Рис. 4.11. Зависимости порога поглощения от глубины ОПМ, при фиксированных значениях ширины и величины магнитного поля.

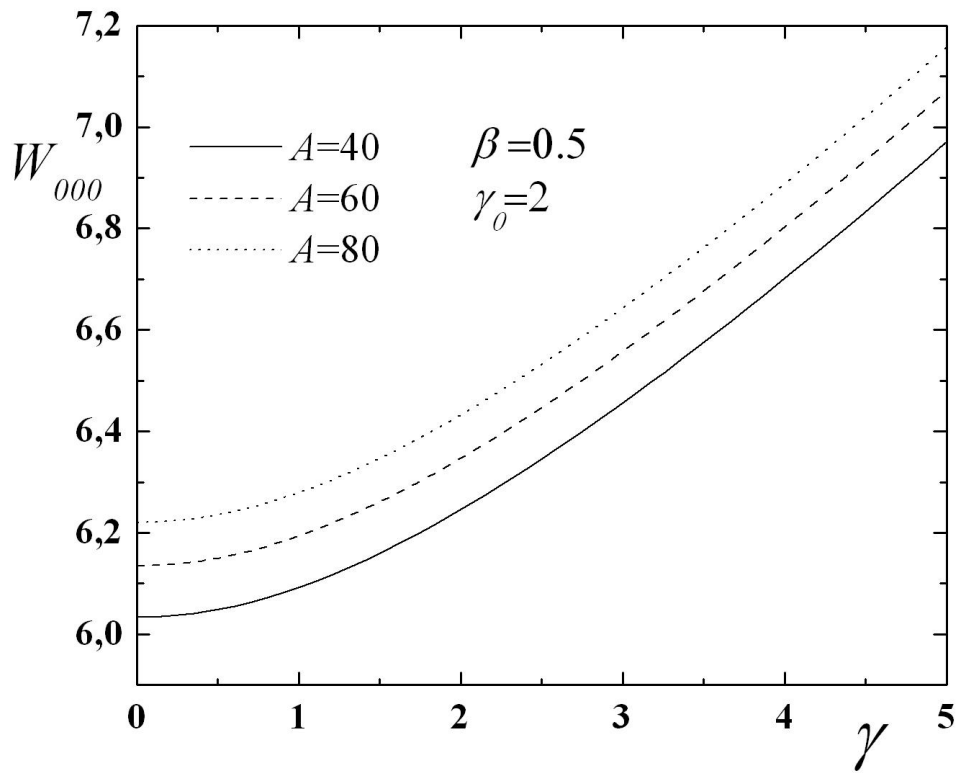


Рис. 4.12. Зависимость края поглощения от величины магнитного поля.

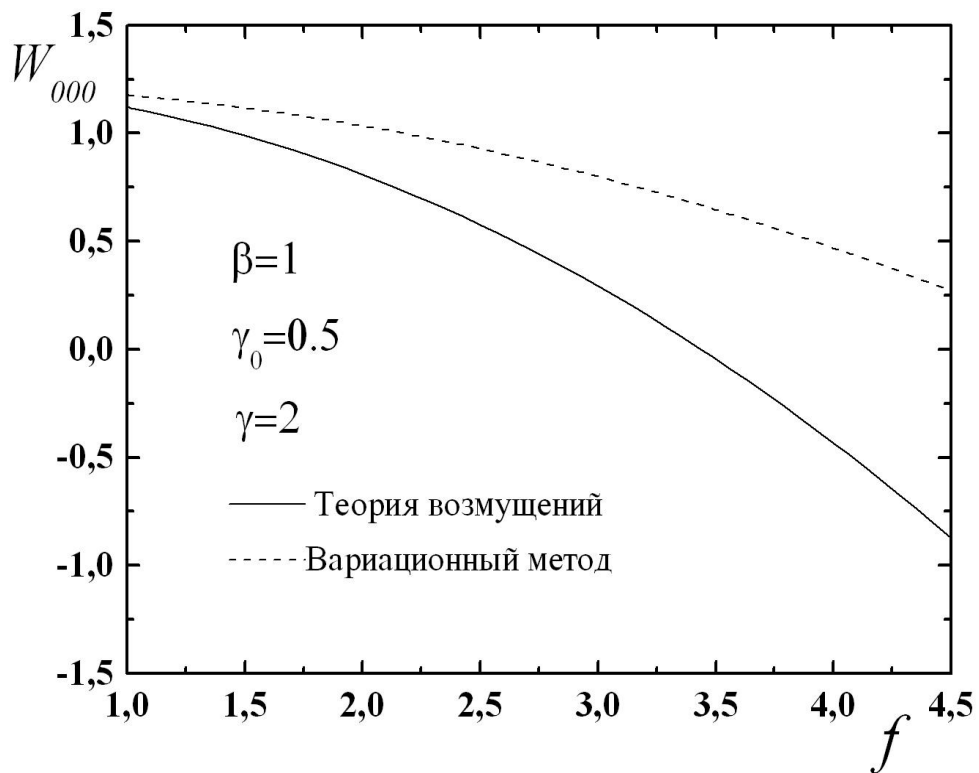


Рис. 4.13. Зависимости порога поглощения от электрического поля.

