ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

**ԲԵԳՈՅԱՆ ԿԱՌԼԵՆ ՎԱՐԴԳԵՍԻ**

# ԼԱՐՄԱՆ ՑԱԾՐԱՑՆՈՂ ԿԵՐՊԱՓՈԽԻՉՈՎ ԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺԻՉԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՌՈԲԱՍՏ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄՇԱԿՈՒՄ

Ե.13.01 - «Կառավարում, կառավարման համակարգեր և դրանց տարրերը» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

**ՍԵՂՄԱԳԻՐ**

**Երևան 2016**

---

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ АРМЕНИИ**

**БЕГОЯН КАРЛЕН ВАРДГЕСОВИЧ**

# РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С ПОНИЖАЮЩИМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ НАПРЯЖЕНИЯ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.01 – “Управление, системы управления и их элементы”

Ереван 2016

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում (ՀԱՊՀ)

Գիտական ղեկավար՝ տ.գ.դ. Օ.Ն. Գասպարյան
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ տ.գ.դ. Թ.Ա. Նալչաջյան
տ.գ.թ. Վ.Մ. Մովսիսյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտ

Ատենախոսության պաշտպանությունը տեղի կունենա 2016թ. դեկտեմբերի 21-ին, ժ. 14$^{00}$-ին Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում գործող ԲՈՀ-ի 032 Կառավարման և ավտոմատացման մասնագիտական խորհրդի նիստում (հասցեն՝ 0009, Երևան, Տերյան 105, 17 մասնաշենք):
Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀԱՊՀ–ի գրադարանում:
Սեղմագիրն առաքված է 2016թ. նոյեմբերի 19-ին:

032 Մասնագիտական խորհրդի
գիտական քարտուղար,
տ.գ.թ. Լ.Մ. Բունիաթյան

---

Тема диссертации утверждена в Национальном политехническом университете Армении (НПУА)

Научный руководитель: д.т.н. О.Н. Гаспарян

Официальные оппоненты: д.т.н. Т.А. Налчаджян

к.т.н. В.М. Мовсесян

Ведущая организация: Институт проблем информатики и автоматизации НАН РА

Защита диссертации состоится 21-го декабря 2016г. в 14$^{00}$ ч. на заседании Специализированного совета ВАК 032 Управления и автоматизации, действующего при Национальном политехническом университете Армении (адрес: 0009, г. Ереван, ул. Теряна 105, корпус 17).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НПУА.
Автореферат разослан 19-го ноября 2016г.

Ученый секретарь
Специализированного совета
к.т.н. Л.М. Буниатян

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

***Актуальность темы.*** Диссертационная работа посвящена вопросам разработки методов проектирования и исследования систем регулирования двигателей постоянного тока с возбуждением от постоянных магнитов, управляемых непосредственно при помощи импульсных понижающих преобразователей постоянного напряжения (ППН), называемых также buck конвертерами.

Указанные системы в силу целого ряда положительных качеств, таких как высокая эффективность и точность, низкая стоимость, бесшумная работа, малые размеры, высокая надежность и др., находят в настоящее время широкое применение в робототехнике и аэрокосмической технике, электромобилях, вентиляторных и компрессорных системах, медицинских устройствах, бытовой технике и во многих других технических приложениях.

Качественные и другие характеристики рассматриваемых систем регулирования двигателей постоянного тока в значительной степени зависят от свойств импульсных ППН, в которых высокая эффективность достигается за счет периодической высокочастотной коммутации электронных ключей с использованием широтно-импульсной модуляции (ШИМ) сигнала. Как известно, импульсные ППН с ШИМ являются нелинейными нестационарными системами с периодическими параметрами. Поэтому точное аналитическое исследование их динамики является исключительно сложной задачей. Кроме того, импульсные ППН имеют два режима работы, называемые режимами непрерывных и прерывистых токов в цепи дросселя ППН, которые приводят к существенно различным динамическим характеристикам и свойствам преобразователя, причем переход от одного режима к другому зависит от ряда факторов и текущего состояния замкнутой системы управления. По сути, ППН описываются в пространстве состояний двумя различными системами нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с периодическими коэффициентами и с неизвестными заранее моментами перехода от одной системы уравнений к другой.

Прикладным методам исследования импульсных ППН, как элементов систем автоматического управления или других электротехнических устройств (например, стабилизированных источников питания для компьютеров и другого офисного оборудования, энергетических систем космических и морских аппаратов и т.д.), в режимах непрерывных и прерывистых токов посвящена обширная литература. В то же время относительно мало внимания уделено инженерным методам проектирования и исследования систем автоматического регулирования двигателей постоянного тока с импульсными ППН, где принимаются во внимание возможные переходы от одного режима изменения токов к другому. Все это предопределяет актуальность темы диссертационной работы, в которой разработаны методы приближенного описания импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов с учетом паразитных активных сопротивлений в цепях дросселя и конденсатора, входящих в стандартную схему ППН, а также предложена методика проектирования робастных систем управления скоростью двигателей постоянного тока с импульсными ППН, где под робастностью понимается сохранение динамических характеристик и устойчивости замкнутой системы регулирования вне зависимости от режима изменения токов ППН.

***Цель и задачи исследования.*** Целью диссертационной работы является разработка математических моделей в пространстве состояний и вывод передаточных функций импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов с учетом паразитных (или дополнительных) активных сопротивлений в цепях дросселя и

конденсатора, а также разработка, на основе методов и подходов классической теории робастного управления, методики проектирования системы управления скоростью вращения двигателя постоянного тока с импульсным ППН, робастной к изменению режимов тока ППН.

Для достижения намеченной цели в работе были поставлены и решены следующие задачи:

1. Вывод уточненных нелинейных уравнений динамики импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов с учетом активных сопротивлений в цепях дросселя и конденсатора.

2. Вывод передаточных функций импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов путем усреднения во времени за один период коммутации электронных ключей нелинейных уравнений динамики ППН и последующей линеаризации усредненных уравнений в окрестности рабочей точки. Исследование частотных характеристик линеаризованных ППН и анализ влияния дополнительных активных сопротивлений в цепи конденсатора ППН на динамические свойства преобразователя.

3. Разработка динамических моделей импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов в среде пакета *Simulink* с использованием физических моделей МОП (MOFSET) транзисторов и диодов из стандартной библиотеки пакета *SimPowerSystem*.

4. Разработка методики проектирования и исследования робастной системы управления скоростью двигателя постоянного тока с ППН путем представления передаточных функций ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов в виде единой передаточной функции с мультипликативной неопределенностью.

***Методы исследования.*** При решении поставленных в диссертации задач были использованы основные положения классической теории автоматического управления и теории робастности, численные методы математического анализа и линейной алгебры, методы описания и исследования динамики импульсных электротехнических устройств и элементов силовой электроники, а также методы и средства современных информационных технологий.

***Научная новизна работы заключается в следующем:***

1. На основе классической теории робастного управления разработана методика проектирования системы автоматического управления скоростью двигателя постоянного тока с возбуждением от постоянных магнитов с учетом активных (паразитных или введенных преднамеренно) сопротивлений $r_L$ и $r_C$ в цепях дросселя и конденсатора импульсного ППН, сохраняющей требуемые динамические характеристики и запасы устойчивости при обоих возможных режимах изменения тока дросселя ППН.

2. Разработаны математические модели импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов с учетом возможных активных сопротивлений $r_L$ и $r_C$ в цепях дросселя и конденсатора ППН. Показано, что векторное уравнение динамики ППН в пространстве состояний представляет собой нестационарное нелинейное дифференциальное уравнение с разрывными параметрами, точное аналитическое решение которого в общем случае не представляется возможным.

