

**ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ
ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ**

ՍՈՒՔԻԱՍՅԱՆ ԶԱՆԻՔԵԿ ՍԻՄՈՆԻ

**ՍՏՐԻՆԳԵՐՆԵՐՈՎ ՈՒԺԵՂԱՑՎԱԾ ՍԱԼԵՐԻ ԼԱՐՎԱԾԱԴԵՖՈՐՄԱՑՎԱԾ
ՎԻՃԱԿԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԵՎ ԱՄՐՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ
ՄՇԱԿՈՒՄԸ**

Ե.02.01 - «Մեքենագիտություն» մասնագիտությամբ տեխնիկական
գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման
ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2017

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ АРМЕНИИ**

СУКИАСЯН ДЖАНИБЕК СИМОНОВИЧ

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ПЛАСТИН, УСИЛЕННЫХ СТРИНГЕРАМИ, И РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ
ПРОЧНОСТНОГО РАСЧЕТА**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по
специальности 05.02.01 - «Машиноведение»

ЕРЕВАН 2017

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի պետական
ճարտարագիտական համալսարանի (ՀՊՃՀ) գիտական խորհրդում:

Գիտական ղեկավար՝	Ֆ.մ.գ.թ. Կ.Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝	Ֆ.մ.գ.դ. Ռ.Կ. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ
	տ.գ.թ. Մ.Գ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ
Առաջատար կազմակերպություն՝	Երևանի Պետական Համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2017թ. հունիսի 16-ին ժամը 14⁰⁰ - ին
Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում
գործող ԲՈՀ-ի «Մեքենաշինություն և Մեքենագիտություն» 034
մասնագիտական խորհրդի նիստում:
Հասցեն՝ 0009, Երևան, Տերյան փ., 105:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀԱՊՀ գրադարանում:
Սեղմագիրը առաքված է 2017թ. մայիսի 16-ին:

034 մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար,
տ.գ.թ.



Մ.Գ. Հարությունյան

Тема диссертации утверждена Ученым советом Государственного инженерного
университета Армении

Научный руководитель:	к.ф.-м.н. К.С. САРКИСЯН
Официальные оппоненты:	д.ф.-м.н. Р.К. АЛЕКСАНИЯН к.т.н. М.Г. САРКИСЯН
Ведущая организация:	Ереванский государственный университет

Защита состоится 16-го июня 2017г. в 14⁰⁰ ч. на заседании Специализированного
совета 034 – ВАК “Машиностроение и Машиноведение”, действующего при
Национальном политехническом университете Армении (НПУА), по адресу: 0009,
Ереван, ул. Теряна, 105.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НПУА.
Автореферат разослан 16-го мая 2017г.

Ученый секретарь Специализированного совета 034
к.т.н.



М.Г. Арутюнян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. С развитием машиностроительных технологий во многих случаях проектирования машин становится необходимым выявить особенности взаимодействия таких элементов, как стрингеры различных длин с однородной бесконечной пластиной и между собой, в рамках принятых физических гипотез. В частности, при проектировании различных тонкостенных панелей, подкрепленных тонкостенными ребрами жесткости, а также при расчете дорожных и аэродромных покрытий, фундаментов зданий и др. необходимо изучить подобные закономерности для тонкостенных элементов в достаточно широком диапазоне изменения геометрических и физических параметров. Особенно актуальны эти задачи при проектировании панелей крыла, фюзеляжа и оперения самолета, армированных стрингерами различных длин, которые с точки зрения механики машин, представляют собой тонкостенную оболочку – обшивку с продольным набором стрингеров. Анализ существующих работ в данной области показал, что указанные задачи чаще всего решаются дорогостоящими экспериментальными методами, либо методом конечных элементов, которому наряду с его преимуществами присущи существенные недостатки: требуемый большой опыт расчетчика, отсутствие возможности выявления особых точек и анализа решений с непосредственной вариацией параметров задачи, проблемы сходимости решения и пр. Отсюда следует необходимость получить простые расчетные формулы и разработать вычислительные методы для определения контактных сил, действующих в пластинах под стрингерами, что весьма важно для последующих прочностных расчетов. Таким образом, исследование круга указанных задач весьма актуально для современной практики инженерного проектирования.

Цель и задачи исследования. Диссертационная работа посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния, разработке методов и вычислительных алгоритмов расчета прочности однородных пластин, усиленных стрингерами различных длин, применительно к проектированию тонкостенных панельных элементов самолетов и других технических объектов.

Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие задачи:

1. Моделирование обшивки фюзеляжа, крыла и оперения самолета в виде бесконечных пластин, усиленных различными сочетаниями бесконечных и конечных или полубесконечных стрингеров.
2. Математическая формулировка контактных задач о взаимодействии стрингеров, имеющих различные длины и физические свойства, с объектами в виде упругой однородной бесконечной пластины на базе физических и геометрических гипотез для тонкостенных элементов конструкций.

3. Выбор эффективных методов и разработка вычислительных алгоритмов решения поставленных задач для различных сочетаний и типоразмеров стрингеров.
4. Анализ влияния стрингеров на распределение интенсивностей тангенциальных сил и напряженно-деформированное состояние пластин в широком диапазоне варьирования физических и геометрических параметров.

Методы исследования. При решении поставленных задач были применены методы интегрального преобразования Фурье и ортогональных многочленов Чебышева в рамках теории аналитических функций, а также компьютерные методы моделирования и расчета задач в программной среде Wolfram Mathematica. Достоверность полученных результатов основана на адекватном применении математического аппарата. Для обоснования достоверности выбора методов исследования, полученные в настоящей работе результаты сравнены с известными результатами.

Научная новизна работы.

