

**ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ**

ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ ՆԱՐԵԿ ԴԱՎԻԹԻ

**ՄԱՔՍԻՄԱԼ ԷՆՏՐՈՊԻԱՅԻ ՄԵԹՈԴԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆԸ ՌԻՍԿԵՐԻ
ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ԵՎ ԱԿՏԻՎՆԵՐԻ ԳՆԵՐԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ
ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ**

Ը.00.08 «Մաթեմատիկական տնտեսագիտություն» մասնագիտությամբ
տնտեսագիտության թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման
ատենախոսություն

Ս Ե Ղ Մ Ա Գ Ի Ր

ԵՐԵՎԱՆ 2018

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում:

Գիտական ղեկավար՝

Ռուբեն Ալբերտի Գևորգյան
տնտեսագիտական գիտությունների
դոկտոր, պրոֆեսոր

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

Աշոտ Աղասու Թավադյան
տնտեսագիտական գիտությունների
դոկտոր, պրոֆեսոր

Նաիրուհի Մխիթարի Զրբաշյան
տնտեսագիտական գիտությունների
թեկնածու, դոցենտ

Առաջատար կազմակերպություն՝

ՀՀ. ԳԱԱ. Մ. Քոթանյանի անվան
Տնտեսագիտության ինստիտուտ

Ատենախոսության պաշտպանությունը կայանալու է 2018 թվականի հունիսի 28-ին,
ժամը 15:00-ին Երևանի պետական համալսարանում գործող ՀՀ ԲՈՀ-ի
տնտեսագիտության թիվ 015 մասնագիտական խորհրդի նիստում:

Հասցե՝ 0009, Երևան, Խ.Աբովյան 52:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ Երևանի պետական համալսարանի
գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2018 թ. մայիսի 23-ին:

**015 մասնագիտական խորհրդի
գիտական քարտուղար,
տեխ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր՝**



Ա.Ա.Առաքելյան

ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

Ատենախոսության թեմայի արդիականությունը

Ատենախոսության արդիականությունը պայմանավորված է հետևյալ դրույթներով՝

1. 2014թ. -ից սկսած Հայաստանի Հանրապետությունում ներդրվել է կուտակային կենսաթոշակային համակարգ, որը ենթադրում է ՀՀ քաղաքացիների կենսաթոշակային խնայողությունների մասնակի ներդրումը օտարերկրյա շուկաներում: Դա հաշվի առնելով բնական է դառնում ներդրումների այդպիսի գործընթացի արդյունավետ կարգավորման հարցի դիտարկումը: Չնայած նրան, որ ներկա պահի դրությամբ ՀՀ-ում կենսաթոշակային ֆոնդերի ներդրումային գործունեությամբ զբաղվում են բավականին մեծ փորձ ունեցող միջազգային կառույցներ, այդուհանդերձ իրենք նույնպես ունեն կանխատեսումների նոր մեթոդների կիրառման կարիք: Մյուս կողմից ատենախոսության արդյունքները կարելի է կիրառել ՀՀ ֆինանսական շուկայի կարգավորող մարմինների աշխատանքում որպես ներդրումային գործունեության արդյունավետության և համեմատության (benchmark-ային) գործիք:

2. Ատենախոսության մեջ նկարագրված և բարելավված մեթոդաբանական կառույցները ունեն կիրառական մեծ հնարավորություններ ոչ միայն ՀՀ-ում, այլև արտերկրում, հատկապես խոշոր ֆինանսական շուկաներում: Ֆինանսական շուկաները ունեն երկար տարիների պատմություն, սակայն մինչև այսօր գոյություն չունեն կարգավորման իդեալական կանոններ և ուղեհիշներ շուկայի մասնակիցների համար: Այդ պատճառով անորոշության պայմաններում հիմնականում աշխատեցվում են պատմական տվյալների վրա հիմնված դասական մեթոդները, որոնք կարող են տրված խնդրի համար արդյունավետ չլինել: Այս առումով ատենախոսության արդյունքները օպտիմալ պորտֆելների կառուցման, ռիսկերի կառավարման, կանխատեսումների, շուկայական մոնիտորինգի և շուկայի մասնակիցների սպասումների մաթեմատիկական ձևակերպում ստեղծելու հնարավորություններ են տալիս: Ատենախոսության մեջ ներկայացված մոդելային բոլոր դրույթները սահմանված են ամուր մաթեմատիկական հիմունքների վրա և

Ժամանակակից ծրագրային ապահովման միջոցով բերվել են արդյունավետ կիրառության համար պատրաստ վիճակի:

3. Բացի նրանից, որ ատենախոսության մեջ ներկայացվել է մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդի կիրառական նշանակությունը և տարվել են զուգահեռներ նման խնդիրներում օգտագործվող դասական այլ մոտեցումների հետ, նաև կատարվել է մոդելի լավարկում, այն է՝ սահմանվել են որոշակի մաթեմատիկական պայմաններ և ապացուցվել է մաքսիմալ էնտրոպիայի խնդրի լուծման գոյությունը այդ պայմանների բավարարման դեպքում, ինչը մոդելի տեսական զարգացման և հետագա գործնական կիրառության սպեկտրի լայնացման մեծ հնարավորություններ է բացում ներդրումային տարբեր խմբերի համար:

4. Ատենախոսության մեջ օգտագործված գլխավոր մեթոդներից մեկը՝ մաքսիմալ էնտրոպիայի միջոցով բաշխման վերականգնումը իրենից ներկայացնում է ունիվերսալ մոտեցում խնդիրների որոշ դասի լուծման համար: Հաշվի առնելով, որ մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդաբանությունը ստեղծվել և առաջին անգամ սահմանվել է ֆիզիկայում, այնուհետև կիրառվել ինֆորմացիայի տեսության մեջ, հնարավոր է դառնում աշխատանքի ստացված հիմնական արդյունքները որոշ չափով կիրառել այդ ճյուղերում և դրական ազդեցություն ունենալ մեթոդաբանական զարգացման վրա:

