ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՍԱՐԳՍՅԱՆ ԱՐՍԵՆ ՍՈՒՐԻԿԻ

ՊԻԵԶՈԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԲԱՂԱԴՐՅԱԼ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ ՍԱՀՔԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ԵՎ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ

Ա.02.04- «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2019

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

САРГСЯН АРСЕН СУРИКОВИЧ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ДИФРАКЦИЯ СДВИГОВЫХ ВОЛН В СОСТАВНЫХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕДАХ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04-Механика деформируемого твердого тела

ЕРЕВАН 2019

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝ ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ս.Հ. Ջիլավյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆ.մ.գ.դ. Կ.Լ. Աղայան
ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր Մ.Վ. Բելուբեկյան

Առաջատար կազմակերպություն ՝ Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2019թ. հուլիսի 26–ին ժամը 14^{00}–ին ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդում:

Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24/2, avsah@mechins.sci.am

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2019 թ. հունիսի 14–ին

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ. Ա.Վ. Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском госуниверситете

Научный руководитель: к.ф.м.н., доцент С.А. Джилавян

Официальные оппоненты: д.ф.м.н. К.Л. Агаян
к.ф.м.н., профессор М.В. Белубекян

Ведущая организация: Национальный политехнический университет Армении

Защита состоится 26-го июля 2019г. в 14^{00} на заседании специализированного совета 047 в Институте механики НАН РА.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avsah@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 14-го июня 2019г.

Ученый секретарь
специализированного совета, д.ф.м.н. А.В. Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Одним из важных и актуальных разделов механики сплошных сред является электроупругость, которая с возрастающей интенсивностью развивается как область теории связанных физических полей в механике. Исследования закономерностей и особенностей распространения электроупругих возмущений в пьезоэлектрических средах при взаимодействии упругих и электрических полей, занимают одно из ключевых мест в современной динамической теории механики деформируемого твердого тела.

Задачи о взаимодействии различных полей физического происхождения интересны и с точки зрения математической физики. Возросли требования современной науки и техники к построению физико–математических новых моделей точно отражающих основные закономерности и свойства деформационных процессов в твердых телах при физических полей. В связи со сложной картиной этого взаимодействия вопросы распространения и дифракции электроупругих волн в неоднородных, составных средах, несомненно, представляют научный интерес и относятся к числу наиболее актуальных проблем динамики контактных взаимовлияний твердых, упругих конструкций.

При исследовании колебательных и волновых процессов в твердых деформируемых средах, физико–механические свойства и, особенно, неоднородность среды – слоистость, наличии в среде локализованных или распределенных концентраторов напряжений или других компонентов электроупругого поля, существенно влияют на волновое поле. Конструктивная неоднородность среды, в том числе наличие в среде свободных от напряжений поверхностей, является одной из главных причин изменения картины классической теории волн. Актуальность этих исследований в области взаимосвязанных полей продиктована необходимостью развития теории распространения электроупругих волн в неоднородных средах и разработки аналитических методов решения волновых задач новой постановки.

Данная диссертационная работа посвящена исследованию особенностей взаимовлияющих физических полей – деформационной и электрической, исследованию задач распространения и дифракции сдвиговых электроупругих волн. В работе рассмотрены задачи дифракции плоских, поверхностных волн сдвига на полубесконечной трещине в составном пьезоэлектрическом пространстве, исследованы задачи распространения электроупругих сдвиговых волн под действием линейного источника стационарных, установившихся колебаний.

Цель диссертационной работы. Особое место в электроупругости занимает проблема построения моделей упругих сред с неоднородностями, концентраторами электроупругих характеристик, при этом анализируя физико–математическую корректность этих моделей. Цель диссертационной работы исследовать основные закономерности колебания и распространения сдвиговых волн в пьезоэлектрических средах с разными физико-механическими свойствами. Ставится задача о выявлении особенностей при дифракции электроупругих сдвиговых волн на полубесконечной трещине между пьезоэлектрическими полупространствами, анализируя волновые и колебательные процессы в пьезоэлектрической составной среде. Цель заключается в изучении взаимовлияния физико-механических полей, в разработке математических методов и подходов для определения характеристических величин электроупругого волнового поля.

Научная новизна. В диссертационной работе рассматриваются задачи определения сдвигового волнового поля при взаимодействи двух пьезоэлектрических полупространств. Взаимосвязь разных физических полей – электрических и механических, взаимное влияние полупространств при электроупругом контакте и наличие полубесконечной трещины между ними, или источника механических колебаний в одном из полупространств существенно меняют дифрагированную картину электроупругих волн.

Исследование волнового процесса усложняется как анизотропией материала пьезоэлектрика, так и рядом новых свойств, проявляющихся в результате взаимодействия физических полей разной природы. Представлены результаты исследований математического моделирования электроупругих волновых процессов в неоднородных сплошных средах. Показано, что наличие полубесконечной трещины, линейного силового источника являются причиной появления поверхностных сдвиговых электроупругих волн в составном пьезоэлектрическом пространстве. Доказано, что если пьезоэлектрические полупространства скреплены между собой, то при определенных значениях электромеханических параметров пьезосред могут распространяться локализованные у контактной, разделительной плоскости электроупругие поверхностные волны сдвига. Получено, что дифракция плоской электроупругой волны сдвига и поверхностной волны на крае полубесконечной трещины может привести к распространению двух локализованных волн. В задачах дифракции электроупругой волны и в задаче источника механических возмущений показано, что вместе с дифрагированными объемными, цилиндрическими волнами, появляются обусловленные пьезоэффектом и наличием плоскости раздела сред волны, распространяющиеся от разделительной поверхности вглубь пьезоэлектрика, и имеющие неволновой характер на контактной плоскости.

Практическая ценность работы. Исследования задач дифракции и распространения электроупругих волн в составных средах с конструктивной неоднородностью имеют теоретическую и практическую значимость. Практическая значимость диссертации основана на возрастающем приминении составных структур, т.к. повысились возможности технологии создания материалов с конструктивной неоднородностью.

Результаты исследований волновых процессов в пьезоэлектриках актуальны в прикладной механике, при разработке методов анализа напряженного состояния, колебательного процесса конструкционных элементов. Проблемы современной акустоэлектроники, неразрушающего конроля связаны с возбуждением и приемом волн в твердых телах, взаимодействием волн с физическими полями, с данными о распространении электроупругих волн. С помощью некоторых пьезоэлектрических кристаллов очень часто решают проблемы в задачах стабилизирования и контролирования частот в радиотехнических устройствах. Возникает идея о возможности усиления поверхностных электро-акустических волн в пьезоэлектрической слоистой структуре. Область применения пьезоэлектрических материалов расширяется с развитием инженерной техники и следовательно необходимо дальнейшее углубленное изучение процесса деформирования твердых тел обладающих пьезоэффектом.

Электроупругие объемные и поверхностные волны имеют фундаментально важное значение в устройствах акустоэлектроники, в дефектоскопии, в инженерной медицине. Возбуждаемые пьезоэлектрическими преобразователями акустические волны используются при разработке различных радиотехнических устройств.

Результаты полученные в работе могут быть полезными при изучении вопросов излучателей акустических волн, резонансных элементов, открытых резонаторов, при создании измерительных приборов и дифракционных преобразователей.

Полученные с помощью аналитических методов решения краевых задач могут служить надежной основой для развития численных и приближенных методов расчета сложных динамических задач деформируемого твердого тела. Результаты и рассмотренные постановки задач можно использовать при изучении прикладных задач рассеяния и дифракции волн, при изучении закономерностей и выявлении особенностей акустического и пьезоэлектрического эффектов в анизотропных, электроупругих средах, при рассмотрении многих других краевых задач математической физики и теории электроупругости, имеющих как математический, так и физико–технический интерес.

