ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ ՏԻԳՐԱՆ ՎԱՆՅԱՅԻ

ԿԱՊԱԿՑՎԱԾ ԴԻՆԱՄԻԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԵՎ ՍՏԱԲԻԼԱՑՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ա.02.01- «Տեսական մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2015

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

БАРСЕГЯН ТИГРАН ВАНЯЕВИЧ

ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ И СТАБИЛИЗАЦИИ СОСТАВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.01-“Теоретическая механика”

ЕРЕВАН 2015

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝ ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ս.Գ. Շահինյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Վ.Վ. Ավետիսյան
ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ա.Գ. Մաթևոսյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի ազգային
պոլիտեխնիկական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2015թ. մայիսի 22–ին ժամը 14^{00}–ին ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդում:

Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24/2, avsah@mechins.sci.am

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2015 թ. ապրիլի 20–ին

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ. Ա.Վ. Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете

Научный руководитель: к.ф.м.н., доцент С.Г. Шагинян

Официальные оппоненты: д.ф.м.н., профессор В.В. Аветисян
к.ф.м.н., доцент А.Г. Матевосян

Ведущая организация: Национальный политехнический
университет Армении

Защита состоится 22-го мая 2015г. в 14^{00} на заседании специализированного совета 047 в Институте механики НАН РА.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avsah@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 20-го апреля 2015г.

Ученый секретарь
специализированного совета, д.ф.м.н. А.В. Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Многие прикладные задачи и процессы управления из различных областей науки и техники предъявляют все новые требования к математическим моделям систем управления и ставят новые задачи более широкого класса динамических систем. Это, а также прогресс средств вычислительной техники и их широкое применение диктуют необходимость изучения фундаментальных проблем математической теории управления и стабилизации, появляется потребность в разработке новых или более эффективных методов изучения таких систем, в частности, составных (или поэтапно меняющихся) систем и динамических систем с многоточечными промежуточными условиями, в которых как эффектом многоэтапности, так и промежуточными условиями связей пренебречь нельзя.

Составные системы и динамические системы с многоточечными промежуточными условиями в последнее время стали объектом пристального внимания специалистов по динамике систем, управления и стабилизации, которое объясняется многочисленными приложениями в механике, робототехнике, авиастроении, электроэнергетике, экономике и в других областях науки, которые потребовали применения сложных моделей. Составные системы характеризуются наличием непрерывной динамики и переключением в дискретные моменты времени от одной динамики к другой, и являются интересными с точки зрения математических свойств. Принцип функционирования составных систем существенно расширяет возможности управления, вследствие использования полезных свойств каждой из систем и, кроме того, позволяет получить новые свойства, не присущие ни одной из них. Поэтому возможности подобных систем проявляются шире, чем обычные.

Движение многих управляемых механических систем описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, математические модели которых, в частности, либо уравнения Лагранжа второго рода, весьма удобные при анализе динамических систем, либо системы дифференциальных уравнений типа уравнений Эйлер-Пуассона, которые часто используются при изучении вращательного движения твердых тел. В ряде практически важных случаев оказывается полезным использование как тех, так и других уравнений. Поэтому исследование различных задач управления и стабилизации для сложных нелинейных систем методом кусочно-линейной аппроксимации нелинейной системы дифференциальных уравнений приводится к исследованию аналогичных задач для составной системы, системы с многоточечными промежуточными условиями.

Исследование проблем управляемости, решение различных задач управления и стабилизации составных систем и систем с многоточечными промежуточными условиями имеют важное теоретическое и прикладное значение, расширяют область применения соответствующей математической теории. Для составных систем и систем с многоточечными промежуточными условиями могут быть сформулированы различные известные задачи управления, оптимального управления, исследования на управляемость и устойчивость, задачи стабилизации, наблюдения и др. Возникает также множество новых постановок задач, исследование которых требует новые подходы или оригинальной модификации известных ранее методов исследования.

В настоящей работе исследованы вполне управляемость составных линейных динамических систем, задачи управления, оптимального управления и стабилизации составных линейных систем, систем с многоточечными промежуточными условиями и с многими управляющими воздействиями.

<u>Целью диссертационной работы является:</u>

- исследование управляемости составных динамических систем с целью выявления условий вполне управляемости для составных линейных стационарных систем, выраженное непосредственно через исходные параметры,
- постановка и исследование задач управления и оптимального управления составных динамических систем и систем с многоточечными промежуточными условиями,
- исследование задач стабилизации составных линейных систем и систем с многими управляющими воздействиями.

<u>Научная новизна.</u> Сформулированы и доказаны теоремы, определяющие представления решений составной линейной нестационарной системы со сменой размерности фазового вектора и вектора управления и поэтапно меняющейся линейной нестационарной системы. Получено необходимое и достаточное условие вполне управляемости составной (и поэтапно меняющаяся) линейной стационарной системы, выраженное непосредственно через исходные параметры системы. Показано, что на отдельных отрезках времени составная система, образованная не вполне управляемыми системами (или поэтапно меняющаяся система), с соответствующими промежуточными условиями связей могут быть вполне управляемыми на всем отрезке времени. Показано, что преобразованная составная система, полученная невырожденным линейным преобразованием, и исходная составная система являются эквивалентными. Показано также, что невырожденное преобразование не влияет на свойство вполне управляемости составной (и поэтапно меняющейся) линейной стационарной системы. Предложены конструктивные методы решения задач управления составных линейных динамических систем и систем с неразделенными многоточечными промежуточными условиями, а также способ для решения задач оптимального управления с критерием качества, имеющим смысл нормы некоторого нормированного пространства. Сформулированы условия существования программных управлений и соответствующих движений. Построены явные виды управляющих воздействий, решающих задачу управления. Решены задача оптимальной стабилизации составной линейной нестационарной системы с условиями связи в промежуточные моменты времени и задача оптимальной стабилизации нагрева жидкости в тепловом аппарате. Предложен алгоритм решения задачи оптимальной стабилизации линейных нестационарных систем с многими управляющими воздействиями по приоритетному оптимальному управлению и решена задача оптимальной стабилизации по приоритетному управлению возмущенного движения центра масс искусственного спутника Земли по круговой орбите.