Ատենախոսության թեմայի արդիականությունը կարելի է հիմնավորել վերը նշված դրույթներով, որոնց հիմքում ընկած է և՛ տեսական, և՛ կիրառական բնույթ կրող գիտահետազոտական աշխատանք, ինչը իսկզբանե կատարվել էր մտքում ունենալով աշխատանքի թիրախային խմբերին: Ատենախոսության արդյունքները ճկուն են այնքանով, որ չունեն ոչ-մի աշխարհագրական յուրահատուկ սահմանափակումներ և աշխատում են կամայական ֆինանսական շուկաների պայմաններում՝ այդպիսով օգտակար լինելով և Հայաստանյան և արտերկրյա ֆինանսական կառույցների համար:

Ատենախոսության նպատակը և խնդիրները

Ատենախոսության հիմնական նպատակն է վերամշակել մինչև այժմ հայտնի որոշ կանխատեսման մոտեցումները և առավելագույնս իրար մոտեցնել տեսական արդյունքները և իրենցից բխող գործնական կիրառությունը՝ մատուցելով ներդրումային խմբերի գործունեության համար օգտակար գործիքներ:

Ատենախոսության խնդիրներից կարևոր է առանձնացնել հետևյալները՝

1. Փորձարկել ֆինանսական շուկաներում կիրառվող դասական մեթոդաբանական մոտեցումները ՀՀ կենսաթոշակային ներդրումային գործունեության մեջ, այնուհետև լավարկել այդ մոտեցումները՝ դուրս չգալով դասական մոդելի շրջանակներից և որպես արդյունք կառուցել էֆեկտիվ դինամիկ ներդրումային պորտֆելներ:

2. Մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդաբանության միջոցով ֆինանսական օպցիոնների ներկա գներից ստանալ շուկայական սպասումների տեսքով տեղեկատվություն: Ստացված մոդելը հասցնել կիրառության համար ամենապիտանի տեսքի և բերել առավելագույն ավտոմատացված վիճակի: Քանի որ այս մեթոդի շրջանակներում վերջնական արդյունքում շուկայական սպասումները տրվում են հավանականային բաշխման տեսքով, ապա այդ բաշխումը նկարագրող վիճակահիները նաև հնարավոր է դառնում կիրառել նախորդ կետում նշված դասական մոդելների մեջ:

3. Դուրս բերել Եվրոպական օպցիոնների մեջ կիրառված մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդի լուծման գոյության պայմանները՝ այդպիսով հասնելով ոչ միայն տեսական հստակության, այլ նաև լուծելով մի շարք գործնական բարդություններ առաջացնող խնդիրներ: Վերջինս նաև ծրագրային կիրառության տեսանկյունից տալիս է ժամանակային և ռեսուրսային խնայողության հնարավորություն:

4. Ստուգել ատենախոսության մեջ առաջադրված մեթոդների գործնական կիրառության նշանակությունը (օրինակ backtesting-ի միջոցով) և կատարել համապատասխան հետևություններ դասական մոտեցումների նկատմամբ այդ մեթոդների նախընտրելիության մասին:

5. Կառուցել և գրել համակարգչային ծրագիր, որը հիմնվելով տեսական արդյունքների վրա ապահովում է նվազագույն հաշվարկային բարդություն և ծախսում է հնարավորինս քիչ ռեսուրսներ, ինչը էլ ավելի է մեծացնում աշխատանքի հիմնական արդյունքների գործնական նշանակությունը և կիրառական ընդարձակման տեղ է բացում հետագա հետազոտությունների համար:

6. Ներկայացնել աշխատանքի գործնական կիրառության օրինակներ, որոնք հաշվարկվել են վերը նշված համակարգչային ծրագրով իրական շուկայական տվյալների հիման վրա:

Ատենախոսության առարկան և օբյեկտը

Ատենախոսության հետազոտության օբյեկտն է ֆինանսական շուկան՝ դիտարկված որպես իր մասնակիցներից կազմված մի տեղեկատվական ամբողջություն: Տեղեկատվությունը այս պարագայում բնորոշվում է շուկայական ակտիվների վրա ստեղծված դերիվատիվների ներկա իրական գներով, տեսական արժեքներից այդ գների շեղումով և գործարքների կատարման ծավալներով: Ատենախոսության առարկան է նշված տեղեկատվության ձևափոխումը մաթեմատիկական վիճականիների և այդ վիճականիների կիրառությունը Հայաստանի Հանրապետության և միջազգային ներդրումային խմբերի օրինակներով:

Ատենախոսության տեսական, տեղեկատվական և մեթոդական հիմքերը

Աշխատանքի մեջ ներկայացված մեթոդների համար հիմք են հանդիսացել ֆինանսական դաշտի բազում մասնագիտական աշխատություններ, ներառյալ՝ գրքեր, հոդվածներ, նյութեր համացանից: Ատենախոսության համար տեղեկատվական հիմք է հանդիսացել նաև «ՀՀ ՕՐԵՆՔԸ ՊԵՏԱԿԱՆ ԿԵՆՍԱԹՈՇԱԿՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ» և մի շարք վիճակագրական ծառայություն մատուցող ընկերությունների զեկույցներ:

Ատենախոսության մեջ կիրառվել են մաթեմատիկական, տնտեսագիտական, վիճակագրական մեթոդներ, ինչպես նաև ստոխաստիկ ֆինանսերից եկող դասական մոդելներ: Աշխատանքի վերջում հատկապես շեշտադրված է գծային տարածություններից եկող հիմնական դրույթների օգտագործումը: Արդյունավետ պորտֆելների և ռիսկերի գնահատման հետ կապված գործնական ծրագրային հաշվարկները կատարվել են MatLab ծրագրով, իսկ մաքսիմալ էնտրոպիայի ամբողջ մոդելային կառուցումը՝ Python լեզվով:

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները և գիտական նորույթը

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները կրում են և՛ տեսական, և՛ գործնական նշանակություն, որպես նորույթ կառանձնացնենք հետևյալը՝

1. Եվրոպական քոլ (call) օպցիոնների համար կիրառվող մաքսիմալ էնտրոպիայի խնդրի լուծման գոյության համար դուրս են բերվել մաթեմատիկական պայմաններ: Ապացուցվել է լուծման գոյությունը այդ պայմանների բավարարման դեպքում:

2. Կատարվել է վերը նշված խնդրում դասական Նյուտոն-Ռաֆսոնի մեթոդի կիրառության լավարկում՝ օգտագործելով դինամիկ քայլերով գրադիենտների մեթոդը:

3. Ստեղծվել է ծրագրային ապահովում, որը հիմնվելով ներկա պահին առկա շուկայական տեղեկատվության վրա (Եվրոպական քոլ օպցիոնների գների տեսքով) մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդի միջոցով կառուցում է ապագա գների կանխատեսումներ :

4. Մշակված մեթոդը կիրառվել է իրական տվյալների վրա: Ցույց է տրվել, որ կանխատեսումները տալիս են բավարար արդյունքներ: Արդյունքում ստեղծվել է կանխատեսումների և ֆինանսական շուկաների կառավարչական որոշումներ կայացնելու համար նոր գործիք, որը կարող է օգտագործվել նաև ՀՀ-ում ներդրված կուտակային կենսաթոշակային համակարգում:

Ատենախոսության արդյունքների գործնական նշանակությունը

Ատենախոսությունում ստացված արդյունքները կարելի է կիրառել հետևյալ հիմնական ուղղություններով՝

1. Օգտագործել ատենախոսության արդյունքները երկարաժամկետ ներդրումային որոշումներ կայացնելու համար:

2. Կիրառել այդ մեթոդաբանությունը շուկայական կարգավորման և վերահսկողության համար:

3. Կառուցել արդյունավետ պորտֆելներ և մշակել ռիսկերի կառավարման այլընտրանքային համակարգեր:

4. Օգտագործել մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդը (մեր կողմից ներկայացված համապատասխան ծրագրային ապահովման միջոցով) ալգորիթմիկ առք-վաճառքի համար (algorithmic trading): Այդ միտքը նաև ներկայացվել է Երևանի պետական համալսարանի տնտեսագիտության և կառավարման ֆակուլտետում անցնող սեմինարի ընթացքում և հետաքրքրություն է առաջացրել ներկա գտնվող պրակտիկ աշխատող ընկերությունների ներկայացուցիչների մոտ:

Ատենախոսության արդյունքների փորձարկումը և հրապարակումները

Ատենախոսության արդյունքները ներկայացվել են “Multivariate statistical analysis and econometrics // Proceedings of the IXth International School-Seminar. Town of Tsakhkadzor, the Republic of Armenia” միջազգային սեմինարին, ինչպես նաև

ներկայացվել են Երևանի պետական համալսարանի տնտեսագիտության և կառավարման ֆակուլտետի և մեխանիկա-մաթեմատիկական ֆակուլտետներում պարբերաբար իրականացվող սեմինարներում:

Ընդհանուր թվով հրապարակվել է 6 գիտական հոդված:

Ատենախոսության կառուցվածքը և ծավալը

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, երեք գլխից, որոնց կառուցվածքը հետևում է մեթոդաբանական տրամաբանությանը, եզրակացությունից և օգտագործված 44 գրականության ցանկից: Յուրաքանչյուր գլխի վերջում տեսության ամփոփման տեսքով բերված են մեր կողմից հաշվարկված գործնական արդյունքները: Ատենախոսության ընդհանուր ծավալը կազմում է 124 տպագիր էջ:

ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ատենախոսության «**Ներածություն**» բաժնում հիմնավորվել է թեմայի արդիականությունը, ներկայացվել են հետազոտության նպատակը և խնդիրները, ուսումնասիրության առարկան և օբյեկտը, ատենախոսության հիմնական արդյունքները և գիտական նորույթը: Ներկայացվել են հետազոտության տեսական, մեթոդաբանական հիմքերը, գործնական կիրառությունը, ինչպես նաև աշխատանքի կառուցվածքը: Ատենախոսության առաջին «**պորտֆելային տեսության մաթեմատիկական ձեվակերպումը և կիրառումը կենսաթոշակային ֆոնդերի կառավարման մեջ**» գլխում ուսումնասիրվել է էֆեկտիվ պորտֆելների միջոցով ներդրումային ֆոնդերի կառավարման խնդիրը: Այդ խնդրում շեշտը դրվել էր կուտակային կենսաթոշակային ֆոնդերի վրա, հաշվի առնելով իրենց ներդրումը ՀՀ-ում սկսած 2014թ. -ից:

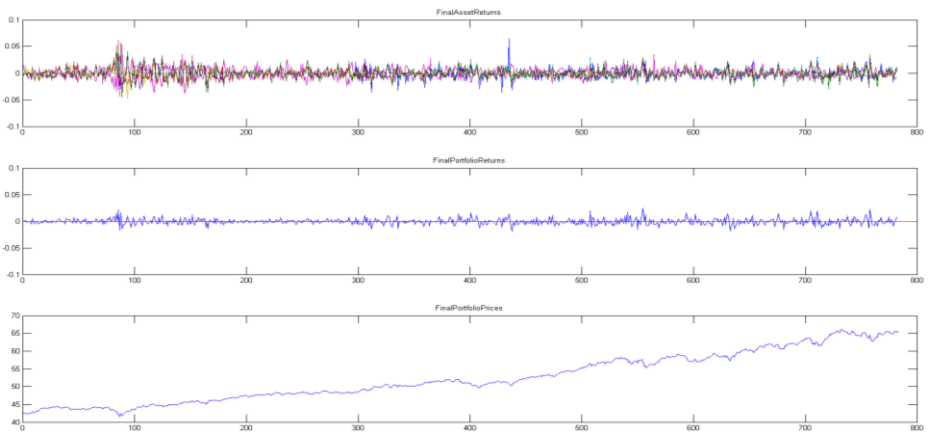
Գլխի առաջին մասում համապատասխան վիճակագրությամբ ներկայացվել է կենսաթոշակային ֆոնդերի կիրառությունը տարբեր երկրներում: Հաջորդիվ դիտարկվել է Մարկովիցի արդյունավետ պորտֆելների կառուցման դասական մոդելը: Այդ մոդելի շրջանակներում մենք կառուցել ենք էֆեկտիվ պորտֆել՝ նախագծված ՀՀ-ում ներդրված կուտակային կենսաթոշակային հավասարակշռված ֆոնդի համար: Բացի դրանից նաև դիտարկել ենք Մարկովիցի մոդելի այլ տարբերակներ, օրինակ՝ ստանդարտ շեղման փոխարեն VaR, CVaR, **CVaR +**,