Обоснованность и достоверность. С помощью математических методов, принципов механики сплошных сред достигается лучшее понимание физической сущности волновых явлений. В диссертационной работе для исследования волновых процессов приняты модели сплошных сред, которые обоснованы с точки зрения математической физики. Полученные результаты сравнены с уже известными теоретическими и прикладными результатами в этой области электроупругости, а новая постановка волновых задач для неоднородных сред и строгие решения будут полезными при решении динамических задач механики сплошных сред. Достоверность полученных результатов основана на корректном применении строгого аппарата математического анализа и математической физики.

Апробация работы. Некоторые результаты, полученные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на международной научной конференции „Актуальные проблемы механики сплошной среды„ – Цахкадзор, Армения, 2017г. Рассмотренные в диссертационной работе задачи, полученные результаты и диссертационная работа в целом обсуждались на научных семинарах кафедры механики Ереванского госуниверситета, и на научных семинарах Института механики Национальной академии наук Армении.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в семи научных работах, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы. Работа изложена на 117 страницах, включает 14 фигур, список литературы содержит 98 наименований работ.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы и определена цель выполненной диссертационной работы, приведен обзор научных работ и результатов связанных с актуальными задачами распространения электроупругих волн в пьезоэлектрических средах и дифракции этих волн на неоднородностях, трещинах и других концентраторах электроупругих характеристик сред. Кратко изложено содержание диссертации, представлены теоретическая и практическая ценность, научная новизна исследований.

В первой главе приведены основные соотношения и уравнения стационарной антиплоской задачи электроупругости для пьезоэлектрической среды класса 6mm гексагональной симметрии. Поставлена задача изучения волн сдвига, ограничиваясь линейным приближением. На основе исследования известных характерных, эталонных задач, показано влияние связанности механической деформации и внутреннего электрического поля на волновые процессы электроупругого деформирования – в пьезоэлектрическом полупространстве могут распространяться поверхностные волны, локализованные у граничной поверхности.

В §1.1 приведены основные сведения в области теории распространяющихся сдвиговых электроупругих волн. Принимается прямоугольная система координат Oxyz, и ось Oz совпадает с главной осью кристалла. В основу рассмотренных в диссертационной работе задач определения электроупругого волнового поля в пьезоэлектрической среде, принимаются уравнения динамической задачи теории упругости и уравнения электродинамики в квазистатическом приближении.

Рассматриваются задачи распространения и дифракции сдвиговых электроупругих волн в пьезоэлектрической среде класса 6mm гексагональной симметрии, для которой можно исследовать антиплоскую задачу. Для данной пьезоэлектрической среды можно ставить задачи изучения волн сдвига, которые сопровождаются нулевым значением объемного расширения. Принимаются линейные соотношения связывающие компоненты тензора деформации рассматриваемой упругой среды с компонентами вектора перемещений. Уравнения движения упругого тела в декартовой системе координат представляются известными дифференциальными уравнениями. При антиплоской постановке задачи, для упругих перемещений $u_x = 0$, $u_y = 0$, $u_z = u_z(x, y, t)$, и материальные соотношения, связывающие значения напряжения и компоненты электрической индукции с перемещением $u_z(x, \mathrm{y}, \mathrm{t})$ и потенциалом электрического поля $\Phi(x, y, t)$, имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}(x, y, t) &= c_{44}\frac{\partial u_z}{\partial y} + e_{15}\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ D_y(x, y, t) &= e_{15}\frac{\partial u_z}{\partial y} - \varepsilon_{11}\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \end{aligned} \tag{1}$$

где c_{44} –упругая постоянная, e_{15} – пьезомодуль, ε_{11} –диэлектрическая постоянная. Экспериментально установлено, что пьезоэлектрический коэффициент имеет одинаковое значение для прямого и обратного пьезоэффектов. Для исследования процесса распространения сдвиговых электроупругих волн получим дифференциальные уравнения относительно перемещения $u_z(x, y, t)$ и квазистатического электрического потенциала $\Phi(x, y, t)$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \\ &\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2}\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{2}$$

$c = \sqrt{c_{44}(1+\chi)/\rho}$ – скорость распространения сдвиговой электроупругой объемной волны, $\chi = e_{15}^2 / c_{44}\varepsilon_{11}$ – коэффициент электромеханической связи пьезокристалла. В анизотропных твердых телах (кристаллах) сдвиговые волны распространяются только в определенных направлениях, причем фазовая скорость зависит от направления.

Для полного описания волновых процессов в пьезоэлектрике, необходимо ввести электромеханические условия на контактной, граничной поверхности рассматриваемой среды.

Помимо объемных электроупругих волн, в диэлектрических твердых телах обладающих пьезоэффектом могут распространяться особые волны–поверхностные, локализованные у поверхности и не проникающие в глубь пьезоэлектрика. Скорость распространения этих волн несколько меньше скорости поперечных объемных волн.

В §1.2 рассмотрены задачи существования сдвиговых поверхностных волн в пьезоэлектрическом полупространстве. Рассматриваемая пьезоэлектрическая среда занимает полупространство $y>0$ $(-\infty<x<\infty, -\infty<z<\infty)$. Принимается, что тонкий металлический слой склеен к граничной плоскости полупространства $y=0$, следовательно, здесь электрический потенциал $\Phi(x,y,\mathrm{t})=0$ и металлизированная поверхность полупространства представляется как идеально проводящий тонкий слой – электрод, из-за тонкости жесткость слоя пренебрегается. Предположим граничная плоскость $y=0$ свободна от напряжений, и рассматривается задача о сдвиговых возмущениях. Амплитуда искомой поверхностной электроупругой волны при удалении вглубь пьезоэлекрического полупространства ($y\to\infty$) стремится к нулю.

Для определения волнового числа получим известное характеристическое уравнение

$$1+\chi-\frac{\chi|\sigma|}{\sqrt{\sigma^2-k^2}}=0. \tag{3}$$

Характеристическое уравнение (3) имеет только решения $\sigma=\pm\sigma_n$, где

$$\sigma_n=k\frac{1+\chi}{\sqrt{1+2\chi}}>k>0. \tag{4}$$

Получили хорошо известные сдвиговые поверхностные электроупругие волны Блюстейна–Гуляева в полупространстве $y\geq0$

$$\begin{aligned} &u_z(x,y,t)=Ae^{-\sqrt{\sigma_n^2-k^2}y}e^{i(\pm\sigma_n x-\omega t)}, \qquad A=const \\ &\Phi(x,y,t)=A\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}(e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k^2}y}-e^{-\sigma_n y})e^{i(\pm\sigma_n x-\omega t)}, \end{aligned} \tag{5}$$

с волновым числом σ_n и со скоростью меньшей скорости распространения электроупругой объемной волны сдвига в пьезоэлектрике $\omega/\sigma_n<c$.

Рассмотрим еще одну задачу, когда пьезоэлектрикческое полупространство $y>0$, $(-\infty<x<\infty,\ -\infty<z<\infty)$ граничит без акустического контакта с упругим диэлектрическим, имеющим диэлектрическую проницаемость ε_0 и не обладающим пьезоэффектом, полупространством $y<0$, $(-\infty<x<\infty, -\infty<z<\infty)$. Граничная плоскость пьезоэлектрической среды $y=0$ свободна от напряжений $\sigma_{yz}(x,0,t)=0$. Условия непрерывности при $y=0$ электрических потенциалов и индукций

$\Phi(x,y,t),\ D_y(x,y,t)$ и $\Phi_1(x,y,t),\ D_{1y}(x,y,t)$ соответственно для полупространств $y>0$ и $y<0$, имеют вид $\Phi(x,0,t)=\Phi_1(x,0,t)$, $D_y(x,0,t)=D_{1y}(x,0,t)$.