А на рис 4.13 представлена зависимость порога поглощения от электрического поля в безразмерных величинах $f = \frac{2m_e^* e F (a_B^e)^3}{\hbar^2}$. Как видно из рисунка, с увеличением величины электрического поля величина W_{000} уменьшается. Кривая для порога поглощения, вычисленной по теории возмущений, как и в случае энергии частицы, размещена выше, чем кривая, рассчитанная вариационным методом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной диссертационной работе теоретически исследованы электронные состояния в трех режимах РК, примесные состояния в режиме сильного РК, а также, изучено прямое межзонное поглощение света в цилиндрической КТ. Отметим, что цилиндрическая КТ, по аксиальному направлению ограничена ОПМ, а в радиальном направлении ПП. Рассмотрено влияние различных внешних воздействий (магнитное и электрическое поле, гидростатическое давление и температурный эффект) на энергетический спектр НЗ и на межзонное поглощение света.

Ниже приведены основные результаты, полученные в диссертационной работе:

1. В рамках приближения эффективной массы исследованы электронные состояния, в цилиндрической КТ из GaAs, с ОПМ в аксиальном направлении и ПП в радиальном. Показано, что благодаря конечности высоты ОПМ, в изучаемой системе может иметь место квантовый выброс электрона в аксиальном направлении. Было получено, что данный эффект имеет место при $\beta\sqrt{A} < \frac{1}{2}$.
2. Вариационным методом изучено влияние гидростатического давления, а также температуры на примесные уровни в цилиндрической КТ с ОПМ. Выявлены слабая температурная зависимость примесных уровней, а также их рост с увеличением внешнего гидростатического давления.
3. В рамках теорий возмущений и вариационного метода выявлена нелинейная зависимость Штарковского расщепления

энергетических уровней электрона (дырки), в цилиндрической КТ с ОПМ, в зависимости от приложенного электрического поля.

4. Исследовано оптическое поглощение в ансамбле из невзаимодействующих цилиндрических квантовых точек с ОПМ для трех режимов РК. Выявлены соответствующие правила отбора, а также определены пороговые частоты поглощения. Определены зависимости пороговых частот поглощения от параметров КТ с ОПМ.

С Л О В А Б Л А Г О Д А Р Н О С Т И

В заключение, хочу выразить искреннюю и глубокую благодарность моему научному руководителю – академику НАН РА, профессору Э.М. Казаряну, за наставничество и поддержку, оказанные при выполнении диссертационной работы.

Выражаю также большую благодарность доценту кафедры “Общей физики и квантовых наноструктур” ИМВТ при РАУ Д.Б. Айрапетяну и кандидату физико-математических наук О.Х. Тевосяну за большой вклад в совместные научные исследования, касающиеся диссертационной работы.

Существенную поддержку и содействие Э.М. Казарян, Д.Б. Айрапетян и О.Х. Тевосян оказали не только в исследовании проблем, представленных в диссертации, но и в написании четырех научных статей (в соавторстве), которые были опубликованы в известных научных изданиях.

Мне приятно также поблагодарить сотрудников кафедры “Общей физики и квантовых наноструктур” за моральную поддержку, многочисленные обсуждения задач и стимулирующие дискуссии. Особенно хочу выразить мою глубокую благодарность профессору А.А. Саркисяну за повсеместную поддержку, оказываемую за все время подготовки данной диссертационной работы и многочисленные советы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ В ДИССЕРТАЦИИ СОКРАЩЕНИЙ

КТ – квантовая точка

НЗ – носитель заряда

РК – размерное квантование

ОПМ – Ограничивающий потенциал Морса

МЛЭ – Молекулярно-лучевая эпитаксия

ВФ – волновая функция

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Harrison - Quantum wells, wires and dots. Theoretical and computational physics. John Wiley & Sons ltd, NY, 2005.
2. Ղազարյան Է.Մ., Պետրոսյան Ս.Գ.: Կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկայի ֆիզիկական հիմունքները, ՌՀՀ հրատարակչություն, Երևան, 2005
3. M. Califano, P. Harison. Presentation and experimental validation of a single-band constant potential model for self-assembled InAs/GaAs quantum dots. *Phys. Rev. B*, Volume. 61, pp.10959-10695 (2000).
4. E. C. Niculescu. Slow and fast light in pyramid shaped quantum dots under applied electric fields: The effect of the incident light polarization, *Superlattices and Microstructures*. Volume 82, p. 313-326 (2015).
5. E. Pelucchi, V. Dimastrodonato, L.O. Mereni, G. Juska, A. Gocalinska. A study of nitrogen incorporation in pyramidal site-controlled quantum dots. *Nanoscale Research Letters*, Volume 6, pp. 567 (2011).
6. G.C. Tiriba, E.C. Niculescu, L.M Burileanu. Hydrostatic pressure and magnetic field effects on donor states in pyramidal quantum dots. *Superlattices and Microstructures*, Volume 75, p. 749-760 (2014).
7. C. Jarlov, P. Gallo, M. Calic, B. Dwir, A. Rudra, E. Kapon. Bound and anti-bound biexciton in site-controlled pyramidal *GaInAs / GaAs* quantum dots. *Applied Physics Letters*, Volume 101, Issue 19, id. 191101 (4 pages) (2012).
8. Y.P. Varshni. Binding energy of a screened donor in a spherical quantum dot with a parabolic potential. *Superlattices and Microstructures*, Volume 29, Issue 3, pp. 233-238, (2001).
9. E.C. Niculescu. Energy Levels in a Spherical Quantum Dot with Parabolic Confinement under Applied Electric Fields. *Modern Physics Letters B*, Volume 15, Issue 16, pp. 545-554 (2001).

