ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Հայկազյան Լևոն Արշալույսի

ՏՐԱՄԱԲԱՆԱԿԱՆ ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ՈՐՈՇ ԱԼԳՈՐԻԹՄԱԿԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա.01.09 – «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությամբ
Ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

Ս Ե Ղ Մ Ա Գ Ի Ր

Երևան – 2012

ЕРЕВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Айказян Левон Аршалуйсович

О НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМАХ ЛОГИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.09 – “Математическая кибернетика и математическая логика”

Ереван – 2012

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝	ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր	Ս. Ա. Նիգիյան
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝	ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր	Հ. Բ. Մարանջյան
	ֆիզ.մաթ. գիտ. թեկնածու	Ա. Հ. Առաքելյան
Առաջատար կազմակերպություն՝	ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտ	

Պաշտպանությունը կայանալու է 2012 թ. մայիսի 23-ին, ժամը 14^{30}-ին ԵՊՀ-ում գործող ԲՈՀ-ի 044 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտական խորհրդի նիստում հետևյալ հասցեով՝ 0025 Երևան, Ալեք Մանուկյան 1:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ԵՊՀ-ի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2012 թ. ապրիլի 22-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար՝
ֆիզ.մաթ. գիտ. թեկնածու Վ. Ժ. Դումանյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете

Научный руководитель:	доктор физ.-мат. наук	С. А. Нигиян
Официальные оппоненты:	доктор физ.-мат. наук	Г. Б. Маранджян
	кандидат физ.-мат. наук	А. Г. Аракелян
Ведущая организация:	Институт проблем информатики и автоматизации НАН РА	

Защита состоится 23-го мая 2012 г. в 14^{30} часов на заседании действующего в ЕГУ специализированного совета ВАК 044 “Математическая кибернетика и математческая логика” по адресу: 0025, г. Ереван, ул. Алека Манукяна, 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕГУ.

Автореферат разослан 22-го апреля 2012 г.

Ученый секретарь специализированного совета,
кандидат физ.-мат. наук В. Ж. Думанян

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

Թեմայի արդիականությունը: Աշխատանքը նվիրված է տրամաբանական ծրագրավորման խնդիրներին: Ուսումնասիրության առարկան են հանդիսանում այսպես կոչված մաքուր տրամաբանական ծրագրերը՝ ծրագրեր որոնք չեն պարունակում ներդրված պրեդիկատներ: Ուսումնասիրության հիմնական խնդիրն են հետևման, համարժեքության և Հորնի ծրագրերի համար նաև այսպես կոչված Δ-համարժեքության պրոբլեմները:

Տրամաբանական ծրագրավորումը սերում է թեորեմների ավտոմատ ապացուցման հետազոտություններից: Հիմնվելով Հերբրանի[1] աշխատանքի վրա՝ Ռոբինսոնի[2] աշխատանքում ներկայացվում է թեորեմների ապացուցման ռեզոլյուցիայի մեթոդը, որն առավել հարմար է ավտոմատացման համար: Տրամաբանական ծրագրավորման հիմքում ընկած է Կովալսկիի[3,4] աշխատանքներում առաջ քաշվող այն գաղափարը, որ ալգորիթմը բաղկացած է երկու տարբեր կոմպոնենտներից՝ տրամաբանություն և կառավարում: Ալգորիթմի տրամաբանությունը նկարագրում է թե ո՞րն է պրոբլեմը, իսկ կառավարումը՝ թե ինչպե՞ս պետք է լուծել պրոբլեմը: Տրամաբանական ծրագիրը նկարագրում է միայն ալգորիթմի տրամաբանությունը, իսկ կառավարումն իրականացնում է տրամաբանական ծրագրավորման համակարգը՝ հիմնվելով թեորեմների ավտոմատ ապացուցման մեթոդների վրա:

Ժամանակակից տրամաբանական ծրագրավորումը սկիզբ է առնում Կովալսկիի[5] և Կոլմերոյի[6] աշխատանքներից, որտեղ առաջարկվում է PROLOG լեզուն և դրվում դրա տեսական հիմքերը: PROLOG լեզվում օգտագործվում են Հորնի ծրագրեր՝ դրական լիտերալ պարունակող Հորնի դիզյունկտների վերջավոր բազմություններ: Սա հնարավորին է դարձնում SLD-ռեզոլյուցիայի կիրառումը որպես պրոցեդուրային սեմանտիկա: Վերջինս հանդիսանում է Ռոբինսոնի ռեզոլյուցիայի էֆեկտիվ տարատեսակ: Հորնի ծրագրերի դերը տրամաբանական ծրագրավորման մեջ ամրապնդվում է[7,8] աշխատանքումներում, որտեղ սահմանվում են այդպիսի ծրագրերի տրամաբանական և անշարժ կետի սեմանտիկաները և ցույց է տրվում, որ այս սեմանտիկաները համընկնում են SLD-ռեզոլյուցիայի միջոցով տրվող պրոցեդուրային սեմանտիկայի

[1] J. Herbrand. "Investigations in proof theory: The properties of true propositions". In: *From Frege To Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931.* Ed. by J. Heijenoort. Harvard University Press, 1967, p. 525–581.

[2] J. A. Robinson. "A Machine-Oriented Logic Based on the Resolution Principle". *Communications of the ACM* 12.1 (1965), p. 23–41.

[3] R. A. Kowalski. "Algorithm = Logic + Control". *Communications of the ACM* 22.7 (1979), p. 424–436.

[4] R. A. Kowalski. *Logic for Problem Solving.* North Holland Elsevier, 1979.

[5] R. A. Kowalski. "Predicate Logic as Programming Language". In: *Proceedins of IFIP Congress.* North-Holland Publishing Company, 1974, p. 569–574.

[6] A. Colmerauer, H. Kanoui, P. Roussel, R. Pasero. *Un systéme de communication homme-machine en Français.* Tech. rep. Université de Aix-Marseille: Groupe de recherche en Intelligence Artificielle, 1973.

[7] K. R. Apt, M. H. van Emden. "Contributions to the Theory of Logic Programming". *Journal of the ACM* 29.3 (1982), p. 841–862.

