

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵՆԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ ՏԻԳՐԱՆ ԼՅՈՒԴՎԻԿԻ

ԳԵՏՆԱՀՈՂԵՐԻ ՍՈՂՔԻ ԵՎ ՀԻՍՏԵՐԵԶԻՍԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ  
ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԱՍՏԻՃԱՆԱԿԱՆ ԵՎ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ  
ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա.02.04–«Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ  
տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի  
հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ–2011

---

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

ПЕТРОСЯН ТИГРАН ЛЮДВИКОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ И ГИСТЕРЕЗИСА ГРУНТОВ ПРИ  
МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЯХ НАПРЯЖЕНИЯ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук  
по специальности 01.02.04–“Механика деформируемого твердого тела”

ЕРЕВАН–2011

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝ տ.գ.դ. Ա.Մ. Սիմոնյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ, ֆ. մ. գ.դ., պրոֆեսոր  
Ս.Մ. Մխիթարյան  
տ.գ.դ. Ա.Շ. Նուրիջանյան

Առաջատար կազմակերպությունը՝ Երևանի ճարտարապետության և շինարարության  
պետական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2012 թ հունվարի 27-ին ժամը 14:00-ին. ՀՀ ԳԱԱ  
Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդի նիստում  
(հասցեն՝ ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24բ, avсах@mechins.sci.am)

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ մեխանիկայի  
ինստիտուտի գրադարանում

Սեղմագիրն առաքվել է 2011 թ. դեկտեմբերի 23-ին

Մասնագիտական խորհրդի  
գիտական քարտուղար, ֆ. մ. գ.դ.՝ Ա.Վ. Սահակյան

---

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН Армении

Научный руководитель д.т.н. А.М. Симонян

Официальные оппоненты: Член корр. НАН РА, д.ф.м. н., профессор  
С.М. Мхитарян  
д.т.н. С.Ш. Нуриджанян

Ведущая организация: Ереванский Государственный Университет  
Архитектуры и Строительства

Защита состоится 27-го января 2012 г. в 14:00 часов  
на заседании специализированного совета 047 в Институте механики  
по адресу: 0019, г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24б , avсах@mechins.sci.am

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА

Автореферат разослан 23-го декабря 2011 г.

Ученый секретарь специализированного  
совета д. ф. м. н. А.В. Саакян

## I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность задач** рассматриваемых в диссертации, в которой изучаются явления ползучести и гистерезиса при многоступенчатых и периодических изменениях напряжения по теориям старения, наследственности и запаздывающей пластичности и осуществляется сравнение с соответствующими экспериментальными данными глинистых грунтов, вытекает из требований достаточно общих и адекватных математических соотношений и теорий, обеспечивающих наибольшее соответствие с опытными данными по внутреннему поглощению и ползучести.

Важность изучения закономерностей ползучести и гистерезиса в условиях периодических изменений напряжения возрастает в связи с потребностью рационального и надежного проектирования. Его выполнение возможно лишь при наиболее полном использовании существующих закономерностей и связей.

**Цель и задача диссертационной работы** заключается

– в применении теорий старения, наследственности и теории наследственности с запаздывающей пластичностью для описания ползучести материалов при многократных ступенчатых и циклических изменениях напряжений.

– в исследовании зависимости амплитуды деформаций от степени асимметрии при асимметрическом периодическом нагружении.

– в исследовании ползучести материалов при асимметрическом периодическом нагружении со сложной предысторией, согласно теории наследственности и теории наследственности с запаздывающей пластичностью.

– в изучении гистерезисных потерь в материалах как следствия ползучести.

– в экспериментальном исследовании влияния степени асимметрии цикла на форму и площадь петли гистерезиса

– в исследовании гистерезиса при периодическом нагружении со сложной предысторией.

**Научная новизна работы**

– Получены соотношения для описания ползучести при многократных ступенчатых возрастаниях и убываниях напряжений согласно теории наследственности с запаздывающей пластичностью.

– Получено, что зависимость амплитуды деформации от степени асимметрии при асимметрическом периодическом нагружении может быть получена с помощью теории наследственности с нелинейной мгновенной деформацией. Расчетные данные удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным ползучести при циклических нагружениях.

– Путем сравнения экспериментальных данных с расчетными показано, что соотношение теории запаздывающей пластичности оказывается приемлемым для описания асимметрической циклической ползучести со сложной предысторией нагружения.

– Площадь петли гистерезиса и коэффициент поглощения получены согласно теории старения и теории наследственности как в линейном, так и в нелинейном варианте.

– Экспериментально получены зависимости формы и площадь петли гистерезиса от степени асимметрии цикла для глинистых грунтов.

– Получены формулы определения коэффициента поглощения по теории наследственности с запаздывающей пластичностью при асимметрических циклических деформациях со сложной предысторией нагружения.

**Практическая ценность работы.** Результаты, полученные в диссертационной работе имеют теоретический и практический характер. Они могут быть применены при инженерных расчетах разных конструкций и сооружений. На основе настоящей работы можно исследовать задачи теории колебаний и динамики сооружений.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

– применение теории наследственности с запаздывающей пластичностью для описания ползучести материалов при многократных ступенчатых возрастаниях и убываниях напряжений.

– исследование зависимости амплитуды деформаций от степени асимметрии при асимметрическом периодическом нагружении.

– исследование ползучести материалов при асимметрическом периодическом нагружении со сложной предысторией согласно теории наследственности и теории наследственности с запаздывающей пластичностью.

– исследование гистерезиса при периодическом нагружении со сложной предысторией.

**Обоснованность и достоверность работы.** В настоящей работе при исследовании поставленных задач использовались известные теории ползучести, а так же известные экспериментальные методы исследования механических свойств глинистых грунтов. Отсюда следует достоверность и обоснованность полученных результатов.

**Апробация полученных результатов.** Основные результаты, приведенные в работе, обсуждались на семинарах экспериментальной лаборатории Института механики и „Волновые процессы”, а так же на международных конференциях „Прикладные и математические аспекты естествознания” (Армения, Ереван 1999), „Механика композитов и оптимальное проектирование” (Армения, Агавнадзор 2006), „Актуальные проблемы механики сплошной среды” (Армения, Цахкадзор 2007), и „Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред” (Армения, Горис 2008) и в целом диссертация обсуждалась на семинаре лаборатории экспериментальных исследований Института механики и на общем семинаре института.

**Публикации.** Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 10 научных статьях, список которых приведен в конце автореферата.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения. Она содержит 124 страниц текста, включающие 40 рисунок, 8 таблиц и список литературы из 137 наименований.

## II. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан краткий анализ состояния проблемы, обсуждается актуальность темы исследования, формулируются цели и задачи диссертационной работы, а также отмечается научная новизна и практическая ценность работы.

**Первая глава** состоит из трех параграфов:

**В первом параграфе** приведена работа Брызгалина Г.И., где предложен довольно сложный вариант теории ползучести, согласно которому общая деформация ползучести представляется в виде двух членов, один из которых соответствует линейной теории наследственности с степенным ядром, а второй – теории упрочнения в вырожденном виде. Согласно этому варианту, первый член соответствует деформациям ползучести, полностью обратимым, а второй член – необратимым.

$$\varepsilon(t) = e(t) + p(t) \quad (1)$$

где  $e(t)$  – обратимая составляющая подчиняется теории наследственности и представляется в виде

$$e(t) = \int_0^t k(t-\tau) f[\sigma(\tau)] d\tau \quad (2)$$

$p(t)$  – необратимая составляющая подчиняется теории упрочнения и представляется в виде

$$\dot{P} = \bar{\Phi}(\sigma, P) \quad (3)$$

согласно теории упрочнения (3) при степенной зависимости аппроксимации ползучести от времени при  $\sigma = 0$ ,  $\dot{P} = 0$ , в процессе частичной разгрузки деформация  $P$  не меняется. Это означает, что по теории упрочнения деформация ползучести необратима.