10. Gh. Safarpour, M.A. Izadi, E. Niknam, M. Moradi, M.M. Golshan. Simultaneous effects of external electric field and aluminum concentration on the binding energy of a laser-dressed donor impurity in a spherical quantum dot confined at the center of a cylindrical nano-wire. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 436, p. 14-19 (2014).
11. G. Murillo, N. Porrás-Montenegro. Effects of an Electric Field on the Binding Energy of a Donor Impurity in a Spherical GaAs-(Ga,Al)As Quantum Dot with Parabolic Confinement. *Physica Status Solidi (B), Basic Research*, Volume 220, Issue 1, pp.187-190 (2000).
12. Kushwaha, S.Manvir. Magneto-optical absorption in semiconducting spherical quantum dots: Influence of the dot-size, confining potential, and magnetic field. *AIP Advances*, Volume 4, Issue 12, id.127151 (2014)
13. L.A. Juharyan, E.M. Kazaryan, L.S. Petrosyan. Electronic states and interband light absorption in semi-spherical quantum dot under the influence of strong magnetic field. *Solid State Communications*, Volume 139, Issue 10, pp. 537-540 (2006)
14. F. Grosse, R. Zimmermann. Electron-phonon interaction in embedded semiconductor nanostructures. *Physical Review B*, Volume 75, Issue 23, id. 235320 (2007).
15. C. Echeverría-Arrondo, J. Pérez-Conde, A.K. Bhattacharjee. Acceptor and donor impurities in GaN nanocrystals. *Journal of Applied Physics*, Volume 104, Iss. 4, pp. 044308-044308-6 (2008).
16. E.M. Kazaryan, L.S. Petrosyan, H.A. Sarkisyan. Influence of semiconductor-dielectric transition border on the electronic states in spherical quantum dots. *Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences)*, Allerton Press, Inc., Volume 37, pp. 120-128 (2002).

17. Gh. Safarpour, M. Novzari, M.A. Izadi, S. Yazdanpanahi. The linear and nonlinear optical properties of an off-center hydrogenic donor impurity in nanowire superlattices: Comparison between arrays of spherical and cylindrical quantum dots. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 66, p. 148-156 (2015).
18. C. Bose, C.K. Sarkar. Binding energy in of impurity states in spherical *GaAs / GaAlAs* quantum dots. *Phys. Stat. Sol. (b)*, Volume 218, 461-469 (2000).
19. E.M. Kazaryan, A.A. Kostanyan, R.G. Poghosyan. Impurity states in *ZnS / InP/ ZnSe* core/shell/shell spherical quantum dot. *Journal of Physics: Conference Series*, Volume 50, Issue 1, pp.012020 (2012).
20. B. Vaseghi, M. Sadri, G. Rezaei, A. Gharaati. Optical rectification and third harmonic generation of spherical quantum dots: Controlling via external factors. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 457, p. 212-217 (2015).
21. L.S. Petrosyan. Electronic states in spherical quantum dots with Vood-Saxon's confinement potential. *Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences)*, Volume 37, pp. 173-177 (2002).
22. S.M. Amirkhanyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan. Spin magnetic moment current of impurity electron in a spherical quantum dot. *Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences)* Volume 49, Issue 6, pp 264-271 (2014).
23. M.S. Atoyanyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan. Direct interband light absorption in a cylindrical quantum dot in quantizing magnetic field. *Physica E*, Volume 22, Issue 4, p. 860-866 (2004).
24. Y. Li, J. Liu, O. Voskoboynikov, C.P. Lee, S.M. Sze. Electron energy level calculations for cylindrical narrow gap semiconductor quantum dot. *Computer Physics Communications*, Volume 140, Issue 3, pp. 399-404 (2001).