Ставится задача о распространении поверхностной–локализованной у свободной от напряжений граничной контактной поверхности, электроупругой волны сдвига в пьезоэлектрическом полупространстве. По постановке задачи между пьезоэлектрическим и упругим диэлектрическим полупространствами не осуществляется механический контакт, только имеет место непрерывность электрических характеристик, следовательно вместе с уравнениями для полупространства $y>0$, для диэлектрического полупространства $y<0$ рассмотрим только уравнение относительно электрического потенциала

$$\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial y^2}=0.$$

Решение поставленной задачи , представляющее локализованную у поверхности $y=0$ электроупругую поверхностную волну, должно удовлетворять условиям затухания при $|y|\to\infty$. Следовательно амплитуды составляющих поверхностной волны принимают вид

$$w(y)=Ae^{-\sqrt{\sigma^2-k^2}y},\qquad y>0$$

$$\Phi\left(y\right)=\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}A\left(e^{-\sqrt{\sigma^2-k^2}y}-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0+\varepsilon_{11}}e^{-|\sigma|y}\right),\qquad y>0 \tag{6}$$

$$\Phi_1\left(y\right)=\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}+\varepsilon_0}Ae^{|\sigma|y}.\qquad y<0$$

Для определения волнового числа получается характеристическое уравнение

$$(1+\chi)\sqrt{\sigma^2-k^2}-\chi\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0+\varepsilon_{11}}|\sigma|=0, \tag{7}$$

которое имеет только решения $\sigma=\pm\sigma_{n1}$

$$\sigma_{n1}=\sigma_n\frac{(\varepsilon_0+\varepsilon_{11})\sqrt{1+2\chi}}{\sqrt{(1+\chi)^2(\varepsilon_0+\varepsilon_{11})^2-\varepsilon_0^2\chi^2}}. \tag{8}$$

σ_{n1} и σ_n единственные положительные корни уравнений (7) и (3), соответственно, при этом очевидно, что $\sigma_n>\sigma_{n1}>k$, следовательно, для скоростей распространения соответствующих волн получим $\omega/\sigma_n<\omega/\sigma_{n1}<c.$

Таким образом, в пьезоэлектрическом полупространстве существуют, т.е. могут возбуждаться поверхностные электроупругие волны, с волновым числом σ_{n1}, и скоростью распространения ω/σ_{n1}, когда пьезоэлектрик без акустического контакта граничит с упругим диэлектрическим полупространством без пьезоэффекта.

Существование поверхностной электроупругой сдвиговой волны в составном (неоднородном) упругом пространстве, у границы раздела двух диэлектрических полупространств, при безакустическом контакте между ними, обусловлено пьезоэффектом в одном из полупространств. Этой связанностью физических полей обусловлены распространения поверхностных (локализованных) волн со смещениями частиц в направлении симметрии кристалла.

В §1.3 решены задачи о распространении в пьезоэлектрическом полупространстве плоской сдвиговой электроупругой волны из бесконечности, при разных электроупругих условиях на граничной (контактной) плоскости. Показано, что в этих задачах отражения, несмотря на наличие пьезоэффекта, локализованные (поверхностные) волны не возбуждаются. Из бесконечности под углом θ_0 к граничной плоскости $y=0$ распространяется электроупругая сдвиговая плоская волна с частотой ω

$$u_\infty(x,y,t)=e^{-ikx\cos\theta_0-iky\sin\theta_0}e^{-i\omega t},$$
$$\Phi_\infty(x,y,t)=\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}e^{-ikx\cos\theta_0-iky\sin\theta_0}e^{-i\omega t}, \tag{9}$$

решение данной задачи отражения волн представляется в виде

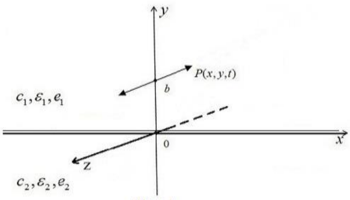
$$w(x,y)=(e^{-iky\sin\theta_0}+Ae^{iky\sin\theta_0})e^{-ikx\cos\theta_0},$$
$$\Phi(x,y)=\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}(e^{-iky\sin\theta_0}+Ae^{iky\sin\theta_0}+Be^{-ky\cos\theta_0})e^{-ikx\cos\theta_0}. \tag{10}$$

В случае, когда плоскость $y=0$ свободна от напряжений, и тонкий металлический слой занимает эту плоскость, искомые коэффициенты амплитуд отраженной сдвиговой волны имеют вид

$$A=\frac{(1+\chi)i\sin\theta_0-\chi\cos\theta_0}{(1+\chi)i\sin\theta_0+\chi\cos\theta_0},\qquad B=-\frac{2(1+\chi)i\sin\theta_0}{(1+\chi)i\sin\theta_0+\chi\cos\theta_0},$$

т.е. в пьезоэлектрическом полупространстве поверхностная волна–локализованная у свободной граничной поверхности, в случае распространении из бесконечности плоской волны сдвига, не возбуждается, хотя среда $y>0$ обладает пьезоэффектом. В полупространстве волновое поле состоит из падающей и отраженной от граничной плоскости волн.

Во второй главе рассмотрены задачи распространения сдвиговых волн в составном пьезоэлектрическом пространстве, при взаимодействии двух полупространств, когда в одном из полупространств действует линейный истичник установившихся колебаний. Исследование электроупругого волнового процесса в составном пространстве выявило особые свойства присущие взаимосвязанным средам и полям. В пространстве появляются объемные волны распространяющиеся от контактной поверхности и имеющие неволновой характер на контактной поверхности. Составное пьезоэлектрическое пространство совершает установившиеся колебания под действием линейного источника $P(x,y,t)=P\delta(x)\delta(y-b)e^{-i\omega t}$, где $P=const$ – интенсивность действующей силы, $\delta(x)$ –функция Дирака (фиг 1).



Фиг.1

Рассматриваемая среда находится в условиях антиплоской деформации. Задача заключается в определении сдвигового волнового поля в пьезоэлектрических полупространствах. Для определения амплитуд перемещения $w_1(x,y)$, $w_2(x,y)$ и электрического потенциала $\Phi_1(x,y)$, $\Phi_2(x,y)$ в соответствующих полупространствах имеем уравнения

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(c_i w_i + e_i\Phi_i)+\omega^2\rho_i w_i = P_i\delta(x)\delta(y-b), \qquad P_2=0,$$
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(e_i w_i - \varepsilon_i\Phi_i)=0, \qquad i=1,2 \tag{11}$$

В §2.1 рассматривается задача, когда между пьезоэлектриками–занимающими полупространства $y>0$ и $y<0$, отсутствует акустический контакт в плоскости $y=0$. Решения уравнений (11) должны удовлетворять следующим уравнениям на плоскости контакта $y=0$

$$\Phi_1(x,0)=\Phi_2(x,0), \quad D_y^{(1)}(x,0)=D_y^{(2)}(x,0)$$
$$\sigma_{yz}^{(1)}(x,+0)=\sigma_{yz}^{(2)}(x,-0)=0 \tag{12}$$

Для решения поставленной задачи применяется действительное преобразование Фурье по координате x.