3. Получены усредненные во времени уравнения динамики импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов, где усреднение осуществляется за период $T_S$ коммутации электронного ключа ППН, и предполагается, что вектор состояния и напряжение питания ППН незначительно отличаются от своих усредненных значений. Полученные усредненные уравнения динамики ППН служат базой для вывода

передаточных функций импульсных ППН по отношению к малым изменениям напряжения питания и непрерывного (или локального) коэффициента заполнения импульсов на выходе ключа.

4. Выведены передаточные функции импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов по отношению к малым изменениям напряжения питания и непрерывного (или локального) коэффициента заполнения импульсов на входе ключа путем линеаризации нелинейных усредненных уравнений динамики ППН в окрестности некоторой постоянной рабочей точки. Показано, что в обоих режимах ППН описываются передаточными функциями второго порядка. В режиме непрерывных токов передаточные функции ППН имеют в общем случае левосторонние нули в точке $z_C=-1/r_C C$, где $C$ - емкость конденсатора, а в режиме прерывистых токов, помимо левостороннего нуля, имеется также алгебраический член, передающий непосредственно входной скачок коэффициента заполнения на выход ППН с коэффициентом $r_C D$.

***Практическая ценность работы*** заключается в том, что полученные в ней теоретические результаты могут быть использованы при разработке и исследовании систем управления скоростью двигателей постоянного тока с импульсными ППН в различных технических приложениях. Результаты диссертации могут быть использованы в учебном процессе, при подготовке аспирантов и магистрантов по специальностям “Автоматизация и управление” и “Электроника”.

***Основные положения, выносимые на защиту:***

1. Методика проектирования робастной системы автоматического управления скоростью двигателя постоянного тока с учетом паразитных или введенных преднамеренно активных сопротивлений в цепях дросселя и конденсатора импульсного ППН, сохраняющей требуемые динамические характеристики и запасы устойчивости при обоих возможных режимах изменения тока дросселя ППН.

2. Математические модели импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов с учетом активных сопротивлений в цепях дросселя и конденсатора, а также усредненные за период прерывания электронного ключа уравнения динамики импульсных ППН.

3. Передаточные функции импульсных ППН по отношению к малым изменениям напряжения питания и непрерывного коэффициента заполнения импульсов на входе ключа путем линеаризации нелинейных усредненных уравнений динамики ППН в окрестности некоторой постоянной рабочей точки. Свойства частотных характеристик линеаризованных ППН и анализ влияния дополнительных активных сопротивлений в цепи конденсатора на динамические свойства ППН.

4. Динамические модели импульсных ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов в среде пакета *Simulink* с использованием физических моделей реальных МОП (MOFSET) транзисторов и диодов из стандартной библиотеки пакета *SimPowerSystem*.

***Апробация результатов работы.*** Основные научные и практические результаты диссертации докладывались на:

- ежегодной научной конференции НПУА (Ереван, 2016г.);
- научных семинарах кафедры "Системы управления" факультета Кибернетики НПУА (Ереван, 2015, 2016г.);
- Международной научной конференции "Ключевые вопросы в современной науке", г. София, Болгария, 15-22 апреля, 2015г.;

- 10-й Международной конференции "Semiconductor Micro- & Nanoelectronics, ICSMN-2015", (Ереван, Армения, 11-13 сентября 2015г.).

***Публикации.*** Основные положения диссертации опубликованы в семи научных работах, список которых представлен в конце автореферата.

***Структура и объем диссертации.*** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка использованной литературы, включающего 120 наименований, приложения. Общий объем работы составляет 114 страниц, включая 61 рисунок. Диссертация написана на армянском языке.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

***Во введении*** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, представлены научная новизна и практическое значение работы, а также основные положения, выносимые на защиту.

***В главе 1*** дан аналитический обзор и сравнительный анализ различных типов импульсных преобразователей постоянного напряжения, а также обзор методов математического описания и исследования динамики импульсных понижающих ППН. В заключении главы дана постановка задачи исследования.

***Глава 2*** посвящена вопросам вывода передаточных функций импульсного ППН в режиме непрерывных токов. Знание этих передаточных функций необходимо для исследования динамики и устойчивости систем регулирования двигателей постоянного тока, в которые ППН входят как управляющие элементы.

Рассматривается реалистичная модель ППН, приведенная на рис. 1, где учтены активное сопротивление $r_L$ дросселя $L$ и эквивалентное последовательное (или введенное дополнительно) сопротивление $r_C$ в цепи конденсатора $C$. Через $S$ на рис. 1 обозначен электронный ключ (*Switch*) с периодом прерывания $T_S$. При достаточно высокой частоте прерывания $f_S=1/T_S$ среднее за период $T_S$ значение $V_0$ выходного напряжения $v_0(t)$ равно $V_0=DV_S$, где $V_S$ - напряжение источника питания, а $D=T_{on}/T_S$ называется *коэффициентом заполнения* импульсов ($T_{on}$ - длительность импульса, при которой ключ на рис. 1 замкнут).

Диаграмма изменения тока дросселя $i_L(t)$ ППН в режиме непрерывных токов, при котором ток $i_L(t)$ никогда не достигает нулевого значения, показана на рис. 2.

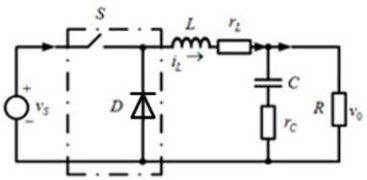



*Рис. 1. Схема понижающего ППН*

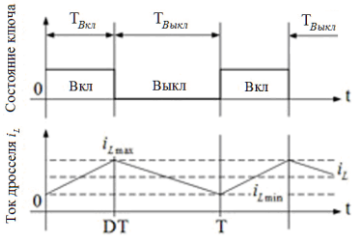



*Рис. 2. Диаграмма изменения токов дросселя в непрерывном режиме*

Импульсные ППН являются нелинейными нестационарными системами с периодическими параметрами. Поэтому точное аналитическое исследование их динамики является исключительно сложной задачей. На практике обычно прибегают к специальным приближенным методам, среди которых можно выделить два метода,

основанные на различных подходах к анализу ППН. Первый из них, предложенный С. Куком и Р. Мидлбруком, основан на таких преобразованиях уравнений ППН в пространстве состояний, при которых эти уравнения правильно описывают усредненную во времени динамику ППН. Второй метод, предложенный В. Ворперяном и известный под названием *"элементное усреднение"* (circuit averaging), основаны на использовании усредненного описания отдельных элементов ППН. Оба эти метода имеют свои достоинства и недостатки. В диссертации использован метод усреднения в пространстве состояний, который больше подходит для решения задачи получения передаточной функции ППН при малых отклонениях от номинальных режимов.

Можно дать математическое описание в пространстве состояний ППН, приведенного на рис. 1, вводя в рассмотрение *функцию переключения* (*коммутирующую функцию*) $q(t)$, определяемую как

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{для интервала } 0 \le t < DT_S, \\ 0 & \text{для интервала } DT_S \le t < T_S. \end{cases} \tag{1}$$

Действительно, ППН на рис. 1 можно представить в виде двух эквивалентных схем на рис. 3, соответствующих интервалам времени $DT_S$ и $(1\text{-}D)T_S$. В этом смысле ППН, приведенный на рис. 1, представляет собой систему с *переменной структурой,* где переключение от одной подструктуры к другой определяется функцией переключения $q(t)$ (1).