25. R. Charrou, M. Bouhassoune, M. Fliyou, A. Nougouai. Magnetic field effect on the binding energy of a hydrogenic impurity in cylindrical quantum dot. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 293, Issue 1-2, pp. 137-143 (2000).
26. X. Zhang, G. Xiong, X. Feng. Well width-dependent third-order optical nonlinearities of a *ZnS / CdSe* cylindrical quantum dot quantum well. *Physica E*, Volume 33, Issue 1, pp. 120-124 (2006).
27. H.R. Askari, Z. Raki. Effect of light polarization on the electromagnetically induced transparency and birefringence in a cylindrical quantum dot with spin-orbit interaction. *Superlattices and Microstructures*, Volume 71, p. 82-92 (2014).
28. C.M. Duque, A.L. Morales, M.E. Mora-Ramos, C.A. Duque. Exciton-related nonlinear optical response and photoluminescence in dilute nitrogen *In_xGa_{1-x}N_yAs_{1-y} / GaAs* cylindrically shaped quantum dots. *Journal of Luminescence* Volume 154, Pages 559–568 (2014).
29. V.I. Boichuk, I.V. Bilynskyi, O.A. Sokolnyk, I.O. Shakleina. Effect of quantum dot shape of the GaAs/AlAs heterostructure on interlevel hole light absorption. *Condensed Matter Physics*, Volume 16, No. 3, pp. 33702:1-10 (2013).
30. K. Varga, P. Navratil, J. Usukura, Y. Suzuki. Stochastic variational approach to few-electron artificial atoms. *Physical Review B*, Volume 63, Issue 20, id. 205308 (2001).
31. H. Sarkisyan. Direct optical Absorption in Cylindrical Quantum Dot. *Modern Phys. Lett. B*, Volume 16, Issue 22, pp. 935 (2004).
32. N.G. Aghekyan, S.M. Amirkhanyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan. Spin magnetic moment and persistent orbital currents in cylindrical nanolayer. *Superlattices and Microstructures*, Volume 69, p. 87-98 (2014).

33. M.E. Mora-Ramos, C.A. Duque. Excitons in cylindrical $GaAs / Ga_{1-x}Al_xAs$ quantum dots under applied electric field. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 407, Issue 12, pp. 2351-2357 (2012).
34. N. Li, K.-X. Guo, Sh. Shao. Polaron effects on the optical absorptions in cylindrical quantum dots with parabolic potential. *Optics Communications*, Volume 285, Issue 10, pp. 2734-2738 (2012).
35. N. Safta, A. Sakly, H. Mejri, M.A. Zaïdi. Electronic properties of multi-quantum dot structures in $Cd_{1-x}Zn_xS$ alloy semiconductors. *The European Physical Journal B*, Volume 53, Issue 1, pp.35-38 (2006).
36. M.E. Mora-Ramos, M.G. Barseghyan, C.A. Duque. Excitons in a cylindrical $GaAs$ Pöschl-Teller quantum dot. *Physica Status Solidi (b)*, Volume 248, Issue 6, pp. 1412-1419 (2011).
37. D.A. Baghdasaryan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan. Two-electron states and state exchange time control in parabolic quantum dot. *Physica E*, Volume 58, pp. 67-72 (2014).
38. P. Pietiläinen, T. Chakraborty. Energy levels and magneto-optical transitions in parabolic quantum dots with spin-orbit coupling. *Physical Review B*, Volume 73, Issue 15, id. 155315 (2006).
39. E.M. Kazaryan, A.V. Meliksetyan, L.S. Petrosyan, H.A. Sarkisyan. Impurity states of narrow-gap semiconductor parabolic quantum dot in the presence of extremely strong magnetic field. *Physica E*, Volume 31, pp. 228-231 (2006).
40. D.A. Baghdasaryan, H.Ts. Ghaltaghchyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan. Two-electron impurity in the parabolic quantum dot: Uncertainty relation and perturbation approach. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 70, p. 52-57 (2015).

41. J.M. Ferreyra, P. Bosshard, C.R. Proetto. Strong-confinement approach for impurities in parabolic quantum dots. *Physical Review B (Condensed Matter)*, Volume 55, Issue 20, pp. 13682-13688 (1997).
42. G.Rezaei, S. Shojaeian Kish, B. Vaseghi, S. F. Taghizadeh. Optical rectification coefficient of a two-dimensional parabolic quantum dot: Effects of hydrogenic impurity, external fields, hydrostatic pressure and temperature. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 451, p. 1-6 (2014).
43. А.С. Гаспарян, Э.М. Казарян. К теории примесных состояний в эллипсоидальных микрокристаллах. *Известия НАН Армении, Физика*, Т. 32, с. 130-136 (1997).
44. G. Rezaei, B. Vaseghi, J Ebrahimi. External electric field effects on the electronic and hydrogenic impurity states in ellipsoidal and semi-ellipsoidal quantum dots. *Superlattices and Microstructures*, Volume 49, Issue 6, p. 591-598 (2011).
45. E. Sadeghi, E. Naghdi. Polarization charges effects on optical properties of double ellipsoidal quantum dot. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 457, p. 178-181 (2015).
46. D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, H.Kh. Tevosyan. Direct interband light absorption in the cylindrical quantum dot with modified Pöschl–Teller potential. *Physica E* Volume 46, 274-278 (2012).
47. X. Peng, L. Manna, W. Yang, J. Wickham, E. Scher, A. Kadavanich and A.P. Alivisatos Shape control of CdSe nanocrystals. *Nature*, Volume 404, 6773, 59-61 (2000).
48. L. Gong, Y. Shu, J. Xu, Zh. Wanget . Numerical computation of pyramidal quantum dots with band non-parabolicity. *Superlattices and Microstructures*, Volume 61, 81-90 (2013).