Обозначается

$$\int_0^t K(t-\tau) d\tau \equiv \varphi(t) \quad \text{или} \quad K(t) = \dot{\varphi}(t) \quad (4)$$

и имеет место

$$P(\sigma, t) = \varepsilon(\sigma, t) - f(\sigma)\varphi(t) \quad (5)$$

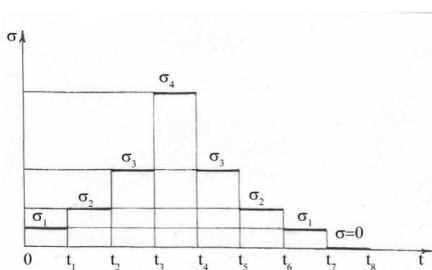
**Во втором параграфе** первой главы для описания деформаций ползучести при многократных ступенчатых возрастаниях и убываниях напряжения вплоть до полной разгрузки используется вариант теории наследственности с „запаздывающей пластичностью” на примере экспериментальных данных глинистых грунтов

$$\varepsilon_c(t) = \int_0^t \beta_0 [\sigma(\tau)] \gamma e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau + \int_0^{\theta(t)} \beta_1 [\sigma(\tau(\xi))] \gamma e^{-\gamma(\theta(t)-\xi)} d\xi \quad (6)$$

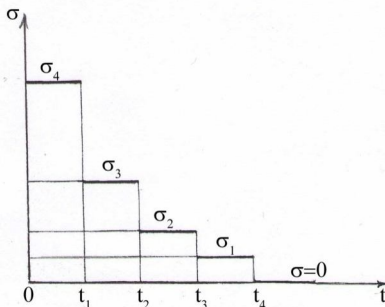
где  $\theta(t)$  – сумма промежутков времени до момента  $t$ , в течение которых действующее напряжение не менее максимально достигнутого за время нахождения образца под

нагрузкой,  $\tau(\theta)$  – функция обратная  $\theta(t)$ . Деформации соответствующие  $\beta_1$ , в отличие от  $\beta_0$ , являются необратимыми.

Согласно (6) получены расчетные формулы определения деформации ползучести по программам 1 и 2 (рис.1, рис.2) для каждого промежутка времени



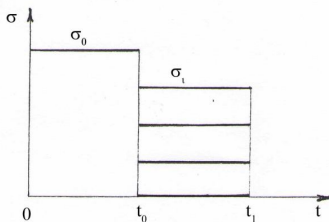
(программа 1)  
Рис.1



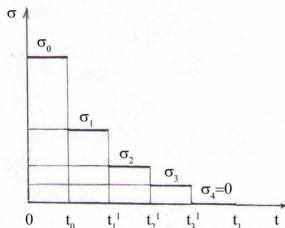
(программа 2)  
Рис.2

В качестве приложения полученных формул расчета деформации ползучести рассмотрены экспериментальные данные по ползучести глинистых грунтов согласно программам 1 и 2.

**В третьем параграфе** первой главы рассматривается возможность описания ползучести при убывании напряжения по разным программам нагружения, согласно теории наследственности с „запаздывающей пластичностью” (6), на случаи, когда деформации ползучести при постоянном напряжении описываются экспоненциальным законом. Изменение напряжения учитывается путем аппроксимации экспериментальных кривых  $\varepsilon - \sigma$ . Рассмотрены убывающие напряжения согласно программам 3 и 4



(программа 3)  
Рис.3



(программа 4)  
Рис.4

При использовании соотношения (6) в применении к программе 3 имеет место

$$\begin{aligned}\varepsilon_c(t) &= [\beta_0(\sigma_0) + \beta_1(\sigma_0)](1 - e^{-\gamma t}) \quad \text{для } t < t_0 \\ \varepsilon_c(t) &= \beta_0(\sigma_i) + \beta_1(\sigma_0)(1 - e^{-\gamma t_0}) + \\ &+ [\beta_0(\sigma_0) + \beta_1(\sigma_i)]e^{-\gamma(t-t_0)} \quad \text{для } t > t_0\end{aligned}\quad (7)$$

В случае, когда  $e^{-\gamma t_0} \ll 1$  и  $e^{-\gamma(t-t_0)} \ll 1$ , для значений деформаций ползучести в конце каждой ступени можно записать следующие приближенные формулы

$$\begin{aligned}\varepsilon_c(t_0, \sigma_0) &= \beta_0(\sigma_0) + \beta_1(\sigma_0) \\ c_c(t_1, \sigma_i) &= \beta_0(\sigma_i) + \beta_1(\sigma_0)\end{aligned}\quad (8)$$

Учитывая соотношение (8), формулы (7) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_c(t, \sigma_0) &= \varepsilon_c(t_0, \sigma_0)(1 - e^{-\gamma t}) \quad t < t_0 \\ \varepsilon_c(t, \sigma_i) &= \varepsilon_c(t_1, \sigma_i) + [\varepsilon_c(t_0, \sigma_0) - \varepsilon_c(t_1, \sigma_i)]e^{-\gamma(t-t_0)} \quad t > t_0\end{aligned}\quad (9)$$

В качестве примера испытаны два вида глинистого грунта (глина, супесь) по программам 3 и 4.

Экспериментальные кривые  $\varepsilon(\sigma)$  для  $\sigma_0 = 0,2$  МПа при ступенчатом убывании нагрузки после практического достижения асимптот аппроксимированы зависимостью

$$\varepsilon(\sigma, t = t_1) = a\sigma^m + b \quad \sigma < \sigma_0 \quad (10)$$

Для значения  $\sigma_0 = 1,0$  МПа аппроксимация кривых  $\varepsilon(\sigma)$  осуществлялась формулой

$$\varepsilon_c(\sigma, t = t_1) = c_0(1 - e^{-\gamma_1\sigma}) + d \quad \sigma < \sigma_0 \quad (11)$$

где  $a, m, b, c_0, \gamma_1$  и  $d$  – параметры определяемые из опыта.

Подставляя (10) и (11) в (9) получается, соответственно

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0)(1 - e^{-\alpha t}) \quad 0 < t < t_0 \quad (12)$$

для  $\sigma_0 = 0,2$  МПа  $t > t_0$

$$\varepsilon_c(t) = (a\sigma^m + b) + [\varepsilon_c(t_0, \sigma_0) - (a\sigma^m + b)]e^{-\alpha(t-t_0)} \quad (13)$$

для  $\sigma_0 = 1,0$  МПа  $t > t_0$

$$\varepsilon_c(t) = [c_0(1 - e^{-\gamma_1\sigma}) + d] + \{ \varepsilon_c(t_0, \sigma_0) - [c_0(1 - e^{-\gamma_1\sigma}) + d] \} e^{-\alpha(t-t_0)} \quad (14)$$

**Вторая глава** состоит из трех параграфов:

**В первом параграфе** второй главы приведены результаты изучения ползучести глинистых грунтов в условиях многократных ступенчатых изменений компрессионного напряжения и возможности ее описания при использовании теорий ползучести.

Получены формулы расчета деформаций ползучести при циклическом нагружении, согласно линейной теории старения и линейной теории наследственности в

применении к аппроксимации ползучести Мак–Ветти–Гарофало и дано сравнение с экспериментальными данными, полученными на глинистых грунтах при многократных ступенчатых приложениях компрессионного напряжения, чередующегося с полной разгрузкой.

Опыты показали, что деформации  $\varepsilon_c$  компрессионной ползучести при постоянных напряжениях могут быть аппроксимированы формулой:

$$\varepsilon_c = C_0 (1 - e^{-\alpha t}) \quad (15)$$

где  $C_0$  и  $\alpha$  – постоянные, определяемые из опыта.

Напряжение приближенно представлено формулой

$$\sigma(t) = \sigma_0 [\lambda + \sin(\omega t + \varphi_0)] \quad (16)$$

где  $\sigma_0$  – амплитуда напряжения,  $\lambda$  – постоянная, определяющая степень асимметрии цикла,  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Экспериментальные исследование циклической ползучести были проведены при следующих амплитудных значениях  $\sigma_0$  напряжения: 0,05МПа, 0,1МПа, 0,15МПа, и 0,2МПа. На рис.5 приведены результаты испытаний только для  $\sigma_0 = 0,01$  МПа, где кружками показаны экспериментальные значения деформаций.

В приведенных экспериментах  $\lambda = 1$ ,  $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$ .

При использовании теории старения в применении к (15) и (16) получено

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 [\lambda + \sin(\omega t + \varphi_0)] \left[ \frac{1}{E} + C(1 - e^{-\alpha t}) \right] \quad (17)$$

где  $E$  – модуль упругости,  $C$  равно отношению экспериментально определяемого значения  $C_0$  к значению постоянного напряжения при котором было определено  $C_0$ .

При использовании теории наследственности в применении к (15) и (16) получается

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left\{ \frac{1}{E} [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda] + \frac{C \cdot \alpha}{\alpha^2 + \omega^2} [\alpha \sin(\omega t + \varphi_0) - \omega \cos(\omega t + \varphi_0) + \omega \cos \varphi_0 e^{-\alpha t} - \alpha \sin \varphi_0 e^{-\alpha t}] + \lambda \cdot C(1 - e^{-\alpha t}) \right\} \quad (18)$$

На рис.5 жирными линиями представлены теоретические кривые, построенные согласно теории наследственности (18), а графики, построенные согласно теории старения (17) – потоньше. Точками же, как уже сказано, показаны экспериментальные значения деформаций.