а) интервал $0 \le t < DT_S$ б ) интервал $DT_S \le t < T_S$

*Рис. 3. Эквивалентные схемы ППН, при котором электронный ключ замкнут (а) и разомкну (б), и идеальном диоде*

Если выбрать в качестве переменных состояния ППН ток дросселя $i_L(t)$ и напряжение на конденсаторе $u_C(t)$, то, вводя в рассмотрение двумерный вектор-столбец $x(t)$ с координатами $x_1(t)= i_L(t)$ и $x_2(t)= u_C(t)$, для схемы, приведенной на рис. 3а, можно написать

$$\begin{gathered} \frac{dx_1(t)}{dt} + \left[ \frac{Rr_L + Rr_C + r_L r_C}{L(R + r_C)} \right] x_1(t) + \frac{R}{L(R + r_C)} x_2(t) = \frac{1}{L} v_S(t), \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = \frac{R}{C(R + r_C)} x_1(t) - \frac{1}{C(R + r_C)} x_2(t), \quad v_0(t) = \frac{Rr_C}{R + r_C} x_1(t) + \frac{R}{R + r_C} x_2(t), \end{gathered} \tag{2}$$

или в векторно-матричной форме:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1 x(t) + b_1 v_S(t), \qquad v_0(t) = c_1 x(t), \tag{3}$$

где

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\dfrac{Rr_L + Rr_C + r_L r_C}{L(R + r_C)} & -\dfrac{R}{L(R + r_C)} \\ \dfrac{R}{C(R + r_C)} & -\dfrac{1}{C(R + r_C)} \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{Rr_C}{R + r_C} & \dfrac{R}{R + r_C} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

а входная функция $v_S(t)$ отражает тот факт, что напряжение питания $V_S$ может меняться во времени.

Соответствующее векторно-матричное уравнение для интервала времени $(1\text{-}D)T_S$, при котором электронный ключ разомкнут, имеет аналогичный вид

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_2 x(t) + b_2 v_S(t), \;\; v_0(t) = c_2 x(t). \tag{5}$$

Поскольку схема с разомкнутым ключом на рис. 3б отличается от схемы на рис. 3а только значением $v_S(t)=0$, то нетрудно показать, что матрица $A_2$ и векторы $b_2$ и $c_2$ в (5) даются выражениями

$$A_2 = A_1, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_2 = c_1. \tag{6}$$

С учетом вида функции переключения $q(t)$ (1) и выражений (3)-(5) можно записать дифференциальное уравнение ППН, приведенного на рис. 1, в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = \left[q(t)A_1 + \left(1 - q(t)\right)A_2\right]x(t) + \left[q(t)b_1 + \left(1 - q(t)\right)b_2\right]v_S(t) \tag{7}$$

при условии

$$v_0(t) = \left[q(t)c_1 + \left(1 - q(t)\right)c_2\right]x(t),$$

который с учетом (6) сводятся к простому виду

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1 x(t) + b_1 q(t) v_S(t), \qquad v_0(t) = c_1 x(t). \tag{8}$$

Таким образом, получено дифференциальное уравнение ППН в пространстве состояний, зависящее от функции переключения $q(t)$ (1), значение которого скачкообразно переходит от единицы к нулю и обратно в моменты замыкания и размыкания электронного ключа. Иными словами, векторно-матричное уравнение (8) представляет собой нестационарное нелинейное дифференциальное уравнение с разрывными параметрами, точное аналитическое решение которого в общем случае не представляется возможным.

В соответствии с методом усреднения в пространстве состояний на первом этапе осуществляется усреднение по времени функции переключения $q(t)$ (1). Для этого вводится функция времени

$$d(t) = \frac{1}{T_S}\int_{t-T_S}^{t} q(\tau)d\tau\,, \tag{9}$$

которая представляет собой усредненное за период $T_S$ выражение для $q(t)$ при непрерывном изменении времени $t$. Эта функция называется *непрерывным* (или *локальным*) *коэффициентом заполнения*. Далее с учетом (9) осуществляется усреднение по времени уравнений динамики (8), что дает

$$\frac{d\overline{x}(t)}{dt} = A_1\overline{x}(t) + b_1\overline{v}_S(t)d(t), \quad \overline{v}_0(t) = c_1\overline{x}(t), \tag{10}$$

где усредненные переменные $\overline{x}(t)$, $\overline{v}_S(t)$ и $\overline{v}_0(t)$ определяются выражениями, аналогичными (9). Уравнения (10) являются *усредненной моделью ППН в пространстве состояний*. В эти уравнения вместо разрывной функции времени $q(t)$ (1) входит *непрерывный* локальный коэффициент заполнения $d(t)$ (9). Поэтому усредненную модель (10) можно считать непрерывной аппроксимацией точных уравнений динамики (8) импульсного понижающего ППН.

Для вывода передаточных функций ППН следует осуществить линеаризацию нелинейной усредненной модели в окрестности некоторой постоянной рабочей точки. Классическая процедура линеаризации заключается в разложении считая отклонения от рабочей точки малыми нелинейной функции в ряд Тейлора и пренебрежении всеми членами, кроме линейного.

В диссертации показано, что линеаризованные уравнения усредненной модели ППН имеют вид

$$\frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = A_1\tilde{x}(t) + b_1 V_S \tilde{d}(t) + b_1 D\tilde{v}_S(t), \quad \tilde{v}_0(t) = c_1\tilde{x}(t). \tag{11}$$

Эти уравнения связывают выход $\tilde{v}_0(t)$ с двумя входными переменными $\tilde{d}(t)$ и $\tilde{v}_S(t)$, причем согласно принципу суперпозиции, влияние этих переменных на выход понижающего ППН может рассматриваться независимо друг от друга.

Применением к уравнениям (11) преобразования Лапласа в диссертации получены следующие две передаточные функции понижающего ППН относительно $\tilde{d}(s)$ и $\tilde{v}_S(s)$:

$$\frac{\tilde{v}_0(s)}{d(s)} = G_d(s) = c_1(sI - A_1)^{-1} b_1 V_S, \tag{12}$$

$$\frac{\tilde{v}_0(s)}{\tilde{v}(s)} = G_v(s) = c_1(sI - A_1)^{-1} b_1 D, \tag{13}$$

где

$$G_d(s) = \frac{k_0(s - z_C)}{\det(sI - A_1)} V_s, \quad k_0 = \frac{Rr_C}{L(R + r_C)}, \quad z_C = -\frac{1}{r_C C}, \tag{14}$$

$$G_v(s) = \frac{k_0(s - z_C)}{\det(sI - A_1)} D, \tag{15}$$

а детерминант $det(sI\text{-}A_1)$ в знаменателях передаточных функций равен

$$\det(sI - A_1) = s^2 + \left[\frac{(Rr_L + Rr_C + r_L r_C)C + L}{LC(R + r_C)}\right]s + \frac{Rr_L + Rr_C + r_L r_C + R^2}{LC(R + r_C)^2}. \tag{16}$$

Таким образом, линеаризованный ППН описывается передаточными функциями второго порядка, имеющими в общем случае нуль в точке $z_C=-1/r_C C$. Для идеального ППН, т.е. при $r_L=r_C=0$, вид передаточных функций $G_d(s)$ (14), $G_v(s)$ (15) существенно упрощается:

$$G_v(s) = \frac{\omega_0^2}{\left(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2\right)} D, \qquad G_d(s) = \frac{\omega_0^2}{\left(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2\right)} V_S, \tag{17}$$

где коэффициент затухания $\xi$ и натуральная частота $\omega_0$ равны

$$\xi = \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{18}$$

Следует подчеркнуть, что в случае идеального ППН отсутствуют нули передаточных функций $G_d(s)$ и $G_v(s)$.

Рассмотрен конкретный пример расчета передаточных функций ППН в режиме непрерывных токов и проведено динамическое моделирование в среде пакета *Simulink*.

***В главе 3*** дается вывод передаточной функции импульсного ППН в режиме прерывистых токов. В этом режиме на каждом периоде коммутации $T_S$ ключа имеется интервал времени $t$, в течение которого ток дросселя $i_L(t)$ достигает нулевого значения и сохраняет это значение до следующего момента замыкания ключа (рис. 4).