49. D.B. Hayrapetyan, K.G. Dvoyan, E.M. Kazaryan. Direct Interband Light Absorption in Strongly Prolated Ellipsoidal Quantum Dots Ensemble. *Nanoscale Research Letters*, Volume 4, Issue 2, 106-112 (2009)
50. E.M. Kazaryan, A.A. Kostanyan, R.G. Poghosyan. Impurity states in *ZnS / InP / ZnSe* core/shell/shell spherical quantum dot. *Journal of Physics: Conference Series*, Volume. 350, Issue 1, 5 (2012).
51. N.F. Johnson. Quantum dots: few-body, low-dimensional systems. *J. Phys.: Condens. Matter*, Volume 7, 965 (1995)
52. P.D. Siversns, S. Malik, G. McPherson, D. Childs, C. Roberts, R. Murray, B.A. Joyce, H. Davock. Scanning transmission-electron microscopy study of *InAs / GaAs* quantum dots. *Phys. Rev. B*, Volume 58, R10127 (1998).
53. M. Grundman, O. Stier, D. Bimberg. *InAs / GaAs* pyramidal quantum dots: Strain distribution, optical phonons, and electronic structure. *Phys. Rev. B*, 52, 11 969 (1995).
54. S. Tarucha, D.G. Austing, T. Honda, R.J. van der Hage, L.P. Kouwenhoven. Shell Filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.*, Volume 77, 3613 (1996).
55. S. Bednarek, B. Szafran, J. Adamowski. Theoretical description of electronic properties of vertical gated quantum dots. *Phys. Rev. B*, 64 , 195 303 (2001).
56. L.R.C. Fonseca, J.L. Jimenez, J.P. Leburton, R.M. Martin. Self-consistent calculation of the electronic structure and electron-electron interaction in self-assembled *InAs – GaAs* quantum dot structures. *Phys. Rev. B*, 57, 4017 (1998).
57. N.A. Bruce, P.A. Maksym. Quantum states of interacting electrons in a real quantum dot. *Phys. Rev. B*, 61, 4718 (2000).
58. T. Chakraborty, P. Pietilainen. Electron-electron interaction and the persistent current in a quantum ring. *Phys. Rev. B*, 50, 8460 (1994).

59. D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, H.K. Tevosyan. Optical properties of spherical quantum dot with modified Pöschl–Teller potential. *Superlattices and Microstructures*, Volume 64, 204-212 (2013).
60. M.G. Barseghyan, A. Hakimyfar, S.Y. Lopez, C.A. Duque, A.A. Kirakosyan. Hydrostatic pressure, temperature and electric field effects on donor binding energy in Pöschl–Teller quantum well. *Physica E*, 43, 529-533 (2010).
61. R.K. Willardson. *Self-Assembled InGaAs – GaAs Quantum Dots*. Ac. Press, v. 60 (1999).
62. A. Lundskog, J. Palisaitis, C.W. Hsu, M. Eriksson, K.F. Karlsson, L. Hultman, P.O. Persson, U. Forsberg, P.O. Holtz and E. Janzn. *InGaN* quantum dot formation mechanism on hexagonal *GaN / InGaN / GaN* pyramids. *Nanotechnology*, Volume 23, Issue 30, pp. 305708 (2012).
63. Sh. Huang, Zh. Dai, F. Qu, L. Zhang, X. Zhu. Self-assembled large-scale and cylindrical *CuInSe₂* quantum dots on indium tin oxide films. *Nanotechnology*, Volume 13, Issue 5, pp. 691-694 (2002).
64. A.K. Atayan, E.M. Kazaryan, A.V. Meliksetyan, H.A. Sarkisyan. Magneto-absorption in cylindrical quantum dots. *The European Physical Journal B*, Volume 63, Issue 4, pp.485-492 (2008).
65. Ch.F. Hou, Y.Y. Jiang. Energy levels and states of parabolic cylindrical lens shaped quantum dots. *Chinese Physics*, Volume 14, Issue 10, pp. 1932-1935 (2005).
66. W.S. Ferreira, J.S. de Sousa, J.A.K. Freire, G.A. Farias, V.N. Freire. Optical Properties of Ellipsoidal CdSe Quantum Dots. *Brazilian Journal of Physics*, Volume 36, Issue 2A, p.438-449 (2006).
67. M. Willatzen, L. C. Lew Yan Voon. Numerical implementation of the ellipsoidal wave equation and application to ellipsoidal quantum dots. *Computer Physics Communications*, Volume 171, Issue 1, p. 1-18 (2005).