1. Сформулирован и изучен новый класс плоских контактных задач, описывающих передачу нагрузки от тонкостенных элементов в виде конечных, полубесконечных и бесконечных стрингеров к телам в виде упругой бесконечной пластины. Выявлен ряд специфических особенностей решения задач этого класса, обусловленных расположением контактирующих элементов.
2. На базе решения поставленных задач предложены новые подходы к моделированию и расчету на прочность тонкостенных элементов крыла самолета, которые могут быть применены также при проектировании других технических объектов, в составе которых имеются подобные конструкции, что позволит избежать применения дорогостоящих экспериментальных методов.
3. С применением различных математических методов разработаны алгоритмы решения задач напряженно-деформированного состояния крыла самолета для различных типоразмеров стрингеров. Строгое математическое решение рассмотренных задач, возникающих при проектировании элементов машин, летательных аппаратов, инженерных конструкций в рамках принятых математических моделей и гипотез дает возможность определить законы распределения контактных сил, действующих под армирующими элементами. Последние являются решающим фактором, определяющим прочность, долговечность и надежность современных машин, приборов и аппаратов.

Практическая значимость работы. Результаты диссертационной работы могут быть использованы при проектировании и расчетах на прочность и жесткость обшивки фюзеляжа, крыла и оперения самолета, а также при

организации и проведении лабораторных испытаний перечисленных элементов самолета. Предложенные математические подходы и вычислительные методы могут быть использованы также в расчетах других инженерных конструкций, подкрепленных или армированных тонкостенными элементами, в строительстве дорожных и аэродромных покрытий, при выборе сварочных и клеевых соединений, при расчете на прочность композиционных материалов. Разработанные расчетные методы и алгоритмы, эффективность которых была подтверждена на задачах данного исследования, могут быть использованы также для развития учебного курса конструкционной прочности машин в НПУА.

Диссертационная работа выполнена на кафедре Машиноведения НПУА в соответствии с планами исследовательских работ кафедры на 2014-2017 гг.

Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Постановка и методологический подход к решению новых контактных задач о взаимодействии тонкостенных элементов в виде стрингеров различных длин и с различными физическими свойствами с упругими телами, моделированными в виде упругой однородной бесконечной пластины.
2. Методы и вычислительные алгоритмы решения поставленных контактных задач в зависимости от параметров крыла и длин стрингеров для их двух разновидностей: а) пластина подкреплена сочетаниями бесконечных и конечных стрингеров; б) пластина подкреплена сочетаниями бесконечных и полубесконечных стрингеров.
3. Рекомендации для практики проектирования обшивки фюзеляжа, крыла и оперения самолета, разработанные на основе анализа численных результатов, полученных в достаточно широком диапазоне изменения физических и геометрических параметров стрингеров.

Апробация результатов исследования. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на: 74-й научно-методической и научно-исследовательской конференции "Детали машин и теория механизмов" (2 февраля 2016 г. Уфа, Россия); международной школе-конференции молодых ученых Mechanics-2016 (3-7 октября, 2016г., Цахкадзор, Армения); ежегодной научной конференции НПУА (2016г.); научных семинарах кафедры "Машиноведение" НПУА (2014-2017 гг.).

Публикации. Основные результаты исследования опубликованы в четырех научных статьях, список которых представлен в конце автореферата.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка литературы из 119 наименований и приложений. Общий объем диссертации составляет 133 страницы, включая 62 рисунка и 1 таблицу. Диссертация написана на русском языке.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи работы, представлены методы исследования, научная новизна, практическая ценность и основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе показано происхождение поставленных задач из области авиастроения, а также обоснована необходимость получения простых прочностных расчетных формул и вычислительных методов для определения контактных сил, действующих в пластинах под стрингерами. На структурных схемах (рис.1) показаны конструкции крыла и хвостового оперения самолета, в которых основным элементом является панель, представляющая собой обшивку, подкрепленную стрингерами различных типов профилей. Аналогичные конструкции имеются у панелей фюзеляжа самолета (рис.2) с той разницей, что они имеют некоторую кривизну, однако при больших радиусах кривизны панели могут считаться плоскими.

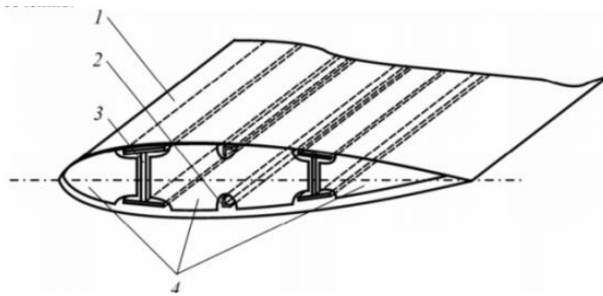


Рис. 1. Конструкция крыла: 1 - обшивка, 2 - стрингер, 3 - лонжерон, 4 - нервюра

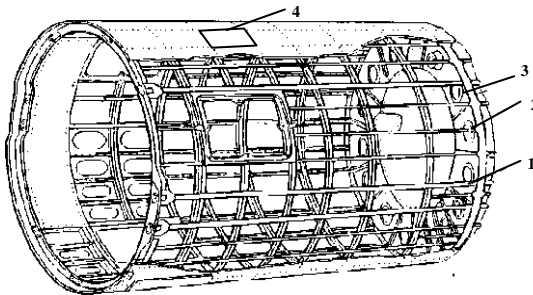


Рис. 2. Схема панелей фюзеляжа самолета: 1 и 2 - стрингеры, 3 - шпангоуты, 4 - элемент панели

Проведенный анализ литературных источников посвящен как прикладным аспектам контактных задач, возникающих при исследовании подкрепленных панелей, так и современному состоянию теории и практики контактных задач теории упругости.

Во второй главе приводятся конструктивные схемы панелей (обшивка, подкрепленная стрингерами), которые зависят от компоновки различных агрегатов (шасси, подвеска двигателей, топливные баки, механизация крыльев, технические люки (рис.3) и т.п.), требующих нарушения непрерывности стрингеров в обшивке.