$$w_1(\mathrm{x},y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}A_1(\sigma)e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,y}e^{-i\sigma x}d\sigma-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}Q_1(\sigma,y)e^{-i\sigma x}d\sigma,$$
$$w_2(\mathrm{x},y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}A_2(\sigma)e^{\sqrt{\sigma^2-k_2^2}\,y}e^{-i\sigma x}d\sigma, \tag{13}$$
$$\Phi_i(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}B_{1i}(\sigma)e^{\mp|\sigma|y}e^{-i\sigma x}d\sigma+\frac{e_i}{\varepsilon_i}w_i,$$

где подынтегральные функции имеют вид

$$A_1(\sigma)=-\frac{Q\chi_1|\sigma|e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,b}}{(1+\chi_1)(\sigma^2-k_1^2)K_*(\sigma)}, \quad B_1(\sigma)=\frac{e_1}{\varepsilon_1}\frac{Qe^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,b}}{\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,K_*(\sigma)},$$

$$A_2(\sigma)=\frac{e_1}{e_2}\frac{\chi_2|\sigma|Qe^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,b}}{(1+\chi_2)\sqrt{\sigma^2-k_2^2}\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,K_*(\sigma)}, \quad B_2(\sigma)=-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}B_1(\sigma),$$

$$Q_1(\sigma,y)=\frac{Q}{2\sqrt{\sigma^2-k_1^2}}\left(e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}|y-b|}+e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}(y+b)}\right),$$

здесь $\frac{Q}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}|y-b|}}{\sqrt{\sigma^2-k_1^2}}e^{-i\sigma x}d\sigma = i\frac{Q}{4}H_0^{(1)}(k_1 r_b)$

где $r_b=\sqrt{(y-b)^2+x^2}$, $H_0^{(1)}(k_1 r_b)$ – известная функция Ханкеля первого рода. Характеристическая функция данной задачи

$$K_*(\sigma)=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{\varepsilon_2}-\frac{\chi_1|\sigma|}{(1+\chi_1)\sqrt{\sigma^2-k_1^2}}-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\frac{\chi_2|\sigma|}{(1+\chi_2)\sqrt{\sigma^2-k_2^2}}. \tag{14}$$

Функция $K_*(\sigma)$ имеет нули только в точках $\pm\sigma_*$.

После контурного интегрирования получим представления функций амплитуд в виде суммы поверхностных волн и характеризующих объемные волны регулярных интегралов по берегам разрезов в комплексной плоскости. Амплитуды поверхностных волн распространяющихся в составном полупространстве $x<0$ имеют вид

$$\begin{aligned} w_{1n}(x,y)&=A_n^{(1)}e^{-\sqrt{\sigma_*^2-k_1^2}\,y}e^{-i\sigma_* x},\\ w_{2n}(x,y)&=A_n^{(2)}e^{\sqrt{\sigma_*^2-k_2^2}\,y}e^{-i\sigma_* x}, \end{aligned} \tag{15}$$

$$A_n^{(1)}=\frac{iQ\chi_1\sigma_*}{(1+\chi_1)(\sigma_*^2-k_1^2)K_*'(\sigma_*)}e^{-\sqrt{\sigma_*^2-k_1^2}\,b}$$

$$A_n^{(2)}=\frac{e_1}{e_2}\frac{iQ\chi_2\sigma_*}{(1+\chi_2)\sqrt{\sigma_*^2-k_1^2}\sqrt{\sigma_*^2-k_2^2}K_*'(\sigma_*)}e^{-\sqrt{\sigma_*^2-k_1^2}\,b}$$

Амплитуды поверхностных волн распространяющихся в составном полупространстве $x>0$

$$\begin{aligned} w_{1n}(x,y)&=A_n^{(1)}e^{-\sqrt{\sigma_*^2-k_1^2}\,y}e^{i\sigma_* x},\\ w_{2n}(x,y)&=A_n^{(2)}e^{\sqrt{\sigma_*^2-k_2^2}\,y}e^{i\sigma_* x}. \end{aligned} \tag{16}$$

На свободной $y=0$ граничной поверхности полупространств амплитуда поверхностной волны принимает максимальное значение. Асимптотическое представление перемещений на граничной поверхности при $|x|\to\infty$ имеют вид

$$\begin{aligned} w_1(x,0)&=A_n^{(1)}e^{i\sigma_*|x|}+e^{ik_1x}O\left(|k_1x|^{-3/2}\right)+\chi_1 O\left(|k_1x|^{-2}\right),\\ w_2(x,0)&=A_n^{(2)}e^{i\sigma_*|x|}+\chi_2 e^{ik_2x}O\left(|k_2x|^{-3/2}\right)+\chi_2 O\left(|k_2x|^{-2}\right). \end{aligned} \tag{17}$$

В пространстве появляются объемные волны распространяющиеся от контактной поверхности по направлению y и имеющие неволновой характер по x на контактной поверхности.

В §2.2 рассматривается задача сдвиговых колебаний, когда между пьезоэлектрическими полупространства осуществляется акустический контакт в плоскости $y=0$. По постановке задачи решения уравнений (11) должны удовлетворять следующим условиям на плоскости контакта $y=0$

$$\Phi_1(x,0)=\Phi_2(x,0),\quad D_y^{(1)}(x,0)=D_y^{(2)}(x,0),$$
$$\sigma_{yz}^{(1)}\left(x,+0\right)=\sigma_{yz}^{(2)}\left(x,-0\right),\quad w_1\left(x,+0\right)-w_2\left(x,-0\right)=0. \tag{18}$$

Характеристическая функция данной задачи

$$K_0(\sigma)=\frac{c_1(1+\chi_1)\sqrt{\sigma^2-k_1^2}}{|\sigma|}+\frac{c_2(1+\chi_2)\sqrt{\sigma^2-k_2^2}}{|\sigma|}-\frac{\left(e_1\varepsilon_2-e_2\varepsilon_1\right)^2}{\varepsilon_1\varepsilon_2\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}. \tag{19}$$

Функция $K_0(\sigma)$ имеет единственный положительный корень $\sigma=\sigma_0>k_2>k_1>0$, если только

$$\sqrt{1-\frac{k_1{}^2}{k_2{}^2}}<\frac{\chi_1}{1+\chi_1}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}\left(1-\frac{e_2\varepsilon_1}{e_1\varepsilon_2}\right)^2. \tag{20}$$

Функции амплитуд поверхностных волн распространяющихся в составном полупространстве $x<0$, имеют вид

$$w_{1n}(x,y)=A_n^{(1)}e^{-\sqrt{\sigma_0^2-k_1^2}\,y}e^{-i\sigma_0 x},$$
$$w_{2n}(x,y)=A_n^{(2)}e^{\sqrt{\sigma_0^2-k_2^2}\,y}e^{-i\sigma_0 x}, \tag{21}$$
$$A_n^{(1)}=A_n^{(2)}=\frac{ic_1(1+\chi_1)Q_1}{\sigma_0 K_0'(\sigma_0)}e^{-\sqrt{\sigma_0^2-k_1^2}\,b},$$

Амплитуды поверхностных волн в составном полупространстве $x>0$

$$w_{1n}(x,y)=A_n^{(1)}e^{-\sqrt{\sigma_0^2-k_1^2}\,y}e^{i\sigma_0 x},$$
$$w_{2n}(x,y)=A_n^{(2)}e^{\sqrt{\sigma_0^2-k_2^2}\,y}e^{i\sigma_0 x}. \tag{22}$$