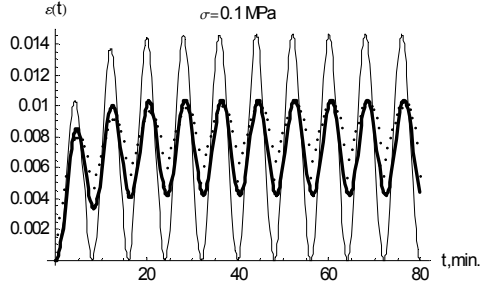


Рис.5

**Во втором параграфе** второй главы исследован вопрос влияния начальной постоянной составляющей напряжения (степень асимметрии цикла) на величину амплитуды деформации при одинаковой амплитуде напряжения  $\sigma_0$ . Исследованы две программы изменения напряжения

$$\sigma(t) = \sigma_0 (\lambda - \cos \omega t) \quad (19)$$

и

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 (\lambda - 1) & 0 < t < t_0 \\ \sigma_0 (\lambda - \cos \omega(t - t_0)) & t > t_0 \end{cases} \quad (20)$$

где  $\omega = 2\pi/T$ ,  $T$  – период изменения напряжения,  $\lambda$  – параметр, определяющий степень асимметрии.

Пусть аппроксимация ползучести материала при постоянных напряжениях определяется формулой

$$\varepsilon_c(t) = \sigma \left[ C(1 - e^{-\alpha t}) + \nu t \right] \quad (21)$$

Известно, что, согласно теории старения, при переменном напряжении  $\sigma(t)$  деформации ползучести  $\varepsilon_c(t)$  записываются аналогично аппроксимации ползучести с заменой значения  $\sigma$  его функцией от времени  $\sigma(t)$ . Учитывая (19), получается

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 (\lambda - \cos \omega t) \left[ \frac{1}{E} + \left[ C(1 - e^{-\alpha t}) + \nu t \right] \right] \quad (22)$$

Согласно линейной теории наследственности, имеет место

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_0^t \sigma(\tau) K(t - \tau) d\tau \quad (23)$$

в котором в применении к (21) получается

$$K(t) = C \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} + \nu \quad (24)$$

параметры  $C \cdot \alpha$  и  $\nu$  являются не зависящими от напряжения.

Согласно линейной теории наследственности по программе (19), будем иметь

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = \sigma_0 \left\{ \frac{\lambda - \cos \omega t}{E} + \nu \left( \lambda t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) + \right. \\ \left. + C \left[ \lambda (1 - e^{-\alpha t}) + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} (\alpha e^{-\alpha t} - \alpha \cos \omega t - \omega \sin \omega t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

Согласно теории старения соответственно (20) будем иметь

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = \sigma_0 (\lambda - 1) \left[ \frac{1}{E} + C (1 - e^{-\alpha t}) + \nu t \right] \quad 0 < t < t_0 \\ \varepsilon(t) = \frac{\sigma_0 [1 - \cos \omega (t - t_0)]}{E} + \\ + \sigma_0 [\lambda - \cos \omega (t - t_0)] [C (1 - e^{-\alpha t}) + \nu t] \quad t > t_0 \end{aligned} \quad (26)$$

Согласно теории наследственности в применении к (19) получается

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = \sigma_0 (\lambda - 1) \left[ \frac{1}{E} + C (1 - e^{-\alpha t}) + \nu t \right] \quad 0 < t < t_0 \\ \varepsilon(t) = \sigma_0 \left\{ \frac{\lambda - \cos \omega (t - t_0)}{E} + \frac{C \cdot \alpha}{\alpha^2 + \omega^2} [-\alpha \cos \omega (t - t_0) - \omega \sin \omega (t - t_0) + \alpha e^{-\alpha (t - t_0)}] - \right. \\ \left. - C (\lambda - 1) e^{-\alpha t} - C e^{-\alpha (t - t_0)} + \lambda \cdot C + \nu (\lambda t - t_0) - \frac{\nu \sin \omega (t - t_0)}{\omega} \right\} \quad t > t_0 \end{aligned} \quad (27)$$

Анализ соотношений (22) и (26) показывает, что согласно теории старения для обеих программ изменения напряжения (19) и (20) амплитуда колебаний деформаций определяется величиной

$$\sigma_0 \left[ \frac{1}{E} + C (1 - e^{-\alpha t}) + \nu t \right] \quad (28)$$

которая зависит от времени, хотя не зависит от  $\lambda$  и от  $t_0$ .

Для определения амплитуды колебаний, согласно теории наследственности, формулу (27) при  $t > t_0$  представим в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = \sigma_0 & \left\{ \frac{\lambda}{E} + \frac{C \cdot \alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} e^{-\alpha(t-t_0)} - C(\lambda - 1)e^{-\alpha t} - \right. \\ & \left. - C e^{-\alpha(t-t_0)} + C\lambda + \nu(\lambda t - t_0) + \right. \\ & \left. + \sqrt{\left( \frac{1}{E} + \frac{C \cdot \alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} \right)^2 + \left( \frac{\nu}{\omega} + \frac{C \cdot \alpha \cdot \omega}{\alpha^2 + \omega^2} \right)^2} \sin[\omega(t-t_0) + \varphi] \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\varphi = \frac{\frac{1}{E} + \frac{C \cdot \alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2}}{\sqrt{\left( \frac{1}{E} + \frac{C \cdot \alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} \right)^2 + \left( \frac{\nu}{\omega} + \frac{C \cdot \alpha \cdot \omega}{\alpha^2 + \omega^2} \right)^2}}$$

Из (29) легко видеть, что амплитуда деформаций определяется величиной

$$\sqrt{\left( \frac{1}{E} + \frac{C \cdot \alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} \right)^2 + \left( \frac{\nu}{\omega} + \frac{C \cdot \alpha \cdot \omega}{\alpha^2 + \omega^2} \right)^2} \quad (30)$$

которая не зависит ни от времени, ни от значений  $\lambda$  и  $t_0$ .

Аналогичный анализ, приведенный для (25) показывает, что амплитуда изменения деформации для программы изменения напряжения, согласно (19), оказывается равной (30).

Экспериментальные исследования изучения зависимости амплитуды деформации от начальной постоянной составляющей напряжения (степени асимметрии цикла  $\lambda$ ) для глинистых грунтов показывают, что с увеличением степени асимметрии  $\lambda$  амплитуды деформации уменьшаются, что не соответствует вышеуказанным теоретическим результатам.

Соответствие с экспериментальными данными получено при использовании теории наследственности с нелинейной зависимостью упругой части деформации от напряжений и варианта, когда при нелинейной зависимости упругих составляющих деформаций имеет место и нелинейная зависимость неупругой части деформации от напряжений.

Пусть связь между упругими деформациями  $\varepsilon$  и напряжением  $\sigma$  представляется в виде

$$\varepsilon = B\sigma^n \quad (31)$$

где  $B$  и  $n$  – параметры, определяемые из опыта.

Учитывая соотношение (31), формулы (22), (25), (26) и (27) получают вид, соответственно

$$\varepsilon(t) = B \left[ \sigma_0 (\lambda - \cos \omega t) \right]^n + \sigma_0 (\lambda - \cos \omega t) \left[ C(1 - e^{-\alpha t}) + \nu t \right], \quad (32)$$

$$\varepsilon(t) = B[\sigma_0(\lambda - \cos \omega t)]^n + \sigma_0 \nu \left[ \lambda t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right] + \sigma_0 C \left[ \lambda(1 - e^{-\alpha t}) + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} (\alpha e^{-\alpha t} - \alpha \cos \omega t - \omega \sin \omega t) \right] \quad (33)$$

$$\varepsilon(t) = B[\sigma_0(\lambda - 1)]^n + \sigma_0(\lambda - 1) [C(1 - e^{-\alpha t}) + \nu t] \quad 0 < t < t_0$$

$$\varepsilon(t) = B[\sigma_0(\lambda - \cos \omega(t - t_0))]^n + \sigma_0 [\lambda - \cos \omega(t - t_0)] [C(1 - e^{-\alpha(t - t_0)}) + \nu(t - t_0)] \quad t > t_0 \quad (34)$$

$$\varepsilon(t) = B[\sigma_0(\lambda - 1)]^n + \sigma_0(\lambda - 1) [C(1 - e^{-\alpha t}) + \nu t] \quad 0 < t < t_0$$

$$\varepsilon(t) = B[\sigma_0(\lambda - \cos \omega(t - t_0))]^n + \frac{\sigma_0 C \cdot \alpha}{\alpha^2 + \omega^2} [-\alpha \cos \omega(t - t_0) - \omega \sin \omega(t - t_0) + \alpha e^{-\alpha(t - t_0)}] - \sigma_0 C(\lambda - 1)e^{-\alpha t} - \quad (35)$$

$$-\sigma_0 C e^{-\alpha(t - t_0)} + \sigma_0 C \lambda + \sigma_0 \nu (\lambda t - t_0) + \frac{\sigma_0 \lambda}{\omega} \sin \omega(t - t_0) \quad t > t_0$$