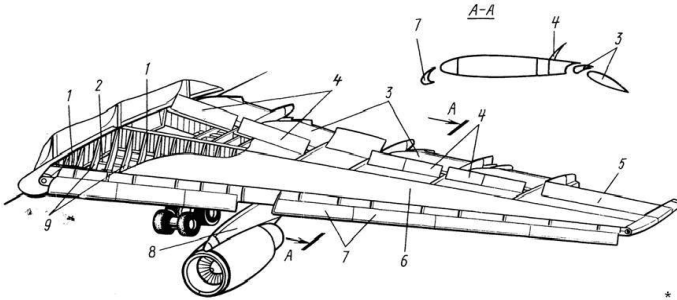


Рис. 3. Крыло современного пассажирского самолета: 1 - лонжероны, 2 - стенки и стрингеры, 3 - закрылки, 4 - интерцепторы, 5 - элероны, 6 - каркас, 7 - предкрылки, 8 - пилоны, 9 – нервюры

Приводятся основные положения математической теории упругости, основные соотношения между главными характеристическими величинами напряженно-деформированного состояния упругих тел. Излагается путь получения вектор-функции влияния для упругой однородной бесконечной пластины, которая деформируется под воздействием сосредоточенной силы, приложенной к внутренней точке пластины. Представлены математические модели в виде конкретных контактных задач упругой однородной бесконечной пластины с упругими конечными и бесконечными стрингерами различных комбинаций.

Контактирующие тела (пластина и стрингеры) деформируются под воздействием сосредоточенных сил, приложенных к концам конечных стрингеров. В частности, в разделе **2.3** рассматривается передача нагрузки от двух конечных параллельных стрингеров к бесконечной пластине, усиленной одним бесконечным стрингером, который расположен параллельно конечным стрингерам. При помощи обобщенного действительного интегрального преобразования Фурье решение задачи, т.е. определение тангенциальных контактных напряжений на линиях контакта между конечными стрингерами и бесконечной пластиной, сведено к решению сингулярного интегрального уравнения

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \left[\frac{1}{s-x} + R_1(s-x) \right] \tau(s;b) ds = T_0 \int_{-a}^x \tau(s;b) ds \quad (-a < x < a)$$

при условии равновесия конечных стрингеров:

$$\int_{-a}^a \tau(s;b) ds = P.$$

Здесь

$$R_1(x) = \int_0^{\infty} \frac{T_1 - 2bkT_1\sigma - b^2k^2\sigma^3}{T_1 + \sigma} e^{-2b\sigma} d\sigma;$$

$$T_0 = \frac{4\mu(\lambda^* + 2\mu)}{\lambda^* + 3\mu} \frac{h}{E_0F}; \quad T_1 = \frac{4\mu(\lambda^* + 2\mu)}{\lambda^* + 3\mu} \frac{h}{E_1F},$$

P – интенсивность сосредоточенной силы, приложенной к концам конечных стрингеров; $\tau(s;b)$ – интенсивность тангенциальных контактных напряжений; a – полудлина конечного стрингера; b – расстояние между конечными стрингерами от бесконечного стрингера; E, λ^*, μ, h – модуль упругости, коэффициенты Ламе и толщина пластины, соответственно; E_0, E_1 – модули упругости конечного и бесконечного стрингеров, соответственно; F – площадь поперечного сечения стрингеров.

Для решения задачи используется метод дискретных особенностей. Основные характеристики напряженно-деформированного состояния системы исследованы численно, результаты которого изображены графически (рис. 4 и 5).

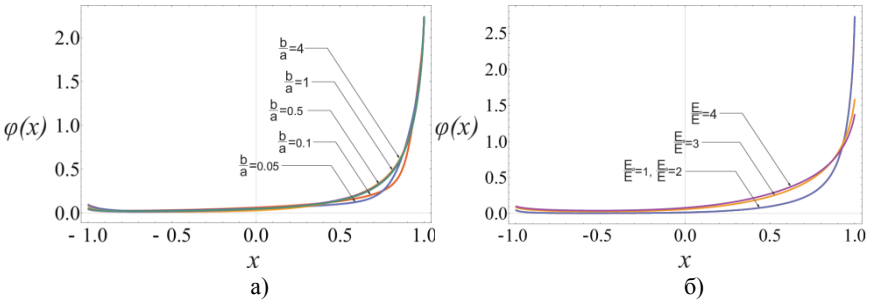


Рис. 4. Поведение тангенциальных контактных напряжений при разных значениях геометрических (а) и физических (б) параметров конструкции

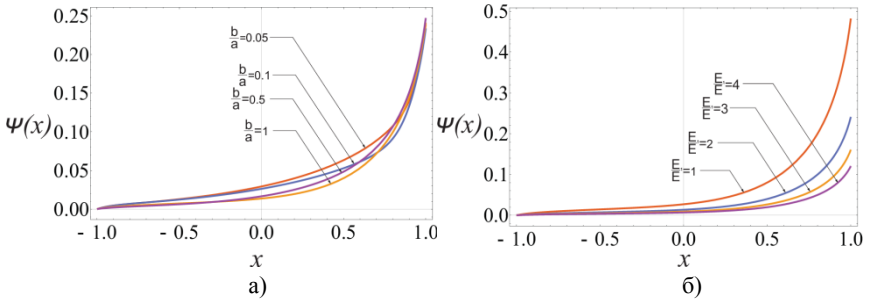


Рис. 5. Поведение нормальных напряжений, возникающих в конечных стрингерах, при разных значениях геометрических (а) и физических (б) параметров

Аналогичным образом в разделе 2.5 решение задачи о передаче нагрузки от одного конечного стрингера к бесконечной пластине, усиленной двумя параллельными стрингерами, сведено к решению интегрального уравнения

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \left[\frac{1}{s-x} + R_1(s-x) \right] \tau(s;0) ds = T_0 \int_{-a}^x \tau(s;0) ds \quad (-a < x < a)$$

при условии равновесия стрингера:

$$\int_{-a}^a \tau(s;0) ds = P.$$

Здесь

$$R_1(x) = - \int_0^{\infty} \frac{2(1-bk|\sigma|)^2 e^{-b|\sigma|}}{T_1 e^{b|\sigma|} + 2|\sigma| \operatorname{ch}(b|\sigma|) - 2bk\sigma^2 e^{-b|\sigma|}} \sin(\sigma x) d\sigma,$$

$\tau(s;0)$ – интенсивность тангенциальных контактных усилий.