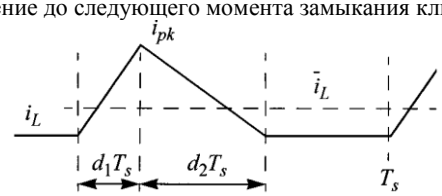
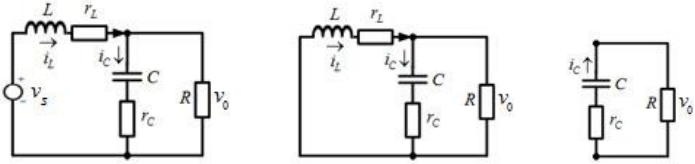



*Рис. 4. Диаграмма тока дросселя ППН в режиме прерывистых токов*

Поэтому ППН на рис. 1 в данном случае можно представить в виде трех эквивалентных схем на рис. 5, соответствующих трем интервалам времени $0 \le t < d_1T_S$, $d_1T_S \le t < (d_1+d_2)T_S$, и $(d_1+d_2)T_S \le t < T_S$, где обозначения $d_1$ и $d_2$ пояснены на рис. 4.




а) $0 \le t < d_1T_S$ б) $d_1T_S \le t < (d_1+d_2)T_S$ в) $(d_1+d_2)T_S \le t < T_S$

*Рис. 5. Эквивалентные схемы ППН для различных интервалов времени t:*
*а - ключ замкнут; б - ключ разомкнут и $i_L(t)>0$; в - ключ разомкнут и $i_L(t)=0$*

Первый из этих интервалов $d_1T_S$ соответствует времени, при котором электронный ключ замкнут (т.е. $d_1=D$, где $D$ есть коэффициент заполнения), а ток дросселя в конце интервала достигает своего пикового значения $i_{Lmax}$. Второй и третий интервалы соответствуют времени, при котором ключ разомкнут, причем ток дросселя достигает нулевого значения в конце второго интервала. Отметим, что третий интервал иногда называют *интервалом отсечки*, а его относительный коэффициент заполнения $d_3$, очевидно, равен $d_3=1-d_1-d_2$. Для каждого из введенных выше интервалов времени можно дать на основании эквивалентных схем, приведенных на рис. 5, аналитическое описание динамики понижающего ППН.

Выберем в качестве переменных состояния ППН ток дросселя $i_L(t)$ и напряжение на конденсаторе $u_C(t)$. Тогда, вводя в рассмотрение двумерный вектор-столбец $x(t)$ с координатами $x_1(t)= i_L(t)$ и $x_2(t)= u_C(t)$, можно показать, что для схемы на рис. 5а (т.е. для интервала времени $0 \le t < d_1T_S$) имеем следующее векторно-матричное уравнение:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1x(t) + b_1v_S(t), \quad v_0(t) = c_1x(t), \tag{19}$$

где матрица $A_1$ и векторы $b_1$ и $c_1$ даются выражениями (4).

Аналогично можно показать, что соответствующее векторно-матричное уравнение для интервала $d_1T_S \le t < (d_1+d_2)T_S$ (рис. 5б), при котором электронный ключ разомкнут, а ток дросселя отличен от нуля, имеет вид

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_2x(t) + b_2v_S(t), \quad v_0(t) = c_2x(t), \tag{20}$$

где матрица $A_2$ и векторы $b_2$ и $c_2$ даются выражениями (6).

Наконец, для третьего интервала времени $(d_1+d_2)T_S \le t < T_S$ с нулевым током дросселя на основании схемы рис. 6б имеем

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_3 x(t) + b_3 v_S(t), \quad v_0(t) = c_3 x(t), \tag{21}$$

где, учитывая, что $i_L(t)=const=0$, получим

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{C(R+r_C)} \end{bmatrix}, \quad b_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_3 = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{R}{R+r_C} \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Отметим, что если относительный коэффициент заполнения $d_1$, приведенный на рис. 5, определяется только длительностью интервала, во время которого электронный ключ замкнут, т.е. $d_1=D$, то коэффициент $d_2$ зависит от параметров ППН, периода коммутации $T_S$ и напряжения $v_S(t)$. При получении усредненной модели ППН нужно отразить эту зависимость в алгебраической форме через коэффициент заполнения $D$ и параметры преобразователя. Это дает возможность исключить $d_2$ из уравнений динамики ППН и получить модель, выраженную только через усредненные значения переменных состояния.

Таким образом, в отличие от случая ППН в режиме непрерывных токов, в данном случае при выводе передаточных функций возникает задача анализа тока дросселя и определения зависимости $d_2$ от параметров ППН, периода $T_S$ и коэффициента заполнения $D$. С этой целью в диссертации был использован стандартный подход, основанный на пренебрежении малых пульсаций выходного напряжения ППН. В результате получено следующее выражение для $d_2$:

$$d_2 = \frac{1}{2}\left(-D + \sqrt{D^2 + 4K}\right), \quad K = \frac{2L}{\left(R + r_L\right)T_S}. \tag{23}$$

Если ввести величину $D_{pos}$, которая является относительной длительностью положительных импульсов тока дросселя $i_L(t)$ и которая на основании (23) равна

$$D_{pos} = d_1 + d_2 = D + d_2 = \frac{1}{2}\left(D + \sqrt{D^2 + 4K}\right), \tag{24}$$

то можно показать, что выражение для коэффициента передачи по напряжению $D_{DM}$ понижающего ППН в режиме прерывистых токов с учетом паразитного сопротивления дросселя $r_L$ равно

$$D_{DM} = \frac{V_0}{V_S} = \frac{RD}{\left(R + r_L\right)D_{pos}}. \tag{25}$$

Таким образом, в отличие от режима непрерывных токов, при котором коэффициент передачи по напряжению $D_{CM}$ равен коэффициенту заполнения $D$, т.е. $D_{CM}=D$, коэффициент $D_{DM}$ (25) зависит нелинейным образом как от $D$, так и от индуктивности $L$, сопротивления нагрузки $R$, паразитного сопротивления $r_L$ и периода управляющих импульсов $T_S$. Укажем, что величина $D_{DM}$ при $D_{pos}<1$ всегда больше соответствующего коэффициента $D$ для случая режима непрерывных токов. Отметим также, что поскольку на границе между режимами непрерывных и прерывистых токов имеем $d_2=1-D$ и $D_{pos}=1$, то условие для перехода к режиму прерывистых токов запишется в виде

$$\frac{V_0}{R} < \frac{1}{2}\frac{V_0\left(R + r_L\right)}{LR}(1-D)T_S, \tag{26}$$

которое сводится к простому виду

$$D < 1 - K\,. \tag{27}$$

Правая часть в (27) определяет критическое значение $D_{crit}$ для коэффициента заполнения $D$ при заданных параметрах ППН. Переход к режиму прерывистых токов происходит при $D \le D_{crit}$. Коэффициент передачи ППН при этом дается выражением (25). Если же $D > D_{crit}$, то ППН переходит в режим непрерывных токов. Отметим, что при $K>1$ понижающий ППН всегда находится в режиме непрерывных токов. Это вытекает из (27), поскольку при $K>1$ коэффициент $D$ принимает отрицательное значение, что не имеет физического смысла.

Применение известной техники усреднения дифференциальных уравнений (19)-(21) в пространстве состояний дает

$$\frac{dx(t)}{dt} = \left[\left[d_1(t) + d_2(t)\right]A_1 + \left[1 - d_1(t) - d_2(t)\right]A_3\right]x(t) + d_1(t)b_1 v_S(t), \tag{28}$$

$$v_0(t) = \left[d_1(t) + d_2(t)\right]c_1 x(t) + \left[1 - d_1(t) - d_2(t)\right]c_3 x(t), \tag{29}$$

где в общем случае считается, что коэффициенты $d_1$ и $d_2$ зависят от времени.