В §2.3 исследуется задача сдвиговых волн, когда на разделительной плоскости между полупространствами $y=0$ склеен тонкий металлический слой. Характеристическая функция данной задачи

$$K_э(\sigma)=K_1(\sigma)+\frac{c_2}{c_1}K_2(\sigma), \tag{23}$$

$$K_1(\sigma)=(1+\chi_1)\sqrt{\sigma^2-k_1^2}-\chi_1|\sigma|,\qquad K_2(\sigma)=(1+\chi_2)\sqrt{\sigma^2-k_2^2}-\chi_2|\sigma|.$$

Функции амплитуд поверхностных волн распространяющихся в составном полупространстве $x<0$, имеют вид

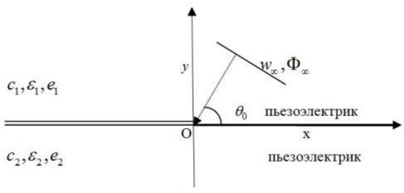
$$w_{1э}(x,y)=A_э e^{-\sqrt{\sigma_э^2-k_1^2}\,y}e^{-i\sigma_э x},$$
$$w_{2э}(x,y)=A_э e^{\sqrt{\sigma_э^2-k_2^2}\,y}e^{-i\sigma_э x}, \tag{24}$$
$$A_э=\frac{i(1+\chi_1)Q}{K_э'(\sigma_э)}e^{-\sqrt{\sigma_э^2-k_1^2}\,b}.$$

Амплитуды поверхностных волн, распространяющихся в составном полупространстве $x>0$

$$w_{1э}(x,y)=A_э e^{-\sqrt{\sigma_э^2-k_1^2}\,y}e^{i\sigma_э x},$$
$$w_{2э}(x,y)=A_э e^{\sqrt{\sigma_э^2-k_2^2}\,y}e^{i\sigma_э x}. \qquad (25)$$

<u>В третьей главе</u> рассматриваются задачи дифракции плоской волны сдвига, которая в пьезоэлектрическом полупространстве распространяется из бесконечности под углом θ_0 к плоскости $y=0$. При дифракции волн неоднородность среды приводит к существенной перестройке дифрагированных волновых полей. Дифракция на крае полубесконечной трещины может стать причиной распространения поверхностных волн– локализованных у поверхности раздела. Задача дифракции плоской электроупругой волны сводится к решению краевой задачи типа Римана на действительной оси.

В §3.1 рассматривается составное пространство, когда пьезоэлектрические полупространства скреплены по плоскости $y=0, x>0, \quad -\infty<z<\infty$, т.е. считаем, что в этой части плоскости раздела между полупространствами осуществляется акустический контакт.



Фиг.2

В плоскости Oxz при $x<0$ полупространства взаимодействуют без акустического (механического) контакта. Принимается, что рассматриваемая составная среда имеет полубесконечную трещину в плоскости Oxz при $x<0$ (фиг 2).

Функции $q_+(x)=q_0(x)\vartheta(x)$ и $\psi_-(x)=w_0(x)\vartheta(-x)$ представляют касательное напряжение при $y=0$ и разницу перемещений на $y=\pm 0$, соответственно, $\vartheta(x)$ – функция Хевисайда.

Относительно неизвестных функций $\bar{\psi}_-(\sigma),\bar{q}_+(\sigma)$ получим уравнение

$$c_1\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,\Lambda_1(\sigma)\bar{\psi}_-(\sigma)+\mu_0\Lambda_2(\sigma)\bar{q}_+(\sigma)+$$
$$+4\pi i k_1 c_1\frac{\mu_1}{1+\varepsilon_0}\sin\theta_0\,\delta(\sigma-k_1\cos\theta_0)=0, \qquad (26)$$

здесь

$$\Lambda_1(\sigma)=\frac{(1+\chi_1)(1+\chi_2)\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+\chi_1)+\varepsilon_2(1+\chi_2)}K_*(\sigma),$$

$$\Lambda_2(\sigma)=\frac{1}{(c_1+c_2)(1+\chi_0)}\frac{|\sigma|}{\sqrt{\sigma^2-k_2^2}}K_0(\sigma),$$

Для искомых функций получено

$$\bar{\psi}_{-}(\sigma) = -\frac{b}{\sqrt{\sigma - k_1} L^{-}(\sigma)(\sigma - k_1 \cos\theta_0 - i0)},$$

$$\bar{q}_{+}(\sigma) = \frac{c_1 b \sqrt{\sigma + k_1} L^{+}(\sigma)}{\mu_0 (\sigma - k_1 \cos\theta_0 + i0)}, \tag{27}$$

$$b = \frac{2\sqrt{2k_1}\mu_1 \sin\dfrac{\theta_0}{2}}{\Lambda_2(k_1\cos\theta_0) L^{+}(k_1\cos\theta_0)(1+\varepsilon_0)}.$$

Функции амплитуд перемещения в пьезоэлектрических полупространствах представляется в виде суммы регулярных интегралов по берегам разрезов в комплексной плоскости. Волновое поле состоит из падающей и отраженной волн, дифрагированных объмных волн, а также дифрагированных поверхностных волн, локализованных у контактной плоскости.

Асимптотическое представление перемещений пьезоэлектрика на граничной поверхности ($y = 0$) при $x \to -\infty$ имеет вид

$$w_1(x,0) = (1 + A_{1*}) e^{-ik_1 x \cos\theta_0} + A_*^{(1)} e^{i\sigma_* |x|} + e^{i(kx - \frac{\pi}{4})} O(|kx|^{-\frac{3}{2}}) + O(|kx|^{-\frac{3}{2}}),$$

а при $x \to \infty$

$$w_1(x,0) = (1 - A_{10}) e^{-ik_1 x \cos\theta_0} + A_0^{(1)} e^{i\sigma_0 x} + e^{i(kx + \frac{\pi}{4})} O((kx)^{-\frac{3}{2}}) + O((kx)^{-\frac{3}{2}}),$$

следует отметить, что $\omega / \sigma_0 > \omega / \sigma_*$.

В §3.2 в задаче дифракции плоской электроупругой волны принимается, что тонкий металлический слой занимает граничную плоскость Oxz. Относительно функций $\bar{\psi}_{-}(\sigma), \bar{q}_{+}(\sigma)$ получим следующее уравнение

$$\begin{gathered} c_1 c_2 |\sigma| K_1(\sigma) K_2(\sigma) \bar{\psi}_{-}(\sigma) + (c_1 + c_2) K(\sigma) \bar{q}_{+}(\sigma) + \\ + 4\pi i k_1 c_1 c_2 \sin\theta_0 (1 + \chi_1) K_2(k_1 \cos\theta_0) \delta(\sigma - k_1 \cos\theta_0) = 0, \end{gathered} \tag{28}$$

здесь характеристическая функция данной задачи со смешанным условием на контактной плоскости, имеет вид

$$K_э(\sigma) = \frac{c_1 K_1(\sigma) + c_2 K_2(\sigma)}{c_1 + c_2}.$$

Определяются функции амплитуд перемещения в пьезоэлектрических полупространствах в виде регулярных интегралов. Волновое поле состоит из падающей и отраженной волн, дифрагированных затухающих объемных волн, а также дифрагированной поверхностной волны Гуляева–Блюстейна, локализованной у контактной плоскости

$$w_{1*}(x,y) = A_*^{(1)} e^{-\sqrt{\sigma_1^2 - k_1^2} y} e^{-i\sigma_1 x},$$

$$w_{2*}(x,y) = A_*^{(2)} e^{\sqrt{\sigma_2^2 - k_2^2} y} e^{-i\sigma_2 x}, \tag{29}$$

$$A_*^{(1)}=-\frac{ibL^+(\sigma_1)}{c_1\sqrt{\sigma_1}K_1'(\sigma_1)(\sigma_1-k_1\cos\theta_0)},\qquad A_*^{(2)}=\frac{ibL^+(\sigma_2)}{c_2\sqrt{\sigma_2}K_2'(\sigma_2)(\sigma_2-k_1\cos\theta_0)}.$$