[8] R. A. Kowalski, M. H. van Emden. "The Semantics of Predicate Logic as a Programming Language". *Journal of the ACM* 23 (1976), p. 733–742.

հետ: Ի շնորհիվ այս տեսական հաջողությունների և PROLOG լեզվի լայն տարածման, «տրամաբանական ծրագրավորում» տերմինն այժմ կիրառվում է նեղ իմաստով՝ Հորնի ծրագրերի և դրա ընդլայնումների համար:

Հորնի դիզյունկտներով ծրագրավորման թերություններից մեկը ժխտման հնարավորության բացակայությունն է: Այս անհարմարության շտկման համար PROLOG լեզվի ժամանակակից իրացումները թույլատրում են օգտագործել բացասական լիտերալներ դիզյունկտների մարմիններում: Սակայն այս ժխտումը դասական տրամաբանական ժխտումը չէ, այլ միայն «ժխտումը որպես ձախողում» (negation as failure) կանոնը: Դիզյունկտների մարմիններում բացասական լիտերալներ պարունակող ծրագրերը կոչվում են ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրեր:

Ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի ամենատարածված տրամաբանական սեմանտիկան թերևս տրվում է Կլարկի[1] աշխատանքում, որտեղ ցույց է տրվում, որ ժխտումը որպես ձախողում կանոնը անհակասելի է (սակայն ոչ լրիվ) ծրագրի փակումից տրամաբանորեն հետևող փաստերի նկատմամբ: Ըստ էության տրամաբանական ծրագրի փակումը ստացվում է պրեդիկատների սահմանմամբ՝ ծրագրում հանդիպող կանոնների միջոցով: Այսպես, եթե

$$p(x_1, ..., x_n) \leftarrow E_1$$
$$\vdots$$
$$p(x_1, ..., x_n) \leftarrow E_m$$

ծրագրի բոլոր կանոններն են, որոնց ձախ կողմում p պրեդիկատային սիմվոլն է, ապա որպես p-ի սահմանում վերցվում է

$$\forall(p(x_1, ..., x_n) \leftrightarrow E_1 \vee ... \vee E_m)$$

բանաձևը: Այս պրոցեսի սկզբում բոլոր դիզյունկտները ձևափոխվում են այնպես, որ դրանց ձախ մասն ունենա $p(x_1, ..., x_n)$ տեսքը: Վերոհիշյալ[1] աշխատանքում բերվում են համոզիչ փաստարկներ հօգուտ այս մոտեցման: Մասնավորապես՝ հիմնավորվում է այն տեսակետը, որ ծրագիրը փակելիս ավելացվում է միայն այնպիսի ինֆորմացիա, որն անուղղակիորեն ենթադրվում է ծրագրավորողի կողմից: Ընդհանրացված ծրագրերի այլ տրամաբանական սեմանտիկաներ կարելի է գտնել[2,3,4] աշխատանքներ-

[1] K. L. Clark. “Negation as Failure”. In: *Logic and Data Bases*. Ed. by H. Gallaire, J. Minker. Plenum Press, 1978, p. 293–322.

[2] M. Gelfond, V. Lifschitz. “The Stable Model Semantics for Logic Programming”. In: *Proceedings of the Fifth International Conference on Logic Programming*. Ed. by R. A. Kowalski, K. Bowen. The MIT Press, 1988, p. 1070–1080.

[3] L. M. Pereira, A. M. Pinto. “Tight Semantics for Logic Programs”. In: *Technical Communications of the 26th International Conference on Logic Programming*. Ed. by M. Hermenegildo, T. Schaub. Vol. 7. Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs). Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2010, p. 134–143.

[4] A. van Gelder, K. A. Ross, J. S. Schlipf. “The Well-Founded Semantics for General Logic Programs”. *Journal of the ACM* 38.3 (1991), p. 620–650.

րում, իսկ[1] աշխատանքում տարբեր սեմանտիկաներ դիտարկվում են միասնական տեսանկյունից:

Տրամաբանական ծրագրավորման համակարգերի կառուցման ժամանակ առաջանում են մի շարք ալգորիթմանական պրոբլեմներ: Ամենաառաջնային պրոբլեմը թերևս հետևման պրոբլեմն է. հետևում է արդյո՞ք տրված հարցումը տրված ծրագրից: Հաշվի առնելով Չորչի թեորեմը կարելի է ակնկալել, որ բավականաչափ հարուստ լեզուների համար այս պրոբլեմը կլինի անլուծելի: Իրոք՝[2] աշխատանքում ցույց է տրվում, որ այս պրոբլեմն անլուծելի է, իսկ ավելի ստույգ՝ Σ^0_1-լրիվ, Հորնի ծրագրերի և հարցումների համար: Ուստի առաջանում է խնդիր՝ ուսումնասիրել այս պրոբլեմն ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար, ինչպես նաև ծրագրերի և հարցումների ենթադասերի համար:

Տրամաբանական ծրագրավորման համակարգերում հաճախ հարկ է առաջանում ձևափոխելու տրված ծրագիրը նոր ծրագրի, որն այս կամ այն բնութագրով գերադասելի է նախնական ծրագրից: Այս կոնտեքստում բնական է դիտարկել հետևյալ պրոբլեմը. արդյո՞ք տրված տրամաբանական ծրագրերը համարժեք են: Այս պրոբլեմը ևս հետաքրքրական է դիտարկել ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի համար ինչպես նաև տրամաբանական ծրագրերի ենթադասերի համար: Յուրաքանչյուր Հորնի ծրագիր ունի նվազագույն մոդել՝ այդ ծրագրից տրամաբանորեն հետևող ատոմների բազմությունը: Ուստի Հորնի ծրագրերի համար կիրառելի է համարժեքության մեկայլ գաղափար՝ նվազագույն մոդելների համընկնում: Այս պայմանը կոչվում է Δ-համարժեքություն: Վերջինս ներմուծվել է[3] աշխատանքում, որտեղ ցույց է տրվում Հորնի ծրագրերի Δ-համարժեքության պրոբլեմի անլուծելիությունը: Ուստի կրկին խնդիր է առաջանում ուսումնասիրելու այս պրոբլեմը Հորնի ծրագրերի ենթադասերի համար:

Տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների ենթադասեր դիտարկելիս բնական է դիտարկել սահմանափակումներ օգտագործվող ֆունկցիոնալ և պրեդիկատային սիմվոլների վրա: Աչքի են ընկնում թերևս երկու նման ենթադաս. > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ծրագրեր և հարցումներ (տես օրինակ[4,5]) և մոնադիկ (> 1 տեղանի ֆունկցիոնալ և պրեդիկատային սիմվոլներ չպարունակող) ծրագրեր

[1] P. Hitzler, M. Wendt. “A uniform approach to logic programming semantics”. *Theory and Practice of Logic Programming* 5.1-2 (2005), p. 93–121.