С учетом (19)-(21) в диссертации получена в развернутом виде вместо (28) следующая модифицированная усредненная модель понижающего ППН в режиме прерывистых токов, где для краткости записи не указана зависимость от $t$:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\dfrac{Rr_L + Rr_C + r_L r_C}{2L(R + r_C)}\left(d_1 + d_2\right) & -\dfrac{R}{2L(R + r_C)}\left(d_1 + d_2\right) \\ \dfrac{R}{2C(R + r_C)}\left(d_1 + d_2\right) & -\dfrac{1}{C(R + r_C)} \end{bmatrix}}_{A_\Sigma}\begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} d_1 v_S\,, \tag{30}$$

или в векторно-матричном виде:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_\Sigma x(t) + d_1(t) b_1 v_S(t)\,. \tag{31}$$

Выражение для выходного напряжения (29) принимает вид

$$\begin{aligned} v_0(t) &= \frac{R}{R + r_C}\left[\left(d_1(t) + d_2(t)\right)r_C,\ 1\right]x(t) = \\ &= \frac{R}{R + r_C}\left[\left(d_1(t) + d_2(t)\right)r_C i_L(t) + u_C(t)\right]. \end{aligned} \tag{32}$$

Как видно из (30)-(32), задача исследования динамики понижающего ППН в режиме прерывистых токов существенно сложнее соответствующей задачи для режима непрерывных токов, так как при заданном коэффициенте заполнения $D=d_1$ матрица $A_\Sigma$ в (31) зависит от коэффициента $d_2$ (17), который зависит нелинейным образом от $D$ и от параметров ППН.

Для вывода переключающих функций понижающего ППН следует осуществить линеаризацию уравнений нелинейной усредненной модели в окрестности рабочей точки. Воспользуемся для этого известной процедурой линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений, имеющих в общем случае вид

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= f(x(t), u(t)), \\ y(t) &= g(x(t), u(t)). \end{aligned} \tag{33}$$

В нашем случае двумерный вектор состояний $x(t)$ имеет координаты $x_1(t)=i_L(t)$ и $x_2(t)=u_C(t)$, скалярный выход $y(t)$ равен $v_0(t)$ в (32), двумерный входной вектор $u(t)$ имеет координаты $u_1(t)=v_S(t)$ и $u_2(t)=d_1(t)$, а функции $f(x(t),u(t))$ и $g(x(t),u(t))$ на основании (30) и (32) равны

$$f(x,u)=\begin{bmatrix} -\dfrac{Rr_L+Rr_C+r_Lr_C}{2L(R+r_C)}\left(u_2+\sqrt{u_2^2+4K}\right)x_1 - \\ -\dfrac{R}{2L(R+r_C)}\left(u_2+\sqrt{u_2^2+4K}\right)x_2+\dfrac{1}{L}u_1u_2 \\ \dfrac{R}{2C(R+r_C)}\left(u_2+\sqrt{u_2^2+4K}\right)x_1-\dfrac{1}{C(R+r_C)}x_2 \end{bmatrix}, \tag{34}$$

$$g(x,u)=\frac{R}{R+r_C}\left[\frac{1}{2}\left(u_2+\sqrt{u_2^2+4K}\right)r_Cx_1+x_2\right], \tag{35}$$

где для краткости опущена зависимость векторов $x(t)$ и $u(t)$ от времени $t$.

Представим все усредненные функции времени в (33) в виде

$$\begin{gathered} x(t)=X+\tilde{x}(t),\quad v_0(t)=V_0+\tilde{v}_0(t), \\ u(t)=U+\tilde{u}(t),\text{ где } u_1(t)=V_S+\tilde{v}_S(t),\ u_2(t)=D+\tilde{d}(t), \end{gathered} \tag{36}$$

где все отклонения $\tilde{x}(t)$, $\tilde{v}_0(t)$, $\tilde{v}_S(t)$, $\tilde{d}(t)$ считаются малыми, а $X$, $V_0$, $V_S$ и $D$ являются постоянными, соответствующими рабочей точке.

Процедура линеаризации уравнений (33) заключается в разложении (считая отклонения от рабочей точки малыми) нелинейных функций $f(x,u)$ и $g(x,u)$ в ряд Тейлора и пренебрежении всеми членами, кроме линейного.

Уравнения (33) при этом заменяются следующими линейными уравнениями:

$$\frac{d\tilde{x}(t)}{dt}=A\tilde{x}(t)+B\tilde{u}(t),\quad \tilde{v}_0(t)=C\tilde{x}(t)+E\tilde{u}(t), \tag{37}$$

где матрицы $A$, $B$ и вектор-строки $C$ и $E$ даются выражениями

$$A=\left[\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right]\Bigg|_{\substack{x=X\\u=U}}=\begin{bmatrix} -\dfrac{(Rr_L+Rr_C+r_Lr_C)D_{pos}}{L(R+r_C)} & -\dfrac{RD_{pos}}{L(R+r_C)} \\ \dfrac{RD_{pos}}{C(R+r_C)} & -\dfrac{1}{C(R+r_C)} \end{bmatrix},$$

$$B=\left[\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right]\Bigg|_{\substack{x=X\\u=U}}=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{L}D & \dfrac{1}{L}V_S-\dfrac{RD_{pos}}{L(R+r_C)\sqrt{D^2+4K}}X_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{38}$$

$$C=\left[\frac{\partial g(x,u)}{\partial x}\right]\Bigg|_{\substack{x=X\\u=U}}=\frac{R}{R+r_C}\left[r_CD_{pos},1\right],\quad E=\left[\frac{\partial g(x,u)}{\partial u}\right]\Bigg|_{\substack{x=X\\u=U}}=\frac{R}{R+r_C}\left[0,\frac{r_CD_{pos}}{\sqrt{D^2+4K}}X_1\right].$$

Установившийся режим работы ППН при этом определяется выражениями

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}=\frac{(R+r_C)}{MD_{pos}}\begin{bmatrix} 1 \\ D_{pos}R \end{bmatrix}V_SD,\quad V_0=\frac{R\left[r_CD_{pos}+R\right]}{\left[Rr_L+Rr_C+r_Lr_C+R^2D_{pos}\right]}DV_S, \tag{39}$$

где

$$M = Rr_L + Rr_C + r_L r_C + R^2 D_{pos}\,.$$

Следуя стандартной методике получения передаточных функций линейных систем из уравнений в пространстве состояний, можно получить следующее комплексное уравнение относительно скалярной выходной переменной $\tilde{v}_0(s)$:

$$\tilde{v}_0(s) = G(s)\tilde{u}(s)\,, \tag{40}$$

где передаточная функция *G(s)* размера 1×2 имеет вид

$$G(s) = \left[G_V(s), G_D(s)\right] = C(sI - A)^{-1}B + E\,. \tag{41}$$

Здесь скалярные передаточные функции $G_V(s)$ и $G_D(s)$ связывают $\tilde{v}_0(s)$ с входными переменными $\tilde{u}_1(s) = \tilde{v}_S(s)$ и $\tilde{u}_2(s) = \tilde{d}(s)$ и имеют вид

$$G_V(s) = \frac{D_{pos}RD\left\{r_C\left[s + \dfrac{1}{C(R+r_C)}\right] + \dfrac{R}{C(R+r_C)}\right\}}{L\left(R+r_C\right)\Delta(s)}\,, \tag{42}$$

$$G_D(s) = \frac{RV_S}{M\sqrt{D^2+4K}}\left\{\frac{M_0 s + M_1}{LC\left(R+r_C\right)\Delta(s)} + r_C D\right\}, \tag{43}$$

где

$$M_0 = r_C 2KCM + RLD,\;\; M_1 = 2KM + \frac{D_{pos}R}{(R+r_C)}\left[Rr_L + Rr_C + r_L r - r_C D_{pos}RD\right], \tag{44}$$

а характеристическое уравнение *Δ(s)=det(sI-A)* дается выражением

$$\Delta(s) = s^2 + \frac{\left[C(Rr_L + Rr_C + r_L r_C)D_{pos} + L\right]}{LC(R+r_C)}s + \frac{GD_{pos}}{LC(R+r_C)^2}\,. \tag{45}$$

Укажем, что передаточные функции $G_V(s)$ и $G_D(s)$ имеют соответственно нули в точках $Z_V=-1/r_C C$, $Z_D=-M_1/M_0$. Кроме того, передаточная функция $G_D(s)$ содержит алгебраический член с коэффициентом $r_C D$.

