Երևանի Պետական Համալսարան

ԲԱԼՅԱՆ ՄԻՆԱՍ ԿԱՐԱՊԵՏԻ

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԴԻՖՐԱԿՏՎԱԾ ԱԼԻՔԱՅԻՆ ԴԱՇՏԵՐԻ, ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱՅԻ ԵՎ ԻՆՏԵՐՖԵՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. 04.07 – «Կոնդենսացված վիճակի ֆիզիկա» մասնագիտությամբ

ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսություն

Երևան 2017

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ժամանակակից դիֆրակտային մեթոդներով բյուրեղային և ոչ բյուրեղային նյու-թերի կառուցվածքի հետազոտությունը, ինչպես նաև տրված պարամետրերով (մենե-րանգություն, կոլիմացիա և այլն) ռենտգենյան փնջերի ստացումը և կիրառումն էապես կախված են կարճալիքային ճառագայթման և նյութի հետ դրա փոխազդեցության մա-սին մեր ունեցած գիտելիքներից:

Ռենտգենյան ճառագայթման դինամիկական տեսության հիմքերը շարադրված են [1–3] աշխատանքներում և մի շարք մենագրություններում ու ակնարկային հոդված-ներում [4–9]: Այդ տեսությունները զարգացվել են անվերջ ճակատով, հարթ մեներանգ ալիքի համար: Ճոճման կորի կիսալայնության և անդրադարձման գործակիցների հա-մար այս տեսությունները տալիս են փորձի հետ համընկնող արդյունքներ: Սակայն ճո-ճանակային երևույթի փորձարարական արդյունքները հակասում էին տեսական կան-խատեսումներին [10]: Այդ հակասությունները վերացվեցին Կատոյի գնդալիքային տե-սությունում [11–14], որը հաշվի է առնում սովորական փորձի պայմաններում ընկնող ալիքի ալիքային ճակատի տարամիտությունը, որի հետևանքով գրգռվում է ամբողջ դիսպերսային մակերևույթը, և որի տարբեր ճյուղերին պատկանող և նույն ուղղությամբ Պոյնտինգի վեկտոր ունեցող հարթալիքային հարմոնիկների ինտերֆերենցի հետևան-քով ձևավորվում են հիպերբոլական ճոճանակային ինտերֆերենցային գծեր: Ներ-կայում, օգտագործելով երրորդ սերնդի ռենտգենյան սինքրոտրոնային աղբյուրներ, հնարավոր է ձևավորել հարթ-զուգահեռ կոհերենտ փնջեր և սեպաձև բյուրեղից գրան-ցել հարթալիքային տեսությանը համապատասխանող հավասարահեռ հաստատուն հաստության գծեր [15]:

Գնդալիքային տեսության հետագա զարգացումը՝ Աֆանասև-Կոնի տեսությունը, հաշվի է առնում նաև աղբյուր-բյուրեղ հեռավորությունը [16]: Այս դեպքում դիտվող նոր երևույթներից են ալիքի կիզակետումը և անոմալ ճոճանակային գծերը: Ալիքի վարքի առանձնահատկությունները բյուրեղի ներսում ուսումնասիրվել են [17,18] աշխատանք-ներում: Այս դեպքում հայտնաբերվել է նաև ալիքի կիզակետման երևույթը բյուրեղի ներսում և կապ է հաստատվել բյուրեղից հետո, վակուումում տարածվող ալիքի կիզակետման երևույթի հետ: Գնդային ալիքի դինամիկական դիֆրակցիան անհամաչափ երկրաչափության պայմաններում, ինչպես նաև համապատասխան թվային մեթոդի զարգացումը տրվել է [19]-ում: Բրեգի երկրաչափության դեպքում գնդային ալիքի դի-նամիկական տեսություն զարգացվել է [20,21], գնդային ալիքների բազմալիքային դի-նամիկական դիֆրակցիան ուսումնասիրվել է [22–25], իսկ բազմալիքային դիֆրակցիայի պայմաններում գնդային ալիքի դինամիկական դիֆրակտային կիզակետումը կատար-յալ բյուրեղում՝ [26] աշխատանքներում:

Անհրաժեշտություն էր առաջացել դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում հաշվի առնել նաև բյուրեղների անկատարելությունը: [27] աշխատանքում Փենինգը և Փոլդերը Լաուեի հարթալիքային տեսության փոքր-ինչ ձևափոխված տարբերակով զարգացրել են թույլ դեֆորմացված բյուրեղներում դինամիկական դիֆրակցիայի տե-սություն, իսկ [28]-ում տրվել է դինամիկական դիֆրակցիայի Կատոյի երկրաչափական օպտիկայի տեսությունը սահուն փոփոխվող դեֆորմացիաներով բյուրեղների համար, սակայն արագ փոփոխվող դեֆորմացիաներով բյուրեղների դեպքում, երբ իմաստա-զրկվում են «բլոխյան ալիք», «դիսպերսային մակերևույթ» հասկացությունները, տեղի են ունենում միջճյուղային ցրումներ, այս տեսությունները կիրառելի չեն:

Կամայական ալիքային ճակատով ալիքների դինամիկական դիֆրակցիայի ալի-քային տեսությունը դեֆորմացված բյուրեղներում զարգացվել է [29,30] աշխատանք-ներում, որոնցում ստացված Տակագիի հավասարումներն ի զորու են նկարագրել դինամիկական դիֆրակցիան՝ հաշվի առնելով ինչպես դեֆորմացիան, այնպես էլ ընկնող ալիքի անհամասեռությունը: Այս հավասարումները երկալիքային դեպքում հանգում են առանձին լայնույթների համար գրված երկրորդ կարգի մասնական ածանցյալներով հիպերբոլական տիպի հավասարումների, որոնց ընդհանուր լուծումը բյուրեղում կարելի է արտահայտել ըստ մակերևույթի ընկնող ալիքի լայնույթի և Ռիմանի ֆունկցիայի փաթույթի տեսքով: Միաժամանակ, նույն լուծումները կարելի է արտահայտել հա-մապատասխան Գրինի ֆունկցիայի օգնությամբ, որն արտահայտվում է Ռիմանի ֆունկցիայով և համապատասխան ընդհանրացված ֆունկցիաներով [31]: Գրին-Ռի-մանի ֆունկցիաները ճշգրիտ որոշվել են կատարյալ բյուրեղում [32,33,8,9,30], կա-տարյալ բյուրեղում Բրեգի երկրաչափության դեպքում [34,35] և համասեռ ճկված բյու-րեղում [36–42]: Գրին-Ռիմանի ֆունկցիան համասեռ ճկված բյուրեղում Բրեգի երկրա-չափության դեպքում կառուցվել է [43,44] աշխատանքներում, իսկ Տակագիի հավասա-րումների էյկոնալի տեսությունը զարգացվել է [45]-ում: Բնականաբար, էյկոնալի տեսու-թյամբ ստացված հետագծերը համընկնում են Կատոյի երկրաչափական տեսությամբ ստացված հետագծերի հետ: Էյկոնալի տեսությունը սկզբունքորեն հնարավորություն է տալիս նաև գտնելու ինչպես էյկոնալը, այնպես էլ լայնույթներն էյկոնալի տեսության ասիմպտոտական մոտավորության կամայական կարգում: Հետագայում էյկոնալի տեսությունը զարգացվել և կիրառվել է [46,47] աշխատանքներում և շարադրվել նաև [8,9] մենագրություններում: Այս տեսությունը, սակայն, ալիքների լայնույթների որոշման համար հանգում է ձևական արտահայտությունների, որոնք դժվար է անմիջականորեն կիրառել: Բանն այն է, որ էյկոնալի տեսությունը զարգացվել է՝ հիմնվելով ալիքների լայ-նույթների համար գրված հավասարումների համակարգի վրա, որը լայնույթների որոշ-ման համար հանգեցվում է մատրիցական տեսքի արտահայտությունների: Չի բացառ-վում, որ անցնելով առանձին լայնույթների համար գրված հավասարումների և դրանց նկատմամբ կիրառելով էյկոնալի մոտավորությունը՝ հնարավոր է ասիմպտոտական վերլուծության կամայական կարգում լայնույթների համար ստանալ ավելի կոնկրետ արտահայտություններ: Այս ենթադրությունը բխում է այն փաստից, որ առանձին լայ-նույթների համար գրված հավասարումները երկրորդ կարգի մասնակի ածանցյալ-ներով հիպերբոլական տիպի հավասարումներ են և ձևականորեն նման են ալիքային հավասարմանը: Ալիքային հավասարման համար էյկոնալի տեսությունը հնարավո-րություն է տալիս ասիմպտոտիկական վերլուծության կամայական կարգում գտնելու լայնույթները [48]:

Շատ դեպքերում, երբ հնարավոր չէ գտնել Տակագիի հավասարումների ճշգրիտ լուծումներ, զարգացվել է թվային մեթոդ, որն օգտագործում է կեսքայլային ալգորիթմի հայտնի եղանակը [49,50,9]: Նշենք, որ [51]-ում օգտագործվել է այդ եղանակի փոփո-խական քայլով տարբերակը: Սա կարևոր հանգամանք է, քանի որ ներբյուրեղային դիֆրակտվող ալիքների փոփոխման արագությունը տարբեր է Բորմանի եռանկյան տարբեր տեղամասերում, ինչպես նաև արատների (օրինակ՝ դիսլոկացիայի) միջուկից տարբեր հեռավորությունների դեպքում: Օգտագործելով կեսքայլային ալգորիթմը բյու-րեղային և վակուումային տիրույթներով համակարգերում՝ [52]-ում մշակվել է Տակագիի հավասարումների թվային ինտեգրման եղանակ՝ առանց օգտվելու դիտարկվող համա-կարգի ներքին «վակուում-բյուրեղ» սահմանների վրա ալիքային դաշտի անընդհատու-թյան պայմաններից, որը որպես օրինակ կիրառվել է վերջավոր բյուրեղներում ռենտ-գենյան ալիքների դիֆրակցիայի խնդրում:

Վիճակագրորեն բաշխված փոքր չափերով արատների ռենտգենյան ուսումնա-սիրությունը բյուրեղներում, երբ դրանց չափն ավելի փոքր է, քան ուսումնասիրող եղա-նակի զգայնությունը, հնարավոր է միայն դիֆրակտային պարամետրերի միջինացված արժեքների չափումով: Միջինացումը կատարվում է ըստ արատների բոլոր հնարավոր պատահական բաշխումների: Ուժեղ դեֆորմացված բյուրեղներում կիրառվում է դիֆու-զային ցրման կինեմատիկական տեսությունը [53]: Դեֆորմացված բյուրեղներում զար-գացվում է համապատասխան դինամիկական տեսություն: Կոհերենտ մոտավորու-թյամբ, երբ արատների չափերը շատ փոքր են էքստինկցիոն երկարությունից, խնդիրը հանգում է բյուրեղային մատրիցում կոհերենտ ալիքների տարածման դիֆրակցիայի հավասարման արտածմանը և համապատասխան լուծումների ուսումնասիրմանը [54]: [55,56] աշխատանքներում դիֆերենցիալ հավասարումներ են ստացվել վիճակա-գրորեն բաշխված արատների վրա դիֆուզային ցրված ալիքների համար: Բրեգի երկ-րաչափության դեպքում, ելակետ ընդունելով Տակագիի հավասարումները, ստացվել են դիֆուզային ցրված ալիքների ոչ կոհերենտ դինամիկական դիֆրակցիայի փոխադարձ կոհերենտության ֆունկցիայի հավասարումներ [57,58]: Զարգացվել է ընդհանուր տե-սություն [59], որտեղ Տակագիի հավասարումների հիման վրա ստացվել են Դայսոնի հավասարումներ պատահականորեն բաշխված արատներ պարունակող բյուրեղում կոհերենտ դինամիկական դիֆրակցիայի համար, մինչդեռ արատների վրա դիֆուզ ցր-ված ոչ կոհերենտ ալիքների փոխադարձ կոհերենտության ֆունկցիայի համար ստաց-վել են Բեթե-Սոլպիտերի հավասարումներ: Հետագայում դրանք ընդհանրացվել են՝ հաշվի առնելով լայնույթների՝ ըստ դիֆրակցիայի հարթության ուղղահայաց ուղ-ղությամբ կոորդինատի երկրորդ կարգի ածանցյալները [60]:

Երբ ալիքն ընկնում է մուտքի մակերևույթի նկատմամբ փոքր (անկյունային րո-պեի կարգի) սահքի անկյան տակ, կամ դիֆրակտված ալիքները դուրս են գալիս ելքի մակերևույթի նկատմամբ փոքր սահքի անկյան տակ, ապա վերը նշված տեսու-թյունները կիրառելի չեն: Նմանատիպ իրավիճակ կարող է առաջանալ խիստ անհա-մաչափ դիֆրակցիայի կամ ոչ կոմպլանար դիֆրակցիայի պայմաններում: Այս դեպ-քերում անհրաժեշտ է հաշվի առնել մակերևույթից հայելային անդրադարձած ալիք-ները: Համապատասխան տեսությունները մանրամասն շարադրված են [9] մենա-գրությունում: Ըստ դիֆրակցիայի երկրաչափության՝ զանազանում են հետևյալ դեպ-քերը. անկման սահքի փոքր անկյուն, Լաուեի երկրաչափություն [61,62] կամ Բրեգի երկրաչափություն [63,64], փոքր սահքի անկյան տակ դուրս եկող փունջ, Լաուեի [65–67] կամ Բրեգի երկրաչափություն [68–70], ոչ կոմպլանար դիֆրակցիա լրիվ հայե-լային անդրադարձման պայմաններում [71,72]: Մեկ այլ տեսություն հայելային ա-լիքների հաշվառմամբ զարգացվել է [73] աշխատանքում, հիմք ընդունելով Վ.Համ-բարձումյանի ինվարիանտության սկզբունքը [74]՝ ձևափոխված կոհերենտ ալիքների դիֆրակցիայի դեպքի համար: Բացի այդ, Տակագիի հավասարումներն ընդ-հանրացվել են ոչ կոմպլանար դիֆրակցիայի համար [75], երբ հաշվի են առնվում մուտ-քի մակերևույթից անդրադարձած հայելային ալիքները: Վերլուծվել են գնդային և հարթ ալիքի դիֆրակցիայի դեպքերը: Ընկնող հարթ ալիքի դեպքում [76–78] աշխատանքնե-րում ուսումնասիրվել է ռենտգենյան ալիքների դիֆրակցիան հայելային անդրադար-ձած ալիքների և մակերևութային անդրածայնի առկայությամբ:

Եթե Բրեգի անկյունը մոտ է $\pi/2$-ի, ապա սովորական հարթալիքային տեսու-թյունն անմիջականորեն կիրառելի չէ: Այս դեպքում կարևոր է դառնում դիսպերսային մակերևույթի չորրորդ կարգի մակերևույթ լինելու հանգամանքը հաշվի առնելը, մինչ-դեռ սովորական հարթալիքային տեսության շրջանակներում բավարար է դիսպեր-սային մակերևույթը որպես երկրորդ կարգի մակերևույթ դիտարկելու մոտավորությունը [79–81]: Կոսինուսարդային բևեռացելիության մոդելի շրջանակներում այս դեպքը տե-սականորեն ուսումնասիրվել է [82–84] աշխատանքներում, իսկ բազմալիքային դինա-միկական դիֆրակցիան π/2-ի մոտ Բրեգի անկյան դեպքում` [85]-ում:

Առանձին հետաքրքրություն են ներկայացնում այն տեսությունները, որոնք նկա-րագրում են ռենտգենյան ալիքների դինամիկական դիֆրակցիան բյուրեղում անդրա-ձայնային տատանումների առկայությամբ [86,87–89]: Անդրաձայնային տատանումնե-րի ազդեցությամբ դեֆորմացված բյուրեղներում դինամիկական դիֆրակցիայի առանձ-նահատկությունները և անցման ուղղությունից դեպի դիֆրակցիայի ուղղությունը էներ-գիայի լրիվ արտամղման երևույթն ուսումնասիրվել են նաև [90–92] աշխատանքնե-րում: Ցածր հաճախության անդրաձայնային տատանումներով մոդուլված բյուրեղնե-րում դինամիկական դիֆրակցիան հետազոտվել է [93], իսկ մակերևութային անդրա-ձայնով մոդուլված բյուրեղներում դիֆրակցիան` [94] աշխատանքներում: Ավելի ընդհա-նուր ձևակերպմամբ կարելի է ասել, որ դիտարկվում է դինամիկական դիֆրակցիան պարբերական դեֆորմացիոն դաշտով բյուրեղում` այսպես կոչված գերցանցում [95,96]: Զարգացվել է դինամիկական դիֆրակցիայի տեսություն կամայական տեսակի միաչափ գերցանցերում [97] և այդ տեսության հիման վրա ստացված են արտահայ-տություններ տարբեր գերցանցերի մոդելների կառուցվածքային գործոնների համար [98]: [99] աշխատանքում նշված տեսության հիման վրա ուսումնասիրվել է ընկնող գնդային ալիքի դինամիկական կիզակետման երևույթը գերցանցերում: Զարգացվել է նաև դինամիկական դիֆրակցիայի տեսություն կատարյալ և դեֆորմացված գերցան-ցերում [100]: Հետազոտվել է վիճակագրորեն բաշխված միկրոարատներով գեր-ցանցերում (բազմաշերտ և գրադիենտային բյուրեղներում) ռենտգենյան ալիքների դիֆ-րակցիան [101]: Գերցանցերում դինամիկական դիֆրակցիայի տեսություն զարգացվել է խիստ անհամաչափ երկրաչափության դիֆրակցիայի դեպքում մուտքի և ելքի մա-կերևույթներից հայելային անդրադարձած ալիքների առկայությամբ [73], օգտագործելով Վ. Համբարձումյանի ինվարիանտության սկզբունքը [74]: Գերցանցերում դինա-միկական դիֆրակցիայի տեսություն է զարգացվել նաև [102]-ում:

Վերը նշված բոլոր տեսություններում (բացի [60] և [75] աշխատանքներից) ընկ-նող ալիքի անհամասեռությունը հաշվի է առնվում դիֆրակցիայի հարթության մեջ: Բայց որոշ դեպքերում կարևոր է ընկնող ալիքի ճակատի կորության հաշվառումը դիֆրակցիայի հարթության մեջ և դրան ուղղահայաց ուղղությամբ: Ընկնող լայն տարա-միտված փնջի դիֆրակցիայի տեսություն Լաուեի երկրաչափության դեպքում զարգաց-վել է [103] և ապա [104] աշխատանքներում: Խնդիրն, ըստ էության, հանգել է մուտքի մակերևույթին ճիշտ Բրեգի պայմանին բավարարող բոլոր ճառագայթները գտնելուն՝ դիֆրակցիայի հարթության մեջ բյուրեղի հաստության վերահաշվառմամբ լուծելով դինամիկական դիֆրակցիայի խնդիրը: Դիֆրակցիայի յուրաքանչյուր այդպիսի հար-թության մեջ կարելի է գրել համապատասխան Տակագիի հավասարումները և դրանք ինտեգրել դիֆրակցիայի տրված հարթության մեջ [104]: Նման խնդիր լուծվել է նաև Բրեգի երկրաչափության պայմաններում [105]:

Սակայն կա այս խնդրի նաև մեկ այլ դրվածք, երբ կարելի է դիտարկել Բրեգի պայմանին բավարարող մեկ ուղղություն՝ հաշվի առնելով ընկնող ալիքի տարամիտու-թյունը նաև դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ և այդ ուղղությամբ լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալները: Այս դեպքում նույնպես, համապատաս-խան Գրինի ֆունկցիայի օգնությամբ, կարելի է լայնույթները ներկայացնել ըստ մուտքի մակերևույթի փաթույթի տեսքով: Համապատասխան էյկոնալի տեսությունը հնարավո-րություն է տալիս գտնելու լուծումները դանդաղ փոփոխվող լայնույթների համար: Էյկո-նալի տեսությունն այս դեպքում հնարավորություն է ընձեռում ուսումնասիրելու ռենտգենյան փնջերի կիզակետումը փորված (ոչ հարթ մակերևույթով) բյուրեղներով: Այս կարգի կիզակետում փորձնականորեն ուսումնասիրվել է ինչպես Բրեգի, այնպես էլ Լաուեի երկրաչափությունների դեպքերում [106–112] աշխատանքներում, որոնցում զար-գացվել է նաև տեսություն՝ հիմնված սովորական հարթալիքային տեսության վրա: Նման կիզակետումը կարևոր է ինչպես երրորդ սերնդի ռենտգենյան սինքրոտրոնային ճառագայթման, այնպես էլ ազատ էլեկտրոնային լազերների ռենտգենյան ճառագայթ-ման կիզակետման համար:

Զարգացվել են նաև ռենտգենյան դինամիկական դիֆրակցիայի քվանտամեխա-նիկական [113–115], դաշտի քվանտային [116–120], ինչպես նաև բազմալիքային քվան-տային տեսություններ [121]:

Երրորդ սերնդի սինքրոտրոնային ճառագայթումը և ազատ էլեկտրոնային լա-զերների առաքած ռենտգենյան փնջերը բավականաչափ ուժգին են, ուստի կարևոր են դառնում նյութի և ճառագայթման նաև ոչ գծային փոխազդեցության և՛ տեսական և՛ փորձարարական հետազոտությունները: Դիտարկվել է երկրորդ հարմոնիկի գծային երկալիքային դիֆրակցիան [122], որի ընթացքում առաջացած երկու բրեգյան ալիքների հակադարձ ազդեցությունն ընկնող ալիքի լայնույթի վրա անտեսվում է: Ուսումնասիրվել է ուժգին հարթ ռենտգենյան ալիքի կինեմատիկական բրեգյան դիֆրակցիան երկրորդ կարգի ոչ գծային բյուրեղում, երբ սկզբնական ռենտգենյան քվանտը պարամետրական փոխարկմամբ տրոհվում է ավելի ցածր հաճախության ռենտգենյան քվանտի և անդրամանուշակագույն ճառագայթման քվանտի [123,124]: Ուսումնասիրվել է նաև ուժ-գին ռենտգենյան ճառագայթման ուղիղ անցումը բյուրեղում երրորդ կարգի ոչ գծայ-նության պայմաններում [125]: Կատարվել են նաև նյութի և ռենտգենյան ճառա-գայթման այլ տեսակի ոչ գծային փոխազդեցությունների (երկֆոտոնային կլանում, ճա-ռագայթային քայքայում և այլն) ուսումնասիրություններ [126–128]:

Ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերներն առաքում են կարճ՝ 0,1–0,2 ֆվ տևողությամբ իմպուլսներ, որոնք լիովին տարածական կոհերենտ են: Իմպուլսների մի-ջև ժամանակային միջակայքը 0,3–0,5 ֆվ է: Մի կրակոցի ժամանակ առաքվում են միմյանց հետ ոչ կոհերենտ, 100–200 ֆվ ընդհանուր տևողությամբ այդպիսի կարճ իմ-պուլսներ [129]: Այսպիսով՝ կարևոր է դառնում ռենտգենյան իմպուլսների տարածման և դիֆրակցիայի գծային և ոչ գծային ժամանակային հավասարումների ստացումը և կի-րառությունը: Գծային ժամանակային դինամիկական դիֆրակցիայի Տակագիի հավա-սարումները կատարյալ և դեֆորմացված բյուրեղներում առաջին անգամ ստացվել են [130,131]-ում: Ժամամանակային հավասարման լուծումները Գրինի ֆունկցիայի և ընկ-նող ալիքի լայնույթի փաթույթի տեսքով Լաուեի և Բրեգի երկրաչափության պայման-ներում, ընդհանուր դեպքում դեֆորմացված բյուրեղում, ստացվել են Լապլասի ձևափո-խության կիրառմամբ [130]: Մասնավորապես, [130]–ում բացահայտ տեսքով ներկա-յացված են լուծումները կատարյալ և համասեռ ճկված բյուրեղների համար, որոնց Գրի-նի ֆունկցիան հայտնի է: Ընկնող հարթ ալիքի համար լուծումները վերլուծվել են Լաուեի և Բրեգի երկրաչափության դեպքերում [131]: Երրորդ սերնդի ռենտգենյան սին-քրոտրոնային աղբյուրների և ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերների ճառա-գայթման տարածման և դիֆրակցիայի ուսումնասիրության հետ կապված՝ կատարվել են գծային ժամանակային դիֆրակցիայի ուսումնասիրություններ. [129, 132–141]-ում, դիտարկվել են ընկնող իմպուլսների՝ ժամանակից Դիրակի δ ֆունկցիայի և Գաուսի օրենքներով կախման դեպքերը: Ուսումնասիրվել է նաև ռենտգենյան իմպուլսի տարա-ծումը վակուումում [129,142]: Բյուրեղի տաքացումն ազատ էլեկտրոնային լազերի բազ-մաթիվ կրակոցների ընթացքում առաքված իմպուլսների գծային դիֆրակցիայի պայ-մաններում ուսումնասիրվել է [139]-ում: Քանի որ ոչ գծային ժամանակային դիֆրակ-ցիան ուսումնասիրված չէ, ապա հրատապ է դառնում ոչ գծային ժամանակային դինա-միկական դիֆրակցիայի հավասարումների արտածումը և դրանց լուծումների ուսում-նասիրությունը վերը նշված և հետաքրքրություն ներկայացնող դեպքերում:

Դինամիկական տեսության շրջանակներում առանձնակի ուշադրություն է հատ-կացվել ներբյուրեղային դաշտերի ժամանակային (երկայնական) և տարածական (լայ-նական) կոհերենտության հատկությունների ուսումնասիրմանը [15,129–132, 142–148]:

Բացի դիֆրակցիայի ընդհանուր հավասարումների ընդհանրացումից, կարևոր են նաև այն տեսական հետազոտությունները, որոնք ընդլայնում են տարբեր ռենտգե-նաօպտիկական համակարգերի տեսության շրջանակները:

Կարևոր ռենտգենաօպտիկական համակարգեր են ռենտգենյան երկթիթեղ և եռաթիթեղ ինտերֆերաչափերը, որոնց օգնությամբ հնարավոր է կատարել բյուրե-ղային ցանցի կառուցվածքային աղավաղումների ուսումնասիրություններ [149–153]: Երկթիթեղ ինտերֆերաչափի առանձնահատկություններն ուսումնասիրվել են [154]-ում: [155]-ում առաջարկվել և ուսումնասիրվել է Հարթ-Միլնի երկբյուրեղ համակարգը [150], որը բաղկացած է միմյանցից հեռու, սեպաձև և հարթ զուգահեռ թիթեղներից և օգտա-գործվում է բյուրեղային արատների հետևանքով առաջացած ճոճանակային շերտերի ձևի և տեղի փոփոխություններն ուսումնասիրելիս [156–158]: Գիտական և կիրառական մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում ռենտգենյան եռաթիթեղ ինտերֆերաչափերը [149] և «կոշտ» ռենտգենյան ինտերֆերաչափը [159], որն ապահովում է ինտերֆերա-չափի կատարյալ երկրաչափություն: Տակագիի հավասարումների զարգացումը հնա-րավորություն է տվել կառուցելու ռենտգենյան ինտերֆերաչափի տեսություն՝ նեղ ճա-կատով ընկնող ալիքի համար [160,161]: Մուարի գծերի առաջացման տեսությունը զար-գացվել է [162-165]-ում, կատարվել է իրական բյուրեղներում տարբեր արատներից առաջացած մուարի և ճոճանակային գծերի դասակարգում և ուսումնասիրություն [153]: Ինտերֆերաչափերի և ինտերֆերաչափության վերաբերյալ ամփոփիչ տեղեկություն-ներ են ներկայացված [166]-ում: Նշենք, որ ուսումնասիրվել են ռենտգենյան երկթիթեղ [18,167] և եռաթիթեղ [167] համակարգերում դինամիկական դիֆրակցիան՝ հաշվի առ-նելով մինչև համակարգ կետային աղբյուրի հեռավորությունը և դիտման կետի հե-ռավորությունը: Ներկայում առաջարկվել են նոր տեսակի ինտերֆերաչափեր [148,168–172]: Բյուրեղական արատների՝ եռաթիթեղ ռենտգենյան ինտերֆերաչափով կատարված ուսումնասիրություններում նկատվել է, որ ինտերֆերաչափի տարբեր թի-թեղներում առկա արատները տարբեր կերպ են ազդում ինտերֆերենցային պատկերի վրա [173,174]: Սակայն ռենտգենյան ինտերֆերաչափում մուարի գծերի առաջացման մեխանիզմի բացատրությունը սահմանափակվում է ինտերֆերաչափի թիթեղների տարբեր տեղամասերում համասեռ դեֆորմացիաների դիտարկմամբ, իսկ այլ բարդ դեպքերում կամ անմիջականորեն կիրառվում է օպտիկական նմանակությունը (անա-լոգիան) [154–156,158,175], առանց հիմնավորելու դրա կիրառման հնարավորությունը, կամ էլ մուարի գծերի առաջացումը չի բացատրվում: Մուարի գծերի առաջացման մեխանիզմի բացատրության բարդությունն այն է, որ, ի տարբերություն էլեկտրոնային դիֆրակցիայի ռենտգենյան տիրույթի հաճախությունների համար Բրեգի անկյունները մեծ են, որի հետևանքով դիֆրակտվող ալիքների լայնույթները դիֆրակցիայի հարթու-թյան մեջ էապես կախված են երկու կոորդինատից: Այսպիսով՝ կարևորվում է ռենտ-գենյան ինտերֆերաչափում մուարի գծերի առաջացման մեխանիզմի տեսության հե-տագա զարգացումը:

Նշենք նաև, որ [176]-ում առաջարկված և տեսականորեն ուսումնասիրված է բյուրեղում թույլ դեֆորմացիաների որոշման դինամիկական դիֆրակտային ռենտգեն-յան շերտագրային եղանակ:

Ռենտգենյան ալիքները նյութով անցնելիս այն չեն քայքայում, որի շնորհիվ լայն կիրառություն են գտել ոչ բյուրեղային նյութերի կառուցվածքային անհամասեռու-թյունների որոշման բնագավառում: Նյութի կառուցվածքի ուսումնասիրությունը հիմն-ված է նմուշում ռենտգենյան ալիքների կլանման և բեկման երևույթների վրա: Բավա-կանաչափ ուժեղ կլանող նմուշներում արդյունավետ է դիտարկել պատկերի ցայտու-նությունը, որն ստացվում է նմուշում տարածվող ալիքի անհամասեռ կլանման հետևան-քով [177–179]: Թույլ կլանող (օրինակ՝ կենսաբանական) նյութերում բեկումը գերա-կշռում է կլանումը, և ավելի կարևորվում է բեկման երևույթը: Այս դեպքում նյութի ներքին կառուցվածքի վերաբերյալ տեղեկությունը պարունակվում է դրա միջով անցած ալիքի փուլում, ուստի ստացված պատկերի ցայտունությունը կոչվում է փուլային ցայ-տունություն, իսկ ուսումնասիրության եղանակները՝ փուլային ցայտունության եղանակ-ներ: Զարգացվել են փուլային ցայտունության ինտերֆերաչափային և ոչ ինտերֆերա-չափային եղանակներ:

Փուլային ցայտունության ինտերֆերաչափային եղանակում

[180,181] ուսումնա-սիրվող առարկան դրվում է ռենտգենյան եռաթիթեղ ինտերֆերաչափի բազուկներից մեկում: Առարկայական ալիքն ինտերֆերում է ինտերֆերաչափի մյուս բազուկով տա-րածվող ալիքի հետ: [182,183]-ում զարգացվել է համապատասխան գնդալիքային տե-սություն: Ստացված ինտերֆերենցային պատկերի վրա ուժգնության բաշխումից վերա-կանգնվում է առարկայի խտության բաշխումը:

Փուլային ցայտունության ոչ ինտերֆերաչափային եղանակները կարելի է բաժա-նել երկու հիմնական խմբի: Դրանցից մեկում օգտագործվում է բյուրեղում առար-կայական ալիքի բրեգյան դիֆրակցիան: Դիֆրակտված ալիքի ուժգնության արտահայ-տության մեջ առկա է առարկայական ալիքի փուլի ածանցյալը, որը համեմատական է առարկայի առկայության հետևանքով Բրեգի ճշգրիտ անկյունից առարկայական ալիքի տարածման ուղղության տեղային շեղման անկյանը: Այս եղանակն առաջարկվել է [184–186]-ում, իսկ համապատասխան տեսությունը՝ [187,188]-ում: Փուլային ցայտունու-թյան եղանակի տեսություն ընկնող գնդային ալիքի կիզակետման առկայությամբ տր-ված է [189]-ում: [190]-ում առաջարկվել և տեսականորեն ուսումնասիրվել է փուլային ցայտունության մեկ այլ՝ ռենտգենաշերտագրական եղանակ:

Ոչ բյուրեղական նյութերի կառուցվածքային անհամասեռությունների ուսումնա-սիրության նշանակալի առաջընթաց կարելի է համարել միկրոկիզակետային փուլային ցայտունության եղանակը [179,191], երբ առարկան լուսավորվում է շուրջ 5 մկմ չափե-րով աղբյուրի առաքած քվազիմեներանգ գնդային ալիքով: Աղբյուրի փոքր չափերի հե-տևանքով ընկնող ալիքն ունի տարածական բարձր աստիճանի կոհերենտություն: Կա-տարվել է նաև ռենտգենյան ճառագայթման լաբորատոր աղբյուրներով կենսաբա-նական առարկաների միկրոշերտագրային հետազոտություն [192]: Առարկաների ներ-քին կառուցվածքի ուսումնասիրման ռենտգենյան փուլային ցայտունության նոր եղա-նակ է առաջադրվել և տեսականորեն հետազոտվել [193]-ում, որտեղ օգտագործվել է ե-րեք գոտիական թիթեղներից բաղկացած ռենտգենյան ինտերֆերաչափ, որի բա-զուկներից մեկում տեղադրվել է հետազոտվող առարկան: Այս եղանակը զուգակցում է առարկայի խոշորացված պատկերի ստացումը (որպես գոտիական թիթեղով առար-կայի խոշորացված պատկերի ստացման հետևանք) տարածական և ժամանակային կոհերենտության նկատմամբ ցածր պահանջներով:

Առարկաների ներքին կառուցվածքի ուսումնասիրության մեկ այլ եղանակ է ռենտգենյան հոլոգրաֆիան: [194]-ում ուսումնասիրվել են ռենտգենյան հոլոգրաֆիա-կան սխեմաներ և նշվել է, որ ռենտգենյան հոլոգրաֆիան կարելի է զարգացնել բրեգ-յան դիֆրակցիայի հիմքի վրա: Արդեն առաջադրվել են այդպիսի տարբեր սխեմա-ներ. հոլոգրաֆիական սխեմաներ ռենտգենյան բյուրեղագիտությունում [195–197], ա-տոմական լուծունակության հոլոգրաֆիա [198], ռենտգենյան ֆլյուորեսցենտային հոլո-գրաֆիական սխեմաներ [199], խճանկարային բյուրեղների ռենտգենյան հոլոգրաֆիա [200], ռենտգենյան դիֆուզային ցրման հոլոգրաֆիա [201], դիֆրակտային ցանցերի վրա դիֆրակցիայի օգտագործմամբ ռենտգենյան հոլոգրաֆիա [202]:

Էլեկտրամագնիսական ալիքների տեսանելի տիրույթի օպտիկայում օգտագործ-վում են տարբեր հոլոգրաֆիական սխեմաներ. ֆրենելյան՝ առանցքային (Գաբորի) և ոչ առանցքային հոլոգրաֆիա, ֆուրիե-հոլոգրաֆիա, ինտերֆերաչափական հոլոգրա-ֆիա [203,204], որոնք այժմ ներկայացված են ռենտգենյան հաճախությունների տիրույ-թում (բոլոր ռենտգենյան հոլոգրաֆիական եղանակներում վերականգնումը կարելի է իրականացնել կամ տեսանելի տիրույթի լույսով, կամ թվային եղանակով):

Ռենտգենյան ոչ կոհերենտ ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիան առաջարկվել և տեսականորեն ուսումնասիրվել է [205–207]-ում: Եղանակի էությունը ռենտգենյան հո-լոգրամ գրանցելու համար ռենտգենյան եռաթիթեղ կամ քառաթիթեղ ինտերֆերաչա-փի օգտագործումն է: Ենթադրվում է, որ ուսումնասիրվող առարկան տեղադրված է ին-տերֆերաչափի բազուկներից մեկում, իսկ մյուս բազուկով տարածվող ալիքը կատա-րում է հենային ալիքի դեր: Երրորդ կամ չորրորդ թիթեղից դուրս եկած փնջերում ձևա-վորված և գրանցված ինտերֆերենցային պատկերն առարկայի ռենտգենյան հոլո-գրամն է: [208]-ում առաջարկվել է բյուրեղին մոտ կետային աղբյուրի պատկերի վերա-կանգնման եղանակ, որի դեպքում ենթադրվում է, որ հարթ-զուգահեռ թիթեղում իրա-կանանում է լաուեյան համաչափ երկրաչափությամբ երկալիքային դիֆրակցիա: Ցույց է տրվել, որ թիթեղի ելքի մակերևույթին դիսպերսային մակերևույթի երկու ճյուղերի դաշ-տերի ինտերֆերենցից առաջացած դիֆրակտային պատկերը գրանցելուց և տեսանելի տիրույթի լույսով լուսավորելուց հետո կարելի է վերականգնել կետային ռենտգենյան աղբյուրի պատկերը:

Երրորդ սերնդի սինքրոտրոնային աղբյուրների առկայության պայմաններում առաջարկվել են առանց բրեգյան անդրադարձման կիրառման ռենտգենյան հոլո-գրաֆիական եղանակներ՝ առանցքային (Գաբորի) հոլոգրաֆիա [209-213] և ֆուրիե-հոլոգրաֆիա [212–214], որոնք հնարավոր է իրականացնել նաև ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերներով և որոնցում ռենտգենյան կետային աղբյուրի ձևավորման կամ պատկերի ստացման նպատակով օգտագործվել է ռենտգենյան գոտիական թի-թեղ: [214]-ում հետազոտվել են նանոբյուրեղներ, որոնց ձևի, խոտության և դեֆորմա-ցաների որոշման կինեմատիկական բրեգյան 3D-ֆուրիե-հոլոգրաֆիական եղանակ է առաջարկվել [215]-ում: Այս եղանակում օգտագործվում է նանոբյուրեղ և մեկ այլ՝ հենա-յին բյուրեղ, որն ունի նանոբյուրեղի անդրադարձնող հարթությունների միջհարթությու-նային հեռավորությանը շատ մոտ միջհարթությունային հեռավորություն, այնպես որ հնարավոր է իրականացնել միաժամանակյա բրեգյան կինեմատիկական դիֆրակցիա այդ երկու բյուրեղներից և որպես հոլոգրամ գրանցել առաջացած կինեմատիկական բրեգյան ալիքների ինտերֆերենցային պատկերի ուժգնությունը: Ռենտգենյան հոլո-գրաֆիայի մասին ամփոփիչ տվյալներ են ներկայացված [216]-ում:

Այսպիսով՝ կարելի է փաստել, որ ինչպես դինամիկական դիֆրակցիայի ընդ-հանուր տեսության մեջ, այնպես էլ բյուրեղային արատների և առարկաների ներքին կառուցվածքի ուսումնասիրության ինտերֆերաչափական և հոլոգրաֆիական եղանակ-ներում կան դեռևս չլուծված սկզբունքային տեսական հարցեր:

Պաշտպանության ներկայացվող հիմնական դրույթները

1. Բյուրեղներում դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց

ուղղությամբ տարամետ փնջերի դինամիկական դիֆրակցիայի տեսությունն ընդլայնում է դինամիկական դիֆ-րակցիայի ընդհանուր տեսությունը և անհրաժեշտ է փորձարարական համապատաս-խան պայմաններում կանխատեսումների և փորձի արդյունքների ճշգրիտ համարժեք մեկնաբանման համար:

2. Գրինի ֆունկցիայի կառուցումն ընկնող կամայական տիպի ռենտգենյան ալիքի դեպքում հնարավորություն է տալիս բյուրեղում դիֆրակտվող ալիքների լայնույթներն արտահայտել ու Գրինի ֆունկցիայի և մակերևույթին ընկնող ալիքի լայնույթի` ըստ մուտքի մակերևույթի փաթույթի տեսքով:

3. Զարգացված տեսության հիման վրա Լաուեի և Բրեգի երկրաչափությունների դեպ-քերում դինամիկական դիֆրակցիայի ուսումնասիրությունները բացահայտում են լայ-նույթների կախումները դիֆրակցիայի հարթության մեջ և դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ Բրեգի անկյունային շեղումներից և դրանից հետևող դինա-միկական դիֆրակցիայի նոր առանձնահատկություններ:

4. Զարգացված տեսությամբ հնարավոր է ստանալ դինամիկական դիֆրակցիային մասնակցող փնջերի տարածական և ժամանակային կոհերենտության ճշգրիտ գնա-հատականներ` հաշվի առնելով աղբյուրի չափերը դիֆրակցիայի հարթության մեջ ու դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ, ինչպես նաև ընկնող փնջի ալի-քային ճակատի երկչափկորությունը:

5. Զարգացված տեսությունը հնարավորություն է տալիս կառուցելու Լաուեի և Բրեգի երկրաչափություններին համապատասխանող ճոճման կորերը` կախված ընկնող ալի-քի` դիֆրակցիայի հարթության մեջ և դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղու-թյուններով Բրեգի անկյունից շեղումից:

6. Էյկոնալի զարգացված տեսությունը ճշգրիտ է նկարագրում դանդաղ փոփոխվող դաշտերի տարածման հետագծերն ու հնարավորություն է տալիս ասիմպտոտական վերլուծության տարբեր կարգերում Լաուեի ու Բրեգի երկրաչափության դեպքերում որոշելու դիֆրակտվող ալիքների լայնույթները և երկչափ փորվածքով մակերևույթ ունեցող բյուրեղով իրականացվող կիզակետման կիզակետի չափերը, կիզակետային հեռավորությունը և

կիզակետի շուրջն ուժգնության բաշխումը:

7. Տակագիի հավասարումների էյկոնալի տեսության տեղափոխման հավասարումնե-րը հնարավորություն են տալիս ասիմպտոտական վերլուծության կամայական կար-գում դաշտի լայնույթն արտահայտելու ըստ հետագծի ինտեգրալի տեսքով, և ուսում-նասիրելու դինամիկական դիֆրակցիան դանդաղ փոփոխվող դեֆորմացիաներով բյուրեղներում:

8. Ոչ գծային հավասարումների համար ճշգրիտ լուծումները Լաուեի երկրա-չափությամբ հարթալիքային դեպքում հանգեցնում են ոչ գծային ճոճանակային երևույ-թի և ոչ գծային էքստինկցիոն երկարության:

9. Լաուեի դեպքում ոչ գծային հավասարումների լուծումից հետևում է նոր ճոճա-նակային երևույթ՝ անդրադարձման և անցման գործակիցների պարբերական կախումն ընկնող ալիքի ուժգնությունից:

10. Ոչ գծային դինամիկական դիֆրակցիայի նկարագրության համար զարգացված թվային եղանակի հիման վրա հնարավոր է կառուցել ճոճման կորերը Լաուեի երկ-րաչափության դեպքում և ապացուցել, որ ընկնող ալիքի ուժգնության աճի հետ այդ կո-րերը տեղաշարժվում են դեպի փոքրանկյունային տիրույթ:

11. Զարգացված տեսությամբ բացահայտվել է, որ ոչ գծային դիֆրակցիայի դեպքում նույնպես տեղի ունի Բորմանի երևույթը: Նեղ փնջի ոչ գծային դիֆրակցիայի դեպքում հաստ բյուրեղում թվային հաշվարկով հայտնաբերվել են անցնող և դիֆրակտված ալիքների պիկերի՝ Բորմանի երևույթով և ոչ գծայնությամբ պայմանավորված տեղա-շարժման տարբերությունները գծային դիֆրակցիայի դեպքի համեմատ:

12. Բրեգի երկրաչափության դեպքում ոչ գծային տեսության ճշգրիտ լուծումներից, ինչպես նաև թվային հաշվարկներով, հնարավոր է որոշել լրիվ անդրադարձման տի-րույթի չափերը, դրա կենտրոնի դիրքը և սահմանները՝ կախված ընկնող ալիքի ուժ-գնությունից: Ընկնող ալիքի ուժգնության մեծացմանը զուգընթաց լրիվ անդրադարձ-ման տիրույթի մեծանկյունային սահմանը և կենտրոնը շեղվում են դեպի փոքրանկյու-նային տիրույթ, լրիվ անդրադարձման տիրույթի փոքր անկյունային

սահմանը կախված չէ ընկնող ալիքի ուժգնությունից, իսկ ընկնող ալիքի ուժգնության որոշակի սահմանա-յին արժեքից մեծ արժեքների համար լրիվ անդրադարձման տիրույթ գոյություն չունի:

13. Զարգացված տեսությամբ հնարավոր է որոշել երկու ճեղքի վրա դինամիկական դիֆրակցիայի գծերի (դինամիկական դիֆրակտային Յունգի գծեր) տեսքը, պար-բերությունը, ուժգնության բաշխումը: Դիֆրակցիայի այս սխեման նաև դինամիկական դիֆրակտային Ռելեյի և Մայքելսոնի աստղային ինտերֆերաչափերի սխեմա է և կա-րող է հիմք ծառայել դինամիկական դիֆրակտային ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի համար:

14. Առաջարկված ռենտգենյան դինամիկական դիֆրակտային միաբյուրեղային և ին-տերֆերաչափական հոլոգրաֆիական սխեմաները հնարավորություն են տալիս գրանցելու առարկայի հոլոգրամը և լույսի միջոցով այն լուսավորելով կամ թվային եղանակով վերականգնելու առարկայի պատկերը:

15. Հաստ կլանող բյուրեղի ելքի մակերևույթին ստացված ուժգնության պատկերը կոմպլեքս անցման գործակցի ֆուրիե-պատկերն է կամ Ֆրաունհոֆերի ու Ֆրենելի՝ օպտիկայից հայտնի բաշխումների նմանակը:

16. Տեսականորեն հաստատվել է մուարի պատկերների առաջացման մեջ ինտերֆե-րաչափի տարբեր թիթեղների ներդրումների տարբերությունը: Հայելային թիթեղը փուլերի տարբերության մեջ ներդրում է տալիս մյուս թիթեղների նկատմամբ տեղաշարժով և դեֆորմացիաներով, մինչդեռ ճեղքիչ և վերլուծիչ թիթեղները վերա-դրվող ալիքների փուլերի տարբերության մեջ ներդրում են տալիս միայն տեղաշարժի վեկտորներով:

17. Էլեկտրոնամանրադիտակային մուարի պատկերները երկու վերադրվող ցանցերի սահմանի տեղաշարժի վեկտորների տարբերության հաստատուն արժեքների գծերն են: Էլեկտրոնամանրադիտակային փուլային ցայտունության պատկերները ոչ միայն կատարյալ, այլ նաև սահուն փոփոխվող դեֆորմացիաներով հաստ բյուրեղի ելքի մա-կերևույթի վրա ատոմական հարթությունների պրոյեկցիայի ուղիղ պատկերն են:

Ատենախոսությունում բանաձևերը և նկարները համարակալված են ըստ գլուխների՝ թվագույգերով: Յուրաքանչյուր թվագույգի առաջին թիվը գլխի համարն է, իսկ երկրորդն՝ այդ գլխում բանաձևի, նկարի հերթական համարը: Ատենախոսության հիմ-նական արդյունքները հրատարակված են [252-282] աշխատանքներում:

Մաս 1. ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ

ԳԼՈՒԽ 1. ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ

§1.1. *Լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալների դերը դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումներում*

Երկալիքային դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումները երկչափ են՝ դրանցում մասնակցում են լայնույթների ածանցյալներն ըստ դիֆրակցիայի հարթու-թյան մեջ կոորդինատների [30]: Սակայն դինամիկական դիֆրակցիայի որոշ խնդիր-ներ լուծելիս անհրաժեշտ է այդ հավասարումներում հաշվի առնել լայնույթների երկ-րորդ կարգի ածանցյալներն ըստ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց կոորդինա-տի (սովորաբար՝ *y* կոորդինատը): Այսպես, օրինակ, երկառանցք ճկված բյուրեղով փնջի երկչափ կիզակետման խնդրում, երբ բյուրեղում ատոմի՝ հավասարակշռության դիրքից շեղման վեկտորը կախված է նաև *y* կոորդինատից, քննարկվել է ըստ այդ կոորդինատի ածանցյալների անտեսման հարցը [217,218]: Երկրորդ կարգի ածանցյալները հաշվի են առնվել ոչ կոմպլանար դիֆրակցիայի պայմաններում հայելա-յին ալիքների առկայությամբ ռենտգենյան փնջերի դինամիկական դիֆրակցիայի խնդրում [75]: Նշենք, որ լայնույթների *y* կոորդինատից կախման հաշվառումը կարևոր է՝ երկչափ, ոչ հարթ մուտքի և ելքի մակերևույթներով բյուրեղով ռենտգենյան փնջի կի-զակետման հետազոտություններում:

Ստորև որոշվել է Գրինի ուշացող ֆունկցիան կատարյալ բյուրեղում, երբ դինա-միկական դիֆրակցիայի հավասարումներում հաշվի են առնվում լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալներն ըստ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղության *y* կոորդինատի: Օգտագործելով ստացված Գրինի ֆունկցիան՝ լայնույթների լուծումները ներկայացվել են ըստ բյուրեղի մակերևույթի փաթույթի տեսքով, որը հնարավորություն է տալիս նկարագրել ու դինամիկական դիֆրակցիան և՛ հարթ, և՛ երկչափ կորությամբ մուտքի ու ելքի մակերևույթներով կատարյալ բյուրեղում: Անհրաժեշտ է նշել, որ ենթա-դրվում է Բրեգի պայմանին բավարարող մեկ ուղղություն, երբ ընկնող ալիքն ունի տարամիտություն երկու փոխուղղահայաց հարթություններում, ի տարբերություն ընկ-նող լայն տարամիտող փնջի դեպքի [75], երբ առկաեն Բրեգի պայմանին բավարարող բոլոր ուղղությունները:

§1.1.1. Հիմնական բանաձևեր

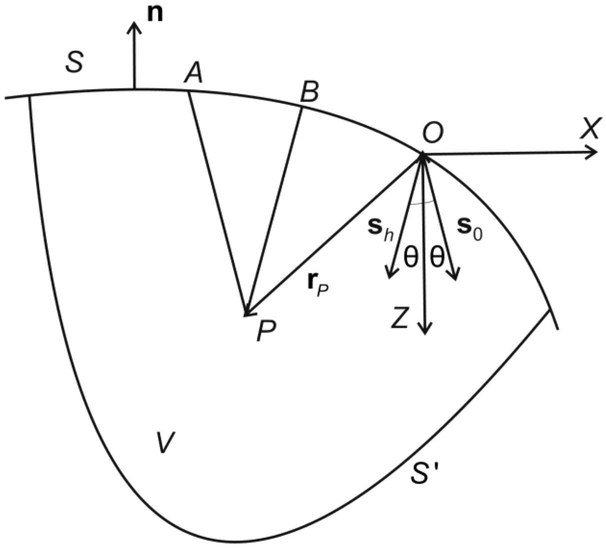
Դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց y կոորդինատի լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալների հաշվառմամբ, կատարյալ բյուրեղում երկալիքային դինամի-կական դիֆրակցիայի պայմաններում անցած և դիֆրակտված ալիքների E_0, E_h լայնույթները բավարարում են հետևյալ հավասարումներին [75, 217].

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 E_0}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial E_0}{\partial s_0} + k^2\chi_{\bar h}E_h C = 0, \\ &\frac{\partial^2 E_h}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial E_h}{\partial s_h} + k^2\chi_h E_0 C = 0, \end{aligned} \tag{1.1}$$

որտեղ $k=2\pi/\lambda$ ալիքային թիվն է, s_0, s_h՝ կոորդինատներն ըստ անցած և դիֆրակտված ալիքների տարածման ուղղությունների, համապատասխանաբար, χ_h, $\chi_{\bar h}$՝ բյուրեղի բևեռացվելիության ֆուրիե–բաղադրիչները են $\mathbf{h}$ և $\bar{\mathbf{h}}$ անդրադարձումների համար, σ-բևեռացման համար $C = 1$, իսկ π-բևեռացման համար՝ $C = \cos 2\theta$, θ–ն Բրեգի անկյունն է: Հետագայում պարզության համար բևեռացման C գործակիցը բաց է թողնվում: (1.1) համակարգից անցնելով հավասարումների առանձին լայնույթների համար, ստանում ենք

$$\frac{\partial^4 E_{0,h}}{\partial y^4} + 2ik\left(\frac{\partial}{\partial s_0} + \frac{\partial}{\partial s_h}\right)\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y^2} - 4k^2\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial s_0 \partial s_h} - k^4\chi_h\chi_{\bar h}E_{0,h} = 0: \tag{1.2}$$

z կոորդինատային առանցքն ուղղենք անդրադարձնող հարթությունների երկայնքով դեպի բյուրեղի խորքը, իսկ x կոորդինատային առանցքը՝ հակազուգահեռ $\mathbf{h}$ անդրադարձման վեկտորին: Անցնած և դիֆրակտված ալիքների տարածման ուղղությունների $\mathbf{s}_0$, $\mathbf{s}_h$ միավոր վեկտորներն OZ առանցքի ուղղության հետ կազմում են θ անկյուն (նկ.1.1): Ըստ s_0-ի և s_h-ի ածանցյալները կարելի է արտահայտել ըստ x-ի և z-ի ածանցյալների միջոցով: Անցած և դիֆրակտված ալիքների լայնույթների հավասարում-ներն ունեն նույն տեսքը, ուստի համապատասխան Գրինի ֆունկցիաները կբավարա-րեն նույն հավասարմանը՝



Նկ.1.1. Ինտեգրման V ծավալի և այն պարփակող $S+S'$ մակերևույթի հատույթը $y=y_P$ հարթությամբ: Ցույց են տրված կոորդինատների O սկզբնակետը և դիֆ-րակցիայի հարթության մեջ կոորդինատական առանցքները, անցած և դիֆրակտված ալիքների ուղղությունների $\mathbf{s}_0$ և $\mathbf{s}_h$ միավոր վեկտորները, դիտման P կետը և նրա $\mathbf{r}_P$ շառավիղ-վեկտորը, $(z_P - z)tg\theta - (x_P - x)=\mathrm{const}$ և $(z_P - z)tg\theta + (x_P - x)=\mathrm{const}$ հարթու-թյունների AP և BP հատույթները նկարի հարթության հետ և ինտեգրման մակերևույ-թի կամայական կետում $\mathbf{n}$ արտաքին նորմալը:

$$\frac{\partial^4 G}{\partial y^4} - 4ik\cos\theta\frac{\partial^3 G}{\partial z\partial y^2} - 4k^2\left(\cos^2\theta\frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - \sin^2\theta\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}\right) - k^4\chi_h\chi_{\bar h}G = -\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_P), \qquad (1.3)$$

որտեղ δ-ն Դիրակի դելտա-ֆունկցիան է, $\mathbf{r}_P$-ն՝ բյուրեղի ներսի դիտման P կետի շառա-վիղ-վեկտորը (նկ. 1.1), $\mathbf{r}$-ը՝ (1.3) հավասարման մեջ մտնող ընթացիկ կետի շառավիղ-վեկտորը: Ուշացող Գրինի ֆունկցիան որոշվում է ըստ x և y կոորդինատների ֆուրիե-ձևափոխության եղանակով [219], այնուհետև գտնվում է ըստ z-ի ստացված անհամա-սեռ, սովորական ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարման ուշացող մասնակի լուծումը [31]: Կատարելով լուծման հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխություն, կստանանք Գրինի ուշացող ֆունկցիան

$$G(\mathbf{r}_P-\mathbf{r}) = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)}{8\pi k^2\sin 2\theta}\sqrt{\frac{2\pi k\cos\theta}{z_P - z}}\exp\left[ik\frac{(y_P-y)^2}{2(z_P-z)}\right]\times \qquad (1.4)$$

$$\times J_0\left(\sigma\sqrt{(z_p-z)^2 tg^2\theta-(x_p-x)^2}\right)H(z_P-z)H\left[(z_P-z)tg\theta-\left|x_P-x\right|\right],$$

որտեղ J_0-ն Բեսելի առաջին սեռի զրո կարգի ֆունկցիան է, $H(x)$–ը

Յեվիսայդի (միավոր թռիչքի) ֆունկցիան է, $\sigma = k(\chi_h \chi_{\bar h})^{1/2}/2\sin\theta$: (1.2) հավասարումից լայնույթները գտնելու նպատակով անցնենք *x*, *y*, *z* փոփոխականներին, բյուրեղի ներսում առանձնացնենք *P* դիտման կետն ընդգրկող *V* ծավալ: Ծավալի մակերևույթը կազմված է բյուրեղի մակե-րևույթի *S* տեղամասից և բյուրեղի ներքին S' տեղամասից (նկ.1.1): *V* ծավալում են $(z_P - z)tg\theta - (x_P - x) = \mathrm{const}$ և $(z_P - z)tg\theta + (x_P - x) = \mathrm{const}$ հարթությունները: (1.2)-ը բազ-մապատկելով Գրինի ֆունկցիայով, իսկ (1.3)-ը՝ համապատասխան լայնույթով, հանելով երկրորդ հավասարումն առաջինից, ինտեգրելով ըստ ընտրված ծավալի և կիրառելով Գաուսի բանաձևը [48], կստանանք՝

$$
\begin{aligned}
E_{0,h}(\mathbf{r}_P) = &\oint\!\!\oint \left(G\,\frac{\partial^3 E_{0,h}}{\partial y^3} - E_{0,h}\frac{\partial^3 G}{\partial y^3} + \frac{\partial E_{0,h}}{\partial y}\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial G}{\partial y}\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y^2} \right) dS_y + \\
&+ 4ik\cos\theta \oint\!\!\oint \left(G\,\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial z \partial y} + E_{0,h}\frac{\partial^2 G}{\partial z \partial y} - \frac{\partial}{\partial z}\left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial y} \right) \right) dS_y + 4ik\cos\theta \oint\!\!\oint G\,\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y^2}\, dS_z - \quad (1.5) \\
&- 4k^2\cos^2\theta \oint\!\!\oint \left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial z} - E_{0,h}\frac{\partial G}{\partial z} \right) dS_z + 4k^2\sin^2\theta \oint\!\!\oint \left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial x} - E_{0,h}\frac{\partial G}{\partial x} \right) dS_x,
\end{aligned}
$$

որտեղ dS_x-ը, dS_y-ը և dS_z -ը մակերևույթի *d***S** տարրի բաղադրիչներն են կոորդինատա-յին առանցքների վրա: Ինտեգրումը կատարվում է ըստ $S + S'$ փակ մակերևույթի: Գրի-նի ֆունկցիայի արտահայտության մեջ մտնող Յեվիսայդի ֆունկցիաները հնարա-վորություն են տալիս ինտեգրումը կատարելու միայն *S* մակերևույթով, ավելի ճիշտ՝ *S* մակերևույթի *AB* տեղամասով, որն ընկած է *S* մակերևույթի և $(z_P - z)tg\theta + (x_P - x) = \mathrm{const}$ և $(z_P - z)tg\theta - (x_P - x) = \mathrm{const}$ հարթությունների հետ երկու հատումների միջև: Նկատի ունենալով Յեվիսայդի ֆունկցիայի առկայությունը՝ (1.5)-ը կարելի է ներկայացնել ըստ *S* մակերևույթի ինտեգրալի միջոցով.

$$
\begin{aligned}
E_{0,h}(\mathbf{r}_P) = &\int_S \left(G\,\frac{\partial^3 E_{0,h}}{\partial y^3} - E_{0,h}\frac{\partial^3 G}{\partial y^3} + \frac{\partial E_{0,h}}{\partial y}\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial G}{\partial y}\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y^2} \right) dS_y + \\
&+ 4ik\cos\theta \int_S \left(G\,\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial z \partial y} + E_{0,h}\frac{\partial^2 G}{\partial z \partial y} - \frac{\partial}{\partial z}\left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial y} \right) \right) dS_y + 4ik\cos\theta \int_S G\,\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y^2}\, dS_z - \quad (1.6) \\
&- 4k^2\cos^2\theta \int_S \left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial z} - E_{0,h}\frac{\partial G}{\partial z} \right) dS_z + 4k^2\sin^2\theta \int_S \left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial x} - E_{0,h}\frac{\partial G}{\partial x} \right) dS_x :
\end{aligned}
$$

(1.6) բանաձևի հետագա օգտագործման տեսակետից նպատակահարմար է գնահատել նրանում առկա գումարելիները: Գնահատելու համար ընդունենք, ինչպես

այդ հետևում է (1.1)-ից, որ $\partial E_{0,h}/\partial y \sim k\chi_h^{1/2}E_{0,h}$, $\partial^2 E_{0,h}/\partial y^2 \sim k\partial E_{0,h}/\partial z \sim k\partial E_{0,h}/\partial x \sim k^2\chi_h E_{0,h}$, նույն կերպ (1.3)-ից՝ $\partial G_{0,h}/\partial y \sim k\chi_h^{1/2}G_{0,h}$, $\partial^2 G_{0,h}/\partial y^2 \sim k\partial G_{0,h}/\partial z \sim k\partial G_{0,h}/\partial x \sim k^2\chi_h G_{0,h}$: Օգտվելով այս գնահատականներից, հեշտ է ցույց տալ, որ (1.6)-ի առաջին և երկրորդ ինտե-գրալների (ըստ dS_y-ի) ենթաինտեգրալ արտահայտությունը $k^3\chi_h^{3/2}GE_{0,h}$ կարգի է, մնա-ցած ինտեգրալների ենթաինտեգրալ արտահայտությունները՝ $k^3\chi_h GE_{0,h}$–ի կարգի: Քանի որ $|\chi_h| \sim 10^{-5}$–10^{-6}-ի կարգի է, ապա (1.6)-ում կարելի է արհամարհել ըստ dS_y-ի ինտե-գրալները, որից հետո կստանանք.

$$E_{0,h}(\mathbf{r}_P) = 4ik\cos\theta\int_S G\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y^2}dS_z - 4k^2\cos^2\theta\int_S\left(G\frac{\partial E_{0,h}}{\partial z} - E_{0,h}\frac{\partial G}{\partial z}\right)dS_z + \\ + 4k^2\sin^2\theta\int_S\left(G\frac{\partial E_{0,h}}{\partial x} - E_{0,h}\frac{\partial G}{\partial x}\right)dS_x : \quad (1.7)$$

Ինչպես երևում է (1.7)-ից, բյուրեղի ներսում լուծումը կհամընկնի ստանդարտ դինամիկական դիֆրակցիայի տեսության հայտնի արտահայտության հետ [8,9], եթե առաջին ինտեգրալի արտահայտության մեջ արհամարհենք լայնույթի երկրորդ կարգի ածանցյալն ըստ y–ի, իսկ մնացած երկու ինտեգրալներում ինտեգրումը կատարենք ըստ ստացիոնար փուլի եղանակի [48], որպես ստացիոնար կետ ընտրելով Գրինի ֆունկցիայի արտահայտության մեջ $\exp[ik(y_P-y)^2/2(z_P-z)]$ ֆունկցիայի ստացիոնար $y_{st}=y_P$ կետը: (1.7) ներկայացումը կարելի է օգտագործել և՛ Լաուեի, և՛ Բրեգի երկրա-չափությամբ անհամաչափ դինամիկական դիֆրակցիայի նկարագրության նպա-տակով, մուտքի և ելքի հարթ և ոչ հարթ մակերևույթներով բյուրեղներում: Այն կարելի է նաև օգտագործել դիֆրակտային պատկերի ստացման համար անհրաժեշտ փնջի տա-րածական և ժամանակային կոհերենտության աստիճանը գնահատելիս:

§1.2. *Լաուեյան դիֆրակցիայի տեսությունը լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալների հաշվառմամբ*

Իր սկզբնական տարբերակում ռենտգենյան ալիքների դինամիկական դիֆրակ-ցիայի տեսությունը զարգացվել է ընկնող մեներանգ հարթ ալիքի համար, որտեղ «աղբ-յուր-բյուրեղ» հեռավորությունը (հավասար անվերջի) և փնջի տարամիտությունը (հա-վասար զրոյի) սևեռված են [8,9]: Կատոն զարգացրել է գնդային ալիքի դինամիկական դիֆրակցիայի տեսություն բյուրեղին մոտ կետային աղբյուրի համար, որտեղ հաշվի է առնվում ընկնող փնջի տարամիտությունը դիֆրակցիայի հարթության մեջ [11–14]: Այդ տեսության մեջ «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունը վերցվում է հավասար զրոյի, որից հետևում է նոր տեսակի ճոճանակային շերտերի՝ բյուրեղի մակերևույթին տեղադրված կետային աղբյուրի ճոճանակային շերտերի հասկացությունը: Հետագայում զարգացվել է Աֆանասև-Կոնի գնդային ալիքի դինամիկական դիֆրակցիայի տեսությունը [16,17,19], որը հաշվի է առնում ոչ միայն ընկնող փնջի տարամիտությունը դիֆ-րակցիայի հարթության մեջ, այլ նաև «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորության փոփոխությու-նը: Լաուեի երկրաչափության դեպքում բյուրեղի ներսում և բյուրեղից դուրս՝ վակուու-մում հայտնաբերվել է ռենտգենյան գնդային ալիքի դինամիկական դիֆրակտային կիզակետումը: [146]-ում ուսումնասիրվել է Լաուեի համաչափ երկրաչափությամբ այսպես կոչված տեղային հարթ ալիքի դիֆրակցիան, երբ բյուրեղն ընկնող ճառագայթ-ման ֆրաունհոֆերյան գոտում է: Այս դեպքում ելքի մակերևույթին ուժգնության կախու-մը դիֆրակցիայի հարթության մեջ ըստ մակերևույթի երկայնքի կոորդինատի ունի նույն տեսքը, ինչ անդրադարձման գործակիցը Բրեգի ճշգրիտ անկյունից շեղման պա-րամետրից:

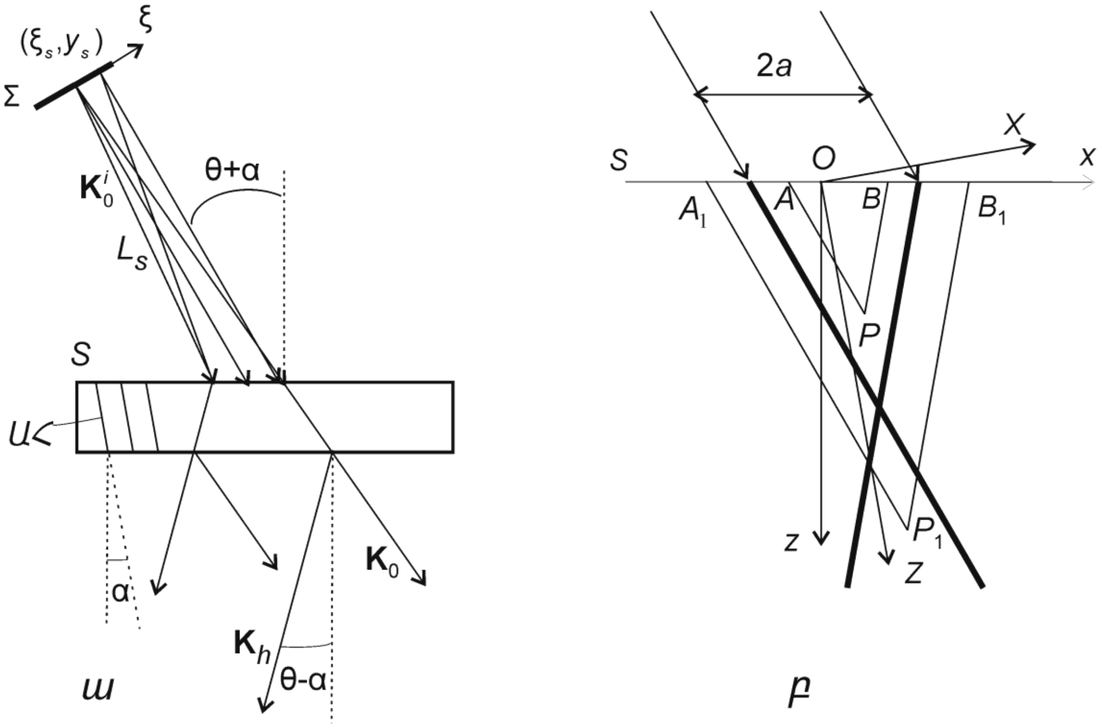
Ստորև, (1.7) արտահայտության հիման վրա ուսումնասիրվել է երկրորդ կարգի ածանցյալների ազդեցությունը Լաուեի երկրաչափությամբ կատարյալ բյուրեղում երկ-ալիքային դինամիկական դիֆրակցիայի վրա, ինչպես նաև դիֆրակտային պատկերի վրա փնջի տարածական և ժամանակային կոհերենտության աստիճանի ազդեցու-թյունը: Հաշվի են առնվել ինչպես փնջի տարամիտությունը դիֆրակցիայի հարթության մեջ և նրան ուղղահայաց ուղղությամբ, այնպես էլ «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունը: Տրված են նաև ռենտգենյան իմպուլսի ժամանակային դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումները, որոնցում հաշվի է առնվել ընկնող իմպուլսի տարամիտությունը եր-կու փոխուղղահայաց հարթություններում:

§1.2.1. Հիմնական բանաձևեր

Դիտարկենք երկալիքային համաչափ Լաուէ դիֆրակցիան մուտքի ու ելքի հարթ մակերևույթներով կատարյալ բյուրեղում: Ներմուծենք երկու կոորդինատային համա-կարգեր: Դրանցից մեկը՝ *OXyZ*-ը, սևեռենք անդրադարձնող հարթություններին, իսկ մյուսը՝ *Oxyz*–ը՝ բյուրեղի մակերևույթին (նկ.1.2. *ա,բ*), ընդ որում, *OZ*–ն ուղղենք անդրադարձնող հարթությունների երկայնքով՝ դեպի բյուրեղի խորքը, *OX*–ը՝ հակա-զուգահեռ դիֆրակցիայի **h** վեկտորին, իսկ *Oy*–ը՝ ուղղահայաց դիֆրակցիայի հարթու-թյանը (նկարի հարթությունը) ըստ աջ կոորդինատային համակարգի կանոնի:

Կատարյալ բյուրեղում, երկալիքային դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաննե-րում, անցած և դիֆրակտված ալիքների E_0 և E_h լայնույթները կարելի է ներկայացնել

$$E_{0,h}(\mathbf{r}) = 4ik\cos\theta\int_S G\,\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y'^2}\,dS_Z - 4k^2\cos^2\theta\int_S\left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial Z'} - E_{0,h}\,\frac{\partial G}{\partial Z'}\right)dS_Z + \\ + 4k^2\sin^2\theta\int_S\left(G\,\frac{\partial E_{0,h}}{\partial X'} - E_{0,h}\,\frac{\partial G}{\partial X'}\right)dS_X \qquad (1.8)$$



Նկ.1.2.*ա* Դիֆրակցիայի ընդհանուր սխեման. ցույց են տրված՝ Σ չափերով ռենտգենյան աղբյուրը, ξ առանցքը, աղբյուրի ξ_s, y_s կետի կոորդինատները, $\mathbf{K}_0^i$, ընկնող ալիքի կրող ալիքային վեկտորը, L_s՝ «աղբյուր-բյուրեղ» միջին հեռավորու-թյունը, աղբյուրի $(0, y_s)$ և (ξ_s, y_s) կետերից դուրս եկող ճառագայթները, *S*՝ բյուրեղի մակերևույթը, ԱՅ՝ անդրադարձնող հարթությունները, կետագծերով՝ մակերևույթի ուղղահայացները, անդրադարձնող հարթությունների շարունակությունները և հա-մապատասխան անկյունները, $\mathbf{K}_0(\mathbf{K}_h)$՝ անցած (դիֆրակտված) ալիքի ալիքային վեկտոր: *բ*. *Ox*, *Oz* և *OX*, *OZ*՝ կոորդինատային առանցքներ (*Oy* առանցքն ուղղա-հայաց է նկարի հարթությանը), 2*a*՝ փնջի լայնություն, մուգ գծերով ցույց են տր-ված փնջի եզրերով անցնող $Z\,\mathrm{tg}\theta + X = \mathrm{const}$, $Z\,\mathrm{tg}\theta - X = \mathrm{const}$ բնութագրիչները, *P*-ն և P_1-ը դիտման կետերն են այդ բնութագրիչների հատման կետից վերև և ներ-քև ընկած տիրույթներում, *AB*-ն և A_1B_1-ը *P* և P_1 դիտման կետերով անցնող բնու-թագրիչների և մուտքի մակերևույթի հատման կետերի միջև ընկած մուտքի մակե-րևույթի տիրույթներ:

արտահայտությամբ, որտեղ $\mathbf{r}(X,y,Z)$-ը դիտման կետի շառավիղ-վեկտորն է, $\mathbf{r}'(X',y',Z')$-ը՝ ինտեգրման մակերևույթի ընթացիկ կետի շառավիղ-վեկտորը: Կատարված նշանա-կումներից հետո (1.4)-ով տրվող Գրինի ֆունկցիան՝

$$G(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)}{8\pi k^2 \sin 2\theta}\sqrt{\frac{2\pi k\cos\theta}{Z-Z'}}\exp\left(ik\frac{(y-y')^2\cos\theta}{2(Z-Z')}\right)\times \tag{1.9}$$

$$\times J_0\left(\sigma\sqrt{(Z-Z')^2\,\mathrm{tg}^2\theta-(X-X')^2}\right)H(Z-Z')H\left((Z-Z')\,\mathrm{tg}\theta-\left|X-X'\right|\right),$$

որտեղ (X, Z) և (x, z) կոորդինատները կապված են

$$X = x\cos\alpha - z\sin\alpha,\qquad\qquad (1.10)$$
$$Z = x\sin\alpha + z\cos\alpha$$

պտույտի ձևափոխությամբ, իսկ α-ն բյուրեղի մուտքի մակերևույթի ներքին նորմալի և անդրադարձնող հարթությունների կազմած անկյունն է (Նկ.1.2.*ա*):

Ուսումնասիրենք միայն դիֆրակտված ալիքի վարքը: Բյուրեղի մուտքի մակերևույթին Լաուեի երկրաչափության սովորական պայմաններին [8,9] անհրաժեշտ է ավելացնել ըստ y-ի երկրորդ կարգի ածանցյալի վրադրվող պայմանը՝

$$\frac{\partial E_h}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 E_h}{\partial y^2} = 0: \qquad (1.11)$$

Ենթադրենք՝ աղբյուրն արձակում է քվազիմեներանգ ալիք, որի ուժգնության առավելագույն արժեքին համապատասխանող ալիքի երկարությունը λ_m է: Աղբյուրն ունի չափեր, ընդ որում դիֆրակցիայի հարթության մեջ աղբյուրի կամայական կետի կոորդինատը ξ_s է (Նկ.1.2. *ա*, ξ առանցքը դիֆրակցիայի հարթության և աղբյուրի հար-թության մեջ է), իսկ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ կոորդինատը՝ y_s: Աղբյուրի կամայական (ξ_s,y_s) կետ առաքում է գնդային ալիք: Դիցուք՝ աղբյուրի (0,0) կենտրոնական կետի հեռավորությունը բյուրեղից L_s է, ընդ որում $\mathbf{K}_0^i$ կրող ալիքային վեկտորն ուղղված է աղբյուրի (0,0) կետից՝ ուղղահայաց աղբյուրին: Տարբեր ալիքի երկարությունների համար $\left|\mathbf{K}_0^i\right|=k=2\pi/\lambda$ տարբեր է, բայց բոլոր $\mathbf{K}_0^i$ ալիքային վեկտորներն ունեն նույն ուղղությունը: Անհրաժեշտ է ընկնող ալիքի փուլը վե-րածել Թեյլորի շարքի ըստ $1/L_s$ մեծության, պահելով վերլուծության չորրորդ աստիճանը ներառյալ, քանի որ դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումներում թողնվել են ըստ y-ի երկրորդ կարգի ածանցյալները: (ξ_s,y_s) կետից առաքված ալիքը կունենա

$$\frac{E_0^i}{L_s}\exp\left[i(\Phi^i + \mathbf{K}_0^i\mathbf{r}')\right] \qquad (1.12)$$

տեսքը, ընդ որում

$$\Phi^i = k\frac{\left[(x'\gamma_0 - \xi_s)^2 + (y' - y_s)^2\right]}{2L_s} - k\frac{x'\sin(\theta+\alpha)}{2}\frac{(y'-y_s)^2}{L_s^2} - k\frac{(y'-y_s)^4}{8L_s^3}, \qquad (1.13)$$

որտեղ $\gamma_0 = \cos(\theta+\alpha)$. Հաշվի առնելով (1.12)–ը և այն, որ բյուրեղում անցած և դիֆ-րակտված ալիքների կրող ալիքային վեկտորներն ընտրվել են այնպես, որ տրված ալիքի երկարության համար բավարարում են Բրեգի ճշգրիտ պայմանին, ինչպես նաև բեկումը, լայնույթների անընդհատության պայմանը, կարող ենք որոշել անցած ալիքի լայնույթը բյուրեղի մուտքի մակերևույթին՝

$$E_0 = \frac{E_0^i}{L_s}\exp\left[i\left(\Phi^i + k\Delta\theta\, x'\gamma_0 - k\frac{\chi_0 x'\gamma_h(1-b)}{2\sin 2\theta}\right)\right], \qquad (1.14)$$

որտեղ $\gamma_h = \cos(\theta-\alpha)$, $b=\gamma_0/\gamma_h$-ն անհամաչափության (ասիմետրիկության) գործա-կիցն է, χ_0–ն՝ բյուրեղի բևեռացվելիության զրոյական ֆուրիե–բաղադրիչը, $\Delta\theta(\lambda) = \theta^i - \theta(\lambda)$՝ Բրեգի ճշգրիտ անկյունից շեղումը, իսկ θ^i-ն՝ $\boldsymbol{\kappa}_0^i$–ի սահքի անկյունն անդրադարձ-նող հարթությունների նկատմամբ: Օգտագործելով Բրեգի օրենքը, դժվար չէ տեսնել, որ

$$\Delta\theta(\lambda) = \theta^i - \theta(\lambda_m) - \frac{\lambda-\lambda_m}{\lambda}\,\mathrm{tg}\theta = \Delta\theta(\lambda_m) - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\,\mathrm{tg}\theta: \qquad (1.15)$$

Հաշվի առնելով $dS_Z = -dX'dy' = -\cos\alpha\, dx'dy'$, $dS_X = dZ'dy' = \sin\alpha\, dx'dy'$ արտահայտու-թյունները և օգտագործելով ստանդարտ սահմանային պայմանները Լաուեի երկրա-չափության համար, ինչպես նաև ավելացնելով (1.11) սահմանային պայմանը, (1.8) բա-նաձևից հանգում ենք հետևյալ արտահայտությանը՝

$$E_h(\mathbf{r}) = 2ik\chi_h\gamma_0\int_S k^2 G(\mathbf{r}; x', y')E_0(x', y')dx'dy': \qquad (1.16)$$

(1.16)-ն ըստ y'–ի ինտեգրելիս հաշվի առնենք, որ Գրինի ֆունկցիայի (1.9) արտա-հայտությունը պարունակում է արագ փոփոխվող էքսպոնենտ, որն ունի $y'_{st}=y$ ստացիոն-ար կետ: Փուլի մյուս անդամները վերածելով շարքի այդ ստացիոնար կետի շուրջը՝ ներառյալ գծային անդամներն ըստ $(y' - y_{st})$-ի, ապա կատարելով ինտեգրում անվերջ սահմաններում, (1.16)-ից կստանանք՝

$$E'_h(\mathbf{r};\xi_s,y_s,\Delta\lambda)=A\exp(i\Phi_0(\mathbf{r};\xi_s,y_s,\Delta\lambda))\times$$
$$\times\int_{-l}^{l}J_0\left(\frac{\sigma\sqrt{\gamma_0\gamma_h}}{\cos\theta}\sqrt{l^2-x'^2}\right)\exp(i\Phi(x';\xi_s,y_s,\Delta\lambda))dx', \tag{1.17}$$

ընդ որում

$$E'_h(\mathbf{r};\xi_s,y_s)=E_h(\mathbf{r};\xi_s,y_s)\exp\left(ik\frac{\chi_0 Z}{2\cos\theta}\right), \tag{1.17a}$$

$$l=\frac{\sin 2\theta}{2\gamma_0\gamma_h}z,\ A=ik\frac{\chi_h\gamma_0}{2\sin 2\theta}\frac{E_0^i}{L_s}, \tag{1.17b}$$

$$\Phi_0(x,y,z)=kz\gamma_0\left(\frac{\chi_0(1+b)}{4b\cos^2\theta}\left(1+\frac{(1-b)^2}{4b\sin^2\theta}\right)-\frac{\Delta\theta(1-b^2)}{2b\sin 2\theta}\right)+k\gamma_0\Delta\theta x+$$
$$+\frac{k}{2L_s}\left(\gamma_0 x-\frac{z\gamma_h(1-b^2)}{2\sin 2\theta}-\xi_s\right)^2+\frac{k(y-y_s)^2}{2L_s}-\frac{k(y-y_s)^2}{2L_s^2}\left(x\sin(\theta+\alpha)+\frac{z\gamma_h(1+b)^2}{4\cos^2\theta}\right)- \tag{1.18}$$
$$-\frac{k(y-y_s)^4}{8L_s^3},$$

իսկ

$$\Phi(x')=\beta x'+\frac{1}{2L_s}kx'^2\gamma_0^2, \tag{1.19}$$

$$\beta=\frac{k\gamma_0}{2\sin 2\theta}\left(2\sin 2\theta\Delta\theta-\frac{\chi_0(1-b)}{b}\right)+\frac{k\gamma_0}{L_s}\left(x\gamma_0-\frac{z\gamma_h(1-b^2)}{2\sin 2\theta}-\xi_s-\frac{\mathrm{tg}\theta(y-y_s)^2}{2L_s}\right): \tag{1.20}$$

Ինչպես երևում է (1.20) բանաձևից, ստանդարտ տեսության համեմատ Բրեգի անկյունից շեղման պարամետրի արտահայտության մեջ առկա է էապես նոր կախում y կոորդինատից, որն, ինչպես և սպասվում էր, քառակուսային է, և որի հետևանքով առաջանում են լայնույթի և փնջի տարածական կոհերենտության կախումներն y կոոր-դինատից:

§1.2.2. ***Տարածական և ժամանակային կոհերենտություն***

Ռենտգենյան օպտիկայում բազմաթիվ աշխատանքներ են նվիրված տարածական և ժամանակային կոհերենտության ուսումնասիրմանը [130,131,143-148]:

Տարածական կոհերենտության ուսումնասիրման համար տարածական աղբյուրը տրոհում են առանձին կետային աղբյուրների և գումարելով առանձին կետային աղբյուրների առաքած ուժգնությունն ըստ այդ աղբյուրների կոորդինատների՝ հետազոտում են դիֆրակտային պատկերի ուժգնության բաշխման վրա աղբյուրի չափերի ազ-դեցությունը:

Ժամանակային կոհերենտության ուսումնասիրման համար օգտվում են ռենտգենյան իմպուլսի դիֆրակցիայի ժամանակային հավասարումից, կամ էլ ընկնող փնջի լայնույթը վերածում են ֆուրիե-ինտեգրալի ըստ հաճախությունների և ամեն հաճախության համար որոշելով դիֆրակտված դաշտի ուժգնությունը` դրանք ինտե-գրում են ըստ հաճախությունների (կամ ալիքի երկարությունների): Այս պարագրաֆում ստացվել է լայնույթի` y կոորդինատից կախման նոր ոչ տրիվիալ արտահայտություն, որը հնարավորություն է տալիս քննարկելու տարածական և ժամանակային կոհերեն-տության հարցերը` կախված նաև այդ կոորդինատից: Հետազոտությունը կատարենք [146]-ի նմանությամբ:

Նախ` անդրադառնանք տարածական կոհերենտության հարցին: Սևեռենք ալիք-ի երկարությունը և դիտարկենք դիֆրակտված դաշտի ուժգնությունը տրված կետային աղբյուրի համար: Կհամարենք, որ աղբյուրի չափերն ըստ $\xi$-ի փոխվում են $(-a_h,a_h)$, իսկ ըստ $y$-ի` $(-a_y,a_y)$ սահմաններում: (1.17) արտահայտության մոդուլի քառակուսին ըստ աղբյուրի կոորդինատների ինտեգրելիս, ուժգնության արտահայտության մեջ կառա-ջանա հետևյալ տեսքի փոխադարձ ուժգնության ֆունկցիան`

$$I_h(x',x'')=\int_{-a_h}^{a_h}\int_{-a_y}^{a_y}\left|E_0^i(\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right|^2\exp\left[i\frac{k\gamma_0}{L_s}(x''-x')\left(\xi_s+\mathrm{tg}\theta\frac{(y-y_s)^2}{2L_s}\right)\right]d\xi_s dy_s: \quad (1.21)$$

Եթե տրվի $\left|E_0^i(\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right|^2$ ուժգնության որոշակի բաշխում ըստ աղբյուրի կոոր-դինատների (սովորաբար տրվում է Գաուսի բաշխում, բայց կարելի է օգտագործել նաև համասեռ բաշխում), ապա կարելի է (1.21)-ում կատարել ինտեգրում, իսկ ապա ինտեգրելով ըստ x'–ի և x''–ի` ուժգնության համար գտնել վերջնական արտա-հայտություն: Այդ դեպքում, ըստ աղբյուրի չափերի ինտեգրումը կհանգեցնի դիֆրակ-տային պատկերի աղավաղման մինչև դրա լրիվ վերացումը` կախված աղբյուրի չա-փերից և բյուրեղում դիտման կետի կոորդինատից: Բայց կարելի է անմիջականորեն (1.21)-ից գնահատել աղբյուրի այն չափերը, որոնք չեն ազդում դիֆրակտային պատ-կերի ուժգնության բաշխման վրա: Նախ նկատենք, որ ըստ y_s-ի ինտեգրելիս կարելի է

$\exp[ik\gamma_0(x'' - x')\mathrm{tg}\theta y^2_s/2L^2_s]$ անդամը համարել ավելի դանդաղ փոփոխվող, քան փուլում ըստ y_s-ի գծային անդամ պարունակող բազմապատկիչը, քանի որ a_y-ի առավելագույն արժեքը 100մկմ-ի կարգի է, L_s-ը կարելի է համարել մետրի կարգի, $(x'' - x')$-ի առավելա-գույն արժեքը՝ $2l$-ի կարգի: Փուլում թողնելով գլխավոր՝ ըստ y_s-ի գծային անդամը, փոխադարձ ուժգնությունը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$I_{hs}(x',x'') = \int_{-a_h}^{a_h}\int_{-a_y}^{a_y}\left|E_0^i(\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right|^2 \exp\left[i\frac{k\gamma_0}{L_s}(x''-x')\left(\xi_s - \mathrm{tg}\theta\frac{yy_s}{L_s}\right)\right]d\xi_s dy_s: \tag{1.22}$$

Փործում ընկնող փունջն ունի վերջավոր չափեր: Դիֆրակցիայի հարթության մեջ փնջի չափը բյուրեղի մուտքի մակերևույթին նշանակենք $2a$-ով: Այդ դեպքում $x_{\max} = \max(x'' - x')$-ը, ըստ (1.17)-ի, հավասար կլինի $\min(2l,2a)$ (այստեղ՝ չի քննարկվում կիսաստվերի տիրույթը, որտեղ $x_{\max}$–ն ավելի փոքր է): Նշանակենք նաև $|y|_{\max}$-ով դիտման կետի y կոորդինատի առավելագույն արժեքը: (1.22)-ի համաձայն՝ հստակ դիֆրակտային պատկեր ստանալու համար բավարար է, որպեսզի

$$\frac{k\gamma_0}{L_s}x_{\max}a_h < \pi, \quad k\gamma_0 x_{\max}\mathrm{tg}\theta\frac{|y|_{\max}a_y}{L_s^2} < \pi, \tag{1.23}$$

որոնք ալիքի երկարությունների լեզվով համարժեք են

$$2a_h\gamma_0 x_{\max} < \lambda L_s, \quad 2a_y\gamma_0\mathrm{tg}\theta x_{\max}|y|_{\max} < \lambda L_s^2 \tag{1.24}$$

պայմաններին: Այսպիսով՝ (1.24)-ից հետևում է փնջի լրիվ կտրվածքով հստակ դիֆրակ-տային պատկեր ստանալու բավարար պայմանը՝

$$x_{\max} < \min\left(\frac{\lambda L_s}{2a_h\gamma_0}, \frac{\lambda L_s^2}{2a_y\gamma_0\mathrm{tg}\theta|y|_{\max}}\right): \tag{1.25}$$

Ճեղքի եզրերով անցնող բնութագրիչների հատման կետում ընկած գագաթով, շրջված Բորմանի եռանկյան տիրույթում (նկ. 1.2.*բ*) բաց է ամբողջ ալիքային ճակատը, և $x_{\max} = 2l$: Այդ դեպքում (1.24)-ից և l-ի սահմանումից հետևում է (տես 1.17), որ

$$z < \min\left(\frac{\lambda L_s\gamma_h}{2a_h\sin 2\theta}, \frac{\lambda L_s^2\gamma_h}{2a_y\mathrm{tg}\theta|y|_{\max}\sin 2\theta}\right): \tag{1.26}$$

Ճեղքի եզրերով անցնող բնութագրիչների հատման կետում ընկած գագաթով Բորմանի եռանկյան տիրույթում $x_{\max} = 2a$: Այդ տիրույթում (1.24)-ից ստանում ենք հետևյալ պայ-մանը`

$$2a < \min\left(\frac{\lambda L_s}{2a_h\gamma_0}, \frac{\lambda L_s^2}{2a_y\gamma_0 \operatorname{tg}\theta \left|y\right|_{\max}}\right): \qquad (1.27)$$

Կատոյի դեպքի իրականացման պայմաններում բյուրեղի մակերևույթին մոտդրվում է նեղ ճեղք, որր չափերն այնպիսին են, որ փնջի կտրվածքով դիտվում են այս դեպքին համապատասխանող հիպերբոլական տեսքի ճոճանակային շերտերը: Կարելի է նույնիսկ ճեղք չօգտագործել, քանի որ աղբյուրը բյուրեղին մոտեցնելիս բյուրեղի մակերևույթի անդրադարձման տիրույթը նեղանում է և խաղում նեղ ճեղքի դեր: Հարթ-ալիքային ճոճանակային շերտեր ստանալու համար, բացի (1.24) պայմանը բավարարելուց, անհրաժեշտ է նաև կոլիմացնել փունջը, հակառակ դեպքում ընկնող ալիքի տարբեր հարթալիքային բաղադրիչները կինտերֆերեն և հարթալիքային ճոճա-նակային գծեր չեն ստացվի:

Այժմ քննարկենք ժամանակային կոհերենտության հարցը: Ընկնող ալիքը սովորաբար քվազիմեներանգ է: Ըստ ալիքի երկարությունների դիֆրակտված դաշտի ուժգնության ինտեգրումը կհանգեցնի հետևյալ տեսքի փոխադարձ ուժգնության ֆունկցիայի`

$$I_h(x', x'') = \int_{-\Delta\lambda_1}^{\Delta\lambda_1} \left|E_0^i(\xi_s, y_s, \Delta\lambda)\right|^2 \exp\left[ik\gamma_0 \operatorname{tg}\theta\,(x''-x')\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right] d\Delta\lambda, \qquad (1.28)$$

որտեղ $\Delta\lambda_1$-ն ընկնող ալիքի սպեկտրային լայնությունն է: (1.27)-ում ենթադրվում է, որ ընկնող ալիքի ճառագայթման սպեկտրում ուժգնության առավելագույն արժեքին համապատասխանում է λ_m ալիքի երկարությունը և որի համար, առանց ընդհանրու-թյունը խախտելու, կարելի է համարել, որ $2\sin 2\theta\Delta\theta(\lambda_m)=-|\chi_{0r}|(1-b)/b$: Քանի որ $x_{\max} = \max(x''-x') = \min(2l, 2a)$, ապա (1.27)-ից, ինչպես և տարածական կոհերենտու-թյան դեպքում, ճեղքի եզրերով անցնող բնութագրիչների հատման կետից վեր տիրույ-թում ստանում ենք դիֆրակտային պատկերի չաղավաղման հետևյալ բավարար պայ-մանը`

$$z < \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_1}\frac{\gamma_h}{\sin 2\theta \operatorname{tg}\theta}, \qquad (1.29)$$

իսկ ներքևի տիրույթում`

$$2a < \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_1}\frac{1}{\gamma_0 \,\mathrm{tg}\theta}, \tag{1.30}$$

որտեղ $\lambda^2/2\Delta\lambda_1$–ն ընկնող փնջի երկայնական կոհերենտության երկարությունն է:

Քննարկվող հարցերի շրջանակներում հետազոտենք անհամաչափ դիֆրակցիա-յից հետո ընկնող ալիքի պարամետրերի փոփոխությունները: Ներմուծենք նոր փոփո-խական՝ $\xi_h = (x - x_c)\cos(\theta-\alpha) + (z - T)\sin(\theta-\alpha)$, որտեղ $x_c = z\gamma_h(1-b^2)/2\gamma_0 \sin 2\theta$ փնջի կենտրոնի x կոորդինատն է բյուրեղի ելքի մակերևույթին, T-ն բյուրեղի հաստությունն է: ξ_h-ն ունի դիֆրակցիայի հարթության մեջ դիֆրակտված ալիքի տարածման ուղղու-թյանն ուղղահայաց փնջի լայնքով փոփոխվող կոորդինատի իմաստ: Բյուրեղի ելքի մակերևույթին $x - x_c = \xi_h/\gamma_h$: Արտահայտելով $x - x_c$-ն ξ_h-ով և տեղադրելով դիֆրակտված ալիքի փուլի (1.18) արտահայտության մեջ, այն համեմատելով ընկնող ալիքի փուլի (1.13) արտահայտության հետ, որում բյուրեղի մուտքի մակերևույթին $x\gamma_0 = \xi$ (նկ.1.2.*ա*), կարելի է անել հետևյալ եզրակացությունները: Դիֆրակտված փնջում Բրեգի անկյունից $\Delta\theta$ շեղումը փոխարինվում է $b\Delta\theta$–ով: Յետևաբար՝ $\Delta\lambda/\lambda$-ն փոխարինվում է $b\Delta\lambda/\lambda$-ով: Բացի այդ, աղբյուրի L_s հեռավորությունը փոխարինվում է L_s/b^2 արդյունարար հեռա-վորությամբ, իսկ դիֆրակցիայի հարթության մեջ աղբյուրի ξ_s չափերը փոխարինվում են ξ_s/b-ով: Այստեղից հետևում է, որ դիֆրակցիայի հարթության մեջ փնջի ξ_s/L_s տարամիտությունը փոխարինվում է $b\xi_s/L_s$–ով: Այսպիսով, եթե $b<1$, ապա դիֆրակտված փնջի մեներանգությունը և դիֆրակցիայի հարթության մեջ կոլիմացվա-ծությունն ավելի են լավանում:

Այժմ դիտարկենք դինամիկական դիֆրակցիայի Տակագիի գծային ժամանակային հավասարումները՝ հաշվի առնելով ընկնող իմպուլսի դաշտի լարվածու-թյան տարամիտությունը նաև դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ:

Տակագիի ժամանակային գծային դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարում-ներում [130,131] ավելացնելով լայնույթների՝ ըստ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղա-հայաց ուղղության երկրորդ կարգի ածանցյալները, կստանանք.