CVaR – մեծությունների օգտագործումը օպտիմիզացիայի մեջ: Հաշվի առնելով օրենսդրական սահմանափակումները՝ կապված ներդրումային կշիռների թույլատրելի սահմանների հետ, դիտարկված գործնական օրինակը իրենից ներկայացնում էր պայմանական օպտիմիզացիայի խնդիր: Հաշվարկների արդյունքում ՀՀ հավասարակշռված կուտակային կենսաթոշակային ֆոնդի համար կառուցեցինք արժեթղթերից կառուցված հետևյալ պորտֆելը՝

Արժեթուղթ	Ռեգիոն	Արժեթղթի տիպ	Ֆոնդային ընտանիք
GURU	USA	Large Blend	Global X Funds
IHE	USA	Health	iShares
IXJ	Global	Health	iShares
SDOG	Global	Large Value	ALPS
TLT	USA	Long Government	iShares
VQT	Global	Multialternative	Barclays Fund
XLV	Global	Health	SPDR
RF (Risk Free)	ՀՀ	Կարճ. Գանձ.	-

Աղյուսակ 1 Հավասարակշռված ֆոնդի պորտֆելի մասնակիցները:

Ստորև ներկայացված են պորտֆելի մասնակիցների և կառուցված պորտֆելի պատմական եկամտաբերության տատանումները:



Գծապատկեր 1 Պորտֆելի 7 արժեթղթերի (վերև) և պորտֆելի եկամտաբերությունները (մեջտեղ), պորտֆելի արժեքը (ներքև):

Կառուցված պորտֆելի համար իսկզբանե կանխատեսվում էր 0.85% ամսական եկամտաբերություն (մոտ 10.7% տարեկան), սակայն իրական արդյունքները էապես շեղված էին մեր սպասումներից:

Արժեթղթերից բաղկացած պորտֆելի եկամտաբերությունը	Դիտարկվող տարին
17.7%	2014-2015
-6%	2015-2016
4.6%	2016-2017
6.7%	2017-2018
Արժեթղթերի միջին եկամտաբերությունը (տարեկան, բարդ %)	Արժեթղթերի միջին եկամտաբերությունը (տարեկան, պարզ %)
4.3%	4.6%
Ողջ պորտֆելի եկամտաբերությունը (տարեկան, բարդ %)	Ողջ պորտֆելի եկամտաբերությունը (տարեկան, պարզ %)
6.5%	7.2%

Աղյուսակ 2 Արժեթղթերից բաղկացած պորտֆելի և ընդհանուր պորտֆելի (ներառյալ պետական պարտատոմսերը) եկամտաբերությունը:

Այդպիսով եկանք այն եզրակացությանը, որ պատմական տվյալների վրա հաշվարկված արդյունքները գործնական կիրառության ժամանակ կարող են բերել անցանկալի արդյունքների: Հիմնվելով այդ փաստի վրա, մենք որոշեցինք դասական մեթոդների փոխարեն փորձել կիրառել այլ մոտեցումներ:

Ատենախոսության երկրորդ գլուխը՝ «**մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդի նկարագրությունը, մոդելավորման մեթոդաբանական կառուցվածքը և կիրառությունը ֆինանսական կանխատեսումներում**» նվիրված է մի մեթոդաբանության, որը, ի տարբերություն պատմական տվյալների վրա հիմնվող մեթոդների, օգտագործում է **ներկա** շուկայական սպասումները: Էնտրոպիան ինքն իրեն բավականին հայտնի մեծություն է և ունի համապատասխան պատմություն, սակայն ֆինանսական տիպի խնդիրներում որպես գործիք կիրառվել է շատ հազվադեպ:

Էնտրոպիան առաջին անգամ սահմանվել և ձևավորվել է դեռ անցած դարում ջերմադինամիկայի տեսության սահմաններում, որպես

ջերմադինամիկական համակարգի վիճակը նկարագրող մեծություն: Հետագայում այն Շենոնի կողմից սահմանվել է նաև մաթեմատիկայում՝ ինֆորմացիայի տեսության շրջանակներում: Տրված p հավանականային դիսկրետ բաշխման համար Շենոնի էնտրոպիան սահմանվում է որպես

$$S = - \sum_{i=1}^n p_i * \log(p_i)$$

Տրված սահմանափակ տեղեկատվության պարագայում էնտրոպիայի մաքսիմալացման հետևանքով կառուցվում է մի բաշխում, որը առավելագույնս համասեռ է և հետևաբար ամենաքիչն է հակասում առկա տեղեկատվությանը: Որպես շուկայական ինֆորմացիոն հիմք կրնդունենք Եվրոպական քոլ օպցիոնների ներկա գները: Դերիվատիվների ներկա գներից օգտակար տեղեկատվության դուրս բերման միտքը առաջ է բերվել Ռոսի կողմից և սահմանվել է բավականին հայտնի թեորեմի տեսքով (Ross recovery theorem): Քանի որ նշված դերիվատիվների համար շուկայի մասնակիցները վճարել են իրական գումար, իրենց ներառումը մոդելի մեջ ավելի է մեծացնում կանխատեսվող գների հավաստիությունը: Այս պարագայում շուկայի մասնակիցները անձնական պատասխանատվություն են կրում իրենց սպասումների համար: Որպես արդյունք, մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդով կառուցվում է ներկա շուկայական սպասումները նկարագրող բաշխում, որի վիճականիները կարելի է օգտագործել տարբեր կանխատեսումային մոդելների մեջ:

Եվրոպական օպցիոնների գնահատման դասական մոդելի հիմքում ընկած է Բլեք-Շոուզի գնացգոյացման տեսությունը, որի ներքո Եվրոպական օպցիոնի գինը ապագա բոլոր հնարավոր վճարների մաթեմատիկական սպասման դիսկոնտավորված արժեքն է (ըստ ինչ-որ ռիսկից զերծ հավանականային չափի):

$$d = E^{\sim}[c(X(T)) * D(T)]$$

Այստեղ d -ն օպցիոնի ներկա գինն է, $c(X(T))$ -ն T պահին տեղի ունեցող հավանական ելքերից (որով բնութագրվում է շուկայական վիճակը) որևէ մեկի դեպքում օպցիոնի վճարի չափը, իսկ $D(T)$ -ն՝ դիսկոնտավորման դրույքը: Սակայն իրական շուկայական գները սահմանափակ ինֆորմացիայի պայմաններում տարբերվում են արբիտրաժից գերծ տեսական գներից, որով իսկ ենթադրվում է

այդ գնային տարբերության մեջ ամենաօգտակար տեղեկատվություն թաքնված լինելը:

Նշանակենք A -ով օպցիոնի մարման պահին կատարվող վճարը (payout, կամ որ նույնն է՝ օպցիոնի արժեքը ժամանակահատվածի վերջում)՝

$$A = \begin{pmatrix} (X_1 - K_1)^+ & \cdots & (X_n - K_1)^+ \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (X_1 - K_n)^+ & \cdots & (X_n - K_n)^+ \end{pmatrix}$$

որտեղ $K_1, K_2, \dots, K_n$ համապատասխանում են n -րդ օպցիոնի իրացման գնին (**strike price**), $X_1, X_2, \dots, X_n$ -ը դիտարկվող ակտիվի ապագա հավանական գներն են, որոնց համար էլ փորձում ենք գտնել համապատասխան հավանականությունները (այդպիսով ստանալով դիսկրետ հավանականային բաշխում): $(X_n - K_n)^+$ -ով նշանակված է $(X_n - K_n)$ և 0 թվերից մեծագույնը՝ $(X_n - K_n)^+ = \max((X_n - K_n)^+, 0)$: Նշանակենք այդ բաշխումը p վեկտորով, այդ դեպքում համաձայն օպցիոնների գնահատման դասական տեսության պետք է տեղի ունենան հետևյալ պայմանները՝

$$Ap = b$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad p_i \geq 0$$

Այստեղ n -ը հավանականային վեկտորի չափողականությունն է: Նկատենք, որ այս ներկայացման դեպքում բացակայում է դիսկոնտավորման գործակիցը, որը արվել է պարզության համար: Դրա փոխարեն b -ով նշանակել ենք օպցիոնի ներկա գնի ապագա արժեքը: Հաջորդ բաժիններում ներկայացված գործնական օրինակներում վերցվելու են ընդամենը 10 օրվա մարման ժամկետ ունեցող օպցիոններ, այդ իսկ պատճառով դիսկոնտավորման դրույքը ընդհանրապես անտեսվելու է, քանի որ այն բավականին մոտիկ է լինելու 1-ի: Նկատանք, որ այդ տիպի կիրառության ժամանակ միշտ X վեկտորի, այսինքն՝ գնային միջակայքի ընտրության հարց է առաջանալու և հետագայում մենք կտեսնենք թե ինչպես կարող է փոխվել բաշխումը տարբեր ապագա վիճակային կետերի ընտրության դեպքում:

Վերը նշված պայմանների բավարարման դեպքում անհրաժեշտ է մաքսիմիզացնել էնտրոպիան՝ սահմանված Շենոնի կողմից՝

$$S(p) = - \sum_{i=1}^n p_i * \ln(p_i)$$

Սա պայմանական մաքսիմիզացիայի խնդիր է, որը լուծվում Լագրանժյան բազմապատկիչների միջոցով: Նշանակենք լուծումը (այսինքն՝ հավանականային բաշխումը, դիսկրետ կետային հավանականությունների վեկտորը) P -ով: Այդ դեպքում կիրառելով Լագրանժի մեթոդը կարելի է հեշտությամբ ցույց տալ, որ այն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$p_i = \exp\left(-\lambda_0 - \sum_{k=1}^m \lambda_k * A_{ki}\right)$$

Լագրանժյան $m + 1$ պարամետրերը որոշվում են սկզբնական m սահմանափակումների, ինչպես նաև նորմալացման սահմանափակման միջոցով՝

$$\exp(\lambda_0) = \sum_{i=1}^n \exp\left(\sum_{k=1}^m \lambda_k * A_{ki}\right)$$

Նորմալացման պայմանը դրվում է հավանականային չափի սահմանմանը բավարարելու նպատակով: **Ֆիքսված A** մատրիցի դեպքում այս խնդրի լուծման գոյություն համար անհրաժեշտ է որոշակի պայմանների տեղի ունենալը: Այդ պայմաններից մեկը կլինի A մատրիցի մաքսիմալ ռանկի լինելը և հետևաբար հաշվարկներ իրականացնելուց առաջ կկիրառենք Գրամ-Շմիդտի օրթոնորմալացման ալգորիթմը:

Օպտիմիզացիայի ժամանակ օգտվել ենք երկու հիմնական՝ Նյուտոնի և գրադիենտի մեթոդներից: Նյուտոնի էքստրեմումի կետի որոնման ալգորիթմում $f(x)$ նպատակային ֆունկցիան մոտարկվում է երկրորդ կարգի (քառակուսային) ճշտությամբ՝

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)^T * f'(x_0) + (x - x_0)^T * H(x_0) * (x - x_0)$$

Այստեղ H -ը երկրորդ կարգի ածանցյալների մատրիցն է ($<$ եսսի մատրիցը): Համապատասխան օպտիմալ քայլի ուղղությունը որոշվում է հետևյալից՝

$$f'(x_0) + H(x_0) * d = 0$$

$$d = -H'(x_0) * f'(x_0)$$

Գործնական կիրառության մեջ հակադարձ մատրիցը հաշվարկելու փոխարեն կարելի է Խոլեցկու մեթոդով ենթարկել այն տարրալուծման, ինչը զգալիորեն փոքրացնում է հաշվարկային ժամանակը: Նյուտոնի մեթոդով սխալ

ուղղություն ստանալու դեպքում կօգտվենք գրադիենտի մեթոդից՝ ընդ որում կատարելով դինամիկ չափ ունեցող (փոփոխվող) քայլեր:

Ատենախոսության երրորդ «**Եվրոպական օպցիոնների մեջ մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդի լուծման գոյությունը եվ կիրառությունը ծրագրավորման օրինակով**» գլխում սահմանվել են պայմաններ, որոնց բավարարման դեպքում մեր դիտարկված խնդիրը ունենում է լուծում: Սա ունի և՛ տեսական, և՛ գործնական նշանակություն: Վերջինս հիմնավորվում է նրանով, որ եթե մեր կողմից դիտարկված մաքսիմալ էնտրոպիայի խնդիրը լուծում չունի և մենք աշխատեցնում ենք բաշխում կառուցող ծրագիրը, ստացվում են անկանխատեսելի արդյունքներ (բազմազան ծրագրային սխալներ, իտերացիայի կետի տարամիտում և այլն):

Ընդհանուր n -չափանի դեպքի համար որպես ապագա հնարավոր գներ դիտարկենք կատարման $K_1, K_2, \dots, K_n$ գները: Այդ դեպքում A մատրիցը ստանում է հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{bmatrix} 0 & K_2 - K_1 & \dots & K_n - K_1 & K_n - K_1 + t \\ 0 & 0 & \ddots & K_n - K_2 & K_n - K_2 + t \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & K_n - K_{n-1} & K_n - K_{n-1} + t \\ 0 & 0 & \dots & 0 & t \end{bmatrix}$$

Նշանակենք A -ի սյունները $a_0, a_1, \dots, a_n$: Դիցուք $\alpha(t)$ -ով նշանակված է a_n և I վեկտորների կազմած անկյունը (այստեղ I -ով նշանակել ենք n չափանի տարածության մեջ միավոր $(1, 1, \dots, 1)$ վեկտորը): Նկատենք, որ այս դեպքում էլ հեշտ է ցույց տալ, որ $\lim_{t \rightarrow \infty} \cos(\alpha(t)) = 1$ և օգտվելով դրանից, որպեսզի առաջին քայլով պարզենք, թե արդյոք ընդհանրապես գոյություն ունի այնպիսի t , որ մաքսիմալ էնտրոպիայի խնդիրը ունի լուծում, կարող ենք a_n -ի փոխարեն դիտարկել I վեկտորը: Բնականաբար ենթադրում ենք, որ b և I վեկտորների կազմած անկյունը նույնաբար հավասար չէ 0 -ի (ենթադրությունը ուժի մեջ է մնալու հետագա բոլոր դուրսբերումներում): Դիտարկենք հետևյալ $n+1$ հիպերհարթություն – վեկտոր զույգերը (հիպերհարթությունները հարմարության համար նշանակել ենք $hp(\cdot)$ -ով)՝

$$\begin{cases} hp(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, I), & a_0 \\ hp(a_0, a_2, \dots, a_{n-1}, I), & a_1 \\ \vdots & \vdots \\ hp(a_0, a_1, \dots, a_{n-2}, I), & a_{n-1} \\ hp(a_0, a_1, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}), & I \end{cases}$$

Վերը նշված յուրաքանչյուր հիպերհարթության համար նշանակենք N_i -ով իր այն նորմալը, որը «ցույց է տալիս» համապատասխան a_i վեկտորի ուղղությամբ: Նորմալի այդպիսի սահմանման դեպքում պետք է տեղի ունենան հետևյալ անհավասարությունները (նկատենք նաև, որ $a_0 = (0, \dots, 0)$)՝

$$\begin{cases} \langle N_0 - a_1, a_0 - a_1 \rangle \geq 0 \\ \langle N_1, a_1 \rangle \geq 0 \\ \vdots \\ \langle N_n, a_n \rangle \geq 0 \end{cases}$$

Նկատենք, որ այս նշանակումների և պայմանների ներքո ակնհայտորեն տեղի ունի հետևյալ պնդումը՝

Պնդում. Գոյություն ունի մաքսիմալ էնտրոպիայի խնդրի լուծումն ապահովող վերջավոր t այն և միայն այն դեպքում, եթե տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունների համակարգը՝

$$\begin{cases} \langle N_0 - a_1, b - a_1 \rangle \geq 0 \\ \langle N_1, b \rangle \geq 0 \\ \vdots \\ \langle N_n, b \rangle \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Հաջորդիվ ապացուցել ենք հաջորդ երեք լեմմաները և աշխատանքի հիմնական արդյունքներից մեկը ապահովող թեորեմը:

Լեմմա 1. $\exists \mu > 0$, այնպիսին, որ $\forall t$, որի համար $b \in \text{conv}(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n)$, $t \geq \mu > 0$:

Լեմմա 2. Եթե որևէ t_0 -ի համար $b \in \text{conv}(a_0, a_1, \dots, a_n)$, ապա դա տեղի ունի նաև կամայական $t > t_0$ -ի համար:

Լեմմա 3. Դիցուք T -ն բոլոր այն t -երի բազմությունն է, որոնց համար $b \in \text{conv}(a_0, a_1, \dots, a_n)$, այդ դեպքում $\underline{t} = \inf T \in T$:

Թեորեմ. Եթե (*) համակարգը բավարարված է, b և I վեկտորների կազմած անկյունը հավասար չէ 0 -ի, ապա $b \in \text{conv}(a_0, a_1, \dots, a_n)$, որտեղ $a_n = a_{n-1} + \underline{t}I$ և b վեկտորի՝ $a_0, \dots, a_n$ վեկտորների միջոցով գծային նկարագրության մեջ $\gamma_{n-1} = 0$: t -ի փոքրագույն արժեք $\underline{t}$ -ը տրված է՝

$$\underline{t} = \frac{b_n(K_n - K_{n-1})}{b_{n-1} - b_n}$$

Վերը նշված նվազագույն արժեքը հաշվարկվում է յուրաքանչյուր անգամ, երբ աշխատեցվում է մաքսիմալ էնտրոպիայի միջոցով Եվրոպական քոլ օպցիոնների գներից բաշխման վերականգման ալգորիթմը: Համապատասխան ապագա գնային միջակայքի աջակողմյան սահմանը վերցվում է է-ից մեծ, որով իսկ ապահովվում է ալգորիթմի անխափան աշխատանքը:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Ատենախոսությունում կատարված մաթեմատիկական մոդելավորման և գործնական կիրառության արդյունքում հանգում ենք հետևյալ եզրակացություններին՝