По нелинейной теории наследственности имеем

$$\varepsilon(t) = [\sigma(t)]^n + \int_0^t [\sigma(\tau)]^m K(t - \tau) d\tau \quad (36)$$

Учитывая соотношения (31), (19), и (24), получаем

$$\varepsilon(t) = B[\sigma_0(\lambda - \cos \omega t)]^n + \int_0^t B_1 \alpha [\sigma_0(\lambda - \cos \omega \tau)]^m (e^{-\alpha(t - \tau)} + \nu) d\tau \quad (37)$$

На рис.6. приведены кривые зависимости амплитуды деформации от степени асимметрии  $\lambda$ , построенные согласно формулам (33) (график 1) и (37) (график 2) для глины. Точками представлены результаты экспериментального исследования.

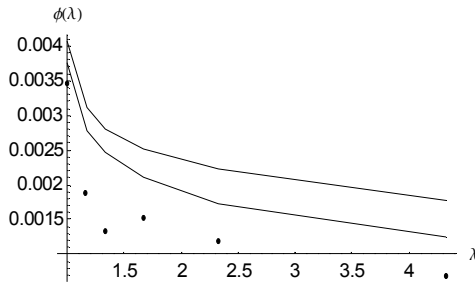


Рис.6

**В третьем параграфе** второй главы исследуется деформационное поведение материала при асимметрическом периодическом нагружении после предварительного относительно высокого нагружения с последующей выдержкой при напряжении, равном минимальному значению циклически задаваемого напряжения. Программа такого нагружения математически может быть выражена следующим образом:

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0, & 0 < t < t_0 \\ \sigma_1(\lambda - 1) & t_0 < t < t_1 \\ \sigma_1[\lambda - \cos \omega(t - t_0)] & t > t_1 \end{cases} \quad (38)$$

где  $\sigma_0$  – предварительное напряжение,  $\sigma_1$  – амплитуда изменения напряжения при циклическом нагружении,  $\omega$  – циклическая частота,  $\lambda$  – некоторый параметр, определяющий степень асимметрии цикла, причем  $\sigma_1(\lambda - 1) < \sigma_0$ .

Для описания деформаций ползучести рассмотрены нелинейные варианты теории наследственности и запаздывающей пластичности.

Дано сравнение с экспериментальными данными, полученными при исследовании ползучести глинистого грунта.

По нелинейной теории наследственности имеем

$$\varepsilon(t) = B\sigma^m(t) + \beta\gamma \int_0^t \sigma^n(\tau) \sigma^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \quad (39)$$

а по теории запаздывающей пластичности –

$$\varepsilon(t) = B\sigma^m(t) + \beta_0\gamma \int_0^t \sigma^n(\tau) e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau + \beta_1\gamma \int_0^{\theta} \sigma^n(\tau + \theta_2) e^{-\gamma(\theta_1-\tau)} d\tau \quad (40)$$

где  $\beta_0 + \beta_1 = \beta$ ,  $\theta_1$  – сумма промежутков времени, в течение которых действующее напряжение  $\sigma(t)$  не меньше максимально достигнутого за предшествующее время нахождения образца под нагрузкой;  $\theta_2 = t - \theta_1$ ;  $\beta_0\sigma^n$  – обратимая деформация ползучести образца, нагруженного соответственно напряжению  $\sigma$ ,  $\beta_1\sigma^n$  – необратимая деформация ползучести.

Для постоянного напряжения  $\sigma_0$  при  $t < t_0$  соотношения (39) и (40) вырождаются в формулу

$$\varepsilon(t) = B\sigma_0^m + \beta\sigma_0^n(1 - e^{-\gamma t}) \quad (41)$$

Для промежутка времени  $t_0 < t < t_1$  соответственно соотношению (39) имеем

$$\varepsilon(t) = B\sigma_1^m(\lambda - 1)^m + \beta\sigma_0^n(e^{-\gamma(t-t_0)} - e^{-\gamma t}) + \beta\sigma_1^n(\lambda - 1)^n(1 - e^{-\gamma(t-t_0)}), \quad (42)$$

а соответственно соотношению (40) –

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & B\sigma_1^m (\lambda - 1)^m + \beta_0\sigma_0^n \left( e^{-\gamma(t-t_0)} - e^{-\gamma t} \right) + \\ & + \beta_0\sigma_1^n (\lambda - 1)^n \left( 1 - e^{-\gamma(t-t_0)} \right) + \beta_1\sigma_0^n \left( 1 - e^{-\gamma t_0} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

Для промежутка времени  $t > t_1$  соответственно соотношению (39) имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & B\sigma_1^m (\lambda - \cos \omega(t-t_1))^m + \beta_0\sigma_0^n \left( e^{-\gamma(t-t_0)} - e^{-\gamma t} \right) + \\ & + \beta_0\sigma_1^n (\lambda - 1)^n \left( e^{-\gamma(t-t_1)} - e^{-\gamma(t-t_0)} \right) + \beta_1\sigma_1^n \int_{t_1}^t (\lambda - \cos \omega(\tau - t_1))^n \cdot \gamma \cdot e^{\gamma(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (44)$$

согласно же соотношению (40) для  $t > t_1$

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & B\sigma_1^m (\lambda - \cos \omega(t-t_1))^m + \beta_0\sigma_0^n \left( e^{-\gamma(t-t_0)} - e^{-\gamma t} \right) + \\ & + \beta_0\sigma_1^n (\lambda - 1)^n \left( e^{-\gamma(t-t_1)} - e^{-\gamma(t-t_0)} \right) + \\ & + \beta_0\sigma_1^n \int_{t_1}^t (\lambda - \cos \omega(\tau - t_1))^n \cdot \gamma \cdot e^{\gamma(t-\tau)} d\tau + \beta_1\sigma_0^n \left( 1 - e^{-\gamma t_0} \right) \end{aligned} \quad (45)$$

В качестве примера осуществлено экспериментальное исследование ползучести глинистого грунта, согласно программе (38), и даны сравнения с теоретическими данными, построенными, согласно теории наследственности и теории наследственности с запаздывающей пластичностью (соотношения (41), (42), (43) и (44)).

**Третья глава** состоит из четырех параграфов.

**В первом параграфе** третьей главы приведен обзор и анализ экспериментальных и теоретических исследований по изучению внутреннего поглощения.

**Во втором параграфе** третьей главы рассматривается возможность оценки гистерезисных потерь при циклических воздействиях на основе данных о ползучести материала при использовании теории старения и теории наследственности.

Для описания деформаций при переменных напряжениях  $\sigma(t)$ , согласно теории старения и теории наследственности, использованы следующие формулы, соответственно.

$$\varepsilon(t) = \left[ \frac{1}{E} + C(1 - e^{-\alpha t}) + vt \right] \sigma(t) \quad (46)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_0^t \sigma(\tau) \left[ C \cdot \alpha e^{-\alpha(t-\tau)} + v \right] d\tau \quad (47)$$

Рассмотрены действия циклического нагружения

$$\sigma(t) = \sigma_0 \left[ \sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda \right] \quad (48)$$

где  $\omega$  –циклическая частота,  $\varphi_0$  –начальная фаза,  $\lambda$  –некоторая постоянная.

Для определения площади петли гистерезиса  $\Delta w(t)$  использована формула

$$\Delta w(t) = \int_{t_n}^{t_n+T} \sigma(t) \frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t} dt \quad (49)$$

а для полной энергии за один цикл нагружения  $w(t)$  – формула

$$w(t) = \int_{t_n}^{t_n+T/2} \sigma(t) \frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t} dt \quad (50)$$

где  $T = 2\pi/\omega$  – период цикла  $t_n = n \cdot T$  ( $n$  – номер цикла).