[2] С. А. Нигиян. “Интерпретатор ПРОЛОГа с точки зрения логической семантики”. *Программирование* №2 (1994), с. 64–73.

[3] С. А. Нигиян, Л. О. Хачоян. “О преобразованиях логических программ”. *Программирование* №6 (1997), с. 17–28.

[4] M. Gabbrielli, J. Mauro, M. C. Meo, J. Sneyers. “Decidability properties for fragments of CHR”. *Theory and Practice of Logic Programming* 10.4-6 (2010), p. 611–626.

[5] С. А. Нигиян, Л. О. Хачоян. “К проблеме Δ-эквивалентности логических программ”. *Доклады национальной академии наук Армении* 99.2 (1999), с. 99–103.

և հարցումներ (տես օրինակ[1,2]): Հարկ է նշել, որ հետևման և Δ-համարժեքության պրոբլեմները լուծելի են >0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող Հորնի ծրագրերի և հարցումների համար (տես[3]), իսկ հետևման և համարժեքության պրոբլեմները լուծելի են մոնադիկ ծրագրերի և հարցումների համար (սա հետևում է առանց հավասարության մոնադիկ տրամաբանության լուծելիությունից[4]):

Դիտարկվող պրոբլեմների անլուծելիության դեպքում տեսական հետաքրքրություն է ներկայացնում նաև համապատասխան պրոբլեմի անլուծելիության աստիճանը: Ամփոփելով այս ամենը՝ նշենք, որ տրամաբանական ծրագրավորման ալգորիթմական պրոբլեմներն արդիական են:

Աշխատանքի նպատակն ու խնդիրները: Աշխատանքի հիմնական նպատակն ու խնդիրները հետևյալն են.

1. Հետազոտել Հորնի ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմը ընդհանուր դեպքում և >0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ծրագրերի համար: Պարզել Հորնի ծրագրերի Δ-համարժեքության պրոբլեմի անլուծելիության աստիճանը: Հետազոտել մոնադիկ Հորնի ծրագրերի Δ-համարժեքության պրոբլեմը:

2. Հետազոտել ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման և համարժեքության պրոբլեմներն ընդհանուր դեպքում և >0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ծրագրերի և հարցումների համար:

3. Հետազոտել մոնադիկ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման և համարժեքության պրոբլեմները:

Հետազոտության մեթոդները: Աշխատանքում օգտագործված հետազոտության մեթոդները ներառում են մաթեմատիկական տրամաբանության, ալգորիթմների տեսության, բազմությունների տեսության և հանրահաշվի մեթոդները:

Արդյունքների նորությունը: Ատենախոսության հիմնական արդյունքները հետևյալն են.

1. Ցույց է տրվել, որ Հորնի ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմը Σ^0_1-լրիվ է ընդհանուր դեպքում և լուծելի՝ >0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող Հորնի ծրագրերի համար: Ապացուցվել է, որ Հորնի ծրագրերի Δ-համարժեքության պրոբլեմը Π^0_2-լրիվ է: Ցույց է տրվել, որ մոնադիկ Հորնի ծրագրերի Δ-համարժեքության պրոբլեմը լուծելի է:

[1] A. B. Matos. “Monadic Logic Programs and Functional Complexity”. *Theoretical Computer Science* 176 (1997), p. 175–204.

[2] T. Matsushita, C. Runciman. “The Accepting Power of Unary String Logic Programs”. *Theoretical Computer Science* 266 (2001), p. 59–79.

[3] С. А. Нигиян, Л. О. Хачоян. “К проблеме Δ-эквивалентности логических программ”. *Доклады национальной академмии наук Армении* 99.2 (1999), с. 99–103.

[4] Ю. Ш. Гуревич. “Проблема разрешения для логики предикатов и операций”. *Алгебра и логика* 8.2 (1969), с. 284–308.

2. Ցույց է տրվել, որ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման և համարժեքության պրոբլեմները Π_1^1-լրիվ են: Ապացուցվել է նաև, որ այս երկու պրոբլեմները Σ_1^0-լրիվ են > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար:

3. Ապացուցվել է, որ մոնադիկ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման և համարժեքության պրոբլեմները լուծելի են:

Տեսական և կիրառական նշանակությունը: Աշխատանքում ստացված արդյունքներն ունեն ինչպես տեսական, այնպես էլ կիրառական նշանակություն: Դրանք կարող են օգտագործվել տրամաբանական ծրագրավորման նոր համակարգերի ստեղծման ժամանակ, ինչպես նաև տրամաբանական ծրագրավորման այլ ալգորիթմական պրոբլեմների ուսումնասիրության դեպքում:

Ստացված արդյունքների ապրոբացիան: Ատենախոսության հիմնական արդյունքները զեկուցվել են ԵՊՀ ծրագրավորման և ինֆորմացիոն տեխնոլոգիաների ամբիոնի սեմինարում, ԵՊՀ ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատիկայի ընդհանուր սեմինարում և Computer Science and Information Technologies – 2011 (CSIT, Երևան, 2011) միջազգային գիտաժողովում: Ատենախոսության հիմնական արդյունքներն ընդգրկված են հրատարակված չորս աշխատանքներում:

Աշխատանքի կառուցվածքն ու ծավալը: Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, երեք գլուխներից, եզրակցությունից և օգտագործված գրականության ցանկից (39 անուն): Ատենախոսության ծավալը 84 էջ է:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ներածությունում նկարագրվում է ատենախոսության հետազոտության հիմնական նպատակն ու խնդիրները, հիմնավորվում է ատենախոսության թեմայի արդիականությունը և նորությունը: Համառոտ կերպով ներկայացվում է աշխատանքի բովանդակությունը:

Գլուխ 1-ը նվիրված է Հորնի ծրագրերի և հարցումների ալգորիթմական պրոբլեմներին: Առաջին գլուխը բաղկացած է չորս բաժիններից:

1.1 բաժնում ներկայացվում են առաջին գլխում օգտագործվող սահմանումներն ու արդյունքները:

Սահմանում 1.1.2 (**Սիգնատուրա**): *Այբուբենի սիգնատուրան նրա ֆունկցիոնալ և պրեդիկատային սիմվոլների բազմությունների զույգն է՝ սիմվոլների հետ ասոցիացվող տեղայնություններով:*

0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներին անվանում ենք նաև կոնստանտ սիմվոլներ:

Սահմանում 1.1.3 (**Թերմ**): *Տրված սիգնատուրայի թերմերը որոշվում են հետևյալ կանոններով.*

- *յուրաքանչյուր փոփոխական թերմ է,*
- *յուրաքանչյուր կոնստանտ սիմվոլ թերմ է,*
- *եթե f-ը n տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլ է, որտեղ $n > 0$, իսկ $t_1, ..., t_n$-ը թերմեր են, ապա $f(t_1, ..., t_n)$-ը թերմ է:*

Սահմանում 1.1.4 (Բանաձև): *Տրված սիգնատուրայի բանաձևերը որոշվում են հետևյալ կանոններով.*

- *յուրաքանչյուր 0 տեղանի պրեդիկատային սիմվոլ բանաձև է,*
- *եթե p-ն n տեղանի պրեդիկատային սիմվոլ է, որտեղ $n > 0$, իսկ $t_1, ..., t_n$-ը թերմեր, ապա $p(t_1, ..., t_n)$-ը բանաձև է,*
- *եթե F-ը և G-ն բանաձևեր են, ապա $(\neg F)$-ը և $(F \vee G)$-ն նույպես բանաձևեր են,*
- *եթե F-ը բանաձև է, իսկ x-ը փոփոխական, ապա $(\exists x F)$-ը բանաձև է:*

Առաջին երկու կանոններով ստացվող բանաձևերը կոչվում են *ատոմար բանաձևեր* կամ *ատոմներ*: $\wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ տրամաբանական կապերը և $\forall$ քվանտորը ներմուծվում են որպես համապատասխան բանաձևերի կարճ գրառումներ:

Սահմանում 1.1.5 (Ինտերպրետացիա): *Տրված սիգնատուրայի $\mathcal{I}$ ինտերպրետացիան բաղկացած է ոչ դատարկ առարկայան D բազմությունից և արտապատկերումից, որը*

- *յուրաքանչյուր c կոնստանտ սիմվոլին համապատասխանեցնում է $c^{\mathcal{I}} \in D$ էլեմենտ,*
- *յուրաքանչյուր $n > 0$ տեղանի f ֆունկցիոնալ սիմվոլին համապատասխանեցնում է $f^{\mathcal{I}} : D^n \rightarrow D$ արտապատկերում,*
- *յուրաքանչյուր 0 տեղանի q պրեդիկատային սիմվոլին համապատասխանեցնում է $q^{\mathcal{I}} \in \{\text{True}, \text{False}\}$ ճշմարտացիության արժեք,*
- *յուրաքանչյուր $n > 0$ տեղանի p պրեդիկատային սիմվոլին համապատասխանեցնում է $p^{\mathcal{I}} \subseteq D^n$ հարաբերություն:*

Բանաձևերի սեմանտիկան՝ $\mathcal{I} \models F$ հարաբերությունը ինտերպրետացիաների և փակ բանեձևերի միջև, սահմանվում է բնական եղանակով:

Սահմանում 1.1.10 (Հետևանք): *F փակ բանաձևը հանդիսանում է W փակ բանաձևերի բազմության տրամաբանական հետևանք (կնշանակենք $W \models F$) եթե W-ի ցանկացած մոդել հանդիսանում է F-ի մոդել: Այդ դեպքում կասենք նաև, որ F-ը տրամաբանորեն հետևում է W-ից:*

Դիցուք $\mathcal{A}$-ն սիգնատուրա է, որը պարունակում առնվազն մեկ կոնստանտ սիմվոլ: $\mathcal{A}$ սիգնատուրայի հիմնական թերմերի բազմությունը կնշանակենք $U_{\mathcal{A}}$-ով և կանվանենք $\mathcal{A}$ սիգնատուրայի *Հերբրանի ունիվերսում*: Բոլոր հիմնական ատոմների բազմությունը կնշանակենք $B_{\mathcal{A}}$ և կանվանենք *Հերբրանի հիմք*:

Սահմանում 1.1.11 (Հերբրանի ինտերպրետացիա): *$\mathcal{A}$ սիգնատուրայի Հերբրանի ինտերպրետացիան այնպիսի $\mathcal{I}$ ինտերպրետացիա է, որի համար տեղի ունեն հետևյալ պայմանները.*

- *առարկայական բազմությունը $U_{\mathcal{A}}$-ն է,*
- *յուրաքանչյուր c կոնստանտ սիմվոլի համապատասխանում է հենց ինքը՝ $c^{\mathcal{I}} = c$,*
- *յուրաքանչյուր $n > 0$ տեղանի f ֆունկցիոնալ սիմվոլին համապատասխանում է ֆունկցիա, որն արտապատկերում է $\langle t_1, ..., t_n \rangle$ n-յակը $f(t_1, ..., t_n)$ թերմին, բոլոր $t_1, ..., t_n \in U_{\mathcal{A}}$ թերմերի համար:*

Եթե W փակ բանաձևերի բազմության յուրաքանչյուր Հերբրանի մոդել F փակ բանաձևի մոդել է, ապա կգրենք $W \models^H F$:

Լիտերալը ատոմար բանաձև է (դրական լիտերալ) կամ ատոմար բանաձևի ժխտում (բացասական լիտերալ): $\forall(L_1 \vee ... \vee L_n)$ տեսքի բանաձևը, որտեղ $n > 0$ և $L_1, ..., L_n$-ը լիտերալներ են, կոչվում է *դիզյունկտ*: $\forall(A_1 \vee ... \vee A_n \vee \neg B_1 \vee ... \vee \neg B_m)$ դիզյունկտը, որտեղ $A_1, ..., A_n, B_1, ..., B_m$-ը ատոմներ են, կգրենք որպես $A_1, ..., A_n \leftarrow B_1, ..., B_m$: Այն դիզյունկտը, որը պարունակում է առավելագույնը մեկ դրական լիտերալ կոչվում է *Հորնի դիզյունկտ*:

Սահմանում 1.1.14 (Հորնի ծրագիր): *Հորնի ծրագիրը դրական լիտերալ պարունակող Հորնի դիզյունկտների վերջավոր ոչ դատարկ բազմություն է:*

Սահմանում 1.1.15 (Հորնի հարցում): *Հորնի հարցումը $\exists(C_1 \wedge ... \wedge C_n)$ տեսքի բանաձև է, որտեղ $n > 0$, $C_1, ..., C_n$ ատոմներ են:*

Յուրաքանչյուր P ծրագիր ունի նվազագույն Հերբրանի մոդել տրված սիգնատուրայում, որը կնշանակենք $\mathcal{M}_P$-ով:

Սահմանում 1.1.16 (Δ-համարժեքություն): *P_1 և P_2 ծրագրերը կոչվում են Δ-համարժեք (կնշանակենք $P_1 \overset{\Delta}{\sim} P_2$), եթե $\mathcal{M}_{P_1} = \mathcal{M}_{P_2}$:*

1.2 բաժնում սահմանվում են Հորնի ծրագրերի և հարցումների հետևման, համարժեքության և Δ-համարժեքության պրոբլեմները: Ցույց է տրվում համարժեքության և Δ-համարժեքության պրոբլեմների անլուծելիության աստիճանները:

Սահմանում 1.2.1 (Հետևման պրոբլեմ): *Հորնի ծրագրերի և հարցումների հետևման պրոբլեմը կայանում է հետևյալում՝ տրված P Հորնի ծրագրի և Q Հորնի հարցման համար որոշել թե արդյո՞ք $P \models^H Q$:*

Սահմանում 1.2.2 (**Համարժեքություն պրոբլեմ**): *Հորնի ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմը կայանում է հետևյալում՝ տրված* P_1 *և* P_2 *Հորնի ծրագրերի համար որոշել թե արդյո՞ք* $\models^H P_1 \leftrightarrow P_2$*:*

Սահմանում 1.2.3 (**Δ-համարժեքության պրոբլեմ**): *Հորնի ծրագրերի* Δ*-համարժեքության պրոբլեմը կայանում է հետևյալում՝ տրված* P_1 *և* P_2 *ծրագրերի համար որոշել թե արդյո՞ք* $P_1 \overset{\Delta}{\approx} P_2$*:*

Հորնի ծրագրերի համարժքության պրոբլեմի անլուծելիությունը և անլուծելիության աստիճանը ցույց տալու համար ապացուցվում է, որ Հորնի ծրագրերի և հարցումների հետևման պրոբլեմը, որի Σ_1^0-լրիվությունը հայտնի է, m-բերելի է համարժեքության պրոբլեմին:

Թեորեմ 1.2.3: *Հորնի ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմը* Σ_1^0*-լրիվ է:*

Ցույց է տրվում, որ Հորնի ծրագրերի Δ-համարժեքության պրոբլեմը Π_2^0 պրոբլեմ է և մասնակի ռեկուրսիվ ֆունկցիաների ամենուրեք որոշվածության պրոբլեմը m-բերելի է Δ-համարժեքության պրոբլեմին: Այստեղից բխում է Թեորեմ 1.2.5-ը:

Թեորեմ 1.2.5: *Հորնի ծրագրերի* Δ*-համարժեքության պրոբլեմը* Π_2^0*-լրիվ պրոբլեմ է:*

1.3 բաժնում Ցույց է տրվում > 0 տեղանի Հորնի ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմի լուծելիությունը:

Թեորեմ 1.3.6: *Համարժեքության պրոբլեմը լուծելի է* > 0 *տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող Հորնի ծրագրերի համար:*

1.4 բաժնում ուսումնասիրվում են մոնադիկ ծրագրեր և հարցումներ՝ ծրագրեր և հարցումներ, որոնք չեն պարունակում > 1 տեղանի պրեդիկատային և ֆունկցիոնալ սիմվոլներ: Ռաբինի SnS տրամաբանության լուծելիությունն[1] օգտագործվում է մոնադիկ ծրագրերի Δ-համարժեքության լուծելիությունը ցույց տալու համար:

Թեորեմ 1.4.6: *Մոնադիկ Հորնի ծրագրերի* Δ*-համարժեքության պրոբլեմը լուծելի է:*

Գլուխ 2-ում ուսումնասիրվում են ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման և համարժեքության պրոբլեմները: Ապացուցվում է, որ երկու պրոբլեմներ էլ անլուծելի են դեռևս > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ծրագրերի և հարցումների համար: Ցույց է տրվում նաև այս պրոբլեմների անլուծելիության աստիճանները ընդհանուր դեպքում և > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ծրագրերի և հարցումների համար: Գլուխը բաղկացած է 3 բաժիններից:

2.1 բաժնում ներմուծվում են անհրաժեշտ տեղեկություններ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների վերաբերյալ:

[1] M. O. Rabin. “Decidability of Second-Order Theories And Automata on Infinite Trees”. *Transactions of the American Mathematical Society* 141.4 (1969), p. 1–35.