- ՀՀ կուտակային կենսաթոշակային հավասարակշռված տիպի ֆոնդերի համար Մարկովիցի դասական մեթոդաբանությամբ կառուցված էֆեկտիվ պորտֆելը կարող է հանգեցնել անկայուն արդյունքների:
- Ոչ-դինամիկ դասական մեթոդների կիրառությունը ռիսկերի կառավարման, օպտիմալ պորտֆելների կառուցման և ներդրումային որոշումների կայացման մեջ կարող է լինել ոչ արդյունավետ: Դրա հիմնական պատճառն այն է, որ այդ մեթոդները հիմնվում են պատմական տվյալների վրա: Ի հակադրություն՝ մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդով կարճաժամկետ կանխատեսումները (հիմնված Եվրոպական քոլ օպցիոնների ներկա գների վրա) հնարավորություն են տալիս մոդելավորել ներկա շուկայական սպասումները և հասնել ավելի էֆեկտիվ արդյունքների:
- Եվրոպական քոլ օպցիոններում մաքսիմալ էնտրոպիայի օգտագործումը կիրառական տեսանկյունից հնարավոր եղավ ավելի պարզեցված և հասանելի դարձնել թիրախային խմբերի համար: Դա կատարվել է լուծման գոյության հստակ մաթեմատիկական ձևակերպման և իր ծրագրային իրականացման միջոցով:
- Մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդի միջոցով հնարավոր է կառուցել դիսկրետ բաշխումներ, որոնց վիճականիները հետագայում կարող են օգտագործվել ներդրումային, ռիսկերի կառավարման, վերահսկողության և մի շարք այլ ֆինանսական տիպի խնդիրների մեջ: Այդ վիճականիները նաև կարելի է

օգտագործել դասական մոդելների մեջ՝ փոխարինելով պատմական տվյալների հիման վրա հաշվված վիճականներին:

- Կատարելով կանխատեսված արդյունքների հետադարձ ստուգում (backtesting), եկանք այն եզրակացության, որ մաքսիմալ էնտրոպիայի միջոցով հնարավոր է ստանալ շուկայի մասնակիցների սպասումներին ամենաքիչը հակասող տեղեկատվություն՝ հավանականային բաշխման տեսքով: Այս հատկությունը բնութագրվում է ստացված բաշխման առավելագույնս համասեռ լինելով:
- Մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդով ստացված բաշխումները որպես կանոն ունենում են ոչ-ստանդարտ տեսք: Դիտարկված օրինակների ճնշող մեծամասնությունում մոդի արժեքը բավականին մոտ է եղել մաքսիմալ առք-վաճառքի ծավալ ունեցող օպցիոնների կատարման գներին, ինչը տրամաբանությանը մոտ է:
- Ստացված բաշխումների տեսքերը փոփոխվում են գնային նվազագույն աջակողմյան սահմանի իջեցման դեպքում և ցուցաբերում են անկայունություն, երբ այդ սահմանը մոտենում է մեր կողմից ստացված տեսական փոքրագույն արժեքին: Այդ նվազագույն արժեքը ստացվում է մեր կողմից դուրս բերված լուծման գոյության պայմանից:
- Վերը նշված հատկությունը չի ցուցաբերվում գնային ծախսակողմյան միջակայքի փոփոխման դեպքում: Մեր դիտարկված օրինակներում բաշխման ծախսակողմյան մասը հիմնականում ավելի «գծային» է եղել, մինչդեռ աջակողմյանը տեսքով մոտ էր էքսպոնենցյալ անկմանը:
- Մոդելում ապագա կանխատեսվող գնային կետերը շատացնելուց մեծանում է նաև վերջնական բաշխման ընդհանուր էնտրոպիան, ինչը մոդելի տրամաբանությունից ելնելով որպես դրական հատկություն է դիտարկվում:
- Հիմնվելով մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդի և մեր ստացված տեսական արդյունքների վրա, հնարավորություն ենք ունեցել որոշ արժեթղթերի համար կառուցել բաշխումներ՝ հիմնվելով իրական օպցիոնների գների վրա:
- Նաև կառուցվել են բաշխումներ՝ հիմնված սիմուլյացիոն տվյալների վրա, որպեսզի ստուգենք որքանով են օպցիոնների գների տատանումները ազդում մոդելի կանխատեսումների վրա:

Ստացված արդյունքները հնարավոր է կիրառել կենսաթոշակային հիմնադրամներում ինչպես ներդրումային որոշումների, այնպես էլ ռիսկերի

կառավարման և օպտիմալ պորտֆելների կառուցման խնդիրներում: Գրված ծրագրի մեջ և՛ տեսական, և՛ գործնական մեթոդների միջոցով ապահովվել է ցածր հաշվարկային բարդություն: Դրա շնորհիվ հնարավորություն է տրվում օգտագործել ծրագիրը ալգորիթմիկ առք-վաճառքի մեջ:

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները տպագրվել են հեղինակի հետևյալ հոդվածներում.