Указанные задачи также решаются методом дискретных особенностей, численные исследования которых подробно приведены в диссертационной работе. В качестве геометрического параметра рассматривается величина b/a , описывающая отношение расстояния между конечными и бесконечным упругими стрингерами к полудлине конечного упругого стрингера. В качестве физических параметров рассматриваются величины E_0/E и E_1/E , характеризующие отношение модулей упругости конечных упругих стрингеров и бесконечного упругого стрингера к модулю упругости однородной упругой бесконечной пластины.

В третьей главе исследовано напряженно-деформированное состояние пластины, которая усилена бесконечными и полубесконечными стрингерами. Вследствие компоновки различных агрегатов в крыле (рис.6) и фюзеляже самолета панели представляют собой пластину, подкрепленную стрингерами различной длины, что математически смоделировано двумя контактными задачами.

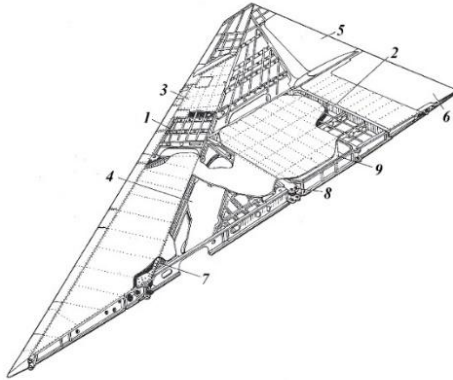


Рис. 6. Схема крыла самолета треугольной формы: 1 - передний стрингер, 2 - задний стрингер, 3 - обшивка, 4 - ниша шасси, 5 - элерон, 6 - закрылок, 7 - лонжерон, 8 - главная балка, 9 - топливные баки

Контактирующие тела деформируются под действием сосредоточенных (сонаправленных) сил, приложенных к концам полубесконечных стрингеров. Полубесконечные стрингеры расположены на одной линии, а бесконечные стрингеры, усиливающие бесконечную пластину, расположены параллельно полубесконечным стрингерам.

В общем случае определение тангенциальных контактных усилий, распределенных на линиях контакта между пластиной и полубесконечными стрингерами, сводится к явному представлению пластины через деформации, возникающие в интервале между полубесконечными стрингерами.

В частности, в разделе 3.1 рассматривается бесконечная пластина, контактирующая с двумя полубесконечными стрингерами и усиленная одним бесконечным стрингером. При помощи аппарата обобщенных функций и их интегрального преобразования Фурье решение контактной задачи сводится к уравнению

$$\tau(x;0) = \frac{P}{E_0 F} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\bar{K}(\sigma)}{\sigma} \cos(\sigma a) \cos(\sigma x) d\sigma + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a K(x-s) U_1(s) ds$$

при условии

$$\frac{2P}{E_0 F} \int_0^a \frac{\bar{K}(\sigma)}{\sigma} \cos(\sigma a) \cos(\sigma x) d\sigma + \int_{-a}^a K(x-s) U_1(s) ds = 0.$$

Здесь

$$\bar{K}(\sigma) = \frac{\sigma}{\frac{1}{E_0 F} + \sigma^2 \bar{K}_1(\sigma)}, \quad K(x) = F^{-1}[\bar{K}(\sigma)](x),$$

$$\bar{K}_1(\sigma) = \frac{1}{T_1 E_1 F} \left[-\frac{2(1-bk|\sigma|)^2 e^{-b|\sigma|}}{T_1 e^{b|\sigma|} + 2|\sigma| \operatorname{ch}(b|\sigma|) - 2bk\sigma^2 e^{-b|\sigma|}} + \frac{1}{|\sigma|} \right],$$

$\tau(x; 0)$ – интенсивность тангенциальных контактных усилий;

$$U_1(x) = \begin{cases} \frac{du}{dx}; & |x| \leq a, \\ 0; & |x| > a \end{cases} \quad \text{– деформация пластины в интервале } |x| \leq a,$$

т.е. в интервале между полубесконечными стрингерами; $u(x, 0)$ – упругое горизонтальное перемещение пластины на линии контакта, E_0, E_1 – модули упругости полубесконечного и бесконечного стрингеров, соответственно.

Для вычисления тангенциальных контактных напряжений в программной среде Wolfram Mathematica реализован численный алгоритм, подробно изложенный в диссертационной работе. В частности, графически иллюстрируется поведение тангенциальных контактных, а также нормальных напряжений, возникающих вблизи точки приложения сосредоточенной силы (рис. 7 и 8). В качестве геометрического параметра рассматривается величина b/a , описывающая отношение расстояния между бесконечным и полубесконечным упругими стрингерами к половине расстояния между полубесконечными упругими стрингерами. В качестве физических параметров рассматриваются величины E_0/E и E_1/E , характеризующие отношение модулей упругости полубесконечных упругих стрингеров и бесконечных упругих стрингеров к модулю упругости однородной упругой бесконечной пластины, соответственно.