68. J. Kobak, J.-G. Rousset, R. Rudniewski, E. Janik, T. Slupinski, P. Kossacki, A. Golnik, W. Pacuski. Ultra low density of *CdTe* quantum dots grown by MBE. *Journal of Crystal Growth*, Volume 378, p. 274-277 (2013).
69. Ch. Morris, D. Stehr, T.-A. Truong, H. Kim, P. Petroff, M. Sherwin, C. Pryor. Terahertz Ionization of Highly Charged *InGaAs* Quantum Posts. American Physical Society, APS March Meeting 2011, March 21-25 (2011).
70. K. Krishnan, A. Alizadeh, O. Boomhover, K. Conway, et al.. Block copolymer lithography for growth of wide band gap nanostructures: Process control and optimization. American Physical Society, APS March Meeting, March 5-9 (2007).
71. И.А. Ансельм - Введение в теорию полупроводников М., Наука, 1978.
72. Th. F. Kuech, L. J. Mawst. TOPICAL REVIEW: Nanofabrication of III-V semiconductors employing diblock copolymer lithography. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Volume 43, Issue 18, article id. 183001, 18 pp. (2010).
73. L.J. Mawst, J.H. Park, M.K. Rathi, Th.F. Kuech, V.B. Verma, J.J. Coleman. Selective MOCVD growth of *InGaAs/GaAs* and *InGaAs/InP* quantum dots employing diblock copolymer nanopatterning. *Proceedings of the SPIE*, Volume 7224, id. 722407 (2009).
74. K. Krishnan. Templated growth of sub-20nm *GaN* nanostructures using Block Copolymer Lithography. American Physical Society, APS March Meeting, March 21-25 (2005)
75. S. Manna, R. Aluguri, A. Katiyar, S. Das, A. Laha, H.J. Osten, S.K. Ray. MBE-grown *Si* and $Si_{1-x}Ge_x$ quantum dots embedded within epitaxial

- Gd_2O_3 on Si (111) substrate for floating gate memory device. *Nanotechnology*, Volume 24, Issue 50, article id. 505709 (2013).
76. J. Zhang, S. Li, H. Xiong, W. Tian, Y. Li, et al.. Fabrication of low-density GaN/AlN quantum dots via GaN thermal decomposition in MOCVD. *Nanoscale Research Letters*, Volume 9, article id.341 (2014).
 77. M. Califano, P. Harison. Presentation and experimental validation of a single-band constant-potential model for self-assembled $InAs/GaAs$ quantum dots. *Phys. Rev. B* 61, pp. 10959-10965 (2000).
 78. M. Bayer, O. Stern, P. Hawrilak, S. Fafard, and A. Forchel. Hidden symmetries in the energy levels of excitonic artificial atoms. *Nature* 405, pp. 923-926 (2000).
 79. K.G. Dvoyan, E.M. Kazaryan, A.A. Tshantshapanyan. Light absorption in coated ellipsoidal quantum lenses. *Journal of Materials Science: Materials in Electronics* V. 20, Number 6, 491-498 (2009).
 80. Յ.Գ. Գրիգորյան, Լ.Տ. Սետրոսյան, Յ.Մ. Կազարյան. Ստրանային վիճակները էլիպսոիդալ և լինզոձևային կվանտային կետերում փակապահովող պոտենցիալով. *Դոկլադներ ՀԱՊԱՀ Արմենիայի*, տ. 114, № 3, ս. 339-348 (2014).
 81. G. Todorović, V. Milanović, Z. Ikonić, D. Indjin. Self-consistent calculation of discrete and continuous states in spherical semiconductor quantum dots. *Physical Review B (Condensed Matter)*, Volume 55, Issue 23, June 15, 1997, pp.15681-15687 (1997)
 82. A. Gharaati, R. Khordad. A new confinement potential in spherical quantum dots: Modified Gaussian potential. *Superlattices and Microstructures*, Volume 48, Issue 3, p. 276-287 (2010).
 83. W. Xie. Impurity effects on optical property of a spherical quantum dot in the presence of an electric field. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 405, Issue 16, p. 3436-3440 (2010).

84. V. Tichý, L. Skála, R. Hudec. Algebraic approach to non-separable two-dimensional Schrödinger equation: Ground states for polynomial and Morse-like potentials. *Open Physics*, Volume 12, Issue 10, pp.730-736 (2014).
85. Д.Б. Айрапетян, Э.М. Казарян, О.Х. Тевосян. Примесные состояния в цилиндрической квантовой точке с модифицированным потенциалом Пешля-Телелра. *Известия НАН Армении, Физика*, т. 49, № 3, с. 190-195 (2014).
86. Z. Zhang, K. Guo, S. Mou, B. Xiao, Y. Zhou. Donor impurity states in a *GaAs* square tangent quantum dot. *Superlattices and Microstructures*, Volume 83, p. 439-446 (2015).
87. D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, L.S. Petrosyan, H.A. Sarkisyan. Core/shell/shell spherical quantum dot with Kratzer confining potential: Impurity states and electrostatic multipoles. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 66, p. 7-12 (2015).
88. A. Abramov. Impurity binding energies in quantum dots with parabolic confinement. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 67, p. 28-32 (2015).
89. L. Dallali, S. Jaziri, J. Martínez-Pastor. Optical properties of an exciton bound to an ionized impurity in *ZnO / SiO₂* quantum dots. *Solid State Communications*, Volume 209, p. 33-37 (2015).
90. .Z. Yuan, K.D. Zhu. Impurity states in a quantum dot with the shape of spherical cap. *Physica E*, Volume. 25, Issue 1, pp. 93-98 (2004).
91. Z. Zeng, Ch. S. Garoufalis, S. Baskoutas, G. Bester. Electronic and optical properties of *ZnO* quantum dots under hydrostatic pressure. *Physical Review B*, Volume 87, Issue 12, id. 125302 (2013).
92. Z. Zeng, Ch. S. Garoufalis, S. Baskoutas, G. Bester. Excitonic optical properties of wurtzite *ZnS* quantum dots under pressure. *The Journal of Chemical Physics*, Volume 142, Issue 11, id.114305 (2015).