Дан пример расчета передаточных функций ППН в режиме прерывистых токов и проведено динамическое моделирование при помощи модели ППН, показанной на рис. 6.

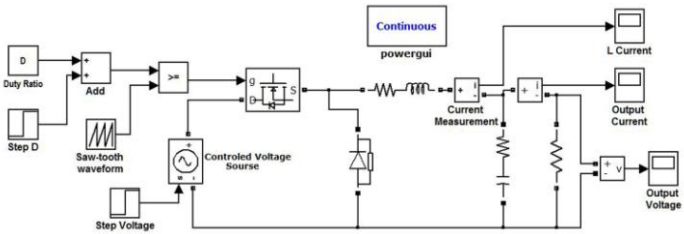



*Рис. 6. Динамическая модель понижающего ППН в режиме прерывистых токов*

Модель ППН, приведенная на рис. 6, была разработана на основе пакета *Simulink* с использованием физических моделей МОП транзистора (в качестве ключа) и диода из стандартной библиотеки пакета *SimPowerSystem*.

***Глава 4*** диссертации посвящена вопросам разработки, на основе теории

робастного управления, систем управления скоростью вращения двигателя постоянного тока с импульсным ППН. При описании подобных систем на практике прибегают к приближенным методам, где следует выделить метод, основанный на усреднении во времени и последующей линеаризации уравнений ППН в пространстве состояний. Как показано в главах 2 и 3, такой подход приводит к двум различным передаточным функциям ППН для режимов непрерывных и прерывистых токов. Поэтому динамика системы управления скоростью двигателя с ППН фактически описывается двумя различными передаточными функциями.

В диссертации для исследования динамики рассматриваемой системы предлагается использовать методы теории робастности, где две указанные выше передаточные функции ППН представляются в виде *одной* передаточной функции с так называемой мультипликативной неопределенностью. Это позволяет выполнять проектирование и исследование системы управления скоростью вращения двигателя с ППН на основе стандартных методов классической теории управления.

Один из основных подходов к проектированию систем автоматического управления с неопределенностями базируется на методах теории робастности. Неопределенности при этом могут быть двух основных видов – аддитивные и мультипликативные. В первом случае неопределенная передаточная функция разомкнутой системы представляется в виде

$$W(s) = W_0(s) + \Delta W(s)\ , \tag{46}$$

а в случае мультипликативной неопределенности - в виде

$$W(s) = \left[1 + \Delta W(s)\right] W_0(s) = W_0(s) + \Delta W(s) W_0(s)\ , \tag{47}$$

где $W_0(s)$ - номинальная передаточная функция, а $\Delta W(s)$ - неопределенность, о которой известны только границы изменения модуля $|\Delta W(j\omega)|$ во всем диапазоне частот $0 \le \omega \le \infty$. Поскольку аддитивную неопределенность всегда можно привести к мультипликативной, для краткости ограничимся только последним случаем. В теории робастности доказывается, что если система управления с номинальной передаточной функцией $W_0(s)$ устойчива, то система с мультипликативной неопределенностью сохраняет устойчивость при выполнении условия

$$|\Phi(j\omega)| < \frac{1}{|\Delta W(j\omega)|} \tag{48}$$

для всех частот $0 \le \omega \le \infty$, где

$$\Phi(j\omega) = \frac{W_0(j\omega)}{1 + W_0(j\omega)} \tag{49}$$

есть передаточная функция замкнутой системы с номинальными параметрами.

Условию робастности (48) можно придать наглядную графическую интерпретацию, показанную на рис. 7. Для того чтобы замкнутая система с мультипликативной неопределенностью была робастной, достаточно, чтобы амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) замкнутой системы $|\Phi(j\omega)|$ проходила ниже кривой $1/|\Delta W(j\omega)|$.

Воспользуемся описанным подходом для проектирования системы управления скоростью электродвигателя постоянного тока с питанием от понижающего ППН. Поскольку передаточная функция ППН зависит от режимов работы, представим её на основании вышеизложенного в виде передаточной функции с мультипликативной неопределенностью, где в качестве номинального выберем режим прерывистых токов, и ограничимся для краткости случаем идеального ППН и передаточной

функцией $G_D(s)$ (далее передаточную функцию $G_D(s)$ в режимах прерывистых и непрерывных токов будем обозначать $G_П(s)$ и $G_Н(s)$). Тогда передаточную функцию ППН $G(s)$ можно представить в виде

$$G(s) = \left[1 + \Delta G(s)\right] G_П(s), \tag{50}$$

где $G_П(s)$ определяется выражением (43). Можно показать, что мультипликативная неопределенность $\Delta G(s)$ в (50) в данном случае имеет вид

$$\Delta G(s) = \frac{G_Н(s) - G_П(s)}{G_П(s)} = \frac{V_S \omega_0^2 s^2 + \left(2\xi V \omega_0^3 - k_1\right) s + \left(D_{pos}^2 V_S \omega_0^4 + k_1 z_D\right)}{k_1 \left(s - z_D\right)\left(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2\right)} . \tag{51}$$

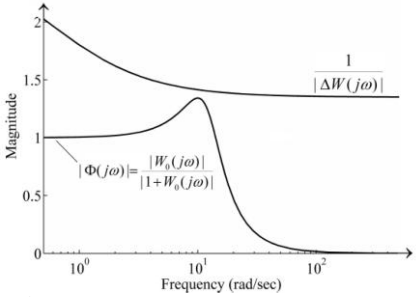



*Рис. 7. Графическая интерпретация условия робастности (48)*

Структурная схема системы управления скоростью двигателя постоянного тока с понижающим ППН с передаточной функцией $G(s)$ в форме (50) показана на рис. 8, где $K(s)$ есть передаточная функция регулятора, а $W_M(s)$ - передаточная функция электродвигателя постоянного тока, имеющая, если пренебречь для простоты электромагнитной постоянной времени цепи якоря, вид апериодического звена первого порядка:

$$W_M(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_M}{T_M s + 1} . \tag{52}$$

Номинальная передаточная функция разомкнутой системы $W_0(s)$ при этом равна

$$W_0(s) = W_M(s) G_П(s) K(s) . \tag{53}$$

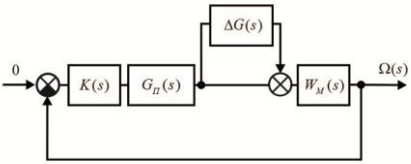



*Рис. 8. Структурная схема системы управления скоростью электродвигателя с понижающим ППН*

Таким образом, если выбрать регулятор $K(s)$ так, чтобы выполнялось условие робастности (48), где $\Delta W(s)$ следует заменить неопределенностью $\Delta G(s)$ (51), то система управления скоростью вращения, приведенная на рис. 8, сохраняет устойчивость независимо от режима работы понижающего ППН.