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \tilde{E}_0}{\partial y^2} + 2ik_m \frac{\partial \tilde{E}_0}{\partial s_0} + 2ik_m \frac{\partial \tilde{E}_0}{\partial T} + k_m^2 \chi_0 \tilde{E}_0 + k_m^2 C \chi_{\bar{h}} \tilde{E}_h = 0, \\
&\frac{\partial^2 \tilde{E}_h}{\partial y^2} + 2ik_m \frac{\partial \tilde{E}_h}{\partial s_h} + 2ik_m \frac{\partial \tilde{E}_h}{\partial T} + k_m^2 \chi_0 \tilde{E}_h + k_m^2 C \chi_h \tilde{E}_0 = 0,
\end{aligned}
\tag{1.31}
$$

որտեղ $\tilde{E}_0$-ն և $\tilde{E}_h$-ն անցած և դիֆրակտված ալիքների՝ ժամանակից կախված լայնույթ-ներն են, $T = ct$, c-ն լույսի արագությունն է վակուումում, t-ն՝ ժամանակը, $k_m = 2\pi/\lambda_m$: Կարելի է պնդել, որ (1.17) լուծումը դիֆրակտված դաշտի (1.31) հավասարման լուծման հաճախային ֆուրիե-պատկերն է: Ավելի ստույգ, (1.31)-ի լուծման և մեներանգ բաղա-դրիչի լայնույթի միջև կահետևյալ կապը՝

$$
\tilde{E}_h(\mathbf{r}, t; \xi_s, y_s) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_h(\mathbf{r}; \Delta\omega, \xi_s, y_s) \exp\left[i\left((\mathbf{K}_h - \mathbf{K}_{hm})\mathbf{r} - t\Delta\omega \right) \right] d\Delta\omega ,
\tag{1.32}
$$

որը հետևում է ռենտգենյան իմպուլսի էլեկտրական դաշտի լարվածության մեջ առավելագույն ուժգնությանը համապատասխանող ω_m միջին հաճախության և միջին $\mathbf{K}_{hm}$ ալիքային վեկտորն առանձնացնելուց: Դրան համապատասխան, $\Delta\omega = \omega - \omega_m$, $\mathbf{K}_{hm}$-ն ω_m հաճախությանը համապատասխանող և Բրեգի ճշգրիտ պայմանին բավարարող ալիքային վեկտորն է, իսկ $\mathbf{K}_h$-ը՝ ω հաճախությանը համապատասխանող և Բրեգի ճշգրիտ պայմանին բավարարող դիֆրակտված դաշտի ալիքային վեկտորը: Եթե E_h-ը տրվի (1.8) կամ (1.16) բանաձևով, ապա ընկնող կամայական ռենտգենյան իմպուլսի համար կարելի է գրել ավելի ընդհանուր արտահայտություն, քան (1.32)-ը՝

$$
\tilde{E}_h(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} E_h(\mathbf{r}, \Delta\omega) \exp\left[i\left(k \frac{\chi_0 Z}{2\cos\theta} + (\mathbf{K}_h - \mathbf{K}_{hm})\mathbf{r} - t\Delta\omega \right) \right] d\Delta\omega :
\tag{1.33}
$$

§1.3. ***Տեղայնորեն հարթ, երկչափ պարամիտությամբ փնջի լաուե-դիֆրակցիա***

Դինամիկական դիֆրակտված ռենտգենյան հարթ ալիքի ուժգնությունը բյուրեղի ելքի մակերևույթին կախված է ընկնող ալիքի՝ Բրեգի պայմանից շեղման պարամետ-րից: Այդ կախումն անվանում են ճոճման կոր [8,9]: Ինչպես ցույց է տրված [146]–ում, ճոճման կորը հեռու գտնվող կետային աղբյուրից առաքած ալիքի դիֆրակցիայի հետևանքով բյուրեղի ելքի մակերևույթին ուժգնության բաշխումն է ըստ կոորդինատի: Նշված աշխատանքում, ինչպես ընդունված է ստանդարտ դինամիկական տեսությու-նում, ընկնող ալիքը համարվում է գլանային: Այս պարագրաֆում Լաուեի համաչափ երկրաչափության դեպքում քննարկվում է ճոճման կորի ստացումը, օգտագործելով տեղայնորեն հարթ ալիքի գաղափարը, երբ հաշվի է առնվում ընկնող ալիքի ճակատի երկչափկորությունը:

§1.3.1. ***Ճոճման կորն ընկնող ալիքի ճակատի երկչափկորության հաշվառմամբ***

Օգտվենք (1.17) բանաձևից Լաուեի համաչափ երկրաչափության դեպքում, երբ $\alpha=0$, $\gamma_0=\gamma_h$: Անցումը տեղայնորեն հարթ ալիքի կատարվում է (1.19)-ում ըստ x'-ի քառակուսային անդամի անտեսմամբ: Այս մոտավորությունը հիմնավորված է, եթե [146]

$$T \ll \frac{(\lambda L_s)^{1/2}}{\sin\theta}: \tag{1.34}$$

Ենթադրվում է, որ §1.2.2-ում ստացված ժամանակային և տարածական կոհերենտության պահանջները բավարարված են: (1.19)-ում քառակուսային անդամն անտեսելուց հետո (1.17) լայնույթը համեմատական կլինի կետային աղբյուրի ֆունկ-ցիայի ֆուրիե-պատկերին, իսկ դրա մոդուլի քառակուսին, մի կողմից, դիֆրակտված դաշտի ուժգնությունն է բյուրեղի ելքի մակերևույթին, իսկ մյուս կողմից՝ $R(\Delta\theta)=R(\Delta\theta_1+\Delta\theta_2)$ ճոճման կորը, որը կախված է Բրեգի ճշգրիտ անկյունից դիֆրակցիայի հարթության մեջ $\Delta\theta_1=x\cos\theta/L_s$ և դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությունով $\Delta\theta_2=-\mathrm{tg}\theta\, y^2/2L_s^2$ շեղման անկյունների գումարից՝

$$\Delta\theta=\Delta\theta_1+\Delta\theta_2=\frac{x\cos\theta}{L_s}-\mathrm{tg}\theta\,\frac{y^2}{2L_s^2}: \tag{1.35}$$

Օգտագործելով աղյուսակային ինտեգրալ՝ տեղայնորեն հարթ ալիքի մոտավորությամբ (1.17)-ից կստանանք՝

$$E'_h(\mathbf{r})=i\chi_h\exp\left[i\Phi_0(\mathbf{r})\right]\frac{\sin\left(\dfrac{kT\Gamma}{2\cos\theta}\right)}{\Gamma}, \tag{1.36}$$

որտեղ

$$\Gamma=(\chi_h\chi_{\bar h}+\Delta\theta^2\sin^2 2\theta)^{1/2}, \tag{1.37}$$

ընդ որում ընկնող ալիքի լայնույթը նորմավորված է մեկի:

Որպես օրինակ դիտարկենք Si(220) անդրադարձումը, $\lambda=0{,}71\,\mathring{A}$

(17,46 կէՎ), էքստինկցիոն երկարությունը՝ Λ=36,6մկմ, T=1,5Λ≈55մկմ, L_S=2մ, σ-բևեռացում: Բևեռացվելիության ֆուրիե-բաղադրիչների արժեքներն ինչպես այս, այնպես էլ ատենա-խոսության հետագա օրինակներում տրված են աղյուսակ 1,2-ում: Տեղային հարթ ալիքի մոտավորության կիրառման (1.34) գնահատականն այս օրինակում՝ T_{max}=65մկմ: Եթե (1.36)-ում անտեսենք կախումն y-ից, կստանանք ստանդարտ դինամիկական տեսության արդյունքը գլանային ալիքի համար:

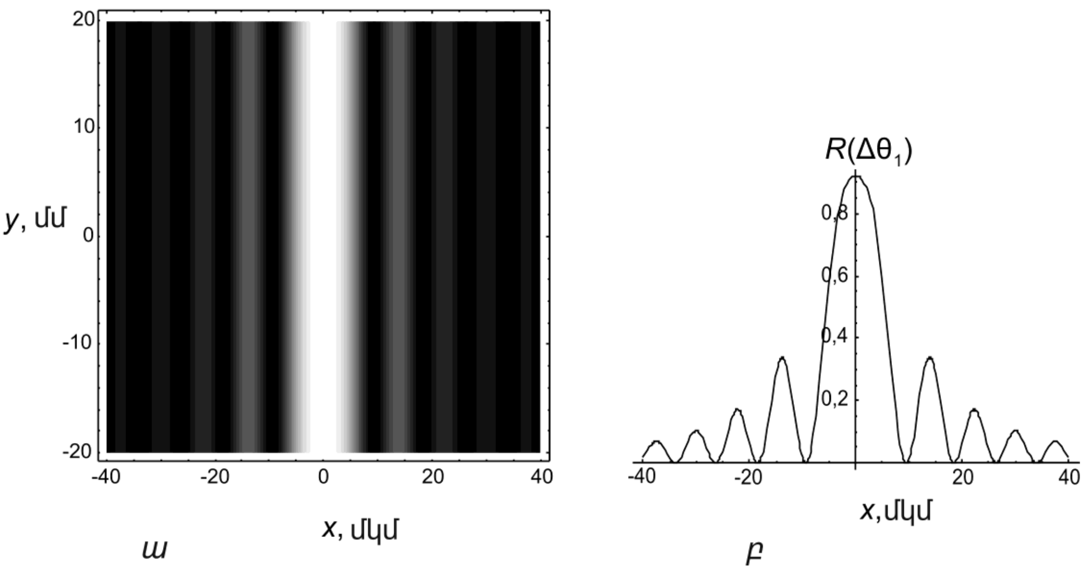
Աղյուսակ 1. Si բյուրեղի (hkl) անդրադարձումների ատենախոսությունում օգտագործված բևեռացվելիությունների իրական մասի ֆուրիե-գործակիցների արժեքները՝ $\left|\chi_{hr}\right| \cdot 10^6$ [8]:

hkl / λ(Å)	000	111	220	444
0,71	3,162	1,698	1,901	
1,54	15,07			4,575

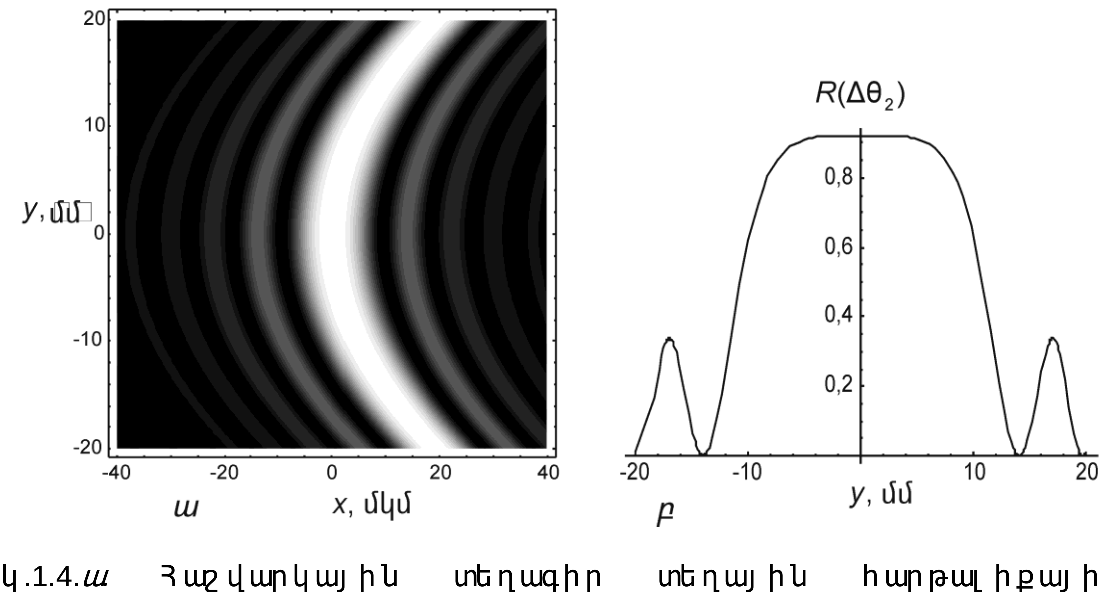
Աղյուսակ 2. Si բյուրեղի (hkl) անդրադարձումների ատենախոսությունում օգտագործված բևեռացվելիությունների կեղծ մասի ֆուրիե-գործակիցների արժեքները՝ $\chi_{hi} \cdot 10^7$ [8]:

hkl / λ(Å)	000	111	220	444
0,71(17,46կէվ)	0,165	0,115	0,159	
1,54(8,1կէվ)	3,523			2,812

Ըստ (1.36)-ի մոդուլի քառակուսու հաշվարկը հանգեցնում է ստանդարտ տեսության տեղագրին [146], որը տրված է Նկ.1.3.*ա*-ում (ավելի բաց տեղամասը համապատասխանում է ավելի մեծ ուժգնության): Նկ.1.3.*բ*-ում տրված է համապա-տասխան ուժգնության բաշխումը տեղագրի վրա, այսինքն՝ ճոճման կորն ըստ ստան-դարտ դինամիկական տեսության (տես նաև [146]): Եթե (1.35)-ում թողնենք ըստ y-ի կախումը, այսինքն՝ հաշվի առնենք ընկնող ալիքի ալիքային ճակատի երկչափ կորու-թյունը, ապա կստանանք Նկ.1.4.*ա*-ում ներկայացված տեղագիրը, որի վրա ուժգնու-թյան բաշխումը ճոճման կորն է՝ կախված տրված Բրեգի ճշգրիտ ուղղությունից երկու անկյունային շեղումներից: Նկ.1.4.*բ*-ում տրված է նկ.1.4.*ա*-ին համապատասխանող կորը x =0 գծի վրա: Նկ.1.4.*ա*-ի տեղագիրը հեշտ է հասկանալ, եթե հաշվի առնենք, որ (1.36) և (1.37) բանաձևերի համաձայն հաստատուն ուժգնության գծերը պարաբոլներ են՝ $x\cos\theta - y^2\,\mathrm{tg}\theta\,/2L_s = \mathrm{const}$:



Նկ.1.3.*ա*. Հաշվարկային տեղագիր տեղային հարթալիքային մոտավորությամբ. *բ*. Ճոճման կորը տեղային հարթալիքային մոտավորությամբ ուժգնության բաշխումն է տեղագրի վրա (ստանդարտ դինամիկական տեսություն):



Նկ.1.4.*ա* Հաշվարկային տեղագիր տեղային հարթալիքային մոտավորությամբ և ընկնող ալիքի ճակատի երկչափ կորության հաշվառմամբ. *բ*. ճոճման կորն x=0 գծի վրա:

§1.4. *Բրեգյան երկրաչափությամբ դիֆրակցիայի տեսությունը լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալների հաշվառմամբ*

Ստորև դաշտի լայնույթի (1.7) ներկայացումը կօգտագործենք հարթ մակերևույ-թով կատարյալ բյուրեղում բրեգյան երկրաչափության դեպքում դինամիկական դիֆ-րակցիայի նկարագրության և տարածական ու ժամանակային կոհերենտության գնա-հատումների համար՝ հաշվի առնելով ընկնող ալիքի ալիքային ճակատի երկչափ կորու-թյունը և «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունը:

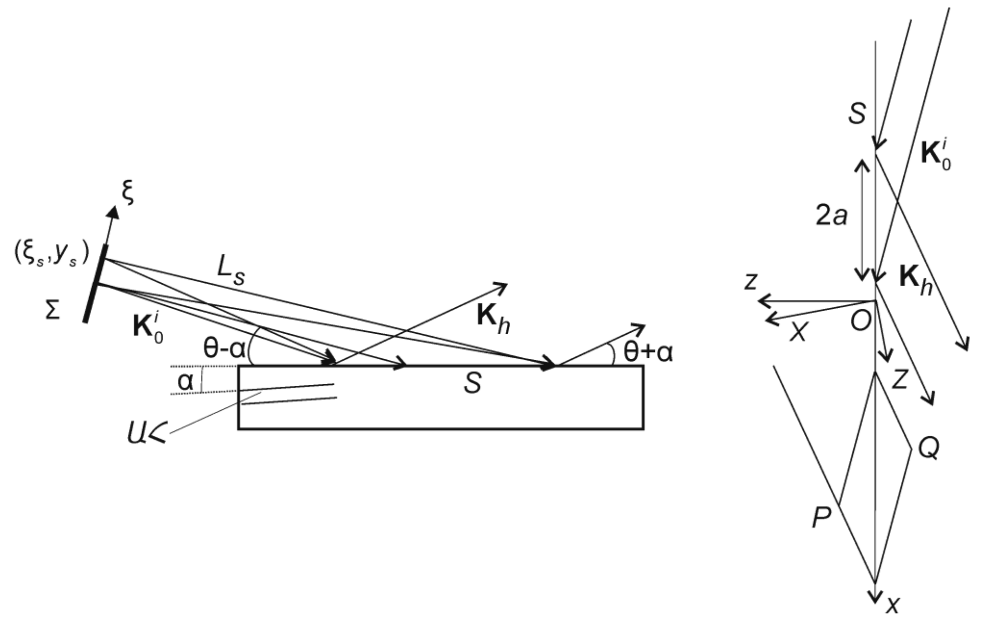
§1.4.1. *Հիմնական բանաձևեր*

Դիտարկենք անհամաչափ բրեգյան երկրաչափությամբ դինամիկական դիֆրակ-ցիա հարթ մակերևույթով կատարյալ բյուրեղում: Անդրադարձնող հարթությունները բյուրեղի մուտքի մակերևույթի հետ կազմում են α անկյուն: Ներմուծենք երկու կոորդի-նատային համակարգեր: Դրանցից մեկը՝ $OXyZ$-ը, կապենք անդրադարձնող հարթու-թյունների, իսկ մյուսը՝ $Oxyz$-ը՝ բյուրեղի մակերևույթի հետ (նկ.1.5.*ա,բ*), ընդ որում, OZ-ն ուղղված է անդրադարձնող հարթությունների երկայնքով և անցած ու անդրադարձած ալիքների տարածման ուղղությունների միջև է, իսկ OX-ը հակազուգահեռ է դիֆրակցի-այի վեկտորին, OY առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը $OXyZ$ աջ համակարգի կանոնով: (X,Z) և (x,z) կոորդինատները կապված են պտույտի ձևափոխու-թյամբ՝

$$X = x\sin\alpha + z\cos\alpha,\qquad Z = x\cos\alpha - z\sin\alpha: \tag{1.38}$$

Անցած և անդրադարձած ալիքների լայնույթների համար կօգտվենք (1.8) ներկայացու-մից: Գրինի ուշացող ֆունկցիան տրվում է (1.9)-ով: Գրինի ֆունկցիայի արտահայտու-թյան մեջ Հեվիսայդի ֆունկցիայի առկայության հետևանքով ինտեգրումը փաստորեն կատարվում է մուտքի S մակերևույթի այն տեղամասով, որն ընկած է այդ մակերևույթի և (X,Z) կետով անցնող $Z\,\mathrm{tg}\theta - X = Z'\,\mathrm{tg}\theta - X'$ և $Z\,\mathrm{tg}\theta + X = Z'\,\mathrm{tg}\theta + X'$ բնութագրիչների երկու հատումների միջև (նկ.1.5.*բ*): (1.8)-ի վերջին երկու ինտեգրալներում հետագա շարադրանքի համար հարմար է անցնում կատարել Os_hys_0 կոորդինատային համակար-գին: Դրա համար նկատենք, որ այդ ինտեգրալներն ստացվել են ըստ $dX'dy'dZ'$ ծավալի տարրի ինտեգրման և Գաուսի բանաձևի կիրառմամբ: Ծավալի այդ տարրը կանցնի ծավալի $\sin 2\theta ds'_0 ds'_h dy'$ տարրին: Վերջին երկու ինտեգրալներում կիրառելով Գաուսի բանաձևը նոր փոփոխականներով, (1.8)-ի փոխարեն կստանանք՝

$$E_{0,h}(\mathbf{r}) = 4ik\cos\theta\int_S G\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial y'^2}dS_Z - 4k^2\sin 2\theta\left(\int_S G\frac{\partial E_{0,h}}{\partial s'_0}ds'_0 dy' + \int_S E_{0,h}\frac{\partial G}{\partial s'_h}ds'_h dy'\right): \quad (1.39)$$



ա *բ*

Նկ.1.5.*ա* Դիֆրակցիայի ընդհանուր սխեման: Ցույց են տրված. Σ՝ ռենտգենյան աղբյուր, ξ առանցքը, աղբյուրի (ξ_s,y_s) կետի կոորդինատները, $\mathbf{K}_0^i$՝ ընկնող ալիքի միջին ալիքային վեկտորը, L_s՝ «աղբյուր-բյուրեղ» միջին հեռավորությունը. աղբյուրի (0,y_s) և (ξ_s,y_s) կետերից դուրս եկող ճառագայթները, *S*՝ բյուրեղի մակերևույթ, *ԱՀ*՝ անդրադարձնող հարթությունները. համապատասխան անկյունները, $\mathbf{K}_h$՝ դիֆրակտ-ված ալիքի ալիքային վեկտորը. *բ*. *Ox*,*Oz* և *OX*,*OZ* կոորդինատային առանցքները (*Oy* առանցքն ուղղահայաց է նկարի հարթությանը), 2*a*՝ փնջի լայնություն, *P*՝բյուրե-ղի ներսի դիտման կետ. ցույց են տրված *P* կետով անցնող բնութագրիչները, բյու-րեղից դուրս *Q* օժանդակ կետը:

Բրեգի դեպքում հարմար է ընտրել այնպիսի Գրինի ֆունկցիա, որը կամայական **r**(*X*,*y*,*Z*) կետի դեպքում մակերևույթի **r′** (*X′*,*y′*,*Z′*) կետերի համար զրո է [34]: Դրա համար անհրաժեշտ է (1.9) Գրինի ֆունկցիային գումարել (1.3) Գրինի ֆունկցիայի համասեռ հավասարման լուծում (այդպիսի գումարը նույնպես պահանջվող խնդրի Գրինի ֆունկ-ցիա է), այնպես, որ ստացված Գրինի ֆունկցիան մակերևույթի վրա հավասարվի զրո-յի:

Բյուրեղից դուրս վերցնենք որևէ *Q* կետ (նկ.1.5բ): Այդ դեպքում $G_1 = G(\mathbf{r}_Q - \mathbf{r}')$-ը կլինի Գրինի ֆունկցիայի հավասարմանը համապատասխանող (1.3) համասեռ հավասարման լուծում: Հետևելով [34]-ին՝ Q կետի կոորդինատներն ընտրենք հետևյալ պայմաններից.

$$s_{0Q} = \frac{\gamma_h}{\gamma_0} s_h, \; s_{hQ} = \frac{\gamma_0}{\gamma_h} s_0, \; y_Q = y, \tag{1.40}$$

որտեղ s_0-ն, s_h-ը և y-ը դիտման կետի կոորդինատներն են, $\gamma_0 = \sin(\theta - \alpha)$, $\gamma_h = \sin(\theta + \alpha)$: Եթե որպես Գրինի ֆունկցիա ընտրենք $\tilde{G} = G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - G_1(\mathbf{r}_Q - \mathbf{r}')$ արտահայտությունը, ապա $\tilde{G} = 0$, երբ **r**'-ը և **r**-ը պատկանում են բյուրեղի մակերևույթին: Կառուցենք այնպիսի Գրինի ֆունկցիա, որը հավասարվի զրոյի նաև ծավալին պատկանող **r**-երի համար (այդ թվում՝ նաև մակերևույթին), երբ **r**'-ը պատկանում է մակերևույթին: Գրինի ֆունկցիայի հավասարման ֆուրիե-ձևափոխության միջոցով կարելի է ապացուցել, որ այդպիսի հատկությամբ օժտված է $\tilde{G}$ Գրինի ֆունկցիան, որը տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ.

$$\begin{aligned} \tilde{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = {} & \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)}{8\pi k^2 \sin 2\theta} \sqrt{\frac{2\pi k \cos\theta}{Z - Z'}} \exp\left[ik \frac{(y - y')^2 \cos\theta}{2(Z - Z')}\right] \times \\ & \times \{J_0(\sigma\sqrt{(Z - Z')^2 tg^2\theta - (X - X')^2})H(Z - Z')H[(Z - Z')tg\theta - |X - X'|] - \\ & - J_0(\sigma\sqrt{(Z_Q - Z')^2 tg^2\theta - (X_Q - X')^2})H(Z_Q - Z')H[(Z_Q - Z')tg\theta - |X_Q - X'|]\}, \end{aligned} \tag{1.41}$$

որտեղ X_Q-ն, Z_Q-ն Q կետի կոորդինատներն են, որոնք որոշվում են (1.40)-ից: Եթե օգտվենք Գրինի ֆունկցիայի (1.41) բանաձևից և նկատի ունենանք, որ մակերևույթին այն զրո է, ապա լայնույթների համար (1.39)-ի փոխարեն կունենանք.

$$E_{0,h}(\mathbf{r}) = -4k^2 \sin 2\theta \int_S E_{0,h} \frac{\partial \tilde{G}}{\partial s'_h} ds'_h \, dy' : \tag{1.42}$$

Վերջին բանաձևը կարելի է բերել ավելի հարմար տեսքի, եթե հաշվի առնենք, որ մակերևույթին Գրինի ֆունկցիան հավասարվում է զրոյի, քանի որ մակերևույթին զրոյի է հավասարվում

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Big\{ & J_0(\sigma\sqrt{(Z - Z')^2 \operatorname{tg}^2\theta - (X - X')^2})H(Z - Z')H[(Z - Z')\operatorname{tg}\theta - |X - X'|] - \\ & - J_0(\sigma\sqrt{(Z_Q - Z')^2 \operatorname{tg}^2\theta - (X_Q - X')^2})H(Z_Q - Z')H[(Z_Q - Z')tg\theta - |X_Q - X'|]\Big\} \end{aligned} \tag{1.43}$$

ֆունկցիան: Կատարելով

$$U(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)}{8\pi k^2\sin 2\theta}\sqrt{\frac{2\pi k\cos\theta}{Z-Z'}}\exp\left[ik\frac{(y-y')^2\cos\theta}{2(Z-Z')}\right] \tag{1.44}$$

նշանակումը, (1.42)-ից կստանանք.

$$E_{0,h}(\mathbf{r})=-4k^2\sin 2\theta\int_S E_{0,h}U\frac{\partial\tilde{\tilde{G}}}{\partial s'_h}ds'_h\,dy'\text{:} \tag{1.45}$$

(1.45) բանաձևը տարբերվում է ստանդարտ տեսության համապատասխան բանաձևից [34] նրանով, որ ինտեգրալի տակ մտնում է U ֆունկցիան, և ինտեգրումը կատարվում է ոչ միայն ըստ s'_h-ի, այլ նաև ըստ y'-ի: Եթե ըստ y'-ի ինտեգրումը կատարենք ստացիոնար փուլի եղանակով, որպես ստացիոնար կետ վերցնելով $y'_{st}=y$ (U ֆունկցիայի ստացիոնար կետը), ապա (1.44)-ից հետևում է ստանդարտ տեսության արտահայտությունը [34]:

Որոշենք անցած ալիքի լայնույթը: Տեղադրելով (1.43)-ը (1.44)-ի մեջ՝ անցած ալիքի լայնույթի համար ստանում ենք.

$$\begin{aligned}E_0(\mathbf{r})&=4k^2\sin 2\theta\int_{-\infty}^{+\infty}E_0\left(\frac{s_h}{b},y',s_h\right)U\left(s_0,y,s_h;\frac{s_h}{b},y',s_h\right)dy'-\\&-4k^2\sin\theta(\gamma_0 s_0-\gamma_h s_h)\sigma\int_S E_0U\frac{J_1(2\sin\theta\sigma\Omega)}{\Omega}H(s_0-s'_0)H(s_h-s'_h)dx'dy',\end{aligned} \tag{1.46}$$

որտեղ J_1-ը Բեսելի առաջին սեռի առաջին կարգի ֆունկցիան է, $\Omega=(s_0-\gamma_h x'/\sin2\theta)^{1/2}(s_h-\gamma_0 x'/\sin2\theta)^{1/2}$: (1.46)–ում հաշվի է առնվել, որ մակերևույթի կետերի համար $ds'_0=\gamma_h dx'/\sin2\theta$ և $ds'_h=\gamma_0 dx'/\sin2\theta$: Դիֆրակտված ալիքի լայնույթը գտնելու համար, ինչպես և ստանդարտ տեսությունում [34], օգտվենք երկրորդ կարգի ածանցյալները հաշվի առնող դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումների (1.1) համակարգից և դրանցից առաջինից դիֆրակտված դաշտի լայնույթն արտահայտենք անցած ալիքի լայնույթով: Այնուհետև, օգտվելով անցած ալիքի լայնույթի (1.46) արտա-հայտությունից և կատարելով համապատասխան հաշվարկներ, դիֆրակտված դաշտի լայնույթի համար ստանում ենք.

$$\begin{aligned}E_h(\mathbf{r})&=4ik^2\sqrt{\frac{\chi_h}{\chi_{\bar{h}}}}\int_S E_0U\left(\gamma_h\frac{J_1(2\sin\theta\sigma\Omega)}{\Omega}\frac{s_h\sin2\theta-\gamma_0x'}{s_0\sin2\theta-\gamma_hx'}+\sigma\sin\theta\times\right.\\&\left.\times\left(\gamma_0-\gamma_h\frac{s_h\sin2\theta-\gamma_0x'}{s_0\sin2\theta-\gamma_hx'}\right)J_0(2\sin\theta\sigma\Omega)\right)H(s_0\sin2\theta-\gamma_hx')H(s_h\sin2\theta-\gamma_0x')dx'dy'\text{:}\end{aligned} \tag{1.47}$$

Օգտվելով (1.47)-ից՝ դժվար չէ որոշել դիֆրակտված դաշտի լայնույթը բյուրեղի մուտքի մակերևույթին (z=0).

$$E_h(\mathbf{r}) = 4ik^2\sqrt{\frac{\chi_h}{\chi_{\bar h}}}\sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_h}}\sin 2\theta\int_S E_0 U\frac{J_1(\tilde\sigma(x-x'))}{x-x'}H(x-x')dx'dy', \tag{1.48}$$

որտեղ $\tilde\sigma = \sigma\sqrt{\gamma_0\gamma_h}\,/\cos\theta$:

§1.4.2. Վերջավոր չափերով քվազիմեներանգ աղբյուր

Կհամարենք, որ վերջավոր չափերով աղբյուրն առաքում է ռենտգենյան քվազի-մեներանգ ճառագայթում, որի ուժգնության առավելագույն արժեքին համապատաս-խանում է λ_m ալիքի երկարություն: Ենթադրենք՝ դիֆրակցիայի հարթության մեջ աղբյու-րի կամայական կետի կոորդինատներն են (ξ_s, y_s) (նկ.1.5.*ա*): Ամեն մի այդպիսի կետ առաքում է գնդային ալիք: Կհամարենք, որ աղբյուրի կենտրոնական (0,0) կետի հեռա-վորությունը բյուրեղից L_s է, ընդ որում, (0,0) կետից դուրս եկող և աղբյուրին ուղղահա-յաց $\mathbf{K}_0^i$ ալիքային վեկտորը կհամարենք ընկնող ալիքի կրող ալիքային վեկտոր: Տարբեր երկարությամբ ալիքների համար կրող ալիքային վեկտորների երկարությունները տար-բեր են՝ $\left|\mathbf{K}_0^i\right| = k = 2\pi/\lambda$, բայց դրանք բոլոր ալիքների համար ունեն նույն ուղղությու-նը: Աղբյուրի (ξ_s,y_s) կոորդինատներով կետի առաքած ալիքը տրվում է (1.12) բանաձևով, իսկ Φ^i փուլը՝

$$\Phi^i = k\frac{\left[(x'\gamma_0-\xi_s)^2+(y'-y_s)^2\right]}{2L_s} - k\frac{x'\cos(\theta-\alpha)}{2}\frac{(y'-y_s)^2}{L_s^2} - k\frac{(y'-y_s)^4}{8L_s^3}: \tag{1.49}$$

Բյուրեղում անցած և դիֆրակտված ալիքների կրող ալիքների ալիքային վեկտորներն ըստ ընտրության բավարարում են Բրեգի ճշգրիտ պայմանին, ուստի հաշվի առնելով (1.12)-ը, ինչպես նաև բեկումը, մուտքի մակերևույթի վրա անընդհատության պայմանից կստանանք անցած ալիքի լայնույթը բյուրեղի մուտքի մակերևույթին՝

$$E_0 = \frac{E_0^i}{L_s}\exp\left[i\left(\Phi^i - k\Delta\theta\gamma_0 x' - k\frac{\chi_0 x'\gamma_h(1+b)}{2\sin 2\theta}\right)\right], \tag{1.50}$$

որտեղ $\Delta\theta(\lambda) = \theta^i - \theta(\lambda)$ շեղումն է Բրեգի ճշգրիտ անկյունից տվյալ ալիքի երկարության համար և տրվում է (1.15)-ով, իսկ θ^i-ն՝

$\mathbf{\kappa}_0^i$ ալիքային վեկտորի սահքի անկյունն անդրա-դարձնող հարթությունների նկատմամբ: Ըստ y'-ի (1.48)-ում ինտեգրելիս հաշվի առ-նենք, որ, (1.44)-ի համաձայն՝ U ֆունկցիան պարունակում է արագ փոփոխվող էքսպո-նենտ, որի ստացիոնար կետն է $y'_{st} = y$: Վերլուծելով փուլի մյուս անդամները ստացիո-նար կետի շուրջը՝ ներառյալ գծային անդամներն ըստ $y'-y_{st}$-ի, և ըստ y'-ի կատարելով ինտեգրում անվերջ սահմաններով, (1.48)-ից բյուրեղի ելքի մակերևույթին դիֆրակտ-ված դաշտի լայնույթի համար հանգում ենք հետևյալ արտահայտությանը՝

$$E'_h(\mathbf{r};\xi_s,y_s,\Delta\lambda) = A\exp\left[i\Phi_0(\mathbf{r};\xi_s y_s,\Delta\lambda)\right]\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{J_1(\tilde{\sigma}x')}{x'}\exp\left[i\Phi(x',y;\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right]H(x')dx', \quad (1.51)$$

ընդ որում

$$E'_h(\mathbf{r};\xi_s,y_s,\Delta\lambda) = E_h(\mathbf{r};\xi_s,{}_s,\Delta\lambda)\exp\left[ik\frac{\chi_0 Z}{2\cos\theta}\right], \quad (1.51a)$$

$$A = i\frac{E_0^i}{L_s}\sqrt{\frac{\chi_h}{\chi_{\bar{h}}}}\sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_h}}, \quad (1.51b)$$

$$\Phi_0 = k\left(\frac{(y-y_s)^2}{2L_s} - \frac{(y-y_s)^4}{8L_s^3} - \frac{x\cos(\theta-\alpha)(y-y_s)^2}{2L_s^2} - \Delta\theta\gamma_0 x + \frac{(x\gamma_0-\xi_s)^2}{2L_s}\right), \quad (1.52)$$

$$\Phi = k\left\{\frac{x'^2\gamma_0^2}{2L_s} + \frac{\chi_0 x'\gamma_h(1+b)}{2\sin 2\theta} + \Delta\theta\gamma_0 x' - \frac{(y-y_s)^2}{2L_s^2}x'\gamma_0\operatorname{tg}\theta - x'\gamma_0\frac{x\gamma_0-\xi_s}{L_s}\right\}: \quad (1.53)$$

Ինչպես երևում է (1.51) բանաձևից, ստանդարտ տեսության [34] համեմատ Φ-ի (1.53) արտահայտության մեջ առկա է էապես նոր կախում y կոորդինատից, որն, ինչպես և սպասվում էր, քառակուսային է, և որի հետևանքով առաջանում են լայնույթի և փնջի տարածական կոհերենտության կախումներն y կոորդինատից:

Քննարկենք տարածական և ժամանակային կոհերենտության պահանջները՝ հաշվի առնելով լայնույթների կախումները նաև y կոորդինատից:

Սևեռենք ալիքի երկարությունը և դիտարկենք աղբյուրի որևէ կետի առաքած և դիֆրակտված ալիքի ուժգնությունը: Կհամարենք, որ աղբյուրի չափերն ըստ ξ-ի փոփո-խվում են $(-a_h,a_h)$ սահմաններում, իսկ ըստ y-ի՝ $(-a_y,a_y)$ սահմաններում: (1.51)-ի մոդուլի քառակուսին ըստ աղբյուրի կոորդինատների ինտեգրելուց հետո կստանանք հետևյալ տեսքի փոխադարձ ուժգնության ֆունկցիա՝

$$I_h(x',x'') = \int_{-a_h}^{a_h}\int_{-a_y}^{a_y} \left|E_0^i(\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right|^2 \exp\left[i\frac{k\gamma_0}{L_s}(x''-x')\left(-\xi_s+\operatorname{tg}\theta\frac{(y-y_s)^2}{2L_s}\right)\right]d\xi_s dy_s: \quad (1.54)$$

(1.54) արտահայտությունից գնահատենք աղբյուրի այն չափերը, որոնք չեն ազդում դիֆրակտային պատկերի ուժգնության բաշխման վրա: Ինչպես և Լաուեի դեպ-քում, $\exp\left[ik\gamma_0(x''-x')\operatorname{tg}\theta y_s^2/2L_s^2\right]$ անդամը կարելի է համարել դանդաղ փոփոխվող փուլում ըստ y_s-ի գծային անդամ պարունակող բազմապատկիչի համեմատությամբ, ուստի փուլում թողնելով միայն ըստ y_s-ի գծային անդամ պարունակող բազմապատկի-չը, փոխադարձ ուժգնության ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$I_{hs}(x',x'') = \int_{-a_h}^{a_h}\int_{-a_y}^{a_y} \left|E_0^i(\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right|^2 \exp\left[-i\frac{k\gamma_0}{L_s}(x''-x')\left(\xi_s+\operatorname{tg}\theta\frac{yy_s}{L_s}\right)\right]d\xi_s dy_s: \quad (1.55)$$

$x_{\max} = \max(x''-x')$-ի առավելագույն արժեքով որոշվում է աղբյուրի չափերի ազդեցությունը դիֆրակտային պատկերի ուժգնության բաշխման վրա: Ընկնող փնջի չափը մուտքի մակերևույթին նշանակենք $2a$-ով (նկ.1.5.բ), իսկ դիտման կետի առավե-լագույն արժեքն ըստ y-ի՝ $|y|_{\max}$-ով: (1.55)-ի համաձայն՝ աղբյուրի չափերը չեն ազդի դիֆրակտային պատկերի ուժգնության բաշխման վրա, եթե

$$\frac{k\gamma_0}{L_s}x_{\max}a_h < \pi,\quad k\gamma_0 x_{\max}\operatorname{tg}\theta\frac{|y|_{\max}a_y}{L_s^2} < \pi, \quad (1.56)$$

որոնք ալիքի երկարությունների լեզվով համարժեք է

$$2a_h\gamma_0 x_{\max} < \lambda L_s,\quad 2a_y\gamma_0\operatorname{tg}\theta\, x_{\max}|y|_{\max} < \lambda L_s^2 \quad (1.57)$$

պայմաններին: Այստեղից հետևում է, որ

$$x_{\max} < \min\left(\frac{\lambda L_s}{2a_h\gamma_0},\frac{\lambda L_s^2}{2a_y\gamma_0\operatorname{tg}\theta|y|_{\max}}\right): \quad (1.58)$$

Եթե փունջը նեղ է, այսինքն՝ $2a \le 3,8/\tilde{\sigma}_r$, որտեղ $\tilde{\sigma}_r = \operatorname{Re}\tilde{\sigma}$, իսկ 3,8-ը $J_1(\tilde{\sigma}_r x')$-ի առաջին զրոն է, ապա $x_{\max} = 2a$: Այս դեպքում (1.58)–ից հետևում է, որ

$$2a < \min\left(\frac{\lambda L_s}{2a_h\gamma_0},\frac{\lambda L_s^2}{2a_y\gamma_0\operatorname{tg}\theta|y|_{\max}}\right): \quad (1.59)$$

Կատոյի դեպքին համապատասխանող պայմաններում բյուրեղի մակերևույթին մոտ տեղադրվում է նեղ ճեղք, որն ունի այնպիսի լայնություն, որ փնջի կտրվածքով տեղի ու-նի (1.60) պայմանը, և դիտվում են Բրեգի դեպքի ճոճանակային շերտերը [35]:

Լայն ճեղքի դեպքում $2a > 3{,}8/\tilde{\sigma}_r$ և, հետևաբար, $x_{\max} = 3{,}8/\tilde{\sigma}_r$, քանի որ $J_1(\tilde{\sigma}x')/x'$ ֆունկցիան ինտեգրման ժամանակ կտրող ֆունկցիայի դեր է խաղում, և ինտեգրման արդյունարար տիրույթի չափերը որոշվում են $J_1(\tilde{\sigma}_r x')$ ֆունկցիայի առաջին զրոյով: Այս դեպքում (1.59)-ից հետևում է, որ

$$\frac{3{,}8}{\tilde{\sigma}_r} < \min\left(\frac{\lambda L_s}{2a_h\gamma_0}, \frac{\lambda L_s^2}{2a_y\gamma_0 tg\theta\left|y\right|_{\max}}\right): \tag{1.60}$$

Աղբյուրը բյուրեղին մոտեցնելիս (1.51)-ում կարևոր են դառնում $\exp\left[i\Phi(x,x',y;\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right]$ ֆունկցիայի տատանումները, և արդյունարար չափերը որոշվում են այդ ֆունկցիայի ստացիոնար կետի շուրջն առաջին Ֆրենելյան գոտու չափերով: Այս դեպքում $x_{\max} = 2(\lambda L_s)^{1/2}/\gamma_0$, ուստի (1.58)-ից հետևում է

$$\frac{2\sqrt{\lambda L_s}}{\gamma_0} < \min\left(\frac{\lambda L_s}{2a_h\gamma_0}, \frac{\lambda L_s^2}{2a_y\gamma_0 \operatorname{tg}\theta\left|y\right|_{\max}}\right) \tag{1.61}$$

պայմանը:

Այժմ քննարկենք ընկնող ճառագայթման ոչ մեներանգության ազդեցությունը դիֆրակտային պատկերի ուժգնության բաշխման վրա: Ըստ ալիքի երկարությունների դիֆրակտված փնջի ուժգնության ինտեգրումը հանգեցնում է հետևյալ փոխադարձ ուժ-գնության ֆունկցիային.

$$I_h(x',x'') = \int_{-\Delta\lambda_1}^{\Delta\lambda_1}\left|E_0^i(\xi_s,y_s,\Delta\lambda)\right|^2 \exp\left[ik\gamma_0 \operatorname{tg}\theta(x''-x')\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right]d\Delta\lambda, \tag{1.62}$$

որտեղ $\Delta\lambda_1$–ով տրվում է ընկնող ճառագայթման սպեկտրային լայնությունը: (1.62)–ում, առանց ընդհանրությունը խախտելու, ենթադրվում է, որ $2\sin 2\theta\Delta\theta(\lambda_m) = \left|\chi_{0r}\right|(1+b)/b$: Այսպիսով, (1.62)–ից ստանում ենք հետևյալ բավարար պայմանը.

$$x_{\max} < \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_1}\frac{1}{\gamma_0 \operatorname{tg}\theta}, \tag{1.63}$$

որտեղից նեղ ճեղքի դեպքում ստանում ենք

$$2a < \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_1}\frac{1}{\gamma_0\,\mathrm{tg}\theta}: \tag{1.64}$$

Լայն ճեղքի դեպքում (1.63)-ը հանգեցնում է

$$\frac{3{,}8}{\tilde{\sigma}_r} < \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_1}\frac{1}{\gamma_0\,\mathrm{tg}\theta}, \tag{1.65}$$

իսկ բյուրեղին մոտաղբյուրի դեպքում՝

$$\frac{2\sqrt{\lambda L_s}}{\gamma_0} < \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_1}\frac{1}{\gamma_0\,\mathrm{tg}\theta} \tag{1.66}$$

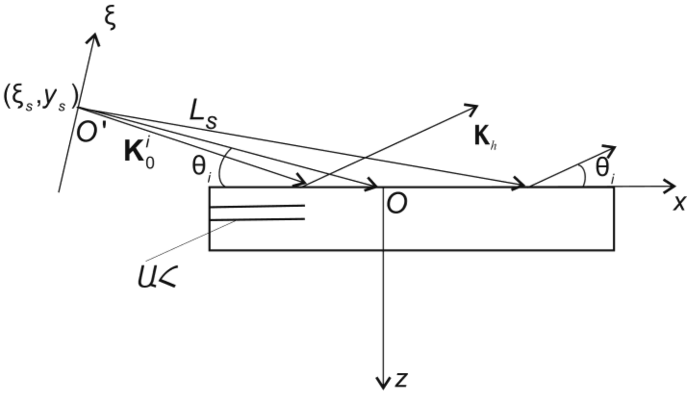
պայմաններին: Գրված առնչություններում $\lambda^2/2\Delta\lambda_1$ մեծությունը բյուրեղի վրա ընկնող ճառագայթման երկայնական կոհերենտության երկարությունն է:

Քննարկվող հարցերի շրջանակում ուսումնասիրենք նաև ընկնող ալիքի պարամետրերի փոփոխությունները Բրեգի անհամաչափ անդրադարձումից հետո: Ընկնող ալիքի փուլի (1.49) արտահայտությունում $\xi_0 = x\gamma_0$ (x'-ի փոխարեն գրում ենք x) փոփոխականն ունի դիֆրակցիայի հարթության մեջ ընկնող փնջի տարածման ուղղու-թյանն ուղղահայաց ըստ փնջի լայնքի փոփոխվող կոորդինատի իմաստ, նույն կերպ մուտքի մակերևույթին $\xi_h = x\gamma_h$ փոփոխականն ունի դիֆրակցիայի հարթության մեջ անդրադարձած փնջի տարածման ուղղությանն ուղղահայաց ըստ այդ փնջի լայնքի փոփոխվող կոորդինատի իմաստ: x-ն արտահայտելով ξ_h-ով և տեղադրելով դիֆրակ-տված դաշտի լայնույթի փուլի (1.52) արտահայտության մեջ, կարելի է անել հետևյալ եզրակացությունները: Ընկնող կենտրոնական ճառագայթի $\Delta\theta$ շեղումը Բրեգի ճշգրիտ ուղղությունից անդրադարձած փնջում փոխարինվում է $b\Delta\theta$-ով, հետևաբար $\Delta\lambda/\lambda$-ն փոխարինվում է $b\Delta\lambda/\lambda$-ով, աղբյուրի L_s հեռավորությունը դիֆրակցիայի հարթության մեջ փոխարինվում է L_s/b^2-ով, իսկ աղբյուրի ξ_s կոորդինատը փոխարինվում է ξ_s/b-ով: Այստեղից հետևում է, որ դիֆրակցիայի հարթության մեջ ընկնող փնջի՝ աղբյուրի չափերով պայմանավորված ξ_s/L_s տարամիտությունը փոխարինվում է $b\xi_s/L_s$-ով: Այսպիսով, եթե $b < 1$, ապա դիֆրակտված փնջում բարելավվում են մեներանգությունը և կոլիմացիան:

§1.5. Գնդային ռենտգենյան ալիքի բրեգյան դիֆրակցիան ալիքային ճակատի երկչափկորության հաշվառմամբ

Գնդային ռենտգենյան ալիքի բրեգյան դիֆրակցիայի ուսումնասիրության կա-րևոր պարամետր է «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունը: Ընդունված է տարբերակել «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորության երեք դեպք. բյուրեղին մոտ աղբյուր, միջին հեռա-վորությամբ աղբյուր և մեծ հեռավորությամբ աղբյուր: Առաջին դեպքում ընկնող ալիքի Ֆրենելի առաջին գոտու չափերն ավելի փոքր են, քան կետային աղբյուրի ֆունկցիայի փոփոխման բնութագրական չափը, երկրորդ դեպքում՝ նույն կարգի են, իսկ երրորդ դեպքում՝ ֆրենելյան գոտու չափերը շատ ավելի մեծ են, քան կետային աղբյուրի ֆունկ-ցիայի փոփոխման բնութագրական չափը: Մոտ աղբյուրի դեպքը ստանդարտ տեսու-թյան շրջանակներում ուսումնասիրվել է [34]-ում: Միջին հեռավորության դեպքն ուսում-նասիրվել է [21]-ում: Հեռու աղբյուրի համար կարելի է կիրառել տեղայնորեն հարթ ալիքի հասկացությունը: Այդ մոտեցումը Լաուեի երկրաչափության դեպքում կիրառվել է [146]–ում, իսկ Բրեգի երկրաչափության դեպքում՝ [220]-ում: Նշված աշխատանքներում սակայն հաշվի չի առնվել ընկնող ալիքի ճակատի երկչափկորությունը:

Ստորև ուսումնասիրվում է ռենտգենյան գնդային ալիքի համաչափ բրեգյան երկրաչափությամբ դինամիկական դիֆրակցիան՝ կախված «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավո-րությունից, երբ հաշվի է առնվում ընկնող ալիքի ալիքային ճակատի երկչափկորու-թյունը:



Նկ.1.6. Ռենտգենյան գնդային ալիքի բրեգյան դիֆրակցիայի ընդհանուր սխեման դիֆրակցիայի հարթության մեջ: Աղբյուրի $O'\xi$ առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթության մեջ ընկնող ալիքի կենտրոնական ճառագայթին, (ξ_s, y_s)՝ աղբյուրի որևէ կետի

կոորդինատներ, $\boldsymbol{\kappa}_0^i$` ընկնող ալիքի միջին ալիքային վեկտոր, $L_s$ ` «աղբյուր-բյուրեղ» միջին հեռավորություն, *ԱՅ*` բյուրեղի մուտքի մակերևույթին զուգահեռ անդ-րադարձնող հարթություններ, $\mathbf{K}_h$` անդրադարձած ալիքի ալիքային վեկտոր, θ_i` կենտրոնական ճառագայթի սահքի անկյունն անդրադարձնող հարթությունների նկատմամբ, *Ox*,*Oz* կոորդինատական առանցքներն ընկած են դիֆրակցիայի հարթու-թյան մեջ, *Oy* առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը:

§1.5.1. Հիմնական բանաձևեր

(1.51) բանաձևի համաձայն` կիսաանվերջ, հարթ մակերևույթով բյուրեղի մուտքի մակերևույթին համաչափ բրեգյան անդրադարձման դեպքում անդրադարձած ալիքի լայնույթն ունի հետևյալ տեսքը`

$$E_h'(\mathbf{r}) = A\exp\left[i\Phi_0(\mathbf{r})\right]\int_0^{+\infty}\frac{J_1(\sigma x')}{x'}\exp\left[i\Phi(x',y)\right]dx', \tag{1.67}$$

որտեղ

$$\Phi_0 = k\left(\frac{x^2\sin^2\theta}{2L_s} - x\sin\theta\Delta\theta - \frac{x\cos\theta\, y^2}{2L_s^2} + \frac{y^2}{2L_s} - \frac{y^4}{8L_s^3}\right), \tag{1.68}$$

$$\Phi = \frac{kx'^2\sin^2\theta}{2L_s} + \beta(x,y)x', \tag{1.69}$$

$$\beta(x,y) = k\sin\theta\left(\frac{\chi_0}{\sin 2\theta} + \Delta\theta - \frac{x\sin\theta}{L_s} - \frac{y^2\,\mathrm{tg}\theta}{2L_s^2}\right), \tag{1.70}$$

$\sigma = k(\chi_h\chi_{\bar{h}})^{1/2}/2\cos\theta$, աղբյուրի կոորդինատները` $\xi_s = y_s = 0$, $\Delta\theta = \theta_i - \theta$, θ_i-ն ընկնող կենտրոնական ճառագայթի կազմած սահքի անկյունն է անդրադարձնող հարթություն-ների հետ (նկ.1.6), $A = i(E_0^i/L_s)(\chi_h/\chi_{\bar{h}})^{1/2}$, E_0^i-ն ընկնող ալիքի հաստատուն լայնույթն է: Բրեգի անկյունից շեղման β պարամետրը կախված է *x* և *y* կոորդինատներից: Ինչպես երևում է (1.70)-ից, β-ի հաստատուն արժեքները որոշվում են $\eta(x,y) = x + y^2/(2L_s\cos\theta)$ փոփոխականով և ընկած են $\eta(x, y)$=const պարաբոլների վրա: Դա հեշտությամբ կա-րելի է բացատրել այն հանգամանքով, որ Բրեգի համաչափ երկրաչափության դեպքում կետային աղբյուրից բյուրեղի վրա ընկնող գնդային ալիքի համար Բրեգի ճշգրիտ պայ-մանին բավարարող ճառագայթների` բյուրեղի մակերևույթի հետ հատման կետերը ընկած են $L_s\cos\theta$ շառավղով և բյուրեղի մակերևույթի վրա կետային աղբյուրի պրո-յեկցիա հանդիսացող կետով կենտրոնով շրջանագծի վրա: Քանի որ դիֆրակցիան ու-սումնասիրվում է անմիջապես կենտրոնական ճառագայթի և բյուրեղի մուտքի մակե-րևույթի հատման (0,0,0) կետի շրջակայքում, ապա այդ տիրույթում շրջանագիծը մո-տարկվում է համապատասխան պարաբոլով:

(1.68) բանաձևում ըստ x'-ի ինտեգրալի մեջ հիմնական ներդրումը տալիս է զրոյի և $J_1(\mathrm{Re}\sigma\, x')$ ֆունկցիայի առաջին զրոյի միջև տիրույթը՝ $0 \le x' \le 3{,}8/\mathrm{Re}\sigma$: Ներմուծենք

$$D = \frac{(\lambda L_s)^{1/2}}{\sin\theta} : \left(\frac{\mathrm{Re}\sigma}{3{,}8}\right) \tag{1.71}$$

պարամետրը, որն ունի Ֆրենելի առաջին գոտու և փնջի տարածական բացվածքի հարաբերության իմաստ, այսինքն՝ դիֆրակցիայի ալիքային պարամետրի (հետագա-յում՝ պարզապես դիֆրակցիայի պարամետր) օպտիկական նմանակն է [48]:

§1.5.2. *Ուժգնության բաշխման կախումն «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունից*

Նախ քննարկենք բյուրեղին մոտ աղբյուրի դեպքը: (1.71)-ի համաձայն՝ բյուրեղին մոտ աղբյուրի համար $D \ll 1$: Ինչպես երևում է (1.67)–(1.69) բանաձևերից, այս դեպ-քում (1.67)-ում ըստ x'-ի քառակուսային փուլով էքսպոնենտի ինտեգրման $0 \le x' \le 3{,}8/\mathrm{Re}\sigma$ արդյունարար տիրույթում արագ տատանվող է: Ինտեգրալի հաշ-վարկից հետևում է լայնույթի արտահայտությունը՝

$$E_h'(x,y,z=0) = B\exp[i\psi(x,y)]\exp\left[-\frac{\mu\eta(x,y)}{2\cos\theta}\right]\frac{J_1(\sigma\eta(x,y))}{\sigma\eta(x,y)}H(\eta(x,y)), \tag{1.72}$$

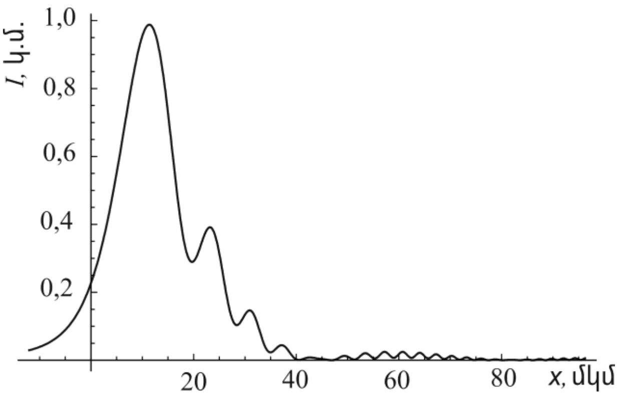
որտեղ

$$B = A\sigma\exp\left(i\frac{\pi}{4}\right)\sqrt{\frac{2\pi L_s}{k\sin^2\theta}}\ , \tag{1.73}$$

$$\psi(x,y) = k\left(\frac{\chi_{0r}}{2\cos\theta}\eta(x,y) + \frac{y^2}{2L_s} + \Delta\theta\frac{y^2\,tg\theta}{2L_s} - \frac{xy^2}{2L_s^2\cos\theta} - \frac{y^4}{8L_s^3\cos^2\theta}\right), \tag{1.74}$$

$\mu = k\chi_{0i}$-ն՝ բյուրեղի գծային կլանման գործակիցն է, χ_{0r}-ը և χ_{0i}-ն՝ χ-ի իրական և կեղծ մասի զրոյական կարգի Ֆուրիե-գործակիցները: Ինչպես երևում է (1.72)-ից, ուժգնու-թյան հաստատուն արժեքներն ընկած են $\eta(x, y)$=const պարաբոլների վրա: Եթե դիտ-ման կետերի կոորդինատները սահմանափենք $|\sigma|y^2/(2L_s\cos\theta)<<1$ պայմանով, ապա ուժ-գնության համար կստանանք ստանդարտ դինամիկական տեսությամբ որոշվող ար-տահայտությունը [34]:

Բյուրեղի մուտքի մակերևույթին անդրադարձման տիրույթի` $\eta(x,y)$-ի չափերը $\sim 3{,}8/\mathrm{Re}\sigma$-ի կարգի են: Գնահատենք անդրադարձման տիրույթի չափերն x=0 և y=0 գծերի վրա և համեմատենք միմյանց հետ: Որպես օրինակ դիտարկենք Si(220) անդրա-դարձումը, λ=0,71 Å (17,46 կէՎ), L_s = 0,1 մ, σ-բևեռացում, $\theta \sim 10{,}63^\circ$, Re $\sigma \sim 8{,}58 \cdot 10^4$ մ$^{-1}$, $\Delta\theta = -\mathrm{Re}\,\chi_0/\sin 2\theta$: (1.72)-ի համաձայն $D \approx 0{,}3$, ուստի կարելի է կիրառել բյուրեղին մոտ աղբյուրի մոտավորությունը: Ինչպես ասվել է, անդրադարձման տիրույթի տարա-ծական չափերը որոշվում են $\eta(x,y) \sim 3{,}8/\mathrm{Re}\sigma$ պայմանից, որից $y = 0$ գծի վրա անդ-րադարձման տիրույթի չափի համար ստանում ենք $|x|\sim 3{,}8/\mathrm{Re}\sigma \approx 44$մկմ գնահատա-կանը: Նույն կերպ x=0 գծի վրա անդրադարձման տիրույթի չափի համար ստանում ենք $2|y| \sim 2(3{,}8 \cdot 2L_s\cos\theta/\mathrm{Re}\sigma)^{1/2} \sim 5{,}9$ մմ: Ինչպես և պետք էր սպասել, x=0 գծի վրա` դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ, անդրադարձման տիրույթի չա-փերը երկու կարգով գերազանցում են դիֆրակցիայի հարթության մեջ անդրադարձ-ման տիրույթի չափերը $y = 0$ գծի վրա: (1.72)-ի համաձայն` ուժգնության բաշխումն $y = 0$ գծի վրա համապատասխանում է ստանդարտ դինամիկական տեսությունից հայտնի ուժգնության բաշխմանը [8,9]: (1.67) բանաձևի հիման վրա արված ուժ-գնության բաշխման թվային հաշվարկի արդյունքը պատկերված նկ. 1.7-ում: Ինչպես երևում է նկարից, անդրադարձման տիրույթի չափերը համապատասխանում են վերը բերված գնահատականին, չնայած ինտեգրալում կետային աղբյուրի ֆունկցիայի մտցրած լրացուցիչ փուլի հետևանքով ուժգնության առավելագույն արժեքը փոքր-ինչ շեղված է x=0 կետից և հասանելի է դարձել x=11,5մկմ կետում: Հաշվի առնելով այդ հանգամանքը` նկ.1.8.*ա*-ում ըստ y-ի թվային հաշվարկով ստացված ուժգնության բաշխումը բերված է ոչ թե x=0 այլ x=11,5 մկմ գծի վրա։ Նկ.1.8.բ-ում համեմատության



Նկ.1.7. Դիֆրակցիայի հարթության մեջ, անդրադարձած ալիքի ուժգնության բաշխումը y=0 գծի վրա. բյուրեղին մոտ աղբյուր՝ L_s = 0,1մ (թվային հաշվարկ)

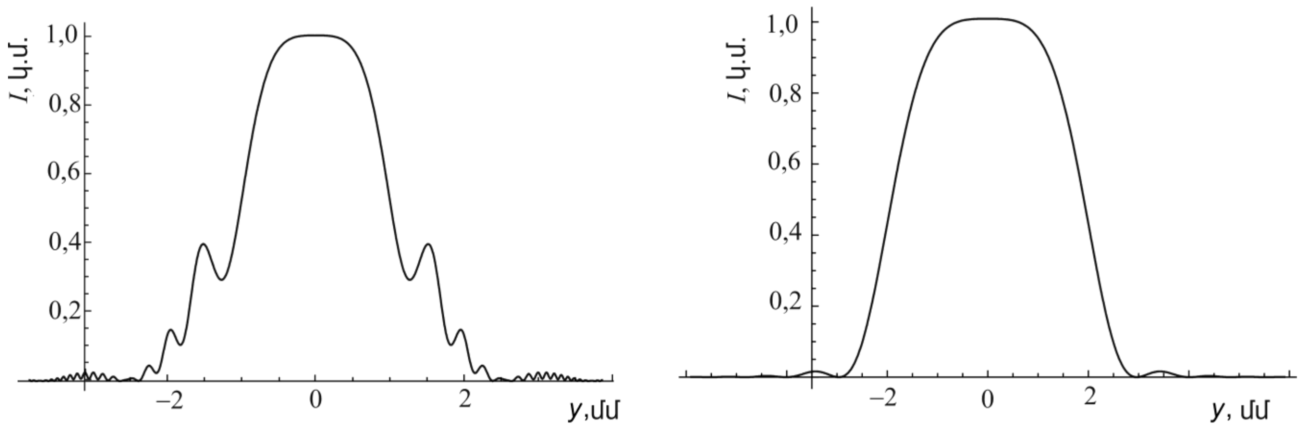
համար բերված է ուժգնության բաշխման կորը x=0 գծի վրա համաձայն (1.72) մոտա-վոր բանաձևի: Ինչպես երևում է այդ նկարներից, մոտավոր բանաձևը համարժեք է նկարագրում ուժգնության վարքը դիտարկվող դեպքում:

Անդրադարձման տիրույթի չափերը համապատասխանում են վերը բերված գնահատականին: Ուժգնության վարքն անդրադարձման ամբողջ տիրույթում ներկա-յացնելու համար նկ.1.9-ում բերված է (1.72) մոտավոր բանաձևի հիման վրա ստացված հաշվարկային տեղագիրը: Ակնհայտ է, որ ուժգնության հաստատուն արժեքներն ըն-կած են $\eta(x,y)=\mathrm{const}$ պարաբոլների վրա:

Այժմ քննարկենք բյուրեղից միջին հեռավորությամբ աղբյուրի դեպքը, երբ $D\sim 1$, և բյուրեղն աղբյուրից առաքված ճառագայթման Ֆրենելի գոտում է: Այս դեպքում ուժ-գնության բաշխումը կարելի է որոշել միայն թվային հաշվարկով: Կարևոր է իմանալ, թե քանի Ֆրենելի գոտի է պարունակվում $3{,}8/\mathrm{Re}\sigma$ արդյունարար չափերով ինտեգրման տիրույթում:

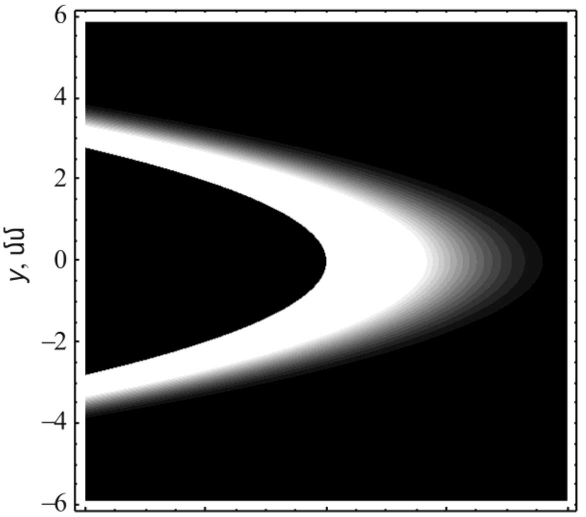
Բյուրեղից մեծ հեռավորությամբ աղբյուրի դեպքում $D\gg 1$ և (1.67)-ում, ընդհին-տեգրալ ֆունկցիայում կարելի է անտեսել փուլի (1.69) բանաձևում ըստ x'-ի քառակու-սային անդամը, որը բյուրեղի՝ ճառագայթման ֆրաունհոֆերյան գոտում լինելու պայ-մանն է: Լաուեի դեպքում այդ մոտավորությունն անվանել ենք տեղային հարթ ալիքի մոտավորություն: Քառակուսային փուլն անտեսելուց հետո (1.67) լայնույթը համեմա-տական կլինի կետային աղբյուրի

$J_1(\sigma x')/x'$ ֆունկցիայի ֆուրիե-պատկերին, իսկ դրա մոդուլի քառակուսին, մի կողմից, անդրադարձած ալիքի ուժգնության բաշխումն է մուտքի մակերևույթին և, մյուս կողմից, համեմատական է անդրադարձման գործակ-ցին, որի կախումը Բրեգի անկյունից շեղումից տալիս է ճոճման կորը:

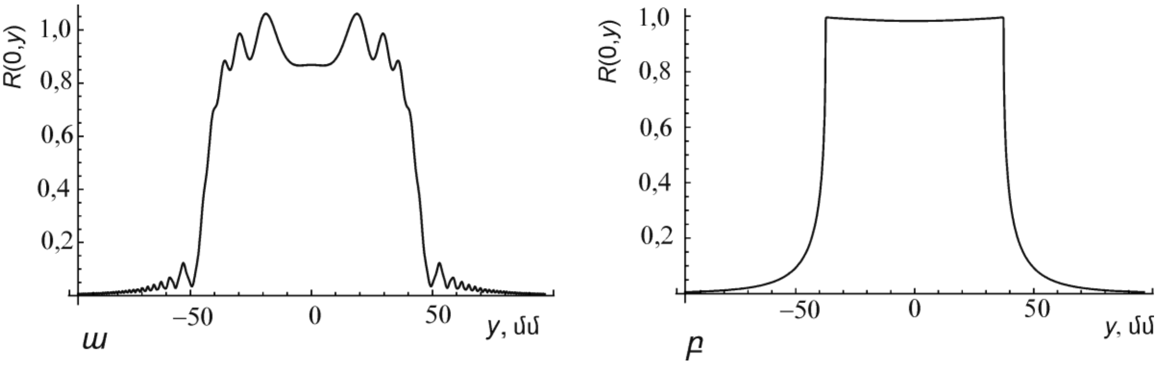


ա բ

Նկ.1.8.ա Անդրադարձած ալիքի ուժգնության բաշխումը բյուրեղի մուտքի մակերևույ-թին $x = 0$ գծի վրա (թվային հաշվարկ). բ. նույնն ըստ (1.72) բանաձևի. բյուրեղին մոտաղբյուր՝ $L_s = 0{,}1$մ



Նկ.1.9 Անդրադարձած ալիքի (1.72) մոտավոր բանաձևով ստացված հաշվարկային տեղագիրը. բյուրեղին մոտ գտնվող աղբյուր՝ $L_s = 0{,}1$մ:



Նկ.1.10. *ա* Ճոճման կորը x=0 գծի վրա (թվային հաշվարկ) *բ*. նույնն ըստ (1.76) մոտավոր բանաձևի. հեռու աղբյուր՝ $L_s = 5$մ:

Անդրադարձման գործակիցը՝ $R(\Delta\Theta) = R(\Delta\theta_1+\Delta\theta_2)$-ը, կախված է դիֆրակցիայի հարթության մեջ Բրեգի անկյունից $\Delta\theta_1(x) = \chi_0/\sin 2\theta + \Delta\theta - x\sin\theta/L_s$ շեղումից՝ (χ_0-ն կոմպլեքս մեծություն է, ուստի $\Delta\theta_1$-ը ավելի ճիշտ կլինի անվանել պարամետր) և դիֆ-րակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ Բրեգի անկյունից $\Delta\theta_2(y) = -tg\theta\,\frac{y^2}{2L_s^2}$ շեղումից՝

$$\Delta\Theta(x,y)=\Delta\theta_1(x)+\Delta\theta_2(y)=\frac{\chi_0}{\sin 2\theta}+\Delta\theta-\frac{x\sin\theta}{L_s}-tg\theta\,\frac{y^2}{2L_s^2}, \tag{1.75}$$

ընդ որում, $\beta(x,y) = k\sin\theta\Delta\Theta(x,y)$: Օգտագործելով աղյուսակային ինտեգրալ [220]՝ տեղայնորեն հարթ ալիքի մոտավորությամբ լայնույթի համար (1.67)-ից կստանանք՝

$$E'_h(\mathbf{r})=\frac{E_0^i}{L_S}\Gamma(x,y)\exp\left[i(\Phi_0(\mathbf{r})+\pi)\right], \tag{1.76}$$

որտեղ

$$\Gamma(x,y)=\sqrt{\frac{\chi_h}{\chi_{\bar h}}}\;\frac{\sigma}{\beta(x,y)+[\beta^2(x,y)-\sigma^2]^{1/2}}: \tag{1.77}$$

Որպես օրինակ դիտարկենք Si(220) անդրադարձումը. $\lambda = 0{,}71\,\mathrm{\AA}$, L_S = 5 մ, σ-բևեռացում, $\Delta\theta = -\mathrm{Re}\,\chi_0/\sin 2\theta$, դիֆրակցիայի պարամետրը՝ $D \approx 2{,}3$: Եթե $\beta(x,y)$-ի (1.75) արտահայտության մեջ անտեսվի y-ից կախումը, ապա կստացվեն ստանդարտ դինամիկական տեսության արտահայտությունները գլանային ալիքային ճակատով ալիքի համար [8,9]: Իսկ եթե այն հաշվի առնվի, այսինքն՝ ընկնող ալիքի ալիքային ճակատի երկչափ կորությունը, ապա կստանանք դիֆրակցիայի հարթության մեջ և դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղություններով Բրեգի անկյունից շեղում-ներից կախված ճոճման կորը:

(1.76) և (1.77) բանաձևերի համաձայն՝ նկատելի ուժգնությամբ անդրադառնում են այն ալիքներն, որոնց համար $x/L_s \sim |\chi_h|$, իսկ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ անդրադառնում են այն ալիքներն, որոնց համար $y/L_s \sim |\chi_h|^{1/2}$: Քանի որ ռենտգենյան ճառագայթների համար $|\chi_h| \sim 10^{-5} - 10^{-6}$, ապա դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ ճոճման կորը մի քանի կարգով ավելի լայն է, քան դիֆրակցիայի հարթության մեջ:

Նկ. 1.10.*ա*-ում ցույց է տրված (1.67) ճշգրիտ բանաձևից թվային հաշվարկով ստացված ճոճման կորը՝ այսինքն՝ $R(0,y)$ անդրադարձման գործակիցը x=0 գծի վրա, իսկ նկ. 1.10.*բ*-ում նույն կորը՝ ստացված (1.76) մոտավոր բանաձևով: Ինչպես երևում է նկարներից, մոտավոր և ճշգրիտ բանաձևերով ստացված կորերի միջև կա բավարար համընկնում, չնայած $D >> 1$պայմանի փոխարեն $D \approx 2{,}3$:

Նկատենք, որ հաստատուն ուժգնության պարաբոլները գագաթում ունեն այնքան մեծ շառավիղ $L_s \cos\theta \approx 5$մ, որ նկ. 1.9-ում ցույց տրված սահմաններում այդ կորությունը զգալի չէ և ժապավենաձև փունջը հավասարաչափ կանդրադառնա այդ սահմաններից:

Ինչպես երևում է 1.10.*բ*-ից, անդրադարձման գործակիցը լրիվ անդրադարձման տիրույթի եզրերում փոքր-ինչ մեծ է, քան կենտրոնում: Ավելի ճշգրիտ, եզրերում այդ արժեքը 0,995 է, իսկ կենտրոնում՝ 0,9849, որը կլանման հետևանք է: Բրեգի անկյունից շեղման պարամետրի՝ x-ից գծային կախման հետևանքով ճոճման կորի լրիվ անդրադարձման տիրույթի մի եզրում անդրադարձման գործակիցն ունի ավելի մեծ արժեք, քան կենտրոնում, իսկ մյուս եզրում՝ ավելի փոքր, քան կենտրոնում, այսինքն՝ դիֆրակցիայի հարթության մեջ անդրադարձման կորը կլանման պատճառով անհամաչափ է, փաստ, որը հայտնի է ստանդարտ դինամիկական տեսությունում [8,9]: Բայց քանի որ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ Բրեգի պայմանից շեղման պարամետրը քառակուսային է ըստ y-ի, ապա ճոճման կորի լրիվ անդրադարձման տիրույթի եզրերը կլանման հետևանքով հավասարապես ավելի մեծ արժեք ունեն, քան կենտրոնում:

Թվային հաշվարկն ըստ ճշգրիտ բանաձևի (Նկ. 1.10.*ա*) նույնպես հաստատում է, որ եզրերում ճոճման կորն ընդունում է ավելի մեծ արժեքներ, քան կենտրոնում: Բայց սա ավելի շուտ դիֆրակտային երևույթ է, քան կլանման հետևանք: Այս պնդումն ստացվել է՝ ենթադրելով, որ բյուրեղը չի կլանում: Նկ. 1.10.*ա*-ում կորը չի փոխվում, մինչդեռ 1.10.*բ*-ում կորի կենտրոնում և եզրերում արժեքները հավասարվում են:

ԳԼՈՒԽ 2. ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԷՅԿՈՆԱԼԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ

§2.1. *Լայնույթների տեղափոխման հավասարումներն էյկոնալային մոտավորությամբ*

Տակագիի հավասարումների էյկոնալային մոտավորությունը [8,9,28,45–47] հնարավորություն է տալիս որոշելու լայնույթներն ու էյկոնալը և կառուցելու դինամիկա-կան դիֆրակտային խնդրի լուծումը դանդաղ փոփոխվող դեֆորմացիաներ պարունա-կող բյուրեղում: Տակագիի հավասարումներից [29] ստացվել է էյկոնալի հավասարումը և տեղափոխման հավասարումներ՝ լայնույթների համար: Սակայն լայնույթների ասիմպտոտական շարքի բարձր կարգի անդամների համար տեղափոխման հավասա-րումները գրվում են մատրիցական տեսքով, որը դժվարացնում է դրանց անմիջական կիրառումը: Հիմնականում քննարկվում է զրոյական մոտավորությամբ լայնույթների տեղափոխությունը բյուրեղում:

Ստորև քննարկվում է դինամակական դիֆրակցիայի էյկոնալային մոտավո-րությունը դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումների համակարգից անցնելով անցած և դիֆրակտված ալիքների լայնույթների համար գրված երկրորդ կարգի մաս-նակի ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումներին: Դա հնարավորություն է տա-լիս լայնույթների ասիմպտոտական վերլուծության շարքի բոլոր անդամների համար տեղափոխման հավասարումները գրելու բացահայտ տեսքով, իսկ այդ հավասա-րումները գումարելուց հետո ստանալու տեղափոխման հավասարում ամբողջ լայնույթի համար:

§2.1.1. *Տակագիի հավասարումների էյկոնալային մոտավորության հիմնական բանաձևեր*

Դինամիկական երկալիքային դիֆրակցիայի պայմաններում, երբ բյուրեղում առկա են երկու՝ 0 և **h** դիֆրակցիայի վեկտորներին համապատասխանող դինա-միկորեն փոխազդող ալիքներ, էյկոնալային մոտավորությամբ դաշտը բյուրեղում ներ-կայացվում է հետևյալ տեսքով

$$E = \left(E_0 \exp\left(i\mathbf{K}_0\mathbf{r}\right) + E_h \exp\left[i\left(\mathbf{K}_h\mathbf{r} - \mathbf{hu}\right)\right]\right)\exp\left[i\left(\Phi + k\chi_0 \frac{z}{2\cos\theta}\right)\right], \qquad (2.1)$$

որտեղ E_0-ն, E_h-ը դանդաղ փոփոխվող լայնույթներն են, $\mathbf{K}_0$-ն և

$\mathbf{K}_h = \mathbf{K}_0 + \mathbf{h}$-ը՝ Բրեգի $\mathbf{K}_0^2 = \mathbf{K}_h^2 = k^2 = (2\pi/\lambda)^2$ ճշգրիտ պայմանին բավարարող ալիքային վեկտորներն անցած և դիֆրակտված ալիքների համար, $\mathbf{u}$-ն կատարյալ բյուրեղում ատոմի շեղման վեկտորն է, Φ-ն՝ էյկոնալը, Oz առանցքն ուղղված է անդրադարձնող հարթությունne-րով, իսկ Ox առանցքն ուղղահայաց է անդրադարձնող հարթություններին և հակազուգահեռ է դիֆրակցիայի $\mathbf{h}$ վեկտորին: Տակագիի հավասարումներում անցնելով անցած և դիֆրակտված ալիքների լայնույթների հավասարումներին [29] և օգտվելով (2.1)-ից, կստանանք՝

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 E_0}{\partial s_0 \partial s_h} + i\frac{\partial E_0}{\partial s_h} P_0 + i\frac{\partial E_0}{\partial s_0} P_h + iE_0 \frac{\partial P_0}{\partial s_h} + (\sigma^2 - P_0 P_h) E_0 = 0, \\
&\frac{\partial^2 E_h}{\partial s_0 \partial s_h} + i\frac{\partial E_h}{\partial s_h} P_0 + i\frac{\partial E_h}{\partial s_0} P_h + iE_h \frac{\partial P_h}{\partial s_0} + (\sigma^2 - P_0 P_h) E_h = 0,
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

որտեղ $P_0 = \partial\Phi/\partial s_0$, $P_h = \partial\Phi/\partial s_h + k\alpha/2$. $\alpha = -(2/k)\partial \mathbf{hu}/\partial s_h$-ը Բրեգի պայմանից տե-ղային շեղման պարամետրն է, $\sigma^2 = k^2 \chi_h \chi_{\bar{h}} C^2/4$, σ-բևեռացման համար $C = 1$, π-բևե-ռացման համար $C = \cos 2\theta$: (2.2)-ում մեծ պարամետրի դեր է խաղում σ^2-ն: Համարելով, որ դեֆորմացիաները բավականաչափ դանդաղ են՝ $(k/2)\left|\partial\alpha/\partial s_0\right| = \partial^2 \mathbf{hu}/\partial s_0 \partial s_h << \left|\sigma^2\right|$ և բաժանելով (2.2) հավասարումները $\left|\sigma\right|^2$-ու, կհանգենք մի համակարգի, որի հավասարում-ների առաջին անդամները $\left|\sigma\right|^{-2}$-ի, հաջորդող երեք անդամները՝ $\left|\sigma\right|^{-1}$-ի, իսկ վերջին ան-դամը՝ $\left|\sigma\right|^{0}$-ի կարգի են, ուստի որոնելի լայնույթները կփնտրենք

$$
E_{0,h} = \sum_{n=0}^{\infty} E_{0,h}^{(n)} \; : \tag{2.3}
$$

ասիմպտոտական շարքի տեսքով: (2.3)-ը տեղադրելով (2.2)-ում և նույն կարգի անդամները հավասարեցնելով զրոյի, հանգում ենք էյկոնալի հավասարմանը՝

$$
P_0 P_h - \sigma^2 = 0\,, \tag{2.4}
$$

լայնույթների զրոյական մոտավորության համար՝

$$\begin{aligned} &\frac{\partial E_0^{(0)}}{\partial s_0} P_h + \frac{\partial E_0^{(0)}}{\partial s_h} P_0 + E_0^{(0)} \frac{\partial P_0}{\partial s_h} = 0, \\ &\frac{\partial E_h^{(0)}}{\partial s_0} P_h + \frac{\partial E_h^{(0)}}{\partial s_h} P_0 + E_h^{(0)} \frac{\partial P_h}{\partial s_0} = 0 \end{aligned} \tag{2.5}$$

հավասարումներին, իսկ ասիմպտոտական վերլուծության բարձր կարգի անդամների համար՝

$$\begin{aligned} &i\frac{\partial E_0^{(n)}}{\partial s_0} P_h + i\frac{\partial E_0^{(n)}}{\partial s_h} P_0 + iE_0^{(n)} \frac{\partial P_0}{\partial s_h} + \frac{\partial^2 E_0^{(n-1)}}{\partial s_0 \partial s_h} = 0, \\ &i\frac{\partial E_h^{(n)}}{\partial s_0} P_h + i\frac{\partial E_h^{(n)}}{\partial s_h} P_0 + iE_h^{(n)} \frac{\partial P_h}{\partial s_0} + \frac{\partial^2 E_h^{(n-1)}}{\partial s_0 \partial s_h} = 0 \end{aligned}, \qquad n = 1,2,\ldots \tag{2.6}$$

հավասարումներին: Էյկոնալի (2.4) հավասարումը հնարավորություն է տալիս որոշելու էյկոնալը՝ անկախ լայնույթներից: Էյկոնալի հավասարման բնութագրական համակարգն ունի

$$\begin{aligned} &\frac{ds_0}{ds} = P_h, \frac{ds_h}{ds} = P_0, \\ &\frac{dp_0}{ds} = -p_0 \frac{k}{2}\frac{\partial \alpha}{\partial s_0}, \frac{dp_h}{ds} = -p_0 \frac{k}{2}\frac{\partial \alpha}{\partial s_h}, \\ &\frac{d\Phi}{ds} = \sigma^2 + p_0 p_h, \end{aligned} \tag{2.7}$$

տեսքը [221], որտեղ $p_0 = P_0, p_h = \partial\Phi / \partial s_h$: Ըստ (2.7)-ի հետագծերը որոշելուց հետո, որոշակի եղանակով որոշվում է էյկոնալը [221]:

§2.1.2. $E_0^{(0)}$-ի և $E_h^{(0)}$-ի տեղափոխման հավասարումները

Օգտագործելով (2.7) հետագծի հավասարումները, ինչպես նաև (2.5)-ը, հետագծերի երկայնքով զրոյական մոտավորության լայնույթների համար ստանում ենք հետևյալ տեղա-փոխման հավասարումները.

$$\begin{aligned} &\frac{dE_0^{(0)}}{ds} = \frac{\partial E_0^{(0)}}{\partial s_0}\frac{ds_0}{ds} + \frac{\partial E_0^{(0)}}{\partial s_h}\frac{ds_h}{ds} = -E_0^{(0)} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial s_0 \partial s_h}, \\ &\frac{dE_h^{(0)}}{ds} = \frac{\partial E_h^{(0)}}{\partial s_0}\frac{ds_0}{ds} + \frac{\partial E_h^{(0)}}{\partial s_h}\frac{ds_h}{ds} = -E_h^{(0)} \frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial s_h} + k\frac{\alpha}{2}\right): \end{aligned} \tag{2.8}$$

(2.8)-ն ինտեգրելով հետագծի երկայնքով, կստանանք.

$$\begin{aligned} &E_0^{(0)}(s) = E_0^{(0)}(0)\exp\left(-\int_0^s \frac{\partial^2 \Phi}{\partial s_0 \partial s_h} ds'\right), \\ &E_h^{(0)}(s) = E_h^{(0)}(0)\exp\left[-\int_0^s \frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial s_h} + k\frac{\alpha}{2}\right) ds'\right]: \end{aligned} \tag{2.9}$$

(2.9) հավասարումները նման են օպտիկայի համապատասխան հավասարումներին [48], դրանցում լապլասիանի փոխարեն գրված են $\partial^2\Phi/\partial s_0\partial s_h$ և $\partial\left(\partial\Phi/\partial s_h + k\alpha/2\right)/\partial s_0$ մեծությունները: (2.9)-ից կարելի է եզրակացնել, որ լայնույթներն ունեն եզակիություն այն կետերում, որտեղ $\partial^2\Phi/\partial s_0\partial s_h = -\infty$ կամ $\partial\left(\partial\Phi/\partial s_h + k\alpha/2\right)/\partial s_0 = -\infty$ [48]: Ինչպես հայտնի է, այդ կետերի երկրաչափական տեղը կազմում է կաուստիկա [48]:

Նշենք, որ ելնելով (2.5)-ից, կարելի է ստանալ հավասարումներ որոշակի պահ-պանվող մեծության համար: Իրոք, (2.5)-ի համաձայն

$$\begin{gathered}\sigma^2\frac{\partial E_0^{(0)2}}{\partial s_0} + \frac{\partial}{\partial s_h}\left(E_0^{(0)}\frac{\partial\Phi}{\partial s_0}\right)^2 = 0, \\ \sigma^2\frac{\partial E_h^{(0)2}}{\partial s_h} + \frac{\partial}{\partial s_0}\left[E_h^{(0)}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s_h} + k\frac{\alpha}{2}\right)\right]^2 = 0 :\end{gathered} \tag{2.10}$$

(2.10) հավասարումները՝ գրված (x,z) փոփոխականներով, ունեն Պոյնտինգի վեկտորի դիվերգենցիայի զրոյի հավասար լինելու հայտնի տեսքը [8,28].

$$\begin{gathered}\cos\theta\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\sigma^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial s_0}\right)^2\right)E_0^{(0)2}\right] + \sin\theta\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\sigma^2 - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial s_0}\right)^2\right)E_0^{(0)2}\right] = 0, \\ \cos\theta\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\sigma^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial s_h} + \frac{k\alpha}{2}\right)^2\right)E_h^{(0)2}\right] + \sin\theta\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s_h} + \frac{k\alpha}{2}\right)^2 - \sigma^2\right)E_h^{(0)2}\right] = 0 :\end{gathered} \tag{2.11}$$

Չկլանող բյուրեղում (2.11) հավասարումից հետևում է ճառագայթների խողովակի եր-կայնքով էներգիայի հոսքի պահպանումը:

§2.1.3. $E_{0,h}^{(n)}$-ի տեղափոխման հավասարումները

Անցնենք լայնույթների ասիմպտոտական վերլուծության շարքի բարձր կարգի անդամների ինտեգրմանը: Նորից օգտագործելով հետագծերի (2.7) հավասարումները, (2.6)-ը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$\begin{gathered}i\frac{dE_0^{(n)}}{ds} + iE_0^{(n)}\frac{\partial^2\Phi}{\partial s_0\partial s_h} = -\frac{\partial^2 E_0^{(n-1)}}{\partial s_0\partial s_h}, \\ i\frac{dE_h^{(n)}}{ds} + iE_h^{(n)}\frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s_h} + \frac{k\alpha}{2}\right) = -\frac{\partial^2 E_h^{(n-1)}}{\partial s_0\partial s_h},\end{gathered} \tag{2.12}$$

ընդ որում, $n=1,2,...$, իսկ լայնույթները բավարարում են զրոյական սահմանային պայմանների: (2.12) հավասարումներում նշանակելով

$$E_0^{(n)} = E_0^{(n)\prime} \exp\left(-\int_0^s \frac{\partial^2\Phi}{\partial s_0 \partial s_h} ds'\right),$$
$$E_h^{(n)} = E_h^{(n)\prime} \exp\left[-\int_0^s \frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s_h}+\frac{k\alpha}{2}\right)ds'\right], \tag{2.13}$$

և օգտագործելով (2.9)-ը, կստանանք՝

$$\frac{dE_{0,h}^{(n)\prime}}{ds} = i\frac{E_{0,h}^{(0)}(0)}{E_{0,h}^{(0)}(s)}\frac{\partial^2 E_{0,h}^{(n-1)}}{\partial s_0\partial s_h}: \tag{2.14}$$

Ինտեգրելով (2.14)-ը և արդյունքը տեղադրելով (2.13)-ի մեջ, կստանանք՝

$$E_{0,h}^{(n)}(s) = iE_{0,h}^{(0)}(s)\int_0^s \frac{1}{E_{0,h}^{(0)}(s')}\frac{\partial^2 E_{0,h}^{(n-1)}(s')}{\partial s_0\partial s_h}ds': \tag{2.15}$$

Գումարելով (2.15)-ն ըստ n-ի 1-ից մինչև ∞, ստանում ենք ինտեգրալ հավասարում լրիվ լայնույթների համար.

$$E_{0,h}(s) = E_{0,h}^{(0)}(s) + iE_{0,h}^{(0)}(s)\int_0^s \frac{1}{E_{0,h}^{(0)}(s')}\frac{\partial^2 E_{0,h}(s')}{\partial s_0\partial s_h}ds': \tag{2.16}$$

Այս ինտեգրալ հավասարումներն ըստ s-ի ածանցելու միջոցով հանգում ենք լրիվ լայ-նույթների որոշման համար դիֆերենցիալ հավասարումներին.

$$\frac{d}{ds}\frac{E_{0,h}(s)}{E_{0,h}^{(0)}(s)} = \frac{i}{E_{0,h}^{(0)}(s)}\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial s_0\partial s_h}: \tag{2.17}$$

(2.9), (2.15) և (2.16) լուծումները, (2.17) հավասարումը նման են օպտիկայի համապատասխան հավասարումներին [48]: Լապլասիանի դերն այստեղ կատարում է $\partial^2/\partial s_0\partial s_h = \cos^2\theta\partial^2/\partial z^2 - \sin^2\theta\partial^2/\partial x^2$ օպերատորը, բացի այդ, յուրաքանչյուր դաշտի համար ունենք երկու հավասարում՝ դիսպերսային մակերևույթի ամեն ճյուղին համա-պատասխան:

Եթե կատարյալ բյուրեղի համար օգտագործենք Բորմանի եռանկյան կենտրոնա-կան տեղամասի ճառագայթները կամ բյուրեղը լինի թույլ դեֆորմացված, ապա էյկոնալը Լաուեի համաչափ դեպքում կարելի է վերցնել

$$\Phi = \pm\sigma\frac{z}{\cos\theta} \tag{2.18}$$

տեսքով: Այս դեպքում (2.7)-ից հետևում է, որ $dz = \pm 2\sigma\cos\theta\, ds$, իսկ (2.9)-ից՝ որ $E^{(0)}_{0,h}(s) = E^{(0)}_{0,h}(0)$, այսինքն՝ լայնույթները հետագծերի երկայնքով հաստատուն են: Քանի որ լայնույթները դանդաղ են փոփոխվում հետագծերի երկայնքով (ուստի նաև ըստ z-ի), ապա (2.17)-ում՝ աջ մասերում, կարելի է թողնել միայն ածանցյալներն ըստ x-ի՝ ան-տեսելով ըստ z-ի երկրորդ կարգի ածանցյալները, որից հետո (2.17)-ը կընդունի հե-տևյալ տեսքը.

$$\pm\frac{2i\sigma}{\cos\theta}\frac{\partial E_{0,h}}{\partial z} = tg^2\theta\,\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial x^2}, \tag{2.19}$$

որը համարժեք է վակուումում ալիքի տարածման հայտնի դիֆրակցիայի պարաբոլա-կան հավասարմանը:

Ընդհանուր դեպքում (x,z) կամ (s_0,s_h) փոփոխականներից կարելի է անցնել (s,τ) կորագիծ կոորդինատական համակարգի կոորդինատներին՝ ճառագայթների տարածման և դրան ուղղահայաց ուղղություններով: Աջ մասերում նորից կարելի է անտեսել ըստ s-ի ածանցյալները, ընդ որում, կոորդինատային համակարգը կարելի է ընտրել այնպես, որ հավասարումներում չմասնակցեն $\partial^2/\partial s\partial\tau$ խառն ածանցյալները: Կարելի է ստուգել, որ այդպիսի պայմանը համարժեք է

$$\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x}{\partial\tau} - tg^2\theta\,\frac{\partial z}{\partial s}\frac{\partial z}{\partial\tau} = 0, \tag{2.20}$$

պայմանին, կամ (s_0,s_h) կոորդինատներով՝

$$\frac{\partial s_0}{\partial\tau}\frac{\partial s_h}{\partial s} + \frac{\partial s_0}{\partial s}\frac{\partial s_h}{\partial\tau} = 0: \tag{2.21}$$

(2.20)-ը (s,τ) կորագիծ կոորդինատային համակարգի օրթոգոնալության պայմանն է (x,z) պսևդոէվկլիդյան տարածությունում: Նկատենք, որ էվկլիդյան տարածությունում (2.20)-ի ձախ մասում պետք է վերցվեր "+" նշանը, որը կհամապատասխաներ տարա-ծության էվկլիդյան լինելուն: Օպտիկայում (2.17)-ի աջ մասում մասնակցում է լապլասի-անը, այսինքն՝ երկրորդ կարգի ածանցյալների գումարը, իսկ բյուրեղի դեպքում (2.17)-ի աջ մասում երկրորդ կարգի ածանցյալների տարբերությունն է, որը համապատաս-խանում է տարածության պսևդոէվկլիդականությանը: (2.20) կամ (2.21) պայմանով որոշվում են τ փոփոխականի, ալիքի հետագծերին ուղղահայաց, փոփոխման գծերը, ինչպես նաև τ փոփոխականը: (x,z)-ը կամ (s_0,s_h)-ը արտահայտելով (s,τ)-ով, (2.17)-ում ըստ (2.20)-ի (կամ ըստ (2.21)-ի) անցնելով օրթոգոնալ կոորդինատների, իսկ (2.17)-ի աջ մասում անտեսելով ըստ s-ի երկրորդ կարգի ածանցյալները, հանգում ենք լայնույթների պարաբոլական հավասարմանն ընդհանուր դեպքում.

$$\frac{\partial}{\partial s}\frac{E_{0,h}(s,\tau)}{E^{(0)}_{0,h}(s,\tau)}=\frac{i}{E^{(0)}_{0,h}(s,\tau)}\left(\frac{\partial\tau}{\partial s_0}\frac{\partial\tau}{\partial s_h}\frac{\partial^2 E_{0,h}}{\partial\tau^2}+\frac{\partial^2\tau}{\partial s_0\partial s_h}\frac{\partial E_{0,h}}{\partial\tau}+\frac{\partial^2 s}{\partial s_0\partial s_h}\frac{\partial E_{0,h}}{\partial s}\right), \qquad (2.22)$$

որտեղ

$$\partial^2\tau/\partial s_0\partial s_h=\partial s/\partial s_h\partial/\partial s(\partial\tau/\partial s_0)+\partial\tau/\partial s_h\partial/\partial\tau(\partial\tau/\partial s_0),$$

$$\partial^2 s/\partial s_0\partial s_h=\partial s/\partial s_h\partial/\partial s(\partial s/\partial s_0)+\partial\tau/\partial s_h\partial/\partial\tau(\partial s/\partial s_0):$$

§2.2. *Էյկոնալային մոտավորությունը ընկնող ալիքի ճակատի երկչափ կորության հաշվառմամբ*

Դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումների էյկոնալային մոտավորությունը տալիս է խնդրի լուծումը՝ կախված դիֆրակցիայի հարթության մեջ դիտման կետի կոորդինատներից: Սակայն, եթե հաշվի առնենք ընկնող ալիքի ճակատի երկչափ կորությունը, ապա դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումներում անհրաժեշտ է հաշվի առնել նաև դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ՝ ըստ y կոորդինատի լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալները: Ուստի էյկոնալի հավասա-րումը նույնպես կախված կլինի այդ կոորդինատից:

Ստորև էյկոնալի հավասարումն ստացվել է դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումներից, որոնցում թողնվել են լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալներն ըստ y-ի: Գտնվել է լրիվ ինտեգրալը, որը հնարավորություն է տալիս կառուցելու տրված սահմանային պայմաններին բավարարող լուծումը բյուրեղում և գտնելու հետագծերը: Ուսումնասիրվել է նաև վակուումում, բյուրեղից դուրս ալիքի տարածման էյկոնալի հա-վասարումը և գտնվել է լրիվ ինտեգրալը:

§2.2.1. *Էյկոնալի հավասարումը բյուրեղում*

Դեֆորմացված բյուրեղում, երբ դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումնե-րում հաշվի են առնվում լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալները դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ, անցած և դիֆրակտված ալիքների լայնույթ-ներն ընդհանուր դեպքում բավարարում են հետևյալ հավասարումներին՝

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \tilde{E}_0}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial \tilde{E}_0}{\partial s_0} + k^2\chi_{\bar{h}}\tilde{E}_h C\exp(i\mathbf{hu}) = 0, \\
&\frac{\partial^2 \tilde{E}_h}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial \tilde{E}_h}{\partial s_h} + k^2\chi_h\tilde{E}_0 C\exp(-i\mathbf{hu}) = 0\ :
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Դիտարկենք դիֆրակցիան կատարյալ բյուրեղում, այսինքն, երբ $\mathbf{u}=0$: (2.23)-ում անցնելով յուրաքանչյուր լայնույթի համար հավասարումներին, կստանանք (հետագա-յում պարզության համար C բևեռացման գործակիցը բաց է թողնվում, որը կարելի է վերականգնել, պատասխանում փոխարինելով $\chi_{h,\bar{h}} \to C\chi_{h,\bar{h}}$)

$$\frac{\partial^4 \tilde{E}_{0,h}}{\partial y^4} + 2ik\left(\frac{\partial}{\partial s_0} + \frac{\partial}{\partial s_h}\right)\frac{\partial^2 \tilde{E}_{0,h}}{\partial y^2} - 4k^2\frac{\partial^2 \tilde{E}_{0,h}}{\partial s_0 \partial s_h} - k^4\chi_h\chi_{\bar{h}}\tilde{E}_{0,h} = 0: \tag{2.24}$$

Էյկոնալային մոտավորությամբ լայնույթները փնտրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\tilde{E}_{0,h} = E_{0,h}\exp\left(i\Phi\right), \tag{2.25}$$

որտեղ Φ-ն էյկոնալն է, իսկ E_0-ն և E_h–ը՝ դանդաղ փոփոխվող լայնույթները: (2.25)-ը տեղադրելով (2.24)-ի մեջ, ստանում ենք.

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^4 + 4k\cos\theta\frac{\partial\Phi}{\partial z}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + 4k^2\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\cos^2\theta - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2\sin^2\theta\right] - k^4\chi_h\chi_{\bar{h}} = 0: \tag{2.26}$$

Լրիվ ինտեգրալը, այսինքն՝ երեք կամայական հաստատուններից կախված (2.26)-ի լուծումը գտնելու նպատակով, էյկոնալը փնտրենք փոփոխականների բաժանման եղա-նակով, այն է՝

$$\Phi = \Phi_1(x) + \Phi_2(y) + \Phi_3(z) \tag{2.27}$$

տեսքով: (2.27)-ը տեղադրելով (2.26)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\Phi = C_1 x + C_2 y \pm z\frac{\sqrt{C_1^2\sin^2\theta + \sigma^2}}{\cos\theta} - C_2^2\frac{z}{2k\cos\theta} + C_3, \tag{2.28}$$

որտեղ C_1-ը, C_2-ը և C_3-ը կամայական հաստատուններ են, $\sigma = k\sqrt{\chi_h\chi_{\bar{h}}}/2$, "+" և "−" նշանները վերաբերվում են թույլ և ուժեղ կլանվող ճյուղերին: Ունենալով լրիվ ինտե-գրալը՝ որոշակի եղանակով գտնվում են տրված սահմանային պայմաններին բավա-րարող էյկոնալը և հետագծերը [221]: Հիշեցնենք այդ եղանակի էությունը: Դիցուք՝ բյուրեղի մուտքի մակերևույթը տրված է պարամետրորեն՝

$$x = x(t_1,t_2),\ y = y(t_1,t_2),\ z = z(t_1,t_2), \tag{2.29}$$

իսկ էյկոնալը մուտքի մակերևույթին տրված է $\Phi_0(t_1,t_2)$ ֆունկցիայով (ընկնող ալիքի էյկոնալը): Կազմում ենք հետևյալ համակարգը՝

$$\begin{aligned} &\Phi_0(t_1,t_2) = \Phi(x(t_1,t_2), y(t_1,t_2), z(t_1,t_2)),\\ &\Phi_{0t_1} = \Phi_{t_1},\\ &\Phi_{0t_2} = \Phi_{t_2}, \end{aligned} \tag{2.30}$$

որտեղ էյկոնալի t_1 և t_2 ցուցիչները նշանակում են ածանցում ըստ այդ փոփոխական-ների: Առաջին հավասարումը համարժեք է մուտքի մակերևույթին ընկնող ալիքի և բյուրեղական ալիքների էյկոնալների անընդհատությանը, իսկ մյուս երկու հավասարում-ները համարժեք են տեղային ալիքային վեկտորի՝ մուտքի մակերևույթի նկատմամբ շոշափող բաղադրիչի անընդհատությանը: (2.30)-ից C_1, C_2, C_3 հաստատուններն որպես ֆունկցիաներ արտահայտում ենք t_1 և t_2 պարամետրերով: Այդ ֆունկցիաները տեղա-դրելով (2.28)-ի մեջ, ստանում ենք այսպես կոչված ընդհանուր ինտեգրալը, որը կախ-ված է երկու պարամետրից: Հետագծերն ստանում ենք՝ կազմելով հետևյալ համակար-գը

$$\begin{aligned} &\Phi_{t_1}(x,y,z,C_1(t_1,t_2),C_2(t_1,t_2),C_3(t_1,t_2)) = 0,\\ &\Phi_{t_2}(x,y,z,C_1(t_1,t_2),C_2(t_1,t_2),C_3(t_1,t_2)) = 0 : \end{aligned} \tag{2.31}$$

Ամեն մի սևեռված (t_1,t_2) զույգին համապատասխանում է որոշակի հետագիծ, որը դուրս է գալիս մուտքի մակերևույթի $\{x(t_1,t_2), y(t_1,t_2), z(t_1,t_2)\}$ կետից և անցնում է բյուրեղի $\{x, y, z\}$ կետով: (2.31)-ից (t_1,t_2)-ը արտահայտելով x,y,z-ով և տեղադրելով $\Phi(x,y,z,C_1(t_1,t_2),C_2(t_1,t_2),C_3(t_1,t_2))$ ընդհանուր ինտեգրալի արտահայտության մեջ, գտնում ենք (2.26) հավասարման տրված սահմանային պայմաններին բավարարող լուծու-մը:

§2.2.2. Էյկոնալի հավասարումը վակուումում

Դիտարկենք դիֆրակտված ալիքի հետագա տարածումը բյուրեղից դուրս, վակուումում: Լաուեի երկրաչափության դեպքում դիֆրակտված ալիքն ունի $\tilde{E}_h \exp(i\mathbf{K}_h \mathbf{r})$ տեսքը: $\tilde{E}_h$ լայնույթը բավարարում է դիֆրակցիայի պարաբոլական հավասարմանը [48]

$$\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\partial^2 \tilde{E}_h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \tilde{E}_h}{\partial y^2}+2ik\left(\frac{\partial \tilde{E}_h}{\partial z}\cos\theta-\frac{\partial \tilde{E}_h}{\partial x}\sin\theta\right)=0\ : \qquad (2.32)$$

$\tilde{E}_h$-ը ներկայացնենք $E_h \exp(i\Phi)$ տեսքով և տեղադրենք (2.32)-ի մեջ: Արդյունքում կստանանք էյկոնալի հավասարումը վակուումում՝

$$\frac{1}{\cos^2\theta}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2+2k\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\cos\theta-\frac{\partial\Phi}{\partial x}\sin\theta\right)=0: \qquad (2.33)$$

Օգտվելով փոփոխականների բաժանման եղանակից՝ գտնում ենք (2.33)-ի ընդհանուր ինտեգրալը՝

$$\Phi = C_1(x+ztg\theta)+C_2 y-\frac{C_1^2 z}{2k\cos^3\theta}-\frac{C_2^2 z}{2k\cos\theta}+C_3\ , \qquad (2.34)$$

որը կախված է C_1, C_2, C_3 կամայական հաստատուններից: Այնուհետև, օգտվելով (2.28)-(2.31)-ից, գտնում ենք տրված սահմանային պայմաններին բավարարող (2.33) հավա-սարման լուծումը և հետագծերը:

§2.3. Մուտքի և ելքի ոչ հարթ մակերևույթներով բյուրեղով ռենտգենյան փնջի կիզակետման էյկոնալի տեսությունը Լաուեի համաչափ դեպքում

Ռենտգենյան փնջի կիզակետման եղանակներից մեկը բրեգյան դիֆրակցիայի օգտագործումն է: Եթե բյուրեղը զերծ է արտաքին ազդեցություններից (ճկում, ջերմաս-տիճանային գրադիենտ), ապա Լաուեի համաչափ երկրաչափության դեպքում բյուրե-ղում և բյուրեղից դուրս՝ վակուումում, ռենտգենյան փնջի կիզակետումը դիֆրակցիայի հարթության մեջ (հորիզոնական կիզակետում) կարելի է իրականացնել հարթ մուտքի և ելքի մակերևույթներով բյուրեղով [16,17,19]: Միաժամանակ, որպեսզի իրականացվի կիզակետում դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ (սագիտալ կիզակետում), անհրաժեշտ է, որպեսզի մուտքի կամ (և) ելքի մակերևույթը լինի ոչ հարթ: [106]-ում դիտարկվել է փնջի սագիտալ կիզակետումը Բրեգի երկրաչափության դեպքում, ենթադրելով, որ բյուրեղի մուտքի մակերևույթը գլանային պարաբոլարդ է, որի առանցքն ընկած է դիֆրակցիայի հարթության մեջ: [112]-ում ուսումնասիրվել է Լաուեի երկրաչափությամբ սագիտալ կիզակետում այն դեպքում, երբ բյուրեղի ելքի մակերևույթը դիֆրակցիայի հարթության մեջ ընկած առանցքով գլանային պարաբոլարդ է:

Ստորև ուսումնասիրվել է փնջի կիզակետումը բյուրեղի ներսում և վակուումում Լաուեի համաչափ դեպքում: Մուտքի և ելքի մակերևույթներն ունեն պարաբոլարդի տեսք՝ ընդհանուր դեպքում գագաթում միմյանց ոչ հավասար կորության շառավիղներով:

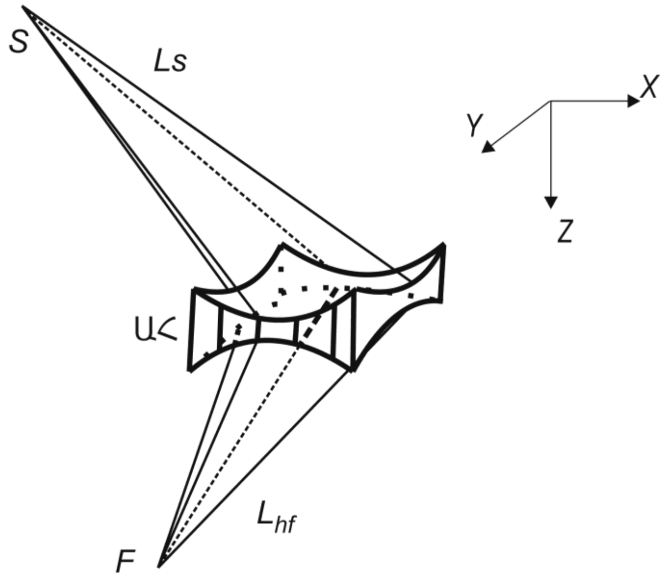
§2.3.1. Ալիքային ճակատի երկչափկորությամբ ռենտգենյան փնջի կիզակետումը բյուրեղում

Դիցուք՝ բյուրեղից L_S հեռավորությամբ կետային աղբյուրից մուտքի և ելքի ոչ հարթ մակերևույթներով բյուրեղի վրա ընկնում է մեներանգ գնդային ալիք: Բյուրեղի անդրադարձնող հարթությունները ուղղահայաց են մուտքի մակերևույթին (Լաուեի համաչափ դեպք, նկ.2.1): Բյուրեղի մուտքի մակերևույթն ունի գագաթում R_{x1}, R_{y1} կորության շառավիղներով պարաբոլարդի տեսք, որը տրվում է հետևյալ հավասարումով

$$z_0 = \frac{x_0^2}{2R_{x1}} + \frac{y_0^2}{2R_{y1}}, \tag{2.35}$$

որտեղ x_0, y_0, z_0-ն բյուրեղի մուտքի մակերևույթի կամայական կետի կոորդինատներն են:

Ուսումնասիրենք թույլ կլանվող ճյուղի կիզակետումը §2.2-ում ներկայացված էյկոնալի տեսությամբ, օգտվելով լրիվ ինտեգրալի (2.28) արտահայտությունից:



Նկ. 2.1. Կիզակետման սխեման մուտքի և ելքի ոչ հարթ մակերևույթներով բյուրեղով: Ցույց է տրված միայն բյուրեղի լուսավորված տիրույթը: S՝ ռենտգենյան ալիքների կետային աղբյուր, L_s՝ «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորու-թյունը, L_{hf}՝ «բյուրեղ-կիզակետ» հեռավորությունը, F՝ կիզակետ, ԱՀ՝ անդ-րադարձնող հարթություններ. Կոորդինատների սկզբնակետը բյուրեղի մուտ-քի մակերևույթին է:

Մեր նպատակն է՝ գտնել բյուրեղի մուտքի մակերևույթին սահմանային պայմաններին բա-վարարող էյկոնալը և հետագծերը: Դիտարկենք անմիջականորեն պարաբոլարդի գագաթի մոտ ընկած ճառագայթները՝ որոնց համար $\left|x_0/R_{x1}\right| \ll 1, \left|y_0/R_{y1}\right| \ll 1$: Այդ դեպքում $\left|C_1\right| \ll \left|\sigma\right|$, և (2.28)-ում կարելի է օգտվել հետևյալ մոտավորությունից՝

$$\sqrt{C_1^2 \sin^2\theta + \sigma^2} \approx \sigma\left(1 + \frac{C_1^2}{2\sigma^2}\sin^2\theta\right): \tag{2.36}$$

Ընկնող ալիքի էյկոնալն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\Phi^i = \frac{kx_0^2\cos^2\theta}{2L_s} + \frac{ky_0^2}{2L_s}: \tag{2.37}$$

Փուլի անընդհատության պայմանի համաձայն՝ բյուրեղային դաշտի Φ_0 էյկոնալը մուտ-քի մակերևույթին բավարարում է հետևյալ հավասարությանը

$$\Phi_0 + \frac{k\chi_0 z_0}{2\cos\theta} = \Phi^i: \tag{2.38}$$

Օգտվելով *§2.2*-ում ներկայացված (2.28)−(2.31) եղանակից, գտնում ենք սահմանային պայմաններին բավարարող էյկոնալը և հետագծերը (տես Յավելված 1): (2.36) մոտավորության իրականացման պայմաններում հետագծերը տրվում են

$$x - x_0\left(1 - \frac{z}{z_{fx1}}\right) = 0,\qquad y - y_0\left(1 - \frac{z}{z_{fy1}}\right) = 0, \tag{2.39}$$

հավասարումներով, իսկ էյկոնալը՝

$$\Phi = \frac{\sigma z}{\cos\theta} - \frac{\sigma\cos\theta}{2\sin^2\theta}\frac{x^2}{z - z_{fx1}} + \frac{k\cos\theta\, y^2}{2\,(z - z_{fy1})} \tag{2.40}$$

բանաձևով, որտեղ z_{fx1}-ը և z_{fy1}-ը տրվում են հետևյալ առնչություններով.

$$\frac{1}{z_{fx1}} = \frac{\sin^2\theta}{\sigma\cos\theta}\left[\frac{k\cos^2\theta}{L_s} - \left(\frac{k\chi_0}{2} + \sigma\right)\frac{1}{R_{x1}\cos\theta}\right],\qquad \frac{1}{z_{fy1}} = -\frac{1}{k\cos\theta}\left[\frac{k}{L_s} - \left(\frac{k\chi_0}{2} + \sigma\right)\frac{1}{R_{y1}\cos\theta}\right]: \tag{2.41}$$

Յետագծերը որոշելիս բյուրեղի բևեռացվելիությունը և z_{fx1}, z_{fy1}-ը իրական են: Կլանող բյուրեղի դեպքին անցնելու համար անհրաժեշտ է (2.40) լուծումն անալիտիկ շարունակել բևեռացվելիության կոմպլեքս արժեքների համար և (2.39)-ում և (2.40)-ում z_{fx1}-ը, z_{fy1}-ը կոմպլեքս են: Ինչպես երևում է (2.39)-ից, երբ $z = z_{fx1}$, (x,z) հարթության մեջ բոլոր հետագծերն անցնում են $x=0$ կետով: Դա նշանակում է, որ $(0,z_{fx1})$ կետում (x,z) հարթության մեջ տեղի ունի կիզակետում՝ անկախ y-ից: Ճիշտ նույն կերպ, երբ $z = z_{fy1}$, (y,z) հարթության մեջ տեղի ունի կիզակետում $(0,z_{fy1})$ կետում՝ անկախ x-ից: (2.41) առնչությունները կարելի է ներկայացնել ավելի ընդունված տեսքով՝

$$\frac{1}{z_{fx1}} - \frac{\Gamma}{L_s} = \frac{1}{F_{x1}},\qquad \frac{1}{z_{fy1}} + \frac{1}{L_s\cos\theta} = \frac{1}{F_{y1}}, \tag{2.42}$$

որտեղ $\Gamma = \sin\theta\sin 2\theta/|\chi_{hr}|$, $F_{x1} = R_{x1}ctg^2\theta\,|\chi_{hr}|/(|\chi_{0r}| - |\chi_{hr}|)$, $F_{y1} = -2R_{y1}\cos^2\theta/(|\chi_{0r}| - |\chi_{hr}|)$: Երբ $F_{x1}\to\infty$, այսինքն, երբ բյուրեղի մուտքի մակերևույթը (x,z) հարթության մեջ հարթ է, ստացվում է բյուրեղի ներսում գնդային ալիքի դինամիկական կիզակետման խորության հայտնի արտահայտությունը [17]: Հարթ ալիքը $\left(L_s \to \infty\right)$, երբ $R_{x1} > 0$ (ուռուցիկ մակերևույթ), (x,z) հարթության մեջ կիզակետվում է F_{x1} խորությունում, իսկ (y,z) հարթությունում՝ F_{y1} խորությունում, ընդ որում, անհրաժեշտ է, որ $R_{y1} < 0$ (գոգավոր մակերևույթ): Ինչպես երևում է (2.39)-ից, կետային կիզակետման պայմանը կախված է L_s հեռավորությունից: Որպեսզի հարթ ալիքը հավաքվի կետում, պետք է տեղի ունենա

$$\left|R_{y1}\right| = \frac{R_{x1}\left|\chi_{hr}\right|}{2\sin^2\theta} \tag{2.43}$$

պայմանը: Ըստ (2.42)-ի, սագիտալ կիզակետման պայմանը բավական «կոշտ» է և պահանջում է Բրեգի մեծ անկյուններ ($\pi/2$-ին մոտ) և կորության փոքր $\left|R_{y1}\right|$ շառավիղ:

Էյկոնալի (2.40) արտահայտությունից երևում է, որ z_{fx1} կամ z_{fy1} խորություններն անցնելուց հետո ալիքային ճակատը փոխում է կորության նշանը: Բյուրեղը համարելով կլանող և դիտման կետը վերցնելով z_{fx1} կամ z_{fy1} խորությունում, լայնույթի համար ստա-նում ենք գաուսյան բաշխում: Կիզակետի շուրջը, հորիզոնական հարթության մեջ, այդ բաշխումն ունի $\exp\left(-x^2/a_x\right)$ տեսքը, որտեղ

$$a_x = \frac{4R_{x1}\cos\theta\left(\chi_{hi}\left|\chi_{0r}\right| - \chi_{0i}\left|\chi_{hr}\right|\right)}{k\left|\chi_{hr}\right|\left(\left|\chi_{0r}\right| - \left|\chi_{hr}\right|\right)^2}: \tag{2.44}$$

(2.44) արտահայտությունը, առանց ընդհանրությունը խախտելու, բերված է կենտրոնահամաչափ բյուրեղի համար, ընդ որում $\chi_{0i}, \chi_{hi} > 0$, իսկ $\chi_{0r}, \chi_{hr} < 0$: Սագիտալ կիզակետման համար, նույն կերպ, ստանում ենք $\exp\left(-y^2/a_y\right)$, որտեղ

$$a_y = \frac{4\left|R_{y1}\right|\cos\theta\left(\chi_{0i} - \chi_{hi}\right)}{k\left(\left|\chi_{0r}\right| - \left|\chi_{hr}\right|\right)^2}: \tag{2.45}$$

Այս բաշխումներից դժվար չէ գնահատել հորիզոնական և սագիտալ կիզակետի չափերը՝

$$\Delta x_f \sim 2\sqrt{\frac{a_x}{2}}, \qquad \Delta y_f \sim 2\sqrt{\frac{a_y}{2}} : \tag{2.46}$$

Գնահատենք ուժգնության աճը կիզակետում: Էներգիայի հոսքի պահպանման օրենքի համաձայն՝

$$I_h(z_{fx1})\Delta x_f = I_h(0)\Delta x_0, \quad I_h(z_{fy1})\Delta y_f = I_h(0)\Delta y_0, \tag{2.47}$$

որտեղ $I_h(0)$-ն թույլ կլանվող ճյուղի ուժգնությունն է մուտքի մակերևույթին, Δx_0-ն՝ բյուրեղի մակերևույթի լուսավորված տիրույթի չափն է ըստ x-ի, Δy_0-ն՝ ըստ y-ի:

Դիտարկենք հարթ ալիքի կիզակետման կոնկրետ օրինակ՝ $\lambda = 1{,}54\ \mathrm{\mathring{A}}$ ալիքի երկարությամբ ճառագայթման Si(444) CuKα անդրադարձում, երբ $R_{x1} = 2$ մմ: Այս դեպքում (2.42) կիզակետման խորությունը $z_{fx1} = 34$ մկմ, կիզակետի չափը՝ $\Delta x_f = 20$ մկմ, ընդ որում, դիֆրակտային կլանումն այդ խորությունում՝ $\exp[-\mu z_{fx1}(1-\chi_{hi}/\chi_{0i})/\cos\theta] = 0{,}6$, որտեղ՝ գծային կլանման գործակիցը՝ $\mu = k\chi_{0i}$: Եթե մուտքի մակերևույթի լուսավորված տիրույթի չափը համարենք 1մմ, ապա ըստ (2.47)-ի, կլանման հաշվառմամբ, ուժգնության աճի արժեքի համար կստանանք 20: Միաժամա-նակ, նույնիսկ եթե $R_{y1} = -100$ մկմ, նույն անդրադարձման համար ստանում ենք $z_{fy1} = 71$սմ, ինչը բյուրեղում հասանելի չէ: Բյուրեղում սագիտալ կիզակետման համար անհրաժեշտ է երեք կարգով փոքրացնել $R_{y1}\cos^2\theta$-ն:

§2.3.2. Ալիքային ճակատի երկչափ կորությամբ ռենտգենյան փնջի կիզակետումը վակուումում

Ուսումնասիրենք դիֆրակտված ալիքի կիզակետումը վակուումում՝ բյուրեղից դուրս գալուց հետո: Վակուումում Էյկոնալի հավասարման լրիվ ինտեգրալը տրվում է (2.34) արտահայտությամբ: Բյուրեղի ելքի մակերևույթն R_{x2},R_{y2} կորության շառավիղներով պարաբոլարդ է, որի հավասարումը՝

$$z_e = T + \frac{x_e^2}{2R_{x2}} + \frac{y_e^2}{2R_{y2}}, \tag{2.48}$$

որտեղ T-ն բյուրեղի հաստությունն է պարաբոլոիդի գագաթում: (2.40)-ի համաձայն՝ բյուրեղի ելքի մակերևույթին էյկոնալն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\Phi_e = \frac{\sigma z_e}{\cos\theta} - \frac{\sigma\cos\theta}{2\sin^2\theta}\frac{x_e^2}{T - z_{fx1}} + \frac{k\cos\theta\, y_e^2}{2(T - z_{fy1})} + \frac{k\chi_0 z_e}{2\cos\theta}: \tag{2.49}$$

Յայտարարում տեղադրվել է $z_e \approx T$, քանի որ դիտարկվում են պարաբոլարդի առանցքին մոտ ճառագայթներ: Օգտագործելով (2.49)-ը որպես բյուրեղի ելքի մակե-րևույթին փուլի արժեքի սահմանային պայման և օգտվելով (2.34) վակուումային լրիվ ինտեգրալի արտահայտությունից, հանգում ենք հետագծերի հետևյալ հավասարումնե-րին.

$$\begin{gathered}\xi - x_e\cos\theta\left(1 - \frac{z-T}{z_{fx2}-T}\right) = 0,\\ y - y_e\left(1 - \frac{z-T}{z_{fy2}-T}\right) = 0,\end{gathered} \tag{2.50}$$

որտեղ $\xi = x\cos\theta + (z-T)\sin\theta$ կոորդինատը փոփոխվում է դիֆրակտված փնջի լայնա-կան հատույթում, իսկ

$$\begin{gathered}\frac{1}{z_{fx2}-T} = \frac{1}{k\cos^3\theta}\left[\frac{\sigma\cos\theta}{\sin^2\theta\,(T - z_{fx1})} - \left(\frac{k\chi_0}{2}+\sigma\right)\frac{1}{R_{x2}\cos\theta}\right],\\ \frac{1}{z_{fy2}-T} = -\frac{1}{k\cos\theta}\left[\frac{k\cos\theta}{(T - z_{fy1})} - \left(\frac{k\chi_0}{2}+\sigma\right)\frac{1}{R_{y2}\cos\theta}\right]:\end{gathered} \tag{2.51}$$

Էյկոնալի համար ստանում ենք՝

$$\Phi = \left(\frac{k\chi_0}{2}+\sigma\right)\frac{T}{\cos\theta} + \frac{k\xi^2}{2(L_h - L_{hfx})} + \frac{ky^2}{2(L_h - L_{hfy})}: \tag{2.52}$$

(2.52)-ում ներմուծվել են $L_h = (z-T)/\cos\theta$, $L_{hfx} = (z_{fx2}-T)/\cos\theta$ և $L_{hfy} = (z_{fy2}-T)/\cos\theta$ հեռավորությունները: Կլանող բյուրեղի դեպքում L_{hfx}-ը և L_{hfy}-ը կոմպլեքս են: Չկլանող բյուրեղի դեպքում (2.51) արտահայտությունից այդ հեռավորությունները տրվում են

$$\begin{gathered}\frac{1}{L_{hfx}} = \frac{1}{F_{x2}} + \frac{1}{\Gamma(T - z_{fx1})},\\ \frac{1}{L_{hfy}} = \frac{1}{F_{y2}} - \frac{\cos\theta}{T - z_{fy1}}\end{gathered} \tag{2.53}$$

բանաձևերով, որտեղ

$$F_{x2}=\frac{2R_{x2}\cos^3\theta}{|\chi_{0r}|-|\chi_{hr}|},$$
$$F_{y2}=\frac{2R_{y2}\cos\theta}{|\chi_{0r}|-|\chi_{hr}|}: \qquad (2.54)$$

Ավելի մանրամասն ուսումնասիրենք միայն մուտքի և կամ միայն ելքի հարթ մակերևույթով բյուրեղի դեպքը:

Մուտքի հարթ մակերևույթով բյուրեղի դեպքում $\left(|R_{x1}|,|R_{y1}|\to\infty\right)$, (2.42) և (2.53) բանաձևերից հետևում է, որ

$$\frac{1}{L_{hfx}}-\frac{1}{\Gamma T-L_s}=\frac{1}{F_{x2}},$$
$$\frac{1}{L_{hfy}}+\frac{\cos\theta}{T+L_s\cos\theta}=\frac{1}{F_{y2}}: \qquad (2.55)$$

(2.54) և (2.55)-ից հետևում է, որ կետային կիզակետման $L_{hfx}=L_{hfy}$ պայմանը կախված է L_s-ից: Եթե բավարարվում է բարակ ոսպնյակի պայմանը՝ $\max(T/\cos\theta,\Gamma T)<<L_s$, ապա (2.55)-ն ընդունում է բարակ ոսպնյակի բանաձևի ստանդարտ տեսքը՝

$$\frac{1}{L_{hfx}}+\frac{1}{L_s}=\frac{1}{F_{x2}},$$
$$\frac{1}{L_{hfy}}+\frac{1}{L_s}=\frac{1}{F_{y2}}: \qquad (2.56)$$

Այս դեպքում կետային կիզակետման պայմանը կախված չէ L_s-ից և ունի հետևյալ տեսքը՝

$$R_{y2}=R_{x2}\cos^2\theta: \qquad (2.57)$$

(2.56)-ի համաձայն՝ հարթ ալիքի կիզակետման դեպքում F_{x2} և F_{y2} հեռավորու-թյունները տարբեր են, ընդ որում, անկախ բյուրեղի հաստությունից, կետային կիզա-կետման պայմանը տրվում է (2.57)-ով: Նկատենք, որ մուտքի և ելքի հարթ մակերևույթներով բյուրեղի դեպքում (2.55)-ի առաջին հավասարումն անցնում է գնդային ալիքի՝ վակուումում դինամիկական դիֆրակտային կիզակետման հայտնի արտահայտությանը [16]:

Կլանող բյուրեղի դեպքում վակուումային էյկոնալի (2.52) արտահայտությունից կիզակետի չափերի համար կստանանք՝

$$\Delta\xi_f \sim 2\sqrt{\frac{a_\xi}{2}}, \quad \Delta y_f \sim 2\sqrt{\frac{a_y^e}{2}}, \tag{2.58}$$

որտեղ

$$a_\xi = \frac{2R_{x2}\cos^3\theta\,(\chi_{0i}-\chi_{hi})}{k\left(|\chi_{0r}|-|\chi_{hr}|\right)^2}, \quad a_y^e = \frac{2R_{y2}\cos\theta\,(\chi_{0i}-\chi_{hi})}{k\left(|\chi_{0r}|-|\chi_{hr}|\right)^2}: \tag{2.59}$$