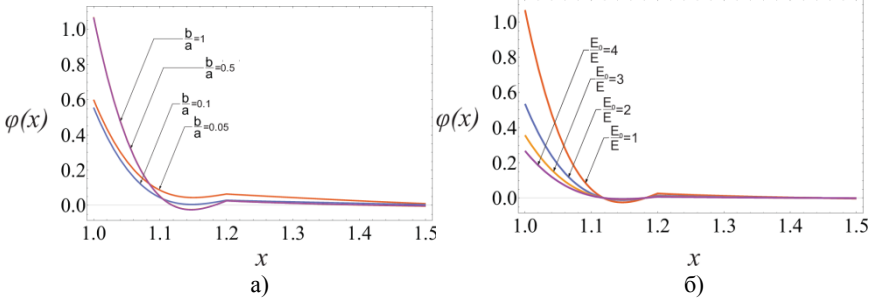


Рис. 7. Поведение тангенциальных контактных напряжений при разных значениях: а - геометрических параметров, б - физических параметров

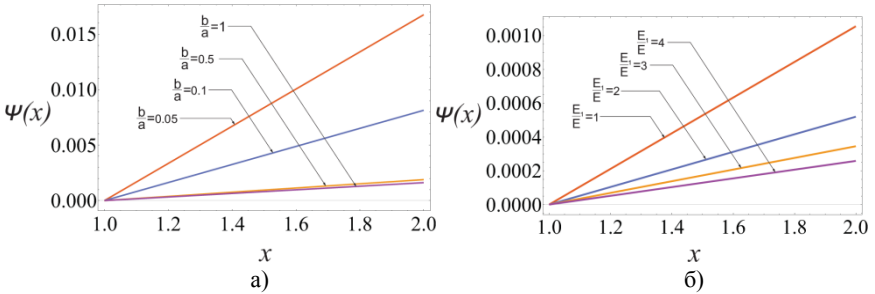


Рис. 8. Поведение нормальных напряжений, возникающих в полубесконечных стрингерах, при разных значениях: а - геометрических параметров, б - физических параметров

Решение задачи о контакте между бесконечной пластиной и четырьмя полубесконечными стрингерами в разделе 3.3 сведено к уравнению

$$\tau(x;b) = \frac{P}{E_0 F} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\bar{K}(\sigma)}{\sigma} \cos(\sigma a) \cos(\sigma x) d\sigma + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a K(x-s) U_1(s) ds,$$

где

$$\bar{K}(\sigma) = \frac{\sigma}{\frac{1}{E_0 F} + \sigma^2 \bar{K}_1(\sigma)},$$

$$\bar{K}_1(\sigma) = \frac{1}{T_1} \left[\frac{T_1 - 2bkT_1|\sigma| - b^2k^2|\sigma|^3}{|\sigma|(T_1 + |\sigma|)} e^{-2|\sigma|b} + \frac{1}{|\sigma|} \right].$$

Аналогичный вычислительный алгоритм реализован и для этой контактной задачи, результаты которого подробно представлены в диссертационной работе.

В четвертой главе исследуется задача о контакте между бесконечной пластиной и одним конечным и одним бесконечным струнгерами. Контактующие пластина и струнгеры деформируются под действием: а) сосредоточенных сил, приложенных к концу конечного струнгера; б) сосредоточенных сил, приложенных к внутренней точке бесконечного струнгера; в) распределенных растягивающих напряжений, приложенных на бесконечности пластины. Для решения задачи используется обобщенное интегральное преобразование Фурье. Тангенциальные контактные и нормальные напряжения, возникающие в бесконечном струнгере, выражаются тангенциальными контактными напряжениями, возникающими на линии контакта между пластиной и конечным струнгером. В свою очередь, для тангенциальных контактных напряжений, возникающих в зоне контакта между пластиной и конечным струнгером, получается сингулярное интегральное уравнение с ядром, содержащим сингулярную (ядро Коши) и регулярную части. Решение интегрального уравнения ищется в виде разложения по многочленам Чебышева первого рода:

$$\tau^{(2)}(u) = \frac{1}{\sqrt{1-g^2(u)}} \sum_{n=0}^{\infty} X_n T_n [g(u)],$$

$$g(u) = \frac{2u+b-d}{b+d}; \quad |g(u)| < 1,$$

где $(b+d)$ – длина конечного струнгера; $T_n(x)$ – многочлен Чебышева первого рода порядка n , а коэффициенты разложения X_n определяются из вполне квазирегулярной бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Нормальные напряжения, возникающие в конечном струнгере, определяются по формуле

$$\sigma_x^{(2)}(x; -c) = \frac{Q}{\pi F_S^{(2)}} [\pi - \arccos g(x)] -$$

$$- \frac{b+d}{2F_S^{(2)}} \sqrt{1-g^2(x)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} X_n U_{n-1} [g(x)],$$

где $U_n(x)$ – многочлен Чебышева второго рода порядка n ; Q – интенсивность сосредоточенной силы, приложенной к концу конечного струнгера.

Контактные напряжения, возникающие на линии контакта между пластиной и бесконечным струнгером, а также нормальные напряжения, возникающие в самом струнгере, были исследованы асимптотически. Поведение напряжений было

исследовано как вблизи, так и вдали от точки приложения сосредоточенной силы. В качестве геометрического параметра использована величина $\frac{ha}{F_s^{(1)}}$, описывающая отношение толщины бесконечной пластины, умноженной на расстояние бесконечного стрингера от горизонтальной оси, к площади поперечного сечения бесконечного стрингера, а в качестве физического параметра – величина $E / E_s^{(1)}$, описывающая отношение модулей упругости бесконечной пластины и бесконечного стрингера. Оба параметра фигурируют в выражении

$$\lambda = \frac{4}{(3-\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{ha}{F_s^{(1)}} \cdot \frac{E}{E_s^{(1)}}.$$

Результаты вычислений приведены на рис. 9 и 10.