В качестве примера рассмотрена система управления, приведенная на рис. 8, где передаточная функция электродвигателя $W_M(s)$ равна

$$W_M(s) = \frac{20}{0,02s+1} . \qquad (54)$$

Параметры ППН заданы в виде: *L=3,3 мкГн*, *D=0,1*, *C=75,2 мкФ*, *R=1,0 Ом*, $V_S$*=12 В*, $f_S$*=100 кГц*. При *D=0,1* ППН находится в режиме прерывистых токов, и передаточная функция $G_{П}(s)$ равна

$$G_{П}(s) = \frac{5,421\cdot 10^4\ s\ +\ 2,688\cdot 10^{10}}{s^2+1,33\cdot 10^4 s+2,229\cdot 10^9} . \qquad (55)$$

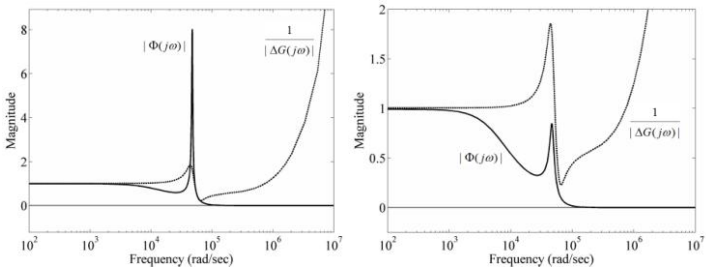
При $D>D_{crit}=0,39$ ППН переходит в режим непрерывных токов с передаточной функцией

$$G_{Н}(s) = \frac{4,836\cdot 10^{10}}{s^2+1,33\cdot 10^4 s+4,03\cdot 10^9} . \qquad (56)$$

Мультипликативная неопределенность $\Delta G(s)$ (51) при этом имеет вид

$$\Delta G(s) = \frac{4,836\cdot 10^6 6s^2+6,43\cdot 10^{10} s+1,078\cdot 10^{16}}{5,421s^3+2,76\cdot 10^6 s^2+5,759\cdot 10^{10} s+1,083\cdot 10^6} . \qquad (57)$$

Допустим, что регулятор *K(s)* в системе (53) отсутствует. На рис. 9а показаны АЧХ замкнутой системы $\Phi(j\omega)$ (49) при *K(s)=1* и кривая $1/|\Delta G(j\omega)|$ для неопределенности $\Delta G(s)$ (57). Поскольку эти кривые пересекаются, то условие робастности (48) в системе без коррекции не удовлетворяется.




а) б)

*Рис. 9. Проверка условия робастности при K(s)=1 (а) и K(s)=0,5 (б)*

Расчеты на основе стандартных методов показали, что для обеспечения требуемой робастности в систему достаточно ввести усилитель с коэффициентом усиления $K_P$*=0,5*, т.е. уменьшить в два раза коэффициент передачи разомкнутой системы. Соответствующие кривые приведены на рис. 9б и свидетельствуют о выполнении условия робастности (48). Это означает, что рассматриваемая система устойчива независимо от режима работы ППН.

В ***Приложении*** приведены разработанные на языке программирования MATLAB программы расчета и построения частотных характеристик передаточных функций ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ ПО ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЕ

Диссертация посвящена вопросам разработки методов проектирования и исследования робастных систем управления скоростью электродвигателей постоянного тока с импульсными понижающими преобразователями постоянного напряжения (ППН). В работе получены следующие научные результаты:

1. Дан вывод нелинейных уравнений динамики импульсного понижающего ППН в пространстве состояний в режимах непрерывных и прерывистых токов с учетом активного (паразитного) сопротивления $r_L$ дросселя и эквивалентного последовательного или введенного дополнительно активного сопротивления $r_C$ в цепи конденсатора низкочастотного фильтра.

2. На основе усреднения за период коммутации электронного ключа нелинейных уравнений динамики ППН в пространстве состояний и последующей линеаризации в окрестности рабочей точки дан вывод передаточных функций ППН в режимах непрерывных и прерывистых токов по отношению к изменениям напряжения питания и коэффициента (локального) заполнения $D$. Показано, что в обоих режимах изменения тока дросселя понижающий ППН описывается передаточными функциями второго порядка.

3. Показано, что в режиме непрерывных токов введение активного сопротивления $r_C$ последовательно с конденсатором низкочастотного фильтра приводит к появлению одинакового левостороннего нуля у передаточных функций понижающего ППН по отношению к малым изменениям напряжения питания и локального коэффициента заполнения $D$. Это влечет за собой увеличение запаса устойчивости по фазе ППН в режиме непрерывных токов и улучшает его динамические характеристики. При $r_C=0$ указанные нули передаточных функций отсутствуют.

4. Показано, что в отличие от случая режима непрерывных токов, в режиме прерывистых токов при $r_C=0$ передаточная функция ППН по отношению к коэффициенту заполнения $D$ имеет левосторонний нуль, что приводит к увеличению запасов устойчивости и улучшению динамических характеристик ППН. Еще одно отличие состоит в том, что при наличии активного сопротивления $r_C \neq 0$ в цепи конденсатора обе передаточные функции ППН по входному напряжению и коэффициенту заполнения $D$ имеют разные нули. Кроме того, при $r_C \neq 0$ передаточная функция по $D$ содержит алгебраический член, передающий непосредственно входной скачок коэффициента заполнения на выход ППН с некоторым коэффициентом, пропорциональным величине $r_C$.

5. Предложен подход к проектированию систем управления скоростью вращения электродвигателя постоянного тока с понижающим ППН, основанный на представлении передаточных функций ППН для режимов непрерывных и прерывистых токов в виде одной передаточной функции с мультипликативной неопределенностью, где в качестве номинальной принята передаточная функция ППН для случая прерывистых токов. Это дает возможность применять при проектировании указанных систем частотные методы теории робастности, а также методы классической теории автоматического регулирования.

**Основное содержание диссертации опубликовано в следующих статьях:**


1. ՀՀ գյուտի արտոնագիր № 432. Կամրջակային ինվերտոր / **Ա.Շ. Հարությունյան, Ն.Ն. Պետրոսյան, Ա.Գ. Մեջլումյան, Կ.Վ. Բեգոյան**. - Հրատ. 16.05.1996:

2. **Бегоян К.В.** Определение передаточной функции понижающего преобразователя постоянного напряжения с сопротивлением в цепи конденсатора // Труды Международной научной конференции "Ключевые вопросы в современной науке", 15-22 апреля, 2015г. - София, 2015. - С. 69-74.

3. **Gasparyan O.N., Begoyan K.V.** An averaged small-signal model of the buck converter in discontinuouns conduction mode // «Կիսահաղորդչային միկրո- և նանոէլեկտրոնիկա» տասերորդ միջազգային գիտաժողովի նյութեր, 11-13 սեպտեմբերի, 2015թ.. - Երևան, 2015. - էջ 135-140:

4. **Бегоян К.В., Гаспарян О.Н.** Определение передаточной функции понижающего преобразователя постоянного напряжения в режиме непрерывных токов // Вестник НПУА. "ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭНЕРГЕТИКА". - Ереван, 2015, № 1. - С. 56-67.

5. **Бегоян К.В., Гаспарян О.Н.** Определение передаточной функции понижающего преобразователя постоянного напряжения в режиме прерывистых токов // Вестник НПУА. "ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭНЕРГЕТИКА". - Ереван, 2015, № 1. - С. 18-31.

6. **Гаспарян О.Н., Бегоян К.В.** Робастная система управления скоростью вращения электродвигателя с понижающим преобразователем постоянного напряжения // Известия НАН РА и НПУА. Серия техн. науки. - 2016. - Том 2, № 2. - С. 192-201.