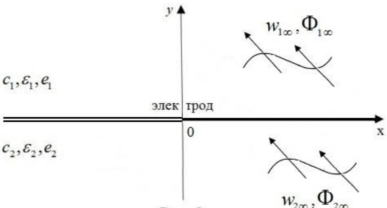
Функция перемещений точек полупространства $x>0$ представляется в виде суммы регулярных интегралов, падающей, отраженной и проходящей волн, и дифрагированной поверхостной волны локализованной у контактной плоскости

$$\begin{aligned} w_{10}(x,y)&=A_0e^{-\sqrt{\sigma_э{}^2-k_1{}^2}y}e^{i\sigma_э x},\\ w_{20}(x,y)&=A_0e^{\sqrt{\sigma_э{}^2-k_2{}^2}y}e^{i\sigma_э x},\end{aligned}\tag{30}$$

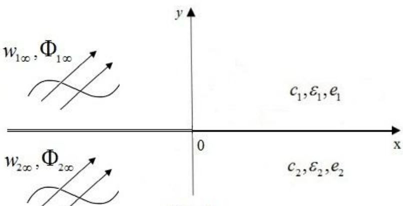
$$A_0=-\frac{ibK_2(-\sigma_э)}{c_1\sqrt{\sigma_э}K_э'(-\sigma_э)L^-(-\sigma_э)(\sigma_э-k_1\cos\theta_0)}.$$

Здесь уже для скоростей распространения получим $\omega/\sigma_1<\omega/\sigma_э<\omega/\sigma_2$, если $\sigma_1>\sigma_2$ и $\omega/\sigma_2<\omega/\sigma_э<\omega/\sigma_1$, если $\sigma_2>\sigma_1$.

В §3.3 рассматриваются задачи дифракции локализованных у контактной плоскости поверхностных волн. В первой задаче из бесконечности $x>0$ распространяется



Фиг.3



Фиг.4

поверхностная волна сдвига со следующими значениями амплитудных составляющих перемещения и электрического потенциала $i=1,2$, (фиг 3)

$$\begin{aligned} w_{i\infty}(x,y)&=e^{\mp\sqrt{\sigma_э{}^2-k_i^2}y}e^{-i\sigma_э x},\\ \Phi_{i\infty}(x,y)&=\frac{e_i}{\varepsilon_i}\left(e^{\mp\sqrt{\sigma_э{}^2-k_i^2}y}-e^{\mp\sigma_э y}\right)e^{-i\sigma_э x}.\end{aligned}\tag{31}$$

В контактной плоскости прикеен металлический слой. Относительно функций $\bar\psi_-(\sigma),\bar q_+(\sigma)$ получим функциональное уравнение краевой задачи типа Римана

$$\frac{c_1c_2|\sigma|K_1(\sigma)K_2(\sigma)}{(c_1+c_2)K_э(\sigma)}\bar\psi_-(\sigma)+\bar q_+(\sigma)+2\pi c_1\sigma_эK_1(\sigma_э)\delta(\sigma-\sigma_э)=0.\tag{32}$$

Волновое поле в полупространстве $x<0$ состоит из дифрагированных затухающих объемных волн, а также дифрагированной поверхностной волны Гуляева–Блюстейна, локализованной у контактной плоскости

$$\begin{aligned} w_{1*}(x,y)&=A_*^{(1)}e^{-\sqrt{\sigma_1{}^2-k_1{}^2}y}e^{-i\sigma_1x},\\ w_{2*}(x,y)&=A_*^{(2)}e^{\sqrt{\sigma_2{}^2-k_2{}^2}y}e^{-i\sigma_2x},\end{aligned}\tag{33}$$

Функция перемещений точек полупространства $x > 0$ представляется в виде суммы регулярных интегралов, падающей и дифрагированной поверхостной волны локализованной у контактной плоскости

$$w_{10}(x,y) = A_0 e^{-\sqrt{\sigma_э^2 - k_1^2}\, y} e^{i\sigma_э x},$$
$$w_{20}(x,y) = A_0 e^{\sqrt{\sigma_э^2 - k_2^2}\, y} e^{i\sigma_э x}, \tag{34}$$

Рассмотрена еще одна задача дифракции поверхностной сдвиговой волны – локализованной у контактной плоскости $y = 0$, $x < 0$, в составной пьезо-электрической среде. В плоскости Oxz при $x < 0$ пьезоэлектрические полупространства взаимодействуют между собой без акустического контакта. В этой же плоскости контакта при $x > 0$ между полупространствами осуществляется электромеханический полный контакт. Из бесконечности ($x < 0$) по направлению оси Ox распространяется электроупругая поверхностная волна сдвига, обусловленная наличием пьезоэффекта в полупространствах (фиг 4)

$$w_{1\infty}(x,y) = e^{i\sigma_* x} e^{-\sqrt{\sigma_*^2 - k_1^2}\, y},$$
$$\Phi_{1\infty}(x,y) = \frac{e_1}{\varepsilon_1} w_{1\infty}(x,y) - \frac{e_1}{\varepsilon_1} D e^{i\sigma_* x} e^{-\sigma_* y},$$
$$w_{2\infty}(x,y) = \frac{e_1}{e_2}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - D\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) e^{i\sigma_* x} e^{\sqrt{\sigma_*^2 - k_2^2}\, y}, \tag{35}$$
$$\Phi_{2\infty}(x,y) = \frac{e_2}{\varepsilon_2} w_{2\infty}(x,y) + \frac{e_1}{\varepsilon_2} D e^{i\sigma_* x} e^{\sigma_* y}.$$

Относительно функций $\bar{\psi}_-(\sigma), \bar{q}_+(\sigma)$ получим следующее уравнение

$$c_1\left[2\pi D_1 \delta(\sigma + \sigma_*) - \bar{\psi}_-(\sigma)\right](1 + \chi_1)(1 + \chi_2)\sqrt{\sigma^2 - k_1^2}\, K_*(\sigma) -$$
$$- \bar{q}_+(\sigma)\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)|\sigma|}{\varepsilon_2 c_2 \sqrt{\sigma^2 - k_2^2}} K_0(\sigma) = 0. \tag{36}$$

Для локализованных у контактной поверхности сдвиговых волн в полупространстве $x < 0$ получим

$$w_{1*}(x,y) = A_*^{(1)} e^{-\sqrt{\sigma_*^2 - k_1^2}\, y} e^{i\sigma_* x},$$
$$w_{2*}(x,y) = A_*^{(2)} e^{\sqrt{\sigma_*^2 - k_2^2}\, y} e^{i\sigma_* x}, \tag{37}$$

Для составного полупространства $x > 0$ получим локализованную волну с новым волновым числом σ_0

$$w_{10}(x,y) = A_0^{(1)} e^{-\sqrt{\sigma_0^2 - k_1^2}\, y} e^{-i\sigma_0 x},$$
$$w_{20}(x,y) = A_0^{(1)} e^{\sqrt{\sigma_0^2 - k_2^2}\, y} e^{-i\sigma_0 x}. \tag{38}$$

Изложение диссертационной работы заканчивается кратким заключением результатов исследований и списком соответствующей научной литературы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе исследованы задачи распространения и дифракции волн сдвига в составном пространстве, когда пьезоэлектрические полупространства представляют пьезоэлектрики гексагональной симметрии класса 6mm, с разными электроупругими параметрами. Задачи рассмотрены на основе линейной теории электроупругости, в квазистатическом приближении с точки зрения электродинамики. Изучены вопросы распространения поверхностных акустоэлектрических волн в пьезоэлектрической среде. При решении рассмотренных задач установившихся колебаний и дифракции электроупругих волн на полоубесконечной трещине построены корректные с физической и математической точки зрения волновые модели для сплошных сред. Точное решение рассмотренных задач и изучение особенностей возможно только решением волнового уравнения с соответствующими условиями на контактной поверхности раздела тел, зависящими еще и от электроупругих свойств материала тел. Для решения задач использованы методы теории упругости и математической физики, эти методы и решения поставленных задач имеют значение с точки зрения разработки эффективных методов решения краевых задач. Используются методы интегрального преобразования Фурье, теории функции комплексного переменного и метод факторизации. Задачи дифракции волн сдвига на крае полубесконечной трещины сводятся к решению функционального уравнения краевой задачи типа Римана на действительной оси.