Որպես օրինակ քննարկենք *§2.3.1*-ում դիտարկված դեպքը. ելքի մակերևույթին $R_{x2}=2$մմ, $T=100$մկմ, և $\Gamma T\approx 8$մ, ուստի բարակ ոսպնյակի պայմանն իրականանում է, եթե $L_s >> 8$մ: Հարթ ալիքի դեպքում (2.54)-ից ստանում ենք $L_{hfx}=2,7$մ, $\Delta\xi_f=1$մկմ, իսկ կիզակետում ուժգնության աճի համար, հաշվի առնելով նաև դիֆրակտային $\exp[-\mu T\left(1-\chi_{hi}/\chi_{0i}\right)/\cos\theta]=0,2$ կլանումը՝ 45: L_{hfx}հեռավորությունը կարելի է կրճատել մինչև 38 սմ, եթե օգտագործենք անդրադարձում, որի համար $\cos\theta\sim 0,1$ (այս օրինա-կում $\cos\theta\sim 0,193$): Բայց կա նաև այդ հեռավորությունը կրճատելու մեկ այլ եղանակ [220,222,223]: Դրա համար անհրաժեշտ է բյուրեղից դուրս եկած փունջը ենթարկել ևս մեկ բրեգյան անդրադարձման $b>1$ անհամաչափության գործակցով մեկ այլ բյուրեղով: Այդ դեպքում, ինչպես ցույց է տրվել §1.4.2-ում, կիզակետային հեռավորությունը՝ $F_{x2}/b^2=27$սմ, երբ $b=3$: Եթե $R_{y2}=100$մկմ, ապա սագիտալ կիզակետումն իրականանում է 3,7 մ հեռավորությունում, կիզակետի չափը 1մկմ է: Եթե կիզակետող տիրույթի չափը համարենք 100 մկմ, կիզակետում ուժգնության աճը հավասար է 20: Սագիտալ կիզակետային հեռավորությունը մետրի կարգի դարձնելու համար (y,z) հարթության մեջ նույնպես կարելի է կիրառել $b>1$ անհամաչափության գործակցով բրեգյան անդրադարձում:

Անհամաչափ անդրադարձման ազդեցությունը ոչ հարթ մակերևույթով բյուրեղով դիֆրակցիայի հարթության մեջ կիզակետման վրա առանձին ուսումնասիրություն է պահանջում: Ոչ հարթ մակերևույթով բյուրեղով սագիտալ կիզակետման վրա անհամա-չափության ազդեցությունն ուսումնասիրված է [112]-ում:

Այժմ դիտարկենք մուտքի ոչ հարթ և ելքի հարթ մակերևույթներով բյուրեղ $\left(|R_{x2}|,|R_{y2}|\to\infty\right)$: Այս դեպքում (2.53)-ից գտնում ենք

$$L_{hfx} = \Gamma(T - z_{fx1}), \quad L_{hfy} = -\frac{T - z_{fy1}}{\cos\theta}: \qquad (2.60)$$

Հարկ է նշել, որ երկրորդ հավասարումը կարելի է ներկայացնել նաև $z_{fy2} = z_{fy1}$ տեսքով: (2.60)-ից հետևում է, որ հորիզոնական հարթության մեջ կիզակետում հնարավոր է և՛ դրական, և՛ բացասական z_{fx1}-ի համար, ընդ որում, բացասական z_{fx1}-ի համար հորիզոնական կիզակետում հնարավոր է բոլոր L_s հեռավորությունների և T հաստություն-ների դեպքում, երբ կարելի է (x,z) հարթությունում վերցնել և՛ $R_{x1} < 0$ (գոգավոր մակերևույթ) և՛ $R_{x1} > 0$ (ուռուցիկ մակերևույթ): (2.60)-ից հետևում է, որ ավելի փոքր կիզակետային հեռավորություն ստացվում է $R_{x1} > 0$ դեպքում: Եթե $R_{x1} = 2$մմ, դիտարկված օրինակում անդրադարձման պայմաններում տեղադրելով $T = 50$մկմ, ստանում ենք՝ $L_{hfx} = 1,3$մ:

$R_{x1} > 0$ դեպքում (2.52) էյկոնալի արտահայտությունից հետևում է կլանող բյուրեղով հորիզոնական կիզակետման կիզակետի չափը՝

$$\Delta\xi_f \sim 2\sqrt{\frac{\Gamma}{k}\left[T\frac{\chi_{hi}}{|\chi_{hr}|} - \frac{R_{x1}ctg^2\theta|\chi_{hr}|\left(\chi_{0i} - \chi_{hi}\right)}{\left(|\chi_{0r}| - |\chi_{hr}|\right)^2}\right]}: \qquad (2.61)$$

Դիտարկվող օրինակում $\Delta\xi_f \sim 5$մկմ, իսկ կիզակետում ուժգնության աճը՝ ~20:

§2.4 Ոչ հարթ մուտքի մակերևույթով բյուրեղով ռենտգենյան փնջի կիզակետման էյկոնալի տեսությունը Բրեգի համաչ ափդեպքում

Բրեգյան երկրաչափության դեպքում ռենտգենյան փնջի սագիտալ կիզակետումը ոչ հարթ մակերևույթով բյուրեղով ուսումնասիրվել է [106,107,111] իսկ հորիզոնական կիզակետումը՝ [108,110] աշխատանքներում: Կիրառվել է ստանդարտ հարթալիքային դինամիկական տեսությունը, և ստացվել կիզակետային հեռավորության արտահայ-տություն: Այլ կարևոր պարամետրերի որոշման համար, ինչպիսիք են կիզակետի չա-փերը, ուժգնության աճը կիզակետում և ուժգնության բաշխումը կիզակետի շուրջը, պահանջվում է կիրառել անհամասեռ փնջերի դինամիկական տեսությունն ընկնող ալիքի ճակատի երկչափ կորության հաշվառմամբ: Այս խնդրում չի կարելի դիֆրակ-ցիայի հարթության ուղղահայաց կոորդինատը դիտել որպես պարամետր:

Առաջին գլխում ուսումնասիրված դինամիկական դիֆրակտային հավասարում-ները, որոնք նկարագրում են դինամիկական դիֆրակցիան նաև դիֆրակցիայի հար-թության ուղղահայաց ուղղությամբ, բավականաչափ բարդ են: Կիզակետման հիմնա-կան նպատակը կետային աղբյուրի պատկերի ձևավորումն է (վերջավոր չափերի առարկան կարելի է բաժանել առանձին լուսարձակող կետերի): Քանի որ կետային աղբյուրն առաքում է գնդային ալիք, որը կիզակետող համակարգի վրա ընկնելիս ձևավորում է երկրորդային գնդային ալիքներ, ապա խնդիրը նպատակահարմար և էապես հեշտ է լուծել էյկոնալային մոտավորությամբ:

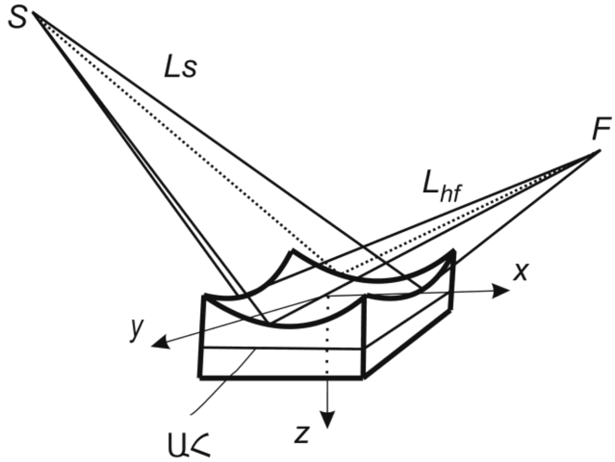
Ստորև, *§2.2*-ում զարգացված էյկոնալի տեսությամբ ուսումնասիրվել է ռենտգենյան փնջի կիզակետումը ոչ հարթ մակերևույթով բյուրեղով բրեգյան երկրա-չափության դեպքում: Նախապես քննարկենք *§2.2*-ում տրված էյկոնալի տեսության հիմնական բանաձևերը՝ ձևափոխված Բրեգի երկրաչափության համար:

§2.4.1. Էյկոնալը և հետագծերը Բրեգի երկրաչափության դեպքում

Բրեգի երկրաչափության դեպքում Oz առանցքն ընտրենք ուղղահայաց բյուրեղի մուտքի մակերևույթին և ուղղված դեպի բյուրեղի խորքը, իսկ Ox առանցքն ուղղենք բյուրեղի մակերևույթով՝ դիֆրակցիայի հարթության մեջ (Նկ.2.2): Այս կոորդինատների և անցած ու դիֆրակտված ալիքների ուղղությունների կոորդինատների միջև կապերը տրվում են հետևյալ

$$s_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{\cos\theta} + \frac{z}{\sin\theta}\right),$$
$$s_h = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{\cos\theta} - \frac{z}{\sin\theta}\right) \qquad (2.62)$$

առնչություններով: Նկ.2.2-ում պատկերված է բրեգյան երկրաչափությամբ և պարաբոլա-կան մուտքի մակերևույթով կատարյալ բյուրեղ: Անդրադարձնող հարթությունները հարթ են և զուգահեռ մուտքի մակերևույթին (համաչափ դեպք), ցույց են տրված նաև ընկած և անդրադարձած ճառագայթները:



Նկ.2.2. Պարաբոլական մուտքի մակերևույթով բյուրեղով ռենտգենյան ճառագայթների կիզակետման սխեման Բրեգի երկրաչափության դեպքում. S՝ ռենտգենյան ճառագայթների աղբյուր, F՝ կետային կիզակետ, ԱՀ՝ անդրադարձնող հարթություններ, L_s՝ «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունը, L_{hf}՝ «բյուրեղ-կիզակետ» հեռավորությունը:

Բյուրեղում էյկոնալի (2.26) հավասարումը նոր փոփոխականներով ներկայացնենք

$$\left(\Phi_y^2 + 2k\cos\theta\Phi_x\right)^2 - 4k^2\Phi_z^2\sin^2\theta - k^4\chi_h\chi_{\bar{h}} = 0, \tag{2.63}$$

տեսքով, որտեղ էյկոնալի ցուցիչները նշանակում են մասնակի ածանցում ըստ համապատասխան փոփոխականի: (2.25) և (1.1) բանաձևերից անդրադարձած և անցած ալիքների դանդաղ փոփոխվող լայնույթների միջև զրոյական մոտավորությամբ կստանանք հետևյալ առնչությունը՝

$$E_h = \frac{2E_0}{k\chi_{\bar{h}}}\left(\frac{1}{2k}\Phi_y^2 + \cos\theta\Phi_x + \sin\theta\Phi_z\right): \tag{2.64}$$

Բրեգի երկրաչափության դեպքում էյկոնալի (2.33) հավասարումը վակուումում նույնպես կարելի է ներկայացնել

$$\frac{1}{\sin^2\theta}\Phi_x^{(e)2} + \Phi_y^{(e)2} + 2k\left(\cos\theta\Phi_x^{(e)} - \sin\theta\Phi_z^{(e)}\right) = 0 \tag{2.65}$$

տեսքով, որտեղ վակուումային էյկոնալը նշված է “e” ցուցիչով: Էյկոնալի (2.63) և (2.65) հավասարումների լրիվ ինտեգրալները կարելի է գտնել փոփոխականների բաժանման եղանակով (տես (2.27) բանաձև): Բյուրեղում լրիվ ինտեգրալի համար կա երկու լուծում՝

$$\Phi^{(\pm)} = \pm z\frac{\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2}}{\sin\theta} + A_2^{(\pm)}y + A_1^{(\pm)}x - A_2^{(\pm)2}\frac{x}{2k\cos\theta} + A_3^{(\pm)}, \tag{2.66}$$

իսկ վակուումային լրիվ ինտեգրալի համար ստանում ենք՝

$$\Phi^{(e)} = C_1(x + z\,ctg\theta) + C_2 y + C_1^2 \frac{z}{2k\sin^3\theta} + C_2^2 \frac{z}{2k\sin\theta} + C_3, \tag{2.67}$$

Որտեղ $\sigma = k\sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}}/2$, իսկ $A_i, C_i\,(i = 1,2,3)$ գործակիցները կամայական հաստատուններ են:

Դիտարկենք սահմանային պայմանները Բրեգի երկրաչափության դեպքում: Ընկնող ալիքը կարելի է ներկայացնել $E_0^{(i)} \exp\left[i\left(\Phi^{(i)} + \mathbf{K}_0^{(i)}\mathbf{r}\right)\right]$ տեսքով, որտեղ $E_0^{(i)}$-ն դանդաղ փոփոխվող լայնույթն է, $\Phi^{(i)}$-ն՝ ալիքի էյկոնալը, $\mathbf{K}_0^{(i)}$-ն՝ ալիքային վեկտորը, $\mathbf{r}$-ը՝ դիտման կետի շառավիղ վեկտորը: Բրեգի դեպքում բյուրեղի մուտքի մակերևույթին տեղի ունեն

$$E_0^{(i)} \exp\left[i\left(\Phi^{(i)} + \mathbf{K}_0^{(i)}\mathbf{r}_0\right)\right] = \left[E_{01}\exp\left(i\Phi^{(1)}\right) + E_{02}\exp\left(i\Phi^{(2)}\right)\right] \exp\left[i\left(\mathbf{K}_0\mathbf{r}_0 + k\frac{\chi_0 x_0}{2\cos\theta}\right)\right] \tag{2.68}$$

սահմանային պայմանները, որտեղ $\mathbf{r}_0$-ն մուտքի մակերևույթի կամայական կետի շառավիղ վեկտորն է: $\Phi^{(1)}$-ն ու $\Phi^{(2)}$-ը և E_{01}-ը և E_{02}-ը (2.63) էյկոնալի հավասարման երկու լուծումներին համապատասխանող էյկոնալները և լայնույթներն են: E_{01}-ը և E_{02}-ն ավելի դանդաղ են փոփոխվում, քան էքսպոնենտները, ուստի [48]

$$E_0^{(i)} = E_{01} + E_{02}, \tag{2.69}$$

$$\Phi^{(i)} + (\mathbf{K}_0^{(i)} - \mathbf{K}_0)\mathbf{r}_0 = \Phi^{(1)} + k\frac{\chi_0 x_0}{2\cos\theta} = \Phi^{(2)} + k\frac{\chi_0 x_0}{2\cos\theta}: \tag{2.70}$$

Դիֆրակտված դաշտը մուտքի մակերևույթի վրա բավարարում է

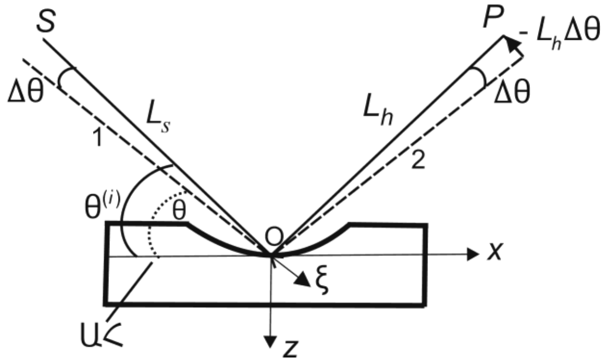
$$E_{h1} + E_{h2} = E_h^{(e)},$$
$$\Phi^{(i)} + (\mathbf{K}_0^{(i)} - \mathbf{K}_0)\mathbf{r}_0 = \Phi^{(1)} + k\frac{\chi_0 x_0}{2\cos\theta} = \Phi^{(2)} + k\frac{\chi_0 x_0}{2\cos\theta} = \Phi^{(e)} \tag{2.71}$$

սահմանային պայմաններին:

§2.4.2. Էյկոնալի հավասարման լուծումը և լայնույթները բյուրեղում

Բյուրեղի մուտքի մակերևույթն ունի պարաբոլոիդի տեսք՝ գագաթում $R_{x,y}$ կորության շառավիղներով և տրվում է հետևյալ հավասարումով (նկ.2.2)՝

$$z_0 = \frac{x_0^2}{2R_x} + \frac{y_0^2}{2R_y}: \qquad (2.72)$$



Նկ.2.3. Անդրադարձման սխեման (x,z) հարթության մեջ. SO՝ կենտրոնական ընկնող ճառագայթ, OP՝ կենտրոնական անդրադարձած ճառագայթ, $\theta^{(i)}$՝ SO ճառագայթի և անդրադարձնող ԱՀ հարթությունների կազմած սահքի անկյունը. OP անդրադարձած ճառագայթի և անդրադարձնող հարթությունների միջև սահքի անկյունը նույնպես $\theta^{(i)}$ է, 1 և 2՝ ընկնող և անդրադարձած փնջի Բրեգի ճշգրիտ ուղղություններին զուգահեռ գծեր, $\Delta\theta = \theta^{(i)} - \theta$, $O\xi$՝ 2 գծին ուղղահայաց ξ կոորդինատի առանցքը, $-L_h\Delta\theta$-ն L_h հեռավորությամբ *P* կետի ξ կոորդինատն է:

Դիտարկենք ռենտգենյան ճառագայթների S կետային աղբյուր, որի հեռավորու-թյունը պարաբոլարդի գագաթից (կոորդինատային համակարգի սկզբնակետ) L_s է (Նկ.2.3): SO-ն պարաբոլարդի գագաթում ընկնող կենտրոնական ճառագայթն է: SO-ի և անդրադարձնող հարթությունների միջև սահքի անկյունը $\theta^{(i)}$ է, աղբյուրի շառավիղ-վեկտորը՝ $\mathbf{r}_s$՝ $x_s = -L_s\cos\theta^{(i)}, y_s = 0$ և $z_s = -L_s\sin\theta^{(i)}$ կոորդինատներով: Կենտրոնական ընկնող ճառագայթի շեղումը Բրեգի ճշգրիտ անկյունից՝ $\Delta\theta = \theta^{(i)} - \theta$ (Նկ.2.3): Կետային աղբյուրն առաքում է $\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|)/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|$ գնդային ալիք, որտեղ $\mathbf{r}$-ը դիտման կետի շառավիղ-վեկտորն է: Հայտարարում մեծ ճշտությամբ կարելի է վերցնել $|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s| \approx L_s$: Բյուրեղի մուտքի մակերևույթի կետերի համար $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$: Էքսպոնենտի արգումենտը վերածենք Թեյլորի շարքի՝ պահելով քառակուսային անդամները ներառյալ՝

$$
\begin{aligned}
&k\left|\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_s\right| = k\sqrt{(x_0-x_s)^2+(y_0-y_s)^2+(z_0-z_s)^2}\approx \\
&\approx k\left(L_s + x_0\cos\theta^i + z_0\sin\theta^i + \frac{x_0^2\sin^2\theta + y_0^2 + z_0^2\cos^2\theta}{2L_s}\right) = \qquad (2.73)\\
&= kL_s + \mathbf{K}_0^{(i)}\mathbf{r}_0 + \frac{k}{2L_s}\left(x_0^2\sin^2\theta + y_0^2 + z_0^2\cos^2\theta\right):
\end{aligned}
$$

(2.73)-ի համաձայն՝ $E_0^{(i)} = \exp(ikL_s)/L_s$, $\Phi^{(i)} = k(x_0^2\sin^2\theta + y_0^2 + z_0^2\cos^2\theta)/2L_s$, կրող $\mathbf{K}_0^{(i)}$ ալիքային վեկտորն ունի $K_{0x}^{(i)} = k\cos\theta^{(i)}$, $K_{0y}^{(i)} = 0$, $K_{0z}^{(i)} = k\sin\theta^{(i)}$ բաղադրիչները, իսկ քառակուսային անդամներում $\theta^{(i)}\approx\theta$, քանի որ $\Delta\theta$-ն մի քանի անկյունային վայրկյանի կարգի է: $\mathbf{K}_0$-ն ունի $K_{0x} = k\cos\theta$, $K_{0y} = 0$, $K_{0z} = k\sin\theta$ բաղադրիչները: (2.72) և (2.73)-ի համաձայն՝

$$
\Phi^{(i)} = k\frac{x_0^2\sin^2\theta}{2L_s}\left[1+\left(\frac{x_0}{2R_x tg\theta}\right)^2 + \frac{y_0^2}{4R_xR_y tg^2\theta}\right] + k\frac{y_0^2}{2L_s}\left[1+\left(\frac{y_0\cos\theta}{2R_y}\right)^2 + \frac{x_0^2\cos^2\theta}{4R_xR_y tg^2\theta}\right]: \qquad (2.74)
$$

Պարաբոլարդի գագաթին անմիջականորեն մոտ տիրույթում՝ $\left|x_0/R_{x,y}\right| < 1$, $\left|y_0/R_{x,y}\right| < 1$, ուստի բավականաչափ մեծ L_s-երի, մասնավորապես հարթ ալիքի դեպքում, (2.74)-ից հետևում է, որ

$$
\Phi^{(i)} \approx \frac{k}{2L_s}x_0^2\sin^2\theta + \frac{k}{2L_s}y_0^2, \qquad (2.75)
$$

ուստի (2.30) անընդհատության պայմաններն ընդունում են հետևյալ տեսքը.

$$
\begin{aligned}
&-\sigma_0 x_0 + k\cos\theta\Delta\theta z_0 + k\frac{x_0^2\sin^2\theta}{2L_s} + k\frac{y_0^2}{2L_s} = \\
&= \pm\frac{z_0}{\sin\theta}\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2} + A_1^{(\pm)}x_0 - A_2^{(\pm)2}\frac{x_0}{2k\cos\theta} + A_2^{(\pm)}y_0 + A_3^{(\pm)}, \\
&Q_1x_0 - \sigma_0 = \pm\frac{x_0}{R_x\sin\theta}\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2} + A_1^{(\pm)} - \frac{A_2^{(\pm)2}}{2k\cos\theta}, \qquad (2.76)\\
&Q_2y_0 = \pm\frac{y_0}{R_y\sin\theta}\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2} + A_2^{(\pm)},
\end{aligned}
$$

որտեղ

$$\sigma_0 = k\sin\theta\left(\Delta\theta + \frac{\chi_0}{\sin 2\theta}\right),$$

$$Q_1 = k\sin\theta\left(\frac{\sin\theta}{L_s} + \frac{\Delta\theta}{R_x tg\theta}\right), \qquad (2.77)$$

$$Q_2 = k\left(\frac{1}{L_s} + \frac{\cos\theta\Delta\theta}{R_y}\right) ։$$

(2.76)-ի երրորդ հավասարման մեջ A_2-ը գծայնորեն է կախված y_0-ից, հետևաբար՝ (2.76)-ի մյուս հավասարումներում $A_2^2 \sim y^2$ անդամները կարելի է անտեսել։ Այս պարզե-ցումից հետո (2.76)-ից ստանում ենք հետևյալ լուծումները՝

$$A_1^{(\pm)} = \frac{(Q_1 x_0 - \sigma_0)\cos\theta \mp \dfrac{x_0}{R_x tg\theta}\sqrt{(Q_1 x_0 - \sigma_0)^2\cos^2\theta - \sigma^2\left(1 - \dfrac{x_0^2}{R_x^2 tg^2\theta}\right)}}{\cos\theta\left(1 - \dfrac{x_0^2}{R_x^2 tg^2\theta}\right)}, \qquad (2.78)$$

$$A_2^{(\pm)} = -Q_\pm^{(y)} y_0, \qquad A_3^{(\pm)} = \frac{Q_\pm^{(x)} x_0^2}{2} + \frac{Q_\pm^{(y)} y_0^2}{2},$$

որտեղ

$$Q_\pm^{(x)} = \left(\pm\frac{\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2}}{R_x\sin\theta} - Q_1\right),$$

$$Q_\pm^{(y)} = \left(\pm\frac{\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2}}{R_x\sin\theta} - Q_2\right) ։ \qquad (2.79)$$

(2.78) և (2.66) բանաձևերից որոշվում է ընդհանուր ինտեգրալը, իսկ հետագծերն ստացվում են (2.31) համակարգից ($t_1 = x_0, t_2 = y_0$).

$$\pm\frac{A_1^{(\pm)}\cos^2\theta A_{1x_0}^{(\pm)}}{\sin\theta\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2}}\left[z - \frac{x_0}{R_x}\left(x - \frac{x_0}{2}\right) - \frac{y_0}{R_y}\left(y - \frac{y_0}{2}\right)\right] + Q_\pm^{(x)}(x_0 - x) = 0, \qquad (2.80)$$

$$Q_\pm^{(y)}(y_0 - y) = 0 ։$$

(2.80)-ի երկրորդ հավասարումից հետևում է, որ $y_0 = y$։ Բյուրեղի մուտքի մակերևույթի մոտ՝ $z \approx x^2/(2R_x) + y^2/(2R_y) = z_0(x,y)$, (2.80)-ի առաջին հավասարումից ստացվում է $x_0 \approx x$։ Տեղադրելով ստացված x_0-ն և y_0-ն $\Phi^{(\pm)}(x,y,z,A_1^{(\pm)}(x_0,y_0),A_2^{(\pm)}(x_0,y_0),A_3^{(\pm)}(x_0,y_0))$ ընդհանուր ինտեգրալի արտահայտության մեջ՝ ստանում ենք էյկոնալը մուտքի մակերևութամերձ կետերում.

$$\Phi^{(1,2)} = \pm\frac{\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2}}{\sin\theta}(z - z_0(x,y)) + \frac{Q_1 x^2}{2} + \frac{Q_2 y^2}{2} - \sigma_0 x, \tag{2.81}$$

որտեղ “1” ցուցիչը համապատասխանում է (2.80)-ի աջ մասում “+”, իսկ “2”-ը` “−“ նշանին: Օգտագործելով (2.81)-ը և (2.64)-ը (անտեսելով Φ_y^2-ն)՝ գտնում ենք դիֆրակտ-ված դաշտի լայնույթը մուտքի մակերևույթին.

$$E_{h(1,2)} = \frac{2E_{0(1,2)}}{k\chi_{\bar{h}}}(A_1^{(\pm)}\cos\theta \pm \sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2}): \tag{2.82}$$

(2.76)-ի երկրորդ և (2.78)-ի առաջին հավասարումներից`

$$\pm\sqrt{A_1^{(\pm)2}\cos^2\theta - \sigma^2} =$$

$$= \frac{-(Q_1 x - \sigma_0)\cos\theta\dfrac{x}{R_x tg\theta} \pm \sqrt{(Q_1 x - \sigma_0)^2\cos^2\theta - \sigma^2\left(1 - \dfrac{x^2}{R_x^2 tg^2\theta}\right)}}{1 - \dfrac{x^2}{R_x^2 tg^2\theta}}: \tag{2.83}$$

Ինչպես երևում է (2.83) և (2.81) բանաձևերից, այնտեղ, որտեղ (2.83)-ի աջ մասի արմատատակ արտահայտությունն ունի բացասական իրական մաս, պետք է վերցնել միայն արմատից առաջ “+” նշանով լուծումը: Հարթ մուտքի մակերևույթով բյուրեղի համար այս լուծումը համապատասխանում է լրիվ անդրադարձման տիրույթին: Ստորև այս տիրույթը կանվանենք “անդրադարձման” տիրույթ, որտեղ, (2.83)-ի համաձայն`

$$(Q_1 x - \sigma_{0r})^2\cos^2\theta < \sigma_r^2\left(1 - \frac{x^2}{R_x^2 tg^2\theta}\right), \tag{2.84}$$

իսկ σ_{0r}-ը և σ_r-ը մեծությունների իրական մասերն են: Նկատի ունենալով σ_0-ի սահմանումը (տես (2.77)), կարելի է վերցնել $\sigma_{0r} = 0$ և $\Delta\theta = |\chi_{0r}|/\sin 2\theta$: Հարթ մուտքի մակերևույթով բյուրեղի համար սա համապատասխանում է ընկնող կենտրոնական SO ճառագայթի անդրադարձման տիրույթի կենտրոնին (նկ.2.3): (2.84)-ից`

$$|x| < \frac{\sigma_r}{\sqrt{Q_1^2\cos^2\theta + \dfrac{\sigma_r^2}{R_x^2 tg^2\theta}}} \equiv a_x: \tag{2.85}$$

Երբ $|R_x| \to \infty$ (հարթ մուտքի մակերևույթով բյուրեղ),

$$a_x \sin\theta = \frac{L_s|\chi_{hr}|}{\sin 2\theta}, \tag{2.86}$$

իսկ ընկնող հարթ ալիքի դեպքում՝ $(L_s \to \infty)$

$$a_x = |R_x| \, tg\theta \frac{|\chi_{hr}|}{\sqrt{|\chi_{0r}|^2 + |\chi_{hr}|^2}} : \tag{2.87}$$

Առանց խախտելու ընդհանրությունը՝ դիտարկենք գոգավոր մակերևույթի դեպքը՝ $R_{x,y} < 0$: Անդրադարձման $-a_x \le x \le a_x$ տիրույթում $\Phi = \Phi^{(1)}$, $E_{01} = E_0^{(i)}, E_{02} = 0$, E_{h1}-ը տրվում է (2.82)-ով և $E_{h2} = 0$: Եթե $a_x \le x \le |R_x| \, tg\theta$ և $Q_1 < 0$ (մասնավորապես՝ ընկնող հարթ ալիքի դեպքում), ապա պետք է վերցնել այդ նույն լուծումը, քանի որ համապատասխան լայնույթի բացարձակ արժեքը նվազում է (տես ստորև (2.87)): $-|R_x| \, tg\theta \le x \le -a_x$ տիրույթում $\Phi = \Phi^{(2)}$, $E_{02} = E_0^{(i)}, E_{01} = 0$, E_{h2}-ը տրվում է (2.82)-ով և $E_{h1} = 0$: Եթե $Q_1 > 0$, ապա անդրադարձման և $-|R_x| \, tg\theta \le x \le -a_x$ տիրույթներում $\Phi = \Phi^{(1)}$, իսկ $a_x \le x \le |R_x| \, tg\theta$ տիրույթում, $\Phi = \Phi^{(2)}$: $x = -|R_x| \, tg\theta$ կետում ընկնող ալիքի կենտրոնական ճառագայթի տարածման ուղղությունը գրեթե զուգահեռ է մուտքի մակերևույթին, և պետք է հաշվի առնել մակերևույթից հայելային անդրադարձած ալիքները: Վերը ներկայացված տեսությունը այս կետում կիրառելի չէ: $x < -|R_x| \, tg\theta$ տիրույթում իրականանում է խառը՝ Լաուե-Բրեգի դեպքը: $x = |R_x| \, tg\theta$ կետում անդրա-դարձած ալիքի կենտրոնական ճառագայթի տարածման ուղղությունը համարյա զուգա-հեռ է մուտքի մակերևույթին, և վերը ներկայացված տեսությունն այս կետում նույնպես կիրառելի չէ: $x > |R_x| \, tg\theta$ տիրույթում իրականանում է խառը Բրեգ-Լաուեի դեպքը:

Այսպիսով՝ $Q_1 < 0$ դեպքում և $-a_x \le x < |R_x| \, tg\theta$ տիրույթում

$$E_h = E_{h1} = \frac{2E_0^{(i)}}{k\chi_{\bar{h}}\left(1 + \frac{x}{R_x tg\theta}\right)} \left[(Q_1 x - \sigma_0)\cos\theta + \sqrt{(Q_1 x - \sigma_0)^2 \cos^2\theta - \sigma^2 \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2 tg^2\theta}\right)} \right], \tag{2.88}$$

իսկ $-|R_x| \, tg\theta < x \le -a_x$ տիրույթում

$$E_h = E_{h2} = \frac{2E_0^{(i)}}{k\chi_{\bar h}\left(1+\dfrac{x}{R_x tg\theta}\right)}\left[(Q_1 x-\sigma_0)\cos\theta-\sqrt{(Q_1 x-\sigma_0)^2\cos^2\theta-\sigma^2\left(1-\dfrac{x^2}{R_x^2 tg^2\theta}\right)}\right]: \qquad (2.89)$$

Եթե $Q_1 > 0$, (2.88)-ում պետք է վերցնել $E_h = E_{h2}$, իսկ (2.89)-ում՝ $E_h = E_{h1}$: Կարելի է հաշվել համապատասխան անդրադարձման գործակիցը՝

$$R(x) = \left|\frac{E_h(x)}{E_0^{(i)}}\right|^2 \frac{\sin(\theta+\alpha(x))}{\sin(\theta-\alpha(x))}, \qquad (2.90)$$

որտեղ $tg\alpha(x) = x/R_x$:

§2.4.3 *Կիզակետումը վակուումում և կիզակետային հեռավորությունը*

(2.81)-ի համաձայն, բյուրեղի մուտքի մակերևույթին ($z = z_0(x,y)$)

$$\Phi^{(1,2)} = \frac{Q_1 x^2}{2} + \frac{Q_2 y^2}{2} - \sigma_0 x, \qquad (2.91)$$

իսկ (2.71)-ի համաձայն՝ բյուրեղի մուտքի մակերևույթին

$$\Phi^e(x,y) \equiv \Phi^e(x,y,z=z_0(x,y)) = \frac{Q_1 x^2}{2} + \frac{Q_2 y^2}{2} - kx\sin\theta\Delta\theta: \qquad (2.92)$$

Օգտագործելով Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքը կոր մակերևույթի համար [220]՝ վակուում-ում, անդրադարձած դաշտի $\tilde{E}_h^e$ լայնույթը դիտման (x,y,z) կետում կարելի է ներկա-յացնել հետևյալ մոտավոր բանաձևով՝

$$\tilde{E}_h^e = -\frac{ik\sin\theta}{2\pi L_h}\int_{-a_x}^{a_x} dx' \int_{-|R_y|}^{|R_y|} dy' E_{h1}(x')\exp\left\{i\left[k\frac{(\xi-\xi')^2+(y-y')^2}{2L_h} + \Phi^e(x',y')\right]\right\}, \qquad (2.93)$$

որտեղ $L_h = -z/\sin\theta > 0$ պարամետրը «բյուրեղ-դիտման կետ» հեռավորությունն է անդրադարձած փնջի կենտրոնական ճառագայթի ուղղությամբ, x'-ը և y'-ը մուտքի մակերևույթի կամայական կետի կոորդինատներն են, $\xi' = x'\sin\theta + z_0(x',y')\cos\theta$, դիֆրակցիայի հարթության մեջ ըստ անդրադարձած փնջի լայնքի կոորդինատը՝ $\xi = x\sin\theta + z\cos\theta$ (նկ.2.3),: $\xi = 0$ գիծը զուգահեռ է անդրադարձած փնջի ճշգրիտ Բրեգի ուղղությանը, $\xi = -L_h\Delta\theta$ գիծն անդրադարձած փնջի կենտրոնական ճառագայթն է (նկ.2.3): Ենթաինտեգրալ արտահայտության փուլում $k\xi'^2/2L_h$ անդամը քառակուսային անդամների ճշտությամբ կարելի է փոխարինել $kx'^2\sin^2\theta/2L_h$-ով, $\xi=-L_h\Delta\theta$, ուստի միավորելով $-k\xi z_0(x',y')\cos\theta/L_h$ և $Q_1x'^2/2+Q_2y'^2/2$ անդամները, (2.93)-ը կարելի է ներկայացնել

$$\tilde{E}_h^e=-\frac{ik\sin\theta}{2\pi L_h}\int_{-a_x}^{a_x}dx'\int_{-|R_y|}^{|R_y|}dy'E_{h1}(x')\exp[i\Omega(\xi,\xi'',y,y')] \tag{2.94}$$

տեսքով որտեղ $\xi''=x'\sin\theta$,

$$\begin{aligned}&\Omega(\xi,\xi'',y,y')=k\frac{(\xi-\xi'')^2}{2L_h}+k\frac{(y-y')^2}{2L_h}+\Phi_0^{(e)}(\xi'',y'),\\&\Phi_0^{(e)}(\xi'',y')=kA\frac{\xi''^2}{2\sin\theta}+kB\frac{y'^2}{2}-k\xi''\Delta\theta,\\&A=\frac{\sin\theta}{L_s}+\frac{2ctg\theta\Delta\theta}{R_x},\qquad B=\frac{1}{L_s}+\frac{2\cos\theta\Delta\theta}{R_y}:\end{aligned} \tag{2.95}$$

Ստացիոնար փուլի եղանակի [48] համաձայն՝ հետագծերն ստացվում են ենթաինտե-գրալ արտահայտության փուլն ըստ ինտեգրման փոփոխականների ածանցելով և զրո-յի հավասարեցնելով.

$$\begin{aligned}&\xi''\left(\frac{\sin\theta}{L_h}+A\right)-\left(\frac{\xi}{L_h}+\Delta\theta\right)\sin\theta=0,\\&y'\left(\frac{1}{L_h}+B\right)-\frac{y}{L_h}=0:\end{aligned} \tag{2.96}$$

Ինչպես երևում է (2.96)-ից, հետագծերն ուղիղ գծեր են, որոնք (ξ,L_h) հարթության մեջ հատվում են (ξ_f,L_{hfx}) կետում (հորիզոնական կիզակետում), իսկ (y,L_h) հարթության մեջ՝ (y_f,L_{hfy}) կետում (սագիտալ կիզակետում): Կիզակետերի կոորդինատները բավարարում են

$$\frac{1}{L_s}+\frac{1}{L_{hfx}}=\frac{1}{F_x},\quad \xi_f=-L_{hfx}\Delta\theta, \tag{2.97}$$

և

$$\frac{1}{L_s}+\frac{1}{L_{hfy}}=\frac{1}{F_y},\quad y_f=0: \tag{2.98}$$

առնչություններին, որոնցում առկա կիզակետային հեռավորությունները տրվում են

$$F_x=-\frac{R_x\sin\theta}{2ctg\theta\Delta\theta},\qquad F_y=-\frac{R_y}{2\cos\theta\Delta\theta} \tag{2.99}$$

բանաձևերով: Քանի որ պարաբոլարդի գագաթում անդրադարձման տիրույթում $\Delta\theta > 0$ (SO կենտրոնական ճառագայթի համար՝ նկ.2.3), ապա երկու ուղղությամբ կիզակետման համար անհրաժեշտ է, որ $R_{x,y} < 0$, այսինքն՝ պարաբոլոիդը պետք է ունենա գոգավոր տեսք: Յարթ մակերևույթով բյուրեղի դեպքում անդրադարձման տիրույթի կենտրոնում $\Delta\theta = \left|\chi_{0r}\right| / \sin 2\theta$ (տես (2.84)) [8,9], ուստի

$$F_x = -\frac{R_x \sin^3\theta}{\left|\chi_{0r}\right|}, \qquad F_y = -\frac{R_y \sin\theta}{\left|\chi_{0r}\right|} : \tag{2.100}$$

Այս արդյունքը համընկնում է ստանդարտ հարթալիքային դինամիկական տեսությամբ ստացված արդյունքի հետ [107,110]: (2.99)-ից հետևում է, որ կետային կիզակետման համար անհրաժեշտ է, որպեսզի

$$R_y = R_x \sin^2\theta : \tag{2.101}$$

Ուսումնասիրենք կիզակետի չափերը և ուժգնության բաշխումը կետային կիզակետման դեպքում: (2.94)-ից. $L_{hf} = L_{hfx} = L_{hfy}$ դեպքում ուժգնության արտահայտու-թյունը՝

$$I_h^{(e)} = \left|\tilde{E}_h^{(e)}\right|^2 = \left(\frac{S}{\lambda L_{hf}} \frac{\sin P_\xi}{P_\xi} \frac{\sin P_y}{P_y}\right)^2 \left|\bar{E}_{h1}\right|^2, \tag{2.102}$$

որտեղ $S = 4a_x\left|R_x\right|\sin^3\theta$-ն անդրադարձած փնջին ուղղահայաց ինտեգրման տիրույթի մա-կերեսն է, $P_\xi = ka_x\sin\theta\left(\Delta\theta + \xi/L_{hf}\right)$, $P_y = k\left|R_y\right| y / L_{hf}$, $\bar{E}_{h1}$-ն անդրադարձման տիրույթում անդրադարձած փնջի լայնույթի միջին արժեքն է բյուրեղի մուտքի մակերևույթին, և $\left|\bar{E}_{h1}\right|^2 \approx 1$: (2.102)-ով կարելի է գնահատել ուժգնության առավելագույն արժեքը կիզակե-տում.

$$I_{\max} = \left(\frac{S}{\lambda L_{hf}}\right)^2 \left|\bar{E}_{h1}\right|^2 : \tag{2.103}$$

Օգտվելով (2.102)-ից՝ կարելի է գնահատել $O\xi$ և Oy ուղղություններով կիզակետի $\Delta\xi_f$ և Δy_f չափերը: Մասնավորապես ընկնող հարթ ալիքի դեպքում

$$\Delta\xi_f = \frac{\lambda F}{a_x \sin\theta} = \frac{2\lambda}{\Delta\varphi_x} \tag{2.104}$$

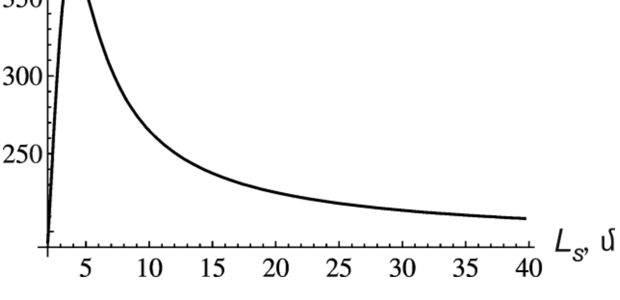
և

$$\Delta y_f = \frac{\lambda F}{|R_y|} = \frac{2\lambda}{\Delta\varphi_y}, \qquad (2.105)$$

որտեղ $F_x = F_y \equiv F$-ն ընդհանուր կիզակետային հեռավորությունն է, երբ բավարարվում է (2.100) առնչությունը (կետային կիզակետում), $\Delta\varphi_x = 2a_x \sin\theta / F \approx \sqrt{2}\, 2|\chi_{hr}| / \sin 2\theta$ (ենթադրելով $|\chi_{0r}| \approx |\chi_{hr}|$) և $\Delta\varphi_y = 2|R_y| / F \approx 2\cos\theta\, 2|\chi_{hr}| / \sin 2\theta$ անկյունները (x,z) և (y,z) հարթություններում պարաբոլարդի անդրադարձնող տիրույթի դիտակետային անկյուններն են, որոնք մոտավորապես համեմատական են հարթ մուտքի մակե-րևույթով բյուրեղի դինամիկական դիֆրակտային անդրադարձման կորի լայնությանը: (2.102) և (2.103) բանաձևերից հետևում է կոր հայելու բանաձևը [224], եթե $\Delta\varphi_x$ և $\Delta\varphi_y$ անկյունները փոխարինենք լրիվ հայելային անդրադարձման տիրույթի անկյունային $\sqrt{|\chi_{0r}|/2}$ չափերով, որը մի քանի կարգով գերազանցում է դինամիկական դիֆրակտային անդրադարձման տիրույթի անկյունային չափերը: Այսպիսով՝ կոր հայելու դեպքում կիզակետի չափերը փոքր են:

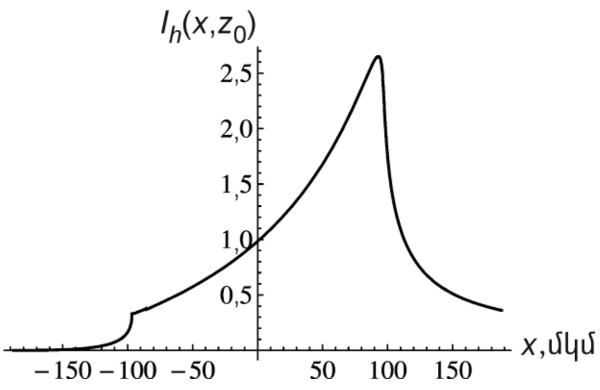
Բայց հայելիներն օգտագործվում են փափուկ ռենտգենյան ճառագայթման կիզակետման համար, որը կարող է ունենալ նկատելիորեն մեծ ալիքի երկարություն:

Որպես օրինակ դիտարկենք Si(220) անդրադարձումը, $\lambda = 0{,}71\mathring{A}$, ընկնող հարթ ալիք, σ-բևեռացում, $|R_x| = 1$մ, $|R_y| = |R_x|\sin^2\theta = 34$մկմ (կետային կիզակետում), $\Delta\theta = |\chi_{0r}| / \sin 2\theta$. (2.98)-ի համաձայն՝ $F_x = F_y = 1{,}98$մ: Նկ.2.4-ում պատկերված է անդրադարձման տիրույթի $2a_x(L_s)$ մեծության գրաֆիկը (տես բանաձև (2.85)):

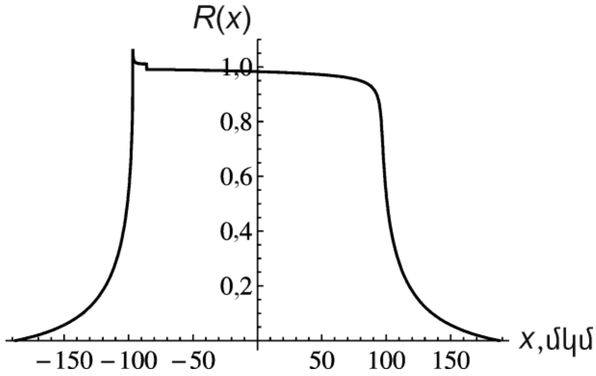


Նկ.2.4. Անդրադարձման տիրույթի մեծության կախումը L_s-ից:

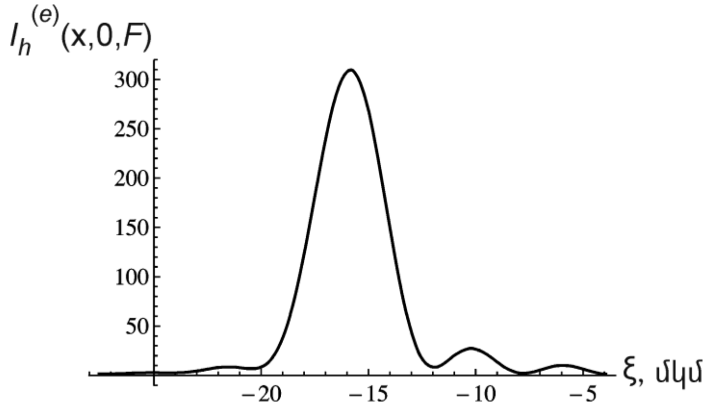
Անդրադարձման տիրույթն առավելագույնն է՝ $2a_x(2F_x) = 2|R_x|\,tg\theta = 375$ մկմ, երբ $L_s = 2F$: (2.85)-ի համաձայն՝ $2a_x(L_s \to \infty) = 2a_x(F) = 193$ մկմ: Ուժգնության՝ $I_h(x) = |E_h(x)|^2 / |E_0^{(i)}|^2$ բաշխումը մուտքի մակերևույթին, $-|R_x|\,tg\theta < x < |R_x|\,tg\theta$ տիրույթում, պատկերված է նկ.2.5-ում: Անդրադարձման տիրույթում $-96{,}7 \le x \le 96{,}7$ (մկմ) ուժգնությունն աճում է և ունի առավելագույն արժեք $x = a_x = 96{,}7$ մկմ կետում: Ուժգնության վարքն էապես տարբերվում է հարթ մուտքի մակերևույթով բյուրեղի դեպքում ուժգնության վարքից: Չնայած դրան, անդրադարձման $R(x)$ գործակիցը (տես (2.90)) դրսևորում է նույն վարքը, (Նկ.2.6) ինչ որ մուտքի հարթ մակերևույթով բյուրեղի դեպքում, և տարբերվում է ուժգնության վարքից: Ուժգնության և անդրադարձման գործակցի վարքերի տարբերությունն այս դեպքում պայմանավորված է պարաբոլոիդի գագաթի երկու կողմերում երկրաչափորեն անհամաչափ անդրադարձումներով, մինչդեռ կոր հայելու դեպքում անդրադարձումը երկրաչափորեն համաչափ է անդրադարձման ողջ տիրույ-թում: Կոր հայելու համար անդրադարձման գործակիցը և ուժգնությունն ունեն նույն վարքը: Անդրադարձման գործակցի վարքը ցույց է տալիս, որ անդրադարձած հույքն ավելի փոքր է, քան ընկնող ալիքինը՝ հաշվի առնելով կլանումը, մինչդեռ ուժգնությունը կարող է գերազանցել ընկնող ալիքի ուժգնությունը (Նկ.2.5): Սակայն ինչպես դիտարկվող, այնպես էլ կոր հայելու դեպքում կլանումը հանգեցնում է անդրադարձման



Նկ.2.5. Անդրադարձած ալիքի ուժգնությունը մուտքի մակերևույթին

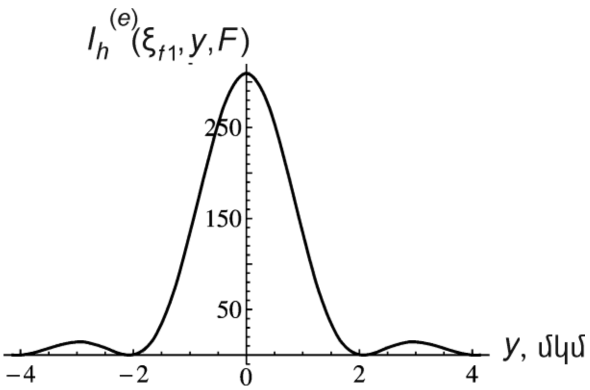


Նկ.2.6. Անդրադարձած ալիքի անդրադարձման գործակիցը



Նկ.2.7. Կիզակետային հարթության մեջ կիզակետի շուրջն ուժգնության բաշխման կախումը ξ-ից, $y = y_f = 0, L_h = F$

կորի անհամաչափության: Նկ.2.7-ում պատկերված է (2.94) բանաձևի հիման վրա թվային եղանակով հաշվարկված $I_h^{(e)}(\xi,0,F)$ ուժգնության բաշխումը $y=0$ հարթության մեջ: Ինչպես երևում է նկարից, ուժգնությունն ունի առավելագույն արժեք $\xi=\xi_{f1}=-15,8$ մկմ կետում, որը փոքր ինչ տարբերվում է (2.97)-ում որոշված $\xi_f=-17,3$ մկմ արժեքից: Այս տարբերությունը հետևանք է մուտքի մակերևույթին ալիքի փուլի առկայության:



Նկ.2.8. Կիզակետային հարթության մեջ ($\xi=\xi_{f1}, L_h=F$) անդրադարձած ալիքի ուժգնության բաշխման կախումը y-ից

$\xi < \xi_{f1}$ տիրույթում ուժգնությունը փոքր է, քան $\xi > \xi_{f1}$ տիրույթում: Սա համընկ-նում է մուտքի մակերևույթին ուժգնության վարքի հետ (Նկ.2.5): Նկ.2.8-ում պատկեր-ված է F հեռավորության համար թվային հաշվարկով ստացված $I_h^{(e)}(\xi_{f1}, y, F)$ ուժգ-նության կախումն *y*-ից $\xi = \xi_{f1}$ կիզակետային հարթության մեջ պատկերված է: Նկ.2.7 և նկ.2.8-ի համեմատությունից ակնհայտ է, որ ուժգնության վարքը կիզակետի շուրջը համընկնում է տեսական կանխատեսման՝ (2.102) բանաձևի հետ: Այդ նույն նկարնե-րում կիզակետի չափերը նույնպես համընկնում են (2.104) և (2.105) բանաձևերով տրված տեսական գնահատումների հետ՝ $\Delta\xi_f \approx 8$ մկմ և $\Delta Y_f \approx 4$ մկմ: (2.103)-ի համա-ձայն, ուժգնության առավելագույն արժեքը՝ $I_{\max} \approx 10^3$, գերազանցում է թվային հաշ-վարկով ստացված $I_{\max} \approx 309$ արժեքը, սակայն նույն կարգի է (տես նկ.2.7 և նկ.2.8):

ԳԼՈՒԽ 3. ԵՐՐՈՐԴ ԿԱՐԳԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

§3.1. *Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումները*

Մեծ ուժգնության ռենտգենյան սինքրոտրոնային աղբյուրների և ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերների կիրառությունները իրատապ են դարձնում ռենտգենյան ոչ գծային դիֆրակցիայի և նյութի հետ ռենտգենյան ճառագայթման փոխազդեցության ոչ գծային երևույթների տեսական և փորձարարական հետազոտությունները: Ռենտգենյան գծային դինամիկական դիֆրակցիան նկարագրվում է Տակագիի հավա-սարումներով [30]: Սկսելով մեներանգ բաղադրիչի ալիքային հավասարումից և գծային բևեռացվելիության ավելացնելով ոչ գծային մաս՝ կարելի է ստանալ Տակագիի ոչ գծա-յին հավասարումները: Կատարյալ բյուրեղում երկալիքային դիֆրակցիայի պայմաննե-րում գրգռված երկրորդ հարմոնիկի գծային դինամիկական դիֆրակցիան առանց բախումների սառը պլազմայի մոդելի շրջանակներում ուսումնասիրվել է [122]-ում՝ առանց առաջացած երկու բրեգյան ալիքների՝ ընկնող ալիքի վրա հետադարձ ազդե-ցության հաշվառման: [123,124]-ում, ռենտգենյան սկզբնական ֆոտոնի պարամետրա-կան ներքև-փոխակերպման (down-conversion) պայմաններում, երբ այն տրոհվում է ավելի ցածր հաճախային ռենտգենյան և անդրամանուշակագույն ճառագայթման ֆո-տոնների, ուսումնասիրվել է հարթ ալիքի կինեմատիկական դիֆրակցիան երկրորդ կարգի ոչ գծայնությամբ բյուրեղում: [125]-ում, սառը պլազմայի մոդելի շրջանակներում ուսումնասիրվել է ուժգին ռենտգենյան փնջի ուղիղ անցումն երրորդ կարգի ոչ գծայ-նությամբ բյուրեղով: Ուսումնասիրվել են նաև ռենտգենյան այլ ոչ գծային երևույթներ՝ երկֆոտոնային կլանում, ճառագայթային վնասվածք և այլն [126–128]:

Ընկնող ալիքի փոքր ուժգնությամբ դաշտում նյութի էլեկտրոնները կատարում են ներդաշնակ տատանակներ, սակայն ուժգնության մեծացմանը զուգընթաց էլեկտրոն-ների տատանումներում ի հայտ է գալիս տատանումների ոչ գծայնությունը: Քանի դեռ ընկնող ալիքի ուժգնությունը փոքր է կրիտիկականից, որի դեպքում ոչ գծային բևեռաց-վելիության ներդրումը ցրման մեջ հավասարվում է գծային բևեռացվելիության մասի ներդրմանը, կիրառելի է գրգռումների տեսությունը, օպտիկայում հայտնի ոչ գծային մոդելը [225] կարելի է օգտագործել նաև ռենտգենյան հաճախությունների տիրույթում: Պետք է նշել, որ ոչ գծային երևույթներ կարելի է դիտել նաև փոքր ուժգնության փնջերի դեպքում, եթե հաշվի առնվի ոչ գծային ազդեցության կուտակման երևույթը, երբ բյուրեղում ալիքն անցնում է բավական մեծ ճանապարհ [226]: Ինչպես և գծային դեպքում, բյուրեղը մեծ ճշտությամբ կարելի է համարել իզոտրոպ միջավայր, որի ոչ գծային բևեռացվելիության արտահայտությունն ունի պարզ տեսք: Նշենք, որ օպտիկա-կան մոդելի շրջանակներում կենտրոնահամաչափ բյուրեղներում, մասնավորապես իզոտրոպ միջավայրերում, երկրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիությունը բացակայում է (այս պնդումը ճիշտ չէ սառը պլազմայի մոդելում [122]): Ոչ կենտրոնահա-մաչափ բյուրեղներում երկրորդ հարմոնիկի գրգռումն էական է փուլային համաձայնեց-ման որոշակի պայմաններում: Եթե այդ պայմանները բավարարված չեն, որն էլ ենթա-դրվում է հետագայում, ապա երկրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվեվիությունը կարելի է անտեսել և, այսպիսով, գործ ունենալ միայն երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիու-թյան հետ: Սառը պլազմայի մոդելը, ըստ երևույթին, վերաբերվում է փոքր ատոմական կարգաթվով ատոմներով միջավայրերին, երբ ճառագայթումը հիմնականում ցրվում է արտաքին, միջուկի հետ թույլ կապված էլեկտրոնների վրա, մինչդեռ միջին ատո-մական կարգաթվով և ծանր ատոմներով միջավայրերում ցրումը հիմնականում տեղի է ունենում միջուկի հետ ամուր կապված ներքին թաղանթի էլեկտրոնների վրա [227]: Բացի այդ, սառը պլազմայի մոդելն իմաստ ունի օգտագործել շատ մեծ ուժգնությամբ ճառագայթման դեպքում, երբ ոչ գծային բևեռացվելիության ներդրումը ցրման մեջ հավասարվում է գծային բևեռացվելիության ներդրմանը: Ստորև, հաշվի առնելով ներքին թաղանթի կապված էլեկտրոնների վրա ցրումը և օգտագործելով նյութի և ճառագայթման երրորդ կարգի ոչ գծային փոխազդեցության օպտիկայում հայտնի մոդելը՝ ստացվել են Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումները: Տեսականորեն ուսումնասիրվել է մեներանգ ալիքի երրորդ կարգի ոչ գծային դինամիկական դիֆրակցիան բյուրեղում:

§3.1.1. *Երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիությունը բյուրեղում*

Դիտարկենք ռենտգենյան ճառագայթման դինամիկական դիֆրակցիան երրորդ կարգի ոչ գծայնությամբ, ոչ մագնիսական, մեկուսիչ իզոտրոպ բյուրեղում: Ռենտգեն-յան ճառագայթումը հիմնականում ցրվում է ատոմի ներքին թաղանթների կապված էլեկտրոնների վրա, ուստի արժեքական էլեկտրոններով պայմանավորված ցրումն անտեսվում է [7]: Կապված էլեկտրոնի ոչ գծային շարժումը կարելի է ուսումնասիրել դասականորեն կամ քվանտային մեխանիկայի շրջանակներում, նկատի ունենալով, որ էլեկտրոնին հավասարակշռության դիրք վերադարձնող ուժն ունի ոչ գծային բաղադրիչ [225]: Ընկնող ճառագայթման հաճախությունն ավելի մեծ է, քան միջավայրի էլեկտրոն-ների առավելագույն ռեզոնանսային հաճախությունը: Ոչ գծային դեպքում էլեկտրական դաշտի $\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}(\mathbf{r},t)$ լարվածությունը և $\tilde{\tilde{\mathbf{P}}}(\mathbf{r},t)$ բևեռացումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ արտահայտություններով [225]

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{\mathbf{E}}}(\mathbf{r},t) &= \sum_q \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_q)\exp(-i\omega_q t), \\ \tilde{\tilde{\mathbf{P}}}(\mathbf{r},t) &= \sum_q \tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r},\omega_q)\exp(-i\omega_q t), \end{aligned} \tag{3.1}$$

որտեղ $\mathbf{r}$-ը դիտման կետի շառավիղ-վեկտորն է, ω_q-երը` բոլոր հնարավոր հաճախությունները: Քանի որ դաշտերն իրական են, ապա $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_q)=\tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r},-\omega_q)$ և $\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r},\omega_q)=\tilde{\mathbf{P}}^*(\mathbf{r},-\omega_q)$: Էլեկտրական դաշտի լարվածությունը բավարարում է ալիքային հավասարմանը [225].

$$rot\,rot\,\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}}{\partial t^2}=-\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2\tilde{\tilde{\mathbf{P}}}}{\partial t^2}, \tag{3.2}$$

որտեղ c-ն լույսի արագությունն է, $\varepsilon_0=8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ֆ/մ-ը` դիէլեկտրիկական հաստատունը: (3.2)-ին պետք է ավելացնել նաև $\tilde{\tilde{\mathbf{D}}}=\varepsilon_0\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}+\tilde{\tilde{\mathbf{P}}}$ ինդուկցիայի հավասարումը.

$$div\,\tilde{\tilde{\mathbf{D}}}=0: \tag{3.3}$$

Հարմար է բյուրեղի բևեռացումը ներկայացնել հետևյալ տեսքով`

$$\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r},\omega_q)=\tilde{\mathbf{P}}^{(1)}(\mathbf{r},\omega_q)+\tilde{\mathbf{P}}^{NL}(\mathbf{r},\omega_q), \tag{3.4}$$

որտեղ $\tilde{\mathbf{P}}^{(1)}(\mathbf{r},\omega_q)=\varepsilon_0\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega_q)\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_q)$-ը գծային բևեռացումն է, $\chi^{(1)}(\omega,\mathbf{r})$-ը՝ բևեռացվելիության գծային մասը, (իզոտրոպ միջավայրում այն սկալյար է), $\tilde{\mathbf{P}}^{NL}(\mathbf{r},\omega_q)$-ը՝ բևեռացման ոչ գծային մասը: Տեղադրելով (3.1), (3.2) և (3.4) բանաձևերից հետևում է ալիքային հավասարում յուրաքանչյուր մեներանգ բաղադրիչի համար.

$$rot\,rot\,\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_q)-\frac{\omega_q^2}{c^2}\left(1+\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega_q)\right)\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_q)=\frac{\omega_q^2}{\varepsilon_0 c^2}\tilde{\mathbf{P}}^{NL}(\mathbf{r},\omega_q): \qquad (3.5)$$

Երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիությունը նկարագրող չորրորդ կարգի $\chi^{(3)}_{ijkl}(\omega_q;\omega_m,\omega_n,\omega_p,\mathbf{r})$ թենզորը ներմուծվում է հետևյալ առնչությամբ [225]՝

$$\tilde{P}_i^{(3)}(\mathbf{r},\omega_q)=\varepsilon_0\sum_{(mnp)}\chi^{(3)}_{ijkl}(\omega_q;\omega_m,\omega_n,\omega_p,\mathbf{r})\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_m)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_n)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega_p), \qquad (3.6)$$

որտեղ գումարումը կատարվում է ըստ բոլոր $\omega_m,\omega_n,\omega_p$ հաճախությունների, այնպես որ $\omega_q=\omega_m+\omega_n+\omega_p$, ինչպես նաև ըստ բոլոր կրկնվող (համր) $j,k,l=1,2,3$ ցուցիչների: Եթե առնվազն երկու հաճախություններ տարբեր են, ապա (3.6)-ի աջ մասում յուրաքանչյուր գումարելի համապատասխանում է հաճախությունների խառնման ինչ-որ պրոցեսի: Եթե երեք հաճախությունները նույնն են և ունեն նույն նշանը, ապա համապատասխան գումարելին նկարագրում է երրորդ հարմոնիկի գրգռումը: Իսկ եթե երեք հաճախությունները նույնն են, բայց դրանցից մեկը բացասական է, ապա համապատասխան ω_q-ն նույնն է՝ և դրական է: (3.6)-ում այդպիսի գումարելին նկարագրում է $\omega_q=\omega$ հաճախությամբ ալիքի տարածումը ինքնամակածված բեկման ցուցիչով ոչ գծային միջավայրում: Այս պրոցեսը նկարագրվում է $\chi^{(3)}_{ijkl}(\omega;\omega,\omega,-\omega,\mathbf{r})$ անդամով: Այս ոչ գծային բևեռացվելիության թենզորն ընդհանուր դեպքում ունի 81 բաղադրիչ, ընդ որում իզոտրոպ միջավայրում զրոյից տարբեր են 21 բաղադրիչներ, որոնցից երկուսն անկախ են, իսկ մյուս բաղադրիչները կարելի է արտահայտել դրանց միջոցով՝

$$\chi^{(3)}_{ijkl}(\omega;\omega,\omega,-\omega,\mathbf{r})=\chi^{(3)}_{1122}(\omega;\omega,\omega,-\omega,\mathbf{r})(\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{ik}\delta_{jl})+\chi^{(3)}_{1221}(\omega;\omega,\omega,-\omega,\mathbf{r})\delta_{il}\delta_{jk}, \qquad (3.7)$$

որտեղ δ_{ik}-ն Կրոնեկերի դելտա-սիմվոլն է, (3.7)-ի համաձայն՝ [225]

$$\tilde{P}_i^{(3)}(\mathbf{r},\omega) = 3\varepsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega;\omega,\omega,-\omega,\mathbf{r})\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega)\tilde{E}_l^*(\mathbf{r},\omega): \tag{3.8}$$

Օգտագործելով (3.7)-ը և (3.8)-ը՝ ստանում ենք.

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(3)} = \varepsilon_0 A\tilde{\mathbf{E}}(\tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{E}}^*) + \varepsilon_0 B\tilde{\mathbf{E}}^*(\tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{E}}), \tag{3.9}$$

որտեղ $A = 3\chi_{1122}^{(3)} + 3\chi_{1221}^{(3)}$, $B = 3\chi_{1221}^{(3)}$: Ըստ բևեռացվելիության դասական տեսության՝ [225] $\chi_{1122}^{(3)} = \chi_{1221}^{(3)}$ և $A = 6\chi_{1122}^{(3)}$: Երբ ընկնող ճառագայթման հաճախությունը մեծ է միջա-վայրի էլեկտրոնների ռեզոնանսային հաճախություններից, դասական տեսությունը հանգեցնում է հետևյալ արտահայտություններին.

$$\chi^{(1)}(\omega,\mathbf{r}) = -n(\mathbf{r})\frac{e^2}{\varepsilon_0 m\omega^2}, \quad \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega;\omega,\omega,-\omega,\mathbf{r}) = \frac{1}{3}\chi^{(3)}(\omega,\mathbf{r})(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}),$$
$$\chi^{(3)}(\omega,\mathbf{r}) = n(\mathbf{r})e^4 b/(\varepsilon_0 m^3\omega^8) > 0, \tag{3.10}$$

որտեղ $n(\mathbf{r})$-ն էլեկտրոնների կոնցենտրացիան է, e-ն՝ էլեկտրոնի լիցքը, m-ը՝ զանգվա-ծը, b-ն երևութաբանական հաստատուն է, որին համեմատական է էլեկտրոնին հավասարակշռության դիրք վերադարձնող ուժի երրորդ կարգի ոչ գծային բաղադրիչը: (3.10) բանաձևի համաձայն՝ երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիությունը դրական է: Բևեռացվելիության քվանտամեխանիկական տեսության համաձայն, երկֆոտոնային պրոցեսների հետևանքով $\chi_{1122}^{(3)} \neq \chi_{1221}^{(3)}$:

Գնահատենք երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիության արժեքը քվանտա-մեխանիկորեն: Ճառագայթման դաշտում էլեկտրոնի համիլտոնիանի խոտորումը՝

$$H' = H_1' + H_2' = \frac{i\hbar e}{m}\tilde{\mathbf{A}}\nabla + \frac{e^2}{2m}\tilde{\mathbf{A}}^2, \tag{3.11}$$

որտեղ $\tilde{\mathbf{A}}$-ն ճառագայթման դաշտի վեկտոր-պոտենցիալն է: Երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիությունը հաշվարկելիս, կանտեսենք H_2' անդամով պայմանավորված փոքր ներդրումը:

Հայտնի է, որ ճառագայթման դաշտում էլեկտրոնի հոսանքի խտության օպերատորը տրվում է [228, 229]

$$\hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r},\mathbf{r}_e) = \frac{e}{2m}\left(\hat{\mathbf{p}}_e\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e) + \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e)\hat{\mathbf{p}}_e\right) - \frac{e^2}{m}\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{r}_e,t)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e) \tag{3.12}$$

առնչությամբ, որտեղ $\hat{\mathbf{p}}_e = -i\hbar\nabla_e$-ն իմպուլսի օպերատորն է, $\mathbf{r}_e$-ն՝ էլեկտրոնի կոորդ-ինատի օպերատորը, $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e)$-ն՝ Դիրակի դելտա-ֆունկցիան: Եթե էլեկտրոնի ψ ալիքային ֆունկցիան ներկայացնենք ըստ խոտորման համիլտոնիանի աստիճանների ասիմպտոտական շարքով՝ $\psi=\psi^{(0)}+\psi^{(1)}+\cdots$, ապա քվանտամեխանիկական միջինաց-ված հոսանքի խտության արտահայտությունում կառաջանան ըստ այդ խոտորման գծային, քառակուսային, խորանարդային և ավելի բարձր կարգի անդամներ:

Դիտարկենք խորանարդային անդամները: Հոսանքի խտության խորանարդա-յին ուղղման համար ունենք՝

$$<\mathbf{j}^{(3)}(\mathbf{r})>=<\psi^{(0)}|\hat{\mathbf{j}}|\psi^{(3)}>+<\psi^{(3)}|\hat{\mathbf{j}}|\psi^{(0)}>+<\psi^{(1)}|\hat{\mathbf{j}}|\psi^{(2)}>+<\psi^{(2)}|\hat{\mathbf{j}}|\psi^{(1)}>+\cdots, \quad (3.13)$$

որտեղ բազմակետերը նշանակում են ըստ խոտորման այլ խորանարդային անդամներ: Սովորաբար, ինչպես օպտիկայում [225], այնպես էլ ռենտգենյան հաճախությունների տիրույթում [7], կիրառվում է երկբևեռ մոտավորությունը, և էլեկտրոնի խոտորման համիլտոնիանը ներկայացվում է $H'=-\hat{\boldsymbol{\mu}}\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}$ տեսքով, որտեղ $\hat{\boldsymbol{\mu}}=e\mathbf{r}_e$-ն էլեկտրոնի երկ-բևեռ մոմենտի օպերատորն է [225]: Այդ դեպքում երկբևեռ մոմենտի քվանտամեխա-նիկական միջինի խորանարդային ուղղումը՝

$$<\mathbf{p}^{(3)}>=<\psi^{(0)}|\hat{\boldsymbol{\mu}}|\psi^{(3)}>+<\psi^{(3)}|\hat{\boldsymbol{\mu}}|\psi^{(0)}>+<\psi^{(1)}|\hat{\boldsymbol{\mu}}|\psi^{(2)}>+<\psi^{(2)}|\hat{\boldsymbol{\mu}}|\psi^{(1)}>: \quad (3.14)$$

Միավոր ծավալի երկբևեռ մոմենտը (3.14)-ի և էլեկտրոնների կոնցենտրացիայի արտա-դրյալն է: Օպտիկական տիրույթում մանրամասն հաշվարկ արված է [225]-ում, որտեղ ստացված ընդհանուր բանաձևի հիման վրա ([225]-ի (4.3.12)-(4.3.14) բանաձևերը) իզո-տրոպ միջավայրի համար գնահատվել է երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիության արժեքը, երբ ճառագայթային դաշտի հաճախությունը փոքր է միջավայրի էլեկտրոննե-րի բնութագրական ω_0 ռեզոնանսային հաճախությունից.

$$\chi^{(3)}=\frac{8n(\mathbf{r})e^4a^4}{\varepsilon_0\hbar^3\omega_0^3}, \quad (3.15)$$

որտեղ a-ն ատոմի բնութագրական չափն է: Եթե [225]-ում $\chi^{(3)}_{1122}$-ի (4.3.14) բանաձևում թողնվի միայն միաֆոտոնային պրոցեսների անդամը ((4.3.14)-ի երկրորդ գումարելին) և նկատի առնվի, որ ռենտգենյան ալիքի հաճախությունը սովորաբար ավելի մեծ է, քան էլեկտրոնների ռեզոնանսային հաճախությունը (նշված բանաձևում ռեզոնանսային հաճախություններն այս մոտավորությամբ անտեսվել են), ապա հաշվի առնելով նաև (3.10)-ը, կստանանք՝

$$\chi^{(3)} \approx \frac{n(\mathbf{r}) e^4 a^4}{\varepsilon_0 \hbar^3 \omega^3}, \tag{3.16}$$

և $\chi^{(3)}_{1122} = \chi^{(3)}_{1221} \equiv \chi^{(3)}/3$, $A = 2\chi^{(3)}, B = A/2$: (3.16)-ում ω_0-ի փոխարեն մասնակցում է ռենտգենյան ալիքի հաճախությունը: Համեմատելով (3.16) և (3.10) բանաձևերը, *b* հաս-տատունին կարելի է որոշակի արժեք վերագրել:

Ընդունելով, որ $n(\mathbf{r}) \approx 10^{28} - 10^{30}$ մ$^{-3}$ և $\omega \approx 10^{19}$ վ$^{-1}$, (3.16)-ից կստանանք հետևյալ գնահատականը՝ $\chi^{(3)}(\omega,\mathbf{r}) \approx 10^{-31} - 10^{-33}$ մ^2/Վ^2, մինչդեռ [227]-ում *Z*<10 կարգա-թվով տարրերի համար ստացված է $\chi^{(3)} \approx 2 \cdot 10^{-40}$ մ^2/Վ^2 գնահատականը, որը 7-9 կարգով ավելի փոքր է, քան ստացված գնահատականը: [227]-ում եզրակացվել է, որ կապված էլեկտրոնների վրա երրորդ կարգի ոչ գծային ցրումն էական չէ, սակայն բեր-ված գնահատականը ցույց է տալիս, որ այդ ցրումը կարող է էական լինել:

Նշանակենք $\left|\chi^{(1)}\right| / \chi^{(3)} = E_{cr}^2 = I_{cr}$, որտեղ, E_{cr}-ն արտաքին էլեկտրական դաշտի լարվածության այն արժեքն է, որի դեպքում երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիության ներդրումը ցրման մեջ հավասարվում է գծային բևեռացվելիության ներդրմանը, իսկ I_{cr}-ը համապատասխան ուժգնությունն է: (3.10)-ի և (3.16)-ի համա-ձայն՝

$$E_{cr} = \left(\frac{\hbar^3 \omega}{m e^2 a^4}\right)^{1/2} \approx 1{,}2 \cdot 10^{13} \text{ Վ/մ}: \tag{3.17}$$

Գնահատենք ընկնող ալիքի համապատասխան պիկային հզորությունը՝ $P^{(i)} = |\mathbf{S}^{(i)}|\sigma_0$, որտեղ $|\mathbf{S}^{(i)}|$-ին Պոյնտինգի վեկտորի՝ ըստ ժամանակի միջինացված մո-դուլն է, σ_0-ն՝ ընկնող փնջի կտրվածքի մակերեսը: Հիմք ընդունելով (3.16)-ը և դրանից ստացվող $\chi^{(3)}(\omega,\mathbf{r}) \approx 10^{-31}$ մ^2/Վ^2 գնահատականը՝ կստանանք՝ $|\mathbf{S}^{(i)}| \approx 0{,}5\varepsilon_0 c E_{cr}^2 \approx 2 \cdot 10^{23}$ Վտ/մ^2: Եթե ընկնող ալիքը դիֆրակցիայի հարթության մեջ ունի 100 մկմ, իսկ դրան ուղղահայաց ուղղությամբ՝ 10 նմ գծային չափեր, ապա $\sigma_0 = 10^{-12}$ մ^2 $P^{(i)} \approx 100$ ԳՎտ, որն ըստ [227]-ի, հասանելի է ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերով:

Նշենք, որ բերված գնահատականը համապատասխանում է խոտորումների տեսության կիրառելիության վերին սահմանին, իսկ ոչ գծային երևույթներ կարող են դիտվել արդեն 10–100 անգամ փոքր ուժգնությունների դեպքում: Այս պատճառով ոչ գծային դիֆրակցիան նկարագրելիս անհրաժեշտություն չկա անմի-ջապես օգտագործել սառը պլազմայի մոդելը, որն իմաստ ունի կրիտիկականին շատ մոտ կամ այն գերազանցող ուժգնությունների համար: Ընկնող ճառագայթման ուժգնությունն աստիճանաբար մեծացնելիս և՛ գծային և՛ ոչ գծային բևեռացելիություն-ները ձևավորվում են ներքին թաղանթների կապված էլեկտրոնների վրա ցրումով, որը կրիտիկականից ցածր ուժգնությունների համար կարելի է նկարագրել օպտիկայում հայտնի մոդելով:

Ներմուծենք նաև

$$\eta^{(3)} = A(\mathbf{r}) + B(\mathbf{r}) \tag{3.18}$$

մեծությունը, ընդ որում, դասական տեսության շրջանակներում $\eta^{(3)} = 3\chi^{(3)}$:

§3.1.2. *Ալիքային վեկտորի կամ փուլային անհամապատասխանություն*

Կատարյալ բյուրեղում գծային և ոչ գծային բևեռացվելիությունները կոորդի-նատներից եռաչափ պարբերական ֆունկցիաներ են, ուստի դրանք կարելի է վերածել Ֆուրիե-շարքի ըստ հակադարձ ցանցի վեկտորների [7–9]:

Նախ քննարկենք միալիքային դեպքում երրորդ հարմոնիկի ուղիղ անցումը միջավայրով և ցույց տանք, որ երրորդ հարմոնիկի և հիմնական հաճախության ալիքի դիսպերսիայի տարբերությամբ պայմանավորված փուլային անհապատասխանության հետևանքով լայնույթը փոքր է և կարելի է անտեսել, եթե այդ անհամապատասխանու-թյունը վերացնելու նպատակով ձեռնարկված չեն հատուկ միջոցներ:

Միալիքային դեպքում ω_q հաճախությամբ ալիքային դաշտը բյուրեղում կարելի է ներկայացնել

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_q) = \tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r},\omega_q)\exp\left[i\mathbf{k}_0(\omega_q)\mathbf{r}\right] \tag{3.19}$$

տեսքով, որտեղ $\tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r},\omega_q)$-ն դանդաղ փոփոխվող լայնույթն է, $k_0^2(\omega_q) = (\omega_q^2/c^2)(1+\chi_0^{(1)}(\omega_q))$, $\chi_0^{(1)}(\omega_q$ -ն գծային բևեռացվելիության Ֆուրիե-վերլուծության զրոյական բաղադրիչն է: Եթե ընկնող ալիքի հաճախությունը ω է գրգռվում է նաև 3ω հաճախականությամբ երրորդ հարմոնիկը: Այս պրոցեսը կապված է $\chi^{(3)}_{ijkl0}(3\omega;\omega,\omega,\omega)$ բևեռացվելիության թենզորի հետ, որի 0 ցուցիչը նշանակում է երրորդ կարգի ոչ գծա-յին բևեռացվելիության ֆուրիե-վերլուծության զրոյական բաղադրիչ: Ինչպես նշվել է, իզոտրոպ միջավայրում բևեռացվելիության թենզորն ունի զրոյից տարբեր 21 բաղա-դրիչներ, որոնցից երեքն անկախ են, իսկ մյուսներն արտահայտվում են դրանց միջո-ցով`

$$\chi^{(3)}_{ijkl} = \chi^{(3)}_{1122}\delta_{ij}\delta_{kl} + \chi^{(3)}_{1212}\delta_{ik}\delta_{jl} + \chi^{(3)}_{1221}\delta_{il}\delta_{jk}: \tag{3.20}$$

Իզոտրոպ միջավայրում $\chi^{(3)}_{1122}(3\omega;\omega,\omega,\omega,\mathbf{r}) = \chi^{(3)}_{1212}(3\omega;\omega,\omega,\omega,\mathbf{r}) = \chi^{(3)}_{1221}(3\omega;\omega,\omega,\omega,\mathbf{r})$, ուստի

$$\chi^{(3)}_{ijkl}(3\omega;\omega,\omega,\omega,\mathbf{r}) = \chi^{(3)}_{1122}(3\omega;\omega,\omega,\omega,\mathbf{r})(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}): \tag{3.21}$$

Ենթադրենք` ընկնող ալիքի տարածման ուղղությունն ուղղահայաց է մուտքի մակերևույթին և տվյալ դեպքում համընկնում է z ուղղության հետ: Առաջին մոտավորու-թյամբ երրորդ հարմոնիկի լայնույթի հետադարձ ազդեցությունն ընկնող ալիքի լայնույթի վրա կարելի է անտեսել: Այդ դեպքում, հաշվի առնելով, որ լայնույթները դանդաղ են փոխվում և (3.5)-ում պահելով միայն առաջին ածանցյալները, երրորդ հարմոնիկի լայնույթի համար կստանանք հետևյալ տարածման հավասարումները.

$$2i\frac{d\tilde{E}_{0i}(3\omega)}{dz} = -k(3\omega)\chi^{(3)}_{ijkl0}(3\omega;\omega,\omega,\omega)\tilde{E}_{0j}(\omega)\tilde{E}_{0k}(\omega)\tilde{E}_{0l}(\omega)\exp\left[i\big(3k(\omega)-k(3\omega)\big)z\right], \tag{3.22}$$

որտեղ $k^2(3\omega) \approx (3\omega)^2/c^2$: Եթե բյուրեղական թիթեղն ունի L հաստություն, ապա (3.22)-ի ինտեգրումը հանգեցնում է հետևյալ արդյունքին.

$$\tilde{E}_{0i}(3\omega) = ik(3\omega)\chi^{(3)}_{ijkl0}(3\omega;\omega,\omega,\omega)\tilde{E}_{0j}(\omega)\tilde{E}_{0k}(\omega)\tilde{E}_{0l}(\omega)\frac{\exp(i\Delta kL)-1}{2\Delta k}, \tag{3.23}$$

որտեղ $\Delta k = 3k(\omega) - k(3\omega)$-ն փուլային կամ ալիքային վեկտորի անհամապատասխանու-թյունն է: Ուժգնության համար կստանանք

$$I_{0i}(3\omega) = \left|\tilde{E}_{0i}(3\omega)\right|^2 = \left(\frac{Lk(3\omega)}{2}\right)^2 \left|\chi^{(3)}_{ijkl0}(3\omega;\omega,\omega,\omega)\tilde{E}_{0j}(\omega)\tilde{E}_{0k}(\omega)\tilde{E}_{0l}(\omega)\right|^2 \left(\frac{2}{L\Delta k}\sin\left(\frac{L\Delta k}{2}\right)\right)^2 : \tag{3.24}$$

Քանի որ $\Delta k \approx 3k(\omega)\left|\chi^{(1)}_0(\omega)\right|/2$, ապա (3.24)-ից հետևում է, որ երրորդ հարմոնիկի ուժգնությունը փոքր է և այն գործնականում վերանում է, երբ $L > 2/\Delta k \approx 4/(3k\left|\chi_0^{(1)}\right|) \approx 10$ մկմ, քանի որ $k \approx 10^8 - 10^9$ սմ$^{-1}$ և $\left|\chi_0^{(1)}\right| \approx 10^{-5} - 10^{-6}$: Այսպիսով՝ գլխավոր ոչ գծային պրոցեսը, որի համար փուլային անհամապատասխա-նությունը զրո է, ω հիմնական հաճախությամբ ալիքի տարածումն է ինքնամակածված բեկման ցուցիչով միջավայրում: Այս պրոցեսին, ինչպես արդեն ասվել է, համապատաս-խանում է ոչ գծային բևեռացվելիության $\chi^{(3)}_{ijkl}(\omega;\omega,\omega,-\omega,\mathbf{r})$ թենզորը:

§3.1.3. ***Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումների արտածումը***

Այժմ դիտարկենք ω հաճախությամբ ալիքի դինամիկական դիֆրակցիան երրորդ կարգի ոչ գծայնությամբ բյուրեղում: $A(\mathbf{r})$-ը և $B(\mathbf{r})$-ը կատարյալ բյուրեղում կոորդինատներից եռաչափ պարբերական ֆունկցիաներ են, ուստի լայնույթները կարելի է ներկայացնել քվազիհարթ ալիքների տեսքով [30]՝

$$\mathbf{A} = \sum_{\mathbf{g}} \mathbf{A}_{\mathbf{g}} \exp\left(i\mathbf{gr}\right),\ \mathbf{B} = \sum_{\mathbf{g}} \mathbf{B}_{\mathbf{g}} \exp\left(i\mathbf{gr}\right),\ \tilde{\mathbf{E}} = \sum_{\mathbf{g}} \tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}} \exp\left(i\mathbf{K}_{\mathbf{g}}\mathbf{r}\right), \tag{3.25}$$

որտեղ $\mathbf{g}$-ն հակադարձ ցանցի վեկտոր է, $\mathbf{K}_{\mathbf{g}} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{g}$-ն՝ անցած ալիքի կրող ալիքային վեկտորը, և $\left|\mathbf{K}_0\right| = k$: Ցանցի հաստատունի կարգի երկարությամբ տիրույթում $\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}}$ լայնույթներն դանդաղ փոփոխվող ֆունկցիաներ են, մինչդեռ էքսպոնենտները միկրոս-կոպական մեծություններ են և փոփոխվում են արագ: (3.5)-ը գրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\Delta\tilde{\mathbf{E}} - \mathit{grad}\,\mathit{div}\tilde{\mathbf{E}} + k^2\left(\tilde{\mathbf{E}} + \frac{\tilde{\mathbf{P}}}{\varepsilon_0}\right) = 0: \tag{3.26}$$

(3.25)-ը տեղադրենք (3.26)-ի մեջ և կրկնենք գծային տեսության Տակագիի հավասարումներն արտածելիս արված մոտավորությունները [30]. (3.26)-ի առաջին անդամում լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալներն անտեսվում են, իսկ երկրորդ անդամում հաշվի է առնվում ռենտգենյան բևեռացվելիության $10^{-5} - 10^{-6}$-ի կարգի լինելու հետևանքով $\mathit{div}\tilde{\mathbf{E}}$-ի փոքրությունը (էլեկտրական դաշտը գրեթե լայնական է, տես (3.3)-ը), ուստի անտեսվում են լայնույթների բոլոր կարգի ածանցյալները և ածանցվում են միայն արագ փոփոխվող էքսպոնենտները: Նշված մոտավորություննե-րի արդյունքում հանգում ենք Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումների հետևյալ անվերջ համակարգին.

$$2i(\mathbf{K}_{\mathbf{g}}\nabla)\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}} + k^2\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}} - \mathbf{K}_{\mathbf{g}}^2\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}[\mathbf{g}]} + \mathbf{K}_{\mathbf{g}}^2\left(\sum_{\mathbf{g}'}\chi^{(1)}_{\mathbf{g}-\mathbf{g}'}\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}'} + \sum_{\mathbf{g}'}A_{\mathbf{g}-\mathbf{g}'}\mathbf{Q}_{1\mathbf{g}'} + \sum_{\mathbf{g}'}B_{\mathbf{g}-\mathbf{g}'}\mathbf{Q}_{2\mathbf{g}'}\right) = 0\ , \tag{3.27}$$

որտեղ

$$\mathbf{Q}_{1\mathbf{g}'} = \sum_{\mathbf{g}_1,\mathbf{g}_2}(\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}'+\mathbf{g}_1-\mathbf{g}_2}\tilde{\mathbf{E}}^*_{\mathbf{g}_1})\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}_2},\quad \mathbf{Q}_{2\mathbf{g}'} = \sum_{\mathbf{g}_1,\mathbf{g}_2}(\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}'-\mathbf{g}_1+\mathbf{g}_2}\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}_1})\tilde{\mathbf{E}}^*_{\mathbf{g}_2}, \tag{3.28}$$

ընդ որում, $\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}[\mathbf{g}]}$–ն նշանակում է $\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{g}}$-ի՝ $\mathbf{K}_{\mathbf{g}}$-ին ուղղահայաց բաղադրիչ և հավասար է $[\mathbf{K}_{\mathbf{g}}[\mathbf{E}_{\mathbf{g}}\mathbf{K}_{\mathbf{g}}]]/\mathbf{K}_{\mathbf{g}}^2$-ի: Կլանող բյուրեղում բևեռացվելիությունները կոմպլեքս են, որոնց կեղծ մասով որոշվում է կլանումը: Դեֆորմացված բյուրեղի դեպքում (3.27)-ում պետք է կատարել հետևյալ փոխարինումը $\chi^{(1)}_{\mathbf{g}}, A_{\mathbf{g}}, B_{\mathbf{g}} \Rightarrow \chi^{(1)}_{\mathbf{g}}\exp(-i\mathbf{g}\mathbf{u}), A_{\mathbf{g}}\exp(-i\mathbf{g}\mathbf{u}), B_{\mathbf{g}}\exp(-i\mathbf{g}\mathbf{u})$, որտեղ $\mathbf{u}(\mathbf{r})$-ը կատարյալ բյուրեղում հավասարակշռության դիրքից ատոմի շեղման վեկտորն է [30]: Այդ կերպ կստացվեն երրորդ կարգի ոչ գծային Տակագիի հավասա-րումները դեֆորմացված բյուրեղում:

Դիտարկենք երկալիքային մոտավորությունը, երբ բյուրեղում առկա են հակադարձ ցանցի 0 և $\mathbf{h}$ վեկտորներին համապատասխանող ալիքները: Այս դեպքում Տակագիի ոչ գծային հավասարումներում հարմար է անցնող ալիքի կրող $\mathbf{K}_0$ վեկտորն ընտրել ուղղված անդրադարձնող հարթությունների նկատմամբ ճիշտ Բրեգի անկյան տակ. որպես հետևանք՝ $|\mathbf{K}_0| = |\mathbf{K}_h| = k$: Երկալիքային դիֆրակցիայի հավասարումները կարելի է պարզեցնել՝ ներմուծելով $\mathbf{E}_{0,\mathbf{h}} = \tilde{\mathbf{E}}_{0,\mathbf{h}}\exp\left(-ik\chi^{(1)}_0 z/2\cos\theta\right)$ լայնույթները, որտեղ θ-ն Բրեգի անկյունն է, Oz-ն ուղղված է անդրադարձնող հարթություններով, իսկ Ox-ը հակազու-գահեռ է դիֆրակցիայի $\mathbf{h}$ վեկտորին: Այս ընտրությամբ հավասարումներում կրճատվում են $\mathbf{K}^2_{0,\mathbf{h}}\chi^{(1)}_0$ պարունակող անդամները: Տակագիի ոչ գծային (3.27) հավասարումներն ընդու-նում են հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{2i}{k}\frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial s_0} + \left(A_0\left(|\mathbf{E}_0|^2+|\mathbf{E}_\mathbf{h}|^2\right) + A_{\bar{\mathbf{h}}}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0^*) + A_\mathbf{h}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_\mathbf{h}^*)\right)\mathbf{E}_0 \exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)+$$

$$+\left(B_0(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0)+2B_{\bar{\mathbf{h}}}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0)+B_{2\bar{\mathbf{h}}}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_\mathbf{h})\right)\mathbf{E}_0^*\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)+$$

$$+\left[\chi_{\bar{\mathbf{h}}}^{(1)} + \left(A_0(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_\mathbf{h}^*) + A_{\bar{\mathbf{h}}}\left(|\mathbf{E}_0|^2+|\mathbf{E}_\mathbf{h}|^2\right) + A_{2\bar{\mathbf{h}}}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0^*)\right)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]\mathbf{E}_\mathbf{h} +$$

$$+\left(2B_0(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0)+B_\mathbf{h}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0)+B_{\bar{\mathbf{h}}}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_\mathbf{h})\right)\mathbf{E}_\mathbf{h}^*\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)=0, \qquad (3.29)$$

$$\frac{2i}{k}\frac{\partial \mathbf{E}_\mathbf{h}}{\partial s_\mathbf{h}} + \left(A_0\left(|\mathbf{E}_0|^2+|\mathbf{E}_\mathbf{h}|^2\right) + A_\mathbf{h}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_\mathbf{h}^*) + A_{\bar{\mathbf{h}}}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0^*)\right)\mathbf{E}_\mathbf{h} \exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)+$$

$$+\left(B_0(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_\mathbf{h})+2B_\mathbf{h}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0)+B_{2\mathbf{h}}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0)\right)\mathbf{E}_\mathbf{h}^*\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)+$$

$$+\left[\chi_{\mathbf{h}}^{(1)} + \left(A_0(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0^*) + A_{\mathbf{h}}\left(|\mathbf{E}_0|^2+|\mathbf{E}_\mathbf{h}|^2\right) + A_{2\mathbf{h}}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_\mathbf{h}^*)\right)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]\mathbf{E}_0 +$$

$$+\left(2B_0(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_0)+B_\mathbf{h}(\mathbf{E}_0\mathbf{E}_0)+B_{\bar{\mathbf{h}}}(\mathbf{E}_\mathbf{h}\mathbf{E}_\mathbf{h})\right)\mathbf{E}_0^*\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)=0,$$

որտեղ $\mu = k\chi_{0i}^{(1)}$-ն բյուրեղի գծային կլանման գործակիցն է: Չկլանող բյուրեղի բևեռացվելիության իրական լինելու պայմանից կամայական $\mathbf{g}$-ի համար հետևում են $\chi_\mathbf{g}^* = \chi_{\bar{\mathbf{g}}}, A_\mathbf{g}^* = A_{\bar{\mathbf{g}}}, B_\mathbf{g}^* = B_{\bar{\mathbf{g}}}$ առնչությունները: Նկատի ունենալով այս հանգամանքը և (3.29)-ի առաջին և երկրորդ հավասարումները բազմապատկելով $\mathbf{E}_0^*, \mathbf{E}_\mathbf{h}^*$-ով և գումարե-լով ստացված չորս հավասարումները, չկլանող բյուրեղում ($\mu = 0$) կհանգենք հետևյալ հավասարմանը՝

$$\frac{\partial|\mathbf{E}_0|^2}{\partial s_0} + \frac{\partial|\mathbf{E}_\mathbf{h}|^2}{\partial s_\mathbf{h}} = 0: \qquad (3.30)$$

(3.30) հավասարումը տեղի ունի նաև գծային տեսությունում և արտահայտում է չկլա-նող բյուրեղում էներգիայի հոսքի պահպանման օրենքը: Ներմուծենք բևեռացման միավոր վեկտորներ՝ $\mathbf{e}_\sigma$-ն՝ ուղղված Oy առանցքով, $\mathbf{e}_{0\pi} = [\mathbf{s}_0\mathbf{e}_\sigma]$ և $\mathbf{e}_{\mathbf{h}\pi} = [\mathbf{s}_\mathbf{h}\mathbf{e}_\sigma]$, որտեղ $\mathbf{s}_0$-ն և $\mathbf{s}_\mathbf{h}$-ը միավոր վեկտորներ են անցած և դիֆրակտված ալիքների տարածման ուղղություններով:

Եթե ընկնող ալիքն ունի և՛ σ-, և՛ π-բևեռացման բաղադրիչներ, ապա, ինչպես հետևում է (3.29)-ից, ոչ գծային անդամների առկայության հետևանքով այդ բաղադրիչ-ները կապված են մեկ միասնական հավասարումների համակարգով (այսինքն՝ տարածվում են միմյանց հետ փոխազդելով), և դրանց տարածման հավասարումները չեն բաժանվում: Իսկ եթե ընկնող ալիքն ունի միայն σ- կամ միայն π- բևեռացում, ապա (3.29)-ից հետևում է, որ առաջին դեպքում բյուրեղում կբացակայի π-, իսկ երկրորդ դեպքում՝ σ-բևեռացումը, քանի որ սահմանային պայմանների համաձայն առաջին դեպքում մուտքի մակերևույթին զրո է անցնող ալիքի π- բաղադրիչի լայնույթը և այդ դեպքում (3.29) հավասարումների համակարգը բյուրեղի ներսում ունի զրոյական լուծում π-բևեռացման համար: Նույն կերպ, երկրորդ դեպքում, բյուրեղի ներսում զրո են σ-բաղադրիչի լայնույթները:

Այսպիսով՝ ընկնող σ-բևեռացման ալիքի դեպքում (3.29) Տակագիի ոչ գծային հավասարումների համակարգն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$
\begin{aligned}
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E_0}{\partial s_0} + (\eta_0^{(3)}\left(|E_0|^2+|E_h|^2\right) + \eta_h^{(3)}E_0E_h^* + \eta_{\bar{h}}^{(3)}E_0^*E_h)E_0\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right) + \\
&\quad + \left[\chi_{\bar{h}}^{(1)} + (\eta_0^{(3)}E_0E_h^* + \eta_{\bar{h}}^{(3)}\left(|E_0|^2+|E_h|^2\right) + \eta_{2\bar{h}}^{(3)}E_0^*E_h)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]E_h = 0, \\
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E_h}{\partial s_h} + (\eta_0^{(3)}\left(|E_0|^2+|E_h|^2\right) + \eta_h^{(3)}E_0E_h^* + \eta_{\bar{h}}^{(3)}E_0^*E_h)E_h\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right) + \\
&\quad + \left[\chi_h^{(1)} + (\eta_0^{(3)}E_0^*E_h + \eta_h^{(3)}\left(|E_0|^2+|E_h|^2\right) + \eta_{2h}^{(3)}E_0E_h^*))\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]E_0 = 0 :
\end{aligned}
\tag{3.31}
$$

Ընկնող π-բևեռացված ալիքի դեպքում (3.29)-ի առաջին հավասարումը բազմապատկենք $\mathbf{e}_{0\pi}$-ով, իսկ երկրորդը՝ $\mathbf{e}_{\mathbf{h}\pi}$-ով: Արդյունքում π-բևեռացման համար կստա-նանք հետևյալ հավասարումները՝

$$
\begin{aligned}
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E_0}{\partial s_0} + \left(\eta_0^{(3)}\left(|E_0|^2 + |E_h|^2\right) - B_0 \sin^2 2\theta |E_h|^2 + \eta_h^{(3)} \cos 2\theta \left(E_0 E_h^*\right) + \right. \\
&\quad \left. + \eta_{\bar h}^{(3)} \cos 2\theta \left(E_h E_0^*\right)\right) E_0 \exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right) + \left[\chi_{\bar h}^{(1)} + \left(\eta_0^{(3)} \cos 2\theta \left(E_0 E_h^*\right) + \eta_{\bar h}^{(3)} \left(|E_0|^2 + |E_h|^2\right) + \right.\right. \\
&\left.\left. \left(\eta_{2\bar h}^{(3)} \cos 2\theta + B_{2\bar h}\, tg 2\theta \sin 2\theta\right)\left(E_h E_0^*\right)\right) \exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right] E_h \cos 2\theta = 0, \\
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E_h}{\partial s_h} + \left(\eta_0^{(3)}\left(|E_0|^2 + |E_h|^2\right) - B_0 \sin^2 2\theta |E_0|^2 + \eta_h^{(3)} \cos 2\theta \left(E_0 E_h^*\right) + \right. \\
&\quad \left. + \eta_{\bar h}^{(3)} \cos 2\theta \left(E_h E_0^*\right)\right) E_h \exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right) + \left[\chi_h^{(1)} + \left(\eta_0^{(3)} \cos 2\theta \left(E_h E_0^*\right) + \eta_h^{(3)} \left(|E_0|^2 + |E_h|^2\right) + \right.\right. \\
&\quad \left.\left. + \left(\eta_{2h}^{(3)} \cos 2\theta + B_{2h}\, tg 2\theta \sin 2\theta\right)\left(E_0 E_h^*\right)\right) \exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right] E_0 \cos 2\theta = 0 \; :
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

Բևեռացվելիության դասական տեսության շրջանակներում, $B_{0,2h,2\bar h} = \eta^{(3)}_{0,2h,2\bar h}/3$ ըստ (3.18)-ի:

Ինչպես երևում է (3.31) և (3.32) հավասարումներից, ոչ գծային դեպքում գծային դեպքի հաստատուն բևեռացվելիության Ֆուրիե-բաղադրիչների փոխարեն մասնակ-ցում են արդյունարար բևեռացվելիությունների գործակիցներ, որոնք մոդուլված են անցած և դիֆրակտված ալիքների լայնույթներով, այնպես որ դինամիկական դիֆրակ-ցիան ընթանում է ինքնամակածված բևեռացվելիության գործակիցներով միջավայրում: Դինամիկական դիֆրակցիայի (3.31) և (3.32) հավասարումները կարող են օգտագործվել կամայական տեսքի ընկնող ալիքի դեպքում և՛ կատարյալ և՛ դեֆորմաց-ված բյուրեղներում դիֆրակցիային մասնակցող ալիքների լայնույթները վերլուծական ու թվային եղանակներով որոշելու նպատակով:

§3.1.4. *Ընկնող հարթ ալիք: Լաուեի համաչափ դեպք*

Դիտարկենք ընկնող հարթ σ-բևեռացված ալիքի դիֆրակցիան կատարյալ բյուրեղում Լաուեի համաչափ երկրաչափության դեպքում (անդրադարձնող հարթու-թյուններն ուղղահայաց են մուտքի մակերևույթին): Ներմուծենք $Oxyz$ աջ ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգ, որի Oz առանցքն ուղղահայաց է մուտքի մակերևույթին և ուղղված է դեպի բյուրեղի խորքը, Ox առանցքն ընկած է դիֆրակցիայի հարթության մեջ և հակազուգահեռ է դիֆրակցիայի վեկտորին, իսկ Oy առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը: Բյուրեղի $z=0$ մուտքի մակերևույթին ընկնող ալիքի էլեկտրական դաշտի լարվածությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$E^{(i)}(x,0)=E_0^{(i)}\exp(ik\sin\theta^{(i)}x), \tag{3.33}$$

որտեղ $E_0^{(i)}$-ն հաստատուն լայնույթ է, $\theta^{(i)}$-ն՝ ընկնող ալիքի տարածման և անդրադար-ձնող հարթությունների միջև կազմված անկյունը: Եթե ընկնող ալիքի՝ Բրեգի անկյունից շեղումը նշանակենք $\Delta\theta=\theta^{(i)}-\theta$, ապա (3.31)-ի լուծումը կարելի է ներկայացնել հե-տևյալ

$$E_{0,h}=F_{0,h}(z)\exp(ipx) \tag{3.34}$$

տեսքով, որտեղ p պարամետրը որոշվում է սահմանային պայմաններից, որոնք ինչ-պես և գծային տեսությունում $z=0$ մուտքի մակերևույթին ունեն

$$E_0(x,0)=E_0^{(i)}\exp(ik\cos\theta\,\Delta\theta x),\quad E_h(x,0)=0: \tag{3.35}$$

տեսքը: (3.33)–(3.35)-ից հետևում է, որ

$$F_0(0)=E_0^{(i)},\quad F_h(0)=0,\quad p=k\cos\theta\,\Delta\theta: \tag{3.36}$$

(3.34)-ը տեղադրելով (3.31)-ի մեջ՝ դիֆրակցիայի հավասարումները կարելի է ներկա-յացնել հետևյալ համակարգով՝

$$\begin{aligned}
&2ik\cos\theta\frac{dF_0}{dz}-2kp\sin\theta F_0+k^2\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}F_0F_h^*+\eta_{\bar h}^{(3)}F_0^*F_h\right]F_0\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)+\\
&\quad+k^2\left[\chi_{\bar h}^{(1)}+(\eta_0^{(3)}F_0F_h^*+\eta_{\bar h}^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_{2\bar h}^{(3)}F_0^{*}F_h)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]F_h=0,\\
&2ik\cos\theta\frac{dF_h}{dz}+2kp\sin\theta F_h+k^2\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}F_0F_h^*+\eta_{\bar h}^{(3)}F_0^*F_h\right]F_h\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)+\\
&\quad+k^2\left[\chi_h^{(1)}+(\eta_0^{(3)}F_0^*F_h+\eta_h^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_{2h}^{(3)}F_0F_h^{*})\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]F_0=0
\end{aligned} \tag{3.37}$$

իսկ չկլանող բյուրեղում էներգիայի հոսքի պահպանման (3.30) օրենքից հետևում է, որ

$$\left|F_0(z)\right|^2+\left|F_h(z)\right|^2=const=\left|E_0^{(i)}\right|^2=I, \tag{3.38}$$

որտեղ I-ն ընկնող ալիքի ուժգնությունն է, ընդ որում, հաստատունի արժեքը որոշվել է (3.36) սահմանային պայմանից: (3.37)-ի առաջին և երկրորդ հավասարումները բազմապատկելով dF_0^*/dz-ով և dF_h^*/dz-ով, իսկ կոմպլեքս համալուծ համակարգի առաջին և երկրորդ հավասարումները՝ dF_0/dz-ով և dF_h/dz-ով, և գումարելով ստաց-ված չորս հավասարումները, հանգում ենք չկլանող բյուրեղում երկրորդ շարժման ին-տեգրալին.

$$p\sin\theta\frac{|F_h|^2-|F_0|^2}{k}+\mathrm{Re}[\chi_h^{(1)}F_0F_h^*]+\frac{\eta_0^{(3)}}{2}|F_0|^2|F_h|^2+$$
$$+\mathrm{Re}[\eta_h^{(3)}IF_0F_h^*]+\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\eta_{2h}^{(3)}F_0^2F_h^{*2}]=const=-\frac{Ip\sin\theta}{k}: \quad (3.39)$$

Հավասարումների (3.37) համակարգը կարող է օգտագործվել և՛ հարթալիքային ճշգրիտ լուծումների որոնման, և՛ լայնույթները թվային եղանակով որոշելու նպատա-կով:

§3.1.5. *Օրինակի քննարկում*

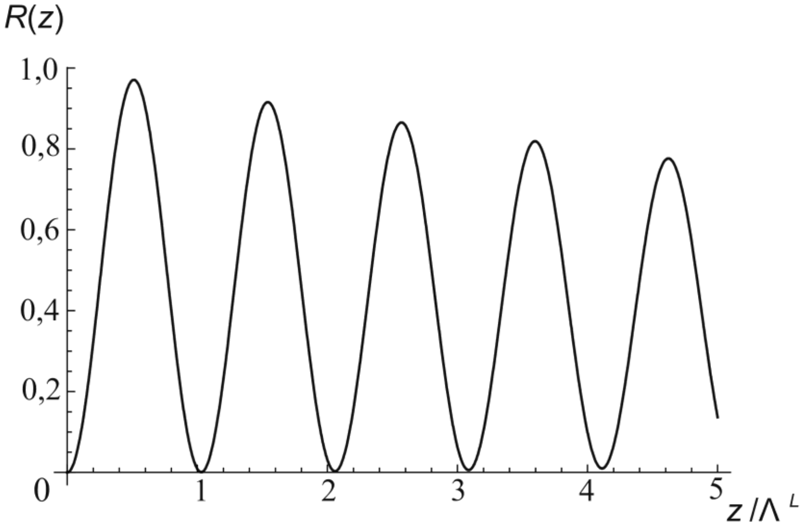
Դիտարկենք Si(220) անդրադարձումը Լաուեի համաչափ դեպքում, երբ ընկնող σ-բևեռացմամբ ալիքի երկարությունը՝ $\lambda=0,71\mathring{A}$ է, իսկ գծային տեսության էքստինկ-ցիոն երկարությունը՝ $\Lambda^L=\lambda\cos\theta/|\chi_{hr}^{(1)}|=36,6$ մկմ: Հիմնվելով (3.9), (3.10), (3.16) և (3.17) բանաձևերի վրա՝ երրորդ կարգի բևեռացվելիության իրական մասի ֆուրիե-գործակցի համար վերցնենք $\chi^{(3)}_{0r,hr,2hr}=-\chi^{(1)}_{0r,hr,2hr}/E_{cr}^2$, իսկ կեղծ մասի ֆուրիե-գործակցի համար՝ $\chi^{(3)}_{0i,hi,2hi}=0,01\chi^{(3)}_{0r,hr,2hr}$: Վերջինիս արժեքը վերցվում է այնպես, որ կեղծ և իրական մասերի ֆուրիե-գործակիցների հարաբերությունը մոտավորապես հավասար լինի գծային բևեռացվելիության նույն մեծությունների հարաբերությանը: Եթե այս արժեք-ները տեղադրենք (3.31) և (3.37) համակարգերի հավասարումների մեջ, ապա լայնույթ-ները կնորմավորվեն $E_{cr}/\sqrt{3}$-ով, իսկ ուժգնությունները՝ $I_{cr}/3$-ով: Այդ նույն մեծու-թյուններով կնորմավորվեն ընկնող ալիքի $E_0^{(i)}$ լայնույթն և I ուժգնությունը: (3.37) համակարգն ինտեգրենք թվային եղանակով ճիշտ Բրեգի անկյան տակ ընկնող հարթ ալիքի համար, երբ $I=0,03$ ($I_{cr}/3$-ի միավորով): Կարելի է կիրառել սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի թվային եղանակով ինտեգրման անհրա-ժեշտ ճշտություն ապահովող կամայական եղանակ: Նկ.3.1-ում պատկերված է $T=5\Lambda^L$ հաստությամբ բյուրեղի անդրադարձման

$$R(z)=\frac{\exp\left(-\frac{k\chi_{0i}^{(1)}}{\cos\theta}z\right)\left|E_h(z)\right|^2}{\left|E_0^{(i)}\right|^2}=\frac{\exp\left(-\frac{k\chi_{0i}^{(1)}}{\cos\theta}z\right)I_h(z)}{I} \qquad (3.40)$$

գործակցի՝ z-ից կախման գրաֆիկը, որը հաշվարկվել է թվային եղանակով: Ինչպես և գծային դեպքում, դաշտն ունի տատանողական բնույթ և համապատասխան ոչ գծային էքստինկցիոն երկարություն: Հաստության վերցված արժեքի դեպքում, գծային տեսու-թյամբ ուժգնությունը ելքի մակերևույթին կլիներ զրո (մինիմում), բայց ոչ գծային և գծային էքստինկցիոն երկարությունների տարբերության հետևանքով այն ելքի մակերևույթին զրո չէ: Նկար 3.1-ից երևում է, որ ոչ գծային էքստինկցիոն երկարու-թյունը մեծ է գծայինից: Դա բացատրվում է արդյունարար բևեռացվելիության գործակ-ցի նվազմամբ, քանի որ ըստ (3.10)-ի՝ բևեռացվելիության գծային և ոչ գծային մասերն ունեն հակառակ նշաններ: Դա երևում է նաև (3.37) համակարգից, որտեղ $\chi_{hr}^{(1)}$-ը և $\eta_{hr}^{(3)}$-ը տարբեր նշաններ ունեն:

Թվային հաշվարկներից նաև բխում է, որ ոչ գծային էքստինկցիոն երկարության տարբերությունը գծայինից կարող է նկատելի լինել մինչև անգամ ուժգնության 0,01 արժեքի դեպքում, քանի որ բյուրեղի հաստությունը մեծացնելիս այդ տարբերությունը հետզհետե կուտակվում է: Այսպիսով, հարթալիքային ոչ գծային ճոճանակային երևույթը դիտելու համար բավարար են կրիտիկականից երկու կարգով փոքր ուժգնու-թյուններ:

Բյուրեղի վրա σ-բևեռացված անհամասեռ ալիք ընկնելու դեպքում հարկավոր է թվային եղանակով ինտեգրել (3.31) համակարգը: Այդ նպատակով օգտվենք Տակագիի

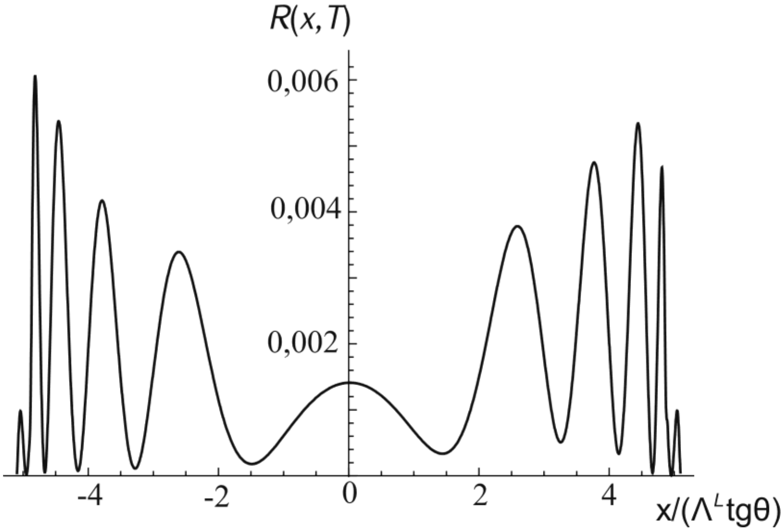


Նկ.3.1. Անդրադարձման գործակցի ճոճանակային տատանումները երրորդ կարգի ոչ գծայնության բյուրեղում: Մաքսիմումների արժեքները նվազում են կլանման հետևանքով (թվային հաշվարկ):