Սահմանում 2.1.1 (Ընդհանրացված դիզյունկտ): *Ընդհանրացված դիզյունկտը* $\forall(A \vee \neg L_1 \vee ... \vee \neg L_n)$ *տեսքի բանաձև է, որտեղ* $n \geq 0$, $L_1, ..., L_n$*-ը լիտերալներ են, իսկ* A*-ն՝ ատոմ, որոնք հավասարություն չեն օգտագործում: Այս դիզյունկտը կրճատ կգրենք* $A \leftarrow L_1, ..., L_n$ *տեսքով:*

Սահմանում 2.1.2 (Ընդհանրացված տրամաբանական ծրագիր): *Ընդհանրացված տրամաբանական ծրագիրը ընդհանրացված դիզյունկտների վերջավոր ոչ դատարկ բազմություն է:*

Սահմանում 2.1.3 (Ընդհանրացված հարցում): *Ընդհանրացված հարցումը* $\exists(L_1 \wedge ... \wedge L_n)$ *տեսքի բանաձև է, որտեղ* $n > 0$ *և* $L_1, ..., L_n$*-ը լիտերալներ են, որոնք հավասարություն չեն օգտագործում:*

Տրված P ծրագրին կհամապատասխանեցնենք $comp(P)$ բանաձևերի բազմությունը, որը ստացվում հետևյալ կերպ: Նախ P ծրագրի յուրաքանչյուր

$$p(t_1, ..., t_n) \leftarrow L_1, ..., L_m$$

դիզյունկտը ձևափոխվում է ընդհանրացված

$$p(x_1, ..., x_n) \leftarrow \exists y_1, ..., y_k(x_1 = t_1 \wedge ... \wedge x_n = t_n \wedge L_1 \wedge ... \wedge L_n)$$

տեսքի, որտեղ $x_1, ..., x_n$-ը նոր փոփոխականներ են, իսկ $y_1, ..., y_k$-ն՝ նախնական դիզյունկտի փոփոխականները: Եթե p պրեդիկատային սիմվոլը գլխում պարունակող բոլոր դիզյունկտների ընդհանրացված տեսքերը

$$p(x_1, ..., x_n) \leftarrow E_1$$
$$\vdots$$
$$p(x_1, ..., x_n) \leftarrow E_l$$

բանաձևերն են, ապա p-ի *սահմանում* կանվանենք

$$\forall(p(x_1, ..., x_n) \leftrightarrow E_1 \vee ... \vee E_l)$$

բանաձևը: Այն դեպքում, երբ p-ն չի հանդիպում P ծրագրի դիզյունկտների գլուխներում, կունենանք $l = 0$ և որպես $E_1 \vee ... \vee E_l$ կհասկանանք որևէ նույնաբար սխալ բանաձև. օրինակ՝ $q \wedge \neg q$, որևէ 0 տեղանի q պրեդիկատային սիմվոլի համար:

Սահմանում 2.1.4 (Ծրագրի փակում): *Ընդհանրացված* P *տրամաբանական ծրագրի փակումը, որը կնշանակենք* $comp(P)$*-ով, նրանում օգտագործվող բոլոր պրեդիկատային սիմվոլների սահմանումների բազմությունն է:*

2.2 բաժնում ներմուծվում են հետևման և համարժեքության պրոբլեմները ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար: Ցույց է տրվում այդ պրոբլեմների անլուծելիությունը և անլուծելիության աստիճանները > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ծրագրերի և հարցումների համար:

Սահմանում 2.2.1 (Հետևման պրոբլեմ): *Ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման պրոբլեմը կայանում է հետևյալում՝ տրված P ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրի և Q հարցման համար, որոշել թե արդյո՞ք $comp(P) \models^{H} Q$:*

Սահմանում 2.2.2 (Համարժեքություն պրոբլեմ): *Ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմը կայանում է հետևյալում՝ տրված P_1 և P_2 ընդհանրացված տրամաբանկան ծրագրերի համար որոշել թե արդյո՞ք $\models^{H} comp(P_1) \leftrightarrow comp(P_2)$:*

Ցույց է տրվում, որ > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող բանաձևը կունենա Հերբրանի մոդել այն և միայն այն դեպքում, երբ այն ունի հաշվելի անվերջ մոդել, որում տարբեր կոնստանտ սիմվոլների համապատասխանում են տարբեր տարրեր: Այս փաստը Չորչի թեորեմի հետ համատեղ օգտագործվում է Թեորեմ 2.2.4-ի և Թեորեմ 2.2.5-ի ապացուցման համար:

Թեորեմ 2.2.4: *Հետևման պրոբլեմը Σ_1^0-լրիվ է > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար:*

Թեորեմ 2.2.5: *Համարժեքության պրոբլեմը Σ_1^0-լրիվ է > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի համար:*

2.3 բաժնում ցույց է տրվում հետևման և համարժեքության պրոբլեմների անլուծելիության աստիճանները ընդհանուր դեպքում: Ապացուցվում է, որ թվաբանական բանաձևերի ճշտության պրոբլեմը m-բերելի է ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման պրոբլեմին: Այստեղից բխում է Թեորեմ 2.3.2-ը:

Թեորեմ 2.3.2: *Ընդհանրացված ծրագրերի և հարցումների հետևման պրոբլեմը թվաբանական չէ:*

Ցույց է տրվում, որ հետևման պրոբլեմը անալիտիկ Π_1^1 պրոբլեմ է և ռեկուրսիվ օրդինալների ինդեքսների բազմությունը m-բերելի է հետևման պրոբլեմին: Այստեղից հետևում է հաջորդ թեորեմը:

Թեորեմ 2.3.6: *Ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների հետևման պրոբլեմը Π_1^1-լրիվ պրոբլեմ է:*

Ապացուցվում է, որ հետևման պրոբլեմը m-բերելի է համարժեքության պրոբլեմին, որը Π_1^1 պրոբլեմ է:

Թեորեմ 2.3.7: *Ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմը Π_1^1-լրիվ պրոբլեմը է:*

Գլուխ 3-ում ցույց է տրվում հետևման և համարժեքության պրոբլեմի լուծելիությունը մոնադիկ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար: Գլուխը բաղկացած է 3 բաժիններից:

3.1 բաժնում ներմուծվում են հատույթի գաղափարը և նկարագրվում է ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրի փակման կառուցման մեթոդ, որը չի օգտագործում հավասարություն: A ատոմը կանվանենք B ատոմի նմուշ, եթե գոյություն ունի θ տեղադրություն այնպիսին, որ $B\theta = A$:

Սահմանում 3.1.1 (**Հատույթ**): *Ատոմների $\mathcal{C}$ բազմությունը կոչվում է P ծրագրի հատույթ, եթե*