Эффект связанности электрической и деформационной полей выявляется как физико-механическими процессами, происходящими в отдельных пьезоэлектрических полупространствах, так и процессами возникающими при взаимодействии этих сред. В рассмотренных задачах выявлены основные характеристические свойства распространения и дифракции сдвиговых электроупругих волн, выведены асимптотические формулы в контактной плоскости полупространств. Разность электромеханических свойств контактирующих сред приводит к существенным изменениям сдвигового волнового поля. Выявлены новые свойства и особенности волн, присущие взаимосвязанным физическим полям и средам:

– Связанностью физических полей–пьезоэффектом, обусловлены как распространения локализованных у плоскости раздела полупространств поверхностных волн, со смещениями частиц в направлении симметрии пьезокристалла, так и появление объемной волны, распространяющейся от контактной плоскости в глубь пьезоэлектрических полупространств и имеющей неволновой характер на контактной плоскости.

– Показано, что в составном пространстве, когда имеет место полный электромеханический контакт между пьезоэлектрическими полупространствами, при определенных условиях значений электроупругих параметров материалов сред, могут распространяться локализованные у контактной поверхности электроупругие сдвиговые волны, и скорость распространения этих волн больше, чем скорость поверхностных волн при безакустическом контакте между полупространствами.

– Дифракция падающей плоской электроупругой волны сдвига на полубесконечной трещине между пьезоэлектрическими полупространствами, когда по остальной части контактной плоскости полупространства скреплены, приводит к распространению одной или двух локализованных (поверхностных) волн с разными скоростьями.

– Дифракция падающей плоской электроупругой волны сдвига на полубесконечной трещине в составном пьезоэлектрическом пространстве, когда тонкий металлический слой занимает всю контактную плоскость, приводит к распространению одной или двух локализованных (поверхностных) волн с разными скоростьями.

– В задачах о дифракции локализованных (поверхностных) сдвиговых волн появляются сдвиговые локализованные волны, обусловленные наличием полубесконечной трещины в контактной плоскости.

– Наличие источника установившихся механических колебаний в одном из пьезоэлектрических полупространств приводит к распространению сдвиговой поверхностной волны в составном пространстве, как при безакустическом контакте между полупространствами, так и, для определенных электроупругих параметров, при полном контакте.

СПИСОК НАУЧНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Джилавян С.А., Саргсян А.С. Сдвиговые колебания в составном пьезоэлектрическом пространстве. Вестник НПУА, Механика, машиноведение, машиностроение, 2018, № 2, с.29–38.
2. Джилавян С.А., Саргсян А.С. Дифракция плоской волны сдвига в составном пьезоэлектрическом пространстве. Изв. НАН Армении, Механика, т.72, №1, 2019г, с.35–48.
3. Джилавян С.А., Саргсян А.С. Дифракция поверхностной волны сдвига на полубесконечной трещине в составном пьезоэлектрическом пространстве. //Материалы 5–ой межд.конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды». Ереван: 2017. С.79–80.
4. Саргсян А.С. Электроупругие сдвиговые колебания в составном пьезоэлектрическом пространстве с металлическим слоем. Известия НАН Армении и Гос. инж. университета Армении. Серия техн. наук, т.72, № 2, 2019г, с.153–163.
5. Саргсян А.С. Дифракция плоской сдвиговой волны на крае полубесконечной трещины в пьезоэлектрическом составном пространстве с металлическим слоем, Изв. НАН Армении. Механика, т.72, № 2, 2019г, с. 53–63.
6. Саргсян А.С. Дифракция локализованной сдвиговой волны на крае полубесконечной трещины в пьезоэлектрической составной среде, Межд. сб. научн. трудов ДонНТУ «Прогрессивные технологии и системы машиностроения», т.65, № 2, 2019г, с. 43–51.
7. Саргсян А.С., Григорян А.А. Электроупругие волны в составном пьезоэлектрическом пространстве при линейном источнике сдвиговых колебаний. Известия НАН Армении и Гос. инж. университета Армении. Серия техн. наук, т.71, № 4, 2018г, с.397–407.

Ամփոփում

Պիեզոէլեկտրական բաղադրյալ միջավայրերում սահքային ալիքների տարածումը և դիֆրակցիան

Ատենախոսությունում ուսումնասիրվում է մակերևութային ալիքների տարածումը և դիֆրակցիան, երբ պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունները ներկայացնում են տարբեր էլեկտրաառաձգական պարամետրերով, հեքսագոնալ համաչափությամբ 6mm դասի պիեզոէլեկտրիկներ։ Խնդիրները դիտարկված են էլեկտրաառաձգականության գծային տեսության հիման վրա, էլեկտրադինամիկայի քվազիստատիկական մոտավորությամբ։ Հաստատված տատանումների և կիսաանվերջ ճաքի եզրի վրա էլեկտրաառաձգական ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրների լուծման ժամանակ կառուցվել են հոծ միջավայրի՝ ֆիզիկամաթեմատիկական տեսանկյունից հիմնավորված, ալիքային մոդելներ։ Դիտարկվող խնդիրների ճշգրիտ լուծումը և առանձնահատկությունների ուսումնասիրությունը հնարավոր է միայն լուծելով ալիքային հավասարումները համապատասխան եզրային պայմաններով՝ կախված միջավայրի էլեկտրաառաձգական հատկություններից։ Խնդիրների լուծման համար օգտագործվել են առաձգականության տեսության և մաթեմատիկական ֆիզիկայի մեթոդներ։ Օգտագործվում են Ֆուրյեի ինտեգրալ ձևափոխության, կոմպլեքս փոփոխականի ֆունկցիաների տեսության և ֆակտորիզացիայի մեթոդները։ Կիսաանվերջ ճաքի եզրին սահքի ալիքի դիֆրակցիայի խնդիրը բերվում է իրական առանցքի վրա Ռիմանի տիպի ֆունկցիոնալ հավասարման լուծման։

Ատենախոսության առաջին գլխում բերված են 6mm դասի հեքսագոնալ համաչափությամբ պիեզոէլեկտրական միջավայրի էլեկտրաառաձգականության ստացիոնար, հակահարթ խնդրի հիմնական առնչությունները և հավասարումները, ինչպես նաև հարթ, մակերևութային էլեկտրաառաձգական ալիքների տարածման հիմնական առանձնահատկությունները։ Երկրորդ գլխում դիտարկվել են բաղադրյալ պիեզոէլեկտրական տարածությունում սահքի ալիքների տարածման խնդիրները, երբ կիսատարածություններից մեկում գործում է մեխանիկական տատանումների գծային աղբյուր։ Երրորդ գլուխը նվիրված է պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունների միջև առկա կիսաանվերջ ճաքի վրա սահքի հարթ և մակերևութային ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրների ուսումնասիրմանը։