93. W. Xie. Hydrostatic pressure effect on photoionization cross section of a trion in quantum dots. *Superlattices and Microstructures*, Volume 63, p. 10-17 (2013).
94. A. El Moussaouy, N. Ouchani, Y. El Hassouani, A. Benami. Bound polaron states in $GaAs / Ga_{1-x}Al_xAs$ cylindrical quantum dot under hydrostatic pressure effect. *Surface Science*, Volume 624, p. 95-102 (2014).
95. H.M. Baghramyan, M.G. Barseghyan, A.A. Kirakosyan, D. Laroze, C.A. Duque. Donor-impurity related photoionization cross section in $GaAs / Ga_{1-x}Al_xAs$ concentric double quantum rings: Effects of geometry and hydrostatic pressure. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 449, p. 193-198 (2014).
96. T. Saito, T. Nakaoka, Y. Arakawa. Effect of lateral electric field on the transition energies of neutral and charged excitons in $In_{0.5}Ga_{0.5}As / GaAs$ quantum dots. *Physical Review B*, Volume 91, Issue 11, id.115306 (2015).
97. M.S. Atoyán, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan. Interband light absorption in parabolic quantum dot in the presence of electrical and magnetic fields. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 31, Issue 1, p. 83-85 (2006).
98. V.A. Harutyunyan, V.A. Gasparyan. Interband electrooptical transitions in $InSb$ quantum well. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 53, p. 78-87 (2013).
99. V.A. Harutyunyan. Nanospherical heterolayer in strong electrostatic field. *Applied Nanoscience*, Volume 2, Issue 3, pp.339-344 (2012)
100. S. Shojaei, A. S. Vala. Nonlinear optical rectification of hydrogenic impurity in a disk-like parabolic quantum dot: The role of applied magnetic field. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 70, p. 108-112 (2015).

101. V.A. Harutyunyan, E.M. Kazaryan, H.A. Sarkisyan. Optical absorption in a narrow-gap *InSb* cylindrical layered nanowire in the presence of strong electrostatic field. *Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences)*, Volume 46, №6 , pp. 285-292 (2011).
102. Z. Nedelkoski, I. Petreska. Magnetic properties of electrons confined in an anisotropic cylindrical potential. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 452, p. 113-118 (2014).
103. G.V.B de Souza, A. Bruno-Alfonso. Finite-difference calculation of donor energy levels in a spherical quantum dot subject to a magnetic field. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Volume 66, p. 128-132 (2015).
104. C.-H. Liu, B.-R. Xu. Theoretical study of the optical absorption and refraction index change in a cylindrical quantum dot. *Physics Letters A*, Volume 372, Issue 6, p. 888-892 (2008).
105. H.A. Sarkisyan. Direct optical absorption in cylindrical quantum dot. *Modern Physics Letters B*, Volume 18, Issue 10, p. 443-452 (2004)
106. V.A. Harutyunyan. Electro-optical Transitions in a Semiconductor Cylindrical Nanolayer . *Physics of Solid States*, Volume 54, pp.1096-1103 (2012)
107. G.S. Le, B. Stébé. Influence of longitudinal and lateral confinements on excitons in cylindrical quantum dots of semiconductors. *Physical Review B (Condensed Matter)*, Volume 47, Issue 3, pp.1383-1391(1993).
108. R. Nedzinskas, V. Karpus, B. Čechavičius, J. Kavaliauskas, G. Valušis. Electron energy spectrum in cylindrical quantum dots and rods: approximation of separation of variables. *Physica Scripta*, Volume 90, Issue 6, article id. 065801 (2015).

109. W.-S. Li, Ch.-Y. Chen. Electron-phonon interaction in a cylindrical quantum dot. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 229, Issue 3, p. 375-382 (1997).
110. А.В. Казарян, А.Х. Манаселян, А.А. Киракосян. Электронные состояния в валентной зоне цилиндрической квантовой точки *ZnSe*. Известия, НАН Армении, Физика, т.45, №6, с.417-428 (2010)
111. Ch. Kyoo Yoo, A. John Peter. Quantum size effects on excitons in strained *InAs/InP* quantum dots. *Physica B: Physics of Condensed Matter*, Volume 405, Issue 22, p. 4638-4642 (2010).
112. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. Москва, Наука (1979).
113. З. Флюгге. Задачи по квантовой механике, т.1. М., Мир, 1974.
114. X. Congxin, Z. Zaiping, W. Shuyi. Effects of applied electric field and hydrostatic pressure on donor impurity states in cylindrical *GaN/AlN* quantum dot. *Journal of Applied Physics*, Volume 107, Issue 1, p. 014305. (2010).
115. H.A. Sarkisyan. Electronic states in a cylindrical quantum dot in the presence of parallel electrical and magnetic fields. *Mod. Phys. Lett. B* 16, 835-841 (2002).
116. P. Maksym, T. Chakraborty. Quantum Dots in a Magnetic Field: Role of Electron-Electron Interactions. *Phys. Rev. Lett.* 65, 108 (1990).
117. F. Peeters. Magneto-optics in parabolic quantum dots. *Phys. Rev. B* 42, 1486 (1990).
118. L. Landau, E. Lifshitz, *Quantum mechanics*, Moscow, Since, 1989.
119. D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, H.Kh. Tevosyan. Impurity states in a cylindrical quantum dot with the modified Pöschl-Teller potential. *Jour. of Cont. Phys.(Armenian Academy of Sciences)* 49(3), 119 (2014).
120. Gh. Safarpour, M. Moradi, M. Barati. Hydrostatic pressure and temperature effects on the electronic energy levels of a spherical