1. **Ռ. Ա. Գևորգյան, Ն. Դ. Մարգարյան** «Կենսաթոշակային հիմնադրամների մոդելային պորտֆելների ռիսկայնության գնահատումը:», Հայաստանի Ճարտարագիտական Ակադեմիայի Լրաբեր, հատոր 11, համար 3, էջ 417-425, 2014:
2. **Մարգարյան Ն. Դ** «Մաքսիմալ էնտրոպիայի խնդրի լուծման ալգորիթմական մոտեցում:», Հայաստանի Ճարտարագիտական Ակադեմիայի Լրաբեր, հատոր 14, համար 1, էջ 57-61, 2017:
3. **Մարգարյան Ն. Դ** «Մաքսիմալ էնտրոպիայի մեթոդով ակտիվի գնի բաշխման գնահատում:», Հայաստանի Ճարտարագիտական Ակադեմիայի Լրաբեր, հատոր 14, համար 3, էջ 371-374, 2017:
4. **Геворгян Р.А., Маргарян Н.Д.** «Построение распределения цен активов на основе цен производных финансовых инструментов. », Управление Финансовыми рисками, том 14, н. 1 (53), стр. 12-24, 2018 ISSN 2221-7541.
5. **N.D. Margaryan** “A Boundary for the Existence of Solution to the Maximum Entropy Problem Applied in European Call Options.”, Proc. of the Yerevan State University, 2018, v. 52, no 1, p. 3-7.
6. **R.A. Gevorgyan, N.D. Margaryan** “Existence of Maximum Entropy Problem Solution in a General N-Dimensional Case.”, Transactions of IIAP of HAS RA, Mathematical Problems of Computer Science, vol. 49, pp. 97—102, 2018.
7. **Маргарян Н.Д.** «Применение метода максимальной энтропии в конструкции инвестиционного портфеля.», IX-я Международная школа-семинар «МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ЭКОНОМЕТРИКА», Цахкадзор, Республика Армения, стр. 86, 2016.

МАРГАРЯН НАРЕК ДАВИДОВИЧ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ В ПРОБЛЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ И ОЦЕНКИ ЦЕН АКТИВОВ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата экономических наук по специальности 08.00.08 - "Математическая экономика".

Защита диссертации состоится 28-ого июня 2018 года в 15:00 часов на заседании специализированного совета 015 ВАК РА по экономике, действующего в Ереванском государственном университете по адресу г. Ереван, 0009, ул. Абовяна 52.

Резюме

Диссертация посвящена моделированию рыночного прогнозированию с применением метода максимальной энтропии. С помощью этого метода возможно восстановить распределение, характеризующее настоящие ожидания участников рынка.

Объект исследования диссертации – финансовый рынок, рассмотренный в качестве информационной общности, составленной из ее участников.

Целью диссертации является создание универсального инструмента для целевой группы инвесторов.

Для реализации этой цели в работе поставлены и решены следующие задачи:

- Опробованы классические модели, используемые в финансовых рынках, а затем улучшены эти методологические подходы, не выходящие за пределы изначальной модели.
- Построены рыночные ожидания с помощью метода максимальной энтропии, базирующиеся на текущих ценах опционов. Полученная модель приведена в пригодное для прикладного применения состояние. Так как в пределах данной модели конечные рыночные ожидания представляются в виде вероятностного распределения, то в итоге можно применить ее статистические характеристики в классических моделях.
- Выведены условия существования решения для метода максимальной энтропии, примененной для Европейских опционов.

- Проверена практическая значимость модели путем бектестинга и сделаны соответствующие выводы о предпочтительности данной модели по отношению к существующим классическим подходам.
- Создана компьютерная программа, решающая проблему максимальной энтропии в задачах прогнозирования цен активов на основе цен соответствующих опционов и обеспечивающую минимальную вычислительную сложность.
- Приведены ряд примеров практического применения вышеуказанного подхода на основе реальных рыночных данных.

В ходе исследования получены результаты теоритической и практической значимости, из которых научную новизну содержат следующие:

- Выведены математические условия для обеспечения существования решения для задачи максимальной энтропии, примененной к Европейским кол-опционам. Было доказано существование решения при удовлетворении вышеуказанных условий.
- Улучшен процесс применения метода Ньютона-Рапсона с использованием метода градиента с динамическими шагами.
- Создано программное обеспечение, строящее ценовые прогнозы, основываясь на текущей рыночной информации.
- В результате практического применения созданной программы были получены удовлетворительные результаты тестирования.

В итоге получен новый инструмент принятия инвестиционных решений в сфере финансов, который также может быть использован в управлении активами накопительной пенсионной системы Республики Армения.

NAREK D. MARGARYAN

**APPLICATION OF THE METHOD OF MAXIMUM ENTROPY IN PROBLEMS
OF RISK MANAGEMENT AND ASSETS PRICE ESTIMATION**

The Dissertation is submitted for the pursuing of the Scientific Degree of the PHD of Economics in the Field of “Mathematical Economics” 08.00.08.

The Defense of the dissertation will take place on 28.06.2018, at 15:00 at the meeting of the Specialized Council 015 in Economics of the Supreme Certifying Committee of the Republic of Armenia acting at the Yerevan State University. Address: 52 Abovyan st., Yerevan, 0009, Armenia.

SUMMARY

The thesis is devoted to the modeling of market forecasting using the maximum entropy method. With this method, it is possible to restore the distribution characterizing the actual expectations of market participants.

Object of the dissertation research – financial market, considered as an information community, composed of its participants.

The aim of the thesis is to create a universal tool designed for a target group of investors.

In order to achieve this goal, the following tasks and problems have been solved in the work:

- Test the usage of classical models in financial markets, and then improve these methodological approaches, without going beyond the original model.
- Build market expectations using the maximum entropy method, based on current options prices. Transform the resulting model into a usable state. Since within the given model final market expectations are represented in form of a probability distribution, then in the end it is possible to apply its statistics in classical models.
- Derive conditions for the existence of a solution for the maximum entropy method applied to European call options. As a result, not only a theoretical

clarity of the problem, but also a solution to a number of practical problems is achieved. The latter provides significant time and computing resources saving.

- Check the practical significance of the model with backtesting and make appropriate conclusions about the preference of this model over existing classical approaches.
- Create a computer program that solves the problem of maximum entropy applied in European call options and provides minimal computational complexity.
- Provide a number of examples of practical application of the above program based on real market data.

In the course of the study, results of methodological and practical significance were obtained, of which the following contain scientific novelty:

- Mathematical conditions were derived to ensure the existence of a solution to the maximum entropy problem applied in European call options. The existence of a solution was proved under satisfaction of the above conditions.
- The process of the application of Newton-Rapson method using the gradient method with dynamic steps has been improved.
- Software is created that builds price forecasts based on current market information.
- As a result of the practical application of the created program, satisfactory results were obtained.

As a result, a new tool for investment decision-making in the field of finance has been obtained, which can also be used in managing the aggregate pension system of the Republic of Armenia.