Էլեկտրական և դեֆորմացիաների դաշտերի փոխկապակցվածությունը արտահայտվում է ինչպես ֆիզիկամեխանիկական պրոցեսներում, որոնք տեղի են ունենում պիեզոէլեկտրական կիսատարածություններում առանձին-առանձին, այնպես էլ այդ միջավայրերի կոնտակտային փոխազդեցության մեջ։ Դիտարկվող խնդիրներում բացահայտվել են էլեկտրաառաձգական ալիքների տարածման և դիֆրակցիայի հիմնական բնութագրիչ հատկությունները և դուրս են բերվել կիսատարածությունների իդեալ հարթությունում ասիմպտոտական բանաձևերը։ Փոխազդեցության մեջ գտնվող պիեզոէլեկտրական միջավայրերի ֆիզիկամեխանիկական տարբեր հատկությունները բերում են ալիքային դաշտի էական փոփոխության: Բացահայտվել են սահքային ալիքների տարածման առանձնահատկություններ, որոնք բնորոշ են փոխկապակցված ֆիզիկական դաշտերին և միջավայրերին:

– Ֆիզիկական դաշտերի կապակցվածությամբ (պիեզոհատկությամբ) է պայմանավորված ինչպես կիսատարածությունների հպման հարթությունում տեղայնացված մակերևութային ալիքների տարածումը՝ պիեզոբյուրեղի համաչափության առանցքով մասնիկների տեղափոխությամբ, այնպես էլ ծավալային ալիքի առաջացումը, որը տարածվում է հպման մակերևույթից դեպի պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունների խորքը ունենալով ոչ ալիքային բնույթ այդ մակերևույթի վրա:

– Ցույց է տրված, որ բաղադրյալ տարածությունում, երբ պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունները էլեկտրամեխանիկական լրիվ կոնտակտի պայմաններում են, միջավայրերի էլեկտրաառաձգական պարամետրերի որոշ արժեքների դեպքում կարող են տարածվել՝ կոնտակտային հարթությանը մոտ տեղայնացված, սահքային էլեկտրաառաձգական ալիքներ, և այդ ալիքների տարածման արագությունը մեծ է այն ալիքների տարածման արագությունից, որոնք առաջանում են, երբ կիսատարածությունները ակուստիկական կոնտակտի մեջ չեն:

– Պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունների միջև առկա կիսաանվերջ ճաքի վրա ընկնող հարթ էլեկտրաառաձգական սահքի ալիքի դիֆրակցիան, երբ կիսատարածությունները հպման մակերևույթի մնացած մասում միմյանց ամրացված են, բերում է տարբեր արագություններով մեկ կամ երկու մակերևութային, սահքային ալիքների տարածման:

– Պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունների միջև առկա կիսաանվերջ ճաքի վրա ընկնող սահքի հարթ էլեկտրաառաձգական ալիքի դիֆրակցիան, երբ կիսատարածությունների հպման մակերևույթում բարակ մետաղական շերտ է սոսնձված, բերում է սահքի մեկ կամ երկու մակերևութային ալիքների տարածման:

– Տեղայնացված (մակերևութային) սահքային ալիքների դիֆրակցիայի դեպքում առաջանում են տեղայնացված նոր սահքային ալիքներ՝ պայմանավորված կոնտակտային հարթությունում առկա կիսաանվերջ ճաքով:

– Պիեզոէլեկտրական կիսատարածություններից մեկում մեխանիկական տատանումների գծային աղբյուրի առկայությունը բերում է բաղադրյալ տարածությունում սահքի մակերևութային ալիքների տարածմանը ինչպես կիսատարածությունների միջև առանց ակուստիկական կոնտակտի, այնպես էլ, էլեկտրաառաձգական որոշ պայմանների դեպքում, լրիվ կոնտակտի ժամանակ:

Arsen Sargsyan

Propagation and diffraction of shear waves in composite piezoelectric media

SUMMARY

In the scientific thesis, the problems of propagation and diffraction of shear waves in a composite space are investigated, when piezoelectric half-spaces represent piezoelectrics of hexagonal symmetry of class 6mm, with different electro-elastic parameters. The problems are considered on the basis of the linear theory of electroelasticity with a quasi-static approximation. The problems of the propagation of surface acousto-electric waves in a piezoelectric medium are investigated. When deciding the considered problems of steady-state oscillations and diffraction of electro-elastic waves on a semi-infinite crack, correct physical and mathematical models for continuous media have been constructed. The exact solution of the considered problems and the study of features are possible only by solving the wave equation with the corresponding conditions on the contact surface of the bodies, which also depend on the electro-elastic properties of the material of bodies. For solutions the problems, the methods of the theory of elasticity and mathematical physics are used; these methods and solutions of the problems posed are important from the point of view of developing effective methods for solving boundary value problems. The methods of the integral Fourier transform, the theory of a function of a complex variable, and the factorization method are used. The problems of diffraction of shear waves at the edge of a semi-infinite crack are reduced to solving a functional equation of Riemann type on the real axis.

The first chapter presents the basic relations and equations of the stationary anti-flat problem of electroelasticity with a quasi-static approximation for a piezoelectric medium of class 6mm hexagonal symmetry, presents the main information in the field of the theory of propagating shear electro-elastic waves. In the second chapter, problems of shear wave propagation in a composite piezoelectric space are considered, when a linear source of steady-state oscillations acts in one of the half-spaces. In the third chapter, the problems of diffraction of shear waves on a semi-infinite crack between the piezoelectric half-spaces are considered.

The effect of connectedness of the electric and deformation fields is revealed both by the physic-mechanical processes occurring in separate piezoelectric half-spaces and by the processes arising from the interaction of these media. In the considered problems, the main characteristic properties of the propagation and diffraction of shear electro-elastic waves are revealed, and asymptotic formulas are derived in the contact half-space plane. The difference between the electromechanical properties of the contacting media leads to significant changes in the shear wave field. New properties and peculiarities of waves inherent in interconnected physical fields and media are revealed:

– The physical fields are connected by the piezoelectric effect, caused both by the propagation of surface waves localized near the plane of the half-space, with particle displacements in the direction of symmetry of the piezocrystal, and the appearance of a volume wave propagating from the contact plane into the depth of the piezoelectric half-spaces.

– It is shown that in composite space, when there is a full electromechanical contact between piezoelectric half-spaces, under certain conditions of values of electro-elastic parameters of materials of media, electro-elastic shear waves localized at the contact surface

can propagate, and the propagation speed of these waves is greater than the speed of surface waves with acoustic-free contact between half spaces.

– Diffraction of an incident plane electro-elastic shear wave at a semi-infinite crack between the piezoelectric half-spaces, when the half-space is fixed along the rest of the contact plane, results in one or two localized (surface) waves with different velocities.

– Diffraction of an incident plane electro-elastic shear wave at a semi-infinite crack between the piezoelectric half-spaces, when the half-space is fixed along the rest of the contact plane, results in one or two localized (surface) waves with different velocities.

– In problems of diffraction of localized (surface) shear waves, shear localized waves appear, due to the presence of a semi-infinite crack in the contact plane.

– The presence of a source of steady-state mechanical oscillations in one of the piezoelectric half-spaces leads to the propagation of a shear surface wave in a composite space, both when there is no acoustic contact between the half-spaces, and, for certain conditions, electro-elastic parameters, with full contact.