Коэффициент поглощения  $\psi(n)$  определяется формулой

$$\psi(n) = \frac{\Delta w(n)}{w(n)} \quad (51)$$

Для коэффициента поглощения  $\psi(n)$ , согласно теории старения, получено

$$\begin{aligned} \psi(n) = & \left\{ \frac{C(1-e^{-\alpha T})}{e^{\alpha n T}} \left\{ \frac{1}{\alpha^2 + 4\omega^2} \left[ \frac{\alpha\omega}{2} \sin 2\varphi_0 - \left( \frac{\alpha^2}{2} + \omega^2 \right) \cos 2\varphi_0 \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\lambda}{\alpha^2 + \omega^2} \left[ \alpha\omega \cos \varphi_0 + 2(\alpha^2 + \omega^2) \sin \varphi_0 \right] + \frac{1}{2} + \lambda^2 \right\} + \right. \\ & \left. + \frac{v\pi}{\omega} \left( 1 + 2\lambda^2 + 2\lambda \sin \varphi_0 - \frac{1}{2} \cos 2\varphi_0 \right) \right\} / \left\{ \frac{C(1-e^{-\alpha T/2})}{e^{\alpha n T} (\alpha^2 + 4\omega^2)} \times \right. \\ & \left. \times \left[ - \left( \frac{\alpha^2}{2} + \omega^2 \right) \cos 2\varphi_0 + \frac{\alpha\omega}{2} \sin 2\varphi_0 \right] + \frac{(1+e^{-\alpha T/2}) \cdot \lambda \cdot C}{e^{\alpha n T} (\alpha^2 + \omega^2)} \times \right. \\ & \left. \times \left[ (2\alpha^2 + \omega^2) \sin \varphi_0 + \alpha\omega \cos \varphi_0 \right] + \frac{(1-e^{-\alpha T/2}) \cdot C}{e^{\alpha n T}} \left( \frac{1}{2} + \lambda^2 \right) - 2\lambda \sin \varphi_0 \left( \frac{1}{E} + C \right) + \right. \\ & \left. \left. + v \left[ \frac{2\lambda}{\omega} \cos \varphi_0 - \lambda \left( 2\pi T + \frac{\pi}{\omega} \right) \sin \varphi_0 - \frac{\pi}{4\omega} \cos 2\varphi_0 + \frac{\pi}{\omega} \left( \frac{1}{2} + \lambda^2 \right) \right] \right\} \quad (52) \end{aligned}$$

а согласно теории наследственности

$$\begin{aligned}
\psi(n) = & \left\{ \frac{C(1-e^{-\alpha T})}{e^{\alpha n T}} \left[ \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \omega^2)^2} (\alpha^2 \sin^2 \varphi_0 - \omega^2 \cos^2 \varphi_0) + \frac{2\lambda\alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} \sin \varphi_0 + \lambda^2 \right] + \right. \\
& \left. + \frac{C\pi\omega\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{\pi\nu(1+2\lambda^2)}{\omega} \right\} / \left\{ \frac{C(1+e^{-\alpha T/2})}{e^{\alpha n T}(\alpha^2 + \omega^2)} \left[ \lambda\alpha + \frac{\alpha^2(\alpha \sin \varphi_0 - \omega \cos \varphi_0)}{\alpha^2 + \omega^2} \right] \times \right. \\
& \times (\alpha \sin \varphi_0 + \omega \cos \varphi_0) + \frac{2C\lambda\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} (\omega \cos \varphi_0 - \alpha \sin \varphi_0) + \frac{2C\omega\alpha\pi}{2(\alpha^2 + \omega^2)} + \\
& \left. + \frac{C\lambda(1-e^{-\alpha T/2})}{e^{\alpha n T}} \left[ \lambda + \sin \varphi_0 - \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} (\alpha \cos \varphi_0 + \omega \sin \varphi_0) \right] + \right. \\
& \left. + \frac{\nu}{\omega} \left( \frac{\pi}{2} + \lambda^2 \pi + 4\lambda \cos \varphi_0 \right) - \frac{2\lambda}{E} \sin \varphi_0 \right\} \quad (53)
\end{aligned}$$

Для описания деформации при переменных напряжениях  $\sigma(t)$ , согласно нелинейной теории старения и нелинейной теории наследственности, имеем, соответственно

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + [C(1-e^{-\alpha t}) + \nu t] \sigma^m(t) \quad (54)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_0^t \sigma^m(\tau) [C \cdot \alpha e^{-\alpha(t-\tau)} + \nu] d\tau \quad (55)$$

Для коэффициента поглощения  $\psi(n)$  по нелинейной теории старения получено

$$\begin{aligned}
\psi(n) = & \sigma_0^{m+1} \int_{T \cdot n}^{T(n+1)} \left\{ (C \cdot \alpha e^{-\alpha t} + \nu) [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda]^{m+1} + \right. \\
& \left. + \omega m [C(1-e^{-\alpha t}) + \nu t] [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda]^m \cos(\omega t + \varphi_0) \right\} dt / \sigma_0^{m+1} \times \\
& \times \int_{T \cdot n}^{T(n+1/2)} \left\{ (C \cdot \alpha e^{-\alpha t} + \nu) [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda]^{m+1} + m\omega [C(1-e^{-\alpha t}) + \nu t] \times \right. \\
& \left. \times [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda]^m \cos(\omega t + \varphi_0) \right\} dt - \frac{2\lambda\sigma_0^2}{E} \sin \varphi_0 \quad (56)
\end{aligned}$$

а согласно нелинейной теории наследственности –



$$\begin{aligned}
\psi(n) = & \sigma_0^{m+1} \int_{T \cdot n}^{T(n+1)} (C \cdot \alpha + \nu) [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda]^{m+1} dt - C \cdot \alpha^2 \sigma_0^{m+1} \times \\
& + \int_{T \cdot n}^{T(n+1)} \left\{ [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda] \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} [\sin(\omega \tau + \varphi_0) + \lambda]^m d\tau \right\} dt / \sigma_0^{m+1} \times \\
& \times \int_{T \cdot n}^{T(n+1/2)} \left\{ (C \cdot \alpha + \nu) [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda]^{m+1} dt - C \cdot \alpha^2 \sigma_0^{m+1} \int_{T \cdot n}^{T(n+1/2)} \left\{ [\sin(\omega t + \varphi_0) + \lambda] \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} [\sin(\omega \tau + \varphi_0) + \lambda]^m d\tau \right\} dt - \frac{2\lambda\sigma_0^2}{E} \sin \varphi_0 \right. \quad (57)
\end{aligned}$$

Экспериментальные данные коэффициента поглощения  $\psi$  при  $\sigma_0 = 0.15$  МПа, в сравнении с расчетными данными, полученными, согласно линейной теории старения и линейной теории наследственности при использовании соотношений (52) и (53), а также согласно нелинейной теории старения и нелинейной теории наследственности при использовании соотношений (56) и (57), соответственно, приведены в таблице

**Значения коэффициентов поглощения  $\psi(n)$**

**Таблица**

| вид грунта | номер цикла | Экспериментальные данные | Линейная теория старения | линейная теория наследственности | Нелинейная теория старения | Нелинейная теория наследственности |
|------------|-------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------------|----------------------------|------------------------------------|
| Глина      | $n = 2$     | 0.523                    | 0.0171                   | 0.441                            | 0.0388                     | 0.520                              |
|            | $n = 10$    | 0.396                    | $3.9 \times 10^{-6}$     | 0.398                            | $2.6 \times 10^{-6}$       | 0.483                              |
| Сугл инок  | $n = 2$     | 0.436                    | 0.128                    | 0.386                            | 0.0225                     | 0.433                              |
|            | $n = 10$    | 0.326                    | $0.9 \times 10^{-6}$     | 0.315                            | $0.43 \times 10^{-6}$      | 0.419                              |
| Супесь     | $n = 2$     | 0.341                    | 0.0045                   | 0.264                            | 0.00697                    | 0.402                              |
|            | $n = 10$    | 0.255                    | $4.98 \times 10^{-6}$    | 0.255                            | $0.29 \times 10^{-6}$      | 0.399                              |

**В третьем параграфе** третьей главы осуществлялись экспериментальные исследования влияния степени асимметрии цикла на форму и площадь петли гистерезиса грунтов. Исследованы два вида глинистых грунтов (глина, супесь), для различных значений  $\sigma_0$ . Для получения петель гистерезиса в компрессионных приборах испытаны образцы диаметром  $d = 70$  мм и высотой  $h = 20$  мм.