- *ցանկացած B հիմնական ատոմի համար գոյություն ունի ճիշտ մեկ ատոմ $C_B \in \mathcal{C}$, որի համար B ատոմը նմուշ է,*
- *եթե B հիմնական ատոմը հանդիսանում է $A \leftarrow L_1, ..., L_m$ դիզյունկտի գլխի նմուշ, ապա C_B-ն նույնպես հանդիսանում է A-ի նմուշ:*

Տրված ծրագրի և հատույթի համար կառուցվում է հավասարություն չօգտագործող բանաձևերի բազմություն, որը Հերբրանի ինտերպրետացիաների բազմության վրա համարժեք է ծրագրերի փակմանը: Այս բազմությունը վերջավոր է, եթե այդպիսին է օգտագործվող հատույթը:

3.2 բաժնում ցույց է տրվում, որ մոնադիկ ծրագրերն ունեն վերջավոր հատույթներ մոնադիկ վերջավոր սիգնատուրաներում, որտեղից բխում է հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ 3.2.2: *Դիցուք տրված է վերջավոր մոնադիկ սիգնատուրա և P ընդհանրացված տրամաբանական ծրագիր այդ սիգնատուրայում: Այդ դեպքում գոյություն ունի այդ սիգնատուրայի բանաձև, որը չի օգտագործում հավասարություն և համարժեք է $comp(P)$-ին Հերբրանի ինտերպրետացիաների վրա:*

3.3 բաժնում Թեորեմ 3.2.2-ը կիրառվում է մոնադիկ ծրագրերի և հարցումների հետևման և համարժեքության պրոբլեմների լուծելիությունը ցույց տալու համար:

Թեորեմ 3.3.5: *Հետևման պրոբլեմը լուծելի է մոնադիկ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար:*

Թեորեմ 3.3.6: *Համարժեքության պրոբլեմը լուծելի է մոնադիկ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի համար:*

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԸ

Ատենախոսության շրջանակներում կատարված հետազոտությունները բերել են հետևյալ արդյունքների:

1. Ապացուցվել է, որ Հորնի ծրագրերի համարժեքության պրոբլեմն անլուծելի է, իսկ ավելի ստույգ՝ Σ_1^0-լրիվ է: Ցույց է տրվել, որ Հորնի ծրագրերի Δ-համարժեքության պրոբլեմը Π_2^0-լրիվ է: Ցույց է տրվել, որ համարժեքության պրոբլեմը լուծելի է > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող Հորնի ծրագրերի համար: Ապացուցվել է նաև, որ Δ-համարժեքության պրոբլեմը լուծելի է մոնադիկ Հորնի ծրագրերի համար:

2. Հետազոտվել են հետևման և համարժեքության պրոբլեմները ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար: Ցույց է տրվել, որ երկու պրոբլեմներն էլ անլուծելի են դեռևս > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ծրագրերի և հարցումների համար: Ապացուցվել է, որ ինչպես հետևման, այնպես էլ համարժեքության պրոբլեմները Σ_1^0-լրիվ են > 0 տեղանի ֆունկցիոնալ սիմվոլներ չպարունակող ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի համար: Ապացուցվել է նաև, որ ինչպես հետևման, այնպես էլ համարժեքության պրոբլեմները Π_1^1-լրիվ են ընդհանուր դեպքում:

3. Ներմուծվել է ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրի փակման կառուցման մեթոդ, որը չի օգտագործում հավասարություն: Այս մեթոդի կիրառմամբ ապացուցվել է, որ տրված վերջավոր մոնադիկ սիգնատուրայի և մոնադիկ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրի համար գոյություն ունի բանաձև, որը համարժեք է ծրագրի փակմանը Հերբրանի ինտերպրետացիաների վրա և չի օգտագործում հավասարություն: Այս արդյունքն օգտագործվել են հետևման և համարժեքության պրոբլեմների լուծելիությունը ցույց տալու համար մոնադիկ ընդհանրացված տրամաբանական ծրագրերի և հարցումների համար:

ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ԹԵՄԱՅՈՎ ՀՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐԻ ՑԱՆԿԸ

1. L. Haykazyan. Decidability of Δ-equivalence problem for monadic logic programs. *Proceedings of the Yerevan State University. Physical and Mathematical Sciences*, №2, 2011, p. 50–54.

2. L. Haykazyan. On the interpreter for monadic general logic programs. In *Proceedings of CSIT'2011 Conference*, p. 46–49. Gitutyun, Yerevan, 2011.

3. L. Haykazyan. The degree of unsolvability of the completion semantics for general logic programs. *Transactions of the Institute for Informatics and Automation Problems of the NAS of RA. Mathematical Problems of Computer Science*, v. 36, 2012, p. 7–12.

4. L. Haykazyan. On functional symbol-free logic programs. *Proceedings of the Yerevan State University. Physical and Mathematical Sciences*, №1, 2012, p. 43–48.

РЕЗЮМЕ

Айказян Левон Аршалуйсович

“О некоторых алгоритмических проблемах логического программирования”

Диссертация посвящена проблемам логического программирования. Предметом исследования являются так называемые чистые логические программы, т.е. логические программы, не использующие встроенные предикаты. Основными задачами являются проблемы следования и эквивалентности, а для хорновских программ также проблема Δ-эквивалентности.

Корни логического программирования ведут к исследованиям в области машинного доказательства теорем. Логическое программирование основано на идее Ковальского о том, что алгоритм состоит из двух отдельных компонент - логики и управления. Логика алгоритма описывает в чем состоит проблема, а управление - как ее решить. Логическая программа описывает только логику алгоритма, а управление организовывается системой логического программирования основываясь на методах машинного доказательства теорем. Современное логическое программирование организовано вокруг языка ПРОЛОГ, в котором используются хорновские и обобщённые логические программы.

При создании систем логического программирования возникает множество алгоритмических проблем. Логические программы по сути являются базами знаний. Система логических программ получает запросы, на которые она должна ответить на основе знаний, имеющихся в программе. Таким образом, важнейшей проблемой для логического программирования является проблема следования: является ли запрос следствием логической программы. Известно, что эта проблема является Σ_1^0-полной для хорновских программ. Эта проблема может быть исследована как для обобщённых логических программ, так и для подклассов программ и запросов.