գծային հավասարումների թվային ինտեգրման հայտնի կեսքայլային եղանակից [49, 50]: Ինչպես հետևում է (3.31)-ից, բևեռացելիության գործակիցների լայնույթներով մոդուլված լինելու պատճառով, այդ եղանակը ուղղակիորեն կիրառելի չէ: Սակայն կարելի է եղանակն ընդհանրացնել՝ որևէ շերտի ելքին հաշվարկի ամեն քայլում օգտվե-լով այդ շերտի մուտքին արդեն նախորդ քայլում հաշվված լայնույթների արժեքներից: Այս եղանակը ստորև կանվանենք ձևափոխված կեսքայլային եղանակ: Այդպիսի թվային հաշվարկի հիման վրա ստացված դիֆրակտված ալիքի ուժգնության x-ից կախված

$$R(x,T)=\frac{\exp\left(-\frac{k\chi_{0i}^{(1)}}{\cos\theta}T\right)\left|E_h(x,T)\right|^2}{\left|E_0^{(i)}\right|^2}=\frac{\exp\left(-\frac{k\chi_{0i}^{(1)}}{\cos\theta}T\right)I_h(x,T)}{I} \tag{3.41}$$

բաշխումը բյուրեղի $z=T$ ելքի մակերևույթին ցույց է տրված նկ.3.2-ում: Դիֆրակցիայի պարամետրերը նույնն են, ինչ նախորդ դեպքում, բայց բյուրեղի մակերևույթին մոտ դր-ված աղբյուրի համար (Կատոյի դեպք [13, 14]), իսկ $I=0,1$:



Նկ.3.2. Բյուրեղի ելքի մակերևույթին կետային աղբյուրի ստեղծած ուժգնության բաշխումը երրորդ կարգի ոչ գծայնության դեպքում (թվային հաշվարկ):

Գծային տեսությունում այդ կախումը համաչափ է ըստ x-ի: Ինչպես երևում է Նկ.3.2-ից, ոչ գծային դեպքում այդ կախումը ձեռք է բերում անհամաչափություն, որը բացատրվում է ոչ գծային դեպքում Բրեգի անկյունից տարբեր նշանի, բայց նույն մոդուլով շեղումով ճառագայթների անդրադարձման ունակության տարբերությամբ, մինչդեռ գծային դեպքում այդպիսի ճառագայթների անդրադարձման ունակությունը շեղման նշանից կախված չէ: Ինչպես ցույց են տալիս հաշվարկները, այդ անհամաչափությունն արդեն նկատելի է ընկնող փնջի ուժգնության 0,03 արժեքի դեպքում: Հետևաբար՝ կետային աղբյուրի դեպքում ոչ գծային դինամիկական դիֆրակտային երևույթները կարող են դիտվել ընկնող փնջի՝ ուժգնությունների կրիտիկականից երկու կարգով փոքր արժեքների դեպքում:

§3.2. *Ռենտգենյան հարթալիքային դիֆրակտային երևույթները երրորդ կարգի ոչ գծայնությամբ բյուրեղում: Լաուեի դեպք*

Ստորև, հիմնվելով ***§3.1***–ում ստացված Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումների վրա, Լաուեի համաչափ երկրաչափության դեպքում տեսականորեն ուսումնասիրվել են հարթալիքային երրորդ կարգի ոչ գծային դինամիկական դիֆրակտային երևույթները: Դիֆրակցիայի որոշակի պայմանների համար ստացվել է խնդրի ճշգրիտ լուծումը, իսկ ընդհանուր դեպքում ներկայացվել են թվային հաշվարկների արդյունքները:

§3.2.1. *Ճշգրիտ լուծում*

2**h** արգելված անդրադարձման դեպքում հարթ ալիքի դիֆրակցիան նկարագրող (3.37) համակարգը չկլանող բյուրեղում ունի ճշգրիտ լուծում, երբ ալիքն ընկնում է ճշգրիտ Բրեգի անկյան տակ: Այդ հավասարման լուծումները ներկայացնենք կոմպլեքս տեսքով.

$$F_{0,h}(z)=\rho_{0,h}(z)\exp[i\varphi_{0,h}(z)], \tag{3.42}$$

իսկ շարժման (3.38) և (3.39) ինտեգրալները՝ հետևյալ տեսքով.

$$\begin{gathered}\rho_0(z)^2+\rho_h(z)^2=I,\\ \left|\chi_h^{(1)}\right|\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})+\frac{I\chi_0^{(3)}\sin 2\psi}{4}+I\left|\eta_h^{(3)}\right|\cos(\gamma+\delta_h^{(3)})=0\ :\end{gathered} \tag{3.43}$$

(3.43)-ի երկրորդ հավասարման մեջ, (3.43)-ի առաջին հավասարման համաձայն, ներ-մուծվել է $\psi(z)$ ֆունկցիան, այնպես որ

$$\rho_0(z)=\sqrt{I}\cos\psi(z),\quad \rho_h(z)=\sqrt{I}\sin\psi(z)\ : \tag{3.44}$$

(3.43)-ում $\delta_h^{(1)}$-ը և $\delta_h^{(3)}$-ը $\chi_h^{(1)}$-ի և $\eta_h^{(3)}$-ի համապատասխան փուլերն են, իսկ

$$\gamma(z)=\varphi_0(z)-\varphi_h(z): \tag{3.45}$$

Ինչպես արդեն նշվել է ***§3.1***–ում ((3.10) բանաձև), $\eta^{(3)}$-ը π փուլով շեղված է $\chi^{(1)}$-ի նկատմամբ, նշանակում է՝ $\eta_0^{(3)}>0$, $\delta_h^{(3)}=\delta_h^{(1)}+\pi$: (3.36) սահմանային պայմաններից և շարժման ինտեգրալների (3.43) արտահայտություններից հետևում է, որ

$$\psi(0)=0,\quad \cos(\gamma(0)+\delta_h^{(1)})=0\Rightarrow\gamma(0)+\delta_h^{(1)}=\pi/2\ : \tag{3.46}$$

(3.42)-ը, (3.44)-ը և (3.45)-ը տեղադրելով (3.37)-ի մեջ, դիֆրակցիայի հավասարումները կարող ենք ներկայացնել

$$\begin{gathered}\frac{d\gamma}{dz}+\frac{kI}{4\cos\theta}\eta_0^{(3)}\cos 2\psi=0,\\ \frac{d\psi}{dz}+\frac{k}{2\cos\theta}\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I\right)\sin(\gamma+\delta_h^{(1)})=0\end{gathered} \tag{3.47}$$

համակարգի տեսքով, իսկ շարժման ինտեգրալները՝

$$\rho_0(z)^2+\rho_h(z)^2=I,\quad q\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})+\sin 2\psi=0, \tag{3.48}$$

հավասարումներով, որոնցից վերջինում $q=4\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I\right)/I\eta_0^{(3)}$: Բևեռացվելիության կիրառված մոդելի օգտագործումը հիմնավորված է, եթե $\left|\chi_h^{(1)}\right|\ge\left|\eta_h^{(3)}\right|I$ և $\left|\chi_0^{(1)}\right|\ge\eta_0^{(3)}I$, այսինքն, երբ $q\ge 0$:

(3.48)-ի երկրորդ և (3.47)-ի առաջին հավասարումներից հետևում է

$$\frac{d\gamma}{dz}+\frac{kI}{4\cos\theta}\eta_0^{(3)}\sqrt{1-16\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I\right)^2\cos^2(\gamma+\delta_h^{(1)})/(I\eta_0^{(3)})^2}=0 \qquad (3.49)$$

հավասարումը γ-ի համար, որի (3.46) սահմանային պայմաններին բավարարող լուծումը արտահայտվում է էլիպտական ֆունկցիաներով [230].

$$\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})=\begin{cases}\dfrac{1}{q}sn\left(\dfrac{2\pi z}{\Lambda},\dfrac{1}{q}\right), & q\ge 1,\\ sn\left(\dfrac{2\pi z}{\Lambda_0},q\right), & 0\le q\le 1,\end{cases} \qquad (3.50)$$

$sn(y,a)$-ն Յակոբիի սինուս-էլիպտական ֆունկցիան է,

$$\Lambda=\frac{\Lambda^L}{1-I_1},\quad \Lambda_0=\frac{\Lambda^L}{\alpha I_1},\quad \Lambda^L=\frac{\lambda\cos\theta}{\left|\chi_h^{(1)}\right|}, \qquad (3.51)$$

Λ^L-ը գծային տեսության էքստինկցիոն երկարությունն է [8,9], $\alpha=\left|\chi_0^{(1)}\right|/4\left|\chi_h^{(1)}\right|$,

$$I_1=\frac{3I}{I_{cr}},\quad I_{cr}=3\frac{\left|\chi_h^{(1)}\right|}{\left|\eta_h^{(3)}\right|}=3\frac{\left|\chi_0^{(1)}\right|}{\left|\eta_0^{(3)}\right|}, \qquad (3.52)$$

որտեղ կրիտիկական ուժգնությունը՝ $I_{cr}=E_{cr}^2$ (տես (3.17)): Սահմանման համաձայն՝ $q=(1-I_1)/\alpha I_1$, և $I_1\le 1$, քանի որ $q\ge 0$: $q\ge 1$ տիրույթին համապատասխանում է ուժգնու-թյունների $0\le I_1\le 1/(1+\alpha)$ տիրույթը, իսկ $0\le q\le 1$ տիրույթին՝ $1/(1+\alpha)\le I_1\le 1$ տիրույթը: Անհրաժեշտ է նշել, որ (3.47)-ի երկրորդ հավասարման գծային բևեռացվելիությունը վերա-նորմավորվում է՝ $\left|\chi_h^{(1)}\right|\Rightarrow\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I$ և առաջանում է արդյունարար ինքնամակածված և ընկնող ալիքի ուժգնությունից կախված բևեռացվելիություն: Երբ $I=I_{cr}/3$, $I_1=1$, արդյուն-նարար բևեռացվելիությունը հավասարվում է զրոյի, և չկլանող բյուրեղում ցրումը դիֆրակ-ցիայի ուղղությամբ բացակայում է: Ըստ q-ի սահմանման՝ $I_1=1/(1+\alpha)$ արժեքի դեպքում $q=1$ և արդյունարար ցրումը դիֆրակցիայի ուղղությամբ հավասարվում է անցման ուղղու-թյամբ ոչ գծային ցրմանը (տես (3.47)): Բյուրեղի ներսում դաշտի վարքն էապես փոխվում է: Ներմուծելով

$$I_{1ts}=\frac{1}{1+\alpha} \tag{3.53}$$

պարամետրը և օգտագործելով (3.44), (3.48) և (3.50) առնչությունները, ստանում ենք.

$$\rho_0=\begin{cases}\left\{\sqrt{\dfrac{I}{2}}\left(1+cn\left(\dfrac{2\pi z}{\Lambda^L}(1-I_1),\dfrac{\alpha I_1}{(1-I_1)}\right)\right)\right\}^{1/2}, & 0\le I_1\le I_{1ts},\\ \left\{\sqrt{\dfrac{I}{2}}\left(1+dn\left(\dfrac{2\pi z\alpha I_1}{\Lambda^L},\dfrac{(1-I_1)}{\alpha I_1}\right)\right)\right\}^{1/2}, & I_{1ts}\le I_1\le 1,\end{cases} \tag{3.54}$$

և

$$\rho_h=\begin{cases}\left\{-\sqrt{\dfrac{I}{2}}\left(1-cn\left(\dfrac{2\pi z}{\Lambda^L}(1-I_1),\dfrac{\alpha I_1}{(1-I_1)}\right)\right)\right\}^{1/2}, & 0\le I_1\le I_{1ts},\\ \left\{-\sqrt{\dfrac{I}{2}}\left(1-dn\left(\dfrac{2\pi z\alpha I_1}{\Lambda^L},\dfrac{(1-I_1)}{\alpha I_1}\right)\right)\right\}^{1/2}, & I_{1ts}\le I_1\le 1,\end{cases} \tag{3.55}$$

որտեղ $dn\left(y,a\right)=\sqrt{1-q^2sn^2\left(y,a\right)}$-ն Յակոբիի dn-էլիպտական ֆունկցիան է, իսկ $cn\,(y,a)$-ն Յակոբիի կոսինուս-էլիպտական ֆունկցիան:

§3.2.2. Ոչ գծային ճոճանակային երևույթ

(3.54) և (3.55) լուծումներից հետևում է, որ, ինչպես և գծային տեսությամբ, բյուրեղում անցած և դիֆրակտված ալիքները պարբերաբար փոխանակվում են էներգիաներով: Յակոբիի սինուս- և կոսինուս-ֆունկցիաների պարբերությունը $4K$ է, իսկ Յակոբիի dn ֆունկցիայինը՝ $2K$, որտեղ K-ն առաջին սեռի լրիվ էլիպտական ֆունկցիան է [230]: Իր առաջին արգումենտի $(2n+1)K$ արժեքների դեպքում Յակոբիի կոսինուս-ֆունկցիան հավասարվում է զրոյի, $4nK$ արժեքների դեպքում՝ 1-ի, $(2n+1)2K$ արժեքների դեպքում՝ -1-ի ($n=0,1,2$...): Անցած և դիֆրակտված ալիքների ուժգնությունները՝ $I_0=\rho_0^2$ և $I_h=\rho_h^2$: Ըստ այդմ` անցման գործակիցը՝

$$T\,(z,I_1)=\frac{I_0}{I_1}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(1+cn\left(\dfrac{2\pi z}{\Lambda^L}(1-I_1),\dfrac{\alpha I_1}{(1-I_1)}\right)\right), & 0\le I_1\le I_{1ts},\\ \dfrac{1}{2}\left(1+dn\left(\dfrac{2\pi z\alpha I_1}{\Lambda^L},\dfrac{(1-I_1)}{\alpha I_1}\right)\right), & I_{1ts}\le I_1\le 1,\end{cases} \tag{3.56}$$

իսկ անդրադարձման գործակիցը՝

$$R(z,I_1)=\frac{I_h}{I_1}=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(1-cn\left(\frac{2\pi z}{\Lambda^L}(1-I_1),\frac{\alpha I_1}{(1-I_1)}\right)\right), & 0\le I_1\le I_{1ts},\\ \frac{1}{2}\left(1-dn\left(\frac{2\pi z\alpha I_1}{\Lambda^L},\frac{(1-I_1)}{\alpha I_1}\right)\right), & I_{1ts}\le I_1\le 1:\end{cases}\tag{3.57}$$

Երբ $q\ge 1$, այսինքն, երբ $0\le I_1\le 1/(1+\alpha)$, (3.57) առնչության համաձայն՝ անդրադարձ-ման գործակիցն ընդունում է իր առաջին առավելագույն արժեքը, երբ $2\pi z/\Lambda = 2K(1/q)$, այսինքն՝ $z=\Lambda^{NL}/2=\Lambda K(1/q)/\pi$ խորությունում: Այդ նույն խորու-թյունում (3.56)-ից հետևում է, որ անցման գործակիցը զրո է: Հետևաբար՝ ներմուծված ոչ գծային էքստինկցիոն երկարությունը կորոշվի

$$\Lambda^{NL}=\frac{2\Lambda}{\pi}K\left(\frac{1}{q}\right)=\frac{2\Lambda^L}{\pi(1-I_1)}K\left(\frac{\alpha I_1}{(1-I_1)}\right)\tag{3.58}$$

առնչությամբ: Գծային տեսությունում $q\to\infty$ ($I_1\to 0$), $K(0)=\pi/2$, և դիֆրակտված ալիքի ուժգնության առաջին առավելագույն արժեքն ստացվում է $z=\Lambda^L/2$ խորությու-նում: Այսպիսով՝ ոչ գծային էքստինկցիոն երկարությունը, ի տարբերություն գծայինի, կախված է ընկնող ալիքի ուժգնությունից և ձգտում է գծային տեսության էքստինկցիոն երկարության արժեքին ընկնող ալիքի փոքր ուժգնությունների դեպքում: $1/q$-ն, այ-սինքն՝ ընկնող ալիքի ուժգնության արժեքը մեծացնելիս, Λ-ն և $K(1/q)$-ն աճում են, այնպես որ (3.58) ոչ գծային էքստինկցիոն երկարությունն աճում է: Երբ $q=1$, այսինքն՝ $I_1=1/(1+\alpha)$, $K(1)=\infty$, $\Lambda^{NL}=\infty$ և $cn\left(2\pi z/\Lambda,1\right)=1/ch\left(2\pi z/\Lambda\right)$: Այդ դեպքում անցնող ալիքի ուժգնությունը, սկսելով $z=0$-ում I արժեքից, մոնոտոն նվազելով՝ ձգտում է $I/2$-ի երբ $z\to\infty$, իսկ դիֆրակտվածինը՝ $z=0$-ում 0 արժեքից մոնոտոն աճելով՝ ձգտում է $I/2$-ի երբ $z\to\infty$:

Նմանատիպ վերլուծությունից հետևում է, որ

$$\Lambda^{NL}=\frac{2\Lambda_0 K(q)}{2\pi}=\frac{2\Lambda^L K\left(\frac{1-I_1}{\alpha I_1}\right)}{2\pi\alpha I_1}\tag{3.59}$$

մեծությունը ոչ գծային էքստինկցիոն երկարությունն է $0\le q\le 1$ տիրույթում: $I_1=1/(1+\alpha)$ արժեքի դեպքում $\Lambda^{NL}=\infty$: Սկսած $I_1=1/(1+\alpha)$

արժեքից, ուժգնությունը մեծացնելիս Λ_0-ն և $K(q)$-ն նվազում են, այնպես որ ոչ գծային (3.59) էքստինկցիոն երկարությունը նվազում է՝ ուժգնության $I_1=1$ արժեքի դեպքում հասնելով է իր նվազա-գույն՝ $\Lambda^L/2\alpha$ արժեքին:

§3.2.3. *Ոչ գծային ճոճանակային երևույթի նոր տեսակ*

Գծային տեսությունում բյուրեղի հաստության սևեռված արժեքի դեպքում անցման և անդրադարձման գործակիցները հաստատուն են և կախված չեն ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Սևեռված հաստությամբ ոչ գծային բյուրեղում այդ գործակիցներն ընկնող ալիքի ուժգնության պարբերական ֆունկցիաներ են: Դա հետևում է (3.56) և (3.57) բանաձևերից, որոնցում առկա Յակոբիի էլիպտական ֆունկցիաները պարբերական են ըստ առաջին արգումենտի և մոնոտոն՝ ըստ երկրորդի, ուստի ուժգնությունների $0\le I_1\le I_{1ts}$ տիրույթում, անցման գործակիցն ունի մաքսիմում, երբ

$$I_{1n} = 1-\frac{2nK\left(\dfrac{\alpha I_{1n}}{1-I_{1n}}\right)\Lambda^L}{\pi z}, \tag{3.60}$$

իսկ անդրադարձման գործակիցն ունի մաքսիմում, երբ

$$I_{1n} = 1-\frac{\left(n+\dfrac{1}{2}\right)2K\left(\dfrac{\alpha I_{1n}}{1-I_{1n}}\right)\Lambda^L}{\pi z}, \tag{3.61}$$

որտեղ n-ն այնպիսի ամբողջ թիվ է, որ (3.60)-ի և (3.61)-ի աջ մասերը դրական են: Պարբերությունները ֆունկցիա են դիտման կետի խորությունից և ուժգնությունից: Եթե K ֆունկցիայի արգումենտը զրո է, ապա $K(0)=\pi/2$, ուստի (3.60) և (3.61) բանաձևերից հետևում է, որ ուժգնության փոքր արժեքների դեպքում երկու գործակիցների պարբերությունները տրվում են նույն՝

$$\Lambda_I^{NL}\approx\frac{\Lambda^L}{z} \tag{3.62}$$

առնչությամբ, որի համաձայն՝ z-ը մեծացնելիս պարբերությունը նվազում է: Նշանա-կում է՝ ոչ գծային երևույթներ կարելի է դիտել նաև փոքր ուժգնությունների դեպքում, եթե բյուրեղը բավականաչափ հաստ է: Մեծ՝ $1/(1+\alpha)\le I_1\le 1$ ուժգնությունների տիրույթում (3.56)-ի և (3.57) բանաձևերից հետևում է, որ անցման գործակցի մաքսի-մումները որոշվում են

$$I_{1n}=\frac{nK\left(\frac{1-I_{1n}}{\alpha I_{1n}}\right)\Lambda^L}{\pi z\alpha}, \tag{3.63}$$

իսկ անդրադարձման գործակցի մաքսիմումները՝

$$I_{1n}=\frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)K\left(\frac{1-I_{1n}}{\alpha I_{1n}}\right)\Lambda^L}{\pi z\alpha} \tag{3.64}$$

պայմաններից ($n=0,1,2...$): Ուժգնության $I_1\approx 1/(1+\alpha)$ արժեքների դեպքում լրիվ էլիպտական ֆունկցիայի արգումենտը մոտ է 1-ի, իսկ ֆունկցիան ձգտում է անվերջու-թյան: Ուժգնության մեծացմանը զուգընթաց պարբերությունն աճում է, իսկ բյուրեղի հաստությունը մեծացնելիս՝ նվազում: Երբ $I_1=1$, լրիվ էլիպտական ֆունկցիայի արգու-մենտը զրո է, իսկ արժեքը՝ $\pi/2$ և երկու գործակիցների պարբերությունն այդ տիրույթում որոշվում է մինույն արտահայտությամբ՝

$$\Lambda_I^{NL}\approx\frac{\Lambda^L}{2z\alpha}: \tag{3.65}$$

§3.2.4. *Թվային հաշվարկ և օրինակի քննարկում*

Ոչ գծային դիֆրակցիայի վրա Բրեգի անկյունից շեղման և կլանման ազդեցու-թյունն ուսումնասիրելու համար կատարենք թվային հաշվարկ: Կլանման ազդեցու-թյունն ուսումնասիրելիս դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում ուժգնության կլանումը համեմատում են միալիքային դեպքում ուղիղ անցած ալիքի կլանման հետ: Պետք է հաշվի առնել նաև, որ կլանող բյուրեղում (3.39) շարժման ինտեգրալները չեն պահպանվում:

Լուծենք (3.37) հավասարումները միալիքային դեպքում՝ $F_h(z)=0$: Բազմապատկե-լով (3.37)-ի առաջին հավասարումը F_0^*-ով, իսկ այդ հավասարման կոմպլեքս համալուծը՝ F_0-ով և ստացված առաջին հավասարումից հանելով երկրորդ ստացված հավասարումը՝ կստանանք ալիքի տարածման ընթացքում ուժգնության փոփոխման հավասարումը՝

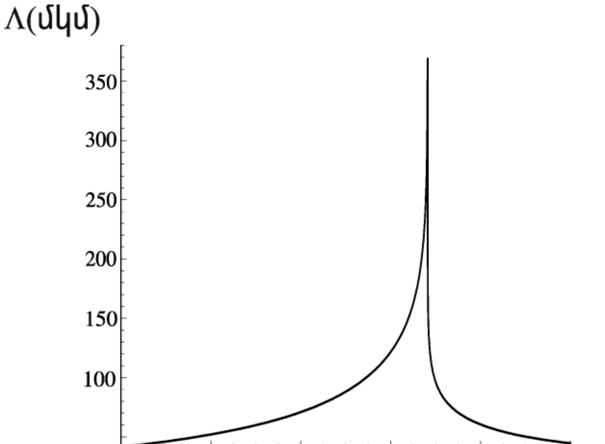
$$\frac{d|F_0|^2}{dz} = -2\pi\beta^{(1)}\varepsilon_0^{(3)}\exp(-\mu' z)|F_0|^4, \qquad (3.66)$$

որտեղ $\beta^{(1)} = |\chi_{0r}^{(1)}|/|\chi_{hr}^{(1)}| = 4\alpha$, $\varepsilon_0^{(3)} = \eta_{0i}^{(3)}/\eta_{0r}^{(3)}$, ընդ որում լայնույթները նորմավորված են $\sqrt{I_{cr}/3}$-ով, ուժգնությունները՝ $I_{cr}/3$-ով, z խորությունը՝ գծային էքստինկցիոն Λ^L երկա-րությամբ, իսկ $\mu' = 2\pi\chi_{0i}^{(1)}/|\chi_{hr}^{(1)}| = \mu\Lambda^L$: Լուծելով (3.66) հավասարումը՝ կլանող միջավայ-րում միալիքային դեպքի անցման գործակցի համար կստանանք.

$$T_0(z,I_1) = \frac{|F_0(z,I_1)|^2}{I_1}\exp(-\mu' z) = \frac{\mu'}{\mu' + 2\pi\beta^{(1)}\varepsilon_0^{(3)}I_1[1-\exp(-\mu' z)]}\exp(-\mu' z): \qquad (3.67)$$

(3.66)-ից հետևում է, որ ոչ գծային միալիքային դեպքում նվազումն ըստ խորության ավելի արագ է, քան գծային դեպքում (էքսպոնենցիալ նվազում):

1. Թվային հաշվարկները կատարենք նախ բարակ բյուրեղի դեպքում, երբ կլա-նումը փոքր է, և թվային հաշվարկի արդյունքներն հնարավոր է համեմատել ստացված ճշգրիտ լուծումների հետ: Հայտնի են դեպքեր, երբ $2\mathbf{h}$ անդրադարձումն արգելված է: Կենտրոնահամաչափ բյուրեղի համար (111), (311), (331), (333) անդրադարձումներին համապատասխանող երկրորդ կարգի (222), (622), (662), (666) անդրադարձումներն արգել-ված են, և այս անդրադարձումների համար ճիշտ Բրեգի տակ ընկնող ալիքի դեպքում չկլանող բյուրեղում ճշգրիտ լուծումը հայտնի է: Որպես օրինակ դիտարկենք



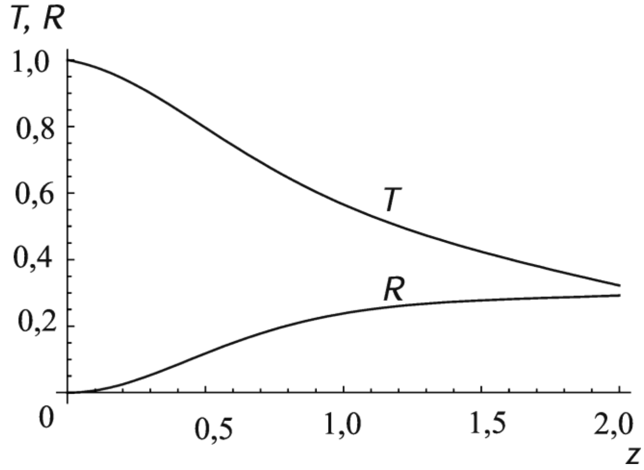
Նկ.3. 3. Երրորդ կարգի ոչ գծային էքստինկցիոն երկարության

կախումն ընկնող ալիքի ուժգնությունից

Si(111) անդրադարձումը, երբ ալիքի երկարությունը՝ $\lambda = 0,71\mathring{A}$, և ընդունենք, որ $\varepsilon_0^{(3)} = 0,01$, որը մոտավորապես հավասար է գծային դեպքի նույն մեծությանը: $z = 2$ խորության համար $\mu' z = 0,12$, և ուստի կարելի է թվային հաշվարկից ստացված արդ-յունքը համեմատել ճշգրիտ ստացված լուծման հետ:

Նկ.3.3-ում պատկերված է ոչ գծային էքստինկցիոն երկարության (3.58) և (3.59) արտահայտությունների հիման վրա ստացված երրորդ կարգի ոչ գծային էքստինկցիոն երկարության կախումն ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Նկ.3.1-ում $I_1 = 0,03$ դեպքի և Si(220) անդրադարձման համար թվային հաշվարկով ստացվել ցույց է տրվել ոչ գծային ճոճանակային երևույթն անդրադարձման գործակցի համար, որի վարքը համապա-տասխանում է ճշգրիտ լուծման արդյունքին, այսինքն՝ դիտվում են էքստինկցիոն տատանումներ, որոնց պարբերությունը մեծ է գծային տեսության էքստինկցիոն երկա-րությունից:

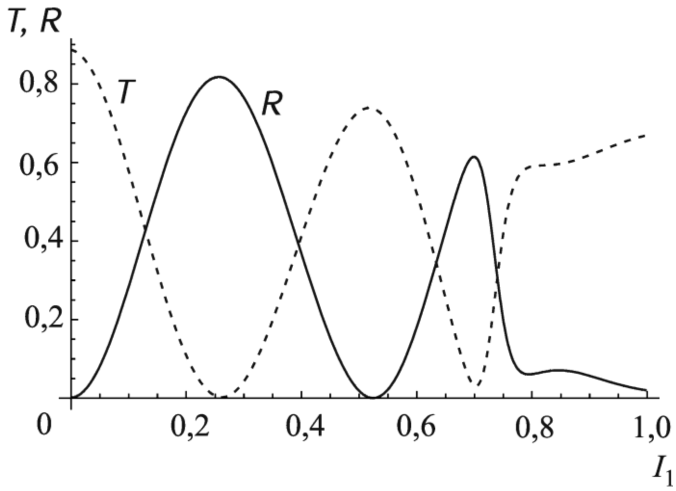
Նկ.3.4-ում պատկերված են երրորդ կարգի ոչ գծային անցման և անդրադարձման գործակիցների՝ թվային հաշվարկի հիման վրա ստացված կախումները խորությունից, երբ ալիքն ընկնում է ճիշտ Բրեգի անկյան տակ, և $I_1 = 1,13 I_{1ts} = 0,76$: Նկարից երևում է, որ էքստինկցիոն տատանումները բացակայում են, անցման գործակիցը մոնոտոն նվազում է, իսկ անդրադարձման գործակիցը՝ մոնոտոն աճում, ընդ որում դրանց արժեքները մոտենում են մի արժեքի, որը ճշգրիտ



Նկ.3.4. Երրորդ կարգի ոչ գծային անցման *(T)* և անդրադարձման *(R)* գործա-կիցների կախումները խորությունից ընկնող ալիքի ուժգնության անցումային արժե-քի համար (թվային հաշվարկ)

լուծման համաձայն պետք է լիներ 0,5: Սակայն կլանման հետևանքով նախ՝ էքստինկ-ցիոն տատանումները բացակայում են ոչ թե $I_1 = I_{1ts}$ արժեքի, այլ՝ $I_1 = 1{,}13 I_{1ts}$ դեպքում և, բացի այդ, անդրադարձման գործակցի ընդհանուր հաստատված արժեքը փոքր է 0,5-ից:

Նկ.3.5-ում պատկերված են ոչ գծային անցման և անդրադարձման գործակիցների կախումներն ընկնող ալիքի ուժգնությունից $\Delta\theta = 0$ և բյուրեղի սևեռված $z = 2$ հաստության դեպքում: Դրանք պարբերական վարք ունեն, մինչդեռ գծային դեպ-քում հաստատուն են: Ընկնող ալիքի՝ անցումային I_{1ts}-ին մոտ ուժգնությունից մեծ ար-

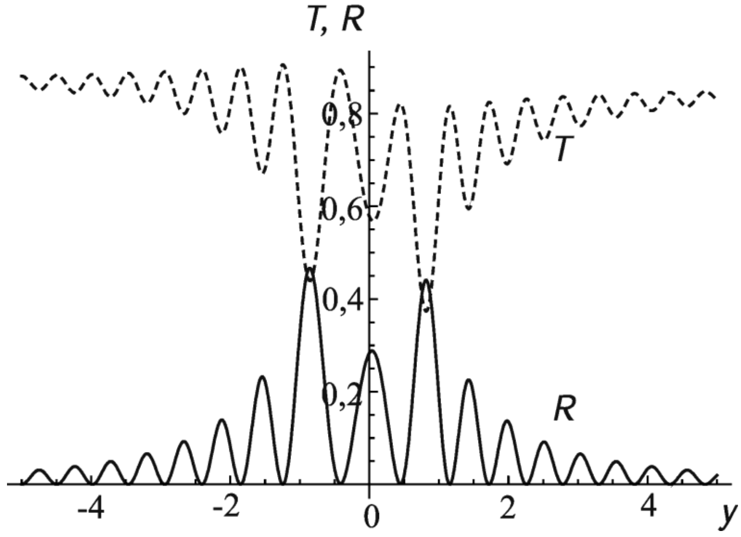


Նկ.3.5. Բարակ բյուրեղի ոչ գծային անցման (կետագիծ) և անդրադարձման (հոծ գիծ) գործակիցների կախումներն ընկնող ալիքի ուժգնությունից (թվային հաշվարկ)

ժեքների համար անդրադարձած ալիքի ուժգնությունը ձգտում է գրոյի, և մնում է մի-այն անցած ալիքը: Այսպիսով՝ թվային հաշվարկի արդյունքը համընկնում է տեսական կանխատեսման հետ:

Նկ.3.6-ում պատկերված են անցման և անդրադարձման գործակիցների կա-խումները Բրեգի անկյունից շեղման $y=\Delta\theta\sin 2\theta/\left|\chi_{hr}^{(1)}\right|$ պարամետրից, երբ $I_1=0{,}1$ և z=2: Տվյալ դեպքում $y=1$ արժեքին համապատասխանում է $\Delta\theta=1{,}56''$ շեղման անկյուն: Ինչպես երևում է նկարից, ի տարբերություն գծային դեպքի, անդրադարձման ճոճման կորը ոչ գծային դեպքում անհամաչափ է, և երկու կորերն էլ շեղված են դեպի դրական y-ները: $y=0$ կետի շուրջը մինիմումի փոխարեն անդրադարձման կորի վրա ուժգնությունը նկատելիորեն աճում է ոչ գծային էքստինկցիոն երկարության՝ գծայինից տարբերվելու հետևանքով: Ինչպես ցույց են տալիս հաշվարկները, ուժգնության հետագա մեծացմանը զուգընթաց կորերը տեղաշարժվում են բացասա-կան y-ների տիրույթ, և դիտվում է երկու կորերի կիսալայնությունների նվազում:

2. Դիտարկենք Si(220) անդրադարձման և նույն ալիքի երկարության դեպքում հաստ կլանող բյուրեղ, ենթադրելով, որ $\varepsilon_0^{(3)}=0{,}01$, $z=74$, $\mu' z=4$: Նկ.3.7-ում պատ-կերված է անցման գործակցի կախումը խորությունից, երբ $I_1=0{,}1$ և $\Delta\theta=0$: Համեմա-տության համար պատկերված է նաև (3.67) անցման գործակիցը միալիքային դեպքում: Սկսած ինչ-որ հաստությունից, կլանումը դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում



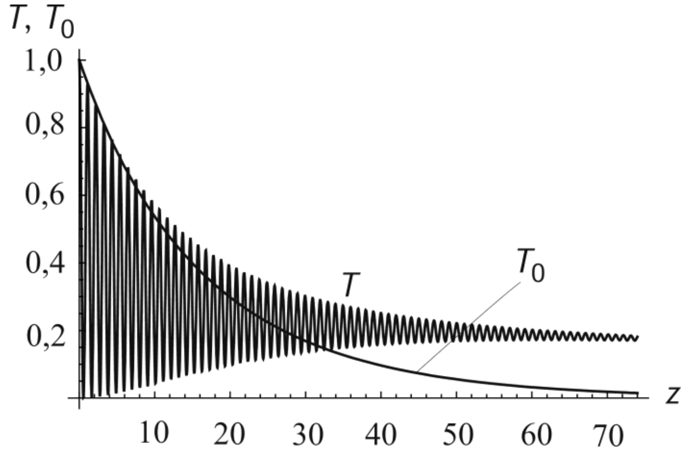
Նկ.3.6. Բարակ բյուրեղի ոչ գծային ճոճման կորերն անցած (կետագիծ) և դիֆրակտված (հոծ գիծ) ալիքների համար (թվային

հաշվարկ)

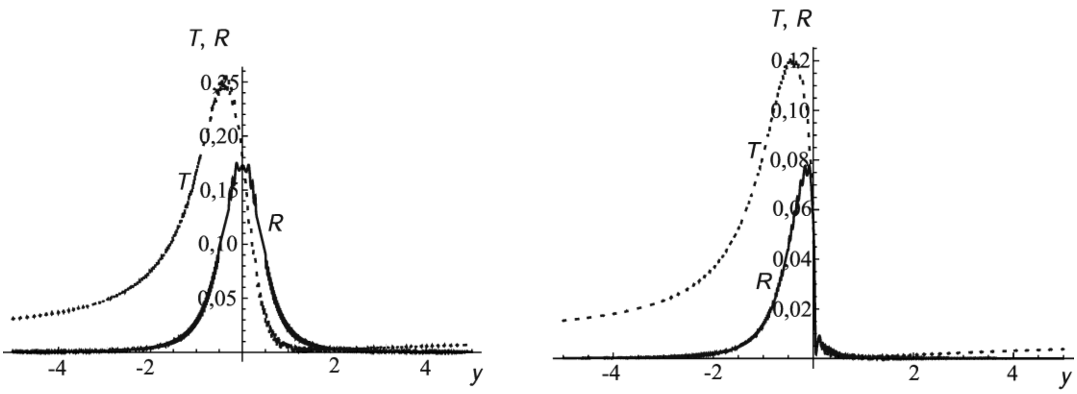
ավելի փոքր է, քան միալիքային դեպքում, այսինքն՝ ոչ գծային դեպքում էլ տեղի ունի Բորմանի երևույթը:

Նկ.3.8.ա-ում պատկերված են անցած և անդրադարձած ալիքների ճոճման կորերը $I_1 = 0{,}1$ արժեքի համար: Դիտարկվող անդրադարձման համար $y = 1$ արժեքին համապատասխանում է $\Delta\theta = 1{,}08''$ շեղման անկյուն: Ինչպես երևում է նկ.3.8.ա-ից, Բորմանի երևույթի հետևանքով անդրադառնում են Բրեգի պայմանին մոտ շեղման պարամետրերով ալիքները: Համեմատած գծային տեսության հետ այդ արժեքը շեղ-ված է դեպի բացասական y-ների կողմը: Առավելագույն արժեքները նվազում են: Ի տարբերություն գծային դեպքի, անդրադարձման կորը ոչ գծային դեպքում անհամա-չափ է, իսկ անցման կորը, ինչպես և գծային դեպքում, անհամաչափ է: Անցման կորի անհամաչափությունը ոչ գծային դեպքում նույնպես խոսում է Բորմանի երևույթի առկայության մասին [8,9]:

Անդրադարձման կորի կիսալայնությունը ընկնող ալիքի ուժգնության աճին զուգընթաց նվազում է: Ե՛վ անցած, և՛ անդրադարձած ալիքների համար դիտվում է այդ մեծության էական նվազում: Նշված օրինաչափությունները $I_1 = 0{,}7$ արժեքի համար ցույց են տրված նկ.3.8.բ-ում, որից ակնհայտ է, որ կորերի կիսալայնությունները գրեթե կրկնակի նվազել են, և անդրադառնում են միայն բացասական y-ներով ալիքները: Ե՛վ բարակ, և՛ հաստ կլանող բյուրեղի դեպքում այս օրինաչափությունները բացատրվում են, Բրեգի անկյունից շեղման պարամետրի վերանորմավորմամբ՝ ոչ գծային միջավայ-



Նկ.3.7. Հաստկլանող բյուրեղում ոչ գծային դինամիկական դիֆրակտային անցման գործակցի *(T)* և միալիքային ոչ գծային անցման գործակցի *(T_0)* կախումները խորությունից (թվային հաշվարկ):



ա　　　　　　　　　　　　　բ

Նկ.3.8. Հաստկլանող բյուրեղի ոչ գծային ճոճման կորերն անցած (կետագիծ) և դիֆրակտված (հոծ գիծ) ալիքների համար ընկնող ալիքի ուժգնության *ա.* $I_1 = 0,1$, *բ.* $I_1 = 0,7$ արժեքների համար (թվային հաշվարկ)

րում ալիքը տարածվում և դիֆրակտվում է ինքնամակածված Բրեգի անկյունից շեղման պարամետրով միջավայրում: Սա կարելի է նաև բացատրել, համարելով որ ալիքը տարածվում է ինքնամակածված, ալիքի ուժգնությունից կախված բևեռացվելիությամբ միջավայրում:

§3.3. Ռենտգենյան հարթալիքային դիֆրակտային երևույթները երրորդ կարգի ոչ գծայնությամբ բյուրեղում: Բրեգի դեպք

Ստորև, Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային (3.31) և (3.37) հավասարումների օգնությամբ տեսականորեն ուսումնասիրվել է ընկնող σ-բևեռացմամբ մեներանգ հարթ ալիքի Բրեգի երկրաչափությամբ երրորդ կարգի ոչ գծային դինամիկական դիֆրակցիան կատարյալ բյուրեղում:

§3.3.1. Վերլուծական դիտարկում

Էլեկտրական դաշտի լարվածությունը մուտքի $z=0$ մակերևույթին տրվում է (3.33) արտահայտությամբ $\sin\theta^{(i)}\to\cos\theta^{(i)}$: Լայնույթները բյուրեղի ներսում փնտրենք (3.34) տեսքով: Սահմանային պայմանները մուտքի $z=0$ և ելքի $z=T$ ելքի մակերևույթներին ունեն նույն տեսքը, ինչ գծային դիֆրակցիայի դեպքում [8,9].

$$E_0(x,0)=E_0^{(i)}\exp(-ik\sin\theta\,\Delta\theta\, x),\qquad E_h(x,T)=0\ : \tag{3.68}$$

(3.33), (3.34) և (3.68) առնչություններից հետևում է, որ

$$F_0(0)=E_0^{(i)},\qquad F_h(T)=0,\qquad p=-k\sin\theta\left(\Delta\theta+\frac{\chi_0^{(1)}}{\sin 2\theta}\right)\ : \tag{3.69}$$

(3.34)-ը տեղադրելով (3.31)-ում՝ Բրեգի դեպքի համար կստանանք.

$$\begin{gathered}
2ik\sin\theta\frac{dF_0}{dz}-2kp\cos\theta F_0+k^2\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}F_0F_h^*+\eta_{\bar h}^{(3)}F_0^*F_h\right]F_0+\\
+k^2\left[\chi_{\bar h}^{(1)}+\eta_0^{(3)}F_0F_h^*+\eta_{\bar h}^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_{2\bar h}^{(3)}F_0^*F_h\right]F_h=0,\\
-2ik\sin\theta\frac{dF_h}{dz}-2kp\cos\theta F_h+k^2\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}F_0F_h^*+\eta_{\bar h}^{(3)}F_0^*F_h\right]F_h+\\
+k^2\left[\chi_h^{(1)}+\eta_0^{(3)}F_0^*F_h+\eta_h^{(3)}\left(\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2\right)+\eta_{2h}^{(3)}F_0F_h^*\right]F_0=0\ :
\end{gathered}\tag{3.70}$$

Չկլանող բյուրեղում $\chi_h^*=\chi_{\bar h},\ \eta_{h,2h}^*=\eta_{\bar h,2\bar h}$, ուստի այս դեպքում նույնպես կարելի է գտնել շարժման երկու ինտեգրալ: Դրանցից առաջինն ստացվում է, երբ (3.70) հավասարում-ները բազմապատկում ենք F_0^*-ով և F_h^*-ով, իսկ (3.70)-ի կոմպլեքս համալուծ հավասա-րումները՝ $-F_0$-ով և $-F_h$-ով և ստացված հավասարումները՝ գումարում: Երկրորդ շարժման ինտեգրալն ստացվում է, երբ (3.70) հավասարումները բազմապատկում ենք dF_0^*/dz-ով և dF_h^*/dz-ով, իսկ (3.70)-ի կոմպլեքս համալուծ հավասարումները՝ dF_0/dz-ով և dF_h/dz-ով և ստացված հավասարումները՝ գումարում: Ստացված երկու շարժման ինտեգրալներն ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{gathered}
\left|F_0(z)\right|^2-\left|F_h(z)\right|^2=\mathrm{const}=C_1,\\
-2kpI\cos\theta+2k^2\,\mathrm{Re}[\chi_h^{(1)}F_0F_h^*]+k^2\frac{\eta_0^{(3)}}{2}\left(I^2+2\left|F_0\right|^2\left|F_h\right|^2\right)+2k^2\,\mathrm{Re}[\eta_h^{(3)}IF_0F_h^*]+\\
+k^2\,\mathrm{Re}[\eta_{2h}^{(3)}F_0^2F_h^{*2}]=\mathrm{const}=C_2,
\end{gathered}\tag{3.71}$$

որտեղ $I=\left|F_0\right|^2+\left|F_h\right|^2$: Բրեգի երրորդ կարգի ոչ գծային դիֆրակցիան ուսումնասիրենք վերլուծական եղանակով՝ օգտվելով (3.70) հավասարումներից և (3.71) շարժման ինտեգրալներից: Լուծումը փնտրենք (3.42) կոմպլեքս տեսքով: (3.42)-ը տեղադրելով (3.70)-ում և անջատելով իրական ու կեղծ մասերը, կստանանք.

$$\begin{aligned}
&2k\sin\theta\frac{d\varphi_0}{dz}+2kp\cos\theta-k^2\eta_0^{(3)}\left(\rho_0^2+2\rho_h^{\,2}\right)+2k^2\rho_h\rho_0\left|\eta_h^{(3)}\right|\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})-\\
&\qquad -k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I\right)\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})\frac{\rho_h}{\rho_0}+k^2\left|\eta_{2h}^{(3)}\right|\rho_h^2\cos(2\gamma+\delta_{2h}^{(1)})=0,\\
&2k\sin\theta\frac{d\rho_0}{dz}-k^2\rho_h\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I\right)\sin(\gamma+\delta_h^{(1)})+k^2\left|\eta_{2h}^{(3)}\right|\rho_0\rho_h^2\sin(2\gamma+\delta_{2h}^{(1)})=0,\\
&2k\sin\theta\frac{d\varphi_h}{dz}-2kp\cos\theta+k^2\eta_0^{(3)}\left(2\rho_0^{\,2}+\rho_h^{\,2}\right)-2k^2\left|\eta_h^{(3)}\right|\rho_0\rho_h\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})+\\
&\qquad +k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I\right)\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})\frac{\rho_0}{\rho_h}-k^2\left|\eta_{2h}^{(3)}\right|\rho_0^2\cos(2\gamma+\delta_{2h}^{(1)})=0,\\
&2k\sin\theta\frac{d\rho_h}{dz}-k^2\rho_0\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-\left|\eta_h^{(3)}\right|I\right)\sin(\gamma+\delta_h^{(1)})+k^2\left|\eta_{2h}^{(3)}\right|\rho_0^2\rho_h\sin(2\gamma+\delta_{2h}^{(1)})=0,
\end{aligned} \tag{3.72}$$

որտեղ $\gamma(z)=\varphi_0(z)-\varphi_h(z)$, իսկ $\delta_h^{(1)}$-ը և $\delta_{2h}^{(1)}$-ը $\chi_h^{(1)}$-ի և $\chi_{2h}^{(1)}$-ի փուլերն են: (3.72)-ում հաշվի է առնվել, որ $\eta_h^{(3)}$-ի և $\eta_{2h}^{(3)}$-ի փուլերը $\chi_h^{(1)}$-ի և $\chi_{2h}^{(1)}$-ի փուլերի նկատմամբ շեղված են π-ով: (3.34)-ը տեղադրելով (3.71) շարժման ինտեգրալների մեջ՝ դրանք կարելի է ներկայացնել

$$\begin{aligned}
&\rho_0^2-\rho_h^2=C_1,\\
&-2kp\cos\theta\, I+2k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-I\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)\rho_0\rho_h\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})+k^2\frac{\eta_0^{(3)}}{2}\left(I^2+2\rho_0^{\,2}\rho_h^{\,2}\right)-\\
&\qquad -k^2\left|\eta_{2h}^{(3)}\right|\rho_0^{\,2}\rho_h^{\,2}\cos(2\gamma+\delta_{2h}^{(1)})=C_2
\end{aligned} \tag{3.73}$$

առնչություններով: (3.69) սահմանային պայմաններից հետևում է, որ

$$\begin{aligned}
&0\le C_1<I^{(i)}=\left|E_0^{(i)}\right|^2,\\
&C_2=-2pk\cos\theta\, C_1+k^2\frac{\eta_0^{(3)}}{2}C_1^2\ :
\end{aligned} \tag{3.74}$$

Հետագա վերլուծական դիտարկումը հնարավոր է արգելված $2\mathbf{h}$-անդրադարձման դեպքում, երբ (3.73)-ի և (3.74)-ի երկրորդ հավասարումներից հանգում ենք

$$\cos(\gamma+\delta_h^{(1)})=\frac{\left(4p\cos\theta-3k\rho_0^2\eta_0^{(3)}\right)\rho_h}{2k\left(\left|\chi_h^{(1)}\right|-I\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)\rho_0} \tag{3.75}$$

առնչությանը, որտեղից

$$\sin(\gamma+\delta_h^{(1)}) = \pm\sqrt{1-\cos^2(\gamma+\delta_h^{(1)})} =$$

$$\pm\frac{\sqrt{4k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right| - I\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)^2 \rho_0^2 - \left(4p\cos\theta - 3k\rho_0^2\eta_0^{(3)}\right)^2 \rho_h^2}}{2k\left(\left|\chi_h^{(1)}\right| - I\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)\rho_0} : \tag{3.76}$$

(3.76)-ը տեղադրելով (3.72)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\begin{aligned} &4\sin\theta\frac{d\rho_0}{dz} \mp \frac{\rho_h}{\rho_0}\sqrt{4k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right| - I\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)^2 \rho_0^2 - \left(4p\cos\theta - 3k\rho_0^2\eta_0^{(3)}\right)^2 \rho_h^2} = 0, \\ &4\sin\theta\frac{d\rho_h}{dz} \mp \sqrt{4k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right| - I\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)^2 \rho_0^2 - \left(4p\cos\theta - 3k\rho_0^2\eta_0^{(3)}\right)^2 \rho_h^2} = 0, \end{aligned} \tag{3.77}$$

որտեղից օգտագործելով շարժման (3.73) ինտեգրալներից առաջինը՝ կստանանք առանձին հավասարումներ ρ_0-ի և ρ_h-ի համար.

$$\begin{aligned} &4\sin\theta\,\rho_0\frac{d\rho_0}{dz} \mp \sqrt{\rho_0^2 - C_1}\times \\ &\times\sqrt{4k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right| - (2\rho_0^2 - C_1)\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)^2 \rho_0^2 - \left(4p\cos\theta - 3k\rho_0^2\eta_0^{(3)}\right)^2 (\rho_0^2 - C_1)} = 0, \\ &4\sin\theta\frac{d\rho_h}{dz} \mp \\ &\mp\sqrt{4k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right| - (2\rho_h^2 + C_1)\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)^2 (\rho_h^2 + C_1) - \left(4p\cos\theta - 3k(\rho_h^2 + C_1)\eta_0^{(3)}\right)^2 \rho_h^2} = 0 : \end{aligned} \tag{3.78}$$

(3.78) հավասարումների լուծումները կարելի է արտահայտել էլիպտական ֆունկցիաներով, բայց դրա համար անհրաժեշտ է իմանալ (3.78)-ում արմատատակ արտահայտությունների արմատների վերլուծական տեսքերը, որը դժվարացնում է խնդրի հետագա վերլուծական քննարկումը: Սակայն վերլուծական քննարկումը հնարավոր է լրիվ անդրադարձման տիրույթում, երբ շարժման առաջին ինտեգրալը՝ $C_1 = 0$, և (3.74)-ից հետևում է, որ $C_2 = 0$: Բացի այդ, (3.78)-ի երկու հավասարումները դառնում են նույնական: Դրանք ρ_0-ով և ρ_h-ով բազմապատկելուց հետո բերվում են հետևյալ տեսքի.

$$2\sin\theta\frac{d\rho_{0,h}^2}{dz} + \rho_{0,h}^2\sqrt{4k^2\left(\left|\chi_h^{(1)}\right| - 2\rho_{0,h}^2\left|\eta_h^{(3)}\right|\right)^2 - \left(4p\cos\theta - 3k\rho_{0,h}^2\eta_0^{(3)}\right)^2} = 0 : \tag{3.79}$$

“+” նշանի ընտրությունը հետևանք է այն պայմանի, որ լրիվ անդրադարձման տիրույթում լայնույթները պետք է խորությունը մեծացնելիս նվազեն: Իրական լուծում կստացվի, եթե արմատատակ արտահայտությունը լինի դրական: Այս պահանջը համատեղելի է մուտքի և ելքի մակերևույթներին սահմանային պայմանների հետ, եթե

$$
\begin{gathered}
4|p|\cos\theta < 2k\left|\chi_h^{(1)}\right|, \\
\left(2k\left|\chi_h^{(1)}\right| - 4p\cos\theta + (3\eta_0^{(3)} - 4\left|\eta_h^{(3)}\right|)kI^{(i)}\right)\left(2k\left|\chi_h^{(1)}\right| + 4p\cos\theta - (3\eta_0^{(3)} + 4\left|\eta_h^{(3)}\right|)kI^{(i)}\right) > 0 :
\end{gathered}
\tag{3.80}
$$

(3.80) առաջին առնչությունից հետևում է, որ $2k\left|\chi_h^{(1)}\right| \pm 4p\cos\theta >$, որը լրիվ անդրա-դարձման պայմանն է ըստ գծային տեսության: Եթե $3\eta_0^{(3)} > 4\left|\eta_h^{(3)}\right|$, որը սովորաբար տեղի ունի, ապա (3.80)-ից հետևում է լրիվ անդրադարձման պայմանը՝

$$
-2k\left|\chi_h^{(1)}\right| + k(3\eta_0^{(3)} + 4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)} < 4p\cos\theta < 2k\left|\chi_h^{(1)}\right| : \tag{3.81}
$$

Այս պայմանից բխում է, որ լրիվ անդրադարձման տիրույթի կենտրոնը ոչ թե $p = 0$-ն է, ինչպես գծային տեսությունում, այլ

$$
p_c = \frac{k(3\eta_0^{(3)} + 4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)}}{8\cos\theta} \tag{3.82}
$$

մեծությունը, որը ֆունկցիա է ընկնող ալիքի ուժգնությունից: (3.81)-ի համաձայն՝ լրիվ անդրադարձման տիրույթի լայնությունը որոշվում է.

$$
\Delta p = \frac{4k\left|\chi_h^{(1)}\right| - k(3\eta_0^{(3)} + 4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)}}{4\cos\theta} \tag{3.83}
$$

առնչությամբ, որն ավելի փոքր է, քան գծային տեսությունում և կախված է ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Ոչ գծային դեպքում անդրադարձման տիրույթի լայնությունը՝ $\Delta p = 0$, ուժգնության $I_{\max}^{(i)}$ արժեքի դեպքում, որը որոշվում է $4\left|\chi_h^{(1)}\right| = (3\eta_0^{(3)} + 4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I_{\max}^{(i)}$ առնչությունից: Եթե $4\left|\chi_h^{(1)}\right| < (3\eta_0^{(3)} + 4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)}$, ապա $I^{(i)} > I_{\max}^{(i)}$, և այդ ուժգնությունների համար լրիվ անդրադարձման տիրույթը բացակայում է:

Ներմուծենք Բրեգի պայմանից շեղման $y = \sin 2\theta\left(\Delta\theta + \chi_0^{(1)} / \sin 2\theta\right) / \left|\chi_h^{(1)}\right|$ պարամետրը (չկլանող բյուրեղի դեպքում այն իրական է): Օգտագործելով p-ի (3.69) սահմանումը (3.81)–(3.83) առնչություններից դժվար չէ որոշել լրիվ անդրադարձման պայմանը, լրիվ անդրադարձման տիրույթի կենտրոնը և տիրույթի լայնությունը՝ արտա-հայտված y-ով.

$$-1<y<1-\frac{(3\eta_0^{(3)}+4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)}}{2\left|\chi_h^{(1)}\right|},\; y_c=-\frac{(3\eta_0^{(3)}+4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)}}{4\left|\chi_h^{(1)}\right|},$$
$$\Delta y=2-\frac{(3\eta_0^{(3)}+4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)}}{2\left|\chi_h^{(1)}\right|}: \qquad (3.84)$$

(3.84)-ից հետևում է, որ անդրադարձման տիրույթի $y_{min}=-1$ եզրը նույնն է, ինչ գծային տեսությունում և կախված չէ ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Անդրադարձման տիրույթի մյուս՝ $y_{max}=1-(3\eta_0^{(3)}+4\left|\eta_h^{(3)}\right|)I^{(i)}/2\left|\chi_h^{(1)}\right|$ եզրն ընկնող ալիքի ուժգնության մոնոտոն նվազող գծային ֆունկցիա է, իսկ y_c կենտրոնը շեղված է դեպի բացասական y-ները, այ-սինքն՝ փոքր անկյունների տիրույթ: Լրիվ անդրադարձման տիրույթի $\Delta y=y_{max}-y_{min}$ լայնությունն ավելի փոքր է, քան գծային տեսությունում և ուժգնության մեծացմանը զուգընթաց նվազում է: Ուժգնության $I^{(i)}>I^{(i)}_{max}$ արժեքների դեպքում, ինչպես արդեն նշվել է, ոչ գծային տեսությամբ լրիվ անդրադարձման տիրույթը բացակայում է:

Ճոճման կորի այս առանձնահատկությունները կարելի է բացատրել լայնույթների փոփոխման (3.78) հավասարումների հիման վրա, որոնցում p շեղման պարամետրի փոխարեն մասնակցում է ինքնամակածված արդյունարար շեղման $p_{eff}=p-3k\rho_0^2\eta_0^{(3)}/4\cos\theta$ պարամետրը, իսկ $\chi_h^{(1)}$-ը փոխարինվում է ինքնամակածվա-ծով՝ $\chi_{heff}=\left|\chi_h^{(1)}\right|-2\rho_{0,h}^2\left|\eta_h^{(3)}\right|$: Սա նշանակում է, որ ալիքի տարածման ընթացքում, կախված ուժգնությունից, փոխվում է Բրեգի պայմանից շեղման պարամետրը: "–" նշանն առաջանում է երրորդ կարգի ոչ գծային և գծային բևեռացվելիությունների հակադիր նշաններից (գծային և ոչ գծային բևեռացվելիությունների փուլային անհամապատասխանություն): Ինչպես հետևում է p-ի (3.69) սահմանումից, $\Delta\theta$ անկյունային շեղումը փոխարինվում է արդյունարար շեղումով՝ $\Delta\theta_{eff}=\Delta\theta+3\rho_0^2\eta_0^{(3)}/2\sin 2\theta$: Այսպիսով՝ դրական $(\Delta\theta+\chi_{0r}^{(1)}/\sin 2\theta)$-ների դեպքում (դրա-կան y_r-երի համար), արդյունարար շեղման պարամետրն աճում է, և փնջի անդրա-դարձումը թուլանում է, մինչդեռ բացասական $(\Delta\theta+\chi_{0r}^{(1)}/\sin 2\theta)$-ների դեպքում արդյու-նարար շեղման պարամետրի բացարձակ արժեքը կարող է նվազել՝ առանց փնջի անդ-րադարձման թուլացման: χ_{heff}-ի արտահայտությունից հետևում է, որ ուժգնության աճը հանգեցնում է դիֆրակցիայի ուղղությամբ ցրման նվազման: Այս առանձնահատկու-թյունները կարելի է բացատրել՝ դիտարկելով հաստատուն $\Delta\theta$, բայց ինքնամակածված արդյունարար $\chi_{0eff}=\chi_0^{(1)}+3\rho_0^2\eta_0^{(3)}/2$ և $\chi_{heff}=\left|\left|\chi_h^{(1)}\right|-2\rho_{0,h}^2\left|\eta_h^{(3)}\right|\right|$: Ի դեպ, $\chi_{heff}=0$ երբ $\left|\chi_h^{(1)}\right|=2\rho_{0,h}^2\left|\eta_h^{(3)}\right|$:

(3.79) տարածման հավասարումը լուծենք անդրադարձած ալիքի համար լրիվ անդրադարձման տիրույթում: Դժվար չէ տեսնել, որ

$$\int\frac{d\rho_{0,h}^2}{\rho_{0,h}^2\sqrt{a\rho_h^4+b\rho_{0,h}^2+c_1}}=-\frac{z}{2\sin\theta}+\mathrm{const}, \tag{3.85}$$

որտեղ

$$a=k^2\left(16\left|\eta_h^{(3)}\right|^2-9\eta_0^{(3)2}\right), b=-4k^2\left|\chi_h^{(1)}\right|\left(3y\eta_0^{(3)}+4\left|\eta_h^{(3)}\right|\right),\quad c_1=4k^2\left|\chi_h^{(1)}\right|^2\left(1-y^2\right): \tag{3.86}$$

(3.84)-ի առաջին պայմանի համաձայն՝ $c_1>0$: Օգտագործելով աղյուսակային ինտեգրալ [231], (3.85)-ից ստանում ենք.

$$\ln\frac{\left|2c_1+b\rho_h^2+2\sqrt{c_1\left(a\rho_h^4+b\rho_h^2+c_1\right)}\right|}{C_3\rho_h^2}=\frac{\sqrt{c_1}z}{2\sin\theta}, \tag{3.87}$$

որտեղ C_3-ը հաստատուն է: Ինչպես երևում է (3.87)-ից, լրիվ անդրադարձման տիրույ-թում այդպիսի լուծում հնարավոր է միայն կիսաանվերջ բյուրեղի համար, քանի որ $\rho_h^2=0$, երբ $z=T$: Մուտքի մակերևույթի վրա $\rho_h^2(0)=I^{(i)}$ սահմանային պայմանից և (3.87)-ից որոշվում $C_3=\left|2c_1+bI^{(i)}+2\sqrt{c_1\left(aI^{(i)2}+bI^{(i)}+c_1\right)}\right|/I^{(i)}$ հաստատունը, հետևյալ լուծումը.

$$\rho_h^2=\pm\frac{4C_3c_1\exp\left(\dfrac{\sqrt{c_1}z}{2\sin\theta}\right)}{\left(\pm C_3\exp\left(\dfrac{\sqrt{c_1}z}{2\sin\theta}\right)-b\right)^2-4c_1a}: \tag{3.88}$$

$3\eta_0^{(3)}>4\left|\eta_h^{(3)}\right|$ առնչությունից և a մեծության սահմանումից (տես (3.86)) հետևում է, որ $a<0$: Հետևաբար՝ (3.88)-ում պետք է վերցնել “+”

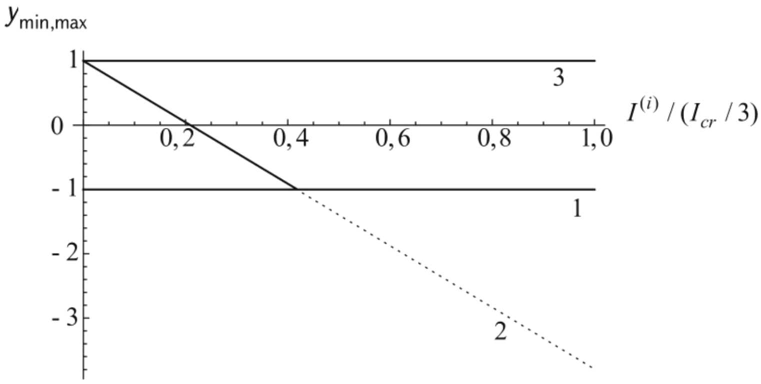
նշանը, և այդ դեպքում

$$\rho_h^2 = \frac{4C_3 c_1 \exp\left(-\frac{z}{\tau}\right)}{\left(C_3 - b\exp\left(-\frac{z}{\tau}\right)\right)^2 - 4ac_1\exp\left(-\frac{2z}{\tau}\right)}, \qquad (3.89)$$

որտեղ $\tau = 2\sin\theta/\sqrt{c_1}$ մեծությունը համընկնում է գծային տեսության էքստինկցիոն երկարության հետ [8,9]: Ինչպես երևում է ստացված արտահայտությունից, երբ $z/\tau >> 1$, անդրադարձած ալիքի ուժգնությունը ձգտում է զրոյի էքսպոնենցիալ օրենքով՝

$$\rho_h^2 = \frac{4c_1}{C_3}\exp\left(-\frac{z}{\tau}\right): \qquad (3.90)$$

Քանի որ $C_1 = 0$, ապա (3.73)-ից բխում է, որ $\rho_0^2(z)$ կախումը տրվում է նույն՝ (3.89) բանաձևով: Նշենք, որ c_1-ը նույնն է և՛ գծային, և՛ ոչ գծային տեսություններում, և բացի այդ, գծային տեսությունում $a = b = 0$, որը տեղադրելով (3.89)-ի մեջ՝ կստանանք ρ_h^2-ու՝ գծային տեսությունից հայտնի արտահայտությունը [8, 9]: Նկ.3.9-ում պատկերված են լրիվ անդրադարձման տիրույթի ձախ՝ Y_{min} (1) և աջ՝ Y_{max} (2) սահմանների կախումներն ընկնող ալիքի ուժգնությունից՝ համաձայն ոչ գծային տեսության (տես (3.84)): (3) ուղիղը լրիվ անդրադարձման տիրույթի աջ եզրն է գծային տեսությունում, մինչդեռ լրիվ անդրադարձման տիրույթի գծային և ոչ գծային տեսությունների ձախ եզրերը համ-ընկնում են և կախված չեն ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Բևեռացվելիության ոչ գծա-յին մասի համար օգտագործվել են $\eta_0^{(3)} = 3\left|\chi_0^{(1)}\right|/I_{cr}$, $\eta_h^{(3)} = 3\left|\chi_h^{(1)}\right|/I_{cr}$ առնչությունները: Նշենք, որ Si(111) անդրադարձման համար Si(222) անդրադարձումն արգելված է, իսկ ճառագայթման ալիքի երկարությունը՝ $\lambda = 0{,}71\mathring{A}$ է: Ինչպես արդեն նշվել է, $Y_{min} = -1$ ձախ եզրը նույնն է և՛ գծային, և՛ ոչ գծային տեսություններում և կախված չէ ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Գծային տեսության մեջ աջ եզրը նույնպես կախված չէ ուժգնությունից, բայց ոչ գծային տեսությունում ուժգնության մեծացմանը



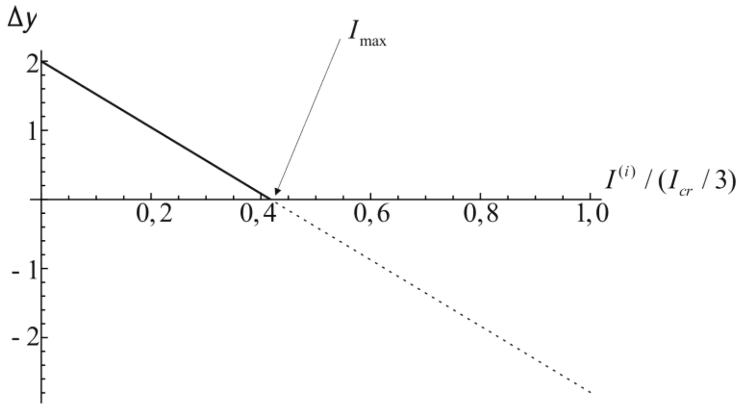
Նկ.3.9. Գծային և ոչ գծային դինամիկական դիֆրակցիայի տեսություններում լրիվ անդրադարձման տիրույթի ձախ (Y_{min}) և աջ (Y_{max}) սահմանների կախումներն ընկնող ալիքի $I^{(i)}$ ուժգնությունից (չկլանող բյուրեղ). 2 կորի կետագծված տեղամասը համա-պատասխանում է այն ուժգնություններին, որոնց համար լրիվ անդրադարձման տի-րույթ գոյություն չունի:

զուգընթաց այն գծայնորեն նվազում է:

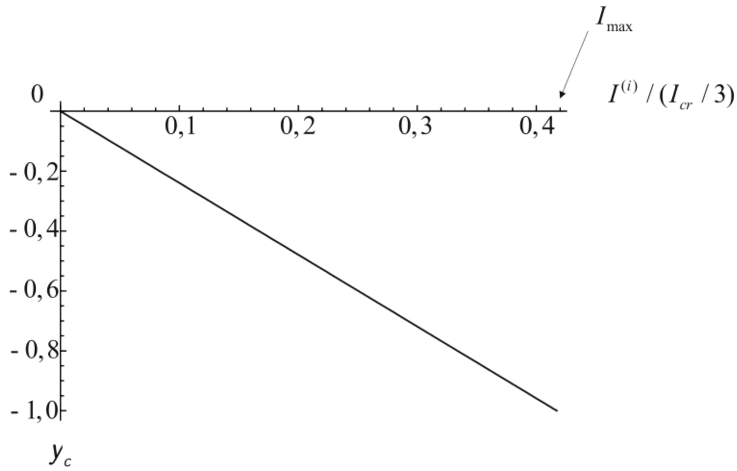
Ուժգնության $I^{(i)} = I^{(i)}_{\max} \approx 0,42$ արժեքի դեպքում ոչ գծային տեսությամբ լրիվ անդրադարձման տիրույթի աջ և ձախ եզրերը համընկնում են, լրիվ անդրադարձման տիրույթի լայնությունը դառնում է զրո, և $I^{(i)} > I^{(i)}_{\max}$ ուժգնությունների համար լրիվ անդրադարձման տիրույթ գոյություն չունի:

Նկ.3.10-ում պատկերված է լրիվ անդրադարձման տիրույթի լայնության կախումն ընկնող ալիքի ուժգնությունից՝ համաձայն (3.84)-ի: Լայնությունը բացասական է $I^{(i)} > I^{(i)}_{\max}$ արժեքների դեպքում և զրո է, երբ $I^{(i)} = I^{(i)}_{\max}$:

Նկ.3.11-ում պատկերված է լրիվ անդրադարձման տիրույթի կենտրոնի կախումն ընկնող ալիքի ուժգնությունից $0 < I^{(i)} \le I^{(i)}_{\max}$ տիրույթում:

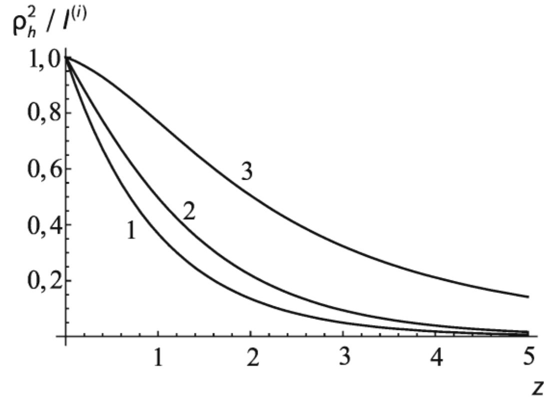


Նկ.3.10. Ոչ գծային տեսությամբ չկլանող բյուրեղում անդրադարձման տիրույթի Δy լայնության կախումն ընկնող ալիքի $I^{(i)}$ ուժգնությունից: Կորի կետագծված տեղա-մասը համապատասխանում է այն ուժգնություններին, որոնց համար լրիվ անդրա-դարձման տիրույթ գոյություն չունի:



Նկ.3.11. Ոչ գծային տեսությունում չկլանող բյուրեղի լրիվ անդրադարձման տիրույթի կենտրոնի կախումն ընկնող ալիքի ուժգնությունից

Նկ.3.12-ում պատկերված է $\rho_h^2/I^{(i)}$-ի կախումը z-ից երբ $I^{(i)}=0,2$ (2 կոր) և $I^{(i)}=0,4$ (3 կոր) և նույն կախումն ըստ գծային տեսության (1 կորը): Կորերից յուրաքանչյուրը կա-ռուցվել է համապատասխան y_c-ի համար՝ $y_c(0,2)=-0,48$, $y_c(0,4)=-0,96$ և գծային տեսությունում $y_c=0$: Խորությունը տրված է $\tau_0=\sin\theta/k\left|\chi_h^{(1)}\right|$ միավորով, որը գծային տեսության էքստինկցիոն խորությունն է լրիվ անդրադարձման տիրույթի կենտրոնում [8,9]: Ոչ գծային դեպքում մեծ խորությունների համար էքստինկցիոն խորության արժեքը՝ $\tau(-0,48)/\tau_0=1,14$, երբ $I^{(i)}=0,2$ և $\tau(-0,96)/\tau_0=3,57$, երբ $I^{(i)}=0,4$, իսկ $\tau_0=0,75$ մկմ:



Նկ.3.12. Չկլանող բյուրեղում անդրադարձած ալիքի $\rho_h^2/I^{(i)}$-ի կախումը խորությունից գծային տեսությամբ (1 կոր) և ոչ գծային տեսությամբ (2 կոր՝ $I^{(i)}=0,2$ և 3 կոր՝ $I^{(i)}=0,4$):

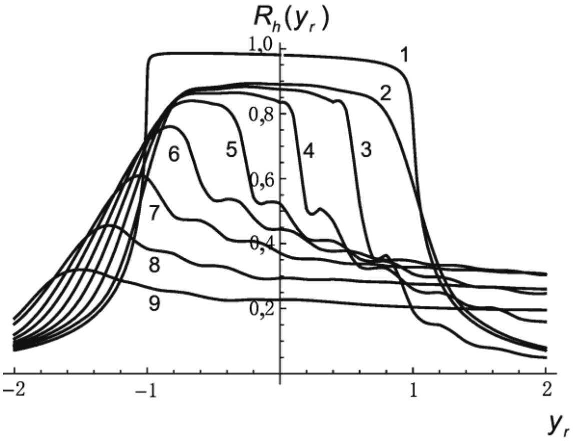
§3.3. 2. *Թվային հաշվարկի արդյունքները*

Չնայած վերլուծական դիտարկումը հնարավոր է դիֆրակցիայի որոշակի պայմանների դեպքում, այնուամենայնիվ, այդ միջոցով ուսումնասիրվել են ոչ գծային դիֆրակցիայի հիմնական առանձնահատկությունները: Ընդհանուր դեպքում անհրա-ժեշտ է կատարել թվային հաշվարկ: Ճոճման կորերն ստանալու համար (3.70) կամ (3.77) հավասարումները կարելի էր լուծել «կրակոցի» եղանակով [232], որպես եզրային պայմաններով խնդիր: Բայց թվային հաշվարկներից հետևում է, որ նշված եղանակը (3.70) և կամ (3.77) հավասարումների դեպքում չի բերում անհրաժեշտ լուծման: Ոչ գծային դեպքում ավելի նպատակահարմար է թվային եղանակով գտնել Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային (3.31) հավասարումների լուծումները, որի համար անհրա-ժեշտ է դիտարկել տարածականորեն սահմանափակ ալիք՝ ալիքային փունջ: Ինչպես ցույց են տալիս թվային հաշվարկները, Տակագիի գծային հավասարումների թվային ինտեգրման միջոցով ճոճման կորի ստացման համար անհրաժեշտ է հաշվարկները կատարել դիֆրակցիայի հարթության մեջ մուտքի մակերևույթին զուգահեռ ուղղու-թյամբ ավելի քան քսան գծային էքստինկցիոն երկարությամբ չափերով փնջի դեպ-քում: Սա հետևանքն է այն բանի, որ սահմանափակ չափերով փնջում առկա են եզրա-յին դիֆրակտային երևույթներ, որոնց ազդեցությունն էական չէ մեծ չափերով փնջի դեպքում: $-2 \le y_r \le 2$ ($y_r = \mathrm{Re}\, y$) տիրույթում ոչ գծային ճոճման կորը 40 կետով կառուցելու համար համակարգչային մեծ ժամանակ է պահանջվում: Այդ պատճառով ստորև բերվել են թվային հաշվարկի արդյունքները մուտքի մակերևույթի երկարու-թյամբ 5 գծային էքստինկցիոն երկարությամբ փնջի դեպքում: Համեմատության հա-մար ներկայացվել են նաև գծային հարթ ալիքային տեսության ճոճման կորը [8,9] և թվային հաշվարկով գծային տեսությամբ ստացված ճոճման կորը 5 գծային էքստինկ-ցիոն երկարությամբ չափով փնջի դեպքում: Ինչպես նշվել է ***§3.1.5***-ում, Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումները կարելի է ինտեգրել ձևափոխված կեսքայ-լային եղանակով: Քանի որ դիտարկվում է վերջավոր չափերով փունջ, ապա ճոճման կորն ստացվում է տարածական ինտեգրալ անդրադարձման

$$R_h(y_r) = \frac{1}{2a_1 I_i}\int_{-a_1}^{a_1}\exp\left(-\frac{\mu' x}{\cos\theta}\right) I_h(x,0,y_r)\,dx \qquad (3.91)$$

գործակցի y_r-ից կախումից, որտեղ $\mu' = \mu\Lambda^L$, $\mu = k\chi_{0i}^{(1)}$-ն բյուրեղի գծային կլանման գործակիցն է, $y_r = \sin 2\theta\left(\Delta\theta + \chi_{0r}^{(1)}/\sin 2\theta\right)/\left|\chi_h^{(1)}\right|$, $I_h(x,0,y_r) = \left|E_h(x,0,y_r)\right|^2$, $2a_1$-ը՝ բյուրե-ղի մուտքի մակերևույթի երկայնքով փնջի չափը, որը, ինչպես և x կոորդինատը, տր-ված է գծային էքստինկցիոն երկարության միավորով: Ոչ գծային բևեռացվելիության ֆուրիե-գործակիցների արժեքների համար օգտվել ենք $\eta_{0r}^{(3)} = 3\left|\chi_{0r}^{(1)}\right|/I_{cr}$ և $\eta_{hr}^{(3)} = 3\left|\chi_{hr}^{(1)}\right|/I_{cr}$ առնչություններից, իսկ կեղծ մասի ֆուրիե-գործակիցների արժեքները որոշվել են $\eta_{0,hi}^{(3)}/\eta_{0,hr}^{(3)} = 0,01$ հարաբերությունից, որը համապատասխան գծային մեծու-թյունների հարաբերության կարգի է:

Նկ.3.13-ում պատկերված են կիսաանվերջ կլանող բյուրեղի դեպքում (3.91) անդ-



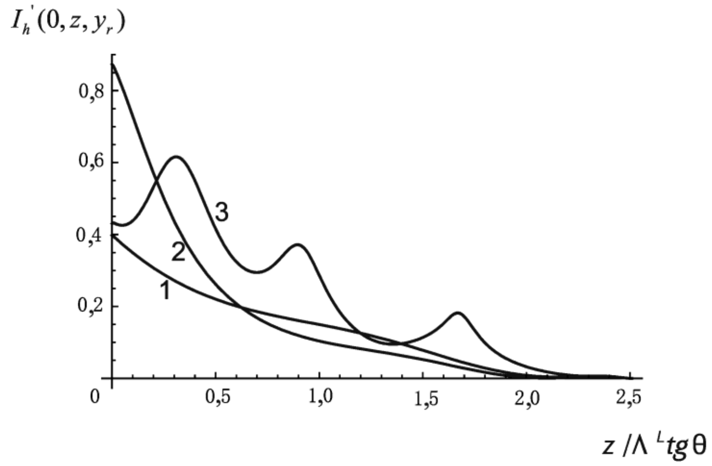
Նկ.3.13. Կլանող բյուրեղի $R_h(y_r)$ ճոճման կորերն ընկնող ալիքի 0,1 քայլով փոփոխվող ուժգնության $I^{(i)} = 0,1-0,7$ արժեքների համար (3-9 կորերը համա-պատասխանաբար): Ընկնող փնջի չափը դիֆրակցիայի հարթության մեջ 5 գծա-յին էքստինկցիոն երկարություն է: Պատկերված են նաև նույն չափի փնջի դեպ-քում գծային տեսության ճոճման 2 կորը և գծային հարթ ալիքային տեսության 1 ճոճման կորը (թվային հաշվարկ ըստ (3.89) բանաձևի):

րադարձման գործակցի թվային հաշվարկի հիման վրա ստացված 3-9 ճոճման կորերը ընկնող փնջի 0,1 քայլով փոխվող 0,1–0,7 ուժգնությունների դեպքում ալիքի նույն երկարության և նույն անդրադարձման համար, ինչ վերլուծական քննարկման դեպ-քում: Նկարում 1-ը գծային հարթ ալիքային տեսության ճոճման կորն է [8,9], 2-ը՝ հինգ գծային էքստինկցիոն երկարությամբ չափով փնջի համար թվային հաշվարկով ստացված ճոճման կորը: Ոչ գծային ճոճման կորի վարքը համընկնում է վերլուծական քննարկմամբ ստացված, (3.84)-ով նկարագրվող վարքի հետ: Ուժգնության մեծացմա-նը զուգընթաց լրիվ անդրադարձման տիրույթները շեղվում են դեպի բացասական y_r-երը, և դրանց լայնությունը փոքրանում է: Ուժգնության 0,42-ից մեծ արժեքների դեպ-քում լրիվ անդրադարձման տիրույթ գոյություն չունի: Ճոճման կորերի առավելագույն ուժգնության արժեքներն ընկնող ալիքի ուժգնության մեծացմանը զուգընթաց նվազում են: Կարելի է ենթադրել, որ երբ գոյություն ունի լրիվ անդրադարաձման տիրույթ, այն փնջի սահմանափակության հետևանք է: Ինչպես երևում է նկ.3.14-ից, ճոճման կորերի փեշերն անդրադարձման տիրույթի կենտրոնի տարբեր կողմերում տարբեր վարք ունեն: Գծային դեպքում դրանք ունեն համարյա նույն վարքը (կլանումը փոքր է): Դրական y_r-երի կողմի փեշը, որպես հետևանք ոչ գծային արդյունարար բևեռացվելիու-թյան վարքի, ավելի զգայուն է ոչ գծայնության և փնջի չափերի նկատմամբ:

Նկ.3.14-ում պատկերված են անդրադարձած փնջի կենտրոնում

$$I_h'(0,z,y_r) = \frac{I_h(0,z,y_r)}{I^i} \qquad (3.92)$$

ուժգնության կախումները խորությունից ընկնող ալիքի ուժգնության $I^i = 0,4$ արժեքի և $y_r = -1,5$ (1 կոր), $y_r = y_c(0,4) = -0,959$ (2 կոր) և $y_r = y_c(0,4) = -0,959$ (3 կոր) արժեքների դեպքում: Խորությունը տրված է $\Lambda^L tg\theta$ միավորով: Ինչպես երևում է նկարից, $y_c(0,4)$ արժեքի դեպքում ուժգնության վարքը, կախված խորությունից, համ-



Նկ.3.14. Կլանող բյուրեղում անդրադարձած ալիքի ուժգնության կախումը z խորու-թյունից y_r-ի տարբեր արժեքների համար. $y_r = -1,5$ (1 կոր), $y_r = y_c(0,4) = -0,959$ (2 կոր), $y_r = 1,5$ (3 կոր):

ընկնում է վերլուծական դիտարկմամբ ստացված վարքի հետ (Նկ. 3.13): $y_r = -1,5$-ի դեպքում ուժգնության վարքը մոտ է անդրադարձման տիրույթի կենտրոնում վարքին, իսկ $y_r = 1,5$-ի դեպքում, ոչ գծայնության հետևանքով կորն այլ վարք ունի:

Si(220) անդրադարձման (որի դեպքում Si(440) անդրադարձումն արգելված չէ) և նույն ալիքի երկարության համար արված համապատասխան թվային հաշվարկներն էապես չեն տարբերվում վերլուծական դիտարկմամբ ստացված արդյունքներից: Պետք է նշել, որ ուժգնությունները $I_{cr}/3$-ի միավորով անչափացնելու հետևանքով օրինակ-ներում օգտագործվող ուժգնությունների արժեքները փոքր են կրիտիկականից, ուստի ներքին թաղանթների կապված էլեկտրոնների համար կիրառելի է խոտորումների տեսությունը, հետևաբար՝ բյուրեղի ջերմային և ճառագայթային քայքայումը կարելի է անտեսել:

ԳԼՈՒԽ4. ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՄԵՆԵՐԱՆԳ ՓՆՋԻ ԵՎ ԻՄՊՈՒԼՍԻ ԵՐՐՈՐԴ ԿԱՐԳԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱ

§4.1. *Ռենտգենյան մեներանգ փնջի երրորդ կարգի ոչ գծային դիֆրակցիան բյուրեղում*

Երրորդ գլխում ուսումնասիրված հարթալիքային դինամիկական դիֆրակցիան երրորդ կարգի ոչ գծայնությամբ բյուրեղում միշտ չէ, որ համապատասխանում է փորձարարական պայմաններին կամ այն նպատակներին, որոնց իրականացման հա-մար կատարվում են փորձերը: Շատ դեպքերում ընկնող ալիքը սահմանափակված է ճեղքերով կամ ունի այլ բնույթի անհամասեռություններ, ուստի, ինչպես և գծային դեպ-քում, կարևոր է ռենտգենյան մեներանգ σ-բևեռացված փնջի ոչ գծային Լաուեի համա-չափ երկրաչափությամբ դինամիկական դիֆրակցիայի ուսումնասիրությունը:

σ-բևեռացման դեպքում Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումների (3.31) համակարգը գրենք անչափ կոորդինատներով, որը հարմար է հետագայում թվային հաշվարկներ կատարելիս: Բևեռացվելիությունների ֆուրիե-գործակիցները ներկայացնենք կոմպլեքս բևեռացվելիության $\chi^{(1)}_{0,h,2h}=\chi^{(1)}_{0r,hr,2hr}+i\chi^{(1)}_{0i,hi,2hi}$, $\eta^{(3)}_{0,h,2h}=\eta^{(3)}_{0r,hr,2hr}+i\eta^{(3)}_{0i,hi,2hi}$, $\chi^{(1)}_{-hr,-2hr}=\chi^{(1)*}_{hr,2hr}$, $\chi^{(1)}_{-hi,-2hi}=\chi^{(1)*}_{hi,2hi}$, $\eta^{(3)}_{-hr,-2hr}=\eta^{(3)*}_{hr,2hr}$, $\eta^{(3)}_{-hi,-2hi}=\eta^{(3)*}_{hi,2hi}$ ֆուրիե-գործակիցների գումարի տեսքով: Կրիտիկական էլեկտրական դաշտի լարվածության (3.17) սահմանումից հետևում է, որ

$$\eta^{(3)}_{0r,hr,2hr}=-\frac{3\chi^{(1)}_{0r,hr,2hr}}{I_{cr}}: \tag{4.1}$$

(3.31) հավասարումների համակարգը բաժանելով $|\chi^{(1)}_{hr}|$-ի և օգտվելով (4.1) առնչու-թյուններից՝ կհանգենք երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարումներին՝ գրված անչափ կոորդինատներով.

$$\begin{gathered}
\frac{i}{\pi}\frac{\partial E_0}{\partial s_0}+\left(\alpha_0^{(3)}I+\alpha_h^{(3)}E_0E_h^{*}+\alpha_{\bar{h}}^{(3)}E_0^{*}E_h\right)\exp\left(-\frac{\mu' z}{\cos\theta}\right)E_0+\\
\left[\beta_{\bar{h}}^{(1)}+\left(\alpha_0^{(3)}E_0E_h^{*}+\alpha_{\bar{h}}^{(3)}I+\alpha_{2\bar{h}}^{(3)}E_0^{*}E_h\right)\exp\left(-\frac{\mu' z}{\cos\theta}\right)\right]E_h=0,\\
\frac{i}{\pi}\frac{\partial E_h}{\partial s_h}+\left(\alpha_0^{(3)}I+\alpha_h^{(3)}E_0E_h^{*}+\alpha_{\bar{h}}^{(3)}E_0^{*}E_h\right)\exp\left(-\frac{\mu' z}{\cos\theta}\right)E_h+\\
\left[\beta_h^{(1)}+\left(\alpha_0^{(3)}E_0^{*}E_h+\alpha_h^{(3)}I+\alpha_{2h}^{(3)}E_0E_h^{*}\right)\exp\left(-\frac{\mu' z}{\cos\theta}\right)\right]E_0=0,
\end{gathered} \tag{4.2}$$

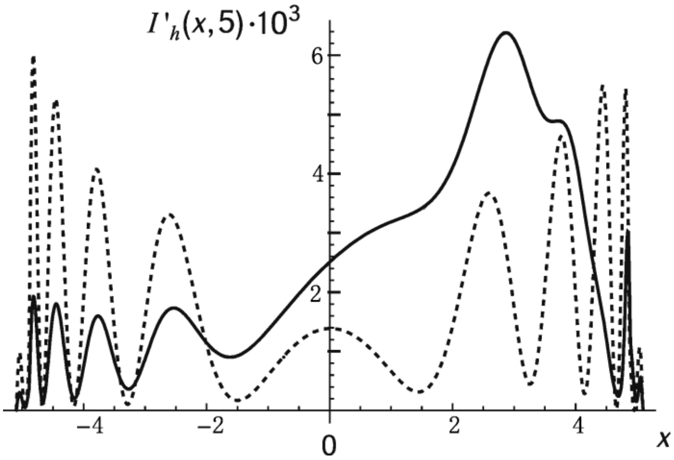
որտեղ s_0-ն և s_h-ը չափայնությամբ մեծությունների հետ կապված են $s_{0,h}=s_{0,h}(\text{չափ.})|\chi^{(1)}_{hr}|/\lambda$ առնչություններով, $\alpha^{(3)}_{0,h,2h}=\eta^{(3)}_{0,h,2h}/|\eta^{(3)}_{hr}|$, $\beta^{(1)}_{h,-h}=\chi^{(1)}_{h,-h}/|\chi^{(1)}_{hr}|$, (4.2)-ում և (3.31)-ում լայնույթները կապված են

$E_{0,h}=E_{0,h}$(չափ.)$/(I_{cr}/3)^{1/2}$ առնչություններով, իսկ ուժգնություններն արտահայտված են $I_{cr}/3$-ի միավորներով: Յուրաքանչյուր մասնավոր դեպքում $\alpha^{(3)}_r$ -ի արժեքը կարելի է հաշվել՝ օգտվելով (4.1)-ից և ունենալով գծային բևեռացվելիության ֆուրիե-գործակիցների արժեքները, իսկ $\alpha^{(3)}_i$ -ի արժեքը պետք է վերցնել փորձից: Քանի որ այդ արժեքները ռենտգենյան հաճախությունների համար չափված չեն, ապա դրանք կարելի է հաշվել, համարելով, որ $\eta^{(3)}_r/\eta^{(3)}_i$ հարաբերությունն ունի նույն կարգը, ինչ որ համապատասխան գծային մեծություններինը՝ $|\chi^{(1)}_r|/|\chi^{(1)}_i|$-ը նույն անդրադարձման դեպքում: Ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգի անչափ կոորդինատներն արտահայտվում են $z=z$(չափ.)$/\Lambda^L$ և $x=x$(չափ.)$/\Lambda^L\mathrm{tg}\theta$ առնչություննե-րով, և $\mu'=\mu\Lambda^L$: (4.2)-ի թվային ինտեգրումը կատարենք արդեն նախորդ գլխում օգտա-գործված ձևափոխված կեսքայլային եղանակից:

Ինչպես հայտնի է [233], գծային տեսությունում փունջը համարվում է նեղ, եթե մուտքի մակերևույթի վրա դիֆրակցիայի հարթության մեջ փնջի լայնական կտրվածքի $2a$ չափը բավարարում է $2a << 2\Lambda^L\mathrm{tg}\theta/\pi$ անհավասարությանը: Այդ դեպքում իրակա-նացվում է բյուրեղի մակերևույթին մոտ կետային աղբյուրի՝ Կատոյի գնդային ալիքի դիֆրակցիայի դեպքը [11,12]: (4.2)-ի համաձայն՝ բնութագրիչները գծային և ոչ գծային դեպքում նույնն են, ուստի նույնն են բյուրեղի ներսում դինամիկական դիֆրակցիայի տիրույթները, որտեղ ալիքային դաշտը տարբեր է զրոյից [233]: Մասնավորապես, Կա-տոյի գնդային ալիքի դիֆրակցիայի դեպքում ալիքային դաշտը գոյություն ունի կետա-յին աղբյուրի վրա «հենված» գագաթով Բորմանի եռանկյան ներսում: Ոչ գծային դիֆ-րակցիայի դեպքում գիտական հետաքրքրություն է ներկայացնում անցած և դիֆ-րակտված ալիքների՝ ընկնող ալիքի I^i ուժգնությամբ նորմավորված

$$I_0'(x,z)=\exp\left(-\frac{\mu' z}{\cos\theta}\right)\frac{|E_0|^2}{I^i}=\frac{I_0(x,z)}{I^i},\quad I_h'(x,z)=\exp\left(-\frac{\mu' z}{\cos\theta}\right)\frac{|E_h|^2}{I^i}=\frac{I_h(x,z)}{I^i}\quad(4.3)$$

ուժգնությունների ուսումնասիրությունը, կախված և՛ բյուրեղում դիտման կետի խորությունից, և՛ ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Նշենք նաև, որ ընկնող անհամասեռ փնջի դեպքում, անհրաժեշտ է ներմուծել ինտեգրալ (տարածական) անցման և անդ-րադարձման $T(z)$ և $R(z)$ գործակիցները, որոնք որոշվում են



Նկ.4.1. Դիֆրակտված դաշտի ուժգնության բաշխումը z=5 հաստության բյուրեղի ելքի մակերևույթին: Ընկնող ալիքի ուժգնությունը՝ I^i=0,1 (կետագիծ) և I^i=0,5 (հոծ գիծ) (թվային հաշվարկ):

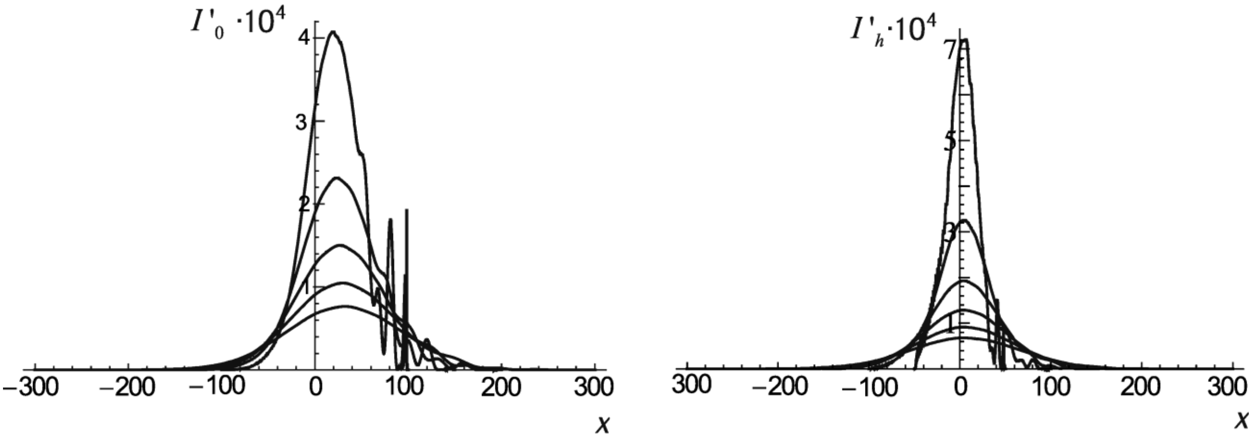
$$T(z) = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} I_0(x,z)dx}{\int_{-a}^{a} I^i(x)dx}, \quad R(z) = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} I_h(x,z)dx}{\int_{-a}^{a} I^i(x)dx} \qquad (4.4)$$

առնչություններով, որտեղ x_{min}–ը և x_{max}–ը ելքի մակերևույթի այն տիրույթի եզրային կոորդինատներն են, որտեղ ալիքային դաշտը տարբերվում է զրոյից, և Կատոյի դեպքում $x_{min} = -z$ և $x_{max} = z$:

Որպես օրինակ դիտարկենք Si(220) անդրադարձումը, երբ բյուրեղի վրա ընկնող ճառագայթման ալիքի երկարությունը՝ λ=0,71 Å (17,46կէՎ), Լաուեի համաչափ երկրաչափություն, σ-բևեռացում, գծային էքստինկցիոն երկարությունը՝ Λ^L= 36,6մկմ, ընկնող ալիքի շեղումը Բրեգի ճշգրիտ ուղղությունից՝ $\Delta\theta = 0$, $a = 0{,}1/\pi$:

Երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիության իրական մասի ֆուրիե-գործակիցների արժեքների որոշման համար օգտվենք (4.1)-ից, բևեռացվելիության կեղծ մասի ֆուրիե-գործակիցները որոշենք $\eta^{(3)}_{0i,hi,2hi}$=0,01$\eta^{(3)}_{0r,hr,2hr}$ առնչությունից: Թվա-յին հաշվարկները կատարելիս օգտվենք անչափ տեսքի բերված (4.2) ոչ գծային դինա-միկական դիֆրակցիայի հավասարումներից՝ կիրառելով ձևափոխված կեսքայլային եղանակը:

Անդրադառնանք թվային հաշվարկների արդյունքներին: Նկ.4.1-ում պատկեր-ված է դիֆրակտված ալիքի $I_h'(x,z)$ ուժգնության բաշխումն ըստ x-ի z=5 հաստության բյուրեղի և ընկնող ալիքի ուժգնության $I^i = 0{,}1$(կետագիծ) և $I^i = 0{,}5$ (հոծ գիծ) արժեք-



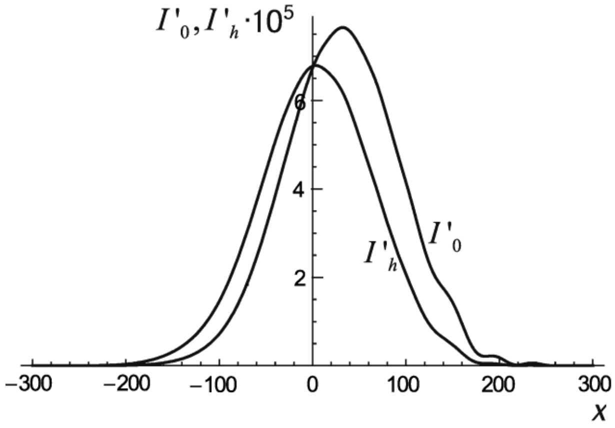
ա բ

Նկ.4.2. I^i=0,5 դեպքում *ա.* անցած ալիքի ուժգնության բաշխումը հաստ կլանող բյուրեղի ելքի մակերևույթին Δ*z*=50 քայլով *z*=100-ից մինչև *z*=300 փոխվող հաստությունների համար. *բ.* դիֆրակտված ալիքի ուժգնության բաշխումը հաստ կլանող բյուրեղի ելքի մակերևույթին Δ*z*=50 քայլով *z*=50-ից մինչև *z*=300 փոխվող հաստությունների համար:

ների դեպքում, երբ $\mu\acute{z} = 0{,}27$: Ակնհայտ է որ ոչ գծային դեպքում ուժգնության բաշխումը համաչափ չէ ըստ *x*-ի, ընդ որում, ուժգնությունը մեծացնելիս տատանում-ներն $x > 0$ տիրույթում գործնականորեն վերանում են, որը, հավանաբար, պայմանա-վորված է դիֆրակցիային մասնակցող մոդերից մեկի ավելի վատ անդրադարձումով: $I^i = 0{,}5$ դեպքում նշված տիրույթում դիտվում է մեկ գլխավոր մաքսիմում, որի կոորդինատը նույնն է, ինչ գծային և $I^i = 0{,}1$ ոչ գծային դեպքերում, իսկ մաքսիմումի արժեքն ավելի մեծ է: Նշենք, որ այս դեպքում նույնպես դիտվում են երկու թույլ մաքսիմումներ $x > 0$ տիրույթում:

Բացասական *x*-երի տիրույթում մաքսիմումների կոորդինատները գծային դեպքի համեմատությամբ շեղված չեն, սակայն դրանց արժեքներն ավելի փոքր են, քան գծային դեպքում և ուժգնությունը մեծացնելիս փոքրանում են: Թվարկված յուրահատկությունները վկայում են, որ մոդերից մեկը վատ է անդրադառնում դրական *x*-երի տիրույթում, իսկ բացասական *x*-երի տիրույթում երկու մոդերն էլ վատ են անդրադառ-նում: Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ և $I^i = 0{,}1$ արժեքի դեպքում դիտման կետի խորությունը մեծացնելիս դրական *x*-երի տիրույթում նույնպես մնում է մեկ մաքսի-մում, որն անցած ալիքի համար շեղվում է դրական *x*-երի, իսկ դիֆրակտված ալիքի համար՝ բացասական x-երի ուղղությամբ:

Նկ.4.2-ում պատկերված են անցած և դիֆրակտված ալիքների՝ z-ի մեծ արժեք-

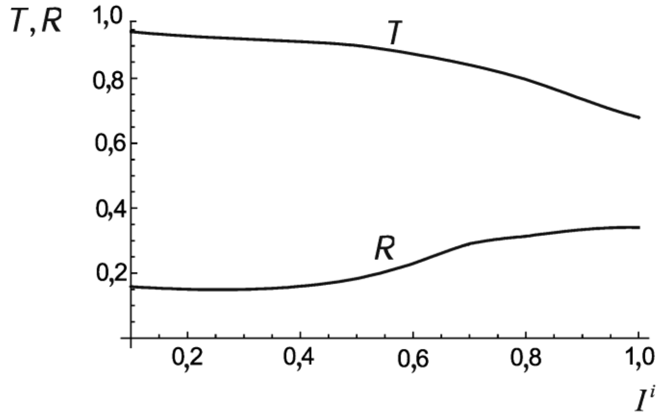


Նկ.4.3. $I^{i} = 0{,}5$ դեպքում անցած և դիֆրակտված ալիքների ուժգնությունների բաշ-խումների համեմատությունը z=300 հաստությամբ կլանող բյուրեղի ելքի մակերևույ-թին

ների համար այդ բաշխումները $I^{i} = 0{,}5$ դեպքում: Նկ.4.2.*ա*-ում խորությունը Δz=50 քայլով փոխվում է z=100-ից մինչև z=300, ընդ որում, համապատասխան $\mu \acute{z}$-ը փոխվում է 5,5-ից մինչև 16,4, իսկ նկ.4.2.*բ*-ում խորությունը նույն քայլով փոխվում է z=50-ից մինչև z=300: Յաստությունը մեծացնելուն զուգընթաց մաքսիմումի արժեքները փոքրանում են, ուստի կորերը համարակալված չեն:

Նկ.4.3-ում համադրված են անցած և դիֆրակտված ալիքների ուժգնություննե-րի բաշխումները z≈300 խորության համար: Նշենք, որ գծային տեսությունում դիֆ-րակտված ալիքի ուժգնության բաշխումը մեծ խորությունների համար ունի x=0 կենտրոնով գաուսիանի տեսք, իսկ անցած ալիքի մաքսիմումը, խորությունը մեծաց-նելիս, տեղաշարժվում է դեպի բացասական x-երի տիրույթը, և սահմանում դրա կոոր-դինատը ձգտում է x=0-ի: Այսպիսով՝ Բորմանի երևույթը ոչ գծային դեպքում իրեն այլ կերպ է դրսևորում, քանի որ մրցակցում է ոչ գծային փոխազդեցության հետ:

Գծային տեսությունում անցման և անդրադարձման (4.4) գործակիցները կախված չեն ընկնող ալիքի ուժգնությունից: Նկ.4.4-ում պատկերված են այդ գործա-կիցների կախումներն ընկնող ալիքի ուժգնությունից z=5 դեպքում: Անցման գործակիցն ուժգնության մեծացմանը զուգընթաց նվազում է համարյա երկու անգամ, իսկ անդրա-դարձման գործակիցը՝ համարյա նույնքան անգամ աճում:



Նկ.4.4. z=5 հաստության բյուրեղի դեպքում անցման (T) և անդրադարձման (R) գործակիցների կախումներն ընկնող ալիքի ուժգնությունից

§4.2. *Ժամանակային գծային և երրորդ կարգի ոչ գծային ռենտգենյան դինամիկական դիֆրակցիա*

§4.2.1. *Տակագիի երրորդ կարգի ժամանակային ոչ գծային հավասարումները*

Ներկայում խիստ կարևորվում են ինչպես հզոր ռենտգենյան սինքրոտրոնային աղբյուրների և ռենտգենյան լազերների առաքած ճառագայթման ոչ մեներանգ ալիքնե-րի ոչ գծային երևույթների, այնպես էլ ռենտգենյան իմպուլսների ժամանակային կա-խումով պայմանավորված գծային և ոչ գծային երևույթների ուսումնասիրությունները:

Ռենտգենյան մեներանգ ալիքների գծային դինամիկական դիֆրակցիան բյուրեղներում, ինչպես արդեն նշվել է, նկարագրվում է Տակագիի հավասարումներով [29,30]: Ժամանակային ռենտգենյան գծային դինամիկական դիֆրակցիան նկարագրվում է Տակագիի ժամանակային հավասարումներով, որոնք կատարյալ և դեֆորմացված բյուրեղների համար առաջին անգամ ստացվել են [130,131]-ում: [130]-ում ժամանակային հավասարումների Լապլասի ձևափոխության օգնությամբ համա-պատասխան լուծումները կատարյալ և դեֆորմացված բյուրեղներում ներկայացվել են Գրինի ֆունկցիայի միջոցով: Մասնավորապես, կատարյալ և համասեռ ճկված բյուրեղում լուծումները ներկայացվել են բացահայտ տեսքով, քանի որ այդ դեպքերի համար հայտնի են համապատասխան Գրինի ֆունկցիաների վերլուծական տեսքերը: [131]-ում ստացված լուծման հիման վրա ուսումնասիրվել է ընկնող անվերջ, հարթ ճակատով ռենտգենյան ալիքային ցուգի գծային, ժամանակային դինամիկական դիֆ-րակցիան կատարյալ բյուրեղում Լաուեի և Բրեգի երկրաչափության դեպքերում:

Նոր սերնդի ռենտգենյան սինքրոտրոնային աղբյուրների և ռենտգենյան լազերների առաքած ռենտգենյան իմպուլսների ժամանակային գծային դինամիկական դիֆրակցիան բյուրեղներում ուսումնասիրվել է [132-141]-ում: Ուսումնասիրվել են ժամա-նակային ընկնող δ-ֆունկցիայի և գաուսյան իմպուլսի դեպքերը:

Ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերներն առաքում են 100-200ֆվ տևողու-թյամբ իմպուլսների խմբեր [129]: Իմպուլսների ժամանակային հաջորդականությունը խմբում անկանոն է՝ յուրաքանչյուր իմպուլսի (ենթաիմպուլսի) լայնույթն ունի ժամանա-կային գաուսյան վարք, և որոնց սկզբնական փուլերը և լայնույթներն իմպուլսից-իմ-պուլս փոփոխվում են պատահական օրենքով: Յուրաքանչյուր իմպուլս տարածակա-նորեն լրիվ կոհերենտ է, ունի 0,1-0,2ֆվ տևողություն և մյուս իմպուլսից բաժանված է 0,3-0,5ֆվ ժամանակային միջակայքերով:

Ստորև դիտարկվել է առանձին իմպուլսի ժամանակային դիֆրակցիան բյուրեղում, երբ բյուրեղի ջերմային [139] և ճառագայթային քայքայումը [128] կարելի է անտեսել:

Արտածվել են Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային, ժամանակային հավասարումները: Բյուրեղը համարվում է իզոտրոպ: Եվ՛ գծային, և՛ ոչ գծային դեպքերի համար առաջարկվել է այդ հավասարումների լուծման նոր եղանակ, և ներկայացվել են ժամանակային դիֆրակցիայի հավասարումների լուծումները: Դիտարկվել են անվերջ կարճ տևողությամբ և գաուսյան իմպուլսի դեպքերը, և ենթադրվել է, որ ընկնող իմպուլսի ալիքային ճակատը, ի տարբերություն այլ աշխա-տանքների, դիֆրակցիայի հարթության մեջ սահմանափակ է: Թվային հաշվարկի օգնությամբ երրորդ կարգի ոչ գծային ժամանակային դիֆրակցիայի խնդրի լուծում-ները համեմատվել են գծային դիֆրակցիայի լուծումների հետ:

Ընդհանուր դեպքում ընկնող ալիքը համարվում է կենտրոնական՝ $\omega_0 > 0$ հաճախության ալիքային փաթեթ, ուստի (3.2)-ում էլեկտրական դաշտի լարվածությունը և բևեռացումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ բանաձևերով՝

$$\begin{aligned}
\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}(\mathbf{r},t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega)\exp(-i\omega t)d\omega, \\
\tilde{\tilde{\mathbf{P}}}^{(1,3)}(\mathbf{r},t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\mathbf{P}}^{(1,3)}(\mathbf{r},\omega)\exp(-i\omega t)d\omega :
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Դաշտերի և բևեռացումների իրական լինելու պայմանից հետևում են $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) = \tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r},-\omega)$ և $\tilde{\mathbf{P}}^{(1,3)}(\mathbf{r},\omega) = \tilde{\mathbf{P}}^{(1,3)*}(\mathbf{r},-\omega)$ առնչությունները: (3.5) հավասարումից և (4.5) բանաձևից հետևում է $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega)$-ի տարածման հավասարումը՝

$$rot\,rot\,\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) - k(\omega)^2\left[1+\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega)\right]\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) = \frac{k(\omega)^2}{\varepsilon_0}\tilde{\mathbf{P}}^{(3)}(\mathbf{r},\omega), \tag{4.6}$$

որտեղ $k(\omega)^2 = \omega^2/c^2$: Մյուս կողմից, երկալիքային դիֆրակցիայի դեպքում, (3.25)-ի համաձայն՝

$$\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}(\mathbf{r},t) = \tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r},t)\exp\left[i\left(\mathbf{K}_0(\omega_0)\mathbf{r} - \omega_0 t\right)\right] + \tilde{\mathbf{E}}_h(\mathbf{r},t)\exp\left[i\left(\mathbf{K}_h(\omega_0)\mathbf{r} - \omega_0 t\right)\right] + \text{կ.h.}, \tag{4.7}$$

որտեղ $\tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r},t)$-ն և $\tilde{\mathbf{E}}_h(\mathbf{r},t)$-ն անցած և դիֆրակտված ալիքների՝ ըստ կոորդինատի և ժամանակի դանդաղ փոփոխվող լայնույթներն են, որոնց ֆուրիե-պատկերները՝

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r},t)\exp\left(i\omega t\right)dt, \tag{4.8}$$

$$\mathbf{E}_h(\mathbf{r},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\mathbf{E}}_h(\mathbf{r},t)\exp\left(i\omega t\right)dt: \tag{4.9}$$

(4.7)-ի հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխությամբ, $\omega > 0$ հաճախությունների համար կստանանք՝