7. **Բեգոյան Կ.Վ.** Կոնդենսատորի շղթայում ռեզիստորով հաստատուն լարման ցածրացնող կերպափոխչի փոխանցման ֆունկցիայի որոշումը // ՀԱՊՀ-ի ԼՐԱԲԵՐ. Գիտական հոդվածների ժողովածու. - Երևան, 2016. – Մաս 1. - էջ 179-185:

# Ա Մ Փ Ո Փ Ա Գ Ի Ր

**Կառլեն Վարդգեսի Բեգոյան**

## ԼԱՐՄԱՆ ՑԱԾՐԱՑՆՈՂ ԿԵՐՊԱՓՈԽԻՉՈՎ ԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺԻՉԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՌՈԲԱՍՏ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄՇԱԿՈՒՄ

Ատենախոսությունը նվիրված է հաստատուն լարման ցածրացնող տեսակի իմպուլսային կերպափոխիչներով (ՀԼԿ) հաստատուն հոսանքի էլեկտրաշարժիչ-ների արագության կարգավորման ռոբաստ համակարգերի նախագծման և հետազոտման մեթոդների մշակման հարցերին: Աշխատանքում ստացված են հետևյալ գիտական արդյունքները:

1. Տրված է վիճակների տարածությունում իմպուլսային ցածրացնող ՀԼԿ-ի դինամիկայի ոչ գծային հավասարումների արտածումն անընդհատ և ընդհատ հոսանքների ռեժիմներում՝ ցածրահաճախական ֆիլտրի դրոսելի ակտիվ (պարազիտային) $r_L$ դիմադրության և կոնդենսատորի շղթայում համարժեք հաջորդական կամ լրացուցիչ մտցված ակտիվ $r_C$ դիմադրության հաշվառմամբ:

2. Էլեկտրոնային բանալու կոմուտացման պարբերության ընթացքում վիճակների տարածությունում ՀԼԿ-ի դինամիկայի ոչ գծային հավասարումների միջինացման հիման վրա և աշխատանքային կետի շրջակայքում հետագա գծայնացմաբ տրված է ՀԼԿ-ի փոխանցման ֆունկցիաների արտածումն անընդհատ և ընդհատ հոսանքների ռեժիմների համար՝ սնման լարման և լցման $D$ գործակցի լոկալ փոփոխությունների դեպքում: Ցույց է տրված, որ դրոսելի հոսանքի փոփոխման երկու ռեժիմներում էլ ցածրացնող ՀԼԿ-ն բնութագրվում է երկրորդ կարգի փոխանցման ֆունկցիայով:

3. Ցույց է տրված, որ անընդհատ հոսանքի ռեժիմում ցածրահաճախական ֆիլտրի կոնդենսատորին հաջորդաբար ակտիվ $r_C$ դիմադրության մտցնումը հանգեցնում է միևնույն ձախակողմյան զրոյի առաջացմանը՝ ցածրացնող ԼԻԿ-ի փոխանցման ֆունկցիաներում ըստ սնման լարման և լոկալ լցման $D$ գործակցի փոքր փոփոխությունների: Դա բերում է անընդհատ ռեժիմում աշխատող ՀԼԿ-ի ըստ փուլի կայունության պաշարի ավելացմանը և դրա դինամիկ բնութագրերի լավացմանը: $r_C=0$ դեպքում նշված զրոները փոխանցման ֆունկցիաներում բացակայում են:

4. Ցույց է տրված, որ ի տարբերություն անընդհատ հոսանքի ռեժիմի, ընդհատ հոսանքի ռեժիմում $r_C=0$ դեպքում լցման $D$ գործակցի նկատմամբ ՀԼԿ-ի փոխանցման ֆունկցիան ունի ձախակողմյան զրո, ինչը բերում է կայունության պաշարների ավելացմանը և ՀԼԿ-ի դինամիկ բնութագրերի լավացմանը: Եվս մեկ առանձնահատկություն կայանում է նրանում, որ կոնդենսատորի շղթայում ակտիվ $r_C\neq 0$ դիմադրության առկայությամբ ՀԼԿ-ի երկու փոխանցման

ֆունկցիաներն էլ ըստ մուտքային լարման և լցման $D$ գործակցի ունեն տարբեր զրոներ: Բացի այդ, $r_C \neq 0$ դեպքում ըստ $D$-ի փոխանցման ֆունկցիան պարունակում է հանրահաշվական անդամ, որով լցման գործակցի մուտքային թռիչքն անմիջապես փոխանցվում է ՀԼԿ-ի ելքին որոշակի գործակցով՝ համեմատական $r_C$-ի մեծությանը:

5. Առաջարկված է ցածրացնող ՀԼԿ-ով հաստատուն հոսանքի էլեկտրաշարժիչի արագության կառավարման համակարգի նախագծման մոտեցում, հիմնված անընդհատ և ընդհատ հոսանքների ռեժիմում ՀԼԿ-ի փոխանցման ֆունկցիաները մուլտիպլիկատիվ անորոշությամբ մեկ փոխանցման ֆունկցիայով ներկայացման վրա, որտեղ որպես անվանական ընդունված է ընդհատ հոսանքի ռեժիմում ՀԼԿ-ի փոխանցման ֆունկցիան: Դա հնարավորություն է ընձեռում նշված համակարգերը նախագծելիս կիրառելու ինչպես ռոբաստության տեսության հաճախականային մեթոդները, այնպես էլ ավտոմատ կարգավորման դասական տեսության մեթոդները:

**Karlen Vardges Begoyan**

## DEVELOPMENT OF ROBUST CONTROL SYSTEM OF VELOCITY OF ELECTRIC MOTOR WITH BUCK CONVERTER

## SUMMARY

The dissertation is devoted to the issues of development of design and investigation methods of robust control of angular velocity of the DC motors fed by step-down buck converters. The scientific results of the work are as follows:

1. The derivation of the exact nonlinear dynamic equations in state-space of a step-down buck converter in continuous and discontinuous conduction modes is given, allowing for an active (parasitic) resistance $r_L$ of the inductor and an equivalent or introduced additionally in series with the capacitor of the low-pass filter ohmic resistance $r_C$.
2. The derivation of transfer functions of the buck converter in continuous and discontinuous conduction modes with respect to the deviations of the supply voltage and (local) duty ratio $D$ is given on the basis of averaging of nonlinear dynamic equations in state-space of the converter during the switching period of the electronic switch and subsequent linearization in the vicinity of the operating point.
3. It is shown that the introduction of an ohmic resistance $r_C$ in series with the capacitor of the low-pass filter brings to origination of identical left-half-plane zeros in the transfer functions of the buck converter with respect to the small changes in the supply voltage and the local duty ratio $D$. That circumstance leads to an increase in the phase margin of the converter and to improvement of its dynamic characteristics. For $r_C=0$ the indicated zeros of the transfer functions do not exist.
4. It is shown that, as opposed to the case of continuous conduction mode, for $r_C=0$ the transfer function of the buck converter with respect to the duty ratio $D$ in discontinuous conduction mode has a left-half-plane zero, which leads to an increase in the phase margin

and improvement of dynamic characteristics of the converter. Another difference is that in the case of ohmic resistance $r_C \neq 0$ in series with the capacitor both transfer functions with respect to the supply voltage and the duty ratio $D$ have different zeros. Besides, the transfer function with respect to $D$ contains an algebraic term, which immediately transfers, with a certain scaling factor proportional to the value of $r_C$, the input jump in the duty ratio to the output of the converter.

5. An approach to the design of control systems of angular velocity of the DC motor with a step-down buck converter is proposed, which is based on the presentation of the transfer functions of the converter in continuous and discontinuous conduction modes in form of a single transfer function with a multiplicative uncertainty, where the transfer function of the converter for the case of discontinuous conduction mode is adopted as the nominal. That allows applying the frequency-domain methods of robust control, as well as of the classical feedback control, for the development of the specified control systems.