Чтобы при разных значениях начального напряжения  $\sigma_0$  образцы имели бы практически одинаковые параметры физических свойств (влажность  $w$ , плотность  $\rho$ , коэффициент пористости  $e$ ), паста глинистого грунта, имеющая влажность выше предела текучести, в компрессионном приборе консолидировалась под давлением  $\sigma = 1.0$  МПа.

После консолидации (затухания деформаций) образцы попарно разгружались до следующих напряжений  $\sigma_0 = 0.5; 0.2; 0.1; 0.05; 0.025; 0.0$  МПа (по ветви декомпрессий компрессионной кривой). Значения  $\sigma_0$  соответствуют значениям степени асимметрии  $\lambda = 4.333; 2.333; 1.666; 1.333; 1.166; 1.0$ , соответственно. Изменение коэффициента пористости образцов составляет около 6%, поэтому можно считать, что были испытаны образцы с одинаковыми физическими свойствами. После затухания деформаций под давлением начального напряжения  $\sigma_0$  образцы подвергались циклической нагрузке и разгрузке ступенями по 0,05МПа с выдержкой по 15сек. на каждой ступени. Амплитуды изменения напряжения были  $\sigma_a = 0.15$  МПа. Зависимость между напряжением  $\sigma$  и деформацией  $\varepsilon$  для замкнутой петли гистерезиса при  $\sigma_0 = 0$  или  $\lambda = 1$  представлена формулой

$$\sigma = E\varepsilon + v\varepsilon^n \quad (58)$$

В формуле (58) параметр  $n$  для глинистых грунтов больше единицы ( $n > 1$ ) на обеих ветвях петли. С дальнейшим увеличением степени асимметрии  $\lambda$ , параметр  $n$  восходящей ветви, уменьшаясь, становится меньше единицы. Существенное изменение формы и площади петли гистерезиса с изменением степени асимметрии цикла явно видно на рис.7, где на одном графике представлены петли гистерезиса при  $\lambda = 1$  и  $\lambda = 4.333$  для глины.

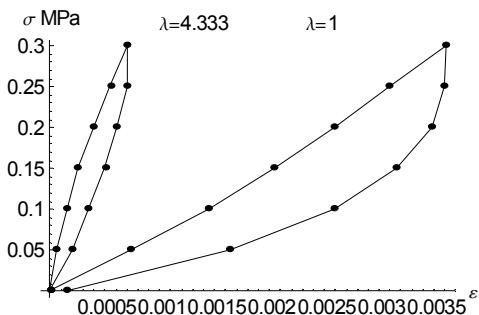


Рис. 7

**В четвертом параграфе** третьей главы рассмотрено описание диссипативного поведения материала при асимметрическом периодическом нагружении после предварительного относительно высокого нагружения с последующей выдержкой при

напряжении, равном минимальному значению циклически задаемого напряжения, согласно нелинейной теории наследственности и нелинейной теории наследственности с запаздывающей пластичностью.

Такая программа изменения напряжения математически представлена формулой (38).

Деформация ползучести материала по нелинейной теории наследственности представлена в виде (39), а по теории запаздывающей пластичности – в форме (40).

Для промежутка времени  $t > t_1$ , соответственно соотношению (39), получено выражение (44), согласно же соотношению (40) – (45).

Для коэффициента поглощения  $\psi(n)$ , согласно теории наследственности получено

$$\begin{aligned}
 \psi(n) = & \left\{ \beta \cdot \gamma \cdot \sigma_1^k \int_{t_1+Tn}^{t_1+T(n+1)} [\lambda - \cos \omega(t-t_1)]^{k+1} dt - \int_{t_1+Tn}^{t_1+T(n+1)} \sigma_0 [\lambda - \cos \omega(t-t_1)] \times \right. \\
 & \times \left. \left\{ \beta \sigma_0^k \gamma^2 \cdot \int_{t_1}^t [\lambda - \cos \omega(t-t_1)]^k e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \right\} dt + \beta \sigma_1 e^{-\gamma(t_1+Tn)} (1 - e^{-\gamma T}) [\sigma_0^k (1 - e^{\gamma t_0}) + \right. \\
 & + \left. \sigma_1^k (\lambda - 1)^k (e^{\gamma t_0} - e^{\gamma t_1}) \right] \left[ \lambda + \frac{\lambda^2}{\gamma^2 + \omega^2} \right] \left. \right\} / \left\{ B \sigma_1^{m+1} \cdot m \frac{(\lambda + 1)^{m+1} - (\lambda - 1)^{m+1}}{m + 1} + \right. \\
 & + \int_{t_1+Tn}^{t_1+T(n+1/2)} \beta \gamma \sigma_1^{k+1} [\lambda - \cos \omega(t-t_0)]^{k+1} dt - \int_{t_1+Tn}^{t_1+T(n+1/2)} \sigma_1 [\lambda - \cos \omega(t-t_1)] \times \\
 & \times \left. \left\{ \beta \sigma_1^k \gamma^2 \int_{t_1}^t [\lambda - \cos \omega(\tau-t_1)]^k e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \right\} dt + \beta \sigma_1 e^{-\gamma(t_1+Tn)} \times \right. \\
 & \times \left. \left[ \sigma_0^k (1 - e^{\gamma t_0}) + \sigma_1^k (\lambda - 1)^k (e^{\gamma t_0} - e^{\gamma t_1}) \right] \left[ \lambda (1 - e^{-\gamma T/2}) - \frac{\gamma^2 (1 + e^{-\gamma T/2})}{\gamma^2 + \omega^2} \right] \right\} \quad (59)
 \end{aligned}$$

а для коэффициента поглощения  $\psi(n)$  согласно теории наследственности с запаздывающей пластичностью –

$$\begin{aligned}
 \psi(n) = & \left\{ \beta_0 \cdot \gamma \cdot \sigma_1^{k+1} \int_{t_1+Tn}^{t_1+T(n+1)} [\lambda - \cos \omega(t-t_1)]^{k+1} dt - \int_{t_1+Tn}^{t_1+T(n+1)} \sigma_0 [\lambda - \cos \omega(t-t_1)] \times \right. \\
 & \times \left. \left\{ \beta_0 \sigma_1^k \gamma^2 \cdot \int_{t_1}^t [\lambda - \cos \omega(t-t_1)]^k e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \right\} dt + \beta_0 \sigma_1 e^{-\gamma(t_1+Tn)} (1 - e^{-\gamma T}) [\sigma_0^k (1 - e^{\gamma t_0}) + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sigma_1^k (\lambda - 1)^k (e^{\gamma t_0} - e^{\gamma t_1}) \left[ \lambda + \frac{\lambda^2}{\gamma^2 + \omega^2} \right] \Bigg\} / \left\{ B \sigma_1^{m+1} \cdot m \frac{(\lambda + 1)^{m+1} - (\lambda - 1)^{m+1}}{m + 1} + \right. \\
& + \int_{t_1 + Tn}^{t_1 + T(n+1/2)} \beta_0 \gamma \sigma_1^{k+1} [\lambda - \cos \omega(t - t_1)]^{k+1} dt - \int_{t_1 + Tn}^{t_1 + T(n+1/2)} \sigma_1 [\lambda - \cos \omega(t - t_1)] \times \\
& \times \left\{ \beta_0 \sigma_1^k \gamma^2 \int_{t_1}^t [\lambda - \cos \omega(\tau - t_1)]^k e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \right\} dt + \beta_0 \sigma_1 e^{-\gamma(t_1 + Tn)} \times \\
& \times \left[ \sigma_0^k (1 - e^{\gamma t_0}) + \sigma_0^k (\lambda - 1)^k (e^{\gamma t_0} - e^{\gamma t_1}) \right] \left[ \lambda (1 - e^{-\gamma T/2}) - \frac{\gamma^2 (1 + e^{-\gamma T/2})}{\gamma^2 + \omega^2} \right] \Bigg\} \quad (60)
\end{aligned}$$

### III. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Показана целесообразность использования теории наследственности с запаздывающей пластичностью для описания ползучести при многократных ступенчатых возрастаниях и убываниях напряжений.

2. Получено удовлетворительное соответствие экспериментальных данных ползучести глинистых грунтов при циклических нагружениях данным, рассчитанным по теории наследственности.

3. Зависимость амплитуды деформации от степени асимметрии при асимметрическом периодическом нагружении может быть получена с помощью теории наследственности с нелинейной мгновенной деформацией.

4. Путем сравнения экспериментальных данных с расчетными показано, что соотношение теории запаздывающей пластичности оказывается приемлемым для описания асимметрической циклической ползучести со сложной предысторией нагружения.