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) &= \mathbf{E}_0(\mathbf{r},\omega-\omega_0)\exp\left(i\mathbf{K}_0\mathbf{r}\right) + \mathbf{E}_0^*(\mathbf{r},-\omega-\omega_0)\exp\left(i\mathbf{K}_0\mathbf{r}\right) + \\
&+ \mathbf{E}_h(\mathbf{r},\omega-\omega_0)\exp\left(i\mathbf{K}_h\mathbf{r}\right) + \mathbf{E}_h^*(\mathbf{r},-\omega-\omega_0)\exp\left(i\mathbf{K}_h\mathbf{r}\right) \approx \\
&\approx \mathbf{E}_0(\mathbf{r},\omega-\omega_0)\exp\left(i\mathbf{K}_0\mathbf{r}\right) + \mathbf{E}_h(\mathbf{r},\omega-\omega_0)\exp\left(i\mathbf{K}_h\mathbf{r}\right),
\end{aligned} \tag{4.10}$$

որտեղ արված մոտավորությունը՝ այն է՝ $\omega+\omega_0$ հաճախությամբ անդամների անտեսում-ը հիմնավորված է, քանի որ, ենթադրության համաձայն, լայնույթները ժամանակից կախված դանդաղ փոփոխվող ֆունկցիաներ են և չեն կարող ունենալ բարձր կարգի հարմոնիկներ [225]: $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega)=\tilde{\mathbf{E}}^{*}(\mathbf{r},-\omega)$ առնչությունից և (4.10)-ից հետևում է, որ $\omega<0$ հաճախությունների համար $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega)\approx\mathbf{E}_0^{*}(\mathbf{r},-\omega-\omega_0)e^{-i\mathbf{K}_0\mathbf{r}}+\mathbf{E}_h^{*}(\mathbf{r},-\omega-\omega_0)e^{-i\mathbf{K}_h\mathbf{r}}$: (4.5)-ի համաձայն՝

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(3)}(\mathbf{r},\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\tilde{\mathbf{P}}}^{(3)}(\mathbf{r},t)\exp\left(i\omega t\right)dt: \qquad (4.11)$$

Մյուս կողմից,

$$\tilde{\tilde{\mathbf{P}}}^{(3)}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\kappa^{(3)}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}(\mathbf{r},t-\tau_1)\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}(\mathbf{r},t-\tau_2)\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}(\mathbf{r},t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3, \qquad (4.12)$$

որտեղ $\kappa^{(3)}$-ը երրորդ կարգի ոչ գծային արձագանքի ֆունկցիան է և չորրորդ կարգի թենզոր է [225,234]: (4.5), (4.11) և (4.12) առնչություններից

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(3)}(\mathbf{r},\omega)=\frac{\varepsilon_0}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\chi^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega-\omega_1-\omega_2,\mathbf{r})\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2, \qquad (4.13)$$

որտեղ բևեռացվելիության թենզորը՝

$$\chi^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega-\omega_1-\omega_2,\mathbf{r})=\int_{-\infty}^{\infty}\kappa^{(3)}(\tau_1,\tau_2,\tau_3,\mathbf{r})\exp\left(i\omega_1\tau_1\right)\exp\left(i\omega_2\tau_2\right)\exp\left[i\left(\omega-\omega_1-\omega_2\right)\tau_3\right]d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 : \qquad (4.14)$$

Բրեգի պայմանի մոտակայքում, (4.6)-ում, կտեղադրենք $k(\omega)^2\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega)\approx k(\omega_0)^2\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega_0)$, իսկ աջ մասում՝ $k(\omega)\approx k(\omega_0)$: Մյուս կողմից, (4.13) ինտեգրալում հիմնական ներդրում տալիս են $\omega_1=\omega_0,\ \omega_2=\omega_0;\ \omega_1=-\omega_0,\omega_2=\omega_0;$ և $\omega_1=\omega_0,\omega_2=-\omega_0$ հաճախությունների զույգերի շրջակայքերին համապատասխանող Δ_1,Δ_2 և Δ_3 տիրույթները, այնպես որ

$$\tilde{P}_i^{(3)}(\mathbf{r},\omega)=\frac{\varepsilon_0}{(2\pi)^2}\Big(\int_{\Delta_1}\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega-\omega_1-\omega_2,\mathbf{r})\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2+$$

$$+\int_{\Delta_2}\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega-\omega_1-\omega_2,\mathbf{r})\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2+ \qquad (4.15)$$

$$+\int_{\Delta_3}\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega-\omega_1-\omega_2,\mathbf{r})\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2\Big):$$

Այդ կետերի շրջակայքերում բևեռացվելիությունները կարելի է դուրս բերել ինտեգրալի նշանի տակից, հետևաբար՝

$$
\begin{aligned}
\tilde{P}_i^{(3)}(\mathbf{r},\omega) \approx \frac{\varepsilon_0}{(2\pi)^2}\Bigg(& \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_0;\omega_0,\omega_0,-\omega_0,\mathbf{r})\int\limits_{\Delta_1}\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2 + \\
& + \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_0;\omega_0,-\omega_0,\omega_0,\mathbf{r})\int\limits_{\Delta_2}\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2 + \\
& + \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_0;-\omega_0,\omega_0,\omega_0,\mathbf{r})\int\limits_{\Delta_3}\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2\Bigg):
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

Բևեռացվելիության ներքին վերադասավորման համաչափության հատկության համա-ձայն՝ $\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_0;\omega_0,\omega_0,-\omega_0,\mathbf{r}) = \chi_{ijlk}^{(3)}(\omega_0;\omega_0,-\omega_0,\omega_0,\mathbf{r}) = \chi_{ilkj}^{(3)}(\omega_0;-\omega_0,\omega_0,\omega_0,\mathbf{r})$ [225]: Օգտագոր-ծելով այս համաչափությունը և (4.16)-ի երկրորդ անդամում փոխարինելով $k \to l$, իսկ երրորդ անդամում $j \to k$ համր ցուցիչները, (4.16)-ից կստանանք՝

$$
\begin{aligned}
\tilde{P}_i^{(3)}(\mathbf{r},\omega) \approx \frac{\varepsilon_0}{(2\pi)^2}\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_0;\omega_0,\omega_0,-\omega_0,\mathbf{r})\Bigg(&\int\limits_{\Delta_1}\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)\,d\omega_1 d\omega_2 + \\
+\int\limits_{\Delta_2}\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2 + &\int\limits_{\Delta_3}\tilde{E}_l(\mathbf{r},\omega_1)\tilde{E}_k(\mathbf{r},\omega_2)\tilde{E}_j(\mathbf{r},\omega-\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2\Bigg):
\end{aligned}
\tag{4.17}
$$

Անհրաժեշտ է նշել, որ $\omega-\omega_1-\omega_2$-ը բացասական է Δ_1 տիրույթում, և դրական՝ $\Delta_{2,3}$ տիրույթներում: (4.6)-ի ձախ մասում $k(\omega)^2 \approx [2(\omega-\omega_0)\omega_0+\omega_0^2]/c^2$: Նշված մոտավորու-թյուններից հետո (4.6)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը.

$$
rotrot\,\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) - \frac{2(\omega-\omega_0)\omega_0}{c^2}\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) - k(\omega_0)^2[1+\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega_0)]\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) = \frac{k(\omega_0)^2}{\varepsilon_0}\tilde{\mathbf{P}}^{(3)}(\mathbf{r},\omega): \tag{4.18}
$$

(4.18)-ը բազմապատկելով $e^{-i(\omega-\omega_0)t}/2\pi$-ով, օգտվելով (4.10)-ից և (4.18)-ի ձախ մասում կատարելով ինտեգրում ըստ $\omega-\omega_0$ հաճախության $(-\infty,\infty)$ սահմաններում, կստա-նանք.

$$
\begin{aligned}
& rotrot\,\mathbf{E}(\mathbf{r},t) - k(\omega_0)^2[1+\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega_0)]\mathbf{E}(\mathbf{r},t) - 2ik(\omega_0)\frac{\partial\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{c\partial t} = \\
& = \frac{k(\omega_0)^2}{2\pi\varepsilon_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r},\omega)\exp\Big[i\big(\omega-\omega_0\big)t\Big]d(\omega-\omega_0),
\end{aligned}
\tag{4.19}
$$

որտեղ

$$
\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \tilde{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r},t)\exp\big(i\mathbf{K}_0\mathbf{r}\big) + \tilde{\mathbf{E}}_h(\mathbf{r},t)\exp\big(i\mathbf{K}_h\mathbf{r}\big): \tag{4.20}
$$

Օգտվելով (4.10), (4.17) բանաձևերից և կատարելով ինտեգրում (4.19)-ի աջ մասում ըստ $\omega-\omega_0$, $\pm\omega_1-\omega_0$ և $\pm\omega_2-\omega_0$ փոփոխականների (“+” նշանը վերցվում է դրական, իսկ “–“ նշանը՝ բացասական հաճախությունների համար, տես (4.10)) $(-\infty,\infty)$ սահմաններում, կարելի է ցույց տալ, որ (4.17)-ի աջ մասում երեք գումարելիներն իրար հավասար են, ուստի՝

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_i^{(3)}(\mathbf{r},\omega)\exp\left[-i(\omega-\omega_0)t\right]d(\omega-\omega_0)=3\varepsilon_0\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_0;\omega_0,\omega_0,-\omega_0,\mathbf{r})E_j(\mathbf{r},t)E_k(\mathbf{r},t)E_l^*(\mathbf{r},t): \quad (4.21)$$

(4.19), (4.21)-ի, (3.7)-ի և (3.8) առնչություններից հետևում է, որ

$$rotrot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)-k(\omega_0)^2[1+\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega_0)]\mathbf{E}(\mathbf{r},t)-2ik(\omega_0)\frac{\partial\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{c\partial t}=\frac{k(\omega_0)^2}{\varepsilon_0}\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r},\omega_0,t), \quad (4.22)$$

որտեղ

$$\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r},\omega_0,t)=\varepsilon_0 A(\mathbf{r},\omega_0)\mathbf{E}(\mathbf{E}\mathbf{E}^*)+\varepsilon_0 B(\mathbf{r},\omega_0)\mathbf{E}^*(\mathbf{E}\mathbf{E}): \quad (4.23)$$

Օգտվելով (4.22)-ից և կրկնելով Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային (3.29) հավասարումների արտածումը, σ-բևեռացման համար կստանանք.

$$\begin{aligned}
&\frac{2i}{k}\frac{\partial\tilde{E}_0}{\partial s_0}+\frac{2i}{k}\frac{\partial\tilde{E}_0}{c\partial t}+\chi_0^{(1)}\tilde{E}_0+\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|\tilde{E}_0\right|^2+\left|\tilde{E}_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}\tilde{E}_0\tilde{E}_h^*+\eta_{\bar{h}}^{(3)}\tilde{E}_0^*\tilde{E}_h\right]\tilde{E}_0+\\
&+\left[\chi_{\bar{h}}^{(1)}+\eta_0^{(3)}\tilde{E}_0\tilde{E}_h^*+\eta_{\bar{h}}^{(3)}\left(\left|\tilde{E}_0\right|^2+\left|\tilde{E}_h\right|^2\right)+\eta_{2\bar{h}}^{(3)}\tilde{E}_0^*\tilde{E}_h\right]\tilde{E}_h=0,\\
&\frac{2i}{k}\frac{\partial\tilde{E}_h}{\partial s_h}+\frac{2i}{k}\frac{\partial\tilde{E}_h}{c\partial t}+\chi_0^{(1)}\tilde{E}_h+\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|\tilde{E}_0\right|^2+\left|\tilde{E}_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}\tilde{E}_0\tilde{E}_h^*+\eta_{\bar{h}}^{(3)}\tilde{E}_0^*\tilde{E}_h\right]\tilde{E}_h+\\
&+\left[\chi_h^{(1)}+\eta_0^{(3)}\tilde{E}_0^*\tilde{E}_h+\eta_h^{(3)}\left(\left|\tilde{E}_0\right|^2+\left|\tilde{E}_h\right|^2\right)+\eta_{2h}^{(3)}\tilde{E}_0\tilde{E}_h^*\right]\tilde{E}_0=0,
\end{aligned} \quad (4.24)$$

որտեղ $k\equiv k(\omega_0)$, $\eta^{(3)}=A(\mathbf{r},\omega_0)+B(\mathbf{r},\omega_0)$, $\chi^{(1)}\equiv\chi^{(1)}(\mathbf{r},\omega_0)$:

Օգտակար է այս հավասարումների նաև մեկ այլ ներկայացում: Նշանակելով $E'_{0,h}=\tilde{E}_{0,h}\exp(-ik\chi_0^{(1)}z/2\cos\theta)$ և տեղադրելով (4.24)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\begin{aligned}
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E'_0}{\partial s_0}+\frac{2i}{k}\frac{\partial E'_0}{c\partial t}+\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|E'_0\right|^2+\left|E'_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}E'_0E_h'^*+\eta_{\bar{h}}^{(3)}E_0'^*E'_h\right]\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)E'_0+\\
&+\left[\chi_{\bar{h}}^{(1)}+\left(\eta_0^{(3)}E'_0E_h'^*+\eta_{\bar{h}}^{(3)}\left(\left|E'_0\right|^2+\left|E'_h\right|^2\right)+\eta_{2\bar{h}}^{(3)}E_0'^*E'_h\right)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]E'_h=0,\\
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E'_h}{\partial s_h}+\frac{2i}{k}\frac{\partial E'_h}{c\partial t}+\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|E'_0\right|^2+\left|E'_h\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}E'_0E_h'^*+\eta_{\bar{h}}^{(3)}E_0'^*E'_h\right]\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)E'_h+\\
&+\left[\chi_h^{(1)}+\left(\eta_0^{(3)}E_0'^*E'_h+\eta_h^{(3)}\left(\left|E'_0\right|^2+\left|E'_h\right|^2\right)+\eta_{2h}^{(3)}E'_0E_h'^*\right)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]E'_0=0:
\end{aligned} \quad (4.25)$$

Եթե (4.25)-ում տեղադրվի $\eta^{(3)}=0$, կստացվեն Տակագիի ժամանակային գծային հավասարումները:

Ներմուծենք ուշացման ժամանակը՝ $\tau=t-z/c\cos\theta=t-(s_0+s_h)/c$ [225]: Եթե լայնույթները դիտարկենք որպես ֆունկցիա (x,z,τ)-ից կամ (s_0,s_h,τ)-ից, այսինքն՝ $E'_{0,h}(x,z,t)\equiv E'_{0,h}(s_0,s_h,t)=E_{0,hs}(x,z,\tau)\equiv E_{0,hs}(s_0,s_h,\tau)$, և կատարենք $\partial E'_{0,h}/\partial t=\partial E_{0,hs}/\partial\tau$

$\partial E'_{0,h}/\partial s_{0,h}=\partial E_{0,hs}/\partial s_{0,h}+(\partial E_{0,hs}/\partial\tau)(\partial\tau/\partial s_{0,h})=\partial E_{0,hs}/\partial s_{0,h}-\partial E_{0,hs}/c\partial\tau$

ածանցումնե-րը, ապա (4.25)-ը կբերվի Տակագիի երրորդ կարգի ոչ գծային ստացիոնար հավասա-րումներին, որտեղ τ-ն սևեռված պարամետր է՝

$$\begin{aligned}
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E_{0s}}{\partial s_0}+\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|E_{0s}\right|^2+\left|E_{hs}\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}E_{0s}E_{hs}^*+\eta_{\bar h}^{(3)}E_{0s}^*E_{hs}\right]\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)E_{0s}+\\
&+\left[\chi_{\bar h}^{(1)}+\left(\eta_0^{(3)}E_{0s}E_{hs}^*+\eta_{\bar h}^{(3)}\left(\left|E_{0s}\right|^2+\left|E_{hs}\right|^2\right)+\eta_{2\bar h}^{(3)}E_{0s}^*E_{hs}\right)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]E_{hs}=0,\\
&\frac{2i}{k}\frac{\partial E_{hs}}{\partial s_h}+\left[\eta_0^{(3)}\left(\left|E_{0s}\right|^2+\left|E_{hs}\right|^2\right)+\eta_h^{(3)}E_{0s}E_{hs}^*+\eta_{\bar h}^{(3)}E_{0s}^*E_{hs}\right]\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)E_{hs}+\\
&+\left[\chi_h^{(1)}+\left(\eta_0^{(3)}E_{0s}^*E_{hs}+\eta_h^{(3)}\left(\left|E_{0s}\right|^2+\left|E_{hs}\right|^2\right)+\eta_{2h}^{(3)}E_{0s}E_{hs}^*\right)\exp\left(-\frac{\mu z}{\cos\theta}\right)\right]E_{0s}=0\ :
\end{aligned}\tag{4.26}$$

(4.26) համակարգը հնարավոր է լուծել, օգտագործելով մեներանգ ալիքների համար արդեն կիրառված ձևափոխված կեսքայլային եղանակը: Նշենք, որ եթե փորձենք լուծել երրորդ կարգի ոչ գծային (4.24) հավասարումները ֆուրիե-ձևափոխության եղանակով, ապա կգանք (4.18) ինտեգրադիֆերենցիալ հավասարումներին, որոնք շատ դժվար է լուծել թե՛ վերլուծական, և թե՛ թվային եղանակով: Այսպիսով, (4.24) ժամանակային հավասարումները (4.26) ստացիոնար հավասարումներին հանգեցնելը դրանք լուծելու կարճ ճանապարհ է և՛ գծային, և՛ ոչ գծային դեպքում:

Նշենք, որ (4.24) ժամանակային հավասարումները կարելի է ձևակերպել և ընդհանրացնել դեֆորմացված բյուրեղների համար, ներառյալ այն դեպքը, երբ դեֆորմացիաները կախված են ժամանակից, և ապա անցում կատարել համապատաս-խան ստացիոնար հավասարումներին:

§4.2.2. Տակագիի ժամանակային գծային հավասարումների լուծումը

Սովորաբար (4.25)-ին համապատասխանող, ժամանակային գծային հավասա-րումները լուծվում են ըստ ժամանակի Լապլասի կամ Ֆուրիե-ձևափոխության մեթոդներով [130,132]: Ստացված հավասարումների լուծումները Գրինի ֆունկցիանե-րով գտնելուց հետո, այդ լուծումների Լապլասի կամ Ֆուրիե-ձևափոխությունների միջո-ցով գտնվում են ժամանակային հավասարումների լուծումները:

Ստորև առաջարկվել է Տակագիի ժամանակային գծային հավասարումների լուծման նոր եղանակ, առանց Լապլասի կամ Ֆուրիե-ձևափոխության օգտագործման և անցնելով ստացիոնար (4.26) հավասարումներին: (4.26)-ին համապատասխանող գծա-յին հավասարումների տեսքն է`

$$\frac{2i}{k}\frac{\partial E_{0s}}{\partial s_0} + \chi_{\bar{h}}^{(1)} E_{hs} = 0, \quad \frac{2i}{k}\frac{\partial E_{hs}}{\partial s_h} + \chi_h^{(1)} E_{0s} = 0 \; : \tag{4.27}$$

Վերջինները Տակագիի գծային ստացիոնար հավասարումներն են, որոնցում լայնույթ-ները կախված են նաև սևեռված τ պարամետրից:

Առանց խախտելու ընդհանրությունը, պարզության համար դիտարկենք Լաուեի համաչափ երկրաչափության և σ-բևեռացման դեպքը: Գրինի ֆունկցիաների եղանա-կով կարելի է անմիջապես գրել (4.27)-ի դիֆրակտված դաշտի լայնույթի լուծումը [30,8,9]`

$$E_{hs}(x,z,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x',z) E_{0s}(x',0,\tau)\,dx', \tag{4.28}$$

որտեղ Գրինի ֆունկցիան`

$$G(x,z) = \frac{ik\chi_h^{(1)}}{4\sin\theta} J_0\left(\frac{\pi\, ctg\theta}{\Lambda}\sqrt{z^2 tg^2\theta - x^2}\right) H(z\, tg\theta - |x|), \tag{4.29}$$

$\Lambda = \lambda\cos\theta / \sqrt{\chi_h^{(1)}\chi_{\bar{h}}^{(1)}}$, իսկ $\Lambda_r = \mathrm{Re}\Lambda = \lambda\cos\theta / \left|\chi_{hr}^{(1)}\right|$-ն էքստինկցիոն երկարությունն է: Ենթաինտեգրալ արտահայտությունում անհրաժեշտ է որոշել $E_{0s}(x',0,\tau)$-ն: Քանի որ τ-ն սևեռված է, ապա $\tau = t - z/c\cos\theta = t_0$, որտեղ t_0-ն մուտքի մակերևույթին այն ժամանակն է, որը համապատասխանում է բյուրեղի ներսում z խորությունում դիտման t ժամանակին: Համաձայն սահմանման` $E_0'(x,0,t_0) = E_{0s}(x,0,\tau)$: Մյուս կողմից, ընկնող ալիքն ունի

$$E_0^{(i)}(x,t) = E_0(x) F_0\left(t - \frac{x}{c}\sin\theta\right)\exp(iK_{0x}^{(i)}x), \tag{4.30}$$

տեսքը [129]՝ որտեղ $K_{0x}^{(i)} = k\sin(\theta+\Delta\theta)$, $\Delta\theta$-ն Բրեգի ճշգրիտ անկյունից շեղումն է, ինչպես նաև ենթադրվել է, որ իմպուլսի կենտրոնը $t=0$ պահին հատում է բյուրեղի մուտքի մակերևույթը: Օգտագործելով (4.30)-ը՝ մուտքի մակերևույթին դաշտի անընդհատության պայմանից կստանանք՝

$$E_0(x)F_0\left(t_0 - \frac{x}{c}\sin\theta\right)\exp(ik\cos\theta\Delta\theta x) = E_{0s}(x,0,\tau): \qquad (4.31)$$

(4.31) և (4.28) արտահայտություններից կստանանք՝

$$E_{hs}(x,z,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x',z)\exp(ik\cos\theta\Delta\theta x')E_0(x')F_0\left(\tau - \frac{x'}{c}\sin\theta\right)dx', \qquad (4.32)$$

որտեղից՝

$$\tilde{E}_h(x,z,t) = \exp\left(ik\frac{\chi_0^{(1)} z}{2\cos\theta}\right)\int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x',z)\exp\left(ik\cos\theta\Delta\theta x'\right)E_0(x')F_0\left(t - \frac{z}{c\cos\theta} - \frac{x'\sin\theta}{c}\right)dx' : \qquad (4.33)$$

(4.33)-ը (4.24)-ի գծային դեպքի լուծումն է դիֆրակտված դաշտի համար:

Ենթադրենք՝ ընկնող իմպուլսը ժամանակից կախված է գաուսյան օրենքով [129], ընկնող ալիքի ճակատը հարթ է, դիֆրակցիայի հարթության մեջ ալիքը տարածականո-րեն սահմանափակված է և բյուրեղի մուտքի մակերևույթին նրա չափը $(-a,a)$ տիրույ-թում է, այսինքն՝ (4.31)-ում

$$E_0(x) = E_{0i}\left(H(x+a) - H(x-a)\right), \quad F_0(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_0^2}\right), \qquad (4.34)$$

որտեղ E_{0i}-ն ընկնող իմպուլսի հաստատուն լայնույթն է, $I_i = \left|E_{0i}\right|^2$-ն՝ ուժգնու-թյունը, $H(x)$-ը՝ միավոր թռիչքի ֆունկցիան: Ստորև կուսումնասիրենք դիֆրակցիայի հարթության մեջ տարածականորեն սահմանափակված ալիքային ճակատով իմպուլսի ժամանակային դիֆրակցիան: (4.34) և (4.33) առնչություններից կստանանք՝

$$\tilde{E}_h(x,z,t) = \exp\left(ik\frac{\chi_0^{(1)} z}{2\cos\theta}\right)\int_{a_{min}}^{a_{max}} G(x-x',z)\exp(ik\cos\theta\Delta\theta x')\exp\left[-\frac{(x'-x_\tau)^2\sin^2\theta}{c^2\tau_0^2}\right]dx', \qquad (4.35)$$

որտեղ $a_{min} = \max[-a, x - z\,tg\theta]$, $a_{max} = \min[a, x + z\,tg\theta]$, $x_\tau = c\tau/\sin\theta = c(t - z/c\cos\theta)/\sin\theta$:

Ընկնող իմպուլսի կարևոր դեպքերից է գերկարճ $(\tau_0 \to 0)$

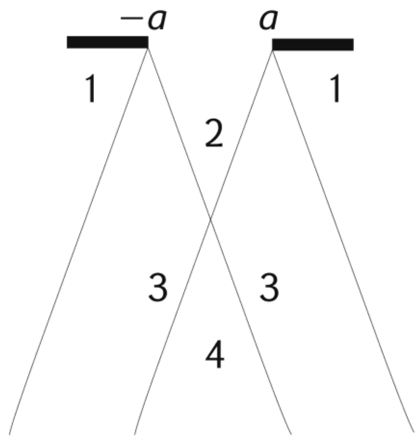
իմպուլսի դեպքը [132], որը համարժեք է $F_0(t)=\delta(t)$ դեպքին, որտեղ $\delta(t)$-ն Դիրակի դելտա-ֆունկցիան է: (4.35)-ը հանգեցնում է հետևյալ լուծմանը (G ֆունկցիան կարելի է դուրս բերել ինտե-գրալի նշանի տակից $x'=x_\tau$ կետում)`

$$\tilde{E}_h(x,z,t)=\sqrt{\pi}c\frac{\tau_0}{\sin\theta}\exp\left(ik\frac{\chi_0^{(1)}z}{2\cos\theta}\right)G(x-x_\tau,z)\exp(ik\cos\theta\Delta\theta x_\tau)E_0(x_\tau): \qquad (4.36)$$

Քանի որ $E_0(x_\tau)=E_{0i}\left(H(x_\tau+a)-H(x_\tau-a)\right)$, դաշտը զրո չէ այնպիսի ժամանակների համար, որ $-a<x_\tau<a$, այսինքն` $-a\sin\theta/c<\tau<a\sin\theta/c$ և սևեռված z-ի համար դաշտը գոյություն ունի $-a\sin\theta/c+z/c\cos\theta<t<a\sin\theta/c+z/c\cos\theta$ ժամանակի պահերի համար: Քանի որ $z>0$, ապա t-ն պետք է միշտ մեծ լինի $(-a\sin\theta/c)$-ից և սկզբունքորեն կարող է ընդունել $+\infty$-ից փոքր կամայական արժեք, եթե բյուրեղն ունի անվերջ մեծ հաստություն: Սևեռված t-ի համար դաշտը բյուրեղում գոյություն ունի խորությունների $\max[0,-a\sin2\theta/2+ct\cos\theta]<z<a\sin2\theta/2+ct\cos\theta$ տիրույթում: Քանի որ երբ $t>a\sin\theta/c$, $-a\sin2\theta/2+ct\cos\theta>0$, ապա այսպիսի ժամանակների համար $-a\sin2\theta/2+ct\cos\theta<z<a\sin2\theta/2+ct\cos\theta$: Սա նշանակում է, որ իմպուլսի երկարությունը բյուրեղում z առանցքի ուղղությամբ $a\sin2\theta$ է, երբ $t>a\sin\theta/c$ և $a\sin2\theta/2+ct\cos\theta$ է, երբ $-a\sin\theta/c<t<a\sin\theta/c$: Ինչպես հետևում է (4.36)-ից, որևէ $x_\tau=const$-ի համար $E_0(x_\tau)$-ն չի փոփոխվում ժամանակն ու խորությունը համապա-տասխան չափով փոփոխելիս: Այսպիսով` x_τ-ի սահմանման համաձայն, հաստատուն x_τ-ի դեպքում $dz/dt=c\cos\theta$, և իմպուլսի տարածման արագությունը z առանցքի ուղղությամբ $c\cos\theta$ է: T հաստությամբ բյուրեղի համար, ինչպես հետևում է վերն արված վերլուծությունից, իմպուլսի հետին ճակատը դուրս է գալիս բյուրեղից $t_{max}=(T/\cos\theta+a\sin\theta)/c$ պահին: (4.36)-ում Գրինի ֆունկցիան զրոյից տարբեր է, երբ $\left|x-x_\tau\right|<z\,tg\theta$: Արդյունքում, սևեռված խորությունում դաշտը որևէ (x,z)-ում զրոյից տարբեր է, երբ $x-z\,tg\theta<x_\tau<x+z\,tg\theta$, այսինքն, երբ $(x-z\,tg\theta)\sin\theta/c+z/c\cos\theta<t<(x+z\,tg\theta)\sin\theta/c+z/c\cos\theta$: Հաշվի առնելով այս պայմանը և վերն արված վերլուծությունը, գտնում ենք

$$\frac{\sin\theta}{c}\max(-a, x - ztg\theta) + \frac{z}{c\cos\theta} < t < \frac{\sin\theta}{c}\min(a, x + ztg\theta) + \frac{z}{c\cos\theta}: \qquad (4.37)$$

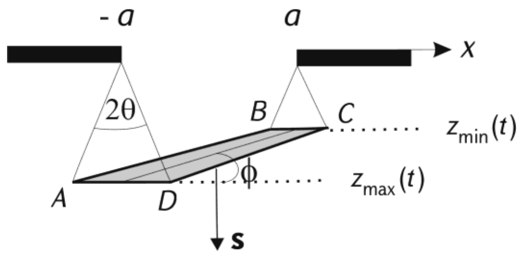
Այսպիսով, բյուրեղի (x,z) սևեռված կետում իմպուլսի տևողությունը կախված է այն բանից, թե որ տիրույթում է դիտման կետը (Նկ.4.5): Այս տիրույթները, ինչպես գծային տեսությունում, ստացվում են ճեղքի եզրերով բնութագրիչներ տանելով [233]: 1 տիրույթում էլեկտրական դաշտի լարվածության լայնույթը զրո է ժամանակի բոլոր պահերին: (4.37)-ի համաձայն՝ 2 տիրույթում իմպուլսի տևողությունը սևեռված կետում $2ztg\theta\sin\theta/c$ է: 3 տիրույթում սևեռված կետում իմպուլսի տևողությունը $(ztg\theta + a)\sin\theta/c$ է: Եվ, վերջապես, 4 տիրույթի սևեռված կետում իմպուլսի տևողությունը $2a\sin\theta/c$ է: Միաժամանակ ունենք՝ $x_\tau - ztg\theta < x < x_\tau + ztg\theta$: Տրված z-ի և t-ի համար դաշտը զրոյից տարբեր է մի եռանկյան ներսում, որի գագաթը մուտքի



Նկ.4.5. Ընկնող սահմանափակ ալիքային ճակատով իմպուլսի դիֆրակտային տիրույթները բյուրեղի ներսում

մակերևույթի $-a \le x_\tau(z,t) \le a$ կետում է և ունի 2θ բացվածքի անկյուն: x_τ-ի արտահայ-տությունը տեղադրելով այդ պայմանի մեջ, կստանանք $ct/\sin\theta - 2z(1+\sin^2\theta)/\sin 2\theta < x < ct/\sin\theta - zctg\theta$: Լայնությունը x առանցքի ուղղու-թյամբ $2ztg\theta$ է: Իմպուլսի հետին ճակատում $z_{min}(t) = -a\sin 2\theta/2 + ct\cos\theta$ և $-ct\sin\theta + a(1+\sin^2\theta) < x < ct\sin\theta + a\cos^2\theta$: Այսպիսով, իմպուլսի ետին ճակատում իմ-պուլսի կենտրոնի կոորդինատը՝ $x_c(z_{min}) = a$: Իմպուլսի առաջնային ճակատում $z_{max}(t) = ct\cos\theta + a\sin 2\theta/2$, և $-ct\sin\theta - a(1+\sin^2\theta) < x < ct\sin\theta - a\cos^2\theta$, ուստի

$x_c(z_{max}) = -a$: Այսպիսով՝ իմպուլսի առաջնային և հետին ճակատներում կենտրոնների կոորդինատները կախված չեն ժամանակից, և իմպուլսը շարժվում է z առանցքի ուղ-ղությամբ $c\cos\theta$ արագությամբ:



Նկ.4.6. Դիֆրակտված իմպուլսի ABCD տեսքը բյուրեղի ներսում որևէ սևեռված $t > a\sin\theta/c$ պահի համար ընկնող անվերջ կարճ իմպուլսի դեպքում: AD-ն և BC-ն զուգահեռ են x առանցքին: Ցույց է տրված x առանցքի նկատմամբ իմպուլսի թեքու-թյան ϕ անկյունը:

Իմպուլսի տարածական երկարությունն իր շարժման ուղղությամբ $a\sin 2\theta$ է, իսկ տևողությունը՝ $a\sin 2\theta / c\cos\theta = 2a\sin\theta / c$: Կենտրոնները միացնող գիծն x առանցքի հետ կազմում է ϕ անկյուն, որը տրվում է

$$tg\phi = \frac{z_{max}(t) - z_{min}(t)}{x_c(z_{min}) - x_c(z_{max})} = \frac{1}{2}\sin 2\theta \tag{4.38}$$

առնչությամբ: Վերն արված վերլուծությունը նաև ցույց է տալիս, որ z խորությունում դիֆրակցիայի տևողության ամբողջ ժամանակի համար դաշտը զրոյից տարբեր է $-a - z tg\theta < x < a + z tg\theta$ տիրույթում: Նկ.4.6-ում պատկերված է իմպուլսի ABCD տեսքը բյուրեղում սևեռված $t > a\sin\theta/c$ պահին, որն ստացվել է վերն արված վերլուծության հի-ման վրա: Նկ.4.6-ում AD-ն զուգահեռ է BC-ին, $AD = 2z_{max} tg\theta$ և $BC = 2z_{min} tg\theta$, իսկ AB-ն զուգահեռ չէ CD-ին, քանի որ $AD > BC$: Ընկնող, անսահմանափակ ճակատով իմպուլսի թեքության անկյունը և ձևը դիտարկվել է [129,136] աշխատանքներում:

Այժմ դիտարկենք բյուրեղից դուրս՝ վակուումում, դիֆրակտված դաշտի իմպուլսի տարածումը, որն ուսումնասիրվել է [129,142] աշխատանքներում դաշտի ֆուրիե-վերլու-ծության հիման վրա:

Ստորև տրվում է դաշտի տարածման ուսումնասիրության այլ եղանակ՝ որի հիմքում անցումն է իմպուլսի հետ կապված համակարգին, որտեղ իմպուլսի տարած-ման հավասարումը գրեթե ստացիոնար է [225]: (4.7)-ը տեղադրելով (3.2)-ի մեջ և աջ մասում բևեռացումը վերցնելով զրո, դիֆրակտված դաշտի դանդաղ փոփոխվող լայ-նույթի համար ստանում ենք հետևյալ տարածման հավասարումը.

$$\Delta\tilde{E}_h(x,y,z,t)+2ik\frac{\partial\tilde{E}_h(x,y,z,t)}{\partial s_h}+2ik\frac{\partial\tilde{E}_h(x,y,z,t)}{c\partial t}-\frac{\partial^2\tilde{E}_h(x,y,z,t)}{c^2\partial t^2}=0: \qquad (4.39)$$

Անցնելով $x,y,z,\tau=t-\zeta/c$ կոորդինատներին, որտեղ $\zeta=-x\sin\theta+(z-T)\cos\theta$, և $\tilde{E}_h(x,y,z,t)=E_{hs}(x,y,z,\tau)$ լայնույթներին, (4.39)-ից կստանանք՝

$$\frac{\partial^2E_{hs}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2E_{hs}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E_{hs}}{\partial z^2}+2ik\frac{\partial\left(1+\frac{i}{\omega_0}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)E_{hs}}{\partial s_h}=0: \qquad (4.40)$$

Բյուրեղի ելքի մակերևույթին մոտ հեռավորություններում (4.40)-ը կարելի է ներկայաց-նել

$$\frac{\partial E_{hs}}{\partial s_h}=0: \qquad (4.41)$$

մոտավոր տեսքով: Այսպիսով՝ կարելի է օգտվել $\partial/\partial z\approx tg\theta\partial/\partial x$ և $\partial^2/\partial z^2\approx tg^2\theta\partial^2/\partial x^2$ մոտավորություններից: Դրանցից վերջինը տեղադրելով (4.40)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\frac{\partial^2E_{hs}}{\partial y^2}+\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\partial^2E_{hs}}{\partial x^2}+2ik\frac{\partial\left(1+\frac{i}{\omega_0}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)E_{hs}}{\partial s_h}=0: \qquad (4.42)$$

Դիտարկենք դաշտի տարածումը բյուրեղի ելքի մակերևույթին մոտ տիրույթում: (4.41)-ի համաձայն՝ $E_{hs}(x,y,z,\tau)=E_{hs}(x+ztg\theta,y,\tau)$: Օգտվելով բյուրեղի ելքի մակերևույ-թին դաշտի անընդհատության պայմանից՝ կստանանք.

$$E_{hs}(x+ztg\theta,y,\tau)=E_{hs}^{(e)}(x+(z-T)tg\theta,y,T,\tau)=\tilde{E}_h^{(e)}\left(x+(z-T)tg\theta,y,T,t-\frac{z-T}{c\cos\theta}\right), \qquad (4.43)$$

$$\tilde{E}_h(x,y,z,t)=E_{hs}(x,y,z,\tau)=\tilde{E}_h^{(e)}\left(x+(z-T)tg\theta,y,T,t-\frac{z-T}{c\cos\theta}\right), \qquad (4.44)$$

որտեղ e ցուցիչը նշում է լայնույթը բյուրեղի ելքի մակերևույթին ((4.35) և (4.36) բանա-ձևեր): Եթե t'-ը բյուրեղի ելքի մակերևույթին դիտման ժամանակի այն պահն է, որը համապատասխանում է բյուրեղից դուրս (x,z) կետում դիտման ժամանակի t պահին, ապա $t' = t - (z-T)/c\cos\theta$, որն էլ օգտագործվել է (4.44)-ում: (4.44)-ում անցնելով (ξ,ζ) կոորդինատներին՝

$$\xi = x\cos\theta + (z-T)\sin\theta, \zeta = -x\sin\theta + (z-T)\cos\theta, \tag{4.45}$$

կարող ենք գրել, որ

$$\tilde{E}_h(x,y,z,t) = \tilde{E}_h^{(e)}\left(\frac{\xi}{\cos\theta}, y, T, t - \frac{\xi tg\theta}{c} - \frac{\zeta}{c}\right): \tag{4.46}$$

Նշենք, որ (4.46)-ում պետք է վերցվի (տես (4.35))

$$x_\tau = \frac{ct - \dfrac{T}{\cos\theta} - \xi tg\theta - \zeta}{\sin\theta}: \tag{4.47}$$

Փորձում չափվում է (4.46)-ին համապատասխանող ուժգնությունը: Այսպիսով՝ կարևոր է դառնում (4.46)-ի ֆուրիե-սպեկտրը և դրա համեմատումն ընկնող իմպուլսի ֆուրիե-սպեկտրի հետ: Սահմանման համաձայն՝ (4.46)-ի ֆուրիե-սպեկտրը՝

$$F_h(\omega) = \exp\left[i\frac{\omega}{c}\left(\xi tg\theta + \zeta\right)\right]\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{E}_h^{(e)}\left(\frac{\xi}{\cos\theta}, y, T, t\right)\exp\left(i\omega t\right)dt: \tag{4.48}$$

Քննարկենք ընկնող անվերջ կարճ իմպուլսի դեպքը: Օգտվելով գերկարճ իմպուլսի դեպքում դիֆրակտված դաշտի լայնության (4.36) տեսքից $z=T$-ում, կստանանք.

$$F_h(\omega) = \exp\left[i\frac{\omega}{c}\left(\xi tg\theta + \zeta\right)\right]\int_{t_{\min}}^{t_{\max}}\tilde{E}_h^{(e)}\left(\frac{\xi}{\cos\theta}, y, T, t\right)\exp\left(i\omega t\right)dt, \tag{4.49}$$

որտեղ $t_{\min} = -a\sin\theta/c + T/c\cos\theta, t_{\max} = a\sin\theta/c + T/c\cos\theta$: (4.36) և (4.49) արտահայտություններից ֆուրիե-սպեկտրը՝

$$F_h(\omega) = ik\chi_h^{(1)}\frac{\sqrt{\pi}\tau_0}{4\sin\theta}\exp\left[i\frac{\omega}{c}\left(\left(1+\frac{\chi_0^{(1)}}{2}\right)\frac{T}{\cos\theta} + \zeta\right)\right]\int_{a_{\min}}^{a_{\max}} J_0\left(\frac{\pi ctg\theta}{\Lambda}\sqrt{T^2tg^2\theta - t^2}\right)\exp\left(i\omega t\frac{\sin\theta}{c}\right)dt \tag{4.50}$$

որտեղ $a_{\min} = \max(-a, -Ttg\theta)$, $a_{\max} = \min(a, Ttg\theta)$: Եթե $a \geq Ttg\theta$, ապա ինտեգրումը կատարվում է վերլուծականորեն, օգտագործելով համապատասխան աղյուսակային ինտեգրալ [235]՝

$$F_h(\omega) = i\sqrt{\pi}\tau_0\sqrt{\frac{\chi_h^{(1)}}{\chi_{\bar{h}}^{(1)}}}\exp\left(ik\frac{\chi_0^{(1)}T}{2\cos\theta}\right)\frac{\sin\left(\dfrac{\pi T}{\Lambda}\sqrt{1+\Omega^2}\right)}{\sqrt{1+\Omega^2}}, \tag{4.51}$$

որտեղ $\Omega = 2\omega \sin^2\theta / \sqrt{\chi_{\bar h}^{(1)}\chi_h^{(1)}}\omega_0$: Ինչպես հետևում է (4.51)-ից, անդրադարձած դաշտի սպեկտրը հիմնականում զրոյից տարբեր է հաճախությունների $\left|\Delta\omega/\omega_0\right| = \sqrt{\chi_{\bar h}^{(1)}\chi_h^{(1)}}/\sin^2\theta$ տիրույթում: Եթե $a < Ttg\theta$, ապա ինտեգրումը կատարվում է թվային եղանակով: Բայց եթե $a < \Lambda tg\theta/\pi$, ապա Բեսելի ֆունկցիան կարելի է դուրս բերել ինտեգրալի նշանի տակից $t = 0$ կետում, և այս դեպքում

$$F_h(\omega) \approx ika\chi_h^{(1)}\frac{\sqrt{\pi}\tau_0}{2\sin\theta}\exp\left[i\frac{\omega}{c}\left(\left(1+\frac{\chi_0^{(1)}}{2}\right)\frac{T}{\cos\theta}+\varsigma\right)\right]J_0\left(\frac{\pi T}{\Lambda}\right)\frac{\sin\Omega_1}{\Omega_1}, \tag{4.52}$$

որտեղ $\Omega_1 = \omega a\sin\theta/c$, իսկ հաճախությունների արդյունարար տիրույթը որոշվում է

$$\left|\Delta\omega/\omega_0\right| = \frac{2\pi c}{\omega_0 a\sin\theta} = \frac{\lambda}{a\sin\theta} \tag{4.53}$$

առնչությունից: Իմպուլսի ձևի և տևողության վերլուծությունը կատարվում է նույն կերպ, ինչպես բյուրեղի ներսում: Քանի որ $-a < x_\tau < a$, ապա: Անհրաժեշտ է վերցնել $ct > ct_{max} = T/\cos\theta + a\sin\theta$: $-a\sin 2\theta/2 - T + ct\cos\theta < z - T < a\sin 2\theta/2 - T + ct\cos\theta$, քանի որ $\xi tg\theta + \zeta = (z-T)/\cos\theta$: Մյուս կողմից $x_\tau - Ttg\theta < \xi/\cos\theta < x_\tau + Ttg\theta$ կամ

$$\frac{ct}{\sin\theta} - \frac{2T}{\sin 2\theta} - 2\frac{z-T}{\sin 2\theta} - Ttg\theta < x + (z-T)tg\theta < \frac{ct}{\sin\theta} - \frac{2T}{\sin 2\theta} - 2\frac{z-T}{\sin 2\theta} + Ttg\theta : \tag{4.54}$$

Իմպուլսի հետին ճակատում այս պայմանը կարելի է գրել

$$a - Ttg\theta < x + (z-T)tg\theta < a + Ttg\theta, \tag{4.55}$$

իսկ առաջնային ճակատում`

$$-a - Ttg\theta < x + (z-T)tg\theta < -a + Ttg\theta \tag{4.56}$$

տեսքով: Առաջնային և հետին ճակատների $x_c + (z-T)tg\theta = \pm a$ կենտրոնները շարժ-վում են $-c\sin\theta$ արագությամբ x առանցքի ուղղությամբ և $c\cos\theta$ արագությամբ z առանցքի ուղղությամբ: Իմպուլսի թեքության անկյունը տրվում է (4.38) արտահայտու-թյամբ, ինչ որ բյուրեղի ներսում: Ինչպես հետևում է (4.54)–(4.56) առնչություններից, իմպուլսի ձևը վակուումում նույնն է, ինչ որ բյուրեղի ներսում (նկ.4.7), բայց բյուրեղից դուրս $AD = BC = 2Ttg\theta$ և AD-ին զուգահեռ բոլոր գծերն իմպուլսի ներսում ունեն նույն` $2Ttg\theta$ լայնությունը: Այսպիսով` AB և CD գծերը բյուրեղից դուրս զուգահեռ են միմ-յանց: Բյուրեղից դուրս իմպուլսի ձևը զուգահեռագիծ է: Այս զուգահեռագիծը շարժվում է դիֆրակտված ալիքի տարածման ուղղությամբ` առանց փոխելու իր ձևը:

Այժմ դիտարկենք **վերջավոր տևողության** իմպուլսի ժամանակային գծային դիֆրակցիան բյուրեղում: Ինչպես հետևում է (4.35)-ից, դիֆրակցիայի տիրույթը բյուրեղում կարելի է բաժանել չորս տիրույթի, ինչպես մեներանգ ալիքի դեպքում [233]: Այդ տիրույթները ցույց են տրված նկ.4.5-ում: 1 տիրույթում դաշտը զրո է: 2 տիրույթը համապատասխանում է անվերջ ճակատով ընկնող ալիքի դեպքին: 3 տիրույթում ունենք ճեղքի եզ-րերի պատկերը: Վերջապես, 4 տիրույթը համապատասխանում է վերջավոր սահմանափակ ճակատով ընկնող ալիքին (մասնավորապես $a \to 0$ դեպքում այս տիրույթը համապատասխանում է Կատոյի գնդային ալիքային դիֆրակ-ցիայի դեպքին): Եթե $c\tau_0 / \sin\theta \ll a$, ապա իմպուլսի ձևը, թեքության անկյունը և տևո-ղությունը կլինեն նույնը, ինչ որ գերկարճ տևողությամբ ընկնող իմպուլսի դեպքում: Երբ $a \to 0$ (միաժամանակ $c\tau_0 / \sin\theta \gg a$),

$$\tilde{E}_h(x,z,t) \approx 2a\exp\left[ik\frac{\chi_0^{(1)}z}{2\cos\theta}\right]G(x,z)\exp\left[-\frac{x_\tau^2\sin^2\theta}{c^2\tau_0^2}\right]: \qquad (4.57)$$

(4.35)-ի համաձայն: (4.57)-ի համաձայն, իմպուլսի թեքության անկյունը զրո է: Իմպուլ-սը տարածվում է z առանցքի ուղղությամբ $c\cos\theta$ արագությամբ: Սևեռված z-ի համար իմպուլսը լցնում է մի եռանկյուն, որն ունի 2θ բացվածքով անկյուն և որի գագաթը $(0,0)$ կետում է: Իմպուլսի տևողությունը $2\tau_0$ է, իսկ z առանցքի ուղղությամբ դրա երկարությունը` $2\tau_0 c\cos\theta$: Սա նաև իմպուլսի տևողությունն է որևէ սևեռված $(x,z)$ կե-տում: Այսպիսով` բյուրեղի ներսում իմպուլսի թեքության անկյունը և տևողությունը ֆունկցիա են օգտագործվող ճեղքի լայնությունից:

§4.2.3. *Տակագիի երրորդ կարգի ժամանակային ոչ-գծային հավասարումների լուծումը թվային եղանակով*

Այժմ դիտարկենք երրորդ կարգի ոչ գծային ժամանակային դիֆրակցիայի դեպքը և երրորդ կարգի ոչ-գծային ժամանակային (4.25) հավասարումները լուծենք, անցնելով (4.26) երրորդ կարգի ոչ գծային ստացիոնար հավասարումներին և օգտագործելով ձևափոխված կեսքայլային եղանակը: Օգտվենք դաշտի անընդհատու-թյան (4.31) պայմանից բյուրեղի մուտքի մակերևույթին: Ընկնող իմպուլսի գաուսյան օրենքով ժամանակային կախման դեպքում թվային հաշվարկով ստացված գծային և ոչ գծային ժամանակային դիֆրակցիայի դեպքերի արդյունքները համեմատենք միմյանց հետ դինամիկական դիֆրակցիայի բոլոր տիրույթներում (Նկ.4.7): Ժամանակն արտա-հայտենք ֆվ միավորով, x կոորդինատը՝ $\Lambda_r tg\theta$ միավորով, իսկ z կոորդինատը՝ Λ_r միավորով: Ուսումնասիրենք դիֆրակտված դաշտի անդրադարձման

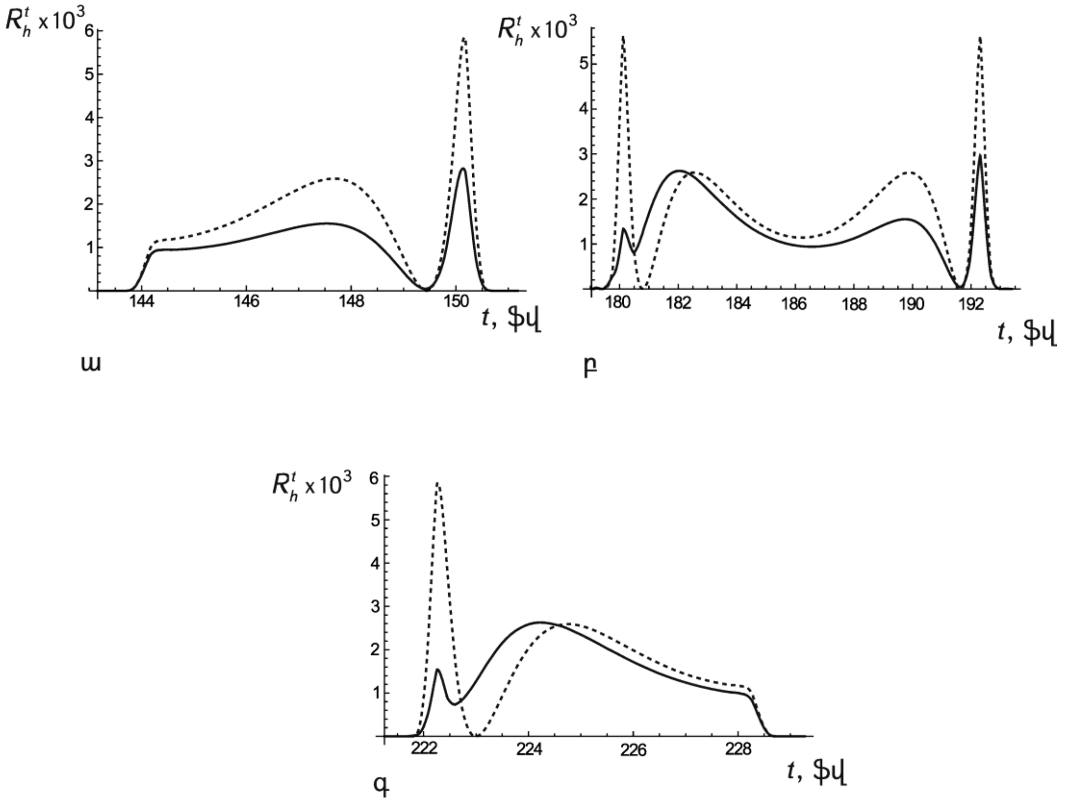
$$R_h^t = \frac{\left|\tilde{E}_h(x_0, z_0, t)\right|^2}{I^i} \tag{4.58}$$

գործակիցը սևեռված (x_0, z_0) կետում` թվային եղանակով ինտեգրելով Տակագիի եր-րորդ կարգի ոչ գծային ստացիոնար (4.26) հավասարումները գծային և ոչ գծային դեպ-քերում:

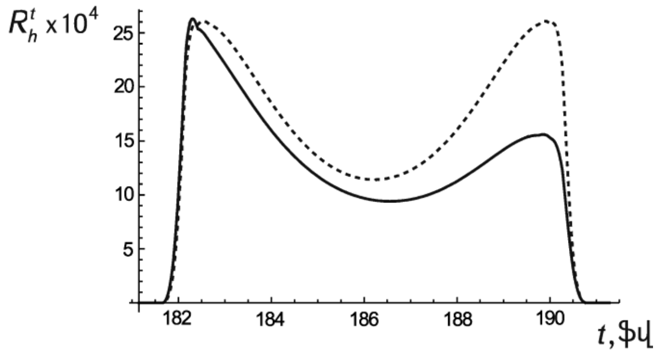
Դիտարկենք կարճ ընկնող իմպուլսի դեպքը՝ $\tau_0 = 0{,}2$ ֆվ և սահմանափակող ճեղքի չափի $a = 10$ և $a = 1$ դեպքերը $Si(220)$ անդրադարձման համար, ալիքի երկա-րությունը՝ $\lambda = 0{,}71\mathring{A}$, ընկնող իմպուլսի ուժգնությունը՝ $I_i = 0{,}5$ ($I_{cr}/3$-ի միավորով):

$a = 10$ (≈ 70մկմ) դեպքում դիտարկենք երեք դիտման կետեր՝ $(-a;1{,}5)$, $(0;1{,}5)$ և $(a;1{,}5)$: Դիտման առաջին և երրորդ կետերն ընկած են դիֆրակցիայի 3 տիրույթում, իսկ երկրորդը՝ 2 տիրույթում (Նկ.4.5): Դիտման խորությունն այս դեպքի համար վերց-ված է $z_0 = 1{,}5\Lambda_r \approx 55$մկմ: Թվային հաշվարկով ստացված անդրադարձման (4.58) գործակցի կախումը ժամանակից այս դեպքի համար պատկերված է տրված նկ.4.7-ում: Նկ.4.7.*ա*-ում պատկերված է (4.58) անդրադարձման գործակցի կախումը ժամանակից $(-a;1{,}5)$ դիտման կետում, նկ.4.7*բ*-ում՝ $(0;1{,}5)$ կետում, նկ.4.7*գ*-ում՝ $(a;1{,}5)$ կետում (կետագծով տրված են գծային, իսկ հոծ գծով՝ ոչ գծային դիֆրակցիային համապա-տասխանող կախումները): Ինչպես երևում է նկ.4.7.*ա*-ից, անդրադարձման գործակցի կախումը ժամանակից և իմպուլսի տևողությունը նույնն են գծային և ոչ գծային դեպքե-րում, սակայն ոչ գծային դեպքում անդրադարձման գործակցի արժեքն ավելի փոքր է: $(0;1,5)$ դիտման կետում (Նկ.4.7.*բ*) գծային և ոչ գծային դեպքերում իմպուլսի տևողու-թյունը նույնն է, բայց իմպուլսի ձևը տարբեր է: Ի տարբերություն Նկ.4.7.*ա*-ի դեպքի, $(a;1,5)$ կետում (Նկ.4.7.*բ*) գծային և ոչ գծային դեպքերին համապատասխանող իմպուլ-սի ձևերը նույնը չեն: Նկ.4.8-ում պատկերված է անդրադարձման գործակցի կախումը ժամանակից, երբ $a=1$ (≈7մկմ), իսկ դիտման կետի կոորդինատն է $(0;1,5)$: Դիտման այս կետը ճեղքի տրված լայնության դեպքում ընկած է դիֆրակցիայի 4 տիրույթում (Նկ.4.5): Ինչպես երևում է Նկ.4.8-ից, իմպուլսի ձևը գծային և ոչ գծային դեպքերում տարբեր է, իսկ տևողությունը՝ նույնը:

Ամփոփելով, կարելի է ասել, որ բյուրեղի վրա ընկնող կարճ իմպուլսի դեպքում դիֆրակցիայի բոլոր տիրույթներում իմպուլսի տևողությունը գծային և ոչ գծային դեպ-քերում նույնն է: Դիֆրակցիայի ձախակողմյան 3 տիրույթում (Նկ.4.5) գծային և ոչ գծային դեպքերում իմպուլսի ձևը նույնն է, բայց անդրադարձման գործակցի արժեքը ոչ գծային դեպքում ավելի փոքր է: Դիֆրակցիայի մյուս բոլոր տիրույթներում գծային և ոչ գծային իմպուլսների ձևերը տարբեր են: Ոչ գծային դեպքում, որպես հետևանք ինքնա-մակածված Բրեգի անկյունից շեղման պարամետրի, փոխվում է իմպուլսի ձևը: Նկ. 4.7.*ա* և *բ*-ում և Նկ.4.8-ում դիտվում է իմպուլսի անդրադարձման գործակցի ժամանակային կախման ինքնաթեքվածացում (self steepening):



Նկ.4.7. Դիտման սևեռված կետում թվային հաշվարկով ստացված դիֆրակտված փնջի անդրադարձման R_h^t գործակցի կախումը ժամանակից, a=10, սևեռված կետի կոորդինատներն են *ա.* $(-a;1,5)$; *բ.* $(0;1,5)$; *գ.* $(a;1,5)$. կետագիծ՝ գծային դիֆրակ-ցիա, հոծ գիծ՝ ոչ գծային դիֆրակցիա: Ընկնող իմպուլսի ուժգնությունը՝ $I_i = 0,5$:



Նկ.4.8. Դիտման սևեռված կետում դիֆրակտված փնջի անդրադարձման R_h^t գոր-ծակցի կախումը ժամանակից, a=1, սևեռված կետի կոորդինատն է $(0;1,5)$. Կետագիծ՝ գծային դիֆրակցիա, հոծ գիծ՝ ոչ գծային դիֆրակցիա: Ընկնող իմպուլսի ուժգնությունը՝ $I_i = 0,5$ (թվային հաշվարկ):

Բևեռացելիության ոչ գծային իրական մասի ֆուրիե-գործակիցներն ստացվել են $\eta_{0r}^{(3)} = 3\left|\chi_{0r}^{(1)}\right| / I_{cr}, \eta_{hr}^{(3)} = 3\left|\chi_{hr}^{(1)}\right| / I_{cr}$ առնչություններից, իսկ կեղծ մասի ֆուրիե-գործակցի ար-ժեքների համար վերցրել ենք $\eta_{0,hi}^{(3)} / \eta_{0,hr}^{(3)} = 0,01$ հարաբերությունը, ինչը մոտավորապես նույնն է, ինչ գծային մասի համար:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ԱՌԱՋԻՆ ՄԱՍԻ

1. Վերլուծվել է ըստ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ կոորդինա-տի լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալների դերը դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումներում: Այն հաշվի է առնում ընկնող ալիքի ալիքային ճակատի երկչափ կորությունը: Ստացվել է երկրորդ կարգի ածանցյալներ պարունակող դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումների Գրինի ֆունկցիայի հավասարումը և գտնվել է ուշա-ցող Գրինի ֆունկցիայի վերլուծական արտահայտություն կատարյալ բյուրեղում: Ան-ցած և դիֆրակտված դաշտերի լայնույթները կատարյալ բյուրեղում ներկայացվել են ըստ բյուրեղի մակերևույթի ինտեգրալով (Յույգենս-Ֆրենելի դինամիկական դիֆրակ-տային սկզբունք):

2. Լաուեի երկրաչափության դեպքում որոշվել են բյուրեղում վերջավոր չափերով քվազիմեներանգ աղբյուրի լայնույթները, հաշվի է առնվել նաև «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունը: Տարածական և ժամանակային կոհերենտության համար ստացվել են պայմաններ, որոնք բավարարվելու դեպքում աղբյուրի չափերը և ոչ մեներանգությունը չեն ազդում դիֆրակտային պատկերի ուժգնության բաշխման վրա: Վերլուծվել է ընկնող տեղայնորեն հարթ, երկչափ ալիքային ճակատի կորությամբ ալի-քի դեպքը, որի հիման վրա կառուցվել են ճոճման կորերը՝ կախված դիֆրակցիայի հարթության մեջ և այդ հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ Բրեգի անկյունից շեղման պարամետրերից:

3. Բրեգի երկրաչափության դեպքում գտնվել են երկչափ ալիքային ճակատի կորությամբ ալիքի դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումների Գրինի ֆունկցիան կատարյալ բյուրեղում, ալիքների լայնույթներն արտահայտվել են ըստ բյուրեղի մակերևույթի ինտեգրալով: Որոշվել են վերջավոր չափերով քվազիմեներանգ աղբյուրի լայնույթները բյուրեղում և բյուրեղի մակերևույթին, հաշվի է առնվել նաև «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունը:

4. Բրեգի երկրաչափության դեպքում տարածական և ժամանակային կոհերենտության համար ստացվել են պայմաններ, որոնց բավարարվելու դեպքում աղբյուրի չափերը և ոչ մեներանգությունը չեն ազդում դիֆրակտային պատկերի

ուժգնության բաշխման վրա: Վերլուծվել է ընկնող տեղայնորեն հարթ, երկչափ ալիքային ճակատի կորությամբ ալիքի դեպքը, որի հիման վրա կառուցվել են ճոճման կորերը՝ կախված դիֆրակցիայի հարթության մեջ և այդ հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ Բրեգի անկյունից շեղման պարամետրերից:

5. Դինամիկական դիֆրակցիայի էյկոնալային մոտավորությունը, որն արվում է դինա-միկական դիֆրակցիայի հավասարումների համակարգից դիֆրակտված ալիքների լայնույթների համար գրված երկրորդ կարգի մասնակի դիֆերենցիալ հավասարումներին անցումով, հնարավորություն է տալիս բացահայտ տեսքով գրելու լայնույթների ասիմպտոտական վերլուծության շարքի բոլոր անդամների տեղափոխման հավասարումները և տեղափոխման հավասարումը լրիվ լայնույթի համար:

6. Արտածվել է էյկոնալի հավասարումը դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումներից, որոնցում թողնվել են լայնույթների երկրորդ կարգի ածանցյալներն ըստ դիֆրակցիայի հարթությանն ուղղահայաց ուղղության կոորդինատի: Գտնվել են լրիվ ինտեգրալը և հետագծերը բյուրեղում և վակուումում: Լաուեի երկրաչափության դեպքում վերլուծվել է մուտքի և ելքի պարաբոլարդի տեսքով մակերևույթներով բյուրեղում և վակուումում ռենտգենյան ալիքի կիզակետման խնդիրը: Ստացվել են հետագծերի հավասարումները, սահմանային պայմաններին բավարարող էյկոնալը և կիզակետային հեռավորության, կիզակետի չափերի ու կիզակետի շուրջն ուժգնության բաշխման համար վերլուծական արտահայտություններ: Բրեգի երկրաչափության դեպքում նույն տեսությունը կիրառվել է մուտքի պարաբոլարդի տեսքով բյուրեղով կիզակետման խնդրում:

7. Զարգացվել է երրորդ կարգի ոչ գծային դինամիկական դիֆրակցիայի տեսություն: Արտածվել են երրորդ կարգի ոչ գծային դինամիկական դիֆրակցիայի հավա-սարումները: Գնահատվել է երրորդ կարգի ոչ գծային բևեռացվելիության արժեքը ռենտգենյան հաճախությունների տիրույթում, ցույց է տրվել, որ ներկայիս ռենտգենյան երրորդ սերնդի սինքրոտրոնային աղբյուրների և ազատէլեկտրոնային լազերների հզորությունները բավարար են ոչ գծային դինամիկական դիֆրակտային երևույթներ դիտելու համար: Լաուեի դեպքում ուսումնասիրվել են ոչ գծային հարթալիքային

երևույթները: Լաուեի և Բրեգի դեպքերում ստացվել են ճշգրիտ լուծումներ: Հայտնաբերվել է ոչ գծային ճոճանակային երևույթը, գտնվել է ոչ գծային էքստինկցիոն երկարության կախումն ուժգնությունից: Հայտնաբերվել է նոր՝ ոչ գծային ճոճանակային երևույթ՝ սևեռված հաստությամբ բյուրեղում անցման և անդրադարձման գործակիցները պարբերական ֆունկցիաներ են ընկնող ալիքի ուժգնությունից:

8. Արտածվել են դինամիկական դիֆրակցիայի երրորդ կարգի ոչ գծային ժամանակային հավասարումները: Տրվել է այդ հավասարումների լուծման արդյունավետ եղանակ՝ իմպուլսին կապված ստացիոնար համակարգին անցնելով: Ոչ գծային դեպքում հայտնաբերվել է իմպուլսի ինքնաթեքման երևույթը:

Մաս 2. ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՏԱՅԻՆ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱՅԻ ԵՎ ԻՆՏԵՐՖԵՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

ԳԼՈՒԽ 5. ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՏԱՅԻՆ ՄԵԿԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՖՈՒՐԻԵ–ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱ

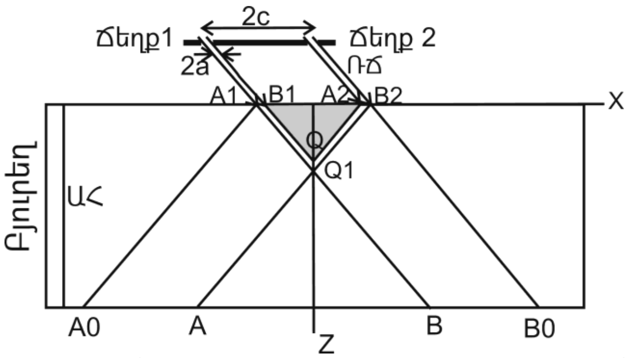
§5.1. *Դինամիկական դիֆրակցիան երկու ճեղքի վրա: Յունգի գծեր*

§5.1.1. *Հիմնական բանաձևեր*

Ռենտգենյան ճառագայթների դինամիկական դիֆրակցիան բյուրեղում էապես կախված է ինչպես բյուրեղի կատարելության աստիճանից, այնպես էլ ընկնող փնջի պարամետրերից: Մեներանգ, տարածականորեն անհամասեռ փնջի դինամիկական դիֆրակցիան նկարագրվում է Տակագիի հավասարումներով [30], որոնց լուծման ընդհանուր եղանակը տրվել է [33,34,236]-ում: Դինամիկական դիֆրակցիայի հավա-սարումները կիրառելի են, երբ ալիքի երկարությունը շատ ավելի փոքր է, քան անհա-մասեռությունների փոփոխման բնութագրական չափը: Ճեղքով սահմանափակված փն-ջի դինամիկական դիֆրակցիան տեսականորեն և փորձնականորեն ուսումնասիրվել է [10-14, 49, 150, 233, 237, 238] աշխատանքներում:

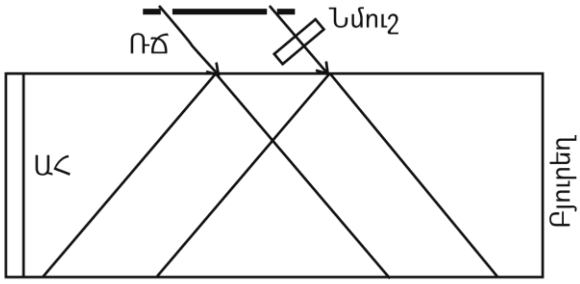
Երկու ճեղքով սահմանափակված ընկնող ալիքի դինամիկական դիֆրակցիայի ուսումնասիրումը բյուրեղում կարևոր է տեսության և կիրառության տեսանկյուններից: Ինտերֆերենցային այն գծերը, որոնք դիտվում են երկու ճեղքերի վրա դիֆրակցիայի հետևանքով, երբ ճեղքերի չափերը զգալիորեն փոքր են դրանց կենտրոնների միջև հեռավորությունից, իսկ դիտման հարթության հեռավորությունը զգալիորեն մեծ է ճեղ-քերի կենտրոնների միջև հեռավորությունից օպտիկայում կոչվում են Յունգի գծեր [239]: Ռենտգենյան հաճախությունների տիրույթում Յունգի դասական և վիրտուալ փորձերի վերաբերյալ ուսումնասիրություններ կատարվել են [147,240-243]-ում: Ստորև Գրինի ֆունկցիաների մեթոդով տեսականորեն ուսումնասիրվել է երկու ճեղքից Լաուեի համաչափ դինամիկական դիֆրակցիան կատարյալ բյուրեղում (նկ.5.1):

Ցույց է տրվել, որ բյուրեղի ելքի մակերևույթին ձևավորվում են օպտիկայից հայտնի Յունգի գծերի նմանությամբ ինտերֆերենցային գծեր, որոնց ուժգնության բաշխման համար ստացվել է մոտավոր վերլուծական արտահայտություն, որը համեմատվել է թվային հաշվարկի հիման վրա ստացված արդյունքի հետ: Որոշվել է նաև Յունգի գծերի պարբերությունը: Տեսականորեն ուսումնասիրվել է ինտերֆերեն-

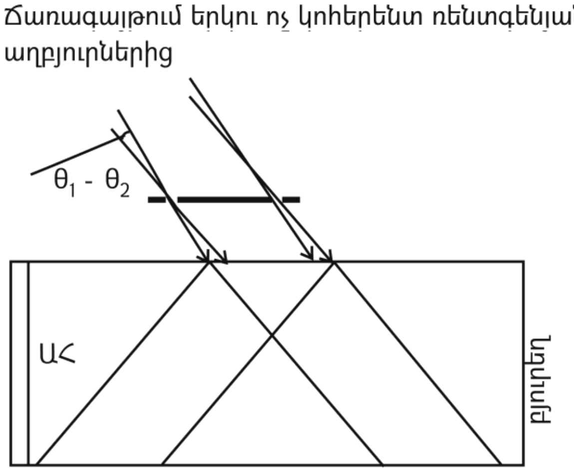


Նկ.5.1. Երկու ճեղքով ռենտգենյան ճառագայթների դինամիկական դիֆրակ-ցիայի սխեման. $2c$՝ ճեղքերի կենտրոնների միջև հեռավորությունը, OXZ կոոր-դինատային համակարգի O սկզբնակետը երկու ճեղքերի միջնակետում է, OX առանցքը հակազուգահեռ է դիֆրակցիայի $\mathbf{h}$ վեկտորին, OZ-ն ուղղահայաց է մուտքի մակերևույթին, ՌՃ՝ ռենտգենյան ճառագայթներ, ԱՅ՝ անդրադարձնող հարթություններ:

ցային գծերի տեսանելիությունը, կախված ընկնող ալիքի մեներանգության աստիճա-նից (ժամանակային կոհերենտություն) և աղբյուրի չափերից (տարածական կոհերեն-տություն), որոնք սովորաբար կախված են երկայնական և լայնական կոհերենտության աստիճաններից [244]), ճեղքերի չափերից, Բրեգի ճշգրիտ անկյունից շեղումից, «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունից և բևեռացման վիճակից: Նկ.5.1-ում պատկեր-ված սխեմայում, Բորմանի եռանկյան ձևավորման հետևանքով, ինտերֆերենցային տիրույթի չափերն ավելի մեծ են, քան դասական ռենտգենյան երկու ճեղքի դիֆրակ-ցիայի փորձերում: Այս սխեման կարելի է դիտարկել որպես ալիքային ճակատի բաժա-նումով ինտերֆերաչափ (Ռելեյի ինտերֆերաչափ): Եթե այդ ինտերֆերաչափի բազուկ-ներից մեկում տեղադրվի ուսումնասիրվող նմուշը, ապա ինտերֆերենցային գծերի շեղ-ման միջոցով կարելի է որոշել ուսումնասիրվող նմուշի բեկման ցուցիչը (Նկ.5.2): Միա-ժամանակ, այս սխեմայի օգտագործումով կարելի է չափել երկու ոչ կոհերենտ ռենտ-



Նկ.5.2. Ռենտգենյան դինամիկական դիֆրակտային Ռելեյի ինտերֆերաչափի սխեման



Նկ.5.3. Ռենտգենյան դինամիկական դիֆրակտային (Մայքելսոնի աստղային) ինտերֆերաչափի սխեման

գենյան աղբյուրների անկյունային հեռավորությունը, ինչպես դա արվում է օպտիկայում՝ Մայքելսոնի աստղային ինտերֆերաչափով (Նկ.5.3):

Ալիքի էլեկտրական դաշտի լարվածությունը կարելի է ներկայացնել $\mathbf{E}^i(\omega,\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}}$ տեսքով, որտեղ $\mathbf{E}^i(\omega,\mathbf{r})$-ը դանդաղ փոփոխվող լայնույթն է, ω-ն՝ հաճախությունը, $\mathbf{K}$-ն՝ ընկնող ալիքի կրող ալիքային վեկտորը, որի ուղղությունը կախված չէ ալիքի երկարու-թյունից, և $\mathbf{K}^2=(2\pi/\lambda)^2$: $\mathbf{K}$-ի և մուտքի մակերևույթի միջև սահքի անկյունը $\pi/2-\theta$ է, որտեղ θ-ն $\mathbf{K}$-ի և անդրադարձնող հարթությունների միջև կազմված անկյունն է (Նկ.5.1): Ինչպես միշտ, երկալիքային մոտավորությամբ, դաշտը բյուրեղում կներկայաց-նենք

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_0\exp\left(i\mathbf{K}_0\mathbf{r}\right)+\mathbf{E}_h\exp\left(i\mathbf{K}_h\mathbf{r}\right) \tag{5.1}$$

տեսքով, որտեղ $\mathbf{K}_0$-ն և $\mathbf{K}_h = \mathbf{K}_0 + \mathbf{h}$-ն անցած և դիֆրակտված ալիքների ալիքային վեկտորներն են և բավարարում են Բրեգի ճշգրիտ պայմանին՝ $\mathbf{K}_0^{\,2} = \mathbf{K}_h^{\,2} = k^2 = (2\pi/\lambda)^2$, $\mathbf{h}$-ը դիֆրակցիայի վեկտորն է՝ $\mathbf{h} = -|\mathbf{h}|\mathbf{e}_x$, մինչդեռ $|\mathbf{h}| = 2k\sin\theta_0(\lambda), k = 2\pi/\lambda$, $\theta_0(\lambda) \equiv \theta_0$-ն Բրեգի ճշգրիտ անկյունն է λ ալիքի երկարության համար, $\mathbf{e}_x$-ը՝ x առանց-քով ուղղված միավոր վեկտորը: $\mathbf{E}_0$-ն և $\mathbf{E}_h$-ն անցած և դիֆրակտված ալիքների լայ-նույթներն են, որոնք բավարարում են Տակագիի (3.29) ոչ գծային հավասարումներին համապատասխանող գծային հավասարումներին [30] և բյուրեղի մուտքի մակերևույթի վրա ($z = 0$) անընդհատության պայմաններին: Բևեռացման յուրաքանչյուր վիճակի համար մուտքի մակերևույթի վրա անընդհատության պայմանից հետևում է, որ $E^i(\omega,\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}} = E_0(\omega,\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}_0\mathbf{r}}$ և, հետևաբար, մուտքի մակերևույթի վրա

$$E_0 = E^i \exp\left(ik\cos\theta_0 \Delta\theta x\right), \tag{5.2}$$

որտեղ $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ Բրեգի անկյունից շեղումն է տրված λ ալիքի երկարության համար: Դիֆրակտված դաշտի լայնույթը բյուրեղի ներսում որոշվում է (4.28) և (4.29) առնչու-թյուններով, որոնցում $\chi_h^{(1)}$-ը փոխարինված է χ_h-ով, ինչպես նաև գրված է բևեռացման C գործակիցը (տե՛ս (1.1) բանաձևը), ուստի (4.29) Գրինի ֆունկցիան կբազմապատկվի այդ գործակցով, $\Lambda = \lambda\cos\theta_0 / C\sqrt{\chi_h\chi_{\bar{h}}}$, $\Lambda_r = \mathrm{Re}\,\Lambda \approx \lambda\cos\theta_0 / C\left|\chi_{hr}\right|$՝ էքստինկցիոն եր-կարությունն է և $\Lambda_i = \mathrm{Im}\,\Lambda \approx \Lambda_r\chi_{hi} / \left|\chi_{hr}\right|$-ն կապված է բյուրեղում կլանման հետ: Առանց խախտելու ընդհանրությունը դիտարկվել է կենտրոնահամաչափ բյուրեղի դեպքը՝ $\chi_h = \chi_{\bar{h}}, \chi_{hr} = \chi_{\bar{h}r} < 0, \chi_{hi} = \chi_{\bar{h}i} > 0, \chi_{hi} << \left|\chi_{hr}\right|, \chi_{hi} \approx \chi_{0i} > 0$: Նկ.5.1-ի սխեմայում

$$E_h = \int_1 G(x - x', z)E^i(x')\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')dx' + \int_2 G(x - x', z)E^i(x')\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')dx', \tag{5.3}$$

որտեղ ինտեգրալների նշանների 1 և 2 ցուցիչները նշանակում են ինտեգրում ըստ առաջին և երկրորդ ճեղքերի:

§5.1.2. Յունգի գծերի ձևավորման դինամիկական դիֆրակցիոն

տեսությունը

Դիտարկենք նկ.5.1-ում ներկայացված սխեման: Կետային աղբյուրից առաքված ռենտգենյան ճառագայթները, անցնելով երկու ճեղքերով՝ ընկնում են Լաուեի համա-չափ երկրաչափությամբ բյուրեղի վրա Բրեգի ճշգրիտ անկյանը մոտ անկյան տակ: Դիֆրակցիայի հարթության մեջ յուրաքանչյուր ճեղքի լայնությունը բյուրեղի մուտքի մակերևույթին զուգահեռ ուղղությամբ $2a$ է: Ճեղքերի կենտրոնների միջև հեռավորու-թյունը $2c$ է, առաջին ճեղքի ձախ եզրից մինչև երկրորդ ճեղքի աջ եզր A_1B_2 հեռավորու-թյունը $2(c+a)$:

Նկ.5.1-ում պատկերված տիրույթների սահմանները (A_1A_0,A_1B և այլն) բնու-թագրիչներն են [233], որոնք զուգահեռ են անցած և դիֆրակտված ալիքների տարած-ման ուղղություններին: (5.3)-ի համաձայն՝ դիֆրակտված դաշտը բյուրեղում ձևավոր-վում է $A_0B_0B_2A_1$ տիրույթում: Ստվերագծված B_1A_2Q տիրույթում դաշտերի լայնույթները զրո են: Երկու ճեղքերի ինտերֆերենցային դաշտը ձևավորվում է Q_1AB տիրույթում (որ-տեղ երկու ճեղքերն էլ դիֆրակտված դաշտի լայնույթում ներդրում են տալիս իրենց $2a$ լայնությամբ) և գրանցվում է բյուրեղի ելքի մակերևույթի AB տեղամասում: Պարա-բոլական մոտավորությամբ ընկնող ալիքի լայնույթը բևեռացման որևէ (σ- կամ π-) վի-ճակում և որևէ հաճախության համար տրվում է

$$E^i = A'\frac{\exp\left(ik\dfrac{x^2\cos^2\theta}{2L_s}\right)}{L_s} \equiv A\exp\left(ik\frac{x^2\cos^2\theta}{2L_s}\right) \tag{5.4}$$

առնչությամբ, որտեղ $A = A'/L_s$, L_s-ը «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունն է: E_h լայ-նույթը կարելի է որոշել (5.3) և (5.4) բանաձևերից: Լայնույթի արտահայտությունը երկու ճեղքերից ձևավորված E_{h1}(առաջին ճեղք) և E_{h2} (երկրորդ ճեղք) լայնույթների կոհե-րենտգումարն է: Այսպիսով՝

$$E_h = E_{h1} + E_{h2}, \tag{5.4}$$

որտեղ

$$E_{h1} = A\int_{-c-a}^{-c+a} G\,(x-x',z)\exp\left[ik\left(\frac{x'^2\cos^2\theta}{2L_s} + \cos\theta_0 x'\Delta\theta\right)\right]dx', \tag{5.5}$$

$$E_{h2} = A\int_{c-a}^{c+a} G\,(x-x',z)\exp\left[ik\left(\frac{x'^2\cos^2\theta}{2L_s} + \cos\theta_0 x'\Delta\theta\right)\right]dx'\text{:} \tag{5.6}$$

Յունգի դասական փորձում ճեղքերը դիտվում են որպես անվերջ նեղ և ենթադրվում է, որ $c >> a$: Ռենտգենյան ճառագայթների դինամիկական դիֆրակցիայի դեպքում ճեղքերը կարելի է համարել անվերջ նեղ, եթե $a << \Lambda tg\theta_0 / \pi$: Դա հետևում է (4.29), (5.5) և (5.6) արտահայտություններից: (5.5)-ում և (5.6)-ում Գրինի ֆունկցիան գրեթե հաստատուն է, եթե $a << \Lambda tg\theta_0 / \pi$: $\exp(ikx'^2 \cos^2\theta / 2L_s)$ քառակուսային փուլի տարբե-րությունը երկրորդ ճեղքի կենտրոնում և B_2 աջ եզրում մոտավորապես $kac\cos^2\theta / L_s$ է: Քառակուսային փուլը (5.6)-ում կարելի է համարել հաստատուն, եթե $kac\cos^2\theta / L_s << 2\pi$, կամ

$$L_s >> \frac{kac\cos^2\theta}{2\pi}\text{:} \tag{5.7}$$

(5.6)-ում փուլերում գծային անդամի փոփոխությունն A_2 ձախ եզրից մինչև B_2 աջ եզրը $2ak\cos\theta_0\Delta\theta$ է: Այս անդամը կարելի է համարել հաստատուն, եթե $\left|2ak\cos\theta_0\Delta\theta\right| << 2\pi$ կամ

$$\left|\Delta\theta\right| << \frac{\lambda}{2a\cos\theta_0}\text{:} \tag{5.8}$$

(5.7) և (5.8) պայմանները և համապատասխան գնահատականները ճիշտ են նաև առաջին ճեղքի համար: Այսպիսով, ըստ (5.4)–(5.6) առնչությունների, դիֆրակտված դաշտի լայնույթը երկու անվերջ նեղ ճեղքերի դեպքում (երկու կոհերենտ կետային աղբ-յուրներ $-c$ և c կետերում) կունենա հետևյալ տեսքը.

$$E_h = 2aA[G\,(x+c,z)\exp(-ikc\cos\theta_0\Delta\theta) + G\,(x-c,z)\exp\left(ikc\cos\theta_0\Delta\theta\right)]\exp\left(ik\frac{c^2\cos^2\theta}{2L_s}\right)\text{:} \tag{5.9}$$

AB տիրույթի $x=0$ կետի շրջակայքում, ուժգնության բաշխման համար կարելի է ստանալ մոտավոր վերլուծական արտահայտություն: Ենթադրենք՝

$$ztg\theta_0 >> \left|x \pm c\right|, \tag{5.10}$$

$$\frac{\pi z}{\Lambda_r} >> 1: \tag{5.11}$$

Օգտագործելով (5.10), (5.11) պայմանները և $J_0(x)$ ֆունկցիայի ասիմպտոտական տեսքը

$$J_0(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \tag{5.12}$$

$|x| >> 1$ դեպքում, ինչպես նաև $\sqrt{z^2 tg^2\theta_0 - (x \pm c)^2} \approx ztg\theta_0 [1 - (x \pm c)^2 / 2z^2 tg^2\theta_0]$ մոտավոր-րությունը, (5.9)-ից կստանանք.

$$E_h = i\sigma_h C(2a) A \sqrt{\frac{2\Lambda}{\pi^2 z}} \exp\left(ik\frac{\chi_0 z}{2\cos\theta_0}\right)[\exp(i\Phi_0)\cos(\Phi_+) +$$
$$+ \exp(-i\Phi_0)\cos(\Phi_-)]\exp\left(ik\frac{c^2\cos^2\theta}{2L_s}\right), \tag{5.13}$$

որտեղ $\Phi_0 = \pi z/\Lambda - [\pi(x^2 + c^2)/2\Lambda ztg^2\theta_0] - \pi/4;$ $\Phi_\pm = \pi xc/\Lambda ztg^2\theta_0 \pm kc\cos\theta_0\Delta\theta$, $\sigma_h = k\chi_h/4\sin\theta_0$: Λ-ն, հետևաբար՝ նաև Φ_0-ն և $\Phi_\pm$-ը, կոմպլեքս են: Կլանումն AB-ի կենտրոնին մոտ՝ $x = 0$-ից մինչև $|x| \geq c$, $\exp(ik\chi_0 z/2\cos\theta_0)$ անդամում կապված է χ_{0i}-ի հետ, իսկ $\exp(\pm i\Phi_0)$ անդամում՝ Λ_i-ի հետ, ընդ որում, արված (5.10) և (5.11) մոտավոր-րությունների դեպքում այն իմաստ ունի հաշվի առնել միայն $\exp(\pm i\pi z/\Lambda)$ անդամում: Արդյունքում կլանման գործոնի համար կստանանք $\exp[-k\chi_{0i}(1 \mp C\chi_{hi}/\chi_{0i})z/\cos\theta_0]$: Այսպիսով՝ այս տիրույթում արդյունարար կլանման գործակիցը նույնն է, ինչ որ սովո-րական հարթ ալիքային տեսությունում [8,9]՝ $\mu_e = \mu(1 \mp C\chi_{hi}/\chi_{0i})$, որտեղ $\mu = k\chi_{0i}$-ն նոր-մալ գծային կլանման գործա-կիցն է, իսկ $\mp$ նշանները համապատասխանում են $\exp(\pm i\pi z/\Lambda)$-ի արգումենտի նշաններին: Այսպիսով, (5.13)-ի առաջին անդամը համա-պատասխանում է թույլ կլանվող ճյուղին՝ $\mu_e = \mu(1 - C\chi_{hi}/\chi_{0i}) < \mu$, իսկ երկրորդ անդամը՝ ուժեղ կլանվող ճյուղին՝ $\mu_e = \mu(1 + C\chi_{hi}/\chi_{0i}) > \mu$: Մյուս կողմից, թույլ կլանվող ճյուղի հա-մար $\mu_{e\sigma} = \mu(1 - \chi_{hi}/\chi_{0i}) < \mu_{e\pi} = \mu(1 - \cos 2\theta_0 \chi_{hi}/\chi_{0i})$: $\mu z \geq 1$ դեպքում կարելի է հաշվի առնել միայն երկու անկախ բևեռացումների թույլ կլանվող ճյուղերը, իսկ բավականա-չափ մեծ՝ $\mu z >> 1$ դեպքում՝ միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը: Ըստ (5.13)-ի, ուժեղ և թույլ կլանվող ճյուղերի համար ուժգնության առավել ագույն արժեքները որոշ-վում են

$$\left(\frac{\pi xc}{\Lambda_r ztg^2\theta_0}\right) \pm kc\cos\theta_0\Delta\theta = n\pi\,,\; n = 0, \pm 1, \pm 2\ldots \tag{5.14}$$

պայմաններից: Յավասարության ձախ մասում "+" նշանը համապատասխանում է թույլ կլանվող ճյուղին: (5.14)-ից հետևում է, որ երկու ճյուղերն ունեն նույն պարբերությունը

$$D = \frac{\Lambda_r ztg^2\theta_0}{c}, \tag{5.15}$$

մինչդեռ ինտերֆերենցային գծերի համակարգը $x = 0$ կենտրոնից շեղված է

$$\Delta x = \mp \frac{kcD\cos\theta_0\Delta\theta}{\pi} \tag{5.16}$$

չափով: Ստացված ինտերֆերենցային գծերն օպտիկայում հայտնի Յունգի ինտերֆե-րենցային գծերի նմանակներն են:

§5.1.3. Բևեռացման, ոչ մենոքրոմատիկության և աղբյուրի չափերի ազդեցությունը Յունգի գծերի վրա

(5.15) և (5.16) բանաձևերի համաձայն՝ Յունգի գծերի D պարբերությունը և Δx տեղաշարժերը տարբեր են σ- և π-բևեռացումների համար, քանի որ $\Lambda_{r\sigma} = \lambda\cos\theta_0 / |\chi_{hr}|$-ը տարբերվում է $\Lambda_{r\pi} = \Lambda_{r\sigma} / \cos 2\theta_0$-ից: Ստորև, տարբեր բևեռա-ցումներով ալիքների Յունգի գծերի պարբերությունների համար այդ տարբերությունը նշելու համար օգտագործվել են $D_\sigma = \Lambda_{r\sigma} ztg^2\theta_0 / c$ և $D_\pi = D_\sigma / \cos 2\theta_0$ նշանակումները: Ընկնող չբևեռացված ալիքի դեպ-քում ուժգնությունը երկու բևեռացումների ուժգնու-թյունների գումարն է: Ուժեղ կլանվող ճյուղերի ուժգնությունները երկու բևեռացումների համար էլ կարող ենք անտեսել՝ $\mu z \geq 1$: Օգտագործելով (5.13) և (5.14) առնչությունները և հաշվի առնելով միայն թույլ կլանվող ճյուղերը, կստանանք.

$$\begin{aligned} I_h = I_{h\sigma} + I_{h\pi} \approx 2(2a)^2 |A|^2 \frac{|\sigma_h|^2 |\Lambda_\sigma|}{\pi^2 z} \Bigg[\cos^2\left(kc\cos\theta_0\Delta\theta + \frac{\pi x}{D_\sigma}\right) + \\ + \cos 2\theta_0 \cos^2\left(kc\cos\theta_0\Delta\theta + \frac{\pi x}{D_\pi}\right)\Bigg] : \end{aligned} \tag{5.17}$$

Կոսինուսների արգումենտներում կեղծ մասերը փոքր լինելու պատճառով անտեսվել են: (5.17)-ը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$I_h = 4a^2|A|^2\frac{|\sigma_h|^2|\Lambda_\sigma|}{\pi^2 z}\Big[(1+\cos2\theta_0)+(1+\cos2\theta_0)\times$$
$$\times\cos\left[2kc\Delta\theta\cos\theta_0+\pi x\left(\frac{1}{D_\sigma}+\frac{1}{D_\pi}\right)\right]\cos\left[\pi x\left(\frac{1}{D_\sigma}-\frac{1}{D_\pi}\right)\right]- \tag{5.18}$$
$$-(1-\cos2\theta_0)\sin\left[2kc\Delta\theta\cos\theta_0+\pi x\left(\frac{1}{D_\sigma}+\frac{1}{D_\pi}\right)\right]\sin\left[\pi x\left(\frac{1}{D_\sigma}-\frac{1}{D_\pi}\right)\right]\Big]:$$

(5.18)-ում միջակ փակագծերում առաջին գումարելին հաստատուն է, իսկ երրորդ գումարելին փոքր է, քանի որ $\cos2\theta_0$-ն մոտ է 1-ին, ուստի հիմնական անդամը երկ-րորդ գումարելին է: Երկրորդ անդամի պարբերությունը $\left[(1/D_\sigma+1/D_\pi)/2\right]^{-1}$ է, որը տարբերվում է D_σ-ից և D_π-ից: Ուժգնությունը մոդուլվում է $\cos[\pi x(1/D_\sigma-1/D_\pi)]$ ֆունկցիայով: Ինտերֆերենցային գծերը վերանում են, երբ $\cos[\pi x(1/D_\sigma-1/D_\pi)]=0$, այսինքն, երբ

$$(1-\cos2\theta_0)\frac{x}{D_\sigma}=\frac{2n+1}{2}: \tag{5.19}$$

Երկու վերացումների միջև դիտվող ինտերֆերենցային գծերի քանակը՝

$$N=\frac{1+\cos2\theta_0}{2(1-\cos2\theta_0)}: \tag{5.20}$$

Ուսումնասիրենք ինտերֆերենցային գծերի վրա ընկնող ալիքի ոչ մեներանգու-թյան ազդեցությունը (ժամանակային կոհերենտություն): Ընկնող քվազիմեներանգ ալի-քի տարբեր ֆուրիե-բաղադրիչների լայնույթները հիմնականում ալիքի երկարություն-ների $\lambda\in(\lambda_m-\Delta\lambda_m,\lambda_m+\Delta\lambda_m)$ տիրույթում են, որտեղ $|\Delta\lambda/\lambda_m|<<1$: λ_m ալիքի երկարու-թյունը համապատասխանում է առավելագույն լայնույթով ֆուրիե-բաղադրիչին: Բրեգի բանաձևից հետևում է, որ

$$\theta_0(\lambda)-\theta_0(\lambda_m)=\frac{\Delta\lambda}{\lambda}tg\theta_0, \tag{5.21}$$

և, հետևաբար,

$$\Delta\theta(\lambda)=\theta-\theta_0(\lambda)=\theta-\theta_0(\lambda_m)+\theta_0(\lambda_m)-\theta_0(\lambda)=\Delta\theta(\lambda_m)-\frac{\Delta\lambda}{\lambda}tg\theta_0 : \tag{5.22}$$

Առանց խախտելու ընդհանրությունն ընդունենք, որ $\Delta\theta(\lambda_m)=0$, ուստի

$$\Delta\theta(\lambda)=-\frac{\Delta\lambda}{\lambda}tg\theta_0 : \tag{5.23}$$

(5.8) և (5.23) առնչություններից հետևում է, որ

$$\left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| << \frac{\lambda}{2a\sin\theta_0} : \tag{5.24}$$

(5.16)-ով տրվող ինտերֆերենցային գծերի շեղումը՝

$$\Delta x(\lambda)=\pm\frac{1}{\pi}kcD\cos\theta_0\, tg\theta_0\frac{\Delta\lambda}{\lambda} : \tag{5.25}$$

(5.15)-ից հետևում է, որ $D_{\sigma,\pi}=D_{\sigma,\pi}(\lambda)$: Օգտվելով (5.15)-ից և (5.21)-ից՝ կստանանք.

$$\Delta D_{\sigma}(\lambda)=D_{\sigma}(\lambda)\frac{1+2\cos^2\theta_0}{\cos^2\theta_0}\frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \tag{5.26}$$

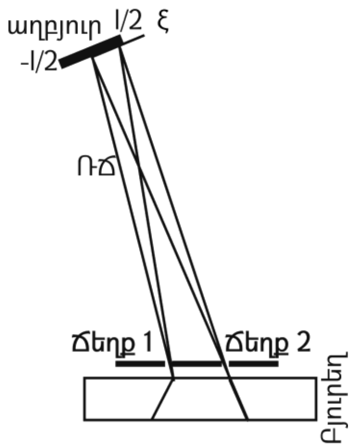
$$\Delta D_{\pi}(\lambda)=D_{\pi}(\lambda)\frac{1+2\cos2\theta_0}{\cos^2\theta_0\cos2\theta_0}\frac{\Delta\lambda}{\lambda} : \tag{5.27}$$

Քանի որ $|\Delta\lambda/\lambda| << 1$, ապա $|\Delta D_{\sigma,\pi}(\lambda)| << D_{\sigma,\pi}(\lambda)$: Հետևաբար՝ պարբերության կախումն ալիքի երկարությունից կարելի է անտեսել: Կարելի է հեշտությամբ ստանալ ոչ մենե-րանգության պատճառով ինտերֆերենցային գծերի վերանալու պայմանը: (5.16)-ի համաձայն՝ $\lambda_m-\Delta\lambda_m$-ին և $\lambda_m+\Delta\lambda_m$-ին համապատասխանող գծերը միմյանց նկատ-մամբ շեղված են $2kcD\cos\theta_0\, tg\theta_0\Delta\lambda_m/\pi\lambda$ չափով: Եթե $\lambda_m+\Delta\lambda_m$-ի առավելագույն արժե-քի զրոյական կարգը համընկնում է $\lambda_m-\Delta\lambda_m$-ի առավելագույն արժեքի առաջին կարգի հետ, այսինքն՝ $2kcD\cos\theta_0\, tg\theta_0\Delta\lambda_m/\pi\lambda=D$, ապա գծերը վերանում են: Հետևաբար՝ ոչ մեներանգությունը չի ազդի ինտերֆերենցային գծերի ուժգնության բաշխման վրա, ե-թե

$$\left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| << \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right|_{cr}=\frac{\pi}{2kc\sin\theta_0}=\frac{\lambda}{4c\sin\theta_0}, \tag{5.28}$$

որտեղ "*cr*" ցուցիչը նշում է $|\Delta\lambda/\lambda|$-ի այն կրիտիկական արժեքը, որի դեպքում ինտերֆե-րենցային գծերը վերանում են:

Այժմ ուսումնասիրենք ինտերֆերենցային գծերի ուժգնության բաշխման վրա աղբյուրի չափերի ազդեցությունը (տարածական կոհերենտություն): Դիտարկենք l գծային չափով աղբյուր (Նկ.5.4): Դիֆրակցիայի հարթության մեջ աղբյուրը փնջի տա-րածման ուղղությանն ուղղահայաց գիծ է: ξ կոորդինատը նշում է աղբյուրի երկայնքով բաշխված կետային աղբյուրների կոորդինատները՝ $-l/2 \le \xi \le l/2$: ξ կոորդինատով կետային աղբյուրից առաքված ռենտգենյան ալիքի և անդրադարձնող հարթու-թյունների միջև սահքի անկյունը՝ $\theta(\xi)=\theta-\xi/L_s$, ուստի Բրեգի ճշգրիտ անկյունից շե-ղումը՝



Նկ.5.4. Երկու ճեղքի դինամիկական դիֆրակցիայի սխեման վերջավոր l գծային չափերով աղբյուրի դեպքում

$$\Delta\theta(\lambda,\xi) = -\left(\frac{\Delta\lambda tg\theta_0}{\lambda}\right) - \frac{\xi}{L_s}: \qquad (5.29)$$

Ինչպես հետևում է (5.16)-ից և (5.29)-ից, սևեռված λ-ի դեպքում $\xi=-l/2$ և $\xi=l/2$ կոորդինատներով ոչ կոհերենտ կետային աղբյուրներն առաջացնում են ինտերֆերեն-ցային գծերի երկու ցանց, որոնք մեկը մյուսի նկատմամբ շեղված են $kc\cos\theta_0 lD/\pi L_s$ չափով: Ինտերֆերենցային գծերը վերանում են, երբ $kc\cos\theta_0 lD/\pi L_s = D$: Հետևաբար՝ աղբյուրի չափերը չեն ազդի ինտերֆերենցային գծերի ուժգնության բաշխման վրա, եթե

$$l << \frac{\pi L_s}{kc\cos\theta_0}: \qquad (5.30)$$

Համաձայն Վան Ցիտերտ-Ցերնիկեի թեորեմի [239]՝ համասեռ միջավայրում «վակուում-ճեղքեր» և «ճեղքեր-վակուում» դեպքում

$$l \le \frac{0{,}16\pi L_s}{kc\cos\theta_0}: \tag{5.31}$$

Վան Ցիտերտ-Ցերնիկեի թեորեմում օգտագործվում է համասեռ միջավայրի $\exp(ikR)/R$ Գրինի ֆունկցիան, որտեղ R-ը «վակուում-ճեղքեր» և «ճեղքեր-վակուում» կիսատարածություններում երկու կետերի հեռավորությունն է: Նշենք, որ (5.30) և (5.31) գնահատականները տարբերվում են շուրջ վեց անգամ, սակայն քննարկվող դեպքում «վակուում-ճեղքեր» և «ճեղքեր-բյուրեղ» միջավայրը համասեռ չէ: Վան Ցիտերտ-Ցեռ-նիկեի թեորեմի համանման որևէ թեորեմի ձևակերպման համար «ճեղքեր-բյուրեղ» տարածության համար անհրաժեշտ է օգտագործել համապատասխան Գրինի ֆունկ-ցիա:

§5.1.4. ***Ճեղքերի չափերի ազդեցությունը Յունգի գծերի վրա***

(5.5) և (5.6) արտահայտությունները կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$E_{h1,2} = A\int_{-a}^{a} G\,(x \pm c - x', z)\exp\left[ik\frac{1}{2L_s}(x' \mp c)^2\cos^2\theta_0\right]\exp\left[ik\cos\theta_0\Delta\theta\,(x' \mp c)\right]dx', \tag{5.32}$$

որտեղ վերին նշանը համապատասխանում է առաջին, իսկ ստորինը՝ երկրորդ ճեղքին: (5.32) ինտեգրալները հնարավոր չէ հաշվել վերլուծորեն, սակայն եթե տեղի ունի (5.11) պայմանը, ապա կարելի է կիրառել (5.12) ասիմպտոտական մոտավորու-թյունը:

Թույլ կլանվող ճյուղի համար այդ կերպգտնում ենք, որ

$$E_{h1,2} = F_{1,2}(x,z)\int_{-a}^{a}\exp\left[i\pi\frac{(x \pm c)x'}{\Lambda z tg^2\theta_0}\right]\exp\left(\mp ik\frac{x'c\cos^2\theta_0}{L_s}\right)\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')dx', \tag{5.33}$$

որտեղ

$$\begin{aligned} F_{1,2}(x,z) &= iAC\frac{\sigma_h}{2}\sqrt{\frac{2\Lambda}{\pi^2 z}}\exp\left(ik\frac{\chi_0 z}{2\cos\theta_0} + i\pi\frac{z}{\Lambda} - i\frac{\pi}{4}\right)\times \\ &\times\exp(\mp ikc\cos\theta_0\Delta\theta)\exp\left[-i\pi\frac{x^2 + c^2}{2z\Lambda\, tg^2\theta_0}\right]\exp\left(\mp i\pi\frac{xc}{\Lambda z tg^2\theta_0}\right)\exp\left(ik\frac{c^2\cos^2\theta_0}{2L_s}\right): \end{aligned} \tag{5.34}$$

Ենթաինտեգրալային արտահայտությունում անտեսվել են x'^2-ուց քառակուսային կախ-ված փուլերը ($ka^2\cos^2\theta_0/2L_s \ll \pi$, $a^2/2|\Lambda| z tg^2\theta_0 \ll 1$): Մնացած ինտեգրալները համապատասխանում են ճեղքերի վերջավոր չափերին: Ինտեգրումից հետո կստա-նանք.

$$E_{h1,2} = (2a)F_{1,2}(x,z)\frac{\sin\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2}}, \qquad (5.35)$$

որտեղ

$$\gamma_{1,2} = ka\cos\theta_0\left[\Delta\theta \mp \frac{c\cos\theta_0}{L_s} + \frac{\pi(x\pm c)}{k\Lambda z tg^2\theta_0\cos\theta_0}\right]: \qquad (5.36)$$

(5.36)-ում $\gamma_{1,2}$-ի արտահայտության մեջ անտեսվել է $\cos\theta_0$-ի և $\cos\theta$-ի միջև տարբե-րությունը, և բևեռացվելիության կեղծ մասի փոքր լինելու պատճառով կարելի է հաշվի առնել միայն Λ-ի իրական Λ_r մասը: (5.35)-ից և (5.36)-ից հետևում է, որ ճեղքերի վեր-ջավոր չափը կարելի է անտեսել, եթե

$$ka\cos\theta_0|\Delta\theta| \ll \pi,\quad ka\cos^2\theta_0\frac{c}{L_s} \ll \pi,\quad \pi(|x|+c)\frac{a}{cD} \ll \pi: \qquad (5.37)$$

(5.37)-ի երրորդ անհավասարությունը տեղի կունենա բոլոր x-երի համար, եթե $\pi(|x_{max}|+c)a/cD = \pi a/\Lambda_r tg\theta_0 \ll \pi$, որտեղ $|x_{max}| = AB/2$ (նկ.5.1): Ուժգնության բաշխումը՝

$$I_h = |E_{h1}+E_{h2}|^2: \qquad (5.38)$$

(5.37) պայմանների իրականանալու դեպքում ճեղքերը կարելի է համարել անվերջ նեղ: (5.37)-ի երրորդ պայմանը $|x|<c$ տիրույթում (մասնավորապես $x=0$-ում) ընդունում է $a \ll D$ տեսքը: Սա նշանակում է, որ ինտերֆերենցային գծերի դիտման համար անհրաժեշտ է, որ ճեղքի կենտրոնի և այդ նույն ճեղքի եզրերի միջև փուլային $\pi a/D$ տարբերությունը շատ փոքր լինի π-ից:

Ընդհանուր դեպքում ինտերֆերենցային գծերի ցայտունությունը կախված է ճեղ-քերի չափերից: Ճեղքերի վերջավոր չափերի ազդեցությունը ինտերֆերենցային գծերի ուժգնության բաշխման վրա կարելի է ուսումնասիրել, վերլուծելով $\sin\gamma_{1,2}/\gamma_{1,2}$ ֆունկցիաների վարքը, որոնցում կարելի է անտեսել կլանման ազդեցությունը: (5.36)-ի համաձայն՝ $\sin\gamma_{1,2}/\gamma_{1,2}$ ֆունկցիաները հասնում են իրենց առավելագույն արժեքներին

$$x_{max1,2} = \mp c - \frac{kcD\cos\theta_0\Delta\theta}{\pi} \pm \frac{kc^2\cos^2\theta_0 D}{\pi L_s} \qquad (5.39)$$

կոորդինատներով կետերում, որտեղ վերին նշանը համապատասխանում է առաջին ճեղ-քին: Առաջին ճեղքի համար առաջին երկու զրոները

$$x_{01} = \pm \frac{cD}{a} - c - \frac{kcD\cos\theta_0 \Delta\theta}{\pi} + \frac{kc^2\cos^2\theta_0 D}{\pi L_s} \tag{5.40}$$

կոորդինատներով կետերում են, իսկ երկրորդ ճեղքի համար`

$$x_{02} = \pm \frac{cD}{a} + c - \frac{kcD\cos\theta_0 \Delta\theta}{\pi} - \frac{kc^2\cos^2\theta_0 D}{\pi L_s} \tag{5.41}$$

կոորդինատներով կետերում, $\pm$ նշանները համապատասխանում են $\gamma_{1,2} = \pm\pi$ արժեքներին: Երկու առավելագույն արժեքների կոորդինատների միջև եղած հեռավո-րությունը`

$$\Delta x_{\max} = x_{\max 2} - x_{\max 1} = 2c\left(1 - \frac{kc\cos^2\theta_0 D}{\pi L_s}\right) \tag{5.42}$$

և կախված չէ $\Delta\theta$-ից: Երբ $L_s = \infty$, $\Delta x_{\max} = 2c$: L_s-ը նվազելիս $\Delta x_{\max}$-ը նվազում է և հավասարվում զրոյի, երբ

$$L_{s0} = \frac{kc\cos^2\theta_0 D}{\pi}: \tag{5.43}$$

Այս դեպքում $x_{\max 1,2} = 0$, երբ $\Delta\theta = 0$: L_s-ի հետագա նվազմանը զուգընթաց $|\Delta x_{\max}|$-ն աճում է, բայց $\Delta x_{\max} < 0$: Ինտերֆերենցային գծեր կդիտվեն, եթե երկու ճեղքերի ֆունկ-ցիաներն ունենան վերադրման տիրույթ: Վերադրման տիրույթն ունի առավելագույն չափ, եթե տեղի ունի (5.43) առնչությունը: Ճեղքերի չափերը մեծացնելիս յուրաքանչյուր ճեղքի երկու առաջին զրոների միջև հեռավորությունը փոքրանում է և համապատաս-խանաբար փոքրանում է երկու տարբեր ճեղքերի լայնույթների վերադրման տիրույթը:

Կլանումը որոշ ուղղումներ է մտցնում (5.35) լայնույթների վարքի մեջ: Կլանումը և քառակուսային փուլերը, որոնք անտեսվել են (5.32)-ում, որոշ ազդեցություն ունեն AB-ի եզրերում: Թվային հաշվարկներից հետևում է, որ յուրաքանչյուր ճեղքի (5.35) ֆունկցիայի զրոներն ավելի մոտ են ստացվում, քան (5.40) և (5.41) բանաձևերով տրվող արժեքները:

Նկ.5.2-ում ցույց տրված սխեման կարելի է օգտագործել որևէ ճեղքից հետո դրված նմուշի δ դեկրեմենտը որոշելու համար, ինչպես դա արվում է Ռելեյի օպտիկա-կան ինտերֆերաչափում:

Երկրորդ ճեղքից հետո տեղադրված նմուշի միջով անցած ալիքը ձեռք կբերի լրացուցիչ $-kt\delta$ փուլ, որտեղ t-ն նմուշի հաստությունն է: Հետևա-բար՝ թույլ կլանվող ճյուղի համար (5.16)-ի փոխարեն կունենանք $\Delta x = -kcD\cos\theta_0 \Delta\theta / \pi + ktD\delta / 2\pi$, և նմուշի առկայությամբ պայմանավորված $\Delta x(\delta)$ շեղման համար կստանանք՝

$$\Delta x(\delta) = \frac{ktD\,\delta}{2\pi}: \tag{5.44}$$

Փորձում չափելով $\Delta x(\delta)$-ն՝ կարելի է որոշել նմուշի բեկման ցուցիչը:

Նկ.5.3-ի սխեմայի օգտագործումը հնարավորություն է տալիս որոշելու երկու ոչ կոհերենտ աղբյուրների անկյունային հեռավորությունը, ինչպես դա արվում է օպտիկա-յում Մայքելսոնի աստղային ինտերֆերաչափով:

Դիտարկենք երկու ոչ կոհերենտ աղբյուրներ, որոնց առաքած հարթ ալիքները $(L_s \to \infty)$ բյուրեղի անդրադարձնող հարթությունների հետ կազմում են θ_1 և θ_2 անկյուններ: (5.13)-ի համաձայն, եթե հաշվի առնվեն միայն թույլ կլանվող ճյուղերը, և աղբյուրների ոչ կոհերենտությունը, ապա արդյունարար ուժգնությունը՝

$$I_h \sim 1 + \cos\left[\frac{2\pi x}{D} + k\cos\theta_0\,(\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2)c\right]\cos[k\cos\theta_0\,(\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2)c], \tag{5.45}$$

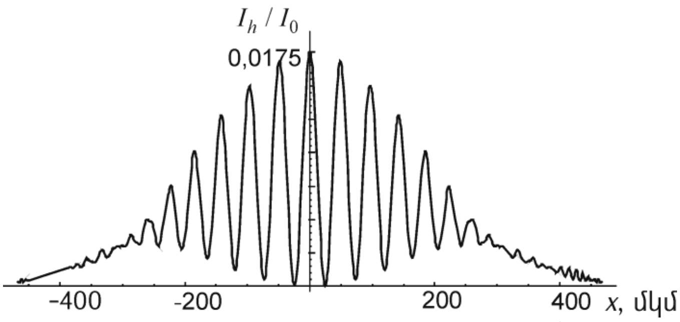
որտեղ $\Delta\theta_1 = \theta_1 - \theta_0$, $\Delta\theta_2 = \theta_2 - \theta_0$: Փոփոխելով c-ն՝ կարելի է հասնել գծերի վերաց-ման, որի համար պետք է տեղի ունենա $k\cos\theta_0\left|\theta_1 - \theta_2\right|c = \pi/2$ պայմանը, որտեղից էլ կարելի է որոշել աղբյուրների անկյունային հեռավորությունը՝

$$\left|\theta_1 - \theta_2\right| = \frac{\pi}{2k\cos\theta_0 c}: \tag{5.46}$$

§5.1. 6. *Օրինակի քննարկում*

Ստացված արդյունքները լուսաբանելու նպատակով քննարկենք $\lambda \approx 0{,}71\mathring{A}$ ալիքի երկարությամբ ճառագայթման $Si(220)$ անդրադարձման $(\theta_0 = 10{,}6^\circ, \Lambda_{r\sigma} = 36{,}6$ մկմ$)$ երկու ճեղքի վրա դինամիկական դիֆրակցիան: Ճեղքերի համար ընտրվել են հետևյալ պարամետրերը՝ $2c = 160$ մկմ, $2a = 10$ մկմ, $z = 3$ մմ: Ընտրված պարամետրերի դեպ-քում $\mu z = 4{,}4$ և, հետևաբար, կարելի է հաշվի առնել երկու բեռացումների միայն թույլ կլանվող ճյուղերը: Ստորև նկարներում պատկերված են ուժգնությունների բաշխումնե-րը բյուրեղի ելքի մակերևույթի AB տեղամասում (Նկ.5.1): Որպես ուժգնության միավոր ընտրվել է ընկնող չբևեռացված փնջի բևեռացումներից մեկի $I_0 = I_0^i / 2 = |A|^2$ ուժգնու-թյունը, որտեղ I_0^i-ն ընկնող փնջի ուժգնությունն է:

Անհրաժեշտ է քննարկել գծերի տեսանելիության բոլոր պայմանները: (5.8) պայ-մանը համանման է (5.37)-ի առաջին պայմանին, որից դիտարկվող օրինակի համար գնահատման համաձայն՝ անվերջ նեղ ճեղքերի դեպքում գծերը կդիտվեն, եթե բավարարվում է $|\Delta\theta| << 7{,}2 \cdot 10^{-6}$ պայմանը: Մյուս կողմից, ժամանակային կոհերենտու-թյան անհրաժեշտ պայմանը որոշվում է (5.24)-ով և (5.28)-ով: Սակայն եթե տեղի ունի (5.28) պայմանը, ապա (5.24)-ը տեղի կունենա ինքնըստինքյան: (5.28)-ից կստանանք հետևյալ գնահատականը՝ $|\Delta\lambda / \lambda| << 1{,}2 \cdot 10^{-6}$: (5.37)-ի երկրորդ պայմանից, որը որոշում է ընկնող փնջի՝ ճեղքերի վերջավոր չափերի հետ կապված կոլիմացիայի աստիճանը, հետևում է, որ $L_s >> 22$ մ: (5.37)-ի երրորդ պայմանը չի բավարարվում AB-ի եզրերում, քանի որ $a / \Lambda_{r\sigma} tg\theta_0 = 0{,}73$:

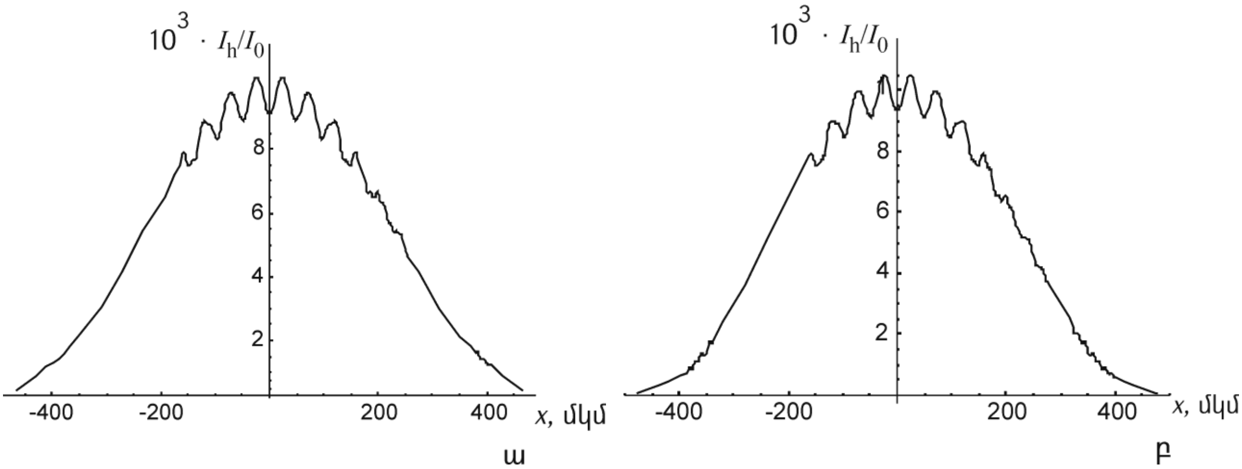


Նկ.5.5. Ընկնող հարթ, մեներանգ, չբևեռացված ալիքի ուժգնության բաշխումը ($I_h = |E_{h\sigma}|^2 + |E_{h\Pi}|^2, L_s = \infty, \Delta\theta = 0$) (թվային հաշվարկ ըստ (5.5), (5.6) և (5.38) բանաձևերի)

Անհրաժեշտ տարածական կոհերենտությունը, այսինքն՝ աղբյուրի չափերի ազդեցությունը, գնահատվում է (5.30)-ով: Եթե աղբյուրի չափը՝ $l = 30$ մկմ է, ապա $L_s >> 70$ մ: Այսպիսով՝ փունջը պետք է կոլիմացվի այնպես, որ այդ կոլիմացիան համա-պատասխանի $L_s >> 70$ մ-ին: Ըստ (5.20)-ի՝ բևեռացումներից եկող մոդուլման հետևան-քով երկու հաջորդական վերացումների միջև դիտվող գծերի քանակը՝ $N = 14$: Պարբերությունը ֆունկցիա է դիտման հարթության խորությունից: Երբ $z = 3$ մմ, երկու անկախ բևեռացումների պարբերությունների համար (5.15)-ից հետևում է, որ $D_\sigma = 48{,}3$ մկմ, $D_\Pi = 51{,}8$ մկմ:

Նկ.5.5-ից ակնհայտ է, որ վերլուծաբար ստացված հիմնական արդյունքները համ-ընկնում են թվային հաշվարկով ստացված արդյունքի հետ: Նկ.5.5-ը ցույց է տալիս ան-կախ բևեռացումների ուժգնությունների գումարման հետևանքով առաջացած ինտեր-ֆերենցային գծերի ուժգնության մոդուլումը: Թվային հաշվարկով ստացված այս արդյունքը լավագույնս համընկնում է վերլուծական եղանակով ստացված (5.15) արդյունքի հետ:

(5.28) բանաձևի համաձայն՝ գծերը վերանում են, երբ $|\Delta\lambda/\lambda| = |\Delta\lambda/\lambda|_{cr} = 1{,}2\cdot 10^{-6}$: Թվային հաշվարկի հիման վրա ստացված ուժգնության բաշխումը (Նկ.5.6.*ա*) համընկնում է այս վերլուծական եզրակացության հետ: Վերջավոր չափերով աղբյուրի

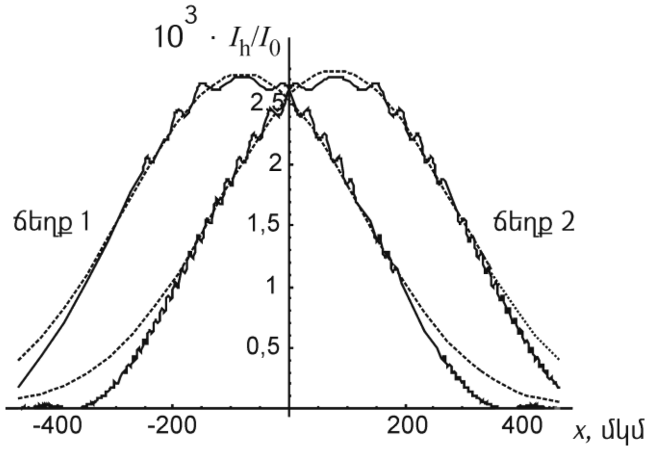


Նկ.5.6. Ուժգնության բաշխումը *ա*. քվազիմեներանգ ալիք $\Delta\lambda/\lambda = (\Delta\lambda/\lambda)_{cr} = 1{,}2\cdot 10^{-6}$, կա-տարվել է ինտեգրում ըստ ալիքի երկարությունների և գումա-րում ըստ բևեռացումների. *բ*. աղբյուրի չափը՝ $l = 30$ մկմ և $L_s = L_{scr} = 70$ մ: Կատարվել է ուժգնության ինտեգրում ըստ ոչ կոհերենտ աղբյուրների ξ կոորդինատների և գումարում ըստ բևեռացումների (թվային հաշվարկ ըստ (5.5), (5.6) և (5.38) բանաձևերի):

դեպքում, ըստ (5.30)-ի, գծերը վերանում են, երբ $L_{scr} = kc\cos\theta_0 l/\pi = 70$ մ: Նկ.5.6.*բ*-ի թվային հաշվարկի արդյունքները համընկնում են այս վերլուծական եզրակացության հետ:

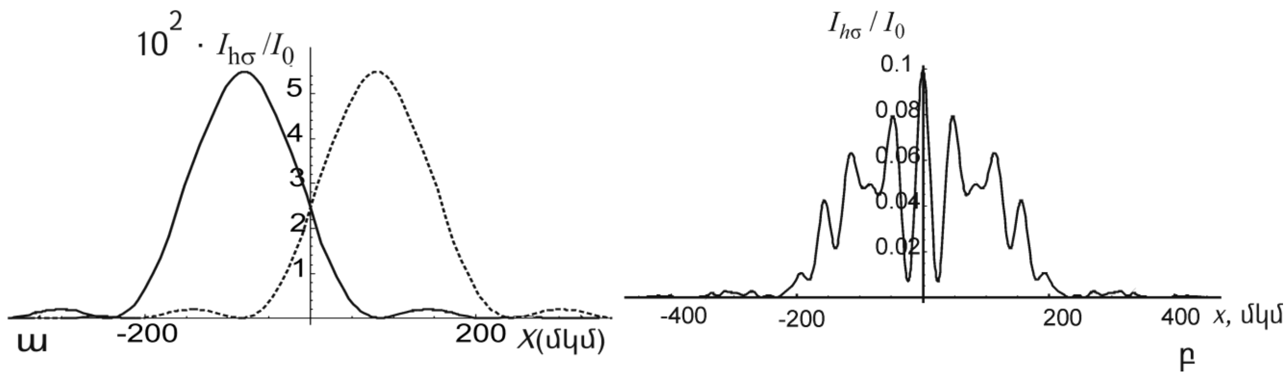
Նկ.5.7-ից ակնհայտ է, որ առանձին ճեղքից (5.35) բանաձևով հաշվարկված ուժգնության բաշխումը համընկնում է թվային հաշվարկով ստացված արդյունքի հետ:

Ինտերֆերենցային գծերը, որոնք համապատասխանում են Նկ.5.7 և Նկ.5.8.*ա*-ի դեպքի ճեղքերին, պատկերված են Նկ.5.5-ում և Նկ.5.8.*բ*-ում: Նկ.5.8.*բ*-ի և Նկ.5.5-ի համեմատությունից բխում է, որ ինտերֆերենցային գծերը վերանում են լայն ճեղքերի դեպքում: Նկ.5.8.*ա*-ում ճեղքերի ֆունկցիաների վերադրումը փոքր է: Նկ.5.9.*ա*-ում ցույց է տրված, որ ճեղքի ֆունկցիաներն առավելագույն չափով վերադրվում են, երբ $L_s = kc\cos^2\theta_0 D/\pi$: Նկ.5.8.*բ*-ի և նկ.5.9.*բ*-ի համեմատությունից բխում է, որ այդ հեռավորության դեպքում ինտերֆերենցային գծերը կրկին վերականգնվում են: Ինտերֆերենցային գծերի թիվը նկ.5.9.*բ*-ում ավելի քիչ է, քան նկ.5.5-ում, որտեղ $2a = 10$ մկմ: Սա հետևանքն է այն բանի, որ նկ.5.9.*բ*-ում $2a = 45$ մկմ, և ճեղքի ֆունկցիաների կիսալայնությունն ավելի փոքր է:



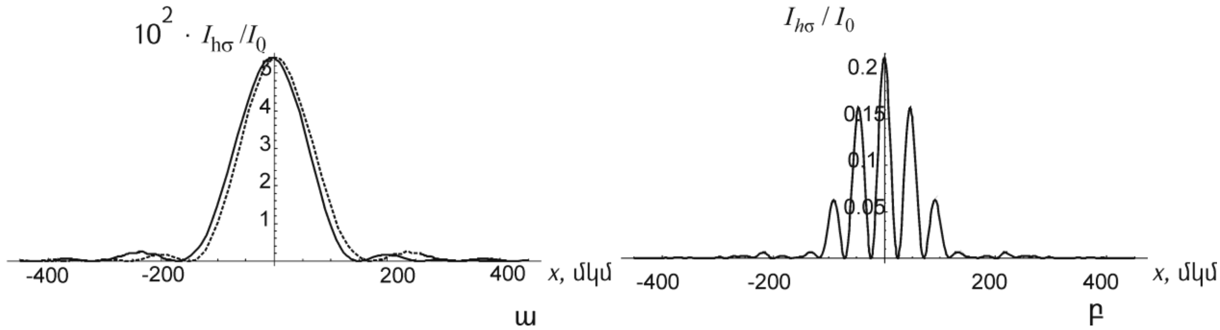
Նկ.5.7. Առանձին ճեղքերի ուժգնությունների բաշխումների համեմատումը (հոծ գիծ՝ թվային հաշվարկ ըստ (5.32) բանաձևի, կետագիծ՝ ըստ (5.33) մոտավոր բանաձևի)

Գնահատենք նաև երկու ոչ կոհերենտ աղբյուրների անկյունային հեռավորությունը, որը կարելի է չափել Մայքելսոնի դինամիկական դիֆրակտային աստղային ինտերֆերաչափով: (5.46)-ի համաձայն՝ $|\theta_1 - \theta_2| = 0{,}05''$: c-ի մեծացման



Նկ.5.8. *ա.* Ուժգնության բաշխումն առանձին ճեղքերի համար. σ-

բևեռացում, հարթ մեներանգ ալիք, $\Delta\theta=0$, $2a = 45$մկմ (թվային հաշվարկ ըստ (5.32) բանաձևի, ճեղք 1՝ հոծ գիծ, ճեղք 2՝ կետագիծ). *բ.* համապատասխան ինտերֆերենցային գծերի ուժգնության բաշխումը (թվային հաշվարկ ըստ (5.4) և (5.32) բանաձևերի):



Նկ.5.9. Ուժգնության բաշխումը. *ա.* առանձին ճեղքերի համար (ճեղք 1՝ հոծ գիծ, ճեղք 2՝ կետագիծ), *բ.* ստացված ինտերֆերենցային գծերի համար (σ-բևեռացում, գնդային մեներանգ ալիք, $L_s = L_{s0} = 105{,}5$մ, $\Delta\theta=0$, $2a = 45$մկմ, թվային հաշվարկ)

հետ անկյունային հեռավորության չափման ճշտությունը մեծանում է:

(5.28) և (5.30) բանաձևերից հետևում է, որ մեներանգության և աղբյուրի չափե-րի նկատմամբ պահանջներն ավելի հեշտ է իրագործել սինքրոտրոնային աղբյուրների կամ ազատ էլեկտրոնային ռենտգենյան լազերների միջոցով, քան լաբորատոր ռենտ-գենյան աղբյուրներով: Ընկնող փնջի ձևավորման հնարավոր փորձարարական սխե-մաներից մեկը կարող է լինել [148]-ում ներկայացված սխեման, որն ունի հետևյալ բա-ղադրիչները՝ ‹‹երկբյուրեղային մեներանգիչ + անհամաչափ կոլիմատոր››, ընդ որում կոլիմատորի անհամաչափության գործոնը կարող է փոխվել 1/50-ից մինչև 1/10: Երկու ճեղքի վրա դինամիկական դիֆրակցիա իրականացնելու համար անհրաժեշտ է [148]-ի եռաթիթեղ ինտերֆերաչափը փոխարինել ‹‹երկու ճեղք+բյուրեղ›› համակարգով:

Հավանաբար համապատասխան կոլիմատորի օգնությամբ հնարավոր է իրակա-նացնել երկու ճեղքի վրա դինամիկական դիֆրակցիա նաև լաբորատոր ռենտգենյան աղբյուրների օգնությամբ:

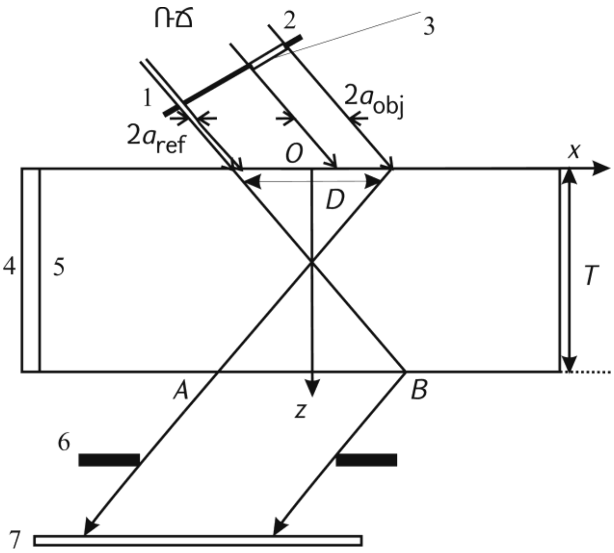
§5.2. *Ռենտգենյան բյուրեղ-դիֆրակցիոն ֆուրիե-հոլոգրաֆիա*

§5.2.1. *Բյուրեղ-դիֆրակցիոն ֆուրիե-հոլոգրամի գրառումը*

Պատմականորեն հոլոգրաֆիան սկզբնավորվել է որպես երկաստիճան պրոցես՝ ռենտգենյան ճառագայթներով կամ էլեկտրոնային ալիքներով առարկայի դիֆրակտա-յին պատկերի՝ հոլոգրամի, գրառում և լույսով առարկայի պատկերի վերականգնում: Սակայն հետագայում, կապված էլեկտրոնային և ռենտգենյան օպտիկայի դժվարու-թյունների հետ, այդ եղանակը զարգացել է որպես օպտիկական եղանակ [203,204]: Օպտիկայում գոյություն ունեն հոլոգրամի գրառման և առարկայի պատկերի վերա-կանգնման մի քանի հիմնական եղանակներ. ֆրենելյան հոլոգրաֆիա՝ առանցքային (Գաբորի) և ոչ առանցքային հոլոգրաֆիա, ֆրաունհոֆերյան հոլոգրաֆիա, ֆուրիե-հոլոգրաֆիա, ինտերֆերաչափային հոլոգրաֆիա: [194]-ում նշվել է, որ ռենտգենյան հոլոգրաֆիան կարելի է զարգացնել ռենտգենյան դիֆրակտային եղանակների կի-րառմամբ: Գրեթե միաժամանակ [205]-ում առաջարկվել է ռենտգենադիֆրակտային ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիայի եղանակ, որը զարգացվել է [206,207]-ում: Այս եղանակին մոտ կարելի է համարել նաև Մոմոզի մեթոդը [180], որտեղ օգտագործվում է եռաթիթեղ ռենտգենյան ինտերֆերաչափ, որի բազուկներից մեկում տեղադրվում է հետազոտվող առարկան: Երրորդ կամ չորրորդ թիթեղից հետո ստացված և գրանց-ված ինտերֆերենցային դաշտն առարկայի հոլոգրամն է: [208]-ում առաջարկվել է բյուրեղին մոտ ռենտգենյան ալիքների աղբյուրի պատկերի վերականգնման դինա-միկական դիֆրակտային եղանակ: Կինեմատիկական բրեգյան դիֆրակցիայի օգտա-գործմամբ ռենտգենյան հոլոգրաֆիական եղանակ է առաջարկվել [215]-ում:

Շնորհիվ երրորդ սերնդի ռենտգենյան սինքրոտրոնային աղբյուրների և ռենտգենյան ազատ էլեկտրոնային լազերների, հնարավոր է դարձել նաև ռենտգենյան հոլոգրաֆիայի զարգացումն առանց բրեգյան դիֆրակցիայի կիրառման [209-214]:

Այսպիսով՝ ռենտգենյան հոլոգրաֆիան կարելի է զարգացնել ինչպես ռենտգենյան դինամիկական կամ կինեմատիկական դիֆրակցիայի կիրառմամբ, այն-պես էլ առանց դրա: Համեմատելով այդ երկու եղանակները, պետք է նշել, որ առանց դիֆրակցիայի կիրառման եղանակներն ունեն ավելի բարձր լուծունակություն, սակայն բյուրեղ-դիֆրակտային եղանակների օգտագործումը փոքրացնում է եղանակի լուծունակությունը: Մյուս կողմից, բյուրեղ-դիֆրակտային եղանակների օգտագործումը հնարավորություն է տալիս առանց դժվարության ստանալու մեծ չափերի (միլիմետրի կարգի և ավելի մեծ) հոլոգրամներ, քանի որ առարկայական և հենային ալիքներն առաջացնում են մի քանի տասնյակ աստիճանի բացվածքով Բորմանի եռանկյուններ, սակայն վակուումում նման չափի հոլոգրամներ ստանալու համար փունջը պետք է անցնի մի քանի տասնյակ կամ հարյուր մետր: Այս եղանակներից յուրաքանչյուրը կա-րող է ունենալ իր կիրառության ոլորտը, քանի որ հետաքրքրություն են ներկայացնում



Նկ.5.10. Ռենտգենյան բյուրեղ-դիֆրակտային ֆուրիե-հոլոգրամի գրառման սխեման: ՌՃ` ռենտգենյան ճառագայթներ, 1` նեղ ճեղք (կետային աղբյուր), 2` ճեղք, որում տեղադրվում է հետազոտվող առարկան, 3` առարկա, 4` բյուրեղական թիթեղ, 5` անդ-րադարձնող հարթություն, 6` ճեղք, 7` բյուրեղ-դիֆրակտային հոլոգրամ: Պատկերված է նաև *xz* կոորդինատային հարթությունը, որը համընկնում է դիֆրակցիայի հարթու-թյան հետ:

և' այն առարկաները, որոնք ունեն միկրոնի և միկրոնից փոքր անհամասեռություններ, և' այն առարկաները, որոնց անհամասեռությունը միկրոնից մինչև տասնյակ միկրոննե-րի կարգի է:

§5.1-ում Յունգի դինամիկական դիֆրակտային գծերի ստացման եղանակը, ինչպես և օպտիկայում Յունգի եղանակը, ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի պարզագույն դեպքն է (առարկայի դեր է խաղում ճեղքերից որևէ մեկը), այնպես որ այդ եղանակը կարող է դինամիկական դիֆրակտային ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի զարգացման հիմք ծառայել: Ստորև առաջարկվել և տեսականորեն հետազոտվել է միաբյուրեղային դինամիկական դիֆրակտային ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի եղանակը:

Բյուրեղ-դիֆրակտային ֆուրիե-հոլոգրամի գրառման սխեման պատկերված է նկ.5.10-ում: Դիտարկվում է երկալիքային համաչափ երկրաչափությամբ Լաուե դիֆ-րակցիա կատարյալ բյուրեղում: Բյուրեղի առջև դրվել է երկու ճեղք: Ճեղքերից մեկը նեղ է և ձևավորում է նեղ փունջ (կետային աղբյուր), իսկ մյուսում դրվում է առարկան: Հարթ զուգահեռ, միավոր լայնույթով փունջն ընկնում է բյուրեղի վրա: Ճեղքերով ան-ցած փնջերը բյուրեղի ելքի մակերևույթին ձևավորում են ինտերֆերենցային դաշտ: Նեղ ճեղքով անցած փունջը (կետային աղբյուր) հենային ալիքն է, իսկ մյուս ճեղքով անցած փունջը՝ առարկայականը: Նշանակելով համապատասխան դիֆրակտված ալիքների լայնույթները $E_{h\mathrm{ref}}$ –ով և $E_{h\mathrm{obj}}$ -ով, դիֆրակտված դաշտի լայնույթը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$E_h = E_{h\mathrm{ref}} + E_{h\mathrm{obj}}: \tag{5.47}$$

(5.47)-ի համաձայն՝ բյուրեղի ելքի մակերևույթին դիֆրակտված դաշտի ուժգնությունը՝

$$I_h = \left|E_{h\mathrm{ref}}\right|^2 + E_{h\mathrm{ref}}E^{*}_{h\mathrm{obj}} + E^{*}_{h\mathrm{ref}}E_{h\mathrm{obj}} + \left|E_{h\mathrm{obj}}\right|^2: \tag{5.48}$$

Ուսումնասիրենք $T/\Lambda >> 1$ և $\mu T >> 1$ դեպքը, որտեղ T -ն բյուրեղի հաստությունն է, Λ-ն՝ էքստինկցիոն երկարությունը, μ-ն՝ բյուրեղի գծային կլանման գործակիցը, երբ կարելի է դիտարկել միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը: Դիֆրակտված դաշտի լայնույթի որոշման համար օգտվենք (4.28) և (4.29) բանաձևերից, որոնցում $\chi_h^{(1)}$-ի փոխարեն կօգտագործենք χ_h, և կատարենք հետևյալ մոտավորությունները: Նախ՝ օգտվենք Գրինի ֆունկցիայի (5.12) ասիմպտոտական մոտավորությունից, նրանում թողնելով միայն σ-բևե-ռացման թույլ կլանվող ճյուղը: Առարկայական ալիքի լայնույթը կստացվի ըստ առարկայական ճեղքի ինտեգրումով, իսկ հենային ալիքինը՝ ըստ նեղ ճեղքի ինտեգրումով: Նշված ինտեգրումները կատա-րելիս Գրինի ֆունկցիայի արգումենտը կվերածենք Թեյլորի շարքի $x = x_{\mathrm{obj}}$ առարկայի կենտրոնի կոորդինատի շուրջը և $x = x_{\mathrm{ref}}$ նեղ ճեղքի կենտրոնի կոորդինատի շուրջը: Առարկայի տիրույթում փուլում կթողնենք մինչև $x'–x_{\mathrm{obj}}$ գծային անդամները ներառյալ (x' – ը փաթույթի ինտեգրման փոփոխականն է), իսկ նեղ ճեղքի տիրույթում կկիրառենք կետային աղբյուրի մոտավորությունը, այսինքն՝ կանտեսենք նաև ըստ ($x'-x_{ref}$) –ի գծային անդամները: Ընդ որում, հաշվի կառնենք բևեռացվելիության ֆուրիե-գործակից-ների կոմպլեքսությունը, ինչպես նաև այն, որ բևեռացվելիության կեղծ մասի ֆուրիե-գործակիցները բացարձակ արժեքով շատ անգամ փոքր են իրական մասի ֆուրիե-գործակիցների բացարձակ արժեքներից: Դրան համաձայն, վերլուծության համապա-տասխան անդամներում, որոնք պարունակում են կեղծ մասերի ֆուրիե գործակիցները, փուլերում կանտեսենք նաև ($x'-x_{obj}$)-ին և ($x'-x_{ref}$)-ին համապատասխանող անդամները: Այդ կերպ գտնում ենք

$$E_{href} = 2a_{ref}Q\exp[i\Phi_{ref}(x)+\Psi_{ref}(x)], \tag{5.49}$$

$$E_{hobj} = Q\exp[i\Phi_{obj}(x)+\Psi_{obj}(x)]\tilde{t}(x,y), \tag{5.50}$$

$$\tilde{t}(x,y) = \int_{-a_{obj}}^{a_{obj}} t(x'+x_{obj},y)\exp\left[ik_0(x-x_{obj})\frac{x'}{F}\right]\exp(ik\cos\theta\Delta\theta x')dx' \tag{5.51}$$

արտահայտությունները, որոնցում $2a_{ref}$-ը նեղ ճեղքի, իսկ $2a_{obj}$-ը՝ առարկայի չափերն են դիֆրակցիայի հարթության մեջ, $Q = -[8T\Lambda]^{-1/2}\operatorname{ctg}\theta\exp(i\Phi_0 - \mu_d T/2\cos\theta)$, Φ_0-ն հաստա-տուն փուլ է, $\mu_d = \mu(1-\chi_{hi}/\chi_{0i}), \chi_{hi} > 0, \ \chi_{0i} > 0$՝ բյուրեղի բևեռացվելիության կեղծ մա-սի ֆուրիե-գործակիցներն են, θ-ն՝ Բրեգի անկյունը, $\Delta\theta$–ն՝ Բրեգի անկյունից շեղումը,

$$\Phi_{ref,obj}(x) = k_0\left(\frac{xx_{ref,obj}}{F} - \frac{x_{ref,obj}^2}{2F}\right) + k\cos\theta\Delta\theta x_{ref,obj}, \tag{5.52}$$

$$\Psi_{ref,obj}(x) = -k_0\eta\frac{(x-x_{ref,obj})^2}{2F}, \tag{5.53}$$

$\eta = \chi_{hi}/|\chi_{hr}| << 1$, χ_{hr}-ը բևեռացվելիության իրական մասի ֆուրիե-գործակիցն է, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$՝ ալիքային թիվը, իսկ λ_0-ն՝ լույսի ալիքի երկարությունը, որն օգտա-գործվում է հոլոգրամից առարկայի պատկերը վերականգնելիս, $F = T\Lambda\operatorname{tg}^2\theta k_0/\pi$ (F/k_0 -ն կախված չէ k_0-ից, որն օգտագործվում է հետագայում պատկերի վերականգնման հաշվարկների հարմարության համար), $t(x,y)$-ն առարկայի լայնույթային անցման կոմպլեքս գործակիցն է, կոորդինատային համակարգի սկզբնակետը երկճեղք համա-կարգի կենտրոնում է: Այստեղ և հետագա շարադրանքում դիտարկվում է կենտրոնա-համաչափ բյուրեղի դեպքը: Գլխավոր եզրակացությունը, որ կարելի է անել (5.50) և (5.51) արտահայտություններից, նույնն է, ինչ որ օպտիկայում՝ առարկայական ալիքի լայնույթը համեմատական է առարկայի լայնութային անցման կոմպլեքս գործակցի ֆուրիե-պատկերին: Վերականգնման ժամանակ կատարվում է հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխություն, և վերականգնվում է առարկայի լայնութային անցման կոմպլեքս գործակիցը: Գրառելով (5.48) ուժգնության բաշխումը՝ ստանում ենք առարկայի հոլո-գրամը: Յոլոգրամի գրանցման AB տիրույթը ցույց է տրված նկ.5.10-ում:

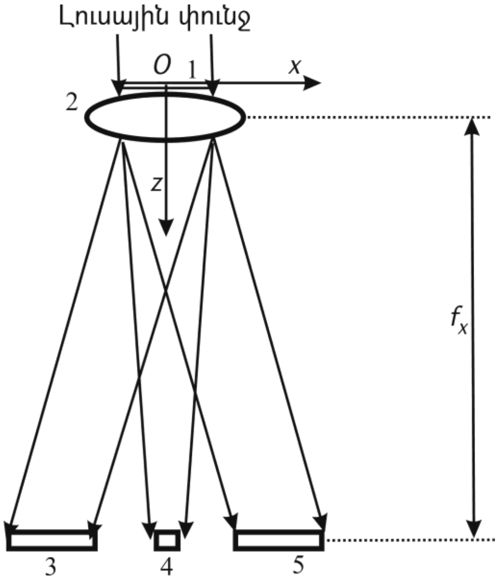
Կատարված հաշվարկներում դիտարկվել է մեներանգ ալիք և անտեսվել են աղբ-յուրի չափերը: Իրական ալիքները մեներանգ չեն, իսկ իրական աղբյուրներն ունեն չա-փեր: Յամառոտակի քննարկենք տարածական (աղբյուրի չափերի հետ կապված լայ-նական կոհերենտություն) և ժամանակային (ոչ մեներանգության հետ կապված կոհե-րենտություն) կոհերենտություններին ներկայացվող պահանջները: Գնահատումները, որոնք կատարվում են նույն կերպ, ինչպես [146]-ում և §5.1-ում, հանգեցնում են հետևյալ պահանջներին, որոնց բավարարվելու դեպքում աղբյուրի չափերը և ոչ մենե-րանգությունը չեն ազդի հոլոգրամի ուժգնության բաշխման վրա. տարածական կոհերենտության համար անհրաժեշտ է որ $D\cos\theta\, l \ll \lambda L_s$, իսկ ժամանակային կոհե-րենտության համար՝ $D\cos\theta\,\mathrm{tg}\theta \ll \lambda^2/(2\Delta\lambda) = l_c$, D-ն երկճեղք համակարգի ընդհանուր չափն է x առանցքի ուղղությամբ (նկ.5.10), l-ը՝ աղբյուրի չափը դիֆրակցիայի հարթու-թյան մեջ ընկնող փնջի տարածման ուղղությանն ուղղահայաց ուղղությամբ, L_s-ը՝ «աղբյուր-բյուրեղ» միջին հեռավորությունը, $2\Delta\lambda$-ն՝ միջին ալիքի երկարության շուրջ ալիքի երկարությունների տիրույթը, l_c-ն՝ կոհերենտության երկայնական չափը:

§5.2.2. Վերականգնումը լույսով

Առարկայի պատկերի վերականգնման նպատակով հոլոգրամը տեղադրվում է տեսանելի տիրույթի լույսի տարածման ճանապարհին: Ենթադրվում է, որ հոլոգրամի մակերևույթին ուղղահայաց ընկնում է միավոր լայնույթով հարթ լուսային ալիք: Յոլո-գրամն անցնելուց հետո դաշտի տարածումը նկարագրվում է համապատասխան Գրի-նի ֆունկցիայի պարաբոլական մոտավորությամբ` Կիրխհոֆի $P(x,y,z)$ պրոպագատորով [245]`

$$P(x,y,z) = -\frac{ik_0}{2\pi z}\exp\left(ik_0\frac{x^2+y^2}{2z}\right): \tag{5.54}$$

Կոորդինատային առանցքները զուգահեռ են բյուրեղում դիֆրակցիան նկարագրելիս



Նկ.5.11. Միաչափ առարկայի պատկերի վերականգնումը: 1` ռենտգենադիֆրակտային ֆուրիե-հոլոգրամ, 2` f_x ֆոկուսային հեռավորությամբ գլանային ոսպնյակ, 3, 4, 5` հա-մալուծ պատկեր, ուղիղ փունջ ու հալո և իրական պատկեր համապատասխանաբար:

օգտագործված կոորդինատային առանցքներին, սակայն z առանցքի սկիզբն այժմ համընկնում է հոլոգրամի մակերևույթին: Միաչափ $t(x)$ և երկչափ $t(x,y)$ դեպքերում անհրաժեշտ է կիրառել վերականգնման երկու տարբեր եղանակներ:

Միաչափ դեպք: Յոլոգրամն անմիջապես տեղադրվում է f_x կիզակետային հեռավորու-թյամբ ոսպնյակից առաջ կամ հետո (Նկ.5.11): Գլանի առանցքն ուղղահայաց է (x,z) հար-թությանը: Յյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքի համաձայն` ալիքային դաշտի լայնույթը $z=f_x$ հարթության մեջ (ոսպնյակի կիզակետային հարթություն)` հոլոգրամը և ոսպնյակն անցնելուց հետո, որոշվում է

$$E_{\text{rec}} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} P\,(x - x', y - y', f_x)\exp\left(-ik_0\,\frac{x'^2}{2f_x}\right) I_h\,(x')dx'dy' \tag{5.55}$$

փաթույթով, որտեղ ինտեգրումը կատարվում է ըստ հոլոգրամի մակերևույթի: Ոսպնյակի կիզակետային հարթության մեջ տեղի է ունենում հակադարձ Ֆուրիե-ձևափոխություն և վերականգնվում է առարկայի պատկերը: (5.48)-ը տեղադրելով (5.55)-ի մեջ, օգտվելով (5.49), (5.50) լայնույթների մոտավոր տեսքերից և կատարելով ինտեգրում՝ վերականգնված լայնույթների համար ստանում ենք՝

$$E_{\text{rec1}} = A_1 \exp\left[ik_0\,\frac{(x - x_{\text{ref}})^2}{2f_x}\right]\exp\left[-\frac{k_0 x^2 F}{4f_x^2\eta}\right], \tag{5.56}$$

որտեղ

$$A_1 = \frac{k_0}{4\pi}\,a_{\text{ref}}^2\sqrt{\frac{2}{Ff_x\eta}}\,\exp\left(-\frac{\mu_d T}{\cos\theta} - ik_0\,\frac{x_{\text{ref}}^2}{2f_x}\right), \tag{5.57}$$

$$E_{\text{rec2}} = A_2\,\exp\left[ik_0\,\frac{(x - x_{\text{obj}})^2}{2f_x}\right]\exp\left(ik\cos\theta\Delta\theta\,\frac{xF}{f_x}\right)t^*\left(x_{\text{ref}} - \frac{xF}{f_x}\right), \tag{5.58}$$

որտեղ

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{1}{2}a_{\text{ref}}\exp\left(-\frac{\mu_d T}{\cos\theta} - k_0\,\frac{\eta x_{\text{ro}}^2}{4F} - i\frac{\pi}{4}\right)\sqrt{\frac{k_0}{2\pi f_x}}\times \\ &\times\exp\left[-ik_0\left(\frac{x_{\text{obj}}^2}{2f_x} + \frac{x_{\text{ro}}^2}{2F}\right) - k_0\left(\frac{k}{k_0}\cos\theta\Delta\theta + \frac{x_{\text{ro}}}{2F}\right)^2\eta F\right], \end{aligned} \tag{5.59}$$

իսկ $x_{\text{ro}} = x_{\text{ref}} - x_{\text{obj}}$,

$$E_{\text{rec3}} = A_3\,\exp\left[ik_0\,\frac{(x - x_{\text{obj}})^2}{2f_x}\right]\exp\left(ik\cos\theta\Delta\theta\,\frac{xF}{f_x}\right)t\left(x_{\text{ref}} + \frac{xF}{f_x}\right),\quad A_3 = A_2\exp\left(i\frac{k_0 x_{\text{ro}}^{\;2}}{F}\right), \tag{5.60}$$

$$E_{\text{rec4}} = A_4\,\exp\left[ik_0\,\frac{(x - x_{\text{obj}})^2}{2f_x}\right]\exp\left(ik\cos\theta\Delta\theta\,\frac{xF}{f_x}\right)\int\limits_{-\infty}^{+\infty} t\left(x' + x_{\text{obj}} + \frac{xF}{f_x}\right)t^*\,(x' + x_{\text{obj}})dx', \tag{5.61}$$

$$A_4 = \frac{1}{4}\exp\left(-\frac{\mu_d T}{\cos\theta} - \frac{i\pi}{4}\right)\sqrt{\frac{k_0}{2\pi f_x}}\,\exp\left[-ik_0\,\frac{x_{\text{obj}}^2}{2f_x} - k_0\left(\frac{k\cos\theta\Delta\theta}{k_0} - \frac{x_{\text{obj}}}{F}\right)^2\eta F\right]: \tag{5.62}$$

(5.56)−(5.62) լայնույթներից յուրաքանչյուրը համապատասխանում է (5.48) ուժգնու-թյան բաշխման մեջ չորս գումարելիներից յուրաքանչյուրի վերականգնված անդամին: E_{rec1}-ը համապատասխանում է վերականգնված հենային ալիքին և կենտրոնացված է $x = 0$ կետի շուրջը: E_{rec4}-ն այդ կետի շուրջը հալո է առաջացնում [204]: E_{rec2}-ը և E_{rec3}-ը համապատասխանում են առարկայի համալուծ և իրական պատկերներին: Համալուծ պատկերը պտտված է $180°$-ով, խոշորացված է

$$M = \frac{f_x}{F} \tag{5.63}$$

գործակցով և կենտրոնից x առանցքով շեղված է $x_{ref}f_x/F$ չափով: Իրական պատկերը խոշորացված է նույն գործակցով և կենտրոնից շեղված է $-x_{ref}f_x/F$ չափով: Այսպիսով՝ ընտրելով համապատասխան x_{ref}, կարելի է միմյանցից բաժանել իրական և կեղծ պատկերները: Իրական և համալուծ պատկերները կենտրոնական փնջի հակադիր կողմերում են: Նշենք նաև, որ քանի որ հալոն ունի նույն չափերը, ինչ որ առարկայի խոշորացված պատկերը, ապա այն չի ծածկի առարկայի պատկերը, եթե $|x_{ref}|$-ն ընտրվի այնպես, որ իրական պատկերի ձախ եզրը չվերադրվի հալոյի հետ՝ $|x_{ref}|f_x/F - Ma_{obj} > Ma_{obj}$, այսինքն՝ $|x_{ref}|f_x/F > 2Ma_{obj}$, կամ ըստ (5.63)-ի՝

$$|x_{ref}| > 2a_{obj}: \tag{5.64}$$

Նշենք նաև, որ եղանակի լուծունակության համար ստացվել է $\Delta_{res} \sim 4(\eta F/k_0)^{1/2}$ գնահատականը:

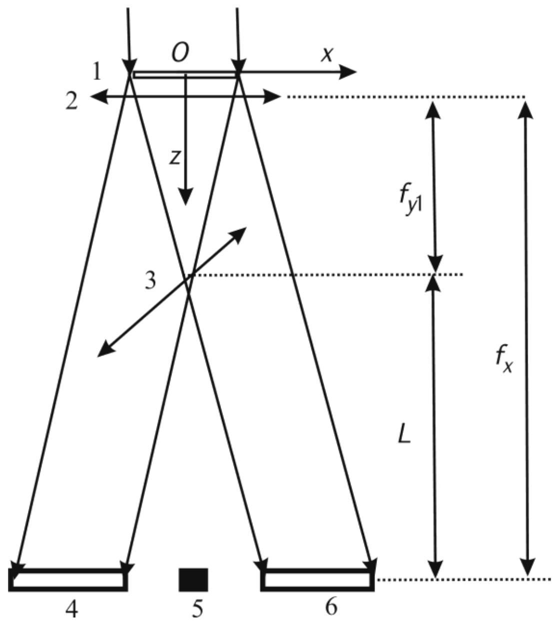
Երկչափ դեպք: Երկչափ դեպքում, երբ առարկայի լայնութային անցման կոմպլեքս գործակիցը կախված է x և y կոորդինատներից, անհրաժեշտ է կատարել նախնական Ֆուրիե-ձևափոխություն ըստ y կոորդինատի: Այդ դեպքի համար նկ.5.12-ում ցույց է տրված վերականգնման հնարավոր սխեմաներից մեկը: Հոլոգրամը տեղադրվում է f_x և f_{y1} կիզակետային հեռավորություններով ոսպնյակից անմիջապես առաջ կամ հետո (դրա փոխարեն կարելի է օգտագործել երկու խաչված ոսպնյակներ՝ f_x և f_{y1} կիզակետային հեռավորություններով): Եթե հոլոգրամը լուսավորենք լույսով, ապա կկատարվի ըստ y-ի Ֆուրիե-ձևափոխություն $z = f_{y1}$ հարթության մեջ: Այդ նույն կիզակետային հարթության մեջ տեղադրվում է (y,z) հարթությունում f_{y2} կիզակետային հեռավորությամբ գլանային ոսպնյակ (գլանի առանցքն ընկած է (x,z) հարթության մեջ): Այդ ոսպնյակի հարթությունից հաշված L հեռավորությունում ոսպնյակն «իրականացնում» է ըստ y-ի հակադարձ Ֆուրիե-ձևափոխություն: L հեռավորությունը բավարարում է

$$\frac{1}{L}+\frac{1}{f_{y1}}=\frac{1}{f_{y2}} \tag{5.65}$$

առնչությանը: Այդ նույն հարթության մեջ անհրաժեշտ է ստանալ հակադարձ Ֆուրիե-ձևափոխություն ըստ x-ի: Հետևաբար՝ f_x կիզակետային հեռավորությունը պետք է բավարարի

$$L+f_{y1}=f_x \tag{5.66}$$

առնչությանը: Այս դեպքում Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքը՝ (5.55) բանաձևը, պետք է կիրառել երկու փուլով: Առաջին փուլում հոլոգրամի հարթությունից մինչև $z = f_{y1}$ հարթությունը, իսկ երկրորդ փուլում՝ այդ հարթությունից մինչև $z = f_x$ հարթությունը: Առաջին փուլում (5.55)-ում $\exp[-ik_0x'^2/2f_x]$-ի փոխարեն պետք է վերցնել



Նկ.5.12. Երկչափ առարկայի պատկերի վերականգնումը: 1՝ ռենտգենադիֆրակտային Ֆուրիե-հոլոգրամ, 2՝ (x,z) հարթությունում f_x, իսկ (y,z) հարթությունում՝ f_{y1} կիզակետային հեռավորություններով ոսպնյակ, 3՝ (y,z) հարթությունում f_{y2} կիզակետային հեռավորու-թյամբ գլանային ոսպնյակ, 4 համալուծ պատկեր, 5՝ ուղիղ փունջ ու հալո, 6՝ իրական պատկեր:

$\exp[-ik_0x'^2/2f_x-ik_0y'^2/2f_{y1}]$: Երկրորդ փուլում $\exp[-ik_0x'^2/2f_x]$-ի փոխարեն պետք է վերցնել $\exp[-ik_0y'^2/2f_{y2}]$, իսկ $I_h(x')$-ի փոխարեն՝ լայնույթի համապատասխան տեսքը $z=f_{y1}$-ում: Կատարելով համապատասխան ինտեգրումները՝ հանգում ենք նույնպիսի արտահայ-տությունների, ինչ որ միաչափ դեպքում, ընդ որում, վերականգնված լայնույթները կարելի է ստանալ (5.56)-(5.62)-ից, A_i (i = 1,…,4) գործակիցների փոխարինմամբ A'_i (i = 1,…,4) գործակիցներով, իսկ $t(x)$-ը և $t^*(x)$-ը՝ $t(x,-yf_{y1}/L)$-ով և $t^*(x,-yf_{y1}/L)$-ով (x-ի նույն արժեքների դեպքում): i = 1,2,3-ի դեպքում հին և նոր գործակիցների կապերը տրվում են

$$A_1' = -A_1 \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)\sqrt{\frac{f_{y1}}{f_{y2}} - 1}\,\exp\left(ik_0 \frac{y^2}{2L}\right), \tag{5.67}$$

$$A_{2,3}' = -A_{2,3} \exp\left(\frac{i\pi}{2}\right)\sqrt{\frac{f_{y1}}{f_{y2}} - 1}\,\exp\left(ik_0 \frac{y^2}{2L}\right), \tag{5.68}$$

առնչություններով, իսկ

$$\begin{aligned} A_4' = -\frac{1}{4}\exp\left[-\frac{\mu_d T}{\cos\theta} + \frac{i\pi}{4}\right]\sqrt{\frac{k_0}{2\pi f_x}\left(\frac{f_{y1}}{f_{y2}} - 1\right)} \times \\ \times \exp\left[-i\frac{k_0 x_{\text{obj}}^2}{2f_x} - k_0\left(\frac{k\cos\theta\Delta\theta}{k_0}\right)^2 \eta F\right]\exp\left(ik_0\frac{y^2}{2L}\right): \end{aligned} \tag{5.69}$$

Ինչպես հետևում է (5.67)−(5.69) արտահայտություններից, հիմնական եզրակացությունները նույնն են, ինչ որ միաչափ դեպքում, բայց երկչափ դեպքում երկու պատկերներն էլ պտտված են ըստ y-ի: Ըստ y-ի խոշորացումը որոշվում է

$$M_1 = \frac{L}{f_{y1}} \tag{5.70}$$

առնչությամբ: Օգտագործվող ոսպնյակների պարամետրերը որոշելու համար բավարար են (5.65) և (5.66) բանաձևերը: Մյուս կողմից, ոսպնյակների պարամետրերը կարելի է ընտրել այնպես, որ $M = M_1$: Միասին դիտարկելով (5.63), (5.65), (5.66) և (5.69) բանաձևերը և $M = M_1$ պայմանը՝ կարելի է ստանալ ոսպնյակների հետևյալ պարամետրերը.

$$F > f_{y2}, \quad f_{y1} = \sqrt{Ff_{y2}}, \quad f_x = \frac{f_{y1}}{1 - \frac{f_{y2}}{f_{y1}}}, \quad L = \frac{f_{y2}f_x}{f_{y1}}: \tag{5.71}$$

Այսպես, եթե վերցնենք F = 20մմ և f_{y2} = 10մմ, ապա (5.70)-ից կհետևի, որ f_{y1} = 14մմ, f_x = 49մմ, L = 35մմ և $M = M_1 = 2{,}5$:

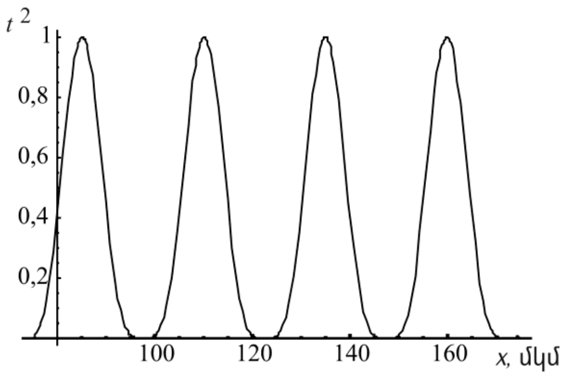
§5.2.4. *Օրինակի քննարկում*

Դասական օրինակներից է կոսինուսարդային դիֆրակտային ցանցը [203], որի լայնութային անցման գործակիցը տրվում է

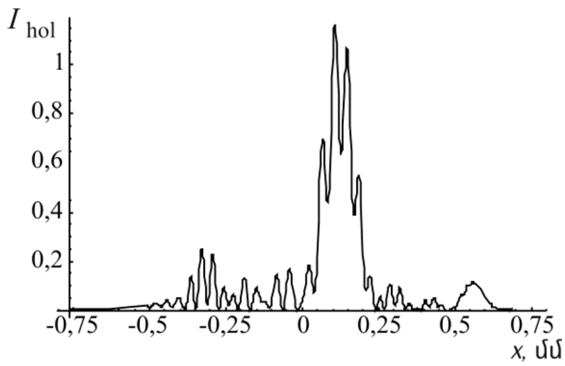
$$t(x) = t_0 + t_1\cos\left(\frac{2\pi x}{q} + \varphi_0\right) \qquad (5.72)$$

առնչությամբ, որտեղ t_0-ն, t_1-ը, q-ն և φ_0-ն հաստատուններ են: Ենթադրենք՝ $t_0 = t_1 = 0,5$,

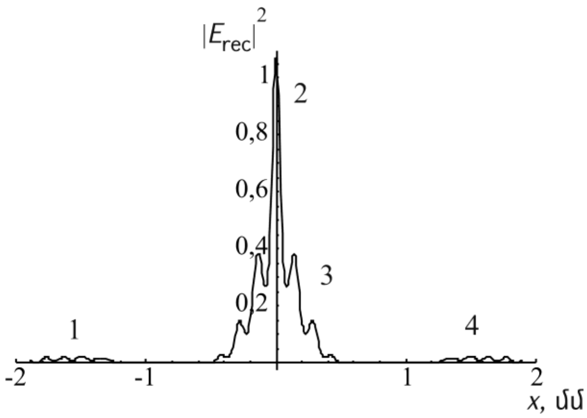
q = 25 մկմ, $\varphi_0 = 3,2\pi$ և դիտարկենք $\lambda = 0,71\,\mathring{A}$ ճառագայթման Si(220) անդրադար-ձումը, T = 5 մմ, $2a_{ref}$ = 10մկմ, x_{ref} = –170մկմ, x_{obj} = 125 մկմ, առարկայի չափը՝ $2a_{obj}$ = 100 մկմ, երկճեղք համակարգի չափը՝ D=350մկմ: Նկ.5.13-ում պատկերված է $t^2(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, նկ.5.14-ում՝ թվային հաշվարկով ստացված (5.48) ուժգնության բաշխումը հոլոգրամի վրա, իսկ նկ.5.15-ում՝ վերականգնված դաշտի (5.55) ուժգնու-թյան բաշխումը հոլոգրամից $z = f_x$ = 100 մմ հեռավորությունում: Ինչպես երևում է նկ.5.15-ից, կենտրոնում վերականգնված հենային ալիքի ուժգնության բաշխումն է և հալոն ((5.56) և (5.61)-ին համապատասխանող ուժգնությունները): Համալուծ պատկերն ստացվել է կենտրոնից ձախ՝ բացասական x-երի տիրույթում, իսկ իրական պատկերը՝ կենտրոնից աջ՝ դրական x-երի տիրույթում: Քանի որ այս դեպքում F = 20մմ, ապա M = 5: Այս օրինակում անվերջ չափի հոլոգրամին համապատասխանող լուծունակությունը՝ $\Delta_{res} \sim 4(\eta F/k_0)^{1/2} \approx 16 - 17$մկմ է: Ստացված իրական պատկերի որակը գնահատելու նպատակով նկ.5.16-ում առանձին ցույց է տրված ուժգնության բաշխումն իրական պատկերի տիրույթում:



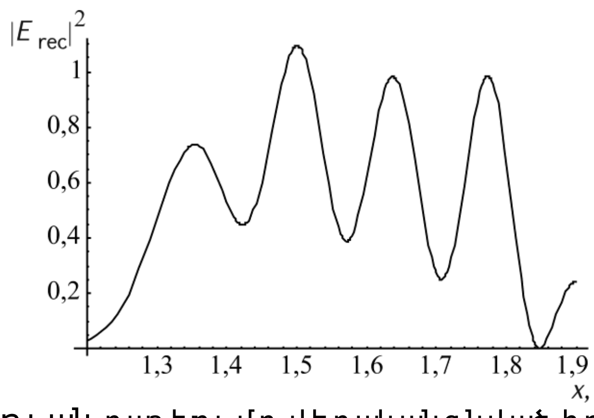
Նկ.5.13. Առարկայի լայնութային անցման գործակցի քառակուսու գրաֆիկը



Նկ.5.14. Ռենտգենյան դինամիկական դիֆրակտային հոլոգրամի վրա ուժգնության բաշխումը (կամայական միավորներով)



Նկ.5.15. Վերականգնված դաշտի (թվային հաշվարկ) ուժգնության բաշխումը $z = f_x$ պատկերի հարթության վրա. 1՝ համալուծ պատկեր, 2՝ ուղիղ անցած փունջ, 3՝ հալո և 4՝ իրական պատկեր (կամայական միավորներով):



Նկ.5.16. Ուժգնության բաշխումը վերականգնված իրական պատկերի տիրույթում (կամայական միավորներով):

Եզրափակելով՝ հարկ է նշել, որ ուժգնության՝ թվային հաշվարկով ստացված բաշխումները, խոշորացումը, պատկերների շեղումը, համալուծ պատկերի պտույտը համապատասխանում են տեսական կանխատեսումներին:

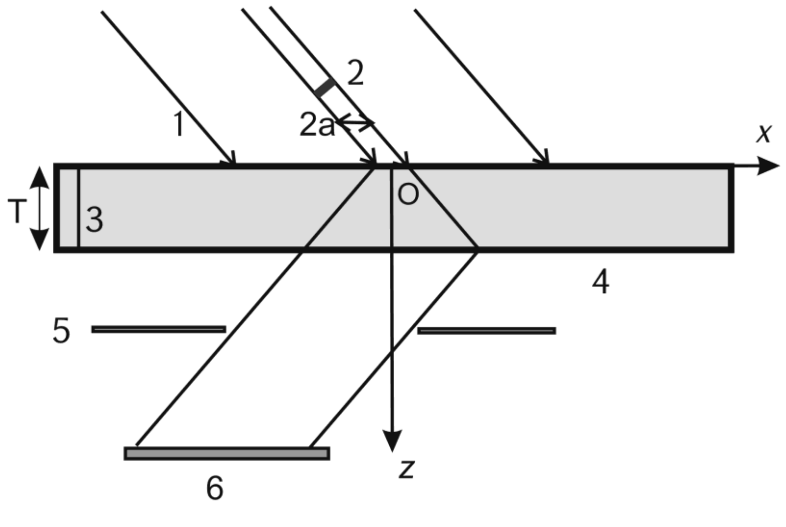
ԳԼՈՒԽ 6. ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՏԱՅԻՆ ՄԵԿԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՖՐԱՈՒՆՀՈՖԵՐՅԱՆ ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱ

§6.1. *Ռենտգենյան դինամիկական դիֆրակտային ֆրաունհոֆերյան հոլոգրաֆիա*

§6.1.1. *Ռենտգենյան Ֆրաունհոֆերի հոլոգրամ*

Օպտիկայում հայտնի է Ֆրաունհոֆերի հոլոգրաֆիական եղանակը [203, 204], երբ հոլոգրամի գրառումն ընդհանուր դեպքում կարելի է իրականացնել որոշակի ալիքի երկարությամբ ճառագայթումով, իսկ պատկերի վերականգնումն իրականացնել ուրիշ ալիքի երկարությամբ ճառագայթումով:

Ստորև առաջարկվել և տեսականորեն հետազոտվել է դինամիկական դիֆրակ-տային Ֆրաունհոֆերի հոլոգրաֆիայի եղանակ, երբ հոլոգրամի գրառումը կատարվում է բյուրեղում, երկալիքային դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում, իսկ վերա-կանգնումը կատարվում է լույսով:



Նկ.6.1. Ֆրաունհոֆերյան դինամիկական դիֆրակտային հոլոգրամի գրանցման սխե-ման: 1՝ ռենտգենյան ճառագայթներ, 2՝ առարկա, 3՝ անդրադարձնող հարթություններ, 4՝ բյուրեղ, 5՝ ճեղք, 6՝ հոլոգրամ:

Ֆրաունհոֆերի դինամիկական դիֆրակտային հոլոգրաֆիական սխեման պատկերված է նկ.6.1-ում: Առարկան դրվում է ընկնող հենային հարթ ալիքի ճանա-պարհին: Կատարյալ բյուրեղում, երկալիքային համաչափ Լաուեի երկրաչափությամբ դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում, հենային և առարկայական ալիքների վերադրման հետևանքով բյուրեղի ելքի մակերևույթին առաջանում է ինտերֆերենս-ցային դաշտ: Գրանցելով այդ ինտերֆերենցային դաշտի ուժգնությունը դիֆրակտված փնջում՝ ստանում են առարկայի հոլոգրամը: Առարկայի պատկերը կարելի է վերականգնել հոլոգրամը լուսավորելով լույսով ինչպես նաև թվային եղանակով:

Ներկայացված սխեմայում դիֆրակտված դաշտի լայնույթը բյուրեղի ներսում՝

$$E_h = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x', z)E^i(x',y)(1-S(x',y))\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')dx', \qquad (6.1)$$

որտեղ

$$G(x,z)=\frac{ik\chi_h C}{4\sin\theta_0}J_0\left(\frac{\pi}{\Lambda}ctg\theta_0\sqrt{z^2tg^2\theta_0-x^2}\right)\exp\left(ik\frac{\chi_0 z}{2\cos\theta_0}\right)H(ztg\theta_0-|x|) \qquad (6.2)$$

Գրինի ֆունկցիան է, $E^i(x',y)$-ը՝ ընկնող ալիքի լայնույթը, $S(x,y)=1-t(x,y)$-ը՝ առարկայի ցրման լայնույթը, $\Lambda=\lambda\cos\theta_0/(C\sqrt{\chi_h\chi_{\bar{h}}})$, $\theta_0(\lambda)$-ն Բրեգի անկյունն է λ ալի-քի երկարության համար: Նկ.6.1-ում $Oxyz$ կոորդինատային համակարգի Oy առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը, դիֆրակցիայի **h** վեկտորը հակազուգահեռ է x առանցքին, θ-ն ընկնող ալիքի տարածման ուղղության և անդրադարձնող հար-թությունների միջև կազմված անկյունն է, $\Delta\theta=\theta-\theta_0(\lambda)$-ն՝ տրված ալիքի երկարության համար Բրեգի անկյունից շեղումը: $S(x,y)$-ը որոշված է $x\in(-\infty,\infty), y\in(-\infty,\infty)$ տիրույ-թում և զրո է առարկայի տիրույթից դուրս՝ $x\notin(-a,a)$: (6.1)-ը կարելի է ներկայացնել երկու գումարելիների տեսքով, որոնցից առաջինը դիֆրակտված դաշտի լայնույթն է առարկայի բացակայությամբ՝ E_{href} (հենային ալիք), իսկ երկրորդն առարկայի առկայու-թյամբ պայմանավորված դաշտն է՝ E_{hobj} (առարկայական ալիք): Այսպիսով՝ դիֆրակտ-ված դաշտի լայնույթը տրվում է (5.47)-ով, իսկ բյուրեղի ելքի $(z=T)$ մակերևույթին ուժգնությունը՝ (5.48)-ով: Գրանցելով (5.48) ուժգնությունը՝ կստանանք առարկայի դի-նամիկական դիֆրակտային ֆրաունհոֆերի հոլոգրամը:

Ռենտգենյան հենային ալիքը: (6.1) և (5.47)-ի համաձայն՝

$$E_{href} = iE_0^i\chi_h \exp\left(ik\frac{\chi_0 T}{2\cos\theta_0}\right)\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x)\frac{\sin\left(kT\dfrac{\sqrt{\chi_h\chi_{\bar h}+\Delta\theta^2\sin^2 2\theta}}{2\cos\theta_0}\right)}{\sqrt{\chi_h\chi_{\bar h}+\Delta\theta^2\sin^2 2\theta}}, \quad (6.3)$$

որտեղ E_0^i-ն ընկնող հարթ ալիքի լայնույթն է, T-ն՝ բյուրեղի հաստությունը: Հետագա շարադրանքում ենթադրվում է, որ $E_0^i = 1$:

Առանց խախտելու ընդհանրությունը կդիտարկենք կենտրոնահամաչափ բյուրեղ: Ենթադրվում է նաև, որ $\chi_{0r} < 0$, $\chi_{hr} = \chi_{\bar{h}r} < 0$, $\chi_{hi} = \chi_{\bar{h}i} > 0$, $\chi_{hi} << |\chi_{hr}|$, $\chi_{hi} \approx \chi_{0i} > 0$: $\mu T >> 1$ դեպքում, որտեղ $\mu = k\chi_{0i}$-ն բյուրեղի նորմալ գծային կլանման գործակիցն է, կարելի է դիտարկել միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը:

Այսպիսով՝ հենային ալիքի լայնույթը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$E_{href} = -\exp\left[ik\frac{\chi_{0r}T}{2\cos\theta_0}\right]\exp\left(-\frac{\mu_d(p)T}{2\cos\theta_0}\right)\exp\left(ik\cos\theta_0\Delta\theta x\right)\frac{\exp\left(\dfrac{i\pi T}{\Lambda_r}\sqrt{1+p^2}\right)}{2\sqrt{1+p^2}}, \quad (6.4)$$

որտեղ $\mu_d(p) = \mu(1-(\chi_{hi}/\chi_{0i})/\sqrt{1+p^2})$-ն բյուրեղի դիֆրակտային գծային կլանման գոր-ծակիցն է թույլ կլանվող ճյուղի համար, $\Lambda_r = \mathrm{Re}\Lambda$-ն՝ էքստինկցիոն երկարությունը, $p = \Delta\theta\sin 2\theta / |\chi_{hr}|$:

Կետային առարկայի դինամիկական դիֆրակտային ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամը: (6.1) և (5.47)-ի համաձայն՝

$$E_{hobj} = -\int_{-\infty}^{\infty} G(x-x',T)S(x',y)\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')dx' : \quad (6.5)$$

Դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում առարկան կարելի է դիտարկել որպես կետային, եթե $a << |\Lambda| tg\theta_0/\pi$ [233]: Այս դեպքում, ըստ (6.5)-ի՝

$$E_{hobj} = -2a\tilde{S}(y)G(x,T), \quad (6.6)$$

որտեղ

$$\tilde{S}(y) = \frac{1}{2a}\int_{-\infty}^{\infty} S(x',y)\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')dx' : \quad (6.7)$$

Երբ $k\cos\theta_0\Delta\theta a << \pi$, (6.7)-ի փոխարեն կունենանք՝

$$\tilde{S}(y) = \frac{1}{2a}\int_{-\infty}^{\infty} S(x', y)dx' \qquad (6.8)$$

Օպտիկայում առավել դյուրին ուսումնասիրվող առարկաներից մեկը բացարձակ կլանող լարն է՝ $S(x,y)=1$ երբ $x\in(-a,a)$ և $S(x,y)=0$ երբ $x\notin(-a,a)$[246]:

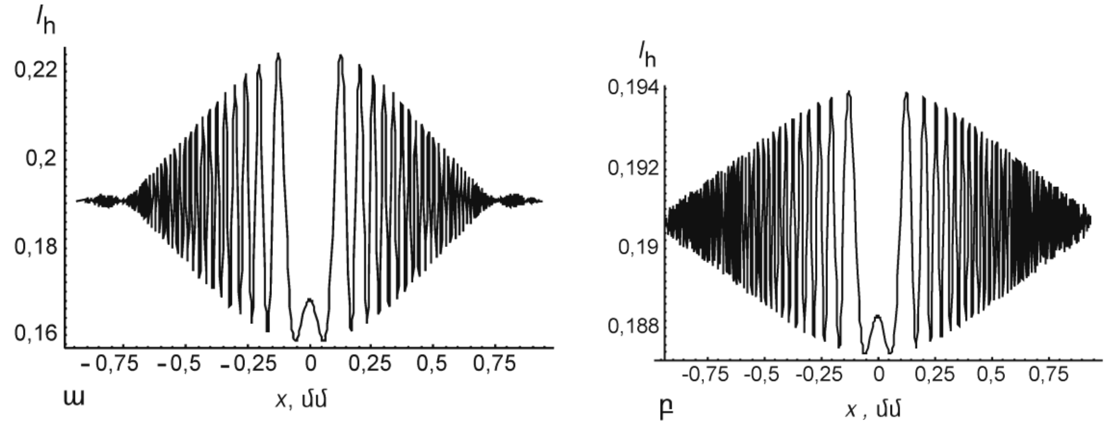
Դիտարկելով հաստ կլանող բյուրեղի դեպքը՝ $\pi T/|\Lambda|>>1$, նորից կօգտվենք (5.12) ասիմպտոտիկայից և նույն մոտավորություններից, ինչ որ §5.1-ում: Հաշվի առնե-լով միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը՝ (6.5)-ից կստանանք.

$$E_{hobj} \approx a\sqrt{\frac{1}{2T\Lambda_r}}\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)ctg\theta_0\tilde{S}(y)\exp\left(\frac{i\pi T}{\Lambda_r}\right)\exp\left(\frac{ik\chi_{0r}T}{2\cos\theta_0}\right)\exp\left(-\frac{\mu_d(0)T}{2\cos\theta_0}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{i\pi x^2}{2T\Lambda_r tg^2\theta_0}\right)\exp\left(-\frac{\pi x^2\eta}{2T\Lambda_r tg^2\theta_0}\right)H(Ttg\theta_0-|x|), \qquad (6.9)$$

որտեղ $\eta=\chi_{hi}/|\chi_{hr}|$: (6.4)-ի և (6.9)-ի համաձայն՝ հոլոգրամի վրա (5.48) ուժգնության բաշ-խումը՝

$$I_h(p,x,y)=A(p)\Big(1-2aU^*(p)\tilde{S}^*(y)\exp(i\Phi_+)-2aU(p)\tilde{S}(y)\exp(i\Phi_-)+$$
$$+4a^2\Gamma(p)\tilde{S}^*(y)\tilde{S}(y)\exp\left(-\frac{\pi x^2\eta}{T\Lambda_r tg^2\theta_0}\right)\Big), \qquad (6.10)$$

որտեղ $A(p)=\exp\left[-\mu_d(p)T\cos^{-1}\theta_0\right][4(1+p^2)]^{-1}$, $U(p)=\Gamma^{1/2}(p)e^{i\pi/4}\exp\left[-i\pi Tu(p)\Lambda_r^{-1}\right]$, $u(p)=\sqrt{1+p^2}-1$, $\Phi_\pm=\pm\pi x^2(1\pm i\eta)(2T\Lambda_r tg^2\theta_0)^{-1}\pm k\cos\theta_0\Delta\theta x$, $\delta_d(p)=\mu_d(0)-\mu_d(p)$, $\Gamma(p)=(1+p^2)\exp\left(-\delta_d(p)T\cos^{-1}\theta_0\right)ctg^2\theta_0(2T\Lambda_r)^{-1}$: Հոլոգրամը գրանցվում է ելքի մակե-րևույթի $|x|<Ttg\theta_0$ տիրույթում: Նկ.6.2.ա-ում, օգտագործելով (6.3)-ը և (6.5)-ը, ներկա-յացված է դիֆրակցիայի հարթության ուղղահայաց առանցքով բացարձակ կլանող լա-րի (5.48) ուժգնության բաշխումը, որն ստացված է թվային հաշվարկով: Վերցված է $\lambda=0{,}71\mathring{A}$ ալիքի երկարությամբ ճառագայթման Si(220) անդրադարձում, $\Delta\theta=0$,



Նկ.6.2. Ուժգնության բաշխումը բացարձակ կլանող լարի դինամիկական դիֆրակտային Ֆրաունհոֆերի հոլոգրամի վրա ա. լարի տրամագիծը $2a = 10$ մկմ. բ. լարի տրամագիծը $2a = 1$մկմ (թվային հաշվարկ):

$a = 5$մկմ, σ-բևեռացում, $\mu T = 7{,}3$: Նկ.6.2.բ-ում պատկերված է նույն դեպքին համա-պատասխանող ուժգնությունը, երբ $2a = 1$մկմ: Նկարի ցայտունությունն ավելի վատ է, քանի որ $2a = 1$մկմ լարի ցրման լայնույթն ավելի փոքր է, քան $2a = 10$մկմ լարի դեպ-քում:

Վերջավոր առարկայի դինամիկական դիֆրակտային Ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամը: Եթե կետային առարկայի $a << |\Lambda| tg\theta_0/\pi$ պայմանը տեղի չունի, ապա (6.5)-ում $\sqrt{T^2tg^2\theta_0 - (x-x')^2} \approx Ttg\theta_0[1 - x^2/(2T^2tg^2\theta_0) + xx'/(T^2tg^2\theta_0) - x'^2/(2T^2tg^2\theta_0)]$: Ըստ x'-ի գծային անդամը կարելի է անտեսել, եթե $\pi a^2/(2T\Lambda_r tg^2\theta_0) << \pi$: Այս մոտա-վորությունը համարժեք է օպտիկայում Ֆրաունհոֆերի տիրույթի մոտավորությանը: Օգտվելով այս մոտավորությունից, ինչպես և (6.9)-ում, կստանանք.

$$E_{hobj} \approx \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{T\Lambda_r}}\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)ctg\theta_0\tilde{S}(x,y)\exp\left(\frac{i\pi T}{\Lambda_r}\right)\exp\left(\frac{ik\chi_{0r}T}{2\cos\theta_0}\right)\exp\left(-\frac{\mu_d(0)T}{2\cos\theta_0}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{i\pi x^2}{2T\Lambda_r tg^2\theta_0}\right)\exp\left(-\frac{\pi x^2\eta}{2T\Lambda_r tg^2\theta_0}\right)H(Ttg\theta_0 - a - |x|), \quad (6.11)$$

որտեղ $\tilde{S}(x,y) = \int_{-a}^{a} S(x',y)\exp[i\pi xx'/(T\Lambda_r tg^2\theta_0)]\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')dx'$, այսինքն, ինչպես և օպտիկայում, $\tilde{S}(x,y)$-ն $S(x,y)$-ի ֆուրիե-պատկերն է: (6.4)-ը և (6.11)-ը տեղադրելով հո-լոգրամի վրա (5.48) ուժգնության բաշխման արտահայտության մեջ, կստանանք

$$
\begin{aligned}
I_h(p,x,y) = A(p)\Big(1 - U^*(p)\tilde{S}^*(x,y)\exp\left(i\Phi_+\right) - U(p)\tilde{S}(x,y)\exp\left(i\Phi_-\right) + \\
+\Gamma(p)\tilde{S}^*(x,y)\tilde{S}(x,y)\exp\left(-\frac{\pi x^2\eta}{T\Lambda_r tg^2\theta_0}\right)\Big)\ :
\end{aligned}
\tag{6.12}
$$

Հոլոգրամը գրանցվում է ելքի մակերևույթի $|x| < Ttg\theta_0 - a$ տիրույթում: Այս բանաձևը օպտիկայում Ֆրաունհոֆերի հոլոգրամի վրա ուժգնության բաշխման բանաձևի նմա-նակն է [246]:

Կոհերենտության ներկայացվող պահանջները: Ստացված բանաձևերը գրված են կետային մեներանգ աղբյուրի համար: Իրական ընկնող ալիքները մեներանգ չեն, իսկ աղբյուրներն ունեն վերջավոր չափեր: Ինչպես և *§5.2.2*-ում, ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի դեպքում, օգտվելով [146]-ում ներկայացված եղանակից, գնահատենք աղբյուրի տարա-ծական և ժամանակային կոհերենտության նկատմամբ պահանջները, որոնց բավա-րարվելու դեպքում հոլոգրամի վրա ուժգնության բաշխումը էապես չի փոխվի ոչ մենե-րանգության կամ աղբյուրի վերջավոր չափեր ունենալու հետևանքով: Գնահատական-ները հանգում են հետևյալին. ժամանակային կոհերենտության համար անհրաժեշտ է

$$
2Ttg\theta_0 \sin\theta_0 << \lambda^2/(2\Delta\lambda_m) = l_c, \tag{6.13}
$$

պայմանը, իսկ տարածական կոհերենտության համար՝

$$
2T\sin\theta_0 l << \lambda L_s \tag{6.14}
$$

պայմանը, որտեղ l_c-ն կոհերենտության երկայնական երկարությունն է, $\lambda_m - \Delta\lambda_m < \lambda < \lambda_m + \Delta\lambda_m$, l-ը դիֆրակցիայի հարթության մեջ աղբյուրի չափն է ընկնող փնջի տարածմանն ուղղահայաց ուղղությամբ, իսկ L_s-ը՝ «աղբյուր-բյուրեղ» միջին հեռավո-րությունը:

§6.1.2. Ռենտգենյան ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամից առարկայի պատկերի վերականգնումը լույսով

Վերականգնման նպատակով հոլոգրամը տեղադրվում է լույսի ճանապարհին: Ենթադրվում է, որ հոլոգրամը գրանցված է ֆոտոթիթեղի գծային գրանցման տիրույթում, և հոլոգրամի լայնութային անցման գործակիցը գծային ֆունկցիա է հոլոգրամի վրա գրանցված ուժգնությունից [204]: Հոլոգրամի միջով անցած լույսը, դիֆրակտելով վակուումում, կարող է առաջացնել առարկայի իրական և կեղծ պատկերներ: Օպտիկայում հոլոգրամից որոշակի հեռավորությունում (5.48)-ի երկրորդ անդամը համապատասխանում է առարկայի ուղիղ իրական պատկերին առանց որևէ ոսպնյակ օգտագործելու, մինչդեռ երրորդ անդամը համապատասխանում է առարկայի կեղծ պատկերին և վերականգնում է առարկայական ալիքն իր փուլով և լայնույթով: Պատկերի այս մասը կարող է դիտվել աչքով կամ գրանցվել ոսպնյակի օգնությամբ: Ռենտգենյան ալիքի դեպքում, երբ հաշվի է առնվում միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը, իրական պատկերը ձևավորվում է (5.48)-ի երրորդ անդամով: Այս եզրակացությունը հետևում է (6.10)–(6.12) առնչություններից: Այս ենթապարագրաֆում x,y,z կոորդինատները նույնն են, ինչ բյուրեղի հետ կապված համապատասխան կոորդինատները, բայց z-ը հաշվվում է հոլոգրամի հարթությունից (z=0): Կհամարենք, որ հոլոգրամի վրա ընկնող ալիքի լայնույթն ունի $\exp\left[ik_0(x^2+y^2)/2L_0\right]/L_0$ տեսքը (բևեռացումն էական չէ), որտեղ L_0-ն «աղբյուր-հոլոգրամ» հեռավորությունն է: Ալիքը տարածվում է Oz առանցքի ուղղությամբ՝ ուղղահայաց հոլոգրամի մակերևույթին: Հոլոգրամով անցած ալիքի լայնույթի արտահայտությունը հոլոգրամից $z=L$ հեռավո-րությունում որոշվում է Հյույգենս-Ֆրենելի (5.54), (5.55) սկզբունքից՝

$$E_{rec}=\frac{1}{L_0}\int_{-\infty}^{+\infty}P(x-x',y-y',L)\exp\left[ik_0\frac{x'^2+y'^2}{2L_0}\right]I_h(x',y')dx'dy', \tag{6.15}$$

որտեղ ինտեգրումը կատարվում է ըստ հոլոգրամի հարթության (ընկնող ալիքի հաս-տատուն լայնույթը համարվում է հավասար միավորի):

Կետային առարկայի պատկերի վերականգնումը: Օգտվելով հոլոգրամի վրա ուժգ-նության բաշխման (6.10) բանաձևից և (6.10)-ի առաջին անդամը տեղադրելով (6.15)-ի մեջ՝ կստանանք վերականգնված հենային ալիքի լայնույթի արտահայտությունը՝

$$E_{rec1}=\frac{A(p)}{L+L_0}\exp\left[ik_0\frac{x^2+y^2}{2(L+L_0)}\right], \tag{6.16}$$

որտեղ 1 ցուցիչով նշված է (6.10)-ի առաջին անդամից վերականգնված դաշտը: (6.10)-ի երրորդ անդամից վերականգնված դաշտի լայնույթի համար նույն կերպ կստանանք.

$$E_{rec3} = -\frac{2aA(p)U(p)\bar{\bar{\tilde{S}}}_3(y,L)\exp\left(ik_0\dfrac{x^2}{2L}\right)}{\sqrt{L_0}\sqrt{1-\dfrac{L}{L_f}+i\dfrac{\eta L}{F}}}\exp\left[-ik_0\frac{\left(x+Lk\cos\theta_0\dfrac{\Delta\theta}{k_0}\right)^2}{2L\left(1-\dfrac{L}{L_f}+i\eta\dfrac{L}{F}\right)}\right], \qquad (6.17)$$

որտեղ

$$\bar{\bar{\tilde{S}}}_3(y,L) = \frac{1}{2a}\exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right)\sqrt{\frac{k_0}{2\pi LL_0}}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-a}^{a} S(x',y')\exp\left[ik_0\left(\frac{(y-y')^2}{2L}+\frac{y'^2}{2L_0}\right)\right]dx'dy', \qquad (6.18)$$

$$F = \frac{2Ttg^2\theta_0\cos\theta_0}{|\chi_{hr}|}\frac{\lambda}{\lambda_0}, \qquad (6.19)$$

$$\frac{1}{L_0}+\frac{1}{L_f}=\frac{1}{F}: \qquad (6.20)$$

Եթե $S(x,y)$-ն ըստ y-ի դանդաղ փոփոխվող ֆունկցիա է, ապա ըստ y'-ի ինտեգրումը կարելի է կատարել ստացիոնար փուլի եղանակով և վերջնականապես ստանալ

$$\bar{\bar{\tilde{S}}}_3(y,L) = \frac{1}{2a\sqrt{L+L_0}}\exp\left[ik_0\frac{y^2}{2(L+L_0)}\right]\int_{-a}^{a} S\left(x',\frac{yL_0}{L+L_0}\right)dx': \qquad (6.21)$$

(6.17)-ը համապատասխանում է առարկայի ուղիղ իրական պատկերին: Իրական պատկերը երկրաչափորեն կիզակետվում է (6.20)-ով որոշվող հեռավորությունում: Կիզակետված պատկերի x_f կոորդինատը կիզակետման հարթության վրա որոշվում է

$$x_f = -\frac{\lambda_0}{\lambda}L_f\cos\theta_0\Delta\theta \qquad (6.22)$$

առնչությամբ: Ըստ (6.17)-ի երկրաչափական կիզակետման հարթության վրա կիզակե-տի չափը՝

$$\Delta x_f = \frac{L_f}{F}\sqrt{\frac{\eta F}{k_0}}: \qquad (6.23)$$

Կիզակետը նվազագույն չափեր ունի

$$L_f' = \frac{L_f}{1+\eta^2\left(\dfrac{L_f}{F}\right)^2} \qquad (6.24)$$

հեռավորությունում, և L_f'-ը մոտավորապես հավասար է L_f-ի, երբ $(L_f/F)^2 << 1/\eta^2$: Քանի որ $\eta \sim 10^{-2}$, ապա $L_f \geq 10^2 F$ արժեքների դեպքում այդ երկու հեռավորություն-ները կարող են զգալիորեն տարբերվել:

Կիզակետի չափը L_f' հեռավորության դեպքում՝

$$\Delta x_f' = \frac{L_f}{F\sqrt{1+\eta^2\left(\dfrac{L_f}{F}\right)^2}}\sqrt{\frac{\eta F}{k_0}}: \qquad (6.25)$$

Եթե որևէ մեկ այլ կետային առարկա Ox առանցքի ուղղությամբ առաջինի նկատմամբ տեղաշարժված է Δ_x-ով, ապա նրա կիզակետի կոորդինատը կլինի

$$x_{f1} = -\frac{\lambda_0}{\lambda} L_f \cos\theta_0 \Delta\theta + \frac{L_f \Delta_x}{F}: \qquad (6.26)$$

Այսպիսով, այդ երկու ուղիղ պատկերների միջև հեռավորությունը՝ $x_{f1} - x_f = L_f \Delta_x / F$, իսկ խոշորացումը՝

$$M = \frac{x_{f1} - x_f}{\Delta_x} = \frac{L_f}{F}: \qquad (6.27)$$

Ինչպես երևում է (6.17)-ից, իրական պատկերի կենտրոնը տեղաշարժվում է Oz առանցքի նկատմամբ

$$\psi = -\frac{\lambda_0}{\lambda}\cos\theta_0 \Delta\theta \qquad (6.28)$$

չափով: Եթե $\Delta\theta \neq 0$, ապա իրական պատկերը և վերականգնված հենային ալիքը բաժանվում են միմյանցից:

Նման ձևով, (6.9)-ի երկրորդ անդամից հանգում ենք հետևյալ լայնույթին.

$$E_{rec2} = -\frac{2aA(p)U^*(p)\tilde{\tilde{S}}_2(y,L)\exp\left(ik_0\dfrac{x^2}{2L}\right)}{\sqrt{L_0}\sqrt{1-\dfrac{L}{L_{f2}}+i\eta\dfrac{L}{F}}}\exp\left[-ik_0\frac{\left(x-Lk\cos\theta_0\dfrac{\Delta\theta}{k_0}\right)^2}{2L\left(1-\dfrac{L}{L_{f2}}+i\eta\dfrac{L}{F}\right)}\right], \qquad (6.29)$$

որտեղ

$$\frac{1}{L_0}+\frac{1}{L_{f2}} = -\frac{1}{F} \qquad (6.30)$$

և

$$\tilde{\tilde{S}}_2(y,L) = \frac{1}{2a\sqrt{L+L_0}}\exp\left[ik_0\frac{y^2}{2(L+L_0)}\right]\int_{-a}^{a} S^*\left(x',\frac{yL_0}{L+L_0}\right)dx': \qquad (6.31)$$

L_{f2}-ը վերականգնված կեղծ պատկերի հեռավորությունն է հոլոգրամից, և $L_{f2} < 0$: Կեղծ պատկերի կոորդինատը որոշվում է

$$x_{f2} = \frac{\lambda_0}{\lambda} L_{f2} \cos\theta_0 \Delta\theta \qquad (6.32)$$

առնչությունից: (6.32)-ի համաձայն` վերականգնված կեղծ պատկերի կենտրոնը տեղա-շարժվում է $Oz$ առանցքի նկատմամբ $-\psi$ անկյան տակ: Այսպիսով` իրական և կեղծ պատկերների կենտրոնները միմյանց նկատմամբ տեղաշարժվում են $2|\psi|$ անկյունով: Սա նշանակում է, որ $\Delta\theta \neq 0$ դեպքում առաջարկված սխեման ոչ առանցքային հոլո-գրաֆիական սխեմա է: Քանի որ կիզակետի (6.23) չափը և (6.27) խոշորացումը համե-մատական են L_f/F-ին, ապա առաջարկված սխեմայի լուծունակությունն անվերջ չափերի հոլոգրամի դեպքում կարելի է գնահատել որպես

$$\Delta_{res} \sim 2\sqrt{\frac{\eta F}{k_0}}: \qquad (6.33)$$

(6.9)-ի չորրորդ անդամի վերականգնումը հանգեցնում է $4a^2$-ուն համեմատական լայ-նույթի, և այն բացարձակ արժեքով փոքր է առաջին երեք անդամներից (երկրորդ և եր-րորդ անդամների համապատասխան վերականգնված լայնույթները համեմատական են $2a$-ին): Վերականգնված դաշտի այս անդամն ունի գաուսյան տեսք, որի կիսա-լայնությունն L-ի աճմանը զուգընթաց մեծանում է, իսկ լայնույթը` նվազում: Օպտիկա-յում վերականգնված դաշտի այս անդամն այսպես կոչված ինքնակոռելյացիոն անդամն է, որը փոքրության պատճառով հետագայում չի դիտարկվում:

Եթե *§6.1.1* -ում դիտարկված օրինակում վերցնենք $\lambda_0 = 0,65$մկմ, ապա (6.19)-ից կստացվի` $F = 19,8$մմ: Քանի որ $F$-ը բավականաչափ փոքր է, կարելի է հասնել նկա-տելի խոշորացումների: (6.33) լուծունակության համար ստանում ենք $\Delta_{res} \sim 8$մկմ ար-ժեքը: Նկ.6.2.ա-ի և բ-ի հոլոգրամներին համապատասխանող վերականգնված դաշտերի (6.15) ուժգնությունների` թվային հաշվարկով ստացված բաշխումը կիզակետման $z = F$ հարթության մեջ պատկերված է նկ.6.3.ա-ում և բ-ում: Հաշվարկ-ները կատարվել են վերականգնող հարթ ալիքի համար: Ինչպես երևում է այդ նկարնե-րից, լարի պատկերը լիովին վերականգնվել է: Եթե 6.2 և 6.3 նկարները համեմատենք օպտիկայից հայտնի համապատասխան նկարների հետ [246], ապա կհամոզվենք արդյունքների լիակատար համապատասխանության մեջ:

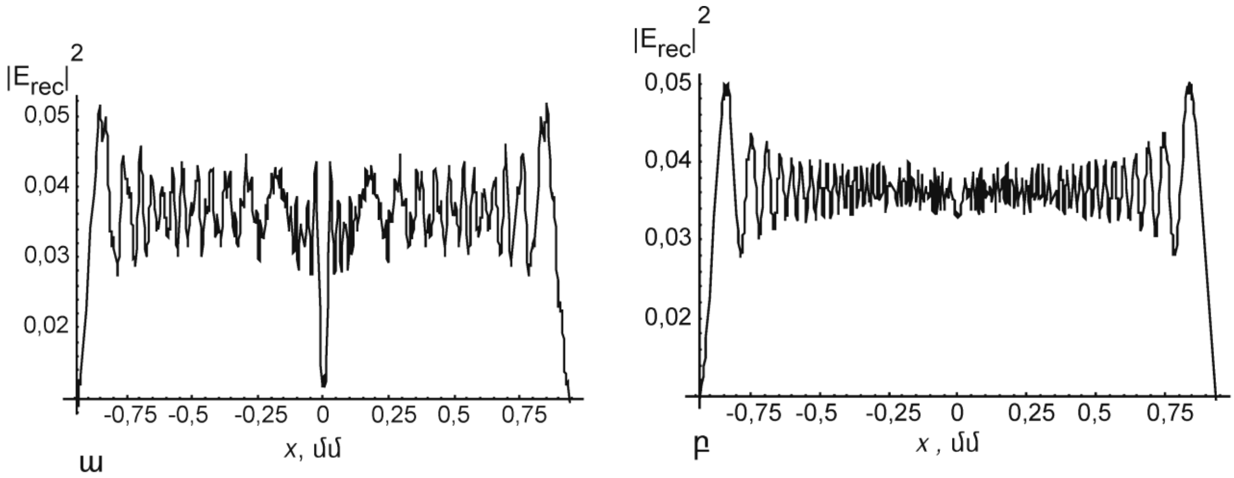
Պատկերի վերականգնումը ֆրաունհոֆերի ռենտգենյան հոլոգրամից: Այս դեպ-քում, օգտվելով (6.12)-ից, կստանանք.

$$E_{rec3} = -\frac{A(p)U(p)\tilde{\bar{S}}(x,y,L)\exp\left(ik_0\frac{x^2}{2L}\right)}{\sqrt{L_0}\sqrt{1-\frac{L}{L_f}+i\eta\frac{L}{F}}}, \tag{6.34}$$

որտեղ

$$\tilde{\bar{S}}(x,y,L) = \frac{\exp\left[ik_0\frac{y^2}{2(L+L_0)}\right]}{\sqrt{L+L_0}}\int_{-a}^{a} S\left(x',\frac{yL_0}{L+L_0}\right)\times$$
$$\times\exp(ik\cos\theta_0\Delta\theta x')\exp\left[-ik_0\frac{\left(x+L\cos\theta_0\Delta\theta\frac{k}{k_0}-x'\frac{L}{F}\right)^2}{2L\left(1-\frac{L}{L_f}+i\eta\frac{L}{F}\right)}\right]dx' : \tag{6.35}$$

Ըստ x'-ի ինտեգրումը (6.35)-ում կարելի է կատարել՝ $S(x',y')$-ի արժեքը դուրս հանելով ինտեգրալի նշանի տակից $x' = (x+Lk\cos\theta_0\Delta\theta/k_0)F/L$ կետում, որից հետո E_{rec3}-ի



Նկ.6.3. Ուժգնության բաշխումը վերականգնված լույսով լարի իրական պատկերի կիզակետման հարթության վրա. ա. լարի տրամագիծը՝ $2a = 10$մկմ, բ. լարի տրա-մագիծը՝ $2a = 1$մկմ (թվային հաշվարկ):

համար կստանանք.

$$E_{rec3} = -\sqrt{\frac{2\pi L}{k_0 L_0}}\frac{F}{L}A(p)U(p)\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)\exp\left(ik_0\frac{x^2}{2L}\right)S_3(x,y,L), \tag{6.36}$$

որտեղ

$$S_3(x,y,L)=\frac{\exp\left[ik_0\frac{y^2}{2(L+L_0)}\right]}{\sqrt{L+L_0}}\exp\left[ik\cos\theta_0\Delta\theta\frac{F\left(x+L\cos\theta_0\Delta\theta\frac{k}{k_0}\right)}{L}\right]\times$$

$$\times\exp\left[ik_0\frac{\left(1-\frac{L}{L_f}\right)\left(F\cos\theta_0\Delta\theta\frac{k}{k_0}\right)^2}{2L}\right]\exp\left[-\frac{(\Delta_{res}k\cos\theta_0\Delta\theta)^2}{2}\right]\times \tag{6.37}$$

$$\times S\left(\left(x+L\cos\theta_0\Delta\theta\frac{k}{k_0}\right)\frac{F}{L},\frac{yL_0}{L+L_0}\right):$$

Վերջին երկու բանաձևերը ճիշտ են, երբ $L\approx L_f$: Իրական պատկերի կենտրոնը տեղա-շարժվում է $x=-Lk\cos\theta_0\Delta\theta/k_0=L\psi$ գծի երկայնքով:

Նույն կերպ կարելի է որոշել

$$E_{rec2}=-\sqrt{\frac{2\pi L}{k_0L_0}}\frac{F}{L}A(p)U^*(p)\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)\exp\left(ik_0\frac{x^2}{2L}\right)S_2(x,y,L), \tag{6.38}$$

դաշտը, որտեղ

$$S_2(x,y,L)=\frac{\exp\left[ik_0\frac{y^2}{2(L+L_0)}\right]}{\sqrt{L+L_0}}\times$$

$$\times\exp\left[ik\cos\theta_0\Delta\theta\frac{F(x-Lk\cos\theta_0\Delta\theta/k_0)}{L}\right]\exp\left[ik_0\frac{\left(1-\frac{L}{L_{f2}}\right)\left(F\cos\theta_0\Delta\theta\frac{k}{k_0}\right)^2}{2L}\right]\times \tag{6.39}$$

$$\times\exp\left[-\frac{(\Delta_{res}k\cos\theta_0\Delta\theta)^2}{2}\right]S^*\left(-F\frac{x-L\cos\theta_0\Delta\theta\frac{k}{k_0}}{L},\frac{yL_0}{L+L_0}\right):$$

Կեղծ պատկերը տեղաշարժվում է $x=L\cos\theta_0\Delta\theta k/k_0=-L\psi$ գծի երկայնքով: Այս սխե-մանոչ առանցքային է, քանի որ $\Delta\theta\neq 0$ դեպքում իրական և կեղծ պատկերները բա-ժանվում են միմյանցից: (6.38) և (6.39) բանաձևերը ճիշտ են կեղծ պատկերի L_{f2} հեռավորությանը մոտ հեռավորությունների դեպքում: Այլ հեռավորություններում այդ դաշտը տարածվում է Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքի համաձայն:

Վերակառուցումը կարելի է կատարել նաև թվային եղանակով:

Այս հոլոգրաֆիա-կան սխեման կարող է օգտագործվել ռենտգենյան մանրադիտակում: Փորձնականորեն այն կարելի է իրականացնել` օգտագործելով ռենտգենյան ճառագայթման սինքրոտրո-նային աղբյուր կամ ազատէլեկտրոնային ռենտգենյան լազեր:

§6.2. Առարկայի պատկերի վերականգնումը դինամիկական դիֆրակտային ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամից

§6.2.1. Առարկայի պատկերի վերականգնումը թվային եղանակով

§6.1-ում առաջարկված դինամիկական դիֆրակտային Ֆրաունհոֆերի հոլոգրա-միից (նկ.6.1) վերականգնումն իրականացվում է լույսի միջոցով: Սակայն փուլային առարկաների պատկերի վերականգնումը հնարավոր է միայն թվային եղանակով [180,209]: Ստորև տեսականորեն ուսումնասիրվել է առարկայի պատկերի վերականգ-նումը Ֆրաունհոֆերի դինամիկական դիֆրակտային հոլոգրամից թվային եղանակով: Որպես օրինակ դիտարկվել է բերիլիումե գլանային լարի կոմպլեքս անցման գործակցի վերականգնումը Ֆրաունհոֆերի դինամիկական դիֆրակտային հոլոգրամից:

Ֆրաունհոֆերյան հոլոգրաֆիական սխեմայի` *§6.1*-ում առաջարկված վերլուծությունից պարզ է, որ եթե (5.48) հոլոգրամի վրա ուժգնության բաշխումը բազմապատկվի $\exp[i\pi(p-x)^2/2D]$-ով (p-ն պարամետր է, $D=\Lambda_r T tg^2\theta_0$) և հոլոգրամի հարթությամբ ինտեգրվի ըստ x-ի, ապա կարելի է կատարել առարկայի պատկերի վերականգնում թվային եղանակով: Կհամարենք, որ I_h-ի արժեքները հայտնի են փոր-ձից: Ինտեգրումից հետո կարելի է գրել.

$$E_{rec}=\sum_{j=1}^{4}E_{recj}, \qquad (6.40)$$

որտեղ

$$E_{rec}=\int_{x_1}^{x_2} I_h(x,y)\exp\left[i\pi\frac{(p-x)^2}{2D}\right]dx, \qquad (6.41)$$

$$E_{rec1}=\int_{x_1}^{x_2}\left|E_{href}\right|^2\exp\left[i\pi\frac{(p-x)^2}{2D}\right]dx,\quad E_{rec2}=\int_{x_1}^{x_2}E_{href}E_{hobj}^{*}\exp\left[i\pi\frac{(p-x)^2}{2D}\right]dx, \qquad (6.42)$$

$$E_{rec3}=\int_{x_1}^{x_2}E_{href}^{\ *}E_{hobj}\exp\left[i\pi\frac{(p-x)^2}{2D}\right]dx,\quad E_{rec4}=\int_{x_1}^{x_2}\left|E_{hobj}\right|^2\exp\left[i\pi\frac{(p-x)^2}{2D}\right]dx \qquad (6.43)$$

(6.41-6.43) առնչություններում $x_2=(Ttg\theta-a_{obj})$-ը և $x_1=-x_2$-ը դիֆրակցիայի հարթու-թյան մեջ հոլոգրամի սահմանների կոորդինատներն են, a_{obj}-ը դիֆրակցիայի հարթու-թյան մեջ առարկայի չափի կեսն է Ox առանցքի ուղղությամբ: Մեր նպատակն է՝ հոլո-գրամի օգնությամբ վերակառուցել առարկայի լայնության ին անցման կոմպլեքս $t(x,y)$ գործակիցը: Նշենք, որ E_{rec}-ը ,E_{rec1}-ը հայտնի են, իսկ $E_{rec2,3,4}$-ը՝ անհայտ: $t(x,y)$-ի համար ունենք (6.40) ինտեգրալային հավասարումը:

Վերլուծական մոտավորություն: Այս մաթեմատիկական ընթացակարգը համարժեք է լույսով իրական պատկերի վերականգնմանը կիզակետային հարթության մեջ, որտեղ $E_{rec2,4}$-ը կարելի է անտեսել: Այս մոտավորությամբ, (6.11), (6.16) և (6.40) առնչություննե-րի համաձայն՝

$$t\left(p+\frac{k\cos\theta\Delta\theta D}{\pi},y\right)\approx\frac{E_{rec}(p,y)}{E_{rec1\infty}}: \qquad (6.44)$$

Համարվում է, որ $\Delta\theta$-ն այնպիսին է, որ նրա ազդեցությունը լայնույթի վրա կարելի է անտեսել: Նշենք նաև, որ

$$E_{rec1\infty}=\int_{-\infty}^{+\infty}\left|E_{href}\right|^2\exp\left[i\frac{\pi(p-x)^2}{2D}\right]dx=\left(\frac{D}{8}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{\mu_d T}{2cos\theta}+i\frac{\pi}{4}\right), \qquad (6.45)$$

∞ ցուցիչը նշում է, որ $x_2=-x_1=\infty$, p պարամետրը, (6.44)-ի համաձայն՝ փոխվում է $-a_{obj}-k\cos\theta\Delta\theta D/\pi\le p\le a_{obj}-k\cos\theta\Delta\theta D/\pi$ տիրույթում: Այսպիսով՝ (6.44)-ից հե-տևում է, որ

$$t(x,y)\approx\frac{E_{rec}\left(x-\frac{k\cos\theta\Delta\theta D}{\pi},y\right)}{E_{rec1\infty}}, \qquad (6.46)$$

իսկ x-ը փոխվում է $-a_{obj}\le x\le a_{obj}$ տիրույթում: Ստորև կդիտարկվի կոնկրետվերլուծա-կան վերականգնման դեպք:

Պատկերի վերականգնումն իտերացիաների թվային եղանակով: Ավելի մանրա-մասն և ճշգրիտ վերականգնման համար անհրաժեշտ է օգտվել հաջորդական մոտա-վորություններից՝ իտերացիաներից:

E_{hobj}-ի արտահայտությունը տրվում է (6.5)-ով: Զրո կարգի մոտավորությամբ (6.40)-ում անտեսենք $E_{rec2,4}$-ը և (6.5) արտահայտության մեջ ինտեգրալի նշանի տակ $S(x',y)=1-t(x',y)$ ֆունկցիան վերածենք Թեյլորի շարքի $x_0(p)=p+k\cos\theta\Delta\theta D/\pi$ կե-տի շուրջը: Վերցնելով վերլուծության միայն առաջին անդամը՝ $S(x',y)=S^{(0)}(x_0(p),y)$-ը, (6.43)-ում E_{rec3} ինտեգրալում $S^{(0)}(x_0(p),y)$-ը դուրս հանելով ինտեգրալի նշանի տակից և օգտվելով (6.40)-ից, կստանանք՝

$$t^{(0)}(x,y)=1-\frac{E_{rec}\left(x-\frac{k\cos\theta\Delta\theta D}{\pi},y\right)-E_{rec1}}{E_{rec3abs}\left(x-\frac{k\cos\theta\Delta\theta D}{\pi},y\right)}, \tag{6.47}$$

որտեղ $E_{rec3abs}$-ը E_{rec3}-ն է հետազոտվող առարկայի չափերով բացարձակ կլանող առարկայի համար՝ $t(x,y)=0$: (6.47)-ի աջ մասի անդամներում բոլոր ինտեգրումները կատարվում են x_1,x_2 վերջավոր սահմաններում:

Առաջին կարգի մոտավորությամբ (6.5) արտահայտության մեջ $S(x',y)$-ը վերա-ծենք Թեյլորի շարքի $x_0(p)$-ի շուրջը, թողնելով նաև գծային անդամները, այսինքն՝ $S(x',y)=S^{(1)}(x_0(p))+S^{(0)}{}'(x_0(p))(x'-x_0(p))$, որտեղ $S^{(0)}{}'(x_0(p))$-ը $S(x',y)$-ի՝ ըստ x'-ի ա-ծանցյալի մոտավոր արժեքն է $x'=x_0(p)$ կետում: Օգտվելով (6.40)-ից և (6.43)-ում (E_{rec3} ինտեգրալում) $S^{(1)}(x_0(p))$-ն դուրս հանելով ինտեգրալի նշանի տակից, կստա-նանք՝

$$t^{(1)}(x,y)=t^{(0)}(x,y)-\frac{t^{(0)}{}'(x,y)E^{(1)}_{rec3}\left(x-\frac{k\cos\theta\Delta\theta D}{\pi},y\right)}{E_{rec3abs}\left(\frac{x-k\cos\theta\Delta\theta D}{\pi},y\right)}, \tag{6.48}$$

որտեղ $E^{(1)}_{rec3}(x-k\cos\theta\Delta\theta D/\pi,y)$-ը ստացվում է $E_{rec3}(x-k\cos\theta\Delta\theta D/\pi,y)$-ի արտա-հայտության մեջ $S(x',y)$-ը փոխարինելով $S(x',y)=x'-x_0(p)$-ով:

Երկրորդ կարգի մոտավորությամբ (6.5) արտահայտության մեջ $S(x',y)$-ը վերա-ծում ենք Թեյլորի շարքի $x_0(p)$ կետի շուրջը՝ պահելով նաև քառակուսային անդամնե-րը՝ $S(x',y)=S^{(2)}(x_0(p))+S^{(1)}{}'(x_0(p))(x'-x_0(p))+S^{(1)}{}''(x_0(p))(x'-x_0(p))^2/2$: Կրկին օգտվելով (6.40)-ից և (6.43)-ում $S^{(2)}(x_0(p))$-ն դուրս հանելով ինտեգրալի նշանի տակից` կստանանք.

$$t^{(2)}(x,y)=t^{(0)}(x,y)-t^{(1)}{}'(x,y)\frac{E^{(1)}_{rec3}\left(x-k\cos\theta\Delta\theta\dfrac{D}{\pi},y\right)}{E_{rec3abs}\left(x-k\cos\theta\Delta\theta\dfrac{D}{\pi},y\right)}-$$
$$-t^{(1)}{}''(x,y)\frac{E^{(2)}_{rec3}\left(x-k\cos\theta\Delta\theta\dfrac{D}{\pi},y\right)}{2E_{rec3abs}\left(x-k\cos\theta\Delta\theta\dfrac{D}{\pi},y\right)}, \qquad (6.49)$$

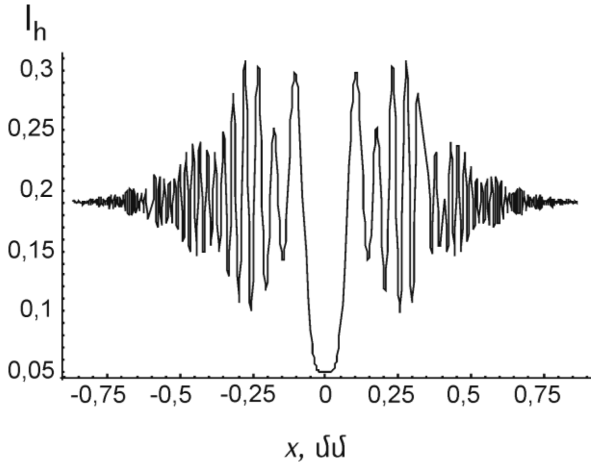
որտեղ $E^{(2)}_{rec3}\left(x-k\cos\theta\Delta\theta D/\pi,y\right)$-ը ստացվում է $E_{rec3}\left(x-k\cos\theta\Delta\theta\dfrac{D}{\pi},y\right)$-ի արտահայտությունից նրանում վերցնելով $S(x',y)=(x'-x_0(p))^2$: Հաջորդական մոտավորու-թյունների այս գործընթացը կարելի է շարունակել:

§6.2.2. Օրինակի քննարկում

Դիտարկենք $\lambda=0{,}71\mathring{A}$ ալիքի երկարությամբ σ-բևեռացմամբ ճառագայթման Si(220) անդրադարձում, $\Delta\theta=0$, $T=5$մմ, $\mu T=7{,}3$: Որպես հետազոտվող առարկա վերցնենք շրջանային գլանաձև բերիլիումե լար, որի առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը, իսկ շառավիղը` $R_{obj}=a_{obj}/\cos\theta=30$մկմ: Բեկման ցուցի-չը` $n=1-\delta+i\beta$, որտեղ $\delta>0$-ով որոշվում է բեկումը, իսկ $\beta>0$-ով` կլանումը: Բերիլիու-մի համար $\delta=1{,}118\cdot10^{-6}$, $\beta=2{,}69\cdot10^{-10}$ [220]: Լայնութային անցման կոմպլեքս գործա-կիցը`

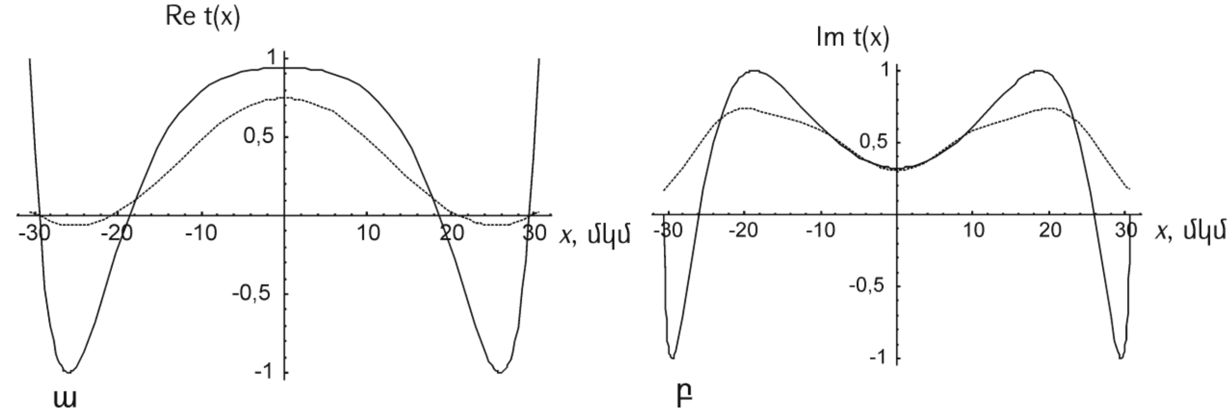
$$t(x)=\exp\left[-2ik(\delta-i\beta)\sqrt{R_{ob}^2-x^2\cos^2\theta}\right]: \qquad (6.50)$$

Վերականգնենք (6.50)-ը` օգտվելով վերը նկարագրված թվային եղանակից: Օգտագործելով (6.50)-ը` կարելի է հաշվել ուժգնության բաշխումը հետազոտվող առարկայի ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամի վրա (Նկ.6.4): Հաշվարկված ուժգնության արժեքները կհամարենք փորձում չափված հայտնի արժեքներ: Օգտվելով (6.46)-ից և այդ հաշվարկված արժեքներից, կարող ենք հաշվել վերականգնված $t(x)$-ի մոտավոր արժեքները: Նկ.6.5-ում հաշվարկների արդյունքները համեմատված են (6.50) ճշգրիտ արժեքների իրական և կեղծ մասերի հետ: (6.33)-ի համաձայն` լուծում-նակության արժեքը` $\Delta_{res} = 8$ մկմ: Սա նշանակում է, որ գտնված մոտավոր արժեք-ները սխեմայի լուծունակության սահմաններում համընկնում են իրական արժեք-ների հետ: Եզրերում լուծունակությունը բավարար չէ վերականգնման համար: Օգ-տագործելով վերը նկարագրված հաջորդական մոտավորությունների եղանակը` կարելի է բարելավել վերականգնված արժեքները նաև առարկայի եզրերում: 6.6, 6.7 և 6.8 նկարներում (6.47)–(6.49) բանաձևերի հիման վրա հաշվարկված զրո, առաջին և երկրորդ կարգի հաջորդական մոտավորություններով ստացված $t(x)$-ի իրական և կեղծ մասերը համեմատվել են համապատասխան ճշգրիտ արժեքների հետ:

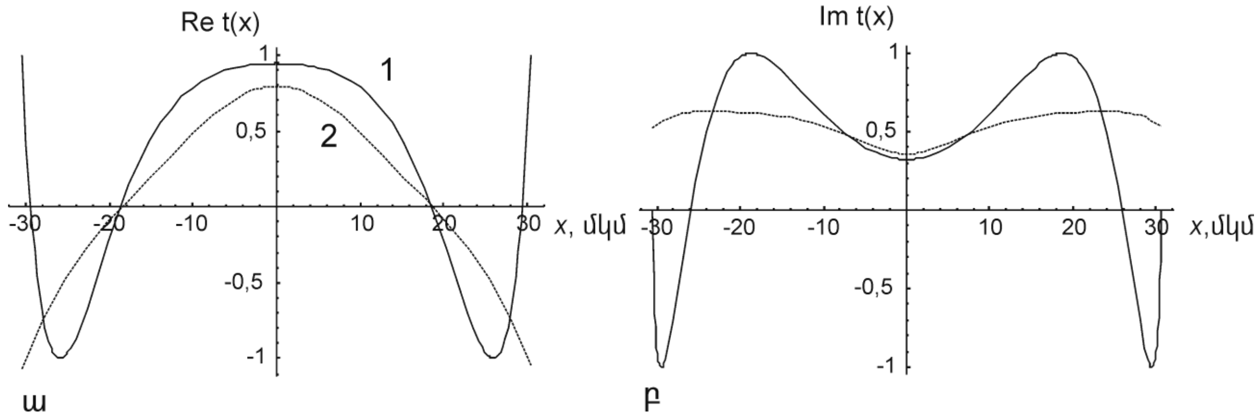


Նկ.6.4. Ուժգնության բաշխումը բերիլիումե լարի ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամի վրա