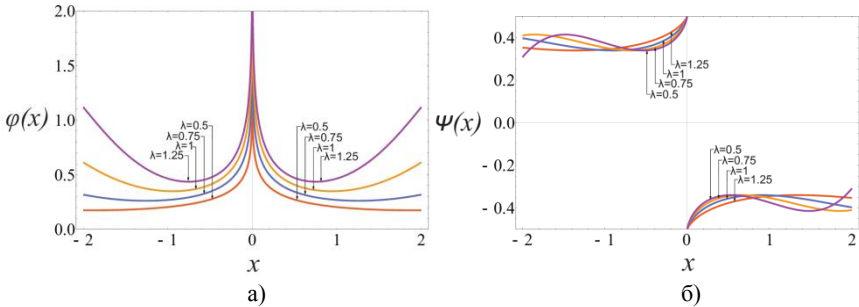


Рис. 9. Поведение тангенциальных контактных (а) и нормальных (б) напряжений вблизи точки приложения сосредоточенной силы

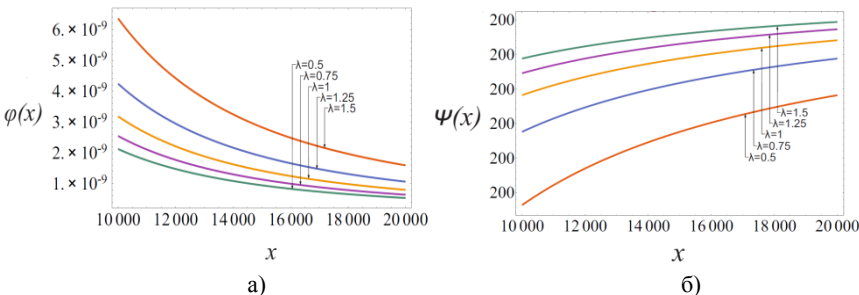


Рис. 10. Поведение тангенциальных контактных (а) и нормальных (б) напряжений вдали от точки приложения сосредоточенной силы

Алгоритм, позволяющий получить вычислительную схему, был имплементирован в программной среде Wolfram Mathematica (версия 11.0). В качестве геометрического параметра использована величина $\frac{h(b+d)}{F_s^{(2)}}$, описывающая отношение толщины бесконечной пластины, умноженной на длину конечного стрингера, к площади поперечного сечения конечного стрингера, а в качестве физического параметра – величина $E/E_s^{(2)}$, описывающая отношение модулей упругости бесконечной пластины и конечного стрингера. Оба параметра фигурируют в выражении

$$\lambda = \frac{4}{(3-\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{h(b+d)}{F_s^{(2)}} \cdot \frac{E}{E_s^{(2)}}.$$

В расчетах также фигурирует силовой параметр α , характеризующий отношение растягивающих усилий, обусловленных напряжениями σ_0 , и сосредоточенной силы, приложенной к концу упругого конечного стрингера:

$$\alpha = \frac{h(b+d)\sigma_0}{Q}.$$

Основные результаты вычислений приводятся графически (рис. 11 и 12).

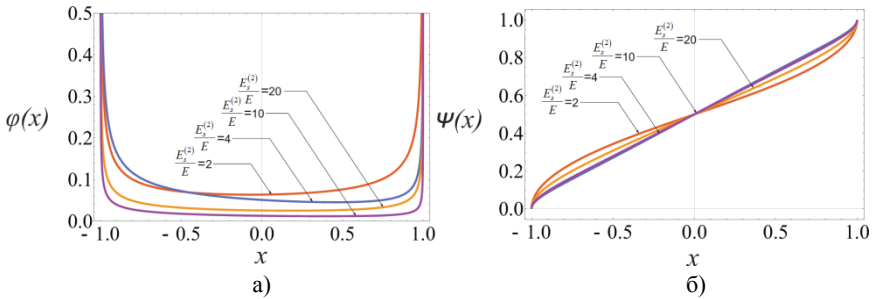


Рис. 11. Поведение тангенциальных контактных (а) и нормальных (б) напряжений при разных значениях физического параметра $E/E_s^{(2)}$

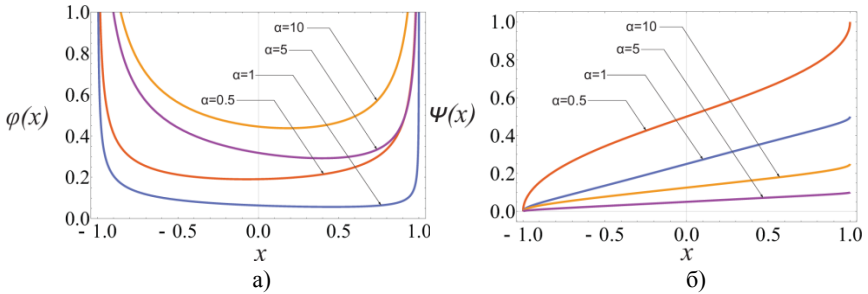


Рис. 12. Поведение тангенциальных контактных (а) и нормальных (б) напряжений при разных значениях силового параметра α

Проведен также сравнительный анализ решения сингулярного интегрального уравнения, искомого в форме разложения в бесконечный ряд по многочленам Чебышева первого рода, и уравнения, полученного непосредственно использованием метода последовательных приближений. Были сравнены также соответствующие нормальные напряжения, возникающие в упругом конечном стрингере. Обнаружено, что разница между обоими решениями очень мала. В частности, касательные напряжения различаются друг от друга наиболее в зоне $[-0.8, -0.5]$. Более того, максимальная разница наблюдается при $x = -0.7$ и составляет 4.5%. С другой стороны, нормальные напряжения наиболее различаются в зоне $[0.8, 1]$, причем максимальная разница наблюдается при $x = 1$ и составляет 5.2%.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Обшивка фюзеляжа, крыла и оперения самолета смоделированы в виде бесконечных пластин, усиленных стрингерами разных длин, даны математические формулировки соответствующих контактных задач и выбраны эффективные методы для их решения. Исследовано поведение основных механических характеристик (контактные напряжения, осевые напряжения в стрингерах, коэффициенты интенсивности у концентраторов напряжений) в зависимости от искомым параметров каждой задачи.
2. Выявлены характерные закономерности и особенности взаимодействия контактирующих тел: стрингеров и пластин, в частности, слабое влияние вариации геометрических параметров и существенное уменьшение