5. Площадь петли гистерезиса и коэффициент поглощения получены, согласно теориям старения и наследственности. Полученные данные по теории наследственности как в линейном, так и в нелинейном варианте довольно точно соответствуют экспериментальным данным.

6. Экспериментально исследованы два вида глинистых грунтов и представлены графики зависимости коэффициента поглощения от степени асимметрии цикла. Из графиков следует, что для обоих испытанных грунтов постоянная составляющая напряжения оказывает существенное влияние на величину коэффициента поглощения.

7. Получены формулы определения коэффициента поглощения по теориям наследственности и запаздывающей пластичности. Из формул видно, что необратимая часть деформации ползучести по теории запаздывающей пластичности не действует на диссипацию энергии при асимметрических циклических деформациях со сложной предысторией нагружения.

#### IV. ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основное содержание диссертации изложено в следующих работах автора.

1. Петросян Т.Л. Экспериментальное исследование влияния степени асимметрии цикла на формы и площади петли гистерезиса водонасыщенных глинистых грунтов при компрессии. Известия НАН РА, Науки о земле, 1993, т.46, №2, С.60-63.
2. Петросян Т.Л. Упругий гистерезис в глинистых грунтах при линейном законе ползучести скелета. Материалы Международной Конференции „Прикладные и Математические Аспекты Естествознания”, Ереван, 1999, С.189-194.
3. Симонян А.М., Петросян Т.Л. Исследование ползучести глинистых грунтов в условиях многократного нагружения, Информационные Технологии и Управление. 2001, т.1, №3, С.208-213.
4. Петросян Т.Л., Симонян А.М. Об описании деформации ползучести при многоступенчатом возрастании и убывании напряжения. Тезисы докладов международной конференции „Механика композитов и оптимальное проектирование”, Ереван, 25-28 сентября, 2006г., С.51.
5. Петросян Т.Л., Симонян А.М. Исследование гистерезиса при малоцикловой ползучести, Известия НАН Армении, Механика, 2007, т.60, №2, С.114-121.
6. Петросян Т.Л., Симонян А.М. Исследование ползучести материалов при многоступенчатом возрастании и убывании напряжения, Информационные Технологии и Управление. Ереван, 2007, №9, С.9-17.
7. Петросян Т.Л., Симонян А.М. Исследование ползучести материалов в условиях асимметричного периодического нагружения, Информационные Технологии и Управление. Ереван, 2007, №9, С.18-28.
8. Петросян Т.Л., Симонян А.М. Исследование ползучести материалов при убывании напряжения. Труды международной конференции „Актуальные проблемы механики сплошной среды”, Цахкадзор, Армения, 25-28 сентября, 2007, С.326-329.
9. Петросян Т.Л. Исследование ползучести материалов при асимметричном периодическом нагружении со сложной предысторией, Вестник Российско–Армянского Университета, физико–математические и естественные науки, 2008, №1, С.96-101.
10. Петросян Т.Л. Гистерезис при асимметричном периодическом нагружении со сложной предысторией. Труды VI международной конференции „Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред”, Горис–Степанакерт, 21-26 сентября, 2008, С.373-377.

## V. ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքը նվիրված է լարումների աստիճանական և պարբերական փոփոխությունների դեպքում նյութերի սողքի և հիատերեզիսի ուսումնասիրությանը:

Հայտնի է, որ բեռնված իրական նյութերում ժամանակի ընթացքում կուտակվում են սողքի վերադարձող և չվերադարձող դեֆորմացիաներ: Գ.Ի.Բրիգգալիինի կողմից առաջարկվող տեսությամբ ընդունված էր, որ սողքի ընդամուր դեֆորմացիան իրենից ներկայացնում է երկու իրարից անկախ՝ վերադարձող և չվերադարձող դեֆորմացիաների գումար: Ըստ այս մոտեցման սողքի դեֆորմացիայի վերադարձող մասը նկարագրվում է աստիճանային կորիզով ժառանգականության տեսությամբ, իսկ չվերադարձող մասը ամրապնդման տեսությամբ: Սողքի ուսումնասիրությանը վերաբերվող հիմնական փորձի միջոցով կարելի է ունենալ դեֆորմացիաների այս երկու բաղադրիչների գումարը: Վերադարձող և չվերադարձող մասերն առանձին-առանձին ունենալու համար պետք է ընդլայնել հիմնական փորձը, այսինքն ունենալ դեֆորմացիայի կորը ինչ-որ պահի նմուշը լրիվ բեռնաթափելուց հետո ևս: Այն իրենից կներկայացնի հորիզոնական ախիպտոտ ունեցող նվազող ֆունկցիա: Ասիմպտոտի այդ արժեքով էլ որոշվում է ամրապնդման տեսությամբ նկարագրվող սողքի դեֆորմացիայի չվերադարձող մասը:

Զարգացնելով նշված մոտեցումը, այստեղ, փոփոխական լարումների դեպքում սողքը նկարագրելու համար օգտագործված է հապաղող պլաստրկության բառանգականության տեսությունը: Այս տեսության էությունը հետևյալն է: Սողքի դեֆորմացիայի և՛ վերադարձող և՛ չվերադարձող մասերը նկարագրվում են Վոլտերայի օպերատորով, որոնցից չվերադարձող մասը ներկայացնող արտահայտության մեջ ինտեգրման վերին սահման հանդիսանում է այն ժամանակահատվածների գումարը, որոնց ընթացքում գործող լարումը փոքր չէ լարման այն ամենամեծ արժեքից, որի տակ մինչ այդ գտնվել է նմուշը:

Հապաղող պլաստիկության բառանգականության տեսությամբ սողքը նկարագրված է լարումների աստիճանական աճման և նվազման ամբողջ տիրույթում: Ստացված են սողքի դեֆորմացիաները հաշվարկելու արտահայտություններ ըստ որոշակի ծրագրի փոփոխվող լարման տարբեր արժեքների համար: Այս և սովորական ժառանգականության տեսությունների միջոցով ստացված արդյունքների հիման վրա կառուցվել են սողքի կորերը լարումների աստիճանական փոփոխության միևնույն ծրագրի համար: Լարումների փոփոխության այս նույն ծրագրի պայմաններում կատարված է սողքի փորձարարական հետազոտություն երկու տիպի կավային գետնահողերի համար:

Նշված տեսական արդյունքների և փորձարարական նդանակով ստացված արդյունքների հիման վրա կառուցված կորերի համեմատությամբ գույց է տրված լարումների աստիճանական աճման և նվազման ամբողջ տիրույթում սողքը նկարագրելու համար հապաղող պլաստիկությամբ ժառանգականության տեսության կիրառման նպատակահարմարությունը:

Այս եղանակով կառուցված տեսությամբ ստացված առնչությունները հնարավորություն են տալիս սողքի տեսական կորերը կառուցել լարումների այն արժեքների համար, որոնց դեպքում ունենք սողքի ընդլայնված փորձերի արդյունքներ: Իսկ լարումների աստիճանական փոփոխության տիրույթում ընկած ցանկացած արժեքի դեպքում սողքը նկարագրելու առնչություններ ունենալու համար առաջարկված է օգտվել լարում-դեֆորմացիա փորձարարական կորի մոտարկումից: Ընդ որում մոտարկման համար այս կորը կառուցված է ժամանակի այն պահի համար, երբ սողքի դեֆորմացիաները կարելի է համարել ավարտված:

Աշխատանքում երկու տիպի կավային գետնահողերի համար և լարումների իրարից խիստ տարբեր երկու առավելագույն արժեքներից աստիճանական նվազման ծրագրերի համար ստացված լարում-դեֆորմացիա փորձարարական կորերի մոտարկման միջոցով ստացված են սողը նկարագրելու առնչություններ համաձայն հապաղող պլաստիկությամբ ժառանգականության տեսության: Այս առնչություններով կառուցված կորերը ևս համեմատված են փորձարարական եղանակով կառուցված կորերի հետ:

Ուսումնասիրված է սողը լարումների ամպլիտուդին հավասար հաստատուն բաղադրիչով սինուսիդական փոփոխության դեպքում: Այս նպատակով կիրառված է էքսպոնենցիալ սողի չափով ծերացման և ժառանգականության տեսությունները: Փորձարարական եղանակով այս ուսումնասիրությունը կատարված է երկու տարբեր վիճակում գտնվող կավերի համար լարման ամպլիտուդի չորս տարբեր արժեքների դեպքում: Փորձարարական եղանակով ստացված կորերի և ծերացման ու ժառանգականության տեսություններով ստացված արդյունքների հիման վրա կառուցված կորերի համեմատությամբ ցույց է տրված, որ եթե ծերացման տեսությունը սողը լավ է նկարագրում լարումների աստիճանական աճման դեպքում, ապա վերջինիս պարբերական փոփոխության դեպքում այն պիտանի չէ: Բավարար համապատասխանություն է ստացվում ժառանգականության տեսությամբ ստացված տեսական արդյունքների և փորձարարական եղանակով ստացված արդյունքների միջև:

Ուսումնասիրված է լարումների հաստատուն ամպլիտուդով ասիմետրիկ սինուսիդական փոփոխության դեպքում դեֆորմացիայի ամպլիտուդի կախվածությունը լարման ասիմետրիայի աստիճանից: Այս կախվածության փորձարարական հետազոտությունը կատարված է երկու տիպի կավային գետնահողերի համար: Ըստ որի լարման ասիմետրիայի մեծացումը բերում է դեֆորմացիայի ամպլիտուդի փոքրացման: Տեսական հետազոտությամբ ստացված արդյունքները համեմատված են փորձարարական եղանակով ստացված արդյունքների հետ: Ստացված է, որ լարման հաստատուն ամպլիտուդով ասիմետրիկ պարբերական փոփոխության ժամանակ դեֆորմացիայի փորձով ստացված կախում լարման ասիմետրիայի աստիճանից կարելի է ստանալ ոչ գծային ակնթարթային դեֆորմացիայով ժառանգականության տեսության միջոցով: Դիտարկված է նաև ժառանգականության տեսության այն տարբերակը, երբ ակնթարթայինի հետ միասին ոչ գծային է նաև սողի դեֆորմացիան:

Ուսումնասիրված է սողը լարման հաստատուն ամպլիտուդով ասիմետրիկ պարբերական փոփոխության դեպքում բեռնավորման բարդ նախապատմության պայմաններում: Կավային գետնահողերի համար ստացված փորձարարական տվյալների և տեսական արդյունքների համեմատությամբ ցույց է տրված, որ հապաղող պլաստիկությամբ ժառանգականության տեսությունն ընդունելի է ասիմետրիկ պարբերական բեռնավորման ժամանակ սողի նկարագրման համար՝ բեռնավորման բարդ նախապատմության պայմաններում:

Դիտարկված է հիստերեզիսի երևույթը որպես սողի հետևանք: Ընդունելով, որ լարումը փոփոխվում է հաստատուն բաղադրիչով սինուսիդական օրենքով, էքսպոնենցիալ սողի չափի համար ստացված են արտահայտություններ ըստ ծերացման և ժառանգականության տեսությունների հիստերեզիսի օղակի մակերեսը և մարման գործակիցը հաշվելու համար: Յուրյ է տրված, որ ժառանգականության ինչպես գծային, այնպես էլ ոչ գծային տեսություններով ստացված տվյալները բավական մեծ ճշտությամբ համընկնում են կավային գետնահողերի համար փորձարարական եղանակով ստացված արդյունքների հետ:

Փորձարարական եղանակով ուսումնասիրված է բեռնավորման ցիկլի ասիմետրիայի աստիճանի ադդեցությունը հիստորեկիսի օղակի ձևի և մարման գործակցի մեծության վրա: Ըստ ստացված արդյունքների կավերի մոտ ասիմետրիայի աստիճանի մեծացումը բերում է մարման գործակցի փոքրացման, իսկ երբ գետնահողում մեծ է ավազային ֆրակցիան, այս կապը կրում է որակական փոփոխություն՝ ասիմետրիայի աստիճանի մեծացումը բերում է մարման գործակցի մեծացման:

Ուսումնասիրված է հիստերեկիսի երևույթը լարման ասիմետրիկ պարբերական փոփոխության դեպքում՝ բեռնավորման բարդ նախապատմության պայմաններում: Սողքի ժառանգականության և հապաղող պլաստիկության տեսությունների միջոցով ստացված է առնչություններ մարման գործակցի որոշման համար ասիմետրիկ պարբերական բեռնավորման ժամանակ՝ բեռնավորման բարդ նախապատմության պայմաններում:



## VI. SUMMARY

The work is devoted to the study of creep and hysteresis of materials at the step and periodical changes of stress.

It is known that in loaded real materials the reversible and irreversible creep strains are accumulated in time. G.I. Brisgalin suggested the theory, where the general creep strain is presented as a sum of the reversible part describing by the theory of heredity and the irreversible part describing by the theory of heredity and the irreversibly part describing by the theory of hardening. From the general creep tests it is possible to define the sum of these items only. For the separation of these items it is necessary to realize the tests with full unloading. The corresponding curve can be presented as a decreasing function with the horizontal asymptote. By this value the creep strain part corresponding to the hardening theory is defined.

Developing this approach it is used the theory of delayed plasticity for description of irreversible creep part. The matter of this theory is the following. The sum of reversible and irreversible creep is described by Volterra operator, and for irreversible part the upper limit of integration is a sum of intervals when the acting stress is not less of the maximal reached ones in the time of being specimen under loading.

The theory of heredity with delayed plasticity describes the creep in the field of step change of increasing and decreasing stresses.

The calculating relations are obtained for description of certain programmes of stress change. According to this theory and to the ordinary theory of heredity, the creep curves are presented for the same programmes of stress change. There are carried out the tests for two types of clay soils according to the same programmes.

The comparison of the theoretical and of experimental results shows the expediency of using of the theory of heredity with delayed plasticity for description of creep at the step increasing and decreasing of stresses.

It is carried out the approximation for the using of obtained results for the other stresses which are in the field of the using stresses. For this purpose the curve between stress and strain is used for the time, when the creep curves can be considered as reached to the value of asymptote.

For to types of clay soils at the decreasing of stresses from the considerable different values, by the using of approximation of experimental curves, the relations are obtained for description of creep strains according to the heredity theory with delayed plasticity. These results are compared with the experimental ones.

There is realized the investigation of creep at the sinusoidal change of stresses, when the minimal stress is equal to zero. For the description of these results the theories of aging and of heredity with exponential creep measure are used. The experimental investigation were carried out for soils which are in the different condition at four different values of stress amplitude. By the comparison of the curves obtained by experiments and of the curves obtained according to aging and to heredity theories shows that in spite of the aging theory describes the experimental results at step increasing of stress satisfactorily nevertheless at the cyclic change of stress this theory is not acceptable. The theory of heredity is enough acceptable for description of experimental results at the cyclic change of stresses.

It is studied the creep at the constant amplitude of asymmetrical sinusoidal stress change, and the dependence of strain amplitude from degree of asymmetry. This dependence

was studied for two type of clay soils. It is obtained that the increasing of stress asymmetry brings to the decreasing of the strain amplitude. The results of the theoretical investigations are compared with the experimental ones. It is obtained that the dependence of the creep strains from the stress, which is changed asymmetrically with constant amplitude, can be described using the linear theory of heredity with the nonlinear instantaneous part. It is considered the version of the nonlinear instantaneous strain with the nonlinear theory of heredity too.

It was studied the creep at the asymmetrical cyclic loading with constant amplitude after complicate previous loading history. The experimental results of creep of clay soils at six different values of degree of asymmetry are obtained. The theoretical curves are plotted according to the theory of heredity and of the theory of delayed plasticity using the relations at the constant stresses. There is obtained that for clay soils the theory of heredity with delayed plasticity is acceptable for description of creep strain at the asymmetrical cyclic loading with the complicate previous loading history.

It is studied the hysteresis phenomenon as a result of creep. Taking into account that the stress changes by sinusoidal law with the constant item and the creep measure is an exponential function, the relations according to the theory of aging and to the theory of heredity are obtained for determination of hysteresis area and of absorption factor. According to experimental results of hysteresis loops and to their areas, the absorption factors were obtained for three types of clay soils.

It is shown that the results obtained by using of the theory of heredity both in linear and in nonlinear variant describes the experimental results obtained for clay soil enough acceptable.

It is studied the influence of the asymmetry degree on the area of hysteresis loop and on the absorption factor by tests. According to experimental results for soils the increasing of asymmetry degree brings to the decreasing of absorption factor, and when the sand fraction in the soil is considerable, the increasing of asymmetrical degree brings to the increasing of absorption factor too.

It is studied the hysteresis phenomenon at the asymmetrical cyclic changes in the condition of complicate previous loading history.

According to the theory of heredity and to the theory of delayed plasticity, the relations for the calculation of absorption factor at asymmetrical cyclic loading in the condition of complicate previous loading are obtained.