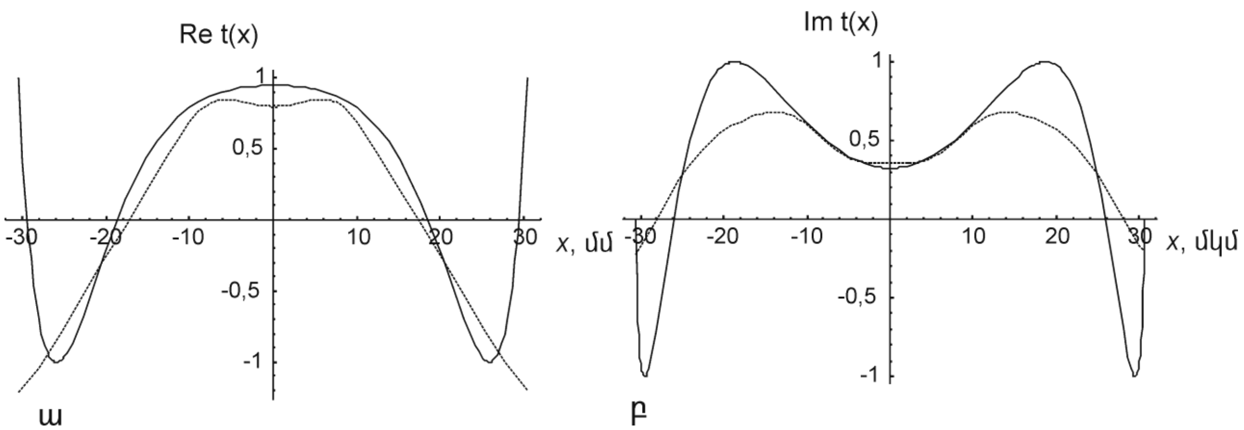
Երկրորդ կարգի հաջորդական մոտավորությամբ ստացված արժեքները ցուցաբե-րում են ոչ ֆիզիկական բնույթի տատանումներ: Սա մասնակիորեն կարելի է վերացնել, վերցնելով $t^{(2)}(x)$-ի և $t^{(1)}(x)$-ի միջին արժեքը` $\overline{t}^{(2)}(x) = (t^{(2)}(x) + t^{(1)}(x))/2$ Նկ.6.8-ում պատկերված են $\overline{t}^{(r)}(x)$-ին համապատասխանող արժեքները: Ինչպես երևում է նկ.6.6–6.8-ից, առարկայի կոմպլեքս լայնութային անցման արժեքները վերականգ-նվում են նաև առարկայի եզրերում: Երկրորդ կարգի մոտավորության ոչ ֆիզիկական տատանումները կարելի է վերացնել միջինացման միջոցով: Այս եղանակը կարելի է օգտագործել ինչպես լայնութային, այնպես էլ փուլային առարկաների լայնութային անցման գործակցի որոշման համար: Եղանակը կարելի է օգտագործել ռենտգենյան մանրադիտակում:



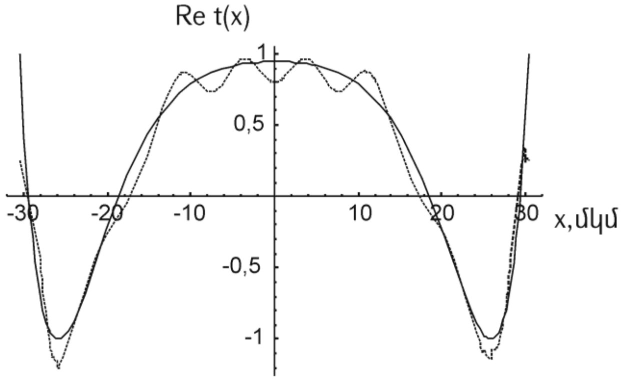
Նկ.6.5. Բերիլիումե լարի լայնության անցման գործակցի համեմատումը ճշգրիտ ար-ժեքների հետ. ա. իրական մաս. բ. կեղծ մաս (հոծ գիծ՝ ճշգրիտ արժեք, կետագիծ՝ վերլուծական մոտավորություն)



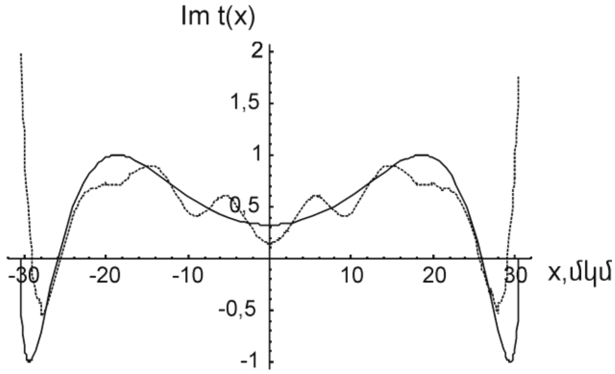
Նկ.6.6. Բերիլիումե լարի զրո կարգի մոտավորությամբ ստացված լայնության անցման գործակցի համեմատումը ճշգրիտ արժեքների հետ. ա. իրական մաս. բ. կեղծ մաս (հոծ գիծ՝ ճշգրիտ արժեք, կետագիծ՝ զրո կարգի մոտավորություն):



Նկ.6.7. Բերիլիումե լարի առաջին կարգի մոտավորությամբ ստացված լայնության անցման գործակցի համեմատումը ճշգրիտ արժեքների հետ. ա. իրական մաս. բ. կեղծ մաս (հոծ գիծ՝ ճշգրիտ արժեք, կետագիծ՝ առաջին կարգի մոտավորություն)



ա



բ

Նկ.6.8. Բերիլիումե լարի երկրորդ կարգի մոտավորությամբ ստացված լայնության անցման գործակցի համեմատումը ճշգրիտ արժեքների հետ. ա. իրական մաս. բ. կեղծ մաս (հոծ գիծ՝ ճշգրիտ արժեք, կետագիծ՝ երկրորդ կարգի մոտավորություն)

§6.3. *Առարկայի ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամից վերականգնված պատկերի ճշգրտումը թվային եղանակով*

§6.3.1. *Թվային եղանակով վերականգնված առարկայի պատկերի ֆոնային ճշգրտումը*

Ստորև հաշվի կառնենք թվային եղանակով առարկայի լայնության անցման կոմպլեքս գործակցի որոշման ժամանակ անտեսված ֆոնային ուղղումները: Բացի այդ, ֆուրիե-եղանակով կարելի է վերացնել ոչ ֆիզիկական բնույթի տատանումները, որոնք առաջանում են երկրորդ կարգի մոտավորության ժամանակ: Կոնկրետ օրինակի վրա ցույց կտրվի վերականգնված պատկերի բարելավումն այդ ուղղումներից հետո:

Յաշվի առնելով (6.40)-ը և (6.48)-ը, ինչպես նաև ֆոնային ուղղումները, ճշգրտ-ված լայնության անցման կոմպլեքս գործակիցը կարելի է ներկայացնել

$$t_{cr}^{(1)}(x,y) = t^{(1)}(x,y) + \frac{E_{rec2}^{(0)}(p,y) + E_{rec4}^{(0)}(p,y)}{E_{rec3abs}(p,y)} \qquad (6.51)$$

տեսքով, որտեղ անհայտ $S(x,y) = 1 - t(x,y)$ ֆունկցիայի փոխարեն $E_{rec2}^{(0)}(p,y)$ և $E_{rec4}^{(0)}(p,y)$ ֆոնային անդամներում օգտագործվել են $S^{(0)}(x,y) = 1 - t^{(0)}(x,y)$ զրոյական մոտավորության արժեքները, $t^{(1)}(x,y)$-ն առաջին կարգի մոտավորությունն է՝ առանց ֆոնային ճշգրտման: Երկրորդ կարգի մոտավորության համար, հաշվի առնելով ֆոնա-յին ուղղումները, կստանանք՝

$$t_{cr}^{(2)}(x,y) = t^{(2)}(x,y) + \frac{E_{rec2}^{(1)}(p,y) + E_{rec4}^{(1)}(p,y)}{E_{rec3abs}(p,y)}, \tag{6.52}$$

որտեղ ֆոնային $E_{rec2}^{(1)}(p,y)$ և $E_{rec4}^{(1)}(p,y)$ անդամներում անհայտ $S(x,y)$-ի փոխարեն վերցվել են առաջին մոտավորությամբ ստացված $S^{(1)}(x,y)$-ի արժեքները, իսկ $t^{(2)}(x,y)$-ը երկրորդ կարգի մոտավորությունն է՝ առանց ֆոնային ուղղումների:

§6.3.2. Վերականգնված լայնութային անցման գործակցի ֆուրիե-վերլուծություն

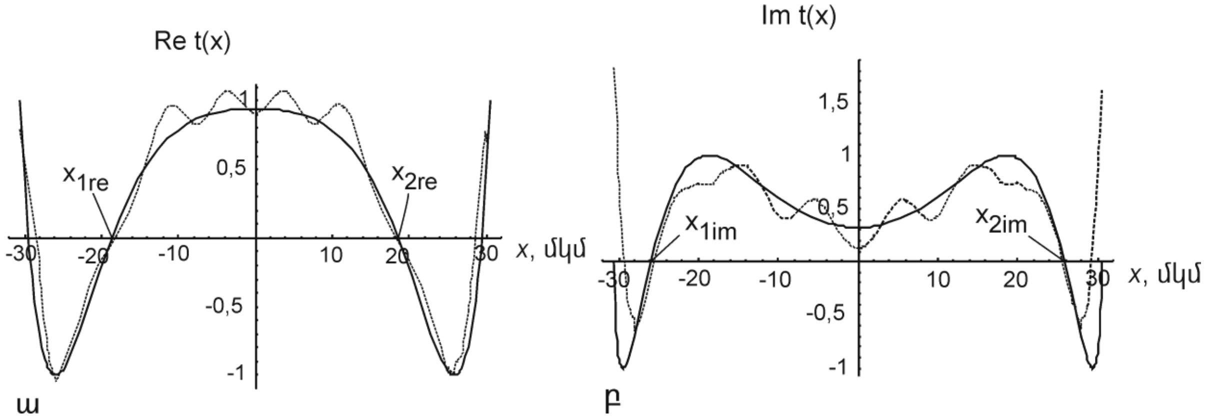
Հաջորդական մոտավորությունները հանգեցնում են վերականգնված լայնութային անցման գործակցի արժեքների ոչ ֆիզիկական բնույթի տատանումների, որոնք ազդում են լայնութային անցման գործակցի բարձր կարգի ֆուրիե-գործակիցների վրա: Եթե «զտենք» ձևափոխված բարձր կարգի ֆուրիե-գործակիցնե-րը և կատարենք հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխություն, կստանանք սահուն փոփոխվող լայնութային անցման գործակից:

Այսպիսով՝ նախ հաշվենք ֆուրիե-գործակիցները.

$$F[\mathrm{Re}\, t_{cr}^{(2)}(x,y)] = \int_{x_{1re}}^{x_{2re}} \exp(iqx)\,\mathrm{Re}\, t_{cr}^{(2)}(x,y)dx, \tag{6.53}$$

$$F[\mathrm{Im}\, t_{cr}^{(2)}(x,y)] = \int_{x_{1im}}^{x_{2im}} \exp(iqx)\,\mathrm{Im}\, t_{cr}^{(2)}(x,y)dx, \tag{6.54}$$

որտեղ x_{1re}-ը (x_{1im}-ը) և x_{2re}-ը (x_{2im}-ը) այն կոորդինատներն են, որոնց միջև ընկած են անցման գործակցի իրական (կեղծ) մասի ոչ ֆիզիկական բնույթի տատանումները: «Զտելով» $F[\mathrm{Re}\, t_{cr}^{(2)}(x,y)]$ և $F[\mathrm{Im}\, t_{cr}^{(2)}(x,y)]$ ֆունկցիաները համապատասխան տեղե-րում, ապա կատարելով հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխություն, կստանանք սահուն փո-



Նկ.6.9. Բերիլիումե լարի՝ երկրորդ կարգի մոտավորությամբ ստացված լայնութային անցման գործակցի համեմատումը ճշգրիտ արժեքների հետ ֆոնային ճշգրտման հաշ-վառմամբ. ա. իրական մաս. բ. կեղծ մաս (հոծ գիծ՝ ճշգրիտ արժեք, կետագիծ՝ երկ-րորդ կարգի մոտավորություն)

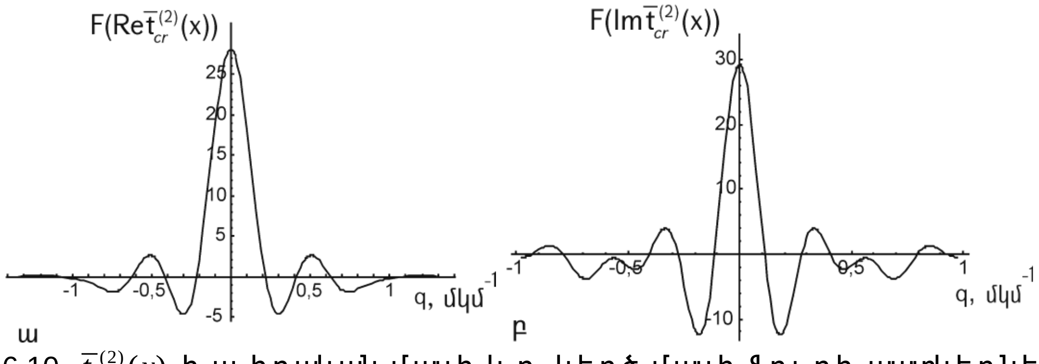
փոխվող լայնութային անցման գործակից:

§6.3.3. *Օրինակի քննարկում*

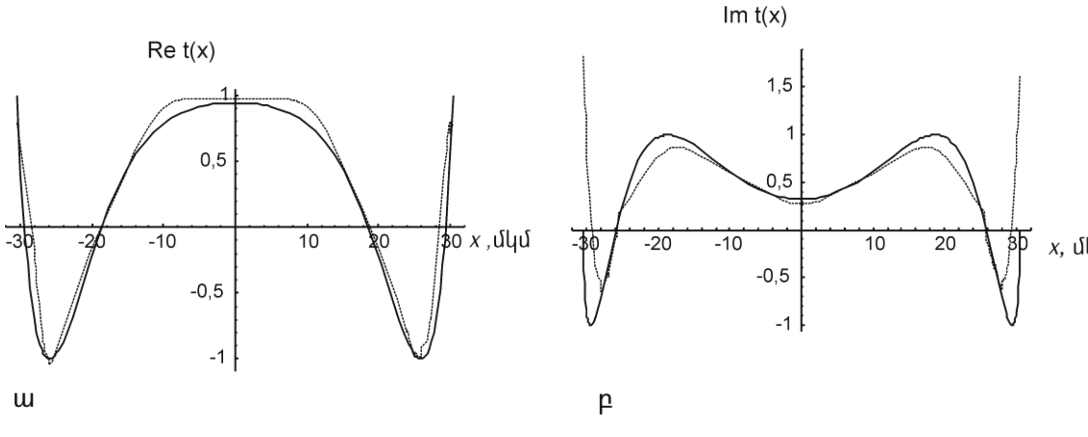
Դիտարկենք $\lambda = 0{,}71\mathring{A}$ ալիքի երկարությամբ σ-բևեռացմամբ ճառագայթման $Si(220)$ անդրադարձումը, $\Delta\theta = 0$, $T = 5$մմ, $\mu T = 7{,}3$ և որպես հետազոտվող առարկա վերցնենք $R_{obj} = a_{obj}/\cos\theta = 30$մկմ շառավղով բերիլիումե լար, որի առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը: Օգտագործելով (6.51)–(6.52) բանաձևերը՝ կա-րելի է հաշվել վերականգնված լայնութային անցման գործակիցը ֆոնի հաշվառմամբ: Նկ.6.9-ում պատկերված են բերիլիումե լարի՝ երկրորդ կարգի մոտավորությամբ ստացված և ֆոնային ուղղմամբ ճշգրտված վերականգնված լայնութային անցման գոր-ծակիցների իրական և կեղծ մասերը և դրանց ճշգրիտ արժեքները: Տատանումների մասնակի վերացման նպատակով ներկայացված են $\bar{t}_{cr}^{(2)}(x) = (t_{cr}^{(2)}(x) + t_{cr}^{(1)}(x))/2$-ի միջինացված արժեքները: Համեմատենք նկ.6.9.ա-ն նկ.6.8.ա-ի չճշգրտված արժեք-ների հետ: Ճշգրտումից հետո -30մկմ $\le x \le -20$մկմ և 20մկմ $\le x \le 30$մկմ տիրույթնե-րում ընկած մինիմումները մեծ ճշտությամբ համընկնում են ճշգրիտ արժեքների հետ: Բացի եզրային (20մկմ $\le x \le 30$մկմ) արժեքներից, ճշգրտված արժեքները համարյա հավասար են 1-ի (ճշգրիտ արժեք), մինչդեռ չճշգրտված արժեքները փոքր են 0,5-ից: Ֆոնային ուղղումները հանգեցնում են համարյա ճշգրիտ արժեքների: Համեմատենք նկ.6.9.բ-ն և նկ.6.8.բ-ն: Ճշգրտման հետևանքով

-30 մկմ $\le x \le -20$ մկմ և 20 մկմ $\le x \le 30$ մկմ տիրույթներում ընկած մինիմումներն աճել են և ավելի մոտեցել ճշգ-րիտ արժեքներին: Եզրերում՝ $x=-30$ մկմ և $x=30$ մկմ, ճշգրտված արժեքները նույն-պես աճել են և ավելի մոտ են ճշգրիտ արժեքներին: Ճշգրտումը բարելավում է վերա-կանգնված կեղծ մասի արժեքները:

Ոչ ֆիզիկական բնույթի տատանումները կարելի է վերացնել՝ կիրառելով ֆուրիե- վերլուծության վերը նշված եղանակը: Նկ.6.9.ա-ում և բ-ում $x_{1re}=-18,7$ մկմ, $x_{2re}=18,7$ մկմ և $x_{1im}=-25,7$ մկմ, $x_{2im}=25,7$ մկմ: Նկ.6.10-ում պատկերված են $F[\mathrm{Re}\,\bar{t}_{cr}^{(2)}(x,y)]$ և $F[\mathrm{Im}\,\bar{t}_{cr}^{(2)}(x,y)]$ ֆունկցիաների իրական մասերը (կեղծ մասերը փոքր են և կարող են անտեսվել): Նշված ֆունկցիաները միայն $-0,5$ մկմ$^{-1} \le q \le 0,5$ մկմ$^{-1}$ մի-ջակայքում վերցնելով, և կատարելով հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխություն՝ կգտնենք լայնության անցման գործակցի սահուն փոփոխվող իրական մասը $-18,7$ մկմ $\le x \le 18,7$ մկմ միջակայքում և սահուն փոփոխվող կեղծ մասը $-25,7$ մկմ $\le x \le 25,7$ մկմ միջակայքում (այս միջակայքերից դուրս վերցնում ենք $\bar{t}_{cr}^{(2)}(x)$-ի արժեքները):



Նկ.6.10. $\bar{t}_{cr}^{(2)}(x)$-ի ա. իրական մասի և բ. կեղծ մասի ֆուրի-պատկերները



Նկ.6.11. Սահուն փոփոխվող $\bar{t}_{cr}^{(2)}(x)$-ի ա. իրական և բ. կեղծ մասերի համեմատումը $t(x)$-ի ճշգրիտ արժեքների հետ (հոծ գիծ՝ ճշգրիտ արժեք,

կետագիծ՝ վերականգնված արժեք)

Արդյունքները պատկերված նկ.6.11.ա-ում և բ-ում:

ԳԼՈՒԽ 7. ԻՆՏԵՐՖԵՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՏԱՅԻՆ ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱ

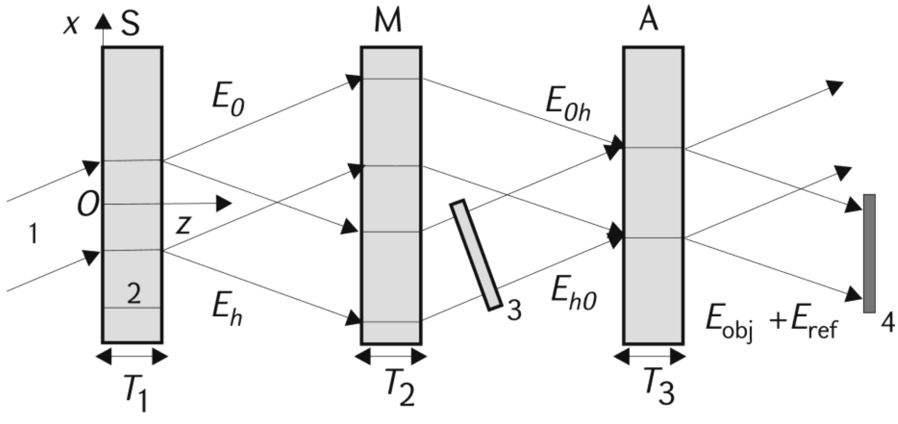
§7.1. *Ռենտգենյան ինտերֆերաչափական ֆրենելյան հոլոգրաֆիա*

§7.1.1. *Ռենտգենյան ֆրենելյան ինտերֆերաչափական հոլոգրամի գրանցումը*

Ռենտգենյան ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիան առաջարկվել և տեսակա-նորեն ուսումնասիրվել է [205-207] աշխատանքներում: Եղանակի էությունը ռենտգեն-յան եռաթիթեղ կամ քառաթիթեղ ինտերֆերաչափի օգտագործումն է առարկայի հոլո-գրամը գրանցելու համար: Առարկան տեղադրվում է ինտերֆերաչափի բազուկներից մեկում, մինչդեռ մյուս բազուկով անցած ալիքը խաղում է հենային ալիքի դեր: Նշենք, որ նշված աշխատանքներում դիտարկվում է ոչ կոհերենտ հոլոգրամի գրանցման դեպքը: Փուլային ցայտունության Մոմոզի եղանակը եռաթիթեղ ինտերֆերաչափով առաջարկվել է [180]-ում, որտեղ նույնպես հետազոտվող առարկան տեղադրվում է ին-տերֆերաչափի բազուկներից մեկում:

Ստորև առաջարկվել և տեսականորեն հետազոտվել է ռենտգենյան կոհերենտ ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիայի եղանակը, որը հնարավոր է իրագործել շնորհիվ ներկայում գործող երրորդ սերնդի ռենտգենյան սինքրոտրոնային աղբյուրների և ռենտգենյան ազատէլեկտրոնային լազերների առկայության:

Ռենտգենյան կոհերենտ ինտերֆերաչափական հոլոգրամի գրանցման հնարա-վոր սխեմաները պատկերված են Նկ.7.1-7.4-ում: Նկ.7.1-ը ինտերֆերաչափական հոլո-գրամի գրանցման ընդհանուր սխեման է: Դիտարկվում է երկալիքային Լաուեի

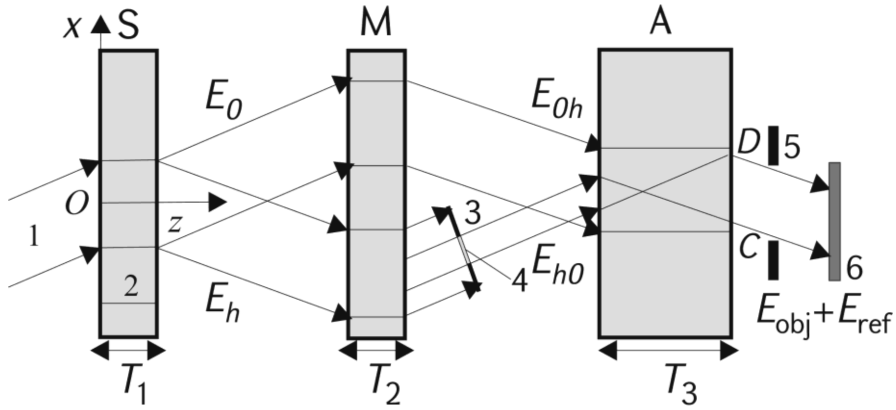


Նկ.7.1. Ռենտգենյան կոհերենտ ինտերֆերաչափական հոլոգրամի

գրանցման ընդհա-նուր սխեման առարկայի ազդեցության հարթալիքային տիրույթում: S` պառակտիչ, M` հայելային, A` վերլուծիչ թիթեղներ, 1` ռենտգենյան ճառագայթներ, 2` անդրադարձնող հարթություններ, 3` հետազոտվող առարկա, 4` հոլոգրամ:

համաչափ երկրաչափությամբ դինամիկական դիֆրակցիա: Եռաթիթեղ լաուեյան ռենտգենյան ինտերֆերաչափի վրա Բրեգի ճշգրիտ անկյան տակ ընկնում է մեներանգ, լայն, հարթզուգահեռ ռենտգենյան փունջ, այնպես որ իրականանում են հարթալիքային մոտավորության պայմանները: Ինտերֆերաչափի բազուկներից մեկում, հայելային թի-թեղից հետո տեղադրվում է $t(x,y)$ լայնույթային անցման կոմպլեքս գործակցով հետա-զոտվող առարկան:

Ալիքն առարկայի միջով անցնելուց հետո (առարկայական ալիք) վերլուծիչում ինտերֆերում է ինտերֆերաչափի մյուս բազուկով անցած ալիքի հետ (հենային ալիք): Բյուրեղում առարկայի հարթալիքային ազդեցության տիրույթ կանվանենք անմիջապես բյուրեղի մուտքին առարկայի տակ ընկած տիրույթի եզրերով անցնող բնութագրիչ-ներով (դրանք ուղիղ գծեր են, որոնք զուգահեռ են անցած և դիֆրակտված ալիքների տարածման ուղղություններին` նկ.7.1) մինչև այդ բնութագրիչների հատման կետն ընկած տիրույթը (նկ.7.1): Առարկայի հոլոգրամը կարելի է գրանցել` առարկայական և հենային փնջերը վերադրելով ինչպես առարկայի հարթալիքային ազդեցության տի-րույթում (նկ.7.1), այնպես էլ առարկայական ալիքի հարթալիքային տիրույթից ցած ընկած տիրույթում (բնութագրիչների հատման կետից մինչև բյուրեղի ելքի մակերևույթ ընկած տիրույթը): Այս տիրույթում ներդրում են տալիս առարկայի բոլոր կետերը: Այս տեսակետից շատ կարևոր է դիֆրակցիայի հարթության մեջ առարկայի չափերի հա-րաբերությունը վերլուծիչ բյուրեղի հաստությանը: Նկ.7.2-7.4-ում ցույց տրված սխե-մաներում վերլուծիչ թիթեղի հաստությունն ընտրվում է այնպես, որ բորմանյան անց-



Նկ.7.2. Ռենտգենյան կոհերենտ ինտերֆերաչափական ֆրենելյան հոլոգրամի գրանց-ման ընդհանուր սխեման ազդեցության հարթալիքային տիրույթից ցած տիրույթում. E_{h0} առարկայական ալիքը սահմանափակված է ճեղքով: 3,5՝ ճեղքեր, 4՝ առարկա, 6՝ հոլոգրամ, CD՝ հոլոգրամի գրանցման տիրույթը վերլուծիչի ելքում

ման պայմաններում ստացվի վերադրվող ալիքների հնարավոր մեծ չափերով տիրույթ:

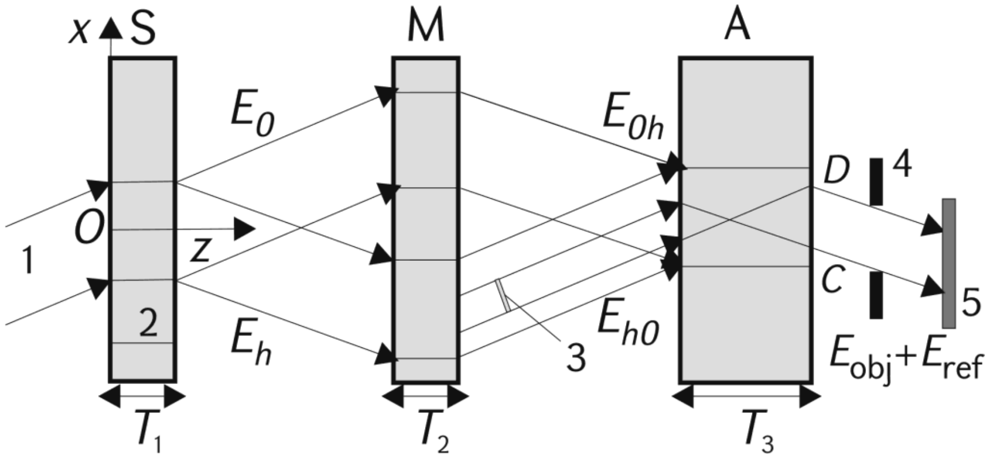
Առաջին՝ պառակտիչ թիթեղից դուրս եկած փնջերի լայնույթները նշանակվել են E_h-ով և E_0-ով, երկրորդ՝ հայելային թիթեղից դուրս եկած փնջերի լայնույթները՝ E_{h0}-ով և E_{0h}-ով, իսկ երրորդ՝ վերլուծիչ թիթեղից դիֆրակտված ալիքի ուղղությամբ դուրս եկած փնջերի լայնույթները՝ E_{h0h}-ով և E_{0hh}-ով: Ինտերֆերենցային դաշտը վերլուծիչից հետո դիտվում է դիֆրակտված ալիքի ուղղությամբ, չնայած նույն կերպ այն կարելի է դիտել անցած ալիքի ուղղությամբ: Հետազոտվող առարկան տեղադրվել է հայելային թիթեղից հետո կրկնակի դիֆրակտված E_{h0} փնջում:

Դիտարկենք վերլուծիչ թիթեղում վերադրված ալիքների E_{h0h} + E_{0hh} լայնույթն ըստ Նկ.7.2-ի: Վերլուծիչում դաշտը դիտարկվում է առարկայի հարթ ալիքային տիրույթից ցած ընկած տիրույթում: Առարկայական ալիքի E_{h0h} լայնույթը վերանշանակենք E_{obj}-ով, իսկ E_{0hh} հենային ալիքինը՝ E_{ref}-ով: Վերլուծիչից դուրս եկած փնջում E_{hol} ամպլիտուդը, ինչպես (5.47)-ում, կարելի է ներկայացնել

$$E_{\mathrm{hol}} = E_{\mathrm{ref}} + E_{\mathrm{obj}} \qquad (7.1)$$

տեսքով, իսկ ուժգնությունը՝ (5.48) տեսքով:

Դիտարկենք այն դեպքը, երբ $T_3/\Lambda_r >> 1$ և $\mu T_3 >> 1$, որտեղ T_3-ը վերլուծիչ թիթեղի հաստությունն է: Այս դեպքում կարելի է դիտարկել միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը: Ինտերֆերաչափի առաջին երկու թիթեղները կարելի է վերցնել ավել ի



Նկ.7.3. Ռենտգենյան կոհերենտ ինտերֆերաչափական ֆրաունհոֆերյան հոլոգրամի գրանցման ընդհանուր սխեման ազդեցության հարթ ալիքային տիրույթից ցած տի-րույթում, երբ E_{h0} առարկայական ալիքը սահմանափակված չէ ճեղքով: 3՝ առարկա, 4՝ ճեղք, 5՝ հոլոգրամ:

փոքր հաստությամբ՝ $T_1=T_2<T_3$, բայց այնպես, որ $\mu T_{1,2}>>1$, այնպես որ վերջնական հաշվարկներում կարելի է թողնել միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը: Ինչպես և *§5.2*-ում և *§6.1*-ում, հոլոգրամի (5.48) ուժգնությունը հաշվելու համար նորից կօգտվենք դինամիկական դիֆրակտային խնդրի Գրինի եղանակից, որի միջոցով ստանում ենք.

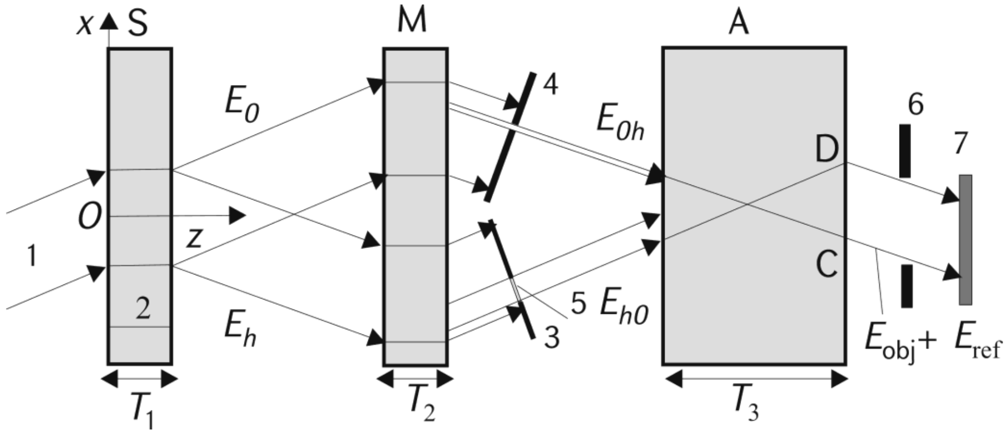
$$E_{\mathrm{ref}}=-\frac{1}{8}\exp(i\sigma_0 T), \tag{7.2}$$

$$E_{\mathrm{obj}}=\frac{1}{4}\exp(2i\sigma_0 T_1)\int_{-\infty}^{\infty} G(x-x',T_3)\,t(x',y)\,dx', \tag{7.3}$$

որտեղ $\sigma_0=(k\chi_0/2\cos\theta)+\pi/\Lambda$, $T=2T_1+T_3$՝ ինտերֆերաչափի թիթեղների գումարային հաստությունն է, θ-ն՝ Բրեգի անկյունը, և դիտարկվում է կենտրոնահամաչափ բյուրեղի դեպքը:

Նկ.7.2-ում դիտարկվող սխեմայի դեպքում ինտեգրումն ըստ էության կատարվում է $(-a_{\mathrm{obj}},a_{obj})$ տիրույթում, որտեղ $2a_{\mathrm{obj}}$-ն x առանցքի ուղղությամբ առարկայի չափն է դիֆրակցիայի հարթության մեջ: Քանի որ դիտարկում ենք հաստ կլանող բյուրեղներ $(\mu T_{1,2}>>1)$, ապա Գրինի ֆունկցիայի համար օգտագործելով (5.12) ասիմպ-տոտական վերլուծությունը և դրան հաջորդող պարաբոլական մոտավորությունը, (7.3)-ից կստանանք՝

$$E_{\text{obj}} = Q\int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} \exp\left[-i\pi\frac{(x-x')^2}{2\Lambda T_3 tg^2\theta}\right] t(x',y)\,dx' \qquad (7.4)$$



Նկ.7.4. Ռենտգենյան կոհերենտ ինտերֆերաչափական ֆուրիե-հոլոգրամի գրանցման ընդհանուր սխեման ազդեցության հարթալիքային տիրույթից ցած տիրույթում, երբ առարկայական E_{h0} ալիքը և հենային E_{0h} ալիքը սահմանափակված են ճեղքով, E_{0h}-ի համար օգտագործվում է նեղ ճեղք (կետային աղբյուր): 3, 4, 6՝ ճեղքեր, 5՝ առարկա, 7՝ հոլոգրամ:

որտեղ $Q = -\exp(i\sigma_0 T + i\pi/4)\,\text{ctg}\theta\,(8\Lambda_r T_3)^{-1/2}/4$:

Կետային առարկայի դեպքում, (7.4)-ի ենթաինտեգրալ արտահայտության էքս-պոնենտի փուլում կարելի է անտեսել x'-ը, ուստի՝

$$E_{\text{obj}} = 2a_{\text{obj}}Q\exp\left[-i\pi\frac{x^2}{2\Lambda T_3 tg^2\theta}\right]\bar{t}(y), \quad \bar{t}(y) = \int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} t(x',y)\,dx'/2a_{\text{obj}}: \qquad (7.5)$$

Վերջավոր չափերով առարկայի դեպքում (7.4)-ից կստանանք՝

$$E_{\text{obj}} = Q\exp\left[-i\pi\frac{x^2}{2\Lambda T_3 tg^2\theta}\right]\int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} \exp[i\Phi(x,x')]\,t(x',y)\,dx', \qquad (7.6)$$

որտեղ $\Phi(x,x') = \pi[-x'^2/(2\Lambda T_3 tg^2\theta) + xx'/(\Lambda T_3 tg^2\theta)]$: Ինչպես երևում է վերջին, ինչպես նաև (7.5) և (7.6) արտահայտություններից, առարկայական ալիքի լայնույթը (բյուրեղում կլանման հաշվառմամբ) տրվում է օպտիկայից հայտնի ֆրենելյան հոլոգրաֆիայում առարկայական ալիքի լայնույթի արտահայտությամբ [246], ուստի ներկայացված եղա-նակը կարելի է անվանել ֆրենելյան ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիական եղանակ: Սակայն առարկայական ալիքը զուգամիտող է, մինչդեռ օպտիկայում այն տարամիտող է: Եթե (7.6)-ի ենթաինտեգրալ արտահայտության էքսպոնենտի փուլում անտեսենք ըստ x'-ի քառակուսային անդամները, ապա E_{obj}-ը համեմատական կլինի առարկայի լայնութային անցման կոմպլեքս գործակցի ֆուրիե-պատկերին: Այդ դեպքում, բացի ներկայացված սխեմայից, կարելի է դիտարկել նաև մեկ այլ սխեմա, որտեղ նաև հենա-յին ալիքն է սահմանափակված նեղ ճեղքով, որը խաղում է կետային աղբյուրի դեր (Նկ.7.4): Այս սխեման նման է ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի եղանակին [246] և կարող է ան-վանվել ռենտգենաինտերֆերաչափական ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի եղանակ:

Հոլոգրամի գրանցման այն դեպքում (Նկ.7.3), երբ առարկայական ալիքը սահ-մանափակված չէ ճեղքով, (7.4)-ից կստանանք՝

$$E_{\text{obj}} = -\frac{1}{8}\exp(i\sigma_0 T) - \frac{1}{4}\exp(2i\sigma_0 T_1)\int_{-a_{\text{obj}}}^{a_{\text{obj}}} G(x-x',T_3)S(x',y)dx', \qquad (7.7)$$

որտեղ $S(x,y) = 1-t(x,y)$ ֆունկցիան առարկայի լայնութային ցրման գործակիցն է: Փաս-տորեն (7.7)-ի աջ մասում առաջին գումարելին նույնպես խաղում է հենային ալիքի դեր, ինչպես և E_{ref}-ը, մինչդեռ առարկայական ալիքը երկրորդ գումարելին է, որի համար, նորից օգտվելով Գրինի ֆունկցիայի ասիմպտոտական վարքից, կստանանք (7.4)–(7.6) տեսքի արտահայտություններ, որոնցում $t(x,y)$-ը փոխարինված կլինի $-S(x,y)$-ով: Այս դեպքում ստացված արտահայտությունները նման են ֆրաունհոֆերյան հոլոգրաֆիա-կան սխեմայի արտահայտություններին, ուստի այն կարելի է անվանել ռենտգենաին-տերֆերաչափական հոլոգրաֆիական եղանակ:

Նկ.7.2-7.4-ում ցույց տրված հոլոգրամի գրանցման CD տիրույթում կարևոր է ոչ միայն առարկայի լայնութային անցման գործակցի, այլ նաև Գրինի ֆունկցիայի վարքը: Դա երևում է (7.4) և (7.7) առարկայական ալիքի լայնույթների տեսքից:

Քանի որ իրական աղբյուրներն ունեն չափեր, իսկ ալիքները մեներանգ չեն, ապա հարկ է դիտարկել տարածական և ժամանակային կոհերենտությունների ներ-կայացվող պահանջները: Համապատասխան գնահատականներ կարելի է անել նույն կերպ, ինչ 5-րդ և 6-րդ գլուխներում: Այս դեպքում մեկ բյուրեղի փոխարեն պետք է վերցնել ինտերֆերաչափի երեք թիթեղների գումարային հաստությունը, հետևաբար՝ կհանգենք աղբյուրի չափերի և ոչ մեներանգության այն պահանջներին, որոնց բավա-րարման դեպքում հոլոգրամի վրա ուժգնության բաշխումը չի փոփոխվի: Դրանք են՝

$2a_s\left(2T_1+T_3\right) < \lambda L_s/2\sin\theta$ տարածական կոհերենտության համար և $\left(2T_1+T_3\right)\sin 2\theta\,\mathrm{tg}\theta < l_c\cos\theta$ ժամանակային կոհերենտության համար, որտեղ $2a_s$-ն աղբյուրի չափերն են դիֆրակցիայի հարթության մեջ:

§7.1.2. *Առարկայի պատկերի վերականգնումը լույսով*

Առարկայի պատկերի վերականգնման համար հոլոգրամը տեղադրվում է լուսային ալիքի տարածման ճանապարհին: Ենթադրվում է, որ L_0 հեռավորությամբ կետային աղբյուրից հոլոգրամի հարթությանն ուղղահայաց ընկնում է գնդային սկալյար ալիք (բևեռացումը դեր չի խաղում): Ենթադրվում է նաև, որ գրանցումը կատարվել է այնպես, որ հոլոգրամի լայնութային անցման գործակիցը համեմատական է գրանցված ուժգնությանը: Հոլոգրամն անցնելուց հետո ալիքի տարածումը նկարագրվում է Հյույգենս-Ֆրենելի (5.54), (6.15) սկզբունքով: Հոլոգրամի վրա ընկնող ալիքի լայնույթը կարելի է ներկայացնել $E^i(x,y) = \exp\left[ik_0\left(x^2+y^2\right)/2L_0\right]/L_0$ տեսքով: Միաչափ $t(x)$ և երկչափ $t(x,y)$ դեպքերի համար անհրաժեշտ է տարբերել երկու վերականգնման սխեմաներ:

Միաչափ դեպք: Այս դեպքում հոլոգրամը լուսավորվում է լուսային ալիքով՝ առանց ոսպնյակի օգտագործման: (5.48)-ի առաջին անդամը տեղադրելով (6.15)-ի մեջ և կատարելով ինտեգրում, վերականգնված հենային ալիքի լայնույթի համար հոլոգրամի մակերևույթից $z=L$ հեռավորությունում կստանանք՝

$$E_{\mathrm{rec1}} = \frac{\exp\left(-\frac{\mu_d T}{\cos\theta}\right)}{64\,(L+L_0)}\exp\left[ik_0\,\frac{x^2+y^2}{2\,(L+L_0)}\right], \tag{7.8}$$

որտեղ $\mu_d = \mu(1-\chi_{hi}/\chi_{0i})$-ն բյուրեղի դիֆրակտային, իսկ μ-ն՝ գծային կլանման գործակիցն է, 1 ցուցիչը նշում է (5.48)-ի առաջին անդամին համապատասխանող վերականգնված անդամը:

Ուսումնասիրենք (5.48)-ի երկրորդ և երրորդ անդամներին համապատասխանող վերականգնված անդամները: Ի տարբերություն օպտիկայի, որտեղ առարկայի իրական պատկերը վերականգնվում է երկրորդ անդամից, այս դեպքում այն վերականգնվում է երրորդ անդամից, մինչդեռ երկրորդ անդամից վերականգնվում է կեղծ պատկերը:

Կետային առարկայի պատկերի վերականգնումը: Օգտվելով (7.5)-ից և (5.48)-ի երրորդ անդամը տեղադրելով (6.15)-ի մեջ, կարելի է համոզվել, որ իրական պատկերը ձևավորվում է մի հարթության մեջ, որի L_f հեռավորությունը հոլոգրամի հարթությունից բավարարում է

$$\frac{1}{L_0}+\frac{1}{L_\mathrm{f}}=\frac{1}{F}, \tag{7.9}$$

հավասարմանը, որտեղ

$$F=\frac{1}{\pi}T_3\Lambda_r tg^2\theta\, k_0=\frac{2T_3 tg^2\theta\cos\theta}{\left|\chi_{hr}\right|}\frac{\lambda}{\lambda_0}: \tag{7.10}$$

$z = L_\mathrm{f}$ պատկերի հարթության մեջ իրական պատկերին համապատասխանող լայնույթը՝

$$E_{\mathrm{rec}3}=A_3\exp\left[ik_0\left(\frac{x^2}{2L_\mathrm{f}}+\frac{y^2}{2\left(L_\mathrm{f}+L_0\right)}\right)\right]\exp\left(-\frac{k_0F}{2\eta}\frac{x^2}{L_\mathrm{f}^2}\right)\bar{t}\,(y), \tag{7.11}$$

որտեղ $A_3 = 2a_{\mathrm{obj}}[k_0/(2\pi\eta F)]^{1/2}[64(L_\mathrm{f} + L_0)]^{-1}\exp(-\mu_\mathrm{d}T/\cos\theta)$, $\eta=\chi_{hi}/\left|\chi_{hr}\right|$: Ինչպես հետևում է (7.11)-ից, իրական պատկերի կոորդինատը՝

$$x_\mathrm{c}=0: \tag{7.12}$$

(7.11)-ի համաձայն՝ պատկերի վրա ուժգնության բաշխման կիսալայնությունը՝

$$\Delta=2L_\mathrm{f}\sqrt{\frac{\eta}{k_0F}}: \tag{7.13}$$

Վերականգնող հարթ ալիքի դեպքում

$$\Delta=2\sqrt{\frac{\eta F}{k_0}}: \tag{7.14}$$

Վերջին երկու արտահայտություններից, ինչպես նաև 5-րդ և 6-րդ գլուխներում արված վերլուծությունից հետևում է, որ կիսալայնության խոշորացումը և, հետևաբար, երկու կետային առարկաներից կազմված համակարգի խոշորացումը՝

$$M_x=\frac{L_\mathrm{f}}{F}: \tag{7.15}$$

Մյուս կողմից, լուծունակությունը, այսինքն՝ երկու ամենամոտ կետերի միջև հեռավո-րությունը, որոնց դեռ կարելի է զանազանել պատկերի վրա, որոշվում է (7.14)-ից, քանի որ երկու կետերի պատկերների հեռավորությունը և պատկերի կիսալայնությունն ունեն նույն` M_x խոշորացումը:

Կետային առարկայի դեպքում, օգտագործելով (7.5)-ը և (5.48)-ի երկրորդ անդամը տեղադրելով (6.15)-ի մեջ, կարելի է համոզվել, որ կեղծ պատկերը ձևավոր-վում է մի հարթության մեջ, որի L_{f1} հեռավորությունը հոլոգրամի հարթությունից բավա-րարում է

$$\frac{1}{L_0}+\frac{1}{L_{f1}}=-\frac{1}{F} \tag{7.16}$$

հավասարմանը: Այս դեպքում ճառագայթները «կիզակետվում» են մինչև հոլոգրամը (դրանց շարունակությունները հատվում են մինչև հոլոգրամը), հոլոգրամի հարթությու-նից $L_{f1}<0$ հեռավորությունում: Վերականգնված պատկերի կոորդինատը`

$$x_{c1}=0: \tag{7.17}$$

Ինչ վերաբերվում է (5.48)-ի չորրորդ գումարելուն, ապա դրան համապատասխանող վերականգնված անդամը կենտրոնացված է կենտրոնում, ապակիզակետված է, համե-մատական է առարկայի չափերի քառակուսուն և փոքր է: Յետագայում այս անդամը չի դիտարկվում:

Վերջավոր առարկայի պատկերի վերականգնումը: Օգտվելով (7.6)-ից և (5.48)-ի երրորդ անդամը տեղադրելով (6.15)-ի մեջ, վերականգնված իրական ուղիղ պատկերի լայնույթի համար երկրաչափական կիզակետման $z = L_f$ հարթության մեջ ստացվում է

$$E_{rec3}=A_3{}'\exp\left[ik_0\frac{x^2+y^2}{2\,(L_f+L_0\,)}\right]t\left(\frac{Fx}{L_f}\right) \tag{7.18}$$

արտահայտությունը, որտեղ $A_3{}' = [64(L_f + L_0)]^{-1}\exp(-\mu_d T/\cos\theta)$: (7.18)-ից հետևում է, որ պատկերի կենտրոնի կոորդինատը որոշվում է (7.12), իսկ խոշորացումը` (7.15) բանա-ձևերից:

Ճիշտ նույն կերպ, օգտագործելով (7.6)-ը և (5.48)-ի երկրորդ անդամը տեղա-դրելով (6.15)-ի մեջ, կստանանք, որ կեղծ պատկերը ձևավորվում է մինչև հոլոգրամը` (7.16)-ից որոշվող $L_{f1}<0$ հեռավորությամբ և կիզակետման հարթության վրա որոշվում է $t^*(-Fx/L_{f1})$ ֆունկցիայով: Այստեղից հետևում է, որ կեղծ պատկերի կենտրոնի կոորդի-նատը որոշվում է (7.17), իսկ խոշորացումը` (7.15) բանաձևերով:

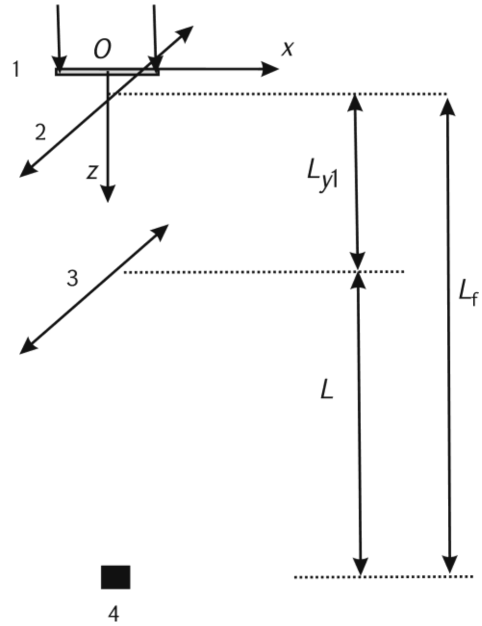
Երկչափ դեպք: Այս դեպքում անհրաժեշտ է կատարել նախնական ֆուրիե-ձևափոխություն ըստ *y* կոորդինատի: Նկ.7.5-ում պատկերված է վերականգնման հնարավոր սխեմաներից մեկը: Հոլոգրամը տեղադրվում է մինչև կամ անմիջապես (*y,z*) հարթության մեջ f_{y1} կիզակետային հեռավորությամբ գլանային ոսպնյակից հետո (գլանի առանցքն ընկած է (*x,z*) հարթության մեջ): Եթե հոլոգրամը լուսավորենք լուսային ալիքով, ապա հոլոգրամի հարթությունից L_{y1} հեռավորությունում կիրագործվի ֆուրիե-ձևափոխություն ըստ *y*-ի, ընդ որում

$$\frac{1}{L_0}+\frac{1}{L_{y1}}=\frac{1}{f_{y1}}: \qquad (7.19)$$

Այդ նույն հարթության մեջ տեղադրվում է (*y,z*) հարթության մեջ f_{y2} կիզակետային հեռավորությամբ գլանային ոսպնյակ (գլանի առանցքը կրկին ընկած է (*x,z*) հարթության մեջ), որի հարթությունից *L* հեռավորությունում կիրագործվի հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխություն ըստ *y*-ի, ընդ որում

$$\frac{1}{L}+\frac{1}{L_{y1}}=\frac{1}{f_{y2}}: \qquad (7.20)$$

Այդ նույն հարթության մեջ պետք է ձևավորվի առարկայի վերականգնված պատկերը,
հետևաբար՝ պետք է տեղի ունենա հետևյալ պայմանը



Նկ.7.5. Երկչափ առարկայի պատկերի վերականգնման սխեման՝ օպտիկական տարրերի և 1 հոլոգրամի վրա ընկնող ալիքի փոխադարձ դասավորությամբ. 2, 3՝ գլանային ոսպնյակներ,

4՝ առարկայի վերականգնված իրական կիզակետված պատկերը

$$L + L_{y1} = L_f : \tag{7.21}$$

Վերականգնման քննարկվող սխեմայում (6.15)-ը պետք է կիրառել երկու հաջորդա-կան փուլերով. առաջին փուլում՝ հոլոգրամի հարթությունից մինչև $z = L_{y1}$ հարթությունը, իսկ երկրորդ փուլում՝ այդ հարթությունից մինչև $z = L_f$ հարթությունը: Ոսպնյակների ազդեցությունը հաշվի առնելու նպատակով առաջին փուլում (6.15)-ի ենթաինտեգրալ արտահայտության մեջ պետք է ավելացնել $\exp[-ik_0 y'^2/2f_{y1}]$ բազմապատկիչը, իսկ երկրորդ փուլում՝ $\exp[-ik_0 y'^2/2f_{y2}]$-ը: Այս կերպ վերականգնված հենային ալիքի լայնույ-թը $z = L_f$ կիզակետային հարթության վրա՝

$$E_{\mathrm{rec}1} = \frac{\exp\left(-\dfrac{\mu_d T}{\cos\theta}\right)}{64 L L_0}\sqrt{f_{y2}F}\,\exp\left[ik_0\,\frac{x^2+y^2}{2(L_f+L_0)}\right]\exp\left(ik_0\,\frac{y^2}{2L}\right): \tag{7.22}$$

Դիտարկենք $z = L_f$ հարթության վրա իրական պատկերի լայնույթը կետային առարկայի դեպքում՝

$$E_{\mathrm{rec}3} = A_3''\exp\left[ik_0\left(\frac{x^2}{2L_f}+\frac{y^2}{2L}\right)\right]\exp\left[-\frac{k_0F}{2\eta}\left(\frac{x}{L_f}\right)^2\right]\bar{t}\left(-y\frac{L_{y1}}{L}\right), \tag{7.23}$$

որտեղ $A_3'' = -i\left(2a_{\mathrm{obj}}\right)[k_0 f_{y2}/(2\pi\eta)]^{1/2}\left(64LL_0\right)^{-1}\exp(-\mu_d T/\cos\theta)$: (7.23)-ը միաչափ դեպքի (7.11) արտահայտությունից տարբերվում է նրանով, որ ոսպնյակների կիրառման հե-տևանքով պատկերը շրջված է ըստ y-ի, իսկ այդ բանաձևից հետևող մնացած եզրա-կացությունները նույնն են, ինչ միաչափ դեպքում: Խոշորացումն ըստ y-ի

$$M_y = \frac{L}{L_{y1}} : \tag{7.24}$$

Ճիշտ նույն կերպ, վերջավոր չափերով առարկայի դեպքում

$$E_{\mathrm{rec}3} = A_3'''\exp\left[ik_0\,\frac{x^2}{2(L_f+L_0)}\right]\exp\left(ik_0\,\frac{y^2}{2L}\right)t\left(\frac{Fx}{L_f},-\frac{yL_{y1}}{L}\right), \tag{7.25}$$

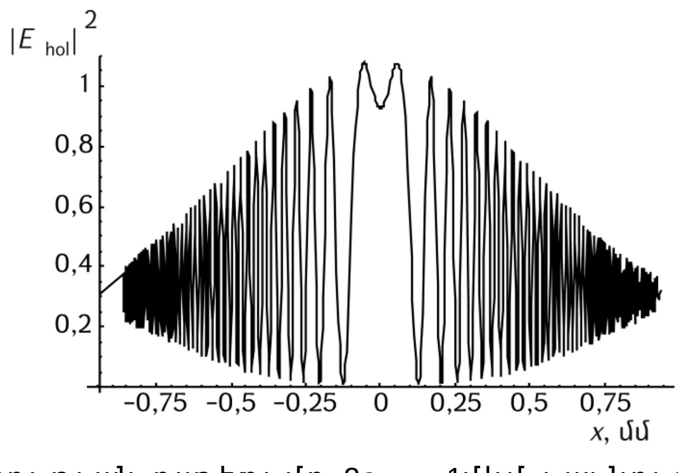
որտեղ $A_3''' = -i\left(f_{y2}F\right)^{1/2}\left(64LL_0\right)^{-1}\exp(-\mu_d T/\cos\theta)$:

§7.1.3. *Օրինակի քննարկում*

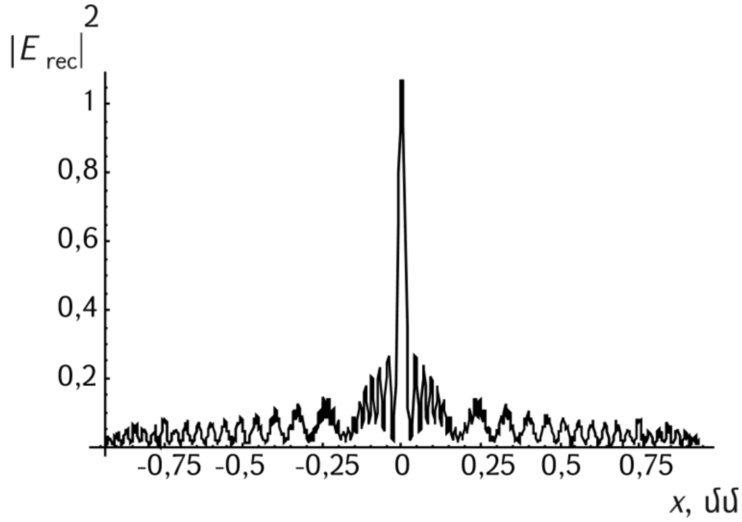
Քննարկենք Նկ.7.2 ֆրենելյան ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիայի եղանակով պարզագույն առարկայի՝ $2a_{obj}$ չափերով ճեղքի հոլոգրամի գրանցումը և լուսային հարթ ալիքով պատկերի վերականգնումը: Այս դեպքում առարկայի տիրույթում $t(x) = 1$:

Դիտարկենք $\lambda = 0{,}71\,\mathring{A}$ ճառագայթման Si(220) անդրադարձումը, $T_1 = T_2 = 1$ մմ և $T_3 = 5$ մմ: Ճեղքի չափերը՝ $2a_{obj} = 1$ մկմ, $\lambda_0 = 0{,}65$մկմ և $F = 19{,}8$մմ:

Նկ.7.6-ում պատկերված է ուժգնության (5.48) բաշխումը հոլոգրամի վրա, որն ստացվել է դինամիկական դիֆրակտային խնդրի Գրինի ֆունկցիայի օգնությամբ թվա-յին հաշվարկով: Հենային ալիքի լայնույթի համար օգտագործվել է (7.2)-ը, իսկ առար-կայական ալիքի լայնույթի համար՝ (7.3)-ը: Ցայտունության բարելավման նպատակով հենային ալիքի լայնույթը համարվում է 100 անգամ փոքրացված համապատասխան հաստությամբ կլանիչով: Նկ.7.7-ում պատկերված է թվային հաշվարկով ստացված (6.15) վերականգնված դաշտի լայնույթը $z = F$ պատկերի հարթության մեջ: Այս օրինա-կում լուծունակությունն անվերջ չափերով հոլոգրամի դեպքում կազմում է $\Delta \sim 2(\eta F/k_0)^{1/2} \approx 8$ մկմ: Ինչպես երևում է թվային հաշվարկի արդյունքներից, ճեղքի պատկերը լիովին վերականգնվում է: Թվային և տեսական հաշվարկների արդյունքնե-րը լիովին համընկնում են:



Նկ.7.6. Ուժգնության բաշխումը $2a_{obj}$ = 1մկմ լայնությամբ ճեղքի ռենտգենյան ինտերֆերաչափական ֆրենելյան հոլոգրամի վրա (կամայական միավորներ, թվային հաշվարկ)



Նկ.7.7. $z = F$ պատկերի հարթության վրա ճեղքի իրական վերականգնված պատկերի ուժգնության բաշխումը (կամայական միավորներ, թվային հաշվարկ):

§7.2. Ռենտգենյան ինտերֆերաչափական Ֆուրիե-հոլոգրաֆիա

§7.2.1. Ռենտգենյան ինտերֆերաչափական Ֆուրիե-հոլոգրամի գրանցումը

Շարունակելով ռենտգենյան ինտերֆերաչափական կոհերենտ հոլոգրաֆիական սխեմաների տեսական ուսումնասիրությունը՝ դիտարկենք Նկ.7.4-ում ներկայացված ին-տերֆերաչափական Ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի եղանակը, որը նույնպես կարելի է իրակա-նացնել երրորդ սերնդի սինքրոտրոնային աղբյուրներով կամ ռենտգենյան ազատ էլեկ-տրոնային լազերներով: Այն կարելի է օգտագործել ռենտգենյան մանրադիտակում:

Այս եղանակում առարկայական ալիքը սահմանափակված է առարկայի չափե-րով ճեղքով, իսկ հենային ալիքը կազմավորվում է նեղ ճեղքով, որը խաղում է կետային աղբ-յուրի դեր (Նկ.7.4): Առարկան և հենային ալիքի ճեղքը տեղադրվում են ինտերֆերաչափի երկրորդ՝ հայելային թիթեղից հետո: Վերլուծիչ թիթեղից դիֆրակտված ալիքի ուղղությամբ դուրս եկած փնջում լայնույթը կարելի է ներկայացնել (7.1) տեսքով, իսկ համապատասխան ուժգնությունը՝ (6.15)-ով:

Ինչպես և նախորդ պարագրաֆում ենթադրվում է, որ $T_3/\Lambda_r >> 1$, $\mu T_3 >> 1$, $T_1 = T_2 < T_3$, $\mu T_{1,2} > 1$ և կարելի է հաշվի առնել միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը: Դի-նամիկական տեսության համաձայն՝

$$E_{obj} = \frac{1}{4}\exp(2i\sigma_0 T_1)\int_{x_{obj1}}^{x_{obj2}} G_{h0}(x - x', T_3)\, t(x', y)\, dx', \qquad (7.26)$$

$$E_{\mathrm{ref}} = -\frac{1}{4}\exp(2i\sigma_0 T_1)\int_{x_{\mathrm{ref1}}}^{x_{\mathrm{ref2}}} G_{hh}(x - x', T_3)\,dx', \tag{7.27}$$

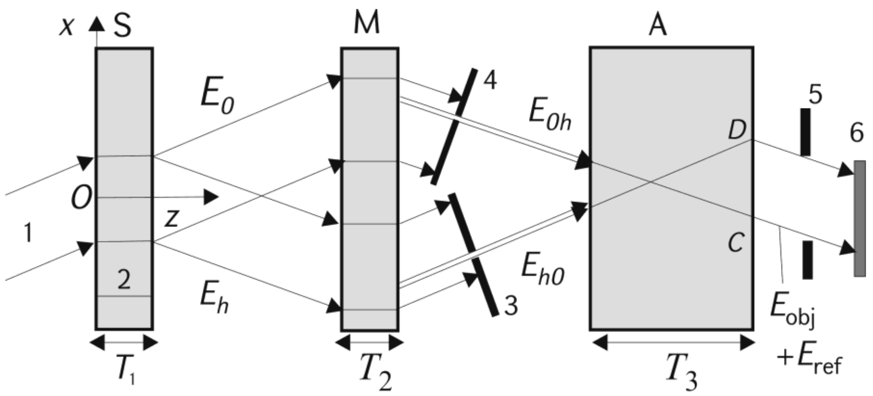
որտեղ x_{ref1}-ը x_{ref2}-ը, x_{obj1}-ը, $x_{;\mathrm{obj2}}$–ը վերլուծիչի մուտքի մակերևույթին հենային և առարկա-յական ալիքների լուսավորված տիրույթների ձախև աջ եզրերի կոորդինատներն են, Գրինի G_{h0} և G_{hh} ֆունկցիաների տեսքը տրված է [8,9,247]-ում, ընդ որում այստեղ օգ-տագործվող Գրինի ֆունկցիաներն ստացվում են [247]-ի Գրինի ֆունկցիաները բազմա-պատկելով $\exp(ik\chi_0 T_3/2\cos\theta)$-ով: G_{hh}-ում որպես գումարելի մասնակցում է Դիրակի դելտա-ֆունկցիան, բայց այն կարելի է անտեսել, քանի որ դիտարկվում է հաստ կլանող բյուրեղ: Բացի այդ, հենային ալիքի ճեղքը համարվում է նեղ: Արված մոտա-վորությունների արդյունքում (7.27)-ի փոխարեն կստանանք`

$$E_{\mathrm{ref}} = -\frac{1}{4}\exp(2i\sigma_0 T_1)(2a_{\mathrm{ref}})G_{hh}(x - x_{\mathrm{ref}}, T_3), \tag{7.28}$$

որտեղ x_{ref} -ը հենային ալիքի կենտրոնի կոորդինատն է վերլուծիչի մուտքի մակե-րևույթին, $2a_{\mathrm{ref}}$ -ը հենային ալիքի ճեղքի չափի պրոյեկցիան է վերլուծիչի մուտքի մակերևույթին: Այսպիսով` ինտերֆերենցային դաշտը վերլուծիչի ելքի մակերևույ-թի հոլոգրամի գրանցման CD տեղամասում ձևավորվում է որպես կետային աղբ-յուրի ֆունկցիայի և առարկայական ալիքի լայնույթի գումար:

§7.2.2. Յունգի ռենտգենյան ինտերֆերաչափական գծեր

Դիտարկվող սխեմայի պարզագույն դեպքում որպես առարկա վերցվում է նույն լայնության ճեղք, ինչ որ հենային ալիքի ճեղքն է (Նկ.7.8): Առարկայական



Նկ.7.8. Յունգի ռենտգենյան ինտերֆերաչափական փորձի սխեման: 3,4` նեղ, նույն լայնությամբ ճեղքեր, 5` ճեղք, 6`

հոլոգրամ

ալիքի ճեղքի կենտրոնի կոորդինատը վերլուծիչի մուտքի մակերևույթին նշանակենք x_{obj} -ով: Այդ դեպքում (7.26)–ի փոխարեն կարելի է գրել հետևյալ մոտավոր արտահայտությունը

$$E_{obj} = \frac{1}{4}\exp(2i\sigma_0 T_1)(2a_{ref})G_{h0}(x - x_{obj}, T_3): \tag{7.29}$$

(7.28)-ի և (7.29)-ի համաձայն՝ ինտերֆերենցային դաշտը ձևավորվում է երկու կետային աղբյուրների ֆունկցիաների գումարով, ուստի այս սխեման Յունգի ռենտգենյան ինտերֆերաչափական փորձի սխեմա է: Վերլուծիչի ելքի մակերևույթին կձևավորվեն Յունգի ռենտգենյան ինտերֆերաչափական դինամիկական դիֆրակտային գծեր: Գումարային դաշտի լայնույթի համար վերլուծիչի ելքի մակերևույթին կստանանք՝

$$E_{hol} = \frac{1}{4}\exp(2i\sigma_0 T_1)(2a_{ref})\left[G_{h0}(x - x_{obj}, T_3) - G_{hh}(x - x_{ref}, T_3)\right], \tag{7.30}$$

որտեղ ենթադրվել է, որ $x_{obj} = -x_{ref}$ և $x_{ref} > 0$: Քանի որ դիտարկվում է հաստ կլանող բյուրեղ, ապա Գրինի G_{h0} և G_{hh} ֆունկցիաների համար կարելի է օգտվել (5.12) ասիմպտոտական վերլուծությունից և պարաբոլական մոտավորությունից: Արդյունքում (7.28)-ից և (7.29)-ից կստանանք՝

$$E_{obj,ref} = Q\exp\left[-i\pi\frac{(x \pm x_{ref})^2}{2\Lambda_r T_3 \mathrm{tg}^2\theta}\right]\exp\left[-\pi\eta\frac{(x \pm x_{ref})^2}{2\Lambda_r T_3 \mathrm{tg}^2\theta}\right], \tag{7.31}$$

որտեղ $Q = -\exp(i\sigma_0 T + i\pi/4)\left(2a_{obj}\right)(8\Lambda_r T_3 \mathrm{tg}^2\theta)^{-1/2}/4$, $\eta = \chi_{hi}/\left|\chi_{hr}\right|$, վերին նշանը համապատասխանում է առարկայական իսկ ստորին նշանը՝ հենային ալիքին, $T = 2T_1 + T_3$: Այսպիսով, ուժգնության համար կստանանք՝

$$\begin{aligned} I_{hol} = \left|E_{hol}\right|^2 = \left|Q\right|^2 \Bigg\{ & \exp\left[-\pi\eta\frac{(x + x_{ref})^2}{D x_{ref}}\right] + \exp\left[-\pi\eta\frac{(x - x_{ref})^2}{D x_{ref}}\right] + \\ & + 2\exp\left(-\pi\eta\frac{x^2 + x_{ref}^2}{D x_{ref}}\right)\cos\left(2\pi\frac{x}{D}\right)\Bigg\}, \end{aligned} \tag{7.32}$$

որտեղ $D = T_3\Lambda_r \mathrm{tg}^2\theta/x_{ref}$: (7.32)-ից եզրակացնում ենք, որ ուժգնուլթյան բաշխումն իրենից ներկայացնում է հավասարահեռ մաքսիմումների խումբ, որոնց մեծությունները կլանման պատճառով եզրերում նվազում են: Այս մաքսիմումներն իրենցից ներկայացնում են

Յունգի ռենտգենաինտերֆերաչափական գծեր, որոնց պարբերությունը *D* է:

Ինչպես և §7.1-ում, կարելի է համոզվել, որ բավարարվում են տարածական և ժամանակային կոհերենտություններին ներկայացվող պահանջները:

§7.2.3. *Ճեղքի պատկերի վերականգնումը Ֆուրիե-ձևափոխության եղանակով*

Ճեղքի պատկերի վերականգնումը կարելի է իրականացնել` հոլոգրամը լուսավո-րելով լուսային ալիքով: Սակայն հետաքրքրություն են ներկայացնում, հատկապես փու-լային առարկաների համար [209], առարկայի պատկերի վերականգնման թվային եղա-նակները: Ստորև կդիտարկենք ճեղքի պատկերի վերականգնման թվային մի եղանակ` ֆուրիե-ձևափոխության եղանակը:

Բազմապատկենք (7.32)-ը $\exp(2\pi ipx/D)$-ով և ինտեգրենք ըստ x-ի հոլոգրամի հարթության մեջ, անտեսելով հոլոգրամի չափերը`

$$E_{\text{rec}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(2\pi ip\frac{x}{D}\right) I_h(x)dx: \tag{7.33}$$

(7.32) և (7.33) բանաձևերից ինտեգրման արդյունքում կստանանք`

$$\begin{aligned} E_{\text{rec}} = |Q|^2 \sqrt{\frac{Dx_{\text{ref}}}{\eta}} \Bigg\{ & 2\exp\left(-\pi p^2 \frac{x_{\text{ref}}}{D\eta}\right)\cos\left(2\pi p\frac{x_{\text{ref}}}{D}\right) + \\ & + \exp\left(-\pi\eta\frac{x_{\text{ref}}}{D}\right)\exp\left[-\pi(p+1)^2\frac{x_{\text{ref}}}{D\eta}\right] + \exp\left(-\pi\eta\frac{x_{\text{ref}}}{D}\right)\exp\left[-\pi(p-1)^2\frac{x_{\text{ref}}}{D\eta}\right]\Bigg\}: \end{aligned} \tag{7.34}$$

(7.34)-ի առաջին անդամը կենտրոնացված է $p = 0$-ի շուրջը և ունի մաքսիմումի

$$\Delta_0 = 2\sqrt{\frac{D\eta}{\pi x_{\text{ref}}}} \tag{7.35}$$

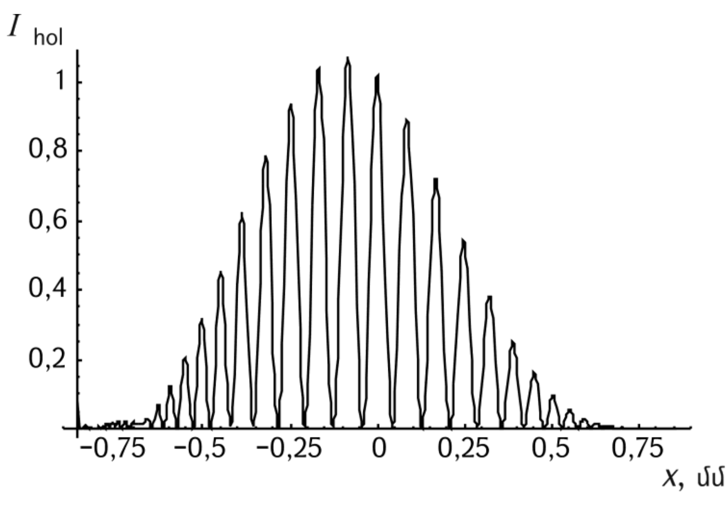
կիսալայնություն: Երկրորդ և երրորդ անդամները կենտրոնացված են $p = \pm 1$ կետերի շուրջը և համապատասխանում են ճեղքի երկու վերականգնված պատկերներին: Հե-տևաբար, գործնականում (6.15)-ը պետք է բազմապատկել $\exp(2\pi ipx/D)$-ով, և թվային եղանակով հաշվել (7.33)–ը հոլոգրամի վերջավոր չափերին համապատասխանող վեր-ջավոր սահմաններով: Թվային ինտեգրման արդյունքում ստացվում է ըստ p-ի երեք մաքսիմում` $p = 0, \pm 1$: $p = \pm 1$ արժեքներին համապատասխանում են ճեղքի երկու վերա-կանգնված պատկերները:

§7.2.4. *Ճեղքի պատկերի վերականգնման օրինակի քննարկում*

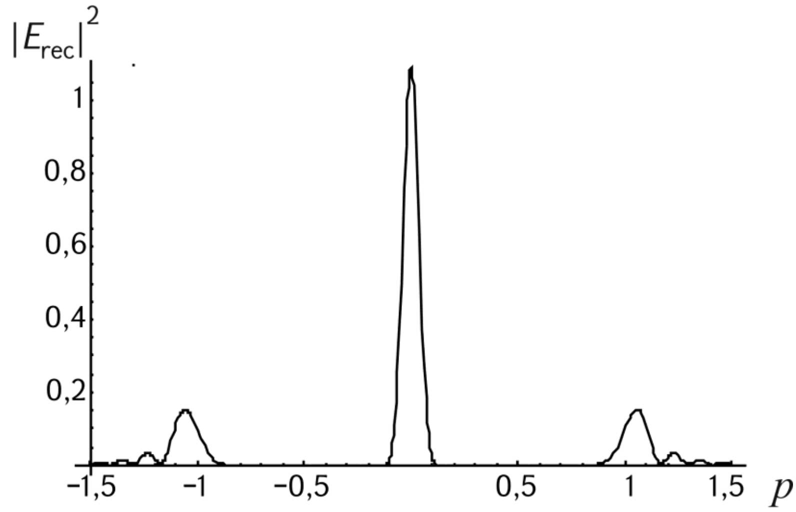
Դիտարկենք Յունգի ռենտգենյան ինտերֆերաչափական գծերի և ֆուրիե-ձևա-փոխությամբ ճեղքի պատկերի վերականգնման մի օրինակ: Երկու ճեղքերի լայնու-թյունները դիֆրակցիայի հարթության մեջ Ox առանցքի ուղղությամբ վերցնենք $2a_{ref}$ = 10մկմ, x_{ref} = 75մկմ, $x_{obj} = -x_{ref}$ և դիտարկենք λ = 0,71Å ճառագայթման Si(220) անդրա-դարձումը, $T_1 = T_2$ = 1 մմ, T_3 = 5 մմ: Պարբերության համար կստանանք՝ D=86մկմ:

Նկ.7.9-ում պատկերված է թվային եղանակով ստացված դինամիկական դիֆ-րակցիայի՝ (5.48) ուժգնության բաշխումը Յունգի գծերի համար: Հենային ալիքի լայ-նույթի համար օգտագործվել է (7.27)-ը, իսկ առարկայական ալիքի լայնույթի համար՝ (7.26)-ը: Ինչպես երևում է նկարից, պատկերի միջնակետը շեղված է կենտրոնից, ինչը բացատրվում է G_{hh} ֆունկցիայի անհամաչափությամբ:

Նկ.7.10-ում պատկերված է (7.33) ուժգնության՝ թվային հաշվարկով ստացված բաշխումը վերականգնված պատկերի վրա: Վերջին երկու նկարներում թվային հաշ-



Նկ.7.9. Ռենտգենյան ինտերֆերաչափական Յունգի գծերի ուժգնության բաշ-խումը (կամայական միավորներ) (թվային հաշվարկ):



Նկ.7.10. Ուժգնության բաշխումը ֆուրիե-ձևափոխությամբ ճեղքի վերա-կանգնված պատկերի վրա (կամայական միավորներ) (թվային հաշվարկ)

վարկներում հաշվի են առնված ինչպես ճեղքերի, այնպես էլ հոլոգրամի վերջավոր չա-փերը: Ինչպես երևում է նկ.7.10-ից, ճեղքի պատկերը լիովին վերականգնվում է: Պատ-կերի լայնացումը բացատրվում է ճեղքերի և հոլոգրամի վերջավոր չափերով: Թվային և տեսական հաշվարկների արդյունքները լիովին համընկնում են:

§7.2.5. *Առարկայի պատկերի վերականգնումը ֆուրիե-ձևափոխությամբ*

Դիտարկենք ռենտգենյան ինտերֆերաչափական ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի՝ նկ 7.4-ում ներկայացված սխեման: (7.26)-ից ունենք հետևյալ մոտավոր արտահայտությունը՝

$$E_{\rm obj}=Q\exp\left[-i\pi\frac{(x-x_{\rm obj})^2}{2D}\right]\exp\left[-\pi\eta\frac{(x-x_{\rm obj})^2}{2D}\right]\int\limits_{-a_{\rm obj}}^{a_{\rm obj}}\exp\left[i\pi\frac{(x-x_{\rm obj})x'}{D}\right]t(x'+x_{\rm obj},y)\,dx' : \quad (7.36)$$

Այստեղ $D=T_3\Lambda_r\mathrm{tg}^2\theta$: Ենթադրվել է, որ առարկան ունի այնպիսի չափեր, որ ենթաինտեգրալային արտահայտության մեջ կարելի է օգտվել $\exp[-i\pi x'^2/2D]\approx1$ մոտավորությունից, որի հետևանքով առարկայական ալիքի լայնույթը դարձել է համեմատական առարկայի լայնույթային անցման գործակցի ֆուրիե-պատկերին:

(5.48)-ը բազմապատկելով $\exp(-2\pi ipx/D_1)$ մեծությամբ, որտեղ $D_1 = T_3\Lambda_r\mathrm{tg}^2\theta/x_{\rm ref}$, p-ն պարամետր է, և ինտեգրելով ըստ x-ի հոլոգրամի հարթության մեջ, կստանանք՝

$$E_{\text{rec}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-2\pi i p \frac{x}{D_1}\right) I_h(x, y) dx : \tag{7.37}$$

Վերլուծական եղանակ: Անտեսելով հոլոգրամի չափերը՝ ինտեգրումը կատարենք անվերջ սահմաններով տիրույթում: (7.28)-ը և (7.36)-ը տեղադրելով (5.48)-ի, իսկ (5.48)-ը՝ (7.37)-ի մեջ, կստանանք՝

$$E_{\text{rec}} = E_{\text{rec1}} + E_{\text{rec2}} + E_{\text{rec3}} + E_{\text{rec4}}, \tag{7.38}$$

որտեղ աջ մասի յուրաքանչյուր գումարելի համապատասխանում է (5.48)-ի համապա-տասխան գումարելուն: (7.37)-ից հետևում է, որ

$$E_{\text{rec1}} = |Q|^2 (2a_{\text{ref}})^2 \sqrt{\frac{D}{\eta}} \exp\left(-2\pi i p \frac{x_{\text{ref}}}{D_1}\right) \exp\left(-\pi p^2 \frac{x_{\text{ref}}}{D_1 \eta}\right), \tag{7.39}$$

$$E_{\text{rec2}} = 2(2a_{\text{ref}})|Q|^2 D t^*(x_{\text{ref}} - 2px_{\text{ref}}, y), \tag{7.40}$$

$$E_{\text{rec3}} = 2(2a_{\text{ref}})|Q|^2 D t(x_{\text{ref}} + 2px_{\text{ref}}, y), \tag{7.41}$$

$$E_{\text{rec4}} = 2|Q|^2 D \int t^*(x'' - 2px_{\text{ref}} - x_{\text{ref}}, y) t(x'' - x_{\text{ref}}, y) dx'' : \tag{7.42}$$

Ինչպես երևում է (7.39) և (7.42) արտահայտություններից, E_{rec1}-ը կենտրոնացված է $p = 0$ արժեքի շուրջը $\Delta_0 = 2[D_1\eta/(\pi x_{\text{ref}})]^{1/2}$ կիսալայնության բաշխումով, իսկ E_{rec4}-ը նույն-պես կենտրոնացված է $p = 0$-ի շուրջը և առաջացնում է հալո:

(7.40)-ի համաձայն՝ E_{rec2}-ը համեմատական է լայնութային անցման գործակցի կոմպլեքս համալուծին, այդ պատճառով այս անդամն անվանում են համալուծ պատ-կեր. այն կենտրոնացված է $p = 1$ արժեքի շուրջը, ուստի p-ի փոփոխման տիրույթն ըն-կած է $1 - a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}} \le p \le 1 + a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}}$ միջակայքում, ընդ որում, պատկերը պտտված է 180°-ով: (7.41)-ում E_{rec3}-ը համեմատական է լայնութային անցման գործակցին (առարկայի ուղիղ իրական պատկեր), կենտրոնացված է $p = -1$ արժեքի շուրջը, իսկ p-ն փոփոխ-վում է $-1 - a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}} \le p \le -1 + a_{\text{obj}}/2x_{\text{ref}}$ տիրույթում: Փորձից որոշելով I_{hol}-ը և հաշվի առնելով հոլոգրամի չափերը, թվային եղանակով հաշվենք (7.37) ինտեգրալը: Նկատի ունենալով, որ պատկերի տիրույթում այն մոտավորապես հավասար է E_{rec3}-ին, (7.41)-ից կստանանք լայնութային անցման գործակցի արժեքները, եթե (7.41) բանաձևում $t(x_{\text{ref}} + 2px_{\text{ref}}, y)$-ն արտահայտենք E_{rec3}-ով:

(7.37) ինտեգրալը հաշվելիս պարզվում է, որ եղանակի լուծունակությունը տրվում է

$$\Delta_0 = 4\sqrt{\frac{D\,\eta}{\pi}} \tag{7.43}$$

արտահայտությամբ, որը կետային առարկայի պատկերի ուժգնության բաշխման կիսալայնությունն է:

§7.2.6 Հաջորդական մոտավորությունների (իտերացիաների) եղանակ

Գործնականում առարկայի պատկերի վերականգնման համար անհրաժեշտ է չափել հոլոգրամի վրա ուժգնության (5.48) արժեքները, դրանք բազմապատկել $\exp(-2\pi ipx/D_1)$ արժեքներով, թվային եղանակով հաշվել (7.37) ինտեգրալը վերջավոր սահմաններով՝ նկատի ունենալով հոլոգրամի վերջավոր չափերը: Հաշվարկների արդյունքում ստացվում են $p = 0$, ± 1-ի շուրջը կենտրոնացված արժեքներ: $p = 1$-ի շուրջը կենտրոնացված է համալուծ պատկերը՝ պտտված 180°-ով: $p = -1$-ի շուրջը կենտրոնացված է իրական ուղիղ պատկերը: Վերլուծական ուսումնասիրությունը ցույց է տալիս ((7.39)–(7.42) բանաձևեր), որ առարկայի լայնության անցման գործակիցը կարելի է որոշել հետևյալ

$$t(x,y) = t_0(x,y) = \frac{E_{\text{rec}}(p)}{E_{\text{rec3,s}}(p)} \tag{7.44}$$

արտահայտությամբ, որտեղ $E_{\text{rec3,s}}(p)$-ն ստացվում է $E_{\text{rec3}}(p)$-ից, երբ $t(x,y)$-ը փոխարինվում է միավորով՝ $t(x,y) = 1$: $E_{\text{rec3,s}}(p)$-ն հաշվվում է (7.36)-ով, ընդունելով, որ $t(x,y) = 1$: p-ի և x-ի կապը տրվում է $p = x/2x_{\text{ref}} - 1/2$ առնչությամբ, ընդ որում x-ի արժեքները վերցվում են $-x_{\text{ref}} - a_{\text{obj}} \le x \le -x_{\text{ref}} + a_{\text{obj}}$ միջակայքից, որոնց համապատասխանում են p-ի արժեքները $-1 - a_{\text{obj}}/(2x_{\text{ref}}) \le p \le -1 + a_{\text{obj}}/(2x_{\text{ref}})$ միջակայքից: (7.44)-ից ստացված $t(x,y)$-ը զրոյական մոտավորությունն է, նշանակված $t_0(x,y)$-ով և նախնական պատկերացում է տալիս որոնվող ֆունկցիայի մասին: Հաջորդ մոտավորությունը կարելի է ստանալ, եթե $E_{\text{rec3}}(p)$-ն հաշվարկելիս $t(x', y)$-ը վերածենք Թեյլորի շարքի $x'_0 = 2px_{\text{ref}} + x_{\text{ref}}$ կետի շուրջը, պահպանելով գծային անդամները, իսկ x'_0 կետում արժեքի համար օգտվենք զրոյական մոտավորությունից: Այս կերպ ստանում ենք՝

$$t(x,y) = t_1(x,y) = t_0(x,y) - \frac{E^{(1)}_{\text{rec3}}(p)}{E_{\text{rec3,s}}(p)}, \tag{7.45}$$

որտեղ $E^{(1)}_{rec3}(p)$-ն ստացվում է $E_{rec3}(p)$-ից, երբ $t(x', y)$-ը փոխարինում ենք $t_0'(x_0',y)(x' - x'_0)$-ով, որտեղ $t_0'(x_0',y)$-ը գրոյական $t_0(x,y)$ մոտավորության ածանցյալն է $x_0' = 2px_{ref} + x_{ref}$ կետում: Հաջորդական մոտավորությունները կարելի է շարունակել:

§7.2.7 *Քայլային թվային եղանակ*

Հաջորդական մոտավորությունների եղանակի փոխարեն կարելի է կիրառել մեկ այլ, մեր կարծիքով, ավելի պարզ եղանակ: Այդ եղանակում առարկայական ճեղքը նույնպես նեղ է վերցվում, պարզության համար՝ նույն լայնության, ինչ հենային ալիքի ճեղքը: Սկզբում առարկան իր աջ (կամ ձախ) եզրով դրվում է առարկայական ճեղքի ձախ (կամ աջ) եզրին: Առարկան մեկ քայլ տեղաշարժելուց հետո (հավասար կամ ոչ առարկայական ճեղքի լայնությանը) գրանցվում է առարկայի այդ տեղամասի հոլո-գրամը, որից հետո այդ ընթացակարգը կրկնվում է $N = a_{obj}/a_{ref}$ անգամ, և ամեն քայլում գրանցվում է առարկայի համապատասխան տեղամասի հոլոգրամը, այնպես որ բոլոր տեղաշարժերից հետո կստացվի N հոլոգրամ (պարզության համար քայլը վերցնում ենք առարկայական ճեղքի չափով): Յուրաքանչյուր հոլոգրամի համար հայտնի է ուժգնու-թյան համապատասխան բաշխումը, ուստի, եթե ճեղքի չափը բավականաչափ փոքր է, կարելի է $t_i(x,y)$-ը (i = 1…N) համարել հաստատուն և որոշել

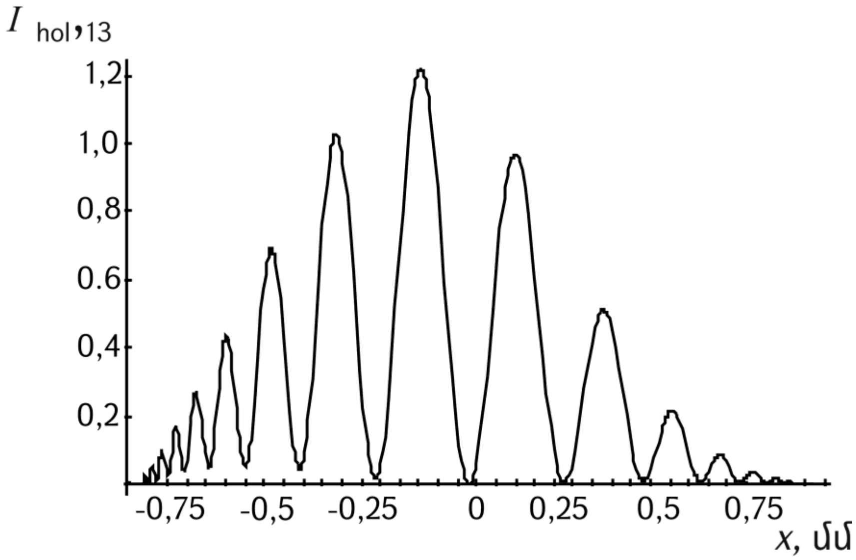
$$t_i(-x_{ref}, y) = \frac{E_{reci}(-1)}{E_{rec3i,s}(-1)} \tag{7.46}$$

արտահայտությունից, որտեղ $E_{reci}(-1)$ և $E_{rec3i,s}(-1)$ մեծությունները ունեն նույն իմաստը, ինչ (7.44)-ում, բայց i-րդ քայլի համար: Այսպիսով՝ առարկայի լայնության անցման գործակիցը կառուցվում է N հատ $t_i(-x_{ref}, y)$ (i = 1…N) արժեքներով, այդ արժեքներից յուրաքանչյուրի որոշման համար ստանալով հոլոգրամ p = –1 կետում: Ստացված N արժեքների միջոցով ներմոտարկումն ավարտում է $t(x,y)$-ի որոշման խնդիրը:

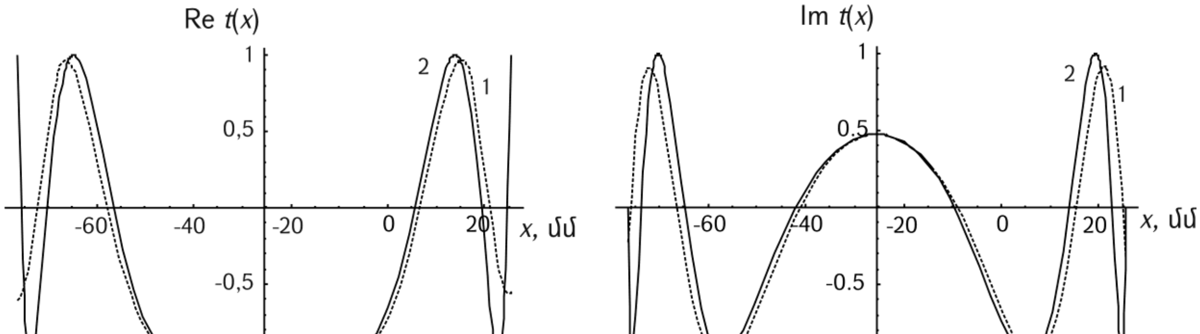
§7.2.8. *Առարկայի պատկերի վերականգնման օրինակի քննարկում*

Քննարկենք R_{ob} = 50մկմ շառավղով գլանային բերիլիումե լարի

$t(x,y)$-ի որոշման օրի-նակ: Գլանի առանցքն ուղղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը: Դիտարկվում է $\lambda = 0{,}71\,\mathring{A}$ ճառագայթման Si(220) անդրադարձումը, T_1=T_2=1մմ և T_3=5մմ: Օգտվենք §6.2.2-ում բերիլիումի լարի համար գրված (6.50) արտահայտությունից՝ x-ը փոխարինելով $(x+x_{\mathrm{ref}})$-ով: Առարկայի լայնութային անցման գործակիցը որոշենք վերը նկարագրված



Նկ.7.11. Բերիլիումե գլանային լարի հոլոգրամի վրա ուժգնության բաշխումը i = 13 քայլում (կամայական միավորներ, թվային հաշվարկ)



Նկ.7.12. Գլանային բերիլիումե լարի՝ քայլային եղանակով վերականգնված լայնու-թային անցման $t(x)$ գործակցի ա. իրական և բ. կեղծ մասերի համեմատումը ճշգ-րիտ արժեքների հետ. 1՝ վերականգնված արժեք, 2՝ ճշգրիտ արժեք:

քայլային եղանակով: Առարկայական ճեղքը վերցվում է հավասար հենային ալիքի ճեղքին՝ 4մկմ, x_{ref} = 25/cosθ մկմ, $x_{\mathrm{obj}} = -x_{\mathrm{ref}}$: N = 25-ի համար, օգտվելով (7.47)-ից, (5.48), (7.26) և (7.27) բանաձևերով որոշելով բոլոր $I_{holi}(x)$, i = 1,…, 25 արժեքները և համարելով այդ արժեքները փորձով տրված, (7.46) բանաձևով որոշենք որոնելի t_i-ի արժեքները և դրանցով կառուցենք համապատասխան ներմոտարկման ֆունկցիան: Նկ.7.11-ում պատկերված է ուժգնության բաշխումը լարի ռենտգենաինտերֆերաչափա-կան հոլոգրամի վրա i=13 քայլում (այս քայլում առարկայի կենտրոնը համընկնում է առարկայական ճեղքի կենտրոնի հետ): Նկ.7.12-ում այս եղանակով կառուցված լարի լայնութային անցման գործակցի իրական և կեղծ մասերը համեմատվում են ճշգրիտ արժեքների հետ: Ակնհայտ է վերականգնված արժեքների համընկնումն իրական ար-ժեքների հետ:

Ներկայացված եղանակը կարելի է օգտագործել ռենտգենյան մանրադիտակում նյու-թերի ուսումնասիրության համար:

ԳԼՈՒԽ 8. ԻՆՏԵՐՖԵՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ԷՅԿՈՆԱԼԱՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

§8.1. *Էյկոնալի մոտավորությունը ռենտգենյան ինտերֆերաչափությունում*

§8.1.1. *Թույլ դեֆորմացված բյուրեղների էյկոնալային մոտավորության հիմնական հավասարումները*

Ներկայում, բացի եռաթիթեղ ինտերֆերաչափից [154], առաջարկվել են ռենտգենյան նոր տեսակի ինտերֆերաչափեր [168-172] և շարունակվել են բյուրեղա-յին արատների փորձարարական ուսումնասիրությունները եռաթիթեղ ռենտգենյան ին-տերֆերաչափով [173,174]: Փորձերը ցույց են տալիս, որ եռաթիթեղ ինտերֆերաչափի զգայնությունը կախված է այն բանից, թե որ թիթեղն է պարունակում արատներ: Ստացված ինտերֆերենցային գծերի բացատրության բարդությամբ պայմանավորված, հաճախ օգտվում են պարզեցված օպտիկական նմանակությունից [8], որի համաձայն ինտերֆերենցային պատկերն իրենից ներկայացնում է թիթեղների հարաբերական շեղման ֆունկցիայի հաստատուն արժեքների գծերի հավաքածու: Սակայն ռենտգեն-յան մուարը պայմանավորված է դինամիկական դիֆրակցիայով (հետաքրքրություն է ներկայացնում թույլ դեֆորմացիաների դեպքը), ուստի օպտիկական նմանակությունը հաճախ կիրառելի չէ:

Ստորև, թույլ դեֆորմացված բյուրեղներում ռենտգենյան ճառագայթների դինա-միկական դիֆրակցիայի էյկոնալային մոտավորությամբ, տեսականորեն հետազոտվել է ռենտգենյան եռաթիթեղ ինտերֆերաչափում մուարի գծերի առաջացման մեխա-նիզմը, երբ արատներն առկա են ինտերֆերաչափի երեք թիթեղներում: Արդյունքում հայտնաբերվել է յուրաքանչյուր թիթեղի ներդրման առանձնահատկությունն առաջա-ցած ինտերֆերենցային պատկերում: Ստացված արդյունքներից եզրակացություն է ար-վել օպտիկական նմանակության կիրառման պայմանների վերաբերյալ:

Դինամիկական դիֆրակցիայի հավասարումների էյկոնալ մոտավորությունը հայտնի է վաղուց [247] և արդեն մասամբ քննարկվել է այս աշխատանքում, սակայն նպատա-կահարմար է համառոտակի ներկայացնել այդ մոտավորության հիմնական հավասարումները և կիրառությունը թույլ դեֆորմացված բյուրեղներում՝ դրանք օգտագործելով ռենտգենյան ինտերֆերաչափում մուարի գծերի առաջացման մեխանիզմի բացատրու-թյան համար:

Երկալիքային դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում, երբ առկա են երկու ու-ժեղ փոխազդող ալիքներ, կապված հակադարձ ցանցի O և $\mathbf{h}$ հանգույցների հետ, էյկո-նալային մոտավորությամբ ալիքային դաշտը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝

$$E = (E_0 e^{i\mathbf{K}_0\mathbf{r}} + E_h e^{i\mathbf{K}_h\mathbf{r}} e^{-i\mathbf{hu}}) e^{i\Phi} \exp\left(ik \frac{\chi_0 z}{2\cos\theta} \right), \qquad (8.1)$$

ընդ որում, կարելի է սահմանափակվել միայն σ-բևեռացված ալիքներով, քանի որ ին-տերֆերաչափի թիթեղները համարվում են հաստ և գրեթե լրիվ կլանում են π-բևեռացված ալիքները: Φ-ն կոչվում է էյկոնալ, E_0-ն և E_h-ը դանդաղ փոփոխվող լայ-նույթներն են, $\mathbf{u}$-ն ա-տոմի տեղային շեղումն է կատարյալ բյուրեղում իր հավասարա-կշռության դիրքից, $\mathbf{K}_0$-ն՝ անցած, $\mathbf{K}_h = \mathbf{K}_0 + \mathbf{h}$-ը՝ դիֆրակտված ալիքների ալիքային վեկտորներն են և բավարարում են Բրեգի ճշգրիտ պայմանին, OZ առանցքն ուղղված է անդրադարձնող հարթություններով դեպի բյուրեղի խորքը, OX առանցքն ուղղահայաց է OZ-ին և ուղղված է հակազուգահեռ դիֆրակցիայի $\mathbf{h}$ վեկտորին, OY առանցքն ուղ-ղահայաց է դիֆրակցիայի հարթությանը:

Օգտվելով Տակագիի հավասարումներից [29], անհայտ E_0, E_h և Φ ֆունկցիաների համար կստանանք.

$$\begin{aligned} &\frac{2i}{k}\frac{\partial E_0}{\partial s_0} - \frac{2}{k} E_0 \frac{\partial \Phi}{\partial s_0} + \chi_{\bar{h}} E_h = 0 \\ &\frac{2i}{k}\frac{\partial E_h}{\partial s_h} - \alpha E_h - \frac{2}{k} E_h \frac{\partial \Phi}{\partial s_h} + \chi_h E_0 = 0 \ : \end{aligned} \qquad (8.2)$$

(8.2)-ում $\alpha = -(2/k)\partial \mathbf{hu}/\partial s_h$ մեծությունը Բրեգի պայմանից տեղային շեղման պարա-մետրն է: Ըստ էյկոնալային մոտավորության ենթադրության՝ (8.2)-ում լայնույթների ա-ծանցյալներով անդամներն ավելի փոքր են, քան փուլի ածանցյալներով պայմանավոր-ված անդամները: Ֆիզիկորեն դա նշանակում է, որ լայնույթների փոփոխման l բնու-թագրական հեռավորությունն ավելի մեծ է, քան փուլի փոփոխման բնութագրական հեռավորությունը՝ էքստինկցիոն երկարությունը՝

$$l^{1} >> \frac{k\left|\chi_h\right|}{2}: \tag{8.3}$$

(8.2) համակարգից անցնելով առանձին լայնույթների համար հավասարումներին՝ հեշտ է ցույց տալ, որ (8.3)-ը համարժեք է հետևյալ պայմանին

$$\left|\frac{\partial^2 \mathbf{hu}}{\partial s_0 \partial s_h}\right| << \left|\sigma^2\right| \tag{8.4}$$

որտեղ $\sigma^2 = k^2 \chi_h \chi_{\bar{h}} / 4$: Թույլ դեֆորմացված բյուրեղների դեպքում դրվում է նաև

$$|\alpha| << |\chi_h| \tag{8.5}$$

պայմանը: Այդ մոտավորության շրջանակներում (8.2)-ում αE_h անդամը համարվում է շատ ավելի փոքր, քան փուլի ածանցյալներով անդամները: (8.2)-ում անտեսելով փոքր անդամները և լայնույթների համար պահանջելով ոչ զրոյական լուծում, հանգում ենք թույլ դեֆորմացված բյուրեղների էյկոնալի հավասարմանը.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial s_0} \frac{\partial \Phi}{\partial s_h} = \sigma^2: \tag{8.6}$$

Այնուհետև E_0, E_h լայնույթները փնտրում ենք ասիմպտոտական շարքի տեսքով և ինչ-պես զրոյական, այնպես էլ ավելի բարձր կարգի անդամների համար ստանում համա-պատասխան տեղափոխման հավասարումներ (*§2.1.3 և §2.1.4*):

Լաուեի համաչափ երկրաչափությամբ կատարյալ բյուրեղի վրա ճիշտ Բրեգի անկյան տակ ընկնող հարթ ալիքի դեպքում որպես (8.6) հավասարման լուծում վերցվում է

$$\Phi^{(1),(2)} = \pm \frac{\sigma z}{\cos\theta} \tag{8.7}$$

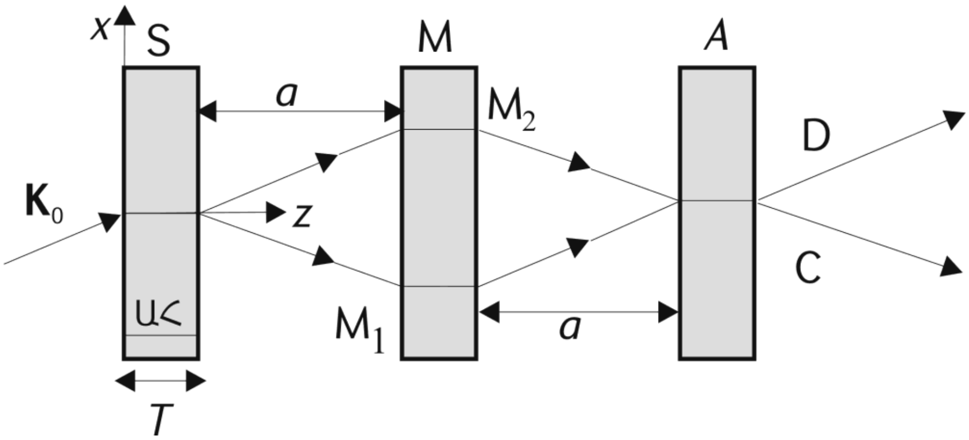
զույգը, որտեղ 1 և 2 թվերը նշանակում են դիսպերսային մակերևույթի երկու ճյուղերը, ընդ որում, «+» նշանը համապատասխանում է թույլ կլանվող 1 ճյուղին: Այս դեպքում լայնույթների տեղափոխման հավասարումները զրոյական մոտավորությամբ ընդունում են հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\partial E_0}{\partial s_0} + i\frac{k\alpha}{4\cos\theta}E_0 = 0,$$
$$\frac{\partial E_h}{\partial s_h} + i\frac{k\alpha}{4\cos\theta}E_h = 0 : \tag{8.8}$$

(8.8)-ի լուծումները տրվում են

$$E_{0,h} = f_{0,h}\exp\left[-i\frac{k}{4\cos\theta}\int_{z_1}^{z}\alpha\, dz'\right] \tag{8.9}$$

բանաձևով, որտեղ ենթադրվում է, որ լայնույթի արժեքները տրված են $z = z_1$-ում, իսկ



Նկ.8.1. Ռենտգենյան եռաթիթեղ ինտերֆերաչափ. $\mathbf{K}_0$` ընկնող ալիքի ալիքային վեկ-տոր, ԱՀ` անդրադարձնող հարթություններ, T` թիթեղների հաստություն, $x$,$z$` կոորդի-նատներ, S` պառակտիչ, M` հայելային (M_1 և M_2 տեղամասերով), A` վերլուծիչ թի-թեղներ, a` թիթեղների միջև հեռավորությունը, C և D` ինտերֆերաչափից դուրս եկած փնջեր:

f_0-ն և f_h-ը կախված չեն z-ից:

§8.1.2. *Էյկոնալային մոտավորության կիրառությունը եռաթիթեղ ինտերֆերաչափի տեսությունում*

Ներկայացված հավասարումները կիրառենք եռաթիթեղ LLL ինտերֆերաչափում ռենտգենյան մուարի առաջացման մեխանիզմը բացատրելու նպատակով: Ինտերֆե-րենցող ճառագայթների ընթացքը պատկերված է նկ.8.1-ում: Համարվում է, որ առաջին` S պառակտիչ թիթեղում շեղման վեկտորը $\mathbf{u}_1$ է, երկրորդ` հայելային թիթեղի M_1 տեղամասում` $\mathbf{u}_2$, $M_2$ տեղամասում` $\mathbf{u}_3$, իսկ երրորդ A վերլուծիչ թիթեղում` $\mathbf{u}_4$, բոլոր երեք թիթեղներն ունեն նույն T

հաստությունը և $\mu T \gg 1$, այնպես որ յուրաքանչյուր թիթեղով անցնում է միայն σ-բևեռացման թույլ կլանվող ճյուղը («+» նշանը (8.7)-ում):

Դաշտերն առաջին (S) թիթեղում: Օգտվելով առաջին՝ պառակտիչ բյուրեղի մուտքի մակերևույթին Լաուեի դեպքի սահմանային պայմաններից [8,9]՝ կստանանք.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0^{(1)} + \mathcal{E}_0^{(2)} &= E_0^i \\ \mathcal{E}_h^{(1)} + \mathcal{E}_h^{(2)} &= 0, \end{aligned} \tag{8.10}$$

որտեղ E_0^i-ն ինտերֆերաչափի վրա կատարյալ բյուրեղի ճշգրիտ Բրեգի անկյան տակ ընկնող հարթ ալիքի լայնույթն է: (8.2) համակարգում փոքր անդամներն անտեսելուց հետո կստանանք՝

$$\mathcal{E}_0^{(1)} = \frac{2\sigma}{k\chi_h}\mathcal{E}_h^{(1)}, \mathcal{E}_0^{(2)} = -\frac{2\sigma}{k\chi_h}\mathcal{E}_h^{(2)} : \tag{8.11}$$

Օգտվելով (8.11) կապերից և լուծելով (8.10)-ը՝ կստանանք.

$$\mathcal{E}_0^{(1)} = \mathcal{E}_0^{(2)} = \frac{E_0^i}{2}, \mathcal{E}_h^{(1)} = \frac{k\chi_h}{2\sigma}\frac{E_0^i}{2}, \mathcal{E}_h^{(2)} = -\mathcal{E}_h^{(1)} : \tag{8.12}$$

Այսպիսով, (8.7)-ի և (8.9)-ի համաձայն՝ թույլ կլանվող ((1) ցուցիչով) դաշտի լրիվ լայնույթների համար առաջին թիթեղի ելքի մակերևույթին կստանանք՝

$$\begin{aligned} E_0^s &= \frac{E_0^i}{2}\exp\left[i\left(\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}T - \frac{k}{4\cos\theta}\int_0^T \alpha_1 dz'\right)\right], \\ E_h^s &= \frac{k\chi_h}{2\sigma}\frac{E_0^i}{2}\exp\left[i\left(\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}T - \mathbf{hu}_1^e - \frac{k}{4\cos\theta}\int_0^T \alpha_1 dz'\right)\right], \end{aligned} \tag{8.13}$$

որտեղ $\sigma_0 = k\chi_0/2$, իսկ $\mathbf{u}_1^e(x,y) = \mathbf{u}_1(x,y,T)$-ն շեղման վեկտորն է առաջին թիթեղի ելքի մակերևույթին:

Դաշտերը երկրորդ թիթեղի M_1 տեղամասում: Դաշտերը երկրորդ՝ հայելային թիթեղի M_1 տեղամասում որոշելու համար նորից օգտվում ենք (8.11) կապերից և սահմանային պայմաններից: Ըստ z-ի S թիթեղի ելքի և M թիթեղի մուտքի միջև հեռավորությունը, ինչպես նաև M թիթեղի ելքի և A թիթեղի մուտքի միջև հեռավորությունը նշանակենք a-ով: M թիթեղի մուտքին M_1 տեղամասում սահմանային պայմաններն ունեն հետևյալ տեսքը.

$$f_0^{(1)}\exp\left(i\frac{\sigma}{\cos\theta}(T+a)\right)+f_0^{(2)}\exp\left(-i\frac{\sigma}{\cos\theta}(T+a)\right)=0,$$
$$\left[f_h^{(1)}\exp\left(i\frac{\sigma}{\cos\theta}(T+a)\right)+f_h^{(2)}\exp\left(-i\frac{\sigma}{\cos\theta}(T+a)\right)\right]\times \tag{8.14}$$
$$\times\exp\left[i\left(\frac{\sigma_0}{\cos\theta}(T+a)-\mathbf{hu}_2^i\right)\right]=\frac{k\chi_h}{2\sigma}\frac{E_0^i}{2}\exp\left[i\left(\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}T+\bar{\psi}_1\right)\right],$$

որտեղ $\mathbf{u}_2^i(x,y)=\mathbf{u}_2(x,y,T+a)$՝ շեղման վերկտորն է M_1 տեղամասի մուտքի մակերևույթին,

$$\bar{\psi}_1(x,y)=\psi_1(x+atg\theta,y),\psi_1(x,y)=-\mathbf{hu}_1^e-\frac{k}{4\cos\theta}\int_0^T\alpha_1 dz' : \tag{8.15}$$

(8.14) համակարգի լուծման արդյունքում ստանում ենք դաշտերի արժեքներն M թիթեղի ելքի մակերևույթի M_1 տեղամասում: Մեզ հետաքրքրում է դաշտն անցած ալի-քի ուղղությամբ, որի լրիվ լայնույթը՝

$$E_0^{\mathrm{M}_1}=\frac{E_0^i}{4}\exp\left[i\left(2T\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}+\bar{\psi}_1+\mathbf{hu}_2^i-\frac{k}{4\cos\theta}\int_{T+a}^{2T+a}\alpha_2 dz'\right)\right]: \tag{8.16}$$

Դաշտերը երկրորդ թիթեղի M₂ տեղամասում: Ճիշտ նույն կերպ գրելով սահմանային պայմանները տվյալ տեղամասում, դիֆրակտված ալիքի ուղղությամբ դաշտի լրիվ լայ-նույթի համար ստանում ենք

$$E_h^{\mathrm{M}_2}=\frac{k\chi_h}{2\sigma}\frac{E_0^i}{4}\exp\left[i\left(2T\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}+\bar{\psi}_2-\mathbf{hu}_3^e-\frac{k}{4\cos\theta}\int_{T+a}^{2T+a}\alpha_3 dz'\right)\right], \tag{8.17}$$

որտեղ

$$\bar{\psi}_2(x,y)=\psi_2(x-atg\theta,y),\psi_2(x,y)=-\frac{k}{4\cos\theta}\int_0^T\alpha_1 dz', \tag{8.18}$$

իսկ $\mathbf{u}_3^e(x,y)=\mathbf{u}_3(x,y,2T+a)$-ն շեղման վեկտորն է M_2 տեղամասի ելքի մակերևույթին:

Դաշտերն A թիթեղում: Երրորդ թիթեղի վրա ընկնում են երկու դաշտերը, որոնց ինտերֆերենցն A թիթեղից դուրս եկած երկու՝ C և D փնջերում ձևավորում է մուարի ինտերֆերենցային գծերը:

C-ի համար անընդհատության պայմանները և համապատասխան հանրահաշվական համակարգի լուծումը հանգեցնում են հետևյալ արտահայտություն-ներին.

$$E_h^{M_1C}=\frac{k\chi_h}{2\sigma}\frac{E_0^i}{8}\exp\left[i\left(3T\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}+\bar{\psi}_3-\mathbf{hu}_4^e-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{2(T+a)}^{3T+2a}\alpha_4\,dz'\right)\right],$$
$$E_h^{M_2C}=\frac{k\chi_h}{2\sigma}\frac{E_0^i}{8}\exp\left[i\left(3T\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}+\bar{\psi}_4+\mathbf{hu}_4^i-\mathbf{hu}_4^e-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{2(T+a)}^{3T+2a}\alpha_4\,dz'\right)\right], \tag{8.19}$$