- нормальных напряжений в конечных стрингерах, имеющие место при увеличении жесткости бесконечного стрингера.
3. Получены аналитическое решение и его графические иллюстрации для структур, смоделированных в виде бесконечных пластин, усиленных различными сочетаниями бесконечных и конечных, а также бесконечных и полубесконечных стрингеров. Выявлено, что увеличение жесткости бесконечных стрингеров, например, в 4 раза приводит к снижению в 5 раз нормальных напряжений в полубесконечных стрингерах, что может быть использовано как при расчетах на прочность, так и для оценки результатов экспериментальных исследований и технических испытаний структурных элементов самолета.
 4. На основе анализа влияния стрингеров на распределение интенсивностей тангенциальных сил и напряженно-деформированное состояние пластин в широком диапазоне варьирования физических и геометрических параметров, в соответствии с конкретным проектным заданием, предлагается наиболее эффективная подборка физических и геометрических параметров для конструирования устойчивых и прочных панелей самолета.
 5. Полученные простые расчетные формулы по определению контактных сил, действующих в пластинах под стрингерами, и разработанные вычислительные методы и алгоритмы могут быть непосредственно использованы при проектировании панелей самолетов для прочностных расчетов элементов конструкций и выбора оптимальных геометрических параметров подкрепляющих стрингеров.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. **Саркисян К.С., Сукиасян Дж.С.** Контактная задача упругой бесконечной пластины, усиленной двумя параллельными бесконечными и полубесконечными стрингерами // Вестник НПУА. Механика, Машиноведение, Машиностроение. - 2016. - №2. - С. 38–44.
2. **Сукиасян Дж.С.** Контактная задача для однородной бесконечной упругой пластины, усиленной двумя конечными и одним бесконечным упругими стрингерами // Труды Международной школы конференции молодых ученых «Механика-2016», 3-7 октября 2016. - Цахкадзор, Армения, 2016. - С.132-136.
3. **Hovhannisyan H.V., Sargsyan K.S., Sukiasyan J.S.** Load transfer from two parallel elastic infinite and finite stringers to elastic homogeneous infinite plate

// Proceedings of NAS of Armenia. Mechanics. - 2017. - Vol. 70, issue 1. - P.83–93.

4. Саркисян К.С., Сукиасян Дж.С. Контактная задача упругой бесконечной пластины, усиленной четырьмя параллельными полубесконечными и одним бесконечным стрингерами // Известия НАН РА и НПУА. Серия Технических наук. - 2017. - Том 70, №1. – С. 3-10.

Սուփիսայան Ջանիբեկ Սիմոնի

ՍՏՐԻՆԳԵՐՆԵՐՈՎ ՈՒԺԵՂԱՑՎԱԾ ՍԱԼԵՐԻ ԼԱՐՎԱԾԱԴԵՖՈՐՄԱՑՎԱԾ ԿԻՃԱԿԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԵՎ ԱՄՐՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ

Ատենախոսական աշխատանքի նպատակներն են՝

- մոդելավորել ինքնաթիռի ֆյուզելաժը, թևը և պոչաթևերի երեսվածքը անվերջ սալերի տեսքով՝ ուժեղացված անվերջ և վերջավոր, ինչպես նաև անվերջ և կիսանվերջ ստրինգերների համապատասխան համադրություններով,
- մշակել ձևակերպված խնդիրների լուծման արդյունավետ մաթեմատիկական մեթոդներ և հաշվողական պարզ ալգորիթմներ:

Առաջին գլխում ներկայացված են առաջադրված կոնտակտային խնդիրների կիրառությունների հնարավորությունները ինքնաթիռաշինության ոլորտում: Կառուցվածքային սխեմաների օրինակների հետազոտությամբ առաջադրվել են ինքնաթիռի թևի, պոչաթևերի և ֆյուզելաժի տիպային մոդելային սխեմաները, որոնց հիմնական էլեմենտը պանելն է՝ ներկայացված տաբեր պրոֆիլներով ստրինգերներով ուժեղացված երեսվածքներով:

Կատարվել է ուժեղացված պանելով խնդիրների ուսումնասիրությանը վերաբերող կոնտակտային խնդիրներին նվիրված գրականության հետազոտություն, ինչպես նաև առաձգականության տեսության կոնտակտային խնդիրների տեսության եւ կիրառության հիմնական ուղղություններին վերաբերող արդի վիճակի վերլուծություն:

Երկրորդ գլխում կառուցված է անվերջ առաձգական համասեռ սալի ազեցության վեկտոր-ֆունկցիան այն դեպքում, երբ սալը դեֆորմացվում է կենտրոնացված ուժի ազդեցության տակ: Մշակվել են մաթեմատիկական մոդելներ, որոնց միջոցով ուսումնասիրվել են անվերջ առաձգական սալի և

անվերջ ու վերջավոր ստրինգերների տարբեր համադրություններով կոնտակտային խնդիրներ: Ֆուլյեի ինտեգրալային ձևափոխության միջոցով խնդիրների տվյալ դասի լուծումները բերվել են սինգուլյար ինտեգրալային հավասարումների: Ստացված հավասարումները լուծվել են դիսկրետ եզակիությունների եղանակով՝ բացահայտելով լարվածադեֆորմացիոն վիճակների հիմնական բնութագրիչների պարամետրական կախվածությունները երկրաչափական և ֆիզիկական մեծություններից:

Երրորդ գլխում դիտարկված են անվերջ ու կիսանվերջ ստրինգերներով ուժեղացված սալի կոնտակտային խնդիրները: Սալը դեֆորմացվում է կիսանվերջ ստրինգերների եզրերում կիրառված համուղղված կենտրոնացված ուժերի ազդեցությամբ: Կիսաանվերջ ստրինգերները տեղակայվել են միևնույն գծի երկայնքով, իսկ անվերջ ստրինգերները՝ կիսաանվերջ ստրինգերներին զուգահեռ: Սալի և կիսանվերջ ստրինգերների կոնտակտային մակերևույթներին շոշափող լարումների բաշխվածությունը արտահայտվում է կիսաանվերջ ստրինգերների միջև ընկած սալի դեֆորմացիաներով:

Շոշափող կոնտակտային լարման թվային հաշվումը կատարվել է Wolfram Mathematica 11.0 ծրագրային ապահովման միջավայրում մշակված թվային ալգորիթմի միջոցով: Լուծման արդյունքում ստացվել են շոշափող կոնտակտային լարումների, ինչպես նաև կենտրոնացված ուժերի կիրառման կետի շրջակայքում ստրինգերներում նորմալ լարումների վարքը բնութագրող գրաֆիկները՝ կախված վերադիրների երկրաչափական և ֆիզիկական պարամետրերից:

Չորրորդ գլխում ուսումնասիրվել է անվերջ սալի կոնտակտային խնդիրը, որում սալը ուժեղացված է մեկ անվերջ և մեկ վերջավոր ստրինգերներով. անվերջ սալը և ստրինգերները դեֆորմացվում են վերջավոր ստրինգերի ծայրում և անվերջ ստրինգերի ներքին կետում կիրառված կենտրոնացված ուժերի, ինչպես նաև անվերջությունում սալի վրա բաշխված ձգող բեռի ազդեցությամբ: Ստացված սինգուլյար ինտեգրալ հավասարման լուծումը ներկայացվել է Չերիշևի առաջին սեռի բազմանդամներից կազմված շարքի տեսքով, ուսումնասիրվել են կոնտակտային և ստրինգերներում նորմալ լարումների վարքերը՝ ինչպես կենտրոնացված ուժի կիրառման կետի շրջակայքում, այնպես էլ դրանից հեռու տիրույթներում:

Առաջարկվել է ալգորիթմ, որի միջոցով մշակված հաշվողական ծրագրերի թվային արդյունքները ներկայացվել են նաև գրաֆիկորեն:

Կատարվել է համեմատական վերլուծություն սինգուլյար ինտեգրալային հավասարման ասիմպտոտիկ լուծման և հաջորդական մոտարկումների մեթոդով ստացված հաշվարկային լուծումների միջև, ըստ այդմ ստացված արդյունքները բավարար չափով համընկնում են խնդիրների հնարավոր կիրառությունների տեսանկյունից:

SUKIASYAN JANIBEK SIMON

INVESTIGATION OF STRESS-STRAIN STATE OF PLATES STRENGTHENED BY STRINGERS AND DEVELOPMENT OF STRENGTH ANALYSIS METHODS

The aims of the dissertation are

- the modelling of the fuselage, wing and plumage of aircrafts as infinite thin sheets (plates), strengthened by corresponding combinations of infinite and finite or infinite and finite stiffeners (stringers),
- the development of efficient mathematical methods and simple numerical algorithms for solving such problems.

The first chapter contains a short introduction into possibilities of practical use of investigating contact problems in aircraft construction. Studying the examples of aircraft structural schemes, the typical structure of the fuselage, wing and plumage of aircrafts are developed, the main element of which is a plate, stiffened by stringers of different shapes.

A comparative study of references devoted to contact problems, arising in investigations of aircrafts strengthened panels, as well as main actual theoretical and applied branches of such problems within elasticity theory is performed.

In the **second chapter** the influence vector function for infinite homogeneous elastic plate is obtained when it is deformed under the influence of a concentrated force, applied to an inner point of the plate.

Mathematical models are developed, by means of which contact problems for infinite elastic plate, strengthened by different combinations of infinite and finite elastic stringers are studied. The contacting bodies are deformed by codirectional concentrated forces, applied on the ends of the finite stringers. By means of Fourier integral transform the solution of this types of problems are reduced to solution of singular integral equation. The obtained integral equations are solved

using the so-called method of discrete singularities. The parametric dependencies of the main measures of the stress-strain state of the contacting bodies on their geometrical and physical parameters are examined.

Contact problems for infinite plate, strengthened by infinite and semi-infinite elastic stringers are considered in the **third chapter**. The contacting bodies are deformed by codirectional concentrated forces, applied to the free ends of the semi-infinite stringers. The semi-infinite stringers are located in the same line, parallel to the infinite ones. The tangential contact stresses, distributed on the contact line between the plate and semi-infinite stringers are explicitly expressed in terms of strains of the plate, located between the semi-infinite stringers.

The tangential contact stresses are computed in the software Wolfram Mathematica 11.0 by numerical algorithm, developed in this chapter. Graphical illustrations of the contact and normal stresses near to the points of the concentrated forces application are plotted for different values of geometrical and physical parameters of the contacting bodies.

A contact problem for an infinite elastic plate, strengthened by one infinite and one finite elastic stringers is considered in the **fourth chapter**. The contacting bodies are deformed under the influence of concentrated forces applied to the end of the finite stringer and to an internal point of the infinite stringer, as well as of stretching stresses, acting at infinity of the plate. The solution is reduced to a singular integral equation, the solution of which is represented in terms of series of the Chebyshev polynomials of the first kind. The behaviour of contact and normal stresses as near the concentrated force application point, as well as far from it.

A numerical simple algorithm is suggested for computing the expansion coefficients, and the graphical illustrations are presented.

Comparative analysis of the solution of the singular integral equations obtained by means of successive approximations and suggested asymptotic algorithm and, it is shown, that those solutions almost coincide in the sense of possible applications of those problems.