В системах логического программирования часто требуется преобразовать одну программу в другую, которая по определённым признакам является более предпочтительной. Ввиду этого возникает необходимость проверить являются ли две программы эквивалентными. Эта проблема также может быть рассмотрена для обобщённых логических программ и для подклассов логических программ. Каждая хорновская программа имеет наименьшую эрбрановскую модель, представлящую собой множество атомов, которые являются следствиями программы. Соответственно, для хорновских программ может быть рассмотрено другое понятие эквивалентности - совпадение наименьших моделей, называемое Δ-эквивалентностью. Проблема Δ-эквивалентности также может быть исследована для подклассов хорновских программ.

При рассматривании подклассов в логическом программировании естественно ставить ограничения на функциональные и предикатные символы, которые могут

быть использованы в программах и запросах. В частности, рассматриваются два таких подкласса - программы и запросы, не содержащие фукнциональные символы ненулевой местности, и монадические программы и запросы.

Известен ряд результатов для выше обозначенных проблем. Цель диссертации дополнить эти результаты. Основными задачами работы являются:

1. Исследовать проблему эквивалентности хорновских программ для общего случая и для программ, не использующих функциональные символы ненулевой местности. Определить степень неразрешимости проблемы Δ-эквивалентности. Исследовать проблему Δ-эквивалентности для монадических хорновских программ.

2. Исследовать проблемы следования и эквивалентности обобщённых логических программ и запросов. Исследовать эти проблемы для программ и запросов, не использующих функциональные симоволы ненулевой местности.

3. Исследовать проблемы следования и эквивалентности для монадических обобщённых логических программ и запросов.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Показано, что проблема эквивалентности хорновских программ является неразрешимой, а точнее, Σ_1^0-полной. Показано, что проблема Δ-эквивалентности хорновских прогррамм является Π_2^0-полной. Установлена разрешимость проблемы эквивалентности для хорновских программ, не использующих функциональные символы ненулевой местности, а также разрешимость проблемы Δ-эквивалентности монадических хорновских программ.

2. Исследованы проблемы следования и эквивалентности для обобщённых логических программ. Показано, что для обобщённых логических программ и запросов, не использующих функциональные символы ненулевой местности, обе проблемы неразрешимы и являются Σ_1^0-полными. Доказана Π_1^1-полнота обеих проблем в общем случае.

3. Введен метод построения замыкания программы, которая не использует равества. С помощью этого метода доказано, что для данной конечной монадической сигнатуры и данной монадаческой обобщённой логической программы существует формула логики предикатов первого порядка, которая на эрбрановских интерпретациях эквивалентна замыканию программы, но не использует равенства. Этот результат используется для доказательства разрешимости проблем следования и эквивалентности для монадических обобщённых логических программ и запросов.

ABSTRACT

Levon A. Haykazyan

“On Some Algorithmic Problems of Logic Programming”

The thesis is devoted to problems of logic programming. The objects of the study are so called pure logic programs, that are logic programs that do not use built-in predicates. The main problems studied are the problems of consequence and equivalence and for Horn programs also the problem of Δ-equivalence.

The roots of logic programming go to the research in automated theorem proving. Logic programming is based on the idea of Kowalski that algorithms consist of two separate components - logic and control. The logic of an algorithm describes what the problem is and the control - how to solve the problem. A logic program only describes the logic of the algorithm, while the control is left to the logic programming system, which is based on methods of automated theorem proving. Contemporary logic programming is organised around PROLOG language, which uses both Horn and general programs.

A number of algorithmic problems arise in construction of logic programming systems. Logic programs are in essence knowledge bases. The logic programming system is queried, to which it should answer based on the knowledge in the program. Thus, the most important problem in logic programming is the problem of the consequence - whether a query is a consequence of a logic program. This problem is known to be Σ_1^0-complete for Horn programs. This problem can be studied for general logic programs as well as for subclasses of programs and queries.

In logic programming systems a program often needs to be transformed into another one, which is by some characteristic preferable to the original one. So there is a need to test whether two programs are equivalent. This problem also can be studied for general logic programs as well as subclasses of programs. Each Horn program has a least Herbrand model, which is the set of atoms that are consequences of the program. So for Horn programs another notion of equivalence - the equality of least models can be considered. This notion is called Δ-equivalence. The problem of Δ-equivalence can also be studied for subclasses of Horn programs.

In looking at subclasses in logic programming it is natural to restrict the functional and predicate symbols that can be used in programs and queries. Two such subclasses seem very natural: programs and queries that do not contain functional symbols of > 0 arity and monadic programs and queries.

Several results for the aforementioned problems are known. The goal of the thesis is to complement these results. The main topics of the thesis are:

1. To study the equivalence problems of Horn programs in general and for programs not using functional symbols of > 0 arity. To find the degree of unsolvability of the Δ-equivalence problem. To research the Δ-equivalence problem of monadic Horn programs.

2. To study the consequence and equivalence problems of general logic programs and queries. To study these problems for the case of programs and queries not using functional symbols of > 0 arity.

3. To research the consequence and equivalence problems for monadic general logic programs and queries.

The research done in the framework of the thesis has produced the following main results:

1. It has been shown that the equivalence problem of Horn programs is undecidable and more precisely Σ_1^0-complete. The Δ-equivalence problem has been shown to be Π_2^0-complete. The decidability of the equivalence problem has been established for Horn programs not using functional symbols of > 0 arity. The decidability of Δ-equivalence problems has been shown for monadic Horn programs.

2. The consequence and equivalence problems have been studies for general logic programs. It has been shown that both problems are undecidable even for programs and queries not using functional symbols of > 0 arity. Both problems have been shown to be Σ_1^0-complete for programs and queries not using functional symbols of > 0 arity. Π_1^1-completeness of both problems has been proven in general case.

3. A method of construction of completions of programs has been introduced, which does not use equality. Using this method it has been proved that for a given finite monadic signature and a monadic general logic program there is a formula of first-order predicate logic which is equivalent to the completion of the program on Herbrand interpretations, but does not use equality. This result has been used to prove the decidability of the consequence and equivalence problems for monadic general logic programs and queries.