որտեղ կատարված են հետևյալ նշանակումները

$$\bar{\psi}_3(x,y)=\psi_3(x-atg\theta,y),\quad \psi_3(x,y)=\bar{\psi}_1+\mathbf{hu}_2^i-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{T+a}^{2T+a}\alpha_2\,dz', \tag{8.20}$$

$$\bar{\psi}_4(x,y)=\psi_4(x+atg\theta,y),\quad \psi_4(x,y)=\bar{\psi}_2-\mathbf{hu}_3^e-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{T+a}^{2T+a}\alpha_3\,dz': \tag{8.21}$$

Ճիշտ նույն կերպ ալիքների լայնույթների համար D փնջում ստանում ենք.

$$E_0^{M_1D}=\frac{E_0^i}{8}\exp\left[i\left(3T\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}+\bar{\psi}_5-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{2(T+a)}^{3T+2a}\alpha_4\,dz'\right)\right],$$
$$E_0^{M_2D}=\frac{E_0^i}{8}\exp\left[i\left(3T\frac{\sigma+\sigma_0}{\cos\theta}+\bar{\psi}_6+\mathbf{hu}_4^i-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{2(T+a)}^{3T+2a}\alpha_4\,dz'\right)\right], \tag{8.22}$$

որտեղ

$$\bar{\psi}_5(x,y)=\psi_5(x-atg\theta,y),\quad \psi_5(x,y)=\bar{\psi}_1+\mathbf{hu}_2^i-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{T+a}^{2T+a}\alpha_2\,dz', \tag{8.23}$$

$$\bar{\psi}_6(x,y)=\psi_6(x+atg\theta,y),\quad \psi_6(x,y)=\bar{\psi}_2-\mathbf{hu}_3^e-\frac{k}{4\cos\theta}\int\limits_{T+a}^{2T+a}\alpha_3\,dz': \tag{8.24}$$

§8.1.3. Ինտերֆերենցային դաշտը վերլուծիչի ելքի մակերևույթին

Ինտերֆերենցային դաշտը վերլուծիչի ելքի մակերևույթին ձևավորվում է C փնջում $E_h^{M_1C},E_h^{M_2C}$ լայնույթներով և D փնջում՝ $E_0^{M_1D},E_0^{M_2D}$ լայնույթներով: Ուժգնության արտահայտությունը երկու փնջերում էլ նույնն է և ունի հետևյալ տեսքը՝

$$I=\frac{E_0^{(i)2}}{32}\exp\left[-\frac{3\mu T}{\cos\theta}\left(1-\frac{\chi_{hi}}{\chi_{0i}}\right)\right](1+\cos\beta), \tag{8.25}$$

որտեղ $\mu=2\sigma_{0i}$-ն գծային կլանման գործակիցն է, $\sigma_{0i}=k\chi_{0i}/2$-ն σ_0-ի կեղծ մասն է, χ_{0i}-ն, χ_{hi}-ն բևեռացելիության կեղծ մասի ֆուրիե-բաղադրիչներն են: Դիֆրակտային կլան-ման գործակցի արտահայտությունը բերված է կենտրոնահամաչափ բյուրեղի համար: (8.25)-ում փուլերի տարբերությունն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\beta=-\mathbf{hu}_1^e+\frac{1}{2}[\mathbf{hu}_2^i(x-a\,tg\theta)+\mathbf{hu}_2^e(x-a\,tg\theta)]+\frac{1}{2}[\mathbf{hu}_3^i(x+a\,tg\theta)+\mathbf{hu}_3^e(x+a\,tg\theta)]-$$
$$-\mathbf{hu}_4^i-\frac{1}{2}tg\theta\frac{\partial}{\partial x}\int_{T+a}^{2T+a}\mathbf{hu}_2dz'\Big|_{x\to x-a\,tg\theta}+\frac{1}{2}tg\theta\frac{\partial}{\partial x}\int_{T+a}^{2T+a}\mathbf{hu}_3dz'\Big|_{x\to x+a\,tg\theta}, \quad (8.26)$$

ընդ որում, α պարունակող փուլերում հաշվի առնելով, որ $\partial/\partial s_h=\cos\theta\partial/\partial z'-\sin\theta\partial/\partial x$, նախօրոք կատարվել է $\partial/\partial z'$-ով առաջին անդամի ինտեգրում ըստ dz'-ի:

Փորձում, օրինակ երբ հայելային թիթեղում ստեղծում են ջերմաստիճանային գրադիենտ, երբեմն ավելի հարմար է օգտագործել նկ.8.2-ում ցույց տրված ինտերֆերաչափը: Համարվում է, որ $a_1+a_2=a_3+a_4=2a$: Առանց այստեղ արտածումները ներկայացնելու, որոնք բացարձակապես նման են $a_1=a_2=a_3=a_4=a$ դեպքում արված արտածումներին, նշենք, որ ուժգնության (8.25) արտահայտությունը մնում է նույնը երկու՝ C,D փնջերում, ընդ որում, այս դեպքում

$$\beta=-\mathbf{hu}_1^e+\frac{1}{2}[\mathbf{hu}_2^i(x-a_2tg\theta)+\mathbf{hu}_2^e(x-a_2tg\theta)]+\frac{1}{2}[\mathbf{hu}_3^i(x+a_4tg\theta)+\mathbf{hu}_3^e(x+a_4tg\theta)]-$$
$$-\mathbf{hu}_4^i-\frac{1}{2}tg\theta\frac{\partial}{\partial x}\int_{T+a_2}^{2T+a_2}\mathbf{hu}_2dz'\Big|_{x\to x-a_2tg\theta}+\frac{1}{2}tg\theta\frac{\partial}{\partial x}\int_{T+a_3}^{2T+a_3}\mathbf{hu}_3dz'\Big|_{x\to x+a_4tg\theta}: \quad (8.27)$$

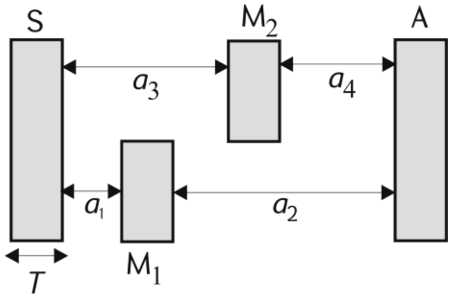
§8.1.4. Արդյունքների քննարկում

(8.25)-(8.27) արտահայտություններից կարելի է եզրակացնել, թե ինչ ներդրում ունի ինտերֆերաչափի յուրաքանչյուր թիթեղ մուարի գծերի առաջացման մեջ: Պառակտիչ և վերլուծիչ թիթեղները նման են այն բանով, որ ներդրում են տալիս այդ թիթեղների միայն շեղման վեկտորները: Բայց պառակտիչից ներդրում է տալիս ելքի մակերևույթի շեղման վեկտորը, իսկ վերլուծիչից՝ մուտքի: Պառակտիչի և վերլուծիչի համար կիրառելի է օպտիկական նմանակությունը, բայց այն տարբերությամբ, որ շեղման վեկտորներն ունեն նույն նշանները, այսինքն՝ երկու թիթեղները գործում են որպես մեկ թիթեղ՝ գումարային շեղման վեկտորով, այն դեպքում, երբ օպտիկական նմանակությունը կիրառելիս պետք է վերցնել երկու ցանցերի շեղման վեկտորների տարբերությունը, այսինքն՝ հարաբերական շեղումը:

Հայելային թիթեղը ներդրում է տալիս ինչպես ելքի, այնպես էլ մուտքի մակերևույթի շեղման վեկտորներով: Հայելային թիթեղն առանձնահատուկ է նաև նրանով, որ ներ-դրում են տալիս նաև դեֆորմացիաները, այնպես որ օպտիկական նմանակությունը հայելային թիթեղի համար կիրառելի է, երբ շեղման վեկտորը կախված չէ x-ից կամ էլ x-ի գծային ֆունկցիա է, որը համարժեք է հաստատուն դիլատացիայի (միջհարթություն-նային հեռավորության փոփոխության), ընդ որում, կախումները z և y կոորդինատնե-րից կարող են լինել կամայական: Նշենք, որ հայելային թիթեղի շեղման վեկտորը ին-տերֆերենցող փնջերի փուլերի տարբերության մեջ ունի պառակտիչ և վերլուծիչ թի-թեղների շեղման վեկտորներին հակառակ նշան:

Քննարկենք մեկ օրինակ: Դիտարկենք նկ.8.2-ում պատկերված ինտերֆերաչափը: Ենթադրենք՝ M_2 տեղամասում ստեղծված է ջերմաստիճանային գրադիենտ: Այս դեպ-քում [9,27,247]

$$u_{3x} = \frac{x^2 - \left(z - a_3 - \frac{3T}{2}\right)^2 - y^2}{2R}, \qquad (8.28)$$



Նկ.8.2. Ռենտգենյան ոչ հավասար բազուկներով ինտերֆերաչափ

որտեղ $R = 1/\gamma a_t$ մեծությունը անդրադարձնող հարթությունների կորության շառավիղն է, γ-ն՝ բյուրեղի գծային ջերմային ընդարձակման գործակիցը, a_t-ն՝ հաստատուն ջեր-մաստիճանային գրադիենտը: Եթե վերջինս ուղղված է x-երի դրական առանցքով, ապա $R < 0$: Թույլ դեֆորմացիաների (8.5) պայմանից հետևում է, որ

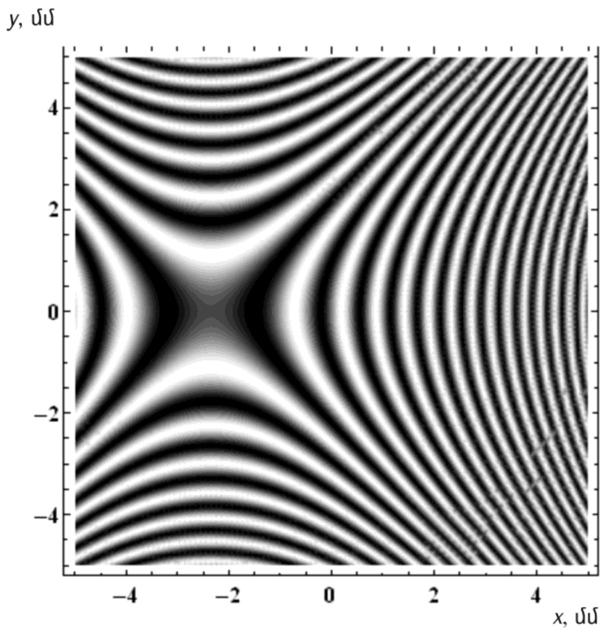
$$4\sin^2\theta \frac{|x|}{R} << |\chi_h|: \qquad (8.29)$$

Եթե $|x| \approx 1$սմ, $|\chi| \approx 10^{-6}$, $\sin\theta \approx 1/6$, ապա (8.29)-ից ստանում ենք՝ $R >> 10^5$ սմ-ից: Si-ի համար $\gamma = 2,7 \cdot 10^{-6}$ (Կ$^{-1}$): Սա նշանակում է, որ $a_t << 3$ Կ/սմ: Վերլուծիչի ելքում փուլերի (8.27) տարբերության համար կստանանք՝

$$\beta = -\frac{h}{2R}\left(x^2 - y^2 + x(2a_4 + T)tg\theta + (T + a_4)a_4 tg^2\theta - \frac{T^2}{4} \right), \qquad (8.30)$$

որտեղ $h = 2k\sin\theta$: Դիտարկենք $\lambda = 0{,}71\mathring{A}$ ճառագայթման Si(220) անդրադարձումը, $T = 5$մմ, $a_1 = a_4 = 1$սմ, $a_2 = a_3 = 2$սմ, $R = 10^6$սմ, $a_t = 0{,}37$Կ/սմ, $\mu T = 7{,}3$: Ինչպես երևում է (8.30)-ից և (8.25)-ից, ուժգնության բաշխումն արված մոտավորությունների սահմաններում կախված չէ կիրառված գրադիենտի ուղղությունից: Այս դեպքին համապատասխանող (8.25) բանաձևով որոշվող մուարի գծերի ուժգնության բաշխումը պատկերված է Նկ.8.3-ում:

Թույլ դեֆորմացված բյուրեղներում էյկոնալի տեսությունը հաջողությամբ կարող է կիրառվել նաև էլեկտրոնային ինտերֆերաչափում ինտերֆերենցային գծերի առաջացման մեխանիզմը բացատրելու համար: Հաշվի առնելով էլեկտրոնային դիֆ-



Նկ.8.3. Եռաթիթեղ ռենտգենյան ինտերֆերաչափում հայելային թիթեղում հաստատուն ջերմաստիճանային գրադիենտով պայմանավորված մուարի գծերը:

ռակցիայի տեսության կարևորությունը, ստորև կդիտարկենք էլեկտրոնային դիֆրակ-ցիային վերաբերվող էյկոնալային տեսությունը:

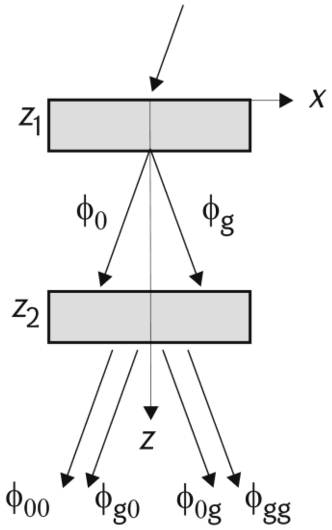
§8.2. Թույլ դեֆորմացված բյուրեղների էլեկտրոնամանրադիտակային մուարի պատկերների առաջացման

տեսական բացատրությունը

§8.2.1. Ընդհանուր բանաձևեր

Հայտնի է, որ տարբեր միջհարթությունային հեռավորությամբ կամ միմյանց նկատ-մամբ պտտված բյուրեղական ցանցերով բյուրեղների էլեկտրոնամանրադիտակային պատկերներն իրենցից մուար է ներկայացնում: Մուարի պատկերների տեսություն շա-րադրված է [248]-ում, որտեղ էլեկտրոնների երկալիքային դինամիկական տեսության հիման վրա քննարկվում է մուարի պատկերների երկրաչափությունը և հաշվարկված են շերտերի ուժգնությունների բաշխումները:

Միաժամանակ, ստացված տեսական արդյունքները կիրառելի են միայն երկու կատարյալ կամ համասեռ դեֆորմացված բյուրեղների համար: Սակայն շատ դեպ-քերում բյուրեղները պարունակում են դեֆորմացիայի գրադիենտ պարունակող կա-ռուցվածքային անկատարելություններ, որոնք էապես ազդում են մուարի գծերի ձևի վրա: Ոչ կատարյալ բյուրեղների դեպքում մուարի պատկերների քանակական վերլու-ծություն կատարվել է այն դեպքի համար, երբ ատոմների հավասարակշռության դիր-քից $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ շեղման ֆունկցիան անփոփոխ է էլեկտրոնային փնջի տարածման ուղղու-



Նկ.8.4. Երկբյուրեղ համակարգում էլեկտրոնների դիֆրակցիայի սխեման

թյամբ: Ընդ որում, ինտերֆերենցող ալիքների միջև փուլերի տարբերությունը $2\pi \mathbf{g}\mathbf{u}$ է, որտեղ $\mathbf{g}$-ն անդրադարձնող հարթություններին համապատասխանող հակադարձ ցանցի վեկտորն է, և մուարի շերտերը կարելի է կառուցել օպտիկական նմանակության եղանակով [249]: Այդ կերպ [249]-ում, օրինակ, ստացվել են բյուրեղի մակերևույթին ուղղահայաց դիսլոկացիաների պատկերները: Ընդհանուր դեպքում դաշտերի որոշումը զգալի դժվարությունների է հանդիպում դեֆորմացիաների և բյուրեղում ալիքների փու-լերի միջև կապի բացահայտման բարդություններից:

Էլեկտրոնների դիֆրակցիայի նկարագրությունն էապես դյուրին է թույլ դեֆոր-մացված բյուրեղների դեպքում, երբ ալիքների տարածումն ունի քվազիդասական բնույթ [250]: Այդ դեպքում դիսպերսային մակերևույթի նույն ճյուղի անցած և դիֆ-րակտված ալիքների փուլերը տարբերվում են $\mathbf{g}(\mathbf{r}-\mathbf{u})$ գումարելիով, որը սկզբունքորեն կարող է հնարավորություն տալ ըստ ինտերֆերենցային պատկերի որոշելու դեֆորմա-ցիաները:

Ստորև դիտարկվում է ինտերֆերենցային էլեկտրոնամանրադիտակային պատ-կերի դինամիկական տեսությունը, երբ բյուրեղն ունի ըստ խորության դանդաղ փո-փոխվող դեֆորմացիաներ: Ցույց է տրվել, որ բավական հաստ բյուրեղի դեպքում, երբ ուժեղ կլանվող ճյուղը բյուրեղում ճնշված է, ինտերֆերենցային դաշտը երկու դեֆոր-մացված բյուրեղների դեպքում հնարավորություն է տալիս վերականգնել ատոմների շեղման ֆունկցիաները:

Դիտարկենք էլեկտրոնների հաջորդական դիֆրակցիան երկու՝ z_1 և z_2 հաս-տություններով բյուրեղներում (նկ.8.4): Ենթադրենք՝ դեֆորմացիաները բյուրեղում թույլ են, այնպես որ դեֆորմացիայի փոփոխման բնութագրական երկարությունն ըստ խո-րության մեծ է, քան էքստինկցիոն ξ_g երկարությունը: Թույլ դեֆորմացիայի պայմանն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\pi}{\xi_g^2} >> 2\left|\frac{d\beta_g'}{dz}\right|, \qquad (8.31)$$

որտեղ $\beta_g' = (1/2\pi)d\alpha/dz$, $\alpha = 2\pi\mathbf{gu}$: Այս դեպքում էլեկտրոնների ցրումը կրում է քվազիդասական բնույթ, և անցած ու դիֆրակտված ալիքների $\Phi_0(\mathbf{r})$ և $\Phi_g(\mathbf{r})$ լայնույթ-ները կարելի է որոշել, օգտվելով Հովի-Ուելանի հավասարումների լուծման ասիմպտո-տական եղանակից [250]: Այդ մոտավորությամբ լայնույթները հետևյալ տեսքի լուծում-ների գծային համակցություններ են.

$$
\begin{aligned}
\Phi_0(\mathbf{r}) &= \left(\frac{dP}{dz}\right)^{-1/2} \exp\left[\frac{i}{2} f(z) - i\frac{\pi z}{\xi_0}\right]\left\{C_0^1 \exp[iP(z)] + C_0^2 \exp[-iP(z)]\right\}, \\
\Phi_g(\mathbf{r}) &= \left(\frac{dP}{dz}\right)^{-1/2} \exp\left[-\frac{i}{2} f(z) - i\frac{\pi z}{\xi_0}\right]\left\{C_g^1 \exp[iP(z)] + C_g^2 \exp[-iP(z)]\right\},
\end{aligned}
\tag{8.32}
$$

որտեղ $f(z) = \alpha(z) - \alpha(z_0)$, z_0-ն դիտարկվող բյուրեղի մուտքի մակերևույթի կոորդի-նատն է: (8.32)-ում էյկոնալային $P(z)$ ինտեգրալը որոշվում է հետևյալ արտահայտու-թյունից՝

$$
P(z) = \frac{\pi}{\xi_g}\int_{z_0}^{z} dz'\sqrt{1+\xi_g^2\beta_g'^2} : \tag{8.33}
$$

(8.32) լուծումներում ընկնող ալիքի՝ Բրեգի անկյունից շեղումը որոշող վեկտորը՝ $\mathbf{s} = 0$, քանի որ բյուրեղի պտույտներն y առանցքի շուրջը կարելի է հաշվի առնել ըստ z-ի գծային $\mathbf{u}$ ֆունկցիայով: Տարբեր բյուրեղների դեպքը ոչ հավասար միջհարթությունա-յին հեռավորություններով կարելի է հաշվի առնել նրանցից որևէ մեկի համասեռ դե-ֆորմացիայով, ընդ որում, ատոմների շեղման վեկտորն այդ դեպքում՝ $u_x = x(\Delta d/d)$:

C_0^i և C_g^i հաստատունները որոշվում են բյուրեղի մուտքի $z = z_0$ մակերևույթի վրասահմանային պայմաններով

$$
\begin{aligned}
& C_0^1 + C_0^2 = \Phi_0^{(in)}, \\
& C_g^1 + C_g^2 = \Phi_g^{(in)}, \\
& \left(\frac{dP}{dz}\right)^{-1/2}\left[C_0^1\left(\frac{dP}{dz} - \frac{1}{2}\frac{df}{dz}\right) - C_0^2\left(\frac{dP}{dz} + \frac{1}{2}\frac{df}{dz}\right)\right] = -\frac{\pi}{\xi_g}\Phi_g^{(in)}\exp(i\alpha), \\
& \left(\frac{dP}{dz}\right)^{-1/2}\left[C_g^1\left(\frac{dP}{dz} + \frac{1}{2}\frac{df}{dz}\right) - C_g^2\left(\frac{dP}{dz} - \frac{1}{2}\frac{df}{dz}\right)\right] = -\frac{\pi}{\xi_g}\Phi_0^{(in)}\exp(-i\alpha) :
\end{aligned}
\tag{8.34}
$$

$\Phi_0^{(in)}$-ն և $\Phi_g^{(in)}$-ն անցած և դիֆրակտված ալիքների ուղղությամբ ընկած ալիքների լայ-նույթներն են բյուրեղի մուտքի մակերևույթին:

Առաջին բյուրեղի համար ընկնող ալիքների լայնույթները՝ $\Phi_0^{(in)} = 1$ և $\Phi_g^{(in)} = 0$, և (8.34) համակարգի լուծումներն ունեն հետևյալ տեսքը.

$$C_0^{1,2} = \frac{1}{2}\left(\frac{dP_1(0)}{dz}\right)^{-1/2}\left[\frac{dP_1(0)}{dz} \pm \frac{1}{2}\frac{df_1(0)}{dz}\right],$$
$$C_g^{1,2} = \pm\frac{\pi}{\xi_g}\left(\frac{dP_1(0)}{dz}\right)^{-1/2}\exp[-i\alpha_1(0)]. \tag{8.35}$$

$\Phi_0(z_1)$ և $\Phi_g(z_1)$ լայնույթներով ալիքներն ընկնում են երկրորդ բյուրեղի վրա և այնտեղ դիֆրակտվում: Այդ ալիքներից յուրաքանչյուրը երկրորդ բյուրեղում առաջացնում է երկուական ալիք՝ Φ_{00}, Φ_{0g} անցած և Φ_{g0}, Φ_{gg} դիֆրակտված ալիքների ուղղություննե-րով: Այդ լայնույթների C^i_{00}, C^i_{0g} և C^i_{g0}, C^i_{gg} հաստատունները նույնպես որոշվում են (8.34)-ից, բայց երկրորդ բյուրեղի մուտքի մակերևույթին ընկնող ալիքների Φ_{00}, Φ_{0g} լայնույթներն այս դեպքում տրվում են

$$\Phi_{00}^{(in)}(z_1) = \Phi_0(z_1),$$
$$\Phi_{0g}^{(in)} = 0, \tag{8.36}$$

սահմանային պայմաններով և Φ_{g0}, Φ_{gg}-ի համար՝

$$\Phi_{g0}^{(in)} = 0,$$
$$\Phi_{gg}^{(in)} = \Phi_g(z_1): \tag{8.37}$$

(8.36) և (8.37) առնչությունները տեղադրելով (8.34)-ի մեջ՝ որոնվող $C^i_{00}, C^i_{0g}, C^i_{g0}, C^i_{gg}$ հաստատունների համար ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունները.

$$
\begin{aligned}
C_{00}^{1} &= \frac{1}{2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}\right]^{-1/2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}+\frac{1}{2}\frac{df_2(z_1)}{dz}\right]\Phi_0(z_1),\\
C_{00}^{2} &= \frac{1}{2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}\right]^{-1/2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}-\frac{1}{2}\frac{df_2(z_1)}{dz}\right]\Phi_0(z_1),\\
C_{0g}^{1} &= -C_{0g}^{2} = -\frac{\pi}{2\xi_g}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}\right]^{-1/2}\exp[-i\alpha_2(z_1)]\Phi_0(z_1),\\
C_{gg}^{1} &= \frac{1}{2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}\right]^{-1/2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}+\frac{1}{2}\frac{df_2(z_1)}{dz}\right]\Phi_g(z_1),\\
C_{gg}^{2} &= \frac{1}{2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}\right]^{-1/2}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}-\frac{1}{2}\frac{df_2(z_1)}{dz}\right]\Phi_g(z_1),\\
C_{g0}^{1} &= -C_{g0}^{2} = \frac{\pi}{2\xi_g}\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz}\right]^{-1/2}\exp[i\alpha_2(z_1)]\Phi_g(z_1):
\end{aligned}
\tag{8.38}
$$

(8.32) և (8.38) բանաձևերը լիովին որոշում են ալիքային դաշտը երկրորդ բյուրեղի ելքի մակերևույթին: Մուարի պատկերներն առաջանում են անցած ալիքի ուղղությամբ Φ_{00} և Φ_{g0} լայնույթների վերադրմամբ և դիֆրակտված ալիքի ուղղությամբ Φ_{0g} և Φ_{gg} լայ-նույթների վերադրմամբ և գրացվում են այդ փնջերը բաժանվելուց հետո:

Այսպիսով՝ մուարի պատկերներից յուրաքանչյուրը ձևավորվում է առաջին բյուրեղից դուրս եկած երկու փնջերով երկրորդ բյուրեղում գրգռված ալիքների վերա-դրումով:

Ընդհանուր դեպքում այդ ալիքներից յուրաքանչյուրն ունի 4 գումարելի $\pm P_1(z_1)\pm P_2(z_1)$ փուլերով, և մուարի պատկերներն ունեն բավականաչափ բարդ տեսք: Սահմանափակվենք հաստ բյուրեղի դեպքով՝

$$
\frac{\pi z}{\operatorname{Im}\xi_g} >> 1, \tag{8.39}
$$

երբ երկու բյուրեղներում էլ ուժեղ կլանվող ճյուղերը վերանում են: Այդ դեպքում երկ-րորդ բյուրեղի ելքի մակերևույթին ալիքների փուլերն ունեն պարզ տեսք, և անցած ու դիֆրակտված ալիքների ուժգնությունները տրվում են հետևյալ առնչություններով՝

$$I_0(x,y,z_1+z_2) = C_0\left|\exp\left[-i\frac{\pi(z_1+z_2)}{\xi_0} - iP_1(z_1) - iP_2(z_1+z_2)\right]\right|^2 \times$$

$$\times\left|\left[\frac{dP_1(0)}{dz} - \frac{1}{2}\frac{df_1(0)}{dz}\right]\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz} - \frac{1}{2}\frac{df_2(z_1)}{dz}\right]\exp[i\alpha_1(z_1)] - \frac{\pi^2}{\xi_g^2}\exp[i\alpha_2(z_1)]\right|^2,$$

(8.40)

$$I_g(x,y,z_1+z_2) = C_g\left|\exp\left[-i\frac{\pi(z_1+z_2)}{\xi_0} - iP_1(z_1) - iP_2(z_1+z_2)\right]\right|^2 \times$$

$$\times\left|\left[\frac{dP_2(z_1)}{dz} - \frac{1}{2}\frac{df_2(z_1)}{dz}\right]\exp[-i\alpha_1(z_1)] + \left[\frac{dP_1(0)}{dz} - \frac{1}{2}\frac{df_1(0)}{dz}\right]\exp[-i\alpha_2(z_1)]\right|^2,$$

որտեղ

$$C_0 = \left|\frac{dP_1(0)}{dz}\frac{dP_1(z_1)}{dz}\frac{dP_2(z_1)}{dz}\frac{dP_2(z_1+z_2)}{dz}\right|^2, \quad C_g = \frac{|\xi_g|}{\pi}C_0 : \qquad (8.41)$$

(8.40) և (8.41) բանաձևերը ելակետային են թույլ դեֆորմացված բյուրեղների մուարի պատկերների տեսքի հաշվարկի համար:

§8.2.2. *Մուարի շերտերի տեսքը*

Բյուրեղի՝ (8.40), (8.41) բանաձևերով որոշվող էլեկտրոնամանրադիտակային պատկերն իրենից ներկայացնում է ինտերֆերենցային պատկեր ուժգնության

$$I(x,y,z_1+z_2) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos[\alpha_1(z_1) - \alpha_2(z_1)]: \qquad (8.42)$$

բաշխումով: (8.42)-ից անմիջապես հետևում է, որ հաստկլանող թույլ դեֆորմացված բյուրեղների դիտարկվող դեպքում ինտերֆերենցային դաշտը որոշվում է բյուրեղների սահմանային մակերևույթների իրական ցանցերի վերադրումով, այնպես որ մուարի պատկերների օպտիկական նմանակությունը ճիշտ է ոչ միայն ըստ բյուրեղի հաստու-թյան անփոփոխ ատոմների շեղման ֆունկցիաների, այլ նաև կամայական դեֆորմա-ցիաների դեպքում, որոնք բավարարում են (8.31), (8.39) պայմաններին: Ակնհայտ է նաև, որ այն արատները, որոնք սահմանով անընդհատորեն շարունակվում են մի բյու-րեղից մյուսը, չեն երևա մուարի պատկերի վրա, քանի որ այդ դեպքում $\alpha_1(z_1) = \alpha_2(z_1)$: Այն դեպքում, երբ շեղման դաշտի $\alpha_1(z_1)$, $\alpha_2(z_1)$ ֆունկցիաներն ունեն ըստ x-ի և y-ի գծային անդամներ, ինտերֆերենցային պատկերը կազմված է դիլատացիոն, պտտա-կան կամ խառը մուարի շերտերից: Դա դժվար չէ ցույց տալ, քանի որ այդ դեպքում $P_1(z)$ և $P_2(z)$ (8.33) էյկոնալային ֆունկցիաներն ունեն պարզ տեսք՝

$$P_1(z) = P_2(z) = \frac{\pi z}{\xi_g}, \tag{8.43}$$

այնպես որ (8.40)-ը և (8.41)-ը հանգում են միմյանց նկատմամբ պտտված և տարբեր միջհարթությունային հեռավորություններով բյուրեղներով անցած և դիֆրակտված ալիքների ուժգնությունների արտահայտություններին [248]: Նշենք, որ զուգահեռ շեր-տերով պատկեր կարող է առաջանալ ոչ միայն նշված դեպքերում, այլ նաև ճկված բյու-րեղներից: Այսպես, օրինակ, եթե բյուրեղը ճկված է y առանցքի շուրջը, ապա շեղման ֆունկցիայի բաղադրիչը դիֆրակցիայի վեկտորի ուղղությամբ՝

$$u_x = \frac{xz}{r_x}, \tag{8.44}$$

որտեղ r_x-ը ճկման շառավիղն է և, ինչպես հետևում է (8.42)-ից, մուարի պատկերը կազմված է $x = const$ գծերից, որոնց պարբերությունը որոշվում է

$$\Lambda_m = \frac{r_x d}{z} \tag{8.45}$$

արտահայտությամբ, որտեղ d-ն միջհարթությունային հեռավորությունն է:

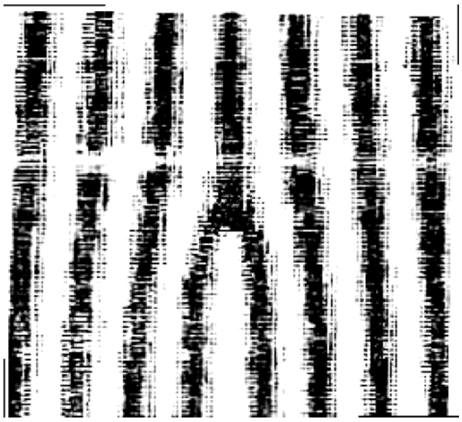
Ընդհանուր դեպքում ինտերֆերենցային պատկերը կարող է ունենալ ոչ միայն բնութագրական շերտավոր տեսք, այլ նաև բավական կամայական ձև: Կամայական $\alpha_1(z_1)$ և $\alpha_2(z_1)$ շեղման դաշտերի դեպքում մուարի շերտերի ձևը որոշվում է

$$\alpha_1(z_1) - \alpha_2(z_1) = 2\pi m,\; m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{8.46}$$

արտահայտությամբ: Այսպիսով, ինչպես հետևում է (8.46)-ից, երկու թույլ դեֆորմաց-ված բյուրեղների մուարի պատկերն այդ բյուրեղների սահմանի ատոմների հարաբերա-կան շեղման $u_{1x}(z_1) - u_{2x}(z_1)$ ֆունկցիայի հաստատուն արժեքների գծերի համախումբն է:

Այն դեպքում, երբ բյուրեղներից մեկն ունի կատարյալ կառուցվածք, մուարի պատկերը որոշվում է դեֆորմացված բյուրեղի մուտքի մակերևույթի ատոմների շեղման ֆունկցիայի հաստատուն արժեքների գծերով, եթե կատարյալ է առաջին բյուրեղը, և դեֆորմացված բյուրեղի ելքի մակերևույթի՝ եթե կատարյալ է երկրորդ բյուրեղը:

Էական է այն, որ մուարի պատկերի ուժգնության բաշխման թվային արժեքներով ոչ էական հաստատունի ճշտությամբ կարելի է որոշել երկու բյուրեղների մակերևույթների ատոմների շեղման ֆունկցիաները: Այսպիսով, ստացված արդյունք-ները ցույց են տալիս, որ ըստ հաստության դանդաղ փոփոխվող դեֆորմացիաներով



Նկ.8.5. Բյուրեղի մակերևույթին ուղղահայաց եզրային դիսլոկացիայի մուարի պատկերը (թվային հաշվարկ)

բավական հաստ բյուրեղները ձևավորում են ինտերֆերենցային պատկեր, որը հնարա-վորություն է տալիս անմիջականորեն, առանց նախնական տիպարավորման, վերա-կանգնել ու նմուշի մակերևույթի կառուցվածքը:

Նկ.8.5-ում ներկայացված է երկբյուրեղ համակարգի բյուրեղներից մեկում մուտ-քի մակերևույթին ուղղահայաց եզրային դիսլոկացիայով ինտերֆերաչափում հաշվար-կային մուարի պատկերը: Բյուրեղներն ունեն տարբեր միջհարթությունային հեռավո-րություններ: Նկարի վրա երևում են շերտերի կորացումը և ընդհանուր դիլատացիոն մուարի պատկերի վրա դիսլոկացիայով պայմանավորված լրացուցիչ շերտի առաջա-ցումը:

§8.3. *Էլեկտրոնամանրադիտակային ցանցային շերտերի մեկնաբանումը*

Էլեկտրոնամանրադիտակային հիմնական եղանակներից մեկը երկու կոհե-րենտ՝ օրինակ՝ անցած և դիֆրակտված, փնջերով ձևավորված փուլային ցայտունու-թյան պատկերների ստացումն է [249,251]: Բյուրեղի կատարյալ ցանցով տեղամասից ստացված այդպիսի պատկերներն իրենցից ներկայացնում են զուգահեռ ցանցային շերտերի համակարգ միջհարթությունային d հեռավորությանը հավասար պարբերու-թյամբ: Այս իմաստով այդ պատկերները կոչվում են բյուրեղական ցանցի ուղիղ պատ-կեր: Միաժամանակ բյուրեղի դեֆորմացված տեղամասերից ստացված պատկերներն ունեն բավական բարդ տեսք և միշտ չէ, որ դրանք կարող են դեֆորմացված տեղամա-սի պատկերը լինել [251]: Այդ իսկ պատճառով այդ պատկերներն արդյունավետ օգտա-գործվում են արատներով բյուրեղների թռիչքաձև փոփոխվող միջհարթությունային հե-ռավորությամբ տեղամասերի ուսումնասիրության համար:

Ստորև ուսումնասիրվել են ըստ խորության դանդաղ փոփոխվող դեֆորմացիաներով բյուրեղների փուլային ցայտունության պատկերները: Նման դեֆորմացիաներով բյու-րեղներում էլեկտրոնների դինամիկական դիֆրակցիան նկարագրվում է քվազիդասա-կան մոտավորությամբ [250]: Քվազիդասական մոտավորության ընդհանուր բանաձևե-րի հիման վրա ցույց է տրվել, որ բավական հաստ բյուրեղում էլեկտրոնների ցրման դեպքում անցած և դիֆրակտված փնջերի վերադրումը ձևավորում է դեֆորմացված ցանցի ուղիղ պատկերը: Դա հնարավորություն է տալիս անմիջականորեն վերականգ-նելու ատոմի հավասարակշռության դիրքից շեղման ֆունկցիան:

Երկալիքային դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում էլեկտրոնի լրիվ ալի-քային ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը`

$$\Psi(\mathbf{r}) = \varphi_0(z)\exp(2\pi i\mathbf{K}\mathbf{r}) + \varphi_g(z)\exp[2\pi i(\mathbf{K}+\mathbf{g}+\mathbf{s})\mathbf{r}], \qquad (8.47)$$

որտեղ $\varphi_0(z)$-ը և φ_g-ն անցած և դիֆրակտված ալիքների լայնույթներն են, $\mathbf{K}$-ն էլեկ-տրոնի ալիքային վեկտորն է վակուումում, $\mathbf{g}$-ն` հակադարձ ցանցի վեկտորը, $\mathbf{s}$-ը` ընկ-նող փնջի բրեգյան ճշգրիտ պայմանից շեղումը որոշող վեկտորը:

Դիտարկենք բյուրեղի թույլ դեֆորմացված տեղամասերը, որտեղ ըստ խորու-թյան դեֆորմացիայի փոփոխման բնութագրական երկարությունը մեծ է ξ_g էքստինկ-ցիոն երկարությունից: Էլեկտրոնների ցրումն այս դեպքում կրում է քվազիդասական բնույթ, երբ տարածվում են երկու դիսպերսային ճյուղերին պատկանող ալիքներ` առանց միջճյուղային ցրման: Բացահայտ տեսքով քվազիդասականության պայմանը տրվում է (8.31)-ով: Այդ պայմանի իրականացման դեպքում էլեկտրոնների դինամիկա-կան դիֆրակցիայի Յովի-Ուելանի հավասարումների լուծումներն են` [250]

$$
\begin{aligned}
\varphi_0(z) &= \exp\left[i\left(\pi s z+\frac{\pi z}{\xi_0}+\frac{\alpha(z)-\alpha(0)}{2}\right)\right]\left[\varphi_0^{(1)}\exp(iP)+\varphi_0^{(2)}\exp(-iP)\right],\\
\varphi_g(z) &= \exp\left[i\left(-\pi s z+\frac{\pi z}{\xi_0}-\frac{\alpha(z)+\alpha(0)}{2}\right)\right]\left[\varphi_g^{(1)}\exp(iP)+\varphi_g^{(2)}\exp(-iP)\right],
\end{aligned}
\tag{8.48}
$$

որտեղ էյկոնալային $P(z)=\mathrm{Re}\,P(z)+i\,\mathrm{Im}\,P(z)$ ֆունկցիան ընդհանուր դեպքում առաջին մոտավորությամբ որոշվում է հետևյալ

$$
P(z)=\frac{\pi}{\xi_g}\int_0^z dz'[1+\bar{w}^2(z')]^{1/2}+\frac{i\pi}{\xi'_g}\int_0^z dz'[1+\bar{w}^2(z')]^{-1/2}
\tag{8.49}
$$

առնչությունից, որտեղ $\bar{w}(z)=w+\xi_g\beta'_g(z)$, $w=s\xi_g$, ξ'_g-ն էքստինկցիոն երկարության` կլանումով պայմանավորված կեղծ մասն է, ξ_0-ն և ξ'_0-ը որոշվում են ներբյուրեղային պոտենցիալի զրոյական ֆուրիե-բաղադրիչով [249]: $\varphi_0^{(1,2)},\varphi_g^{(1,2)}$ լայնույթները տրվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$
\begin{aligned}
\varphi_0^{(1,2)} &= \frac{1}{2}\left[\frac{dP(0)}{dz}\mp\frac{\pi\bar{w}(0)}{\xi_g}\right]\left[\frac{dP(0)}{dz}\frac{dP(z)}{dz}\right]^{1/2},\\
\varphi_g^{(1,2)} &= \pm\frac{\pi}{2\xi_g}\left[\frac{dP(0)}{dz}\frac{dP(z)}{dz}\right]^{1/2}:
\end{aligned}
\tag{8.50}
$$

Ընդհանուր դեպքում էլեկտրոնային դաշտը բյուրեղում ունի չորս գումարելի, որոնց վերադրումն առաջացնում է բավական բարդ ինտերֆերենցային պատկեր: Սա-կայն, եթե բյուրեղի հաստությունն այնպիսին է, որ տեղի ունի հաստ բյուրեղի (8.39) պայմանը և ուժեղ կլանվող ճյուղը ճնշված է, ապա ինտերֆերենցային պատկերն էապես պարզենում է: (8.48)-ը և (8.49)-ը տեղադրելով (8.47)-ի մեջ և հաշվի առնելով, որ $\exp[-\mathrm{Im}\,P(z)]<<1$, բյուրեղի $z=t$ ելքի մակերևույթին $s=0$ դեպքում ուժգնության համար կստանանք`

$$
I=\Psi\Psi^*=\exp\left[-\frac{2\pi t}{\xi'_0}+2\,\mathrm{Im}\,P(t)\right]\left\{\left|\varphi_0^{(2)}\right|^2+\left|\varphi_g^{(2)}\right|^2+2\,\mathrm{Re}\left[\varphi_0^{(2)}\varphi_g^{(2)}\exp\left[2\pi i\mathbf{g}(\mathbf{r}-\mathbf{u})\right]\right]\right\}:
\tag{8.51}
$$

Ուժգնության արտահայտության մեջ $\mathrm{Im}\,P(x,y,t), \varphi_0^{(2)}(x,y,t), \varphi_g^{(2)}(x,y,t)$ մեծությունները միջատոմական հեռավորությունների դեպքում դանդաղ են փոփոխվում: Այստեղից հե-տևում է, որ պատկերի յուրաքանչյուր $10\,\mathring{A}$ չափով տեղամասում այդ մեծությունները կարելի է համարել հաստատուն $\exp\left[2\pi i\mathbf{g}(\mathbf{r}-\mathbf{u})\right]$ արագ փոփոխվող ֆունկցիայի համե-մատությամբ և, հետևաբար, շերտերի մաքսիմումները որոշվում են

$$x = nd + u_x(x,y,t),\ (n\text{-ն ամբողջ թիվ է}) \qquad (8.52)$$

հավասարումից, որը համապատասխանում է բյուրեղի ելքի մակերևույթի անդրադարձ-նող հարթությունների ուղղակի պատկերին:

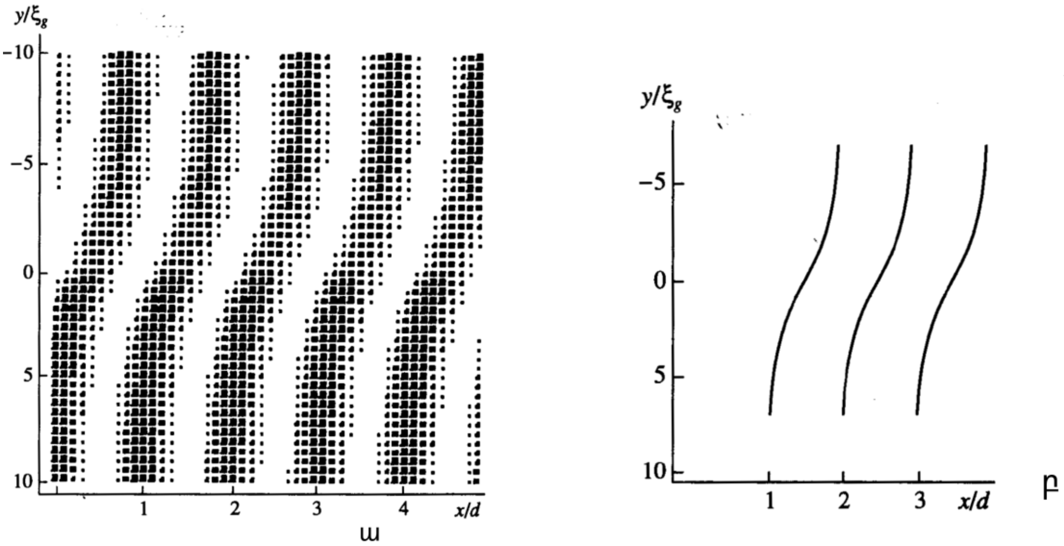
Այսպիսով՝ կարելի է եզրակացնել, որ էլեկտրոնամանրադիտակային փուլային ցայ-տունության պատկերներն $\mathrm{Im}\,P(x,y,t), \varphi_0^{(2)}(x,y,t), \varphi_g^{(2)}(x,y,t)$ ֆունկցիաների փոփոխ-ման պատճառով չլինելով հաստատուն ուժգնության գծեր, միաժամանակ ուղիղ պատ-կերն են բյուրեղի անդրադարձնող հարթությունների այն տիրույթների, որտեղ տեղի ու-նեն (8.31) և (8.39) պայմանները: Դեֆորմացված ցանցի ուղիղ պատկերի ստացումը պայմանավորված է էլեկտրոնների ցրման քվազիդասականությամբ, երբ միջճյուղային ցրման բացակայության պայմաններում դիսպերսային մակերևույթի նույն ճյուղին պատկանող ալիքների փուլերի տարբերությունը $2\pi\mathbf{g}(\mathbf{r}-\mathbf{u})$ է:

Ինտերֆերենցային պատկերի տեսանելիությունը, ինչպես հայտնի է, պայմանավորված է վերադրվող ալիքների ուժգնությունների հավասարությամբ: (8.50)-ից հետևում է, որ դեֆորմացված ցանցի ուղղակի պատկերի տեսանելիությունը կախ-ված է մուտքի մակերևույթի դեֆորմացիայից և որոշվում է հետևյալ պայմանից՝

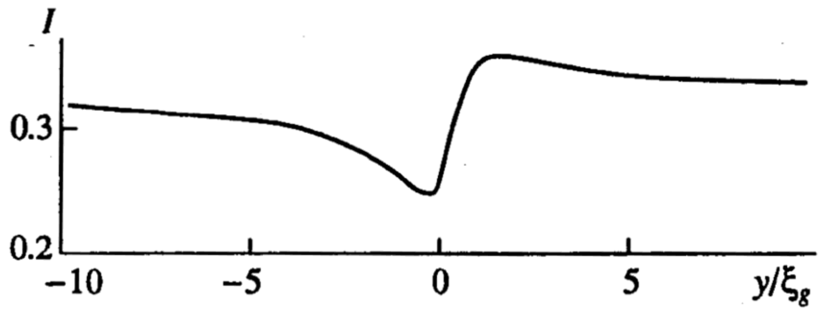
$$\frac{dP(0)}{dz} + \frac{\pi\bar{w}(0)}{\xi_g} \approx \frac{\pi}{\xi_g}: \qquad (8.53)$$

Թույլ՝ $\left|g\beta'_g(0)\right| << 1$ դեֆորմացիաների դեպքում $\varphi_0^{(2)}$ և $\varphi_g^{(2)}$ լայնույթներին համա-պատասխանող ուժգնություններն ակնհայտորեն հավասար են:

Ստացված արդյունքների լուսաբանման նպատակով նկ.8.6.ա-ում պատկերված է պտուտակային դիսլոկացիայի փուլային ցայտունության պատկերն ըստ (8.51)-ի, իսկ նկ.8.6.բ-ում` անդրադարձնող հարթությունների հետքերը բյուրեղի ելքի մակերևույթին



Նկ. 8.6. ա. Փուլային ցայտունության հաշվարկային պատկերը. բ. անդրադարձնող հարթու-թյունների հետքը ելքի մակերևույթին. (պտուտակային դիսլոկացիա պարունակող Au բյուրեղ, (200) անդրադարձում, $t/\xi_g = 4$, $z_0/\xi_g = 1$, $gb = 2$):



Նկ. 8.7. Ուժգնության փոփոխությունը (8.52)-ով որոշվող առանձին վերցված ցանցային գծի երկայնքով:

ըստ (8.52)-ի: Դիսլոկացիան զուգահեռ է հակադարձ ցանցի g վեկտորին և ընկած է z_0 խորությունում: Նկ.8.7-ում պատկերված է ուժգնության բաշխումն առանձին վերց-ված ինտերֆերենցային գծի վրա: Երևում է, որ թեև նկ.8.6 ա-ի ցանցային ինտերֆե-րենցային գծերը հաստատուն ուժգնության գծեր չեն, սակայն երկրաչափորեն դրանք լիովին համընկնում են անդրադարձնող հարթությունների հետքերի հետ:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ԵՐԿՐՈՐԴ ՄԱՍԻ

1. Առաջարկվել և տեսականորեն հետազոտվել է Յունգի ռենտգենադիֆրակտային սխեման: Ուսումնասիրվել է ինտերֆերենցային գծերի տեսանելիությունը՝ կախված ընկնող ալիքի մեներանգության աստիճանից, աղբյուրի չափերից, ճեղքերի չափերից, Բրեգի ճշգրիտ անկյունից շեղումից, «աղբյուր-բյուրեղ» հեռավորությունից և բևեռացման վիճակից:

2. Առաջարկվել և տեսականորեն հետազոտվել է մեկբյուրեղային կոհերենտ դինա-միկական դիֆրակտային ֆուրիե-հոլոգրաֆիան: Ցույց է տրվել, որ լայնութային անցման գործակիցը կարելի է վերականգնել՝ գրանցված հոլոգրամը լուսավորելով լույսով:

3. Առաջարկվել են միաչափ և երկչափ առարկաների պատկերների վերականգնման երկու տարբեր սխեմաներ: Որպես օրինակ դիտարկվել է կոսինուսարդային ցանցի հոլոգրամի գրանցումը և լայնութային անցման գործակցի վերականգնումը: Ապացուցվել է, որ վերականգնված լայնութային անցման գործակիցը համընկնում է առարկայի իրական լայնութային անցման գործակցի հետ:

4. Առաջարկվել և տեսականորեն ուսումնասիրվել է մեկբյուրեղային կոհերենտ դի-նամիկական դիֆրակտային ֆրաունհոֆերյան հոլոգրաֆիայի եղանակը: Դինամի-կական դիֆրակցիայի տեսության հիման վրա հաստ կլանող բյուրեղի դեպքում ապացուցվել է, որ բյուրեղի կլանման հաշվառմամբ հոլոգրամի վրա ուժգնության բաշխման արտահայտությունը օպտիկայից հայտնի արտահայտության նմանակն է: Դիտարկվել է բացարձակ կլանող լարի հոլոգրամի գրանցման և լույսով վերականգնման օրինակը: Զարգացվել է վերականգնման իտերացիոն թվային եղանակ, որը հաշվի է առնում նաև ֆոնային անդամների ուղղումները: Բերիլիումե լարի համար թվային եղանակով վերականգնվել է լայնութային անցման գործակիցը:

5. Առաջարկվել և տեսականորեն հետազոտվել են կոհերենտ ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիայի ֆրենելյան և ֆուրիե-ինտերֆերաչափական հոլոգրաֆիական սխեմաներ:

6. Ռենտգենյան ինտերֆերաչափական ֆրենելյան հոլոգրաֆիայի եղանակի տեսա-կան վերլուծությունը ցույց է տվել, որ հոլոգրամի ուժգնության բաշխման արտա-հայտությունն ինտերֆերաչափի թիթեղներում կլանման հաշվառմամբ համընկնում է օպտիկայից

հայտնի ֆրենելյան հոլոգրամի ուժգնության բաշխման արտահայտության հետ: Որպես օրինակ դիտարկվել է ճեղքի հոլոգրամի գրանցումը և ճեղքի պատկերի վերականգնումը, որը հիմնավորում է լայնության անցման գործակցի միջոցով առարկայի պատկերը վերականգնելու հնարավորությունը:

7. Զարգացվել է ռենտգենյան ինտերֆերաչափական ֆուրիե-հոլոգրաֆիայի եղա-նակի տեսություն, ըստ որի գրանցված հոլոգրամի ուժգնության՝ թվային եղանա-կով հակադարձ ֆուրիե-ձևափոխությամբ հնարավոր է վերականգնել առարկայի լայնության անցման գործակիցը: Առաջարկվել են թվային եղանակով վերականգնման մոտավոր, իտերացիոն և քայլային եղանակներ: Քայլային եղանակով վերականգնվել է բերիլիումե լարի լայնության անցման գործակիցը, որը համընկնում է առարկայի լայնության անցման գործակցի հետ:

8. Առաջարկված բոլոր հոլոգրաֆիական սխեմաներում գնահատվել են փորձարարական բնորոշ պայմաններում լուծունակության արժեքները:

9. Զարգացվել է ռենտգենյան ինտերֆերաչափության էյկոնալային տեսություն: Եռաթիթեղ ինտերֆերաչափի բոլոր թիթեղներում թույլ դեֆորմացիաների առկայությամբ ստացվել են ինտերֆերաչափից դուրս եկած փնջերի ուժգնությունների արտահայտությունները: Վերլուծվել է յուրաքանչյուր թիթեղի դերը մուարի պատկերը ձևավորվելիս: Որոշվել են օպտիկական նմանակության կիրառելիության սահմանները: Ստացվել է արտահայտություն մուարի գծերի տեղային պարբերությունների համար: Յաշվարկվել են հայելային թիթեղում ջերմաստիճանային գրադիենտի հետևանքով առաջացած մուարի գծերի ուժգնությունը, երկրաչափական տեսքը, տեղային պարբերությունը, կապ է հաստատվել ջերմաստիճանային գրադիենտի արժեքի և տեղային պարբերության միջև:

10. Զարգացվել է երկբյուրեղ էլեկտրոնամանրադիտակային մուարի պատկերների առաջացման էյկոնալային տեսություն և ստացվել է վերլուծական արտահայտություն փնջերի ուժգնության համար: Մուարի գծերը երկու բյուրեղների սահմանի շեղման վեկտորների տարբերության հաստատուն գծերն են, որն ապացուցվել է դիսլոկացիա պարունակող թիթեղով

ինտերֆերաչափում ձևավորված մուարի պատկերի օրինակով:

11. Էլեկտրոնամանրադիտակային ցանցային շերտերի մեկնաբանման համար զար-գացվել է Էյկոնալի տեսություն և ցույց է տրվել, որ բավականաչափ հաստ բյուրեղում անցած և դիֆրակտված փնջերի վերադրումը ձևավորում է դեֆորմացված ցանցի ուղիղ պատկերը, որն իր հերթին հնարավորություն է տալիս անմիջականորեն վերականգնելու ատոմի` հավասարակշռության դիրքից շեղման ֆունկցիան: Ցանցային ինտերֆերենցային գծերը հաստատուն ուժգնության գծեր չեն, սակայն երկ-րաչափորեն դրանք լիովին համընկնում են անդրադարձնող հարթությունների հետքերի հետ:

Իմ առանձնահատուկ շնորհակալությունը և խորին երախտագիտությունն եմ հայտնում ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ, ֆիզ.մաթ.գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Ա.Ա.Կիրակոսյանին՝ աշխատանքի ընթացքում ցուցաբերած մշտական աջակցության, ուշադրության և ար-ժեքավոր խորհուրդների համար:

Իմ խորին շնորհակալությունն եմ հայտնում ֆիզ.մաթ.գիտ. դոկտոր Լ.Վ.Լևոնյանին՝ գիտական արժեքավոր քննարկումների, խորհուրդների և մշտական աջակցության համար:

ՀԱՎԵԼՎԱԾ. Էյկոնալը և հետագծերը մուտքի ոչ հարթ մակերևույթով բյուրեղում

Օգտվելով (2.28), (2.35), (2.38) բանաձևերից, (2.30) պայմաններից, ինչպես նաև $\left|x_0/R_{x1}\right| \ll 1, \left|y_0/R_{y1}\right| \ll 1$ մոտավորությունից, C_1, C_2, C_3 հաստատունները որոշելու համար ստանում ենք հետևյալ համակարգը.

$$
\begin{aligned}
&\frac{k}{2L_s}\left(x_0^2\cos^2\theta + y_0^2\right) - \frac{k\chi_0}{4\cos\theta}\left(\frac{x_0^2}{R_{x1}} + \frac{y_0^2}{R_{y1}}\right) = C_1x_0 + C_2y_0 + \\
&\qquad + \frac{1}{2\cos\theta}\left(\frac{x_0^2}{R_{x1}} + \frac{y_0^2}{R_{y1}}\right)\left(\sigma + \frac{C_1^2\sin^2\theta}{2\sigma} - \frac{C_2^2}{2k}\right) + C_3, \\
&\frac{k}{L_s}x_0\cos^2\theta - \frac{k\chi_0}{2\cos\theta}\frac{x_0}{R_{x1}} = C_1 + \frac{\sigma x_0}{R_{x1}\cos\theta}, \\
&\frac{k}{L_s}y_0 - \frac{k\chi_0}{2\cos\theta}\frac{y_0}{R_{y1}} = C_2 + \frac{\sigma y_0}{R_{y1}\cos\theta},
\end{aligned}
\tag{Հ.1}
$$

որտեղից, հաշվի առնելով (2.41)-ը, գտնում ենք հաստատունները.

$$
C_1 = \frac{\sigma\cos\theta}{z_{fx1}\sin^2\theta}x_0, \quad C_2 = -\frac{k\cos\theta}{z_{fy1}}y_0, \quad C_3 = -\frac{\sigma\cos\theta}{2z_{fx1}\sin^2\theta}x_0^2 + \frac{k\cos\theta}{2z_{fy1}}y_0^2 : \tag{Հ.2}
$$

(Հ.2)-ը տեղադրելով էյկոնալի (2.28) արտահայտության մեջ՝ ստանում ենք ընդհանուր ինտեգրալը: Հետագծերի որոշման համար կազմում ենք (2.31) համակարգը՝

$$
\begin{aligned}
&\Phi_{x_0}\left(x, y, z, C_1(x_0, y_0), C_2(x_0, y_0), C_3(x_0, y_0)\right) = 0, \\
&\Phi_{y_0}\left(x, y, z, C_1(x_0, y_0), C_2(x_0, y_0), C_3(x_0, y_0)\right) = 0,
\end{aligned}
\tag{Հ.3}
$$

որի բացահայտ տեսքը հետագծերի հավասարումն է՝

$$
x - x_0\left(1 - \frac{z}{z_{fx1}}\right) = 0, \quad y - y_0\left(1 - \frac{z}{z_{fy1}}\right) = 0 : \tag{Հ.4}
$$

x_0-ն և y_0-ն արտահայտելով x-ով և y-ով և տեղադրելով (2.28) արտահայտության մեջ, որտեղ արդեն C_1, C_2, C_3-ը հաստատուններն արտահայտված են x_0-ով և y_0-ով (ընդհանուր ինտեգրալ), ստանում ենք սահմանային պայմաններին բավարարող էյկոնալը բյուրեղում՝

$$
\Phi = \frac{\sigma z}{\cos\theta} - \frac{\sigma\cos\theta}{2\sin^2\theta}\frac{x^2}{z - z_{fx1}} + \frac{k\cos\theta\, y^2}{2(z - z_{fy1})} : \tag{Հ.5}
$$

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Darvin C.G., The theory of X-ray reflection. Phil. Mag. **27**, 315–333 (1914).
2. Evald P.P., Zur begründung der Kristalloptik. Teil III. Die Kristalloptik der Roöntgen-strahlen. Annalen der physik. Vierte Folge. 54, N23, 519-556. **54**, N24, 557–597 (1917).
3. Laue M.V., Die dinamische theorie der röntgenstrahlinterferenzen in neuer form. Ergebnisse exakt. Naturwis., **10**, 133–158 (1931).
4. Laue M.V., Röntgenstrahl - Interferenzen. Frankfurt am Main, Akademische Verlags-gesellschaft, 1960, 476 p.
5. Zachariasen W.H., Theory of X-ray diffraction in crystals. Dover publications, INC. New York, 1967, 249 p.
6. James R.W., The dynamical theory of X-ray diffraction. Solid State Phys., **15**, 53–220 (1963).
7. Джеймс Р., Оптические принципы диффракции рентгеновских лучей. Иноздат, М., 1950, 572с.
8. Пинскер З.Г., Рентгеновская кристаллооптика. Наука, М., 1982, 392с.
9. Authier A., Dynamical theory of X-ray diffraction. University press, Oxford, 2001, 661p.
10. Kato N., Lang A.R., A study of Pendellösung fringes in X-ray diffraction. Acta Cryst., **12**, 787–794 (1959).
11. Kato N., A theoretical study of Pendellösung fringes. Part 1. General considerations. Acta Cryst., **14**, 526–532 (1961).
12. Kato N., A theoretical study of Pendellösung fringes. Part 2. Detailed discussion based upon a spherical-wave theory. Acta Cryst., **14**, 627–636 (1961).
13. Kato N., Spherical-wave theory of dynamical X-ray diffraction for absorbing perfect crystals. I. The crystal wave-fields. J. Appl. Phys., **39**, 2225-2230 (1968).
14. Kato N., Spherical-wave theory of dynamical X-ray diffraction for absorbing perfect crystals. II. Integrated reflection power. J. Appl. Phys., **39**, 2231–2237 (1968).
15. Tamasaku K., Ishikawa T., Quantitative determination of the spatial coherence from the visibility of equal-thickness fringes. Acta Cryst., A**57**, 197–200 (2001).
16. Афанасьев А.М., Кон В.Г., Динамическая теория дифракции сферической рентге-новской волны. Общий формализм. ФТТ, **19**, N6, 1775–1783 (1977).
17. Левонян Л.В., О дифракционной фокусировке рентгеновских лучей. Письма в ЖТФ, **7**, N5, 269–272 (1981).
18. Levonian L.V., Interference fringes of intrabranch scattering for X-ray spherical-wave

diffraction in a perfect crystal. Phys. stat. sol. (a), **68**, K199–K202 (1981).

19. Kohn V.G., Snigireva I., Snigirev A., Theory of imaging of a perfect crystal under the conditions of spherical wave dynamical diffraction. Phys. stat. sol. (b), **222**, 407–423 (2000).
20. Труни К.Г., Варданян Д.М., Безирганян А.П., Приближение сферических рентгеновских волн в случае Брэгга. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **8**, 118–124 (1973).
21. Арутюнян Л.А., Труни К.Г., Дифракция сферической рентгеновской волны на кристаллической пластинке (брэгговская геометрия). Металлофизика, **7**, N1, 15–22 (1985).
22. Kohn V.G., On the theory of the Bragg reflection in the case of multiple X-ray diff-raction. Phys. stat. sol. (a), **54**, N1, 375–384 (1979).
23. Тонеян А.Г., Кон В.Г., Кузьмин Р.Н., Шестиволновая дифракция рентгеновских лу-чей в случае смещанной Брэгг-Лауэ геометрии. Кристаллография, **29**, вып. 2, 203–209 (1984).
24. Bezirganyan P.A., Gabrielyan R.T., Kohn V.G., Toneyan A.H., Six-beam X-ray diffraction in Ge single crystals. Phys. stat. sol. (a), **85**, N2, 349–358 (1984).
25. Kohn V.G., Toneyan A.H., On the theory of six-beam X-ray spherical wave diffraction. Acta Cryst., A**42**, N6, 441–449 (1986).
26. Кон В.Г., О фокусировке сферической рентгеновской волны совершенным кристаллом в условиях многоволновой дифракции. Металлофизика, **10**, вып. 2, 78–85 (1988).
27. Penning P., Polder D., Anomalous transmission of X-ray in elastically deformed crystals. Phillips Res. Repts., 16, N2, 419–440 (1961).
28. Kato N., Ando Y., Contraction of pendellösung fringes in distorted crystals. J. Phys. Soc. Japan, **21**, 964–968 (1966).
29. Takagi S., Dynamical theory of diffraction applicable to crystals with any kind of small distortion. Acta Cryst., **15**, 1311–1312 (1962).
30. Takagi S., A dynamical theory of diffraction for a distorted crystal. J. Phys. Soc. Jpn., **26**, 1239–1253 (1969).
31. Владимиров В.С., Уравнения математической физики. Наука, М., 1982, 512с.
32. Слободецкий И.Ш., Чуховский Ф.Н., Инденбом В.Л., Дифракция рентгеновских лучей в условиях пространственно-неоднородной задачи. Письма в ЖЭТФ, **8**, N2, 90–94 (1968).
33. Authier A., Simon D., Application la theorie de S.Takagi au contrast d'un default plan

en topographic par rayons X. I. Fault depilement. Acta Cryst., **A24**, 517–526 (1968).
34. Uragami T.S., Pendellösung fringes of X-rays in Bragg case. J. Phys. Soc. Jpn., **27**, 147–154 (1969).
35. Afanas'ev A.M., Kohn V.G., Dynamical diffraction of X-rays diffraction in crystals with defects. Acta Cryst., **A27**, 421–430 (1971).
36. Чуховский Ф.Н., Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в кристалле, изогнутом в плоскости волнового фронта. Кристаллография, **19**, 482–488 (1974).
37. Katagawa T., Kato N.,The exact dynamical wave fields for a crystal with a constant strain gradient on the basis of Takagi-Taupin equations. Acta Cryst., **A30**, 830–836 (1974).
38. Litsman O., Janachek Z., The exact solution of Takagi's equations for the dynamical X-ray diffraction in an elastically bent crystal. Phys. stat. sol. (a), **50**, 285–291 (1974).
39. Чуховский Ф.Н., Петрашень П.В., Эффект диффракционной фокусировки рентге-новских лучей в упруго-изогнутом кристалле. Письма в ЖЭТФ, **69**, 477–487 (1975).
40. Петрашень П.В., Чуховский Ф.Н., Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в кристалле с постоянным градиентом деформации. ЖЭТФ, **69**, 477–487 (1975).
41. Чуховский Ф.Н., Петрашень П.В., Динамическая диффракционная фокусировка рентгеновских лучей упруго-изогнутым кристаллом. Докл. АН СССР, **228**, 1087–1090 (1976).
42. Janachek Z., Kubena J., Holy V., X-ray Laue diffraction from a bent crystal. Integrated intensity. Phys. stat. sol. (a), **50**, 285–291 (1978).
43. Чуховский Ф. Н., Габриелян К.Т., Петрашень П.В., Точное решение задачи динамической брэговской дифракции рентгеновских лучей в упруго-изогнутом кристалле. Докл. АН СССР, **38**, 81–84 (1978).
44. Chukhovskii F.N., Gabrielyan K.T., Petrashen P.V., The dynamical theory of X-ray Bragg diffraction from a crystal with a uniform strain gradient. The Green-Riemann functions. Acta Cryst., **A34**, 610–621 (1978).
45. Chukhovskii F.N., Shtol'berg A.A., Dynamic scattering of X-rays by dislocations. Sov. Phys. JETP, **37**, 525–529 (1973).
46. Кон В.Г., Метод траекторий в теории Лауэ дифракции рентгеновских лучей в кристалле. I. Общие формулы и оценка точности. Кристаллография, **52**, 625–630 (2007).
47. Кон В.Г., Метод траекторий в теории Лауэ дифракции рентгеновских лучей в кристалле. II. Эффект полного отражения при изгибной деформации.

Кристалло-графия, **53**, 203–209 (2008).

48. Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П., Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. Мир, М., 1989, 662с.
49. Authier A., Malgrange C., Tournarie M., Etude theorique de la propagation des rayons X dans un crystal parfait ou legerement deforme. Acta Cryst. **A24**, 126–136 (1968).
50. Epelboin Y., Problems in the numerical calculation of the contrast of defects in X-ray traverse topographs. Acta Cryst., **A33**, 758–767 (1977).
51. Epelboin Y., A varying-step algorithm for numerical integration of Takagi-Taupin equations. Acta Cryst., **A39**, 761–767 (1983).
52. Арутюнян Л.А., Оганесян Г.М., Труни К.Г., Моделирование дифракции рентгенов-ской волны в системах кристалл-вакуум. Известия НАН Армении, Физика, **37**, 335–341 (2002).
53. Кривоглаз М.А., Дифракция рентгеновских лучей и нейтронов в неидеальных кристаллах. Наукова думка, Киев, 1983, 407с.
54. Dedericsh P.H., Effect of defect clustering on anomaleous X-ray transmission. Phys. Rev. B, **1**, 1306–1317 (1970).
55. Kato N., Stattistical dynamical theory of crystal diffraction. I. General formulation. Acta Cryst., **A36**, 763–769 (1980).
56. Kato N., Stattistical dynamical theory of crystal diffraction. II. Intensity distribution and integrated intensity in the Laue cases. Acta Cryst., **A36**, 770–778 (1980).
57. Holy V., X-ray reflection curves of crystals with randomly distributed microdefects in the Bragg case. Acta Cryst., **A39**, 642–646 (1983).
58. Holy V., Dynamical X-ray diffraction from crystals with precipitates. I. Theory of the Bragg case. Acta Cryst., **A40**, 675–679 (1984).
59. Holy V., Gabrielyan K., Dyson and Bethe-Solpiter equations for dynamical X-ray diffraction in crystals with randomly placed defects. Phys. Stat. sol. (b), **140**, 39–50 (1987).
60. Polyakov A.M., Chukhovskii F.N., Piskunov D.I., Dynamic scattering of X-rays in distorted crystals: statistical theory. Sov. Phys. JETP, **72**, 330–340 (1991).
61. Hartwig J., X-ray diffraction in the extremely asymmetric Laue case with a small angle between the crystal surface and the incident beam. Phys. stat. sol. (a), **42**, 495–500 (1977).
62. Brummer O., Höche H.R., Nieber J., Some remarks on extremely asymmetric X-ray diffraction in the Laue case of grazing incidence. Phys. stat. sol. (a), **46**, K131–K133

(1978).
63. Kishino S., Kohra K., Theoretical considerations on Bragg-case diffraction of X-rays at a small glancing angle. Jap. J. Appl.Phys., **10**, 551–557 (1971).
64. Rustichelli F., On the deviation from the Bragg law and the widths of diffraction patterns in perfect crystals. Phyl. Mag., **31**, 1–12 (1975).
65. Kishino S., Noda A., Kohra K., Anamalous enhancement of transmitted intensity in asymmetric diffraction of X-rays from a single crystal. J. Phys. Soc. Jap., **33**, 158–166 (1972).
66. Bedynska T., X-ray diffraction in the range of two diffracted beams for extremely asymmetric case. Phys. stat. sol. (a), **25**, 405–411 (1974).
67. Härtwig J., X-ray diffraction in an extremely asymmetric Laue case. Phys. stat. sol. (a), **37**, 417–425 (1976).
68. Kishino S., Anomalous transmission in Bragg-case diffraction of X-rays. J. Phys. Soc. Jap., **31**, 1168–1173 (1971).
69. Bedynska T., On X-ray diffraction in an extremely asymmetric case. Phys. stat. sol. (a), **19**, 365–372 (1973).
70. Härtwig J., On the integrated reflectivity of perfect crystals in extremely asymmetric Bragg cases of X-ray diffraction. Acta Cryst., **A37**, 802–804 (1981).
71. Afanas'ev A.M., Melkonyan M.K., X-ray diffraction under specular reflection conditions. Ideal crystals. Acta Cryst., **A39**, 207–210 (1983).
72. Aleksandrov P.A., Afanasiev A.M., Stepanov S.A., Bragg-Laue diffraction in inclined geometry. Phys. stat. sol. (a), **86**, 143–154 (1984).
73. Bezirganyan P.H., Aivazyan A.P., Application of the invariance principle for the diffraction of X-rays in real crystals. Phys. stat. sol. (a), **100**, 389–400 (1987).
74. Амбарцумян В.А., Научные труды, в трех томах, Издательство АН Арм. ССР, Ере-ван, т.1 и т.2, 1960, т.3, 1988.
75. Балян М.К., Левонян Л.В., Усовершенствованная теория дифракции рентгеновских волн в условиях зеркального отражения. Известия НАН Армении, Физика, **35**, 309–319 (2000).
76. Khachaturyan G., Levonyan L., Kocharyan V., Crystal relief investigation under the X-ray diffraction on surface acoustic wave in Bragg-Laue grazing geometry. Acta Cryst., **A61**, C435 (2005).
77. Левонян Л.В., Кочарян В.Р., Рентгеновская френелевская топография кристалла с вогнутой поверхностью в скользящей геометрии при наличии поверхностной акус-тической волны. Нано- и микросистемная техника, **7**, 12–16

(2005).

78. Mkrtchyan A.R., Kocharyan V.R., Levonyan L.V., Khachaturyan G.K., Study of X-ray diffraction from a surface acoustic wave in the grazing geometry with allowance for the curvature of the unperturbed crystal surface. Cryst. Reports, **51**, S44–S54 (2006).
79. Kohra K., Matsushita T., Some characteristics of dynamical diffraction at a Bragg angle of about $\pi/2$. Z.Naturforsch, **A27**, 484–487 (1972).
80. Bruümmer O., Höche H.R., Nieber J., X-ray diffraction in the Bragg case at Bragg angles of about $\pi/2$. Phys. stat. sol., **A53**, 565–570 (1979).
81. Caticha A., Caticha-Ellis S., Dynamical theory of X-ray diffraction at Bragg angles near $\pi/2$. Phys. Rev., **B25**, 971–984 (1982).
82. Bezirganyan A.P., Bezirganyan P.A., Solution of the two-dimensional stationary Schrö-dinger equation with cosine-like coefficient (in view of X-ray diffraction). Phys. stat. sol. (a), **105**, 345–355 (1988).
83. Bezirganyan A.P., X-ray reflection from and transmission through a plane-parallel dielectric plate with cosine-like polarizability (symmetrical Laue case; (θ close on $\pi/2$). Phys. stat. sol. (a), **109**, 101–110 (1988).
84. Bezirganyan A.P., Bezirganyan H.A. (Jr.), Bezirganyan S.E., Bezirganyan (Jr.) P.A., Specular beam suppression and enhancement phenomena in the case of grazing-angle incidence X-rays backdiffraction by the crystal with stacking fault. Opt. Comm., **238**, 13–28 (2004).
85. Kohn V.G., Kohn I.V., Manykin E.A., Diffraction of X-rays at a Bragg angle of $\pi/2$ (back reflection) with consideration of multywave effects. JETP, **89**, 500–507 (1999).
86. Köhler R., Möhling W., Peibst H., Influence of acoustic lattice vibrations on dynamical X-ray diffraction. Phys. stat. sol. (b), **61**, 173–180 (1974).
87. Энтин И.Р., Эффект резонансного подавления ультразвуком аномального прохож-дения рентгеновских лучей. Письма в ЖЭТФ, **26**, 392–394 (1977).
88. Энтин И.Р., Суворов Э.В., Кобелев Э.П., Сойфер Я.М., Рентгеноакустический резонанс в совершенном кристалле кремния. ФТТ, **20**, 1311–1315 (1978).
89. Энтин И.Р., О динамической дифракции рентгеновских лучей на кристалле с периодическим полем смещений. ЖЭТФ, **77**, 214–222 (1979).
90. Мкртчян А.Р., Навасардян М.А., Габриэлян Р.Г., Кочарян Л.А., Галоян К.Г., Асланян Л.А., Полное зеркальное отражение излучения ангстремных длин волн на ультразвуковой сверхрешетке в случае Лауэ геометрии. Письма в ЖТФ, **9**, 1181–1184 (1983).

91. Мкртчян А.Р., Навасардян М.А., Мирзоян В.К., Полная переброска рентгеновского излучения, дифрагированного монокристаллом от направления прохождения в направление отражения под действием температурного градиента. Письма в ЖТФ, **8**, 677–680 (1982).
92. Gabrielyan R.G., Mkrtchyan A.R., Aslanyan H.A., Kotandyan Kh.V., On the theory of X-ray diffraction on oscillating piezocrystalls. Phys. stat. sol. (a), **92**, 361–368 (1985).
93. Благов А.Е., Особенности дифракции рентгеновских волн на кристаллах, промоду-лированных низкочастотным ультразвуком. Диссертация на соискание ученой сте-пени кандидата физико-математических наук, Москва, 2006, 136с.
94. Иржак Д.В., Брэгговская дифракция рентгеновского излучения на кристаллах, промодулированных поверхностными акустическими волнами. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Черноголовка, 2002, 144с.
95. Хапачев Ю.П., Колпаков А.В., Кузнецов Г.Ф., Кузьмин Р.Н., Кинематическая и динамическая дифракция рентгеновых лучей на одномерной сверхрешетке. Крис-таллография, **24**, 430–438 (1979).
96. Хапачев Ю.П., Кузнецов Г.Ф., Динамическая дифракция рентгеновского излуче-ния в гармонической сверхрешетке. Кристаллография, **28**, 27–31 (1983).
97. Vardanyan D.M., Manoukyan H.M., Petrosyan H.M., The dynamic theory of X-ray diff-raction on the one-dimensional ideal superlattice. I. Diffraction on the arbitrary super-lattice. Acta Cryst., **A41**, 212–217 (1985).
98. Vardanyan D.M., Manoukyan H.M., Petrosyan H.M., The dynamic theory of X-ray diff-raction on the one-dimensional ideal superlattice. II. Calculation of structure factors for some superlattices. Acta Cryst., **A41**, 218–222 (1985).
99. Левонян Л.В., Манукян А.М., Динамическая дифракция сферической рентгеновской волны на сверхрешетке. Известия НАН РА, Физика, **51**, 95–101 (2016).
100. Носик В.Л., Теория дифракции рентгеновских лучей и нейтронов на идеальных и деформированных сверхрешетках. Диссертация на соискание ученой степени кан-дидата физико-математических наук, Москва, 1993, 185с.
101. Пунегов В.И., Дифракция рентгеновских лучей в многослойных и градиентных кристаллах со статистически распределленными микродефектами. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, Сыктывкар, 1996, 396с.
102. Дышеков А.А., Теория динамической рентгеновской дифракции в кристаллах с

переменным градиентом деформации и ее применение для анализа гетероструктур и сверхрешеток. Диссертация на соискание ученой степени доктора фи-зикоматематических наук, Нальчик, 2000, 241с.

103. Левонян Л.В., Когерентные дифракционные явления при рассеянии сферической рентгеновской волны на плоских кристаллах. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Ереван, 1984, 130с.
104. Левонян Л.В., Когерентные явления в рентгеновской френелевской кристаллооптике. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математичес-ких наук, Ереван, 2007, 271с.
105. Габриелян К.Т., Брэгговская трехмерная дифракция рентгеновских лучей на иде-альном кристалле. Межвузовский сборник научных трудов, Физика, **вып.1**, 19–25 (1992).
106. Hrdy J., X-ray inclined lens. J. Synchrotron Rad., **5**, 1206–1210 (1998).
107. Hrdy J., Siddons D.P., X-ray focusing using an inclined Bragg-reflection lens. J. Synch-rotron Rad., **6**, 973–978 (1999).
108. Hrdy J., Hrda J., Meridional focusing of X-rays diffracted onto a single crystal with a transversal groove (Bragg-diffraction asymmetric lens). J. Synchrotron Rad., **7**, 78–80 (2000).
109. Hrdy J., Artemiev N., Freund A., Quintana J., Diffractive-refractive optics for focusing hard x-ray beams. Proc. SPIE, **4501**, 88–98 (2001).
110. Hrdy J., Ziegler E., Artemiev N., Franc F., Hrda J., Begault T., Freund A.K., First observation of meridional focusing of an X-ray beam using diffraction by a crystal with a transverse groove. J. Synchrotron Rad., **8**, 1203–1206 (2001).
111. Artemiev N., Hrdy J.,Peredkov S., Artemev A., Freund A.,Ticoulou R., Sagittal focusing of synchrotron radiation diffracted on the walls of a longitudinal hole drilled into a single-crystal monochromator. J. Synchrotron Rad., **8**, 1207–1213 (2001).
112. Hrdy J., Hoszovska J., Mocuta C., Artemiev N., Freund A., Diffractive refractive optics: the possibility of sagittal focusing in Laue-case diffraction. J. Synchrotron Rad., **10**, 233–235 (2003).
113. Moliere G., Quantenmechanische theorie der röntgenstrahlinterferenzen in kristallen. I. Ableitung und algemine diskussion der dymamischen grundgleichungen. Ann. Phys. (Leipzig), **35**, 272–296 (1939).
114. Moliere G., Quantenmechanische theorie der röntgenstrahlinterferenzen in kristallen. II. Dinamische theorie der brechung, reflexion und absorption von röntgenstrahlen.

Ann. Phys. (Leipzig), **35**, 297–313 (1939).

115. Moliere G., Ausbau der quantenmechanischen dispersionstheorie im sinne eines von M. von Laue stammenden verfahrens. Ann. Phys. (Leipzig), **36**, 265–274 (1939).
116. Ashkin M., Kuriyama M., Quantum theory of X-ray diffraction by a crystal. J. Phys. Soc. Jpn., **21**, 1549–1558 (1966).
117. Ohtsuki Y.H., Yanagawa S., Dynamical theory of diffraction. I. Electron diffraction. J. Phys. Soc. Jpn., **21**, 326–334 (1966).
118. Ohtsuki Y.H., Yanagawa S., Dynamical theory of diffraction. II. X-ray diffraction. J. Phys. Soc. Jpn., **21**, 502–506 (1966).
119. Kuriyama M., Theory of X-ray diffraction by a distorted crystal. J. Phys. Soc. Jpn., **23**, 1369–1379 (1967).
120. Kuriyama M., Theory of X-ray diffraction by a distorted crystal. II. Scattering amplitude for a wave packet of finite size. J. Phys. Soc. Jpn., **25**, 846–855 (1968).
121. Luh Sh.-W., Chang Sh.-L., A quantum approach to X-ray multiple diffraction. Acta Cryst., **A44**, 662–667 (1988).
122. Nazarkin A., Podorov S., Uschmann I., Förster E., Sauerbrey R., Nonlinear optics in the angstrom regime: Hard-x-ray frequency doubling in perfect crystals. Phys. Rev., **A67**, 041804(4) (2003).
123. Tamasaku K., Ishikawa K., Interference between Compton Scattering and X-Ray Para-metric Down-Conversion. Phys. Rev. Lett., **98**, 244801(4) (2007).
124. Tamasaku K., Ishikawa K., Idler energy dependence of nonlinear diffraction in X ->X + EUV parametric down-conversion. Acta Cryst., **A63**, 437–438 (2007).
125. Conti C., Fratalocchi A., Ruocco G., Sette F., Nonlinear optics in the X-ray regime: non-linear waves and self-action effects. Opt. Express, **16**, 8324–8331 (2008).
126. Tamasaku K., Shigemasa E., Yuichi I. et. al., X-ray two-photon absorption competing against single and sequential multiphoton processes. Nature Photon Lett., **8**, 313–316 (2014).
127. Doumi G., Roedig C., Son S.-K. et. al., Nonlinear atomic response to intense ultra-short X-rays. Phys. Rev. Let., **106**, 083002(4) (2011).
128. Son S.-K., Chapman H.N., Santra R., Multiwavelength anomalous diffraction at high X-ray intensity. Phys. Rev. Lett., **107**, 218102 (5) (2011).
129. Bushuev V.A., Diffraction of X-ray free electron laser femtosecond pulses on single crystals in the Bragg and Laue geometry. J. Synchrotron Rad., **15**, 495–505 (2008).
130. Левонян Л.В., Труни К.Г., Динамическая теория рассеяния в кристаллах рентгеновского излучения с конечной длительностью цуга. Изв. АН Арм. ССР,

Физика, **13**, 108–113 (1978).
131. Левонян Л.В., Труни К.Г., К вопросу дифракции рентгеновского излучения с конечной длительностью цуга в совершенных кристаллах. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **14**, 253–260 (1979).
132. Chukhovskii F.N., Förster E., Time dependent X-ray Bragg diffraction. Acta Cryst., **A51**, 668–672 (1995).
133. Wark J.S., Lee R.V., Simulations of femtosecond X-ray diffraction from unperturbed and rapidly heated single crystals. J. Appl. Cryst., **32**, 692–703 (1999).
134. Misalla T., Uschmann I., Förster E., Jenke J., von der Linde D., Monochromatic focusing of subpicosecond X-ray pulses in the keV range. Rev. Sci. Instrum., **70**, 1288–1299 (1999).
135. Shastri S.D., Zambianchi P., Mills D.M., Dynamical diffraction of ultrashort X-ray free electron laser pulses. J. Synchrotron Rad., **8**, 1131–1135 (2001).
136. Graeff W., Short X-ray pulses in a Laue-case crystal. J. Synchrotron Rad., **9**, 82–85 (2002).
137. Graeff W., Tailoring the time response of a Bragg reflection to short X-ray pulses. J. Synchrotron Rad., **11**, 261–265 (2004).
138. Bushuev V.A., Change in the spatial coherence function at Bragg reflection of an X-ray beam. Bulletin of the Russian academy of sciences, Physics, **73**, 52–56 (2009).
139. Bushuev V.A., Effect of the thermal heating of a crystal on the diffraction of pulses of a free electron X-ray laser. Bulletin of the Russian academy of sciences, Physics, **77**, 15–20 (2013).
140. Bushuev V.A., Samoylova V., Influence of diffraction in crystals on the coherence pro-perties of X-ray free electron laser pulses. Crystallography Reports, **56**, 876–885 (2011).
141. Bushuev V., Samoylova L., Sin H., Tschentscher Th., Temporal and coherence proper-ties of hard X-ray FEL radiation following Bragg diffraction by crystals. Proc. of SPIE, **8141**, 81410T-1-81410T-14 (2011).
142. Kohn V.G., Focusing femtosecond X-ray free-electron laser pulses by refractive lenses. J. Synchrotron Rad., **19**, 84–92 (2012).
143. Азизян С.Л., Безирганян П.А., Динамическая теория интерференции рентгеновских лучей с учетом затухания первичной волны. ЖТФ, **41**, 2186–2190 (1971).
144. Инденбом В.Л., Интерференционная спектроскопия рентгеновского излучения. Кристаллография, 21, 479–483 (1976).

145. Holy V., Coherence properties of dynamically diffracted X-rays. Phys. Stat. Sol. (b), **101**, 575–583 (1980).
146. Mocella V., Epelboin Y., Guigay P., X-ray dynamical diffraction: the concept of a locally plane wave. Acta Cryst., **A56**, 308–316 (2000).
147. Yamazaki H., Ishikawa T., Propagation of X-ray coherence for diffraction of perfect crystals. J. Appl. Cryst., **35**, 314–318 (2002).
148. Yamazaki H., Ishikawa T., X-ray interferometer using wavefront division. J. Appl. Cryst., **36**, 213–219 (2003).
149. Инденбом В.Л., Слободетский И.Ш., Труни К.Г., Рентгеновский интерферометр с узким пучком. ЖЭТФ, **66**, 1110–1120 (1974).
150. Milne A.D., Hart M., Direct observation of plane wave and spherical wave pendellö-sung fringes. Phys. Stat. sol., **26**, 185-189 (1968).
151. Алумян К.В., Багдасарян Р.И., Балян М.К., Влияние кристаллических искажений на образование и вид маятниковых полос. I. Кристаллография, **28**, 1024–1025 (1983).
152. Алумян К.В., Багдасарян Р.И., Балян М.К., Влияние кристаллических искажений на образование и вид маятниковых полос. II. Кристаллография, **28**, 1026–1027 (1983).
153. Алумян К.В., Багдасарян Р.И., Эйрамджян Ф.О., Экспериментальное исследова-ние маятниковых полос при наличии дилатаций и относительных поворотов отра-жающих плоскостей. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **6**, 343-345 (1984).
154. Bonse U., Hart M., An X-ray interferometer. Appl. Phys. Lett., **6**, 155–156 (1965).
155. Hart M., A complete determination of dislocation Burger’s vector. Phyl. Mag., **26**, 821–831 (1972).
156. Багдасарян Р.И., Балян М.К., Эйрамджян Т.О., Эйрамджян Ф.О., К вопросу о рас-шифровке рентгеноинтерферометрических муаровых картин. Известия вузов, Фи-зика, **4**, 8–12 (1984).
157. Багдасарян Р.И., Мнацаканян Т.С., Эйрамджян Ф.О., Применение рентгеновского муара для исследования механических напряжений вокруг дефектов в монокрис-таллах Si. Известия вузов, Физика, 5, 106–108 (1986).
158. Раранский Н.Д., Маятниковые и муаровые полосы в реальных кристаллах. Дис-сертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. Наук, Черновцы, 1987, 446с.
159. Ростомян А.Г., Нариманян С.М., Месропян М.А., Рентгенвский “жесткий” интер-ферометр, обеспечивающий идеальность геометрии. Межвузовский сб. Науч.

Трудов, Физика, **4**, 31–34 (1985).
160. Simon D., Authier A., Application de la theorie dinamique de S.Takagi au contraste d'un defaut plan en topographic par rayon X. II. Franges de moire. Acta Cryst., **24**, 527–537 (1968).
161. Tanemura S., Lang A.R., Spherical wave theory of moire fringes produced under con-ditions of Borrman transmission by two crystals separated by a gap. Z. Naturforsch, **28A**, 668–676 (1973).
162. Bezirganyan P.H., Haroutyunyan V.S., On the interference effect arising in the bicrystal X-ray interferometer with wedge-shaped gap. Part I. Plane wave theory. Phys. stat. sol. (a), **99**, 37–46 (1987).
163. Bezirganyan P.H., Haroutyunyan V.S., On the interference effect arising in the bicrystal X-ray interferometer with wedge-shaped gap. Part II. Sperical wave theory. Phys. stat. sol. (a), **99**, 329–338 (1987).
164. Арутюнян В.С., Исследование некоторых эффектов динамического рассеяния рентгеновских лучей в интерферометрах. Диссертация на соискание ученой степе-ни кандидата физико-математических наук, 1988, 188с.
165. Yoshimura J.-ichi, Theoretical study of the properties of X-ray diffraction moire fringes. I. Acta Cryst., **A71**, 368–381 (2015).
166. Лидер В.В., Рентгеновские кристаллические интерферометры. УФН, **184**, 1217–1236 (2014).
167. Trouni K.G., Arutyunyan L.A., “Billet and Meslin Bi-lenses" in two-beam X-ray interferometry. Phys. Stat. sol. (a), **92**, 369–378 (1985).
168. Appel A., Bonse U., Michelson interferometer for X-rays and thermal neutrons. Phys. Rev. Lett., **67**, 1673–1676 (1991).
169. Bonse U., Beckmann F., Multiple beam X-ray interferometry for phase-contrast tomo-graphy. J. Synchrotron Rad., **8**, 1–5 (2001).
170. Nusshardt M., Bonse U., A Michelson interferometer for X-rays capable of high-order measurement. J.Appl. Cryst., **36**, 269–279 (2003).
171. Sutter J.P., Ishikawa T., Kuetgens U., Materlik G., Nishino Y., Rostomyan A., Tamasaku K., Yabashi M., An X-ray BBB Michelson interferometer. J. Synchrotron Rad., **11**, 378–385 (2004).
172. Hirano K., Fukamachi T., Kanematsu Y., Jonsukwat S., Negishi R., Kirano D.Ju.K., Kawamura T., Moire pattern from a multiple Bragg-Laue interferometer. J. Syn-chrotron Rad., **19**, 101–105 (2012).
173. Алумян К.В., Багдасарян Р.И., Мнацаканян Т.С., Эйрамджян Ф.О., К вопросу о

со-поставлении линий механических изонапряжений и рентгеноинтерферометри-ческого муара. Изв. Вузов, Физика, **8**, 45–48 (2002).
174. Drmeyan H.R., X-ray interferometric method for investigation of deformation fields caused in interferometer blocks by inplanted ions. J. Appl. Cryst., **37**, 585–588 (2004).
175. Hart M., Ten years of X-ray interferometry. Proc. R. Soc. Lond., **A346**, 1–22 (1975).
176. Haroutunyan L.A., Trouni K.G., On the problem of computerized X-ray interferometric tomography of weak deformed deformations of crystals. Optic Communications, **90**, 173–181 (1992).
177. Kawai J., Absorption techniques in X-ray spectrometry. Encyclopedia of analitycal che-mistry, R.A.Meyers (Ed.), Chester, John Wiley&Suns Ltd, 13288–13315 (2000).
178. Moran C.J., Pierret A., Stewenson W., X-ray absorption and phase contrast imaging to study the interplay between plant roots and soil structure. Plants and soil, **223**, 99–115 (2000).
179. Zoofan B., Kim J.-Y., Rokhlin S.I., Frankel G.S., Phase contrast X-ray imaging for non-destructive evaluation of materials. J.Appl.Phys., **100**, 014502(7) (2006).
180. Momose A., Demonstration of phase-contrast X-ray computed tomography using an X-ray interferometer. Nucl. Instr. And Meth. In Phys. Res., **A352**, 622–628 (1995).
181. Momose A., Takeda T., Itai Y., Biological imaging based on X-ray phase measurement – toward applications in cancer diagnosis. Hitachi Review, **48**, 110–115 (1999).
182. Левонян Л.В., Азизян С.Л., Формирование фазового контраста в трехблочном ЛЛЛ-интерферометре. Нано- и микросистемная техника, **11**, 31–35 (2005).
183. Levonyan L., The formation of the X-ray phase contrast under the diffraction focusing of the spherical wave. Acta Cryst., **A62**, 254 (2006).
184. Ingal V.L., Beliaevskaya E.A., X-ray plane-wave topography observation of the phase contrast from non-crystalline object. J. Phys. D: Appl. Phys., **28**, 2314–2317 (1995).
185. Davis T.J., Gureyev T.E., Gao D., Stewenson A.W., Wilkins S.W., X-ray image contrast from a simple phase object. Phys. Rev. Lett., **74**, 3173–3177 (1995).
186. Davis T.J., Gao D., Gureyev T.E., Stewenson A.W., Wilkins S.W., Phase contrast ima-ging of weakly absorbing materials using hard X-rays. Nature (London), **373**, 595–597 (1995).
187. Bushuev V.A., Beliaevskaya E.A., Ingal V.N., Wave-optical description of X-ray phase contrast images of weakly absorbing non-crystalline objects. Il Nuovo Cimento, **19D**, 513–520 (1997).

188. Kohn V.G., X-ray imaging of inhomogeneous object by coherent wave (phase contrast), in Hamburg lectures. "http://xray-optics.ucoz.ru" (1998).
189. Левонян Л.В., Формирование рентгеновского фазового контраста в условиях диф-ракционной фокусировки сферической волны. Нано и микросистемная техника, **9**, 18–21 (2005).
190. Левонян Л.В., Рентгенотопографический способ исследования фазовых объектов. Известия НАН Армении, Физика, **36**, 332–337 (2001).
191. Wilkins S.W., Gureev T.E., Gao D., Pogany A., Stewenson A.W., Phase contrast imaging using polychromatic hard X-rays. Nature (London), **384**, 335–337 (1996).
192. Сенин Р.А., Микротомография биологических объектов с использованием лабора-торных рентгеновских источников. Диссертация на соискание ученой степени кан-дидата физико-математических наук, 2005, 142с.
193. Haroutunyan L., Phase contrast imaging by amplitude-division type Fresnel zone plate interferometer. Conference paper, Abstract book, DOM 2015, International symposi-um and young scientist school on disordered and ordered materials analysis and cha-racterization, Yerevan, 2015, 57–58.
194. Aristov V.V., Ivanova J.A., On the possibility of utilizing holographic schemes in X-ray microscopy. J. Appl. Cryst., **12**, 19–24 (1979).
195. Szöke A., Use of statistical information in X-ray crystallography with application to the holographic method. Acta Cryst., **A54**, 543–562 (1998).
196. Anduleit K., Materlik G., A holographic approach to point defect structure determi-nation in inorganic crystals: Er-doped Sc2O3. Acta Cryst., **A59**, 138–142 (2003).
197. Hau-Riege S.P., Szöke H., Chapman H.N., Szöke A., Marchesini S., Noy A., He H., Howels M., Weierstall U., Spence J.C.H., SPEDEN: reconstructing single particles from their diffraction patterns. Acta Cryst. **A60**, 294–305 (2004).
198. Novikov D.V., Adams B., Hiort T., Kossel E., Materlik G., Menk R., Walenta A., X-ray holography for structural imaging. J. Synchrotron Rad., **5**, 315–319 (1998).
199. Chukhovskii F.N., Poliakov A.M., Ab initio crystal structure determination using X-ray fluorescence holography for different noise levels: numerical simulation and analysis. Acta Cryst., **A60**, 82–88 (2004).
200. Korecki P., Novikov D.V., Tolkiein M., Materlik G., Extinction effects in X-ray hologra-phic imaging with internal reference. Phys. Rev. B, **69**, 184103 (2004).
201. Kopecky M., X-ray diffuse scattering holography. J. Appl. Cryst., **37**, 711–715 (2004).
202. Nygard K., Bunk O., Perret E., David S., van der Veen J.F., Diffraction gratings as small angle X-ray scattering calibration standards. J. Appl. Cryst., **43**, 350–351

(2010).
203. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л., Оптическая голография. Мир, М., 1973, 686с.
204. Hariharan P., Basics of holography. Cambridge University Press, New York, 2002, 161p.
205. Егиазарян А.М., Безирганян П.А., О возможности записи рентгеновской коротко-волновой голограммы. Изв. АН Арм ССР, **15**, 35–43 (1980).
206. Егиазарян А.М., Новые перспективы развития рентгеновской коротковолновой го-лографии. Письма в ЖТФ, **24**, 55–59 (1998).
207. Егиазарян А.М., Труни К.Г., Мкртчян А.Р., Рентгеновская интерферометрическая коротковолновая голография с дифракционной фокусировкой. Письма в ЖЭТФ, **68**, 681–684 (1998).
208. Габриелян К.Т., Использование кристалл-дифракционной картины для получения видимого изображения источника рентгеновских лучей. Письма в ЖТФ, **16**, 5–9 (1990).
209. Snigirev A., Snigireva I., Kohn V., Kuznetsov S., Schelokov I., On the possibilities of X-ray phase contrast microimaging by coherent high-energy synchrotron radiation. Rev. Sci. Instrum., **66**, 5486–5492 (1995).
210. Nugent K.A., Gureyev T.E., Cookson D.F., Paganin D., Barnea Z., Quantitative phase imaging using hard X-rays. Phys. Rev. Letters, **77**, 2961–2964(1996).
211. Watanabe N., Yokosuka H., Ohogashi T., Takano H., Takeuchi A., Suzuki Y., Aoki S., Optical holography in the hard X-ray domain. J. Phys. IV France, **104**, 551-556 (2003).
212. Аристов В.В., Куюмчян А.В., Суворов А.Ю, Ишикава Т., Исоян А.А., Труни К.Т., Саркисян Е., Восстановление Фурье-голограммы с помощью фазовой зонной пластинки для рентгеновского излучения. Микросистемная техника, **11**, 26–29 (2004).
213. Leitenberger W., Snigirev A., Microscopic imaging with high energy X-rays by Fourier transform holography. J. Appl. Phys., **90**, 538–544 (2001).
214. Iwamoto H., Yagi N., Hard X-ray Fourier transform holography from an array of orien-ted referenced objects. J. Synchrotron Rad., **18**, 564–568 (2011).
215. Chamard V., Stangle J., Carbone G., Diaz A., Chen G., Alfonso C., Mocuta C., Metzger T.H., Three dimensional X-ray Fourier transform holography: the Bragg case. Phys. Rev. Letters, **104**, 165501(4) (2010).
216. Лидер В.В., Рентгеновская голография. УФН, **185**, 393–413 (2015).
217. Габриелян К.Т., Чуховский Ф.Н., Пискунов Д.Н., Диффракционная фокусировка

рентгеновских лучей при брэгговском отражении от двухосно изогнутого идеаль-ного кристалла. ЖЭТФ, **96**, 834–846 (1989).

218. Levonyan L.V., Balyan M.K., Two-dimensional diffraction focusing of X-ray radiation in Laue geometry. Phys. stat. sol. (a), **140**, 247–255 (1993).
219. А.А.Соколов, И.М.Тернов, Релятивистский электрон. Наука, М., 1983, 392с..
220. Grigoryan A.H., Balyan M.K., Toneyan A.H., X-ray focusing by the system of refractive lens(es) placed inside asymmetric channel-cut crystals. J. Synchrotron Rad., **17**, 332–347 (2010).
221. Смирнов В.И., Курс высшей математики, т. 4, часть вторая. Наука, М., 1981, 551с.
222. Григорян А.Г., Балян М.К., Гаспарян Л.Г., Агасян М.М., О возможности создания новой дифракционно-рефракционной линзы для жесткого рентгеновского излуче-ния. Известия НАН РА, Физика, **39**, 262–264 (2004).
223. Kohn V.G., Chumakov A.I., Ruffer R., Wave theory of focusing monochromator of syn-chrotron radiation. J.Synchrotron Rad., **16**, 635–641 (2009).
224. Мишет А., Оптика мягкого рентгеновского излучения. Мир, М., 1989, 351с.:
225. Boyd R., Nonlinear optics. Academic press, New York, 2003, 613p.
226. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теоретическая физика, т.VIII: Электродинамика сплошных сред. Физматлит, М., 2005, 652с.
227. Nonlinear optics, quantum optics, and ultrafast phenomena with X-rays: physics with X-rays free electron lasers, Ed. Adams B.W. Springer Science + Business Media, New York, 2003. 330 p.
228. Ohtsuki Y.H., Temperature dependence of X-ray absorption by crystals. I. Photoelectric absorption. J. Phys. Soc. Jpn., **19**, 2285–2292 (1964).
229. Chang Sh.-L. Multiple diffraction of X-rays in crystals. Heidelberg: Springer-Verlag, Berlin, 1984, 302 p.
230. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Наука, М., 1973. 832 с.
231. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И., Интеграли и ряды, в 3 т., т.1, Элементарние функции. Физматлит, М., 2002, 632с.
232. Кунин С., Вычислительная физика. Мир, М., 1992, 513с.
233. Слободецкий И.Ш., Чуховский Ф.Н., К динамической теории дифракции пространственно-неоднородного пучка рентгеновских лучей в идеальном кристалле. Кристаллография, **15**, 1101–1107 (1970).
234. Шуберт М., Вильгельми Б., Введение в нелинейную оптику, в 2 т., т.1,

Классичес-кое рассмотрение. Мир, М., 1973, 244с.
235. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И., Интегралы и ряды, в 3 т., т.2, Специальные функции. Физматлит, М., 2003, 664с.
236. Slobodetskii I.Sh., Chukhovskii F.N., Indenbom V.L., X-ray diffraction under conditions of the spatially-inhomogeneous dynamic problem. ZhETF Pis. Red., **8**, 90–94 (1968).
237. Homma Sh., Ando Y., Kato N., Absolute positions of pendellösung fringes in X-ray ca-ses. J. Phys. Soc. Jpn., **21**, 1160–1165 (1966).
238. Kohra K., Kikuta S., A method of obtaining an extremely asymmetric parallel X-ray beam by successive asymmetric diffractions and its applications. Acta Cryst, **A24**, 200–205 (1968).
239. Борн М., Вольф Э., Основы оптики, Наука, М., 1970, 856с.
240. Leitenberger W., Kuznetsov S.M., Snigirev A., Interferometric measurements with hard X-rays using a double slit. Optics communications, **191**, 91–96 (2001).
241. Leitenberger W., Wendrock H., Bischoff L., Weitkamp T., Pinhole interferometry with coherent hard X-rays. J. Synchrotron Rad., **11**, 190–197 (2004).
242. Leitenberger W., Pietch U., A monolithic Fresnel bimirror for hard X-rays and its application for coherence measurements. J. Synchrotron Rad., **14**, 196–203 (2007).
243. Isakovich A.F., Stein A., Warren J.B., Sandy A.R., Narayanan S., Sprung M., Ablett J.M., Siddons D.P., Metzler M., Evans-Luderodt K., A bi-prism interferometer for hard X-ray photons. J. Synchrotron Rad., **17**, 451–455 (2010).
244. Als-Nielsen J., McMorrow D., Elements of modern X-ray physics. J.Wiley&Sons Ltd, Chichester, 2001, 318p.
245. Paganin D.M., Coherent X-ray optics. Oxford University Press, Oxford, 2006, 411p.
246. Оптическая голография. Под. ред. Г.Колфилда, в 2 т., т.1, Мир, М., 1982, 375с.
247. Инденбом В.Л., Чуховский Ф.Н., Проблема изображения в рентгеновской оптике. УФН, **107**, 229–265 (1972).
248. Geverse R., Moiré pattern for a crystal containing a stacking fault. Phys. stat. Sol (b), **3,** 1214–1237 (1963).
249. Хирш П., Хови А., Николсон Р., Пэшли Д., Уэлан М., Электронная микроскопия тонких кристаллов. Мир, М., 1968, 575с.
250. Chukhovskii F.N., Arustamyan A.M., A dynamical analytical theory of the dislocation image contrast in electron transmission microscopy. Phys. stat. sol. (a), **54**, 45–54 (1979).
251. Каули Дж.М., Физика дифракции. Мир, М., 1979, 431с.

252. Арустамян А.М., Балян М.К., Габриелян К.Т., Интерпретация электронномикроско-пических решеточных полос. Кристаллография, **40**, 18–20 (1995).
253. Балян М.К., Габриелян К.Т., Электронно-микроскопические картины муара слабо-деформированных кристаллов. Известия НАН РА, **29**, 82–89 (1994).
254. Балян М.К., Габриелян К.Т., Рентгеновский муар слабодеформированных кристал-лов. Известия НАН РА, **29**, 118–125 (1994).
255. Balyan M.K., Double-slit dynamical diffraction of X-rays in ideal crystals (Laue case). Acta Cryst*.* **A66,** 660–668 (2010).
256. Балян М.К., Эйкональное приближение в теории рентгеновского интерферометра. Известия НАН Армении, Физика, **47**, 366–374 (2012).
257. Балян М.К., Транспортные уравнения амплитуд в эйкональном приближении урав-нений динамической дифракции. Известия НАН Армении, Физика, **48**, 68–74 (2013).
258. Балян М.К., Эйкональное приближение уравнений динамической дифракции рент-геновских пучков с двумерной кривизной волнового фронта. I. Основные форму-лы. Известия НАН Армении, Физика, **48**, 216–220 (2013).
259. Балян М.К., Эйкональное приближение уравнений динамической дифракции рент-геновских пучков с двумерной кривизной волнового фронта. II.Фокусировка рент-геновского пучка кристаллом с неплоскими входной и выходной поверхностьями. Симметричный случай Лауэ. Известия НАН Армении, Физика, **48**, 363–370 (2013).
260. Balyan M.K., X-ray dynamical diffraction Fraunhofer holography, J.Synchrotron Rad., **20,** 749–755 (2013).
261. Balyan M.K., Numerical reconstruction of an object image using an X-ray dynamical diffraction Fraunhofer hologram. J.Synchrotron Rad., **21,** 449–451 (2014).
262. Balyan M.K., Object image correction using an X-ray dynamical diffraction Fraunhofer hologram. J.Synchrotron Rad., **21,** 127–130 (2014).
263. Балян М.К., Роль вторых производных амплитуд в уравнениях динамической диф-ракции рентгеновских пучков. Известия НАН Армении, Физика, **49**, 62–66 (2014).
264. Балян М.К., Рентгеновская Лауэ дифракция с учетом вторых производных амп-литуд в уравнениях динамической дифракции. Известия НАН Армении, Физика, **49**, 130-141 (2014).

265. Балян М.К., Рентгеновская брэгговская дифракция с учетом вторых производных амплитуд в уравнениях динамической дифракции. Известия НАН Армении, Физи-ка, **49**, 284–294 (2014).
266. Balyan M.K., Theoretical consideration of an X-ray Bragg-reflection lens using the ei-konal approximation. J.Synchrotron Rad., **21,** 700–707 (2014).
267. Балян М.К., Рентгеновская Лауэ дифракция с учетом двумерной кривизны вол-нового фронта: концепция локально плоской волны. Известия НАН Армении, Фи-зика, **49**, 446–450 (2014).
268. Балян М.К., Рентгеновская брэгговская дифракция сферической волны с учетом двумерной кривизны волнового фронта. Известия НАН Армении, Физика, **50**, 134–143 (2015).
269. Balyan M.K., X-ray third-order nonlinear plane-wave Bragg-case dynamical diffraction effects in a perfect crystal. J.Synchrotron Rad., **22**, 1410–1418 (2015)
270. Балян М.К., Рентгеновская кристалл-диффракционная Фурье-голография. Извес-тия НАН Армении, Физика, **50**, 529–541 (2015).
271. Balyan M.K., X-ray third-order nonlinear dynamical diffraction in a crystal. Crystal-lography Reports, **60**, 993–1000 (2015).
272. Балян М.К., Рентгеновская интерферометрическая френелевская голография. Из-вестия НАН Армении, Физика, **51**, 102–115 (2016).
273. Балян М.К., Рентгеновская интерферометрическая фурье-голография, Известия НАН Армении, Физика, **51,** 388–401 (2016):
274. Balyan M.K., Third-order nonlinear and linear time-dependent dynamical diffraction of X-rays in crystals, J.Synchrotron Rad., **23,** 919–928 (2016)**:**
275. Balyan M.K., X-ray third-order nonlinear plane-wave Bragg case dynamical diffraction effects in a perfect crystal. Erratum, J.Synchrotron Rad., **23,** 1272–1272 (2016)**:**
276. Балян М.К., Дифракция рентгеновского пространственно-неоднородного пучка в кристалле с кубической нелинейностью, Известия НАН Армении, Физика, **51**, 523–532 (2016)**:**
277. Balyan M.K., X-ray plane wave dynamical diffraction effects in a crystal with third-order nonlinearity, Crystallography Reports, 6**1**, 1039–1046 (2016)**:**
278. Balyan M.K., Mathematical Reconstruction of an Object Image Using X-Ray Interfero-metric Fourier Holography Method, Conference Paper, ICXRNO 2016 : 18th Interna-tional Conference on X-Ray and Neutron Optics Bali, Indonesia October 13 – 14, 2016, World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Ma-thematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, **10**

(10), 447–451 (2016), Available from http://waset.org/Publication/mathematical-reconstruction-of-an-object-image-using-x-ray-interferometric-fourier-holography-method/10005585.

279. Balyan M.K., X-ray nonlinear Bragg diffraction, Journal of Nanophoton., **11**, 016003-1 - 016003-7 (2017).
280. Балян М.К., Кривые качания в геометрии Лауэ в зависимости от отклонения падающей плоской рентгеновской волны от условия Брэгга в плоскости дифракции и в перпендикулярном к плоскости дифракции направлении, Изв. НАН Армении, Физика, **52**, 102-109 (2017).
281. Balyan M.K., X-ray third order nonlinear Renninger effect and rocking curves, Proceedings YSU, Phys. and Math. Sciences, **51,** 85-88 (2017).
282. Балян М.К., Рентгеновские интерферометрические муаровые полосы при наличии температурного градиента в рамках эйконального приближения, Изв. НАН Армении, Физика, **52**, 220-226 (2017).