- quantum dot placed at the center of a nano-wire. *Superlattices and Microstructures* 52, 687-696 (2012).
121. H.M. Baghramyan, M.G. Barseghyan, A.A. Kirakosyan. Effects of hydrostatic pressure and temperature on interband optical transitions in *InAs / GaAs* vertically coupled double quantum dots. *Journal of Physics: Conference Series* 350, 012017 (2012).
 122. G. Rezaei, S.F. Taghizadeh, A.A. Enshaeian. External electric field, hydrostatic pressure and temperature effects on the binding energy of an off-center hydrogenic impurity confined in a spherical Gaussian quantum dot. *Physica E, Volume 44*, 1562-1566 (2012).
 123. A. Hakimyard, M.G. Barseghyan, C.A. Duque, A.A. Kirakosyan. Simultaneous effects of pressure and temperature on donor binding energy in Pöschl–Teller quantum well. *Physica B: Condensed Matter Volume 404, Issues 23–24*, 15 Pages 5159–5162 (2009).
 124. D.B. Hayrapetyan, E.M. Kazaryan, T.V. Kotanjyan, H. Kh. Tevosyan. Exciton states and interband absorption of cylindrical quantum dot with Morse confining potential. *Superlattices and Microstructures Volume 78*, 40-49 (2015).
 125. L.D. Landau and E.M. Lifshitz, [Quantum Mechanics], Butterworth-Heinemann, Burlington, (2003).
 126. V.Y. Aleshkin, D.M. Gaponova, D.G. Revin, L.E. Vorobjev, et al.. Light absorption and emission in *InAs / GaAs* quantum dots and stepped quantum wells. 10th International Symposium on Nanostructures: Physics and Technology. *Proceedings of the SPIE, Volume 5023*, pp. 209-212 (2003).
 127. L.E. Vorobjev, N.K. Fedosov, V.Yu Panevin, D.A. Firsov, et. al.. Interband light absorption and Pauli blocking in *InAs / GaAs* quantum dots covered by *InGaAs* quantum wells. *Semiconductor Science and Technology, Volume 22, Issue 7*, pp. 814-818 (2007).

128. M.V. Boev, V.M. Kovalev. Exciton optical transitions in quantum wells with spin-orbit coupling. JETP Letters, Volume 97, Issue 3, pp.131-136 (2013).
129. T. Chakraborty, P. Pietilainen. Persistent currents in a quantum ring: Effects of impurities and interactions. Phys. Rev. B, 52, 1932 (1995).
130. Al.L. Efros, Al. Efros. Interband absorption of light in a semiconductor sphere. Semiconductors Volume 16, Issue 7, 772-775 (1982).
131. E.M. Kazaryan, L.S. Petrosyan, H.A. Sarkisyan. Impurity states in a narrow band gap semiconductor quantum dot with parabolic confinement potential. Physica E, Volume 16, 174-178 (2003).

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Т.В. Котанджян. Электронные состояния в цилиндрической квантовой точке с потенциалом Морса. *Сборник конференций РАУ «Восьмая годовичная научная конференция. Сборник статей»*, с. 96-101 (2014)
2. Д.Б. Айрапетян, Т.В. Котанджян, О.Х. Тевосян. Моделирование ограничивающего потенциала для цилиндрической квантовой точки. *Известия, НАН РА Физика*, т.49, №6, с.410-414 (2014)
3. Д.Б. Айрапетяна, Т.В. Котанджян. Магнитопоглощение в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса. *Доклады НАН РА*, т.114, №4, с. 343-350 (2014)
4. D.V. Nayrapetyan, E.M. Kazaryan, T.V. Kotanjyan, H.Kh. Tevosyan. Exciton states and interband absorption of cylindrical quantum dot with Morse confineng potential. *Superlattices and Microstructures*, Volume 78, Pages 40–49 (2015)
5. D.V. Nayrapetyan, E.M. Kazaryan, T.V. Kotanjyan, H.Kh. Tevosyan. Light absorption of cylindrical quantum dot with Morse potential in the presence of parallel electrical and magnetic fields. *Proc. of SPIE Vol. 9519 951919-8* (2015)