<u>Методы исследования.</u> В диссертационной работе использовались методы теории дифференциальных уравнений, теоретической механики, линейной алгебры, методов теории управления и наблюдения состояния, оптимального управления и стабилизации движения.

<u>Практическая ценность работы.</u> Полученные условия вполне управляемости составных систем, конструктивные методы решения задач управления, оптимального управления и стабилизации составных линейных систем и систем с многоточечными промежуточными условиями имеют важное практическое значение и позволяют увеличить эффективность управления. Широкое практическое применение имеет необходимое и достаточное условие вполне управляемости для составных линейных стационарных систем, в которой присутствуют только исходные матрицы системы.

Обоснованность и достоверность. Полученные в работе результаты базируются на обоснованном использовании строгого математического аппарата, теории управления и стабилизации, а также сравнении теоретических выводов с решениями конкретных задач и численных результатов (выполненных в среде Wolfram Mathematica 7) с теоретическими выводами.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на:

- семинарах кафедры механики ЕГУ
- XV международной конференции "Dynamical System Modeling and Stability Investigation", Киев, Украина, 2011г.
- 11 международной конференции "Устойчивость, управление и динамика твердого тела", Донецк, Украина, 2011г.
- международной школы-конференции молодых ученых, посвещенной 70-летию основания Национальной академи наук Армении, Цахкадзор, Армения, 2013г.
- международной конференции "Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред", Горис-Степанакерт, Армения, 2014г.

Диссертационная работа в целом доложена на кафедре механики ЕГУ и на общем семинаре Института механики НАН РА (Ереван, 2015г.).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объем работы составляет 133 страницы печатного текста, включая 12 фигур и 1 таблицу, а список литературы содержит 83 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность диссертационной работы, дается краткий обзор работ, непосредственно примыкающих к задачам, рассмотренным в диссертации. Сформулированы цель и основные задачи работы, изложено краткое содержание диссертации по главам.

Первая глава посвящена исследованию управляемости составных динамических систем.

В §1.1 рассматривается управляемая динамическая система, движение которой на интервале времени $t_{k-1} \le t \le t_k$, $k = 1,...,m$ описывается n_k – мерными линейными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}^{(k)} = A_k(t)x^{(k)} + B_k(t)u^{(k)}, \tag{1}$$

где $x^{(k)}(t) \in R^{n_k}$, $x^{(k)}$-фазовый вектор системы; $A_k(t)$, $B_k(t)$ $(k = 1,...,m)$ матрицы параметров системы (модели объекта), $u^{(k)}(t)$ управляющее воздействие, соответственно, с размерностями $A_k(t) - (n_k \times n_k)$, $B_k(t) - (n_k \times r_k)$, $u^{(k)}(t) - (r_k \times 1)$. Элементы матриц-функций $A_k(t)$, $B_k(t)$ и вектор-столбца $u^{(k)}(t)$ измеримые ограниченные функции.

Предполагается, что заданы промежуточные моменты времени $0 \le t_0 < t_1 < \ldots < t_{m-1} < t_m = T$.

Преемственность между составными системами (1) при $k=1,...,m$ (стыковки траекторий) обеспечивается выполнением следующих условий связи в промежуточные моменты времени t_k, $(k=1,...,m-1)$

$$E_k x^{(k)}(t_k)+F_k x^{(k+1)}(t_k)=b_k, \tag{2}$$

где $E_k-(n_{k+1}\times n_k)$-мерный, $F_k-(n_{k+1}\times n_{k+1})$-мерный известные матрицы, $b_k-(n_k\times 1)$-мерный постоянный вектор-столбец и $\det F_k\neq 0$.

Сформулирована и доказана теорема, определяющая аналитическое представление решения составной системы (1) с условием (2).

Теорема 1. Для любых начальных значений $x^{(1)}(t_0)=x_0^{(1)}$ и допустимых управлений $u^{(k)}(t)$ существует решение составной системы (1), которое при $t\in[t_0,t_1]$ представляется в виде

$$x^{(1)}(t)=X[t,t_0]x(t_0)+\int_{t_0}^{t}H[t,t]u^{(1)}(t)dt,$$

при $t\in[t_k,t_{k+1}]$ $(k=1,...,m-1)$, удовлетворяя условиям (2), представляется в виде

$$x^{(k+1)}(t)=X_{k+1}[t,t_k]F_k^{-1}\left[\sum_{i=1}^{k}(-1)^{k-i}W_i^{(k)}b_i+(-1)^k W_1^{(k)}E_1X_1[t_1,t_0]x^{(1)}(t_0)\right]+$$

$$+X_{k+1}[t,t_k]F_k^{-1}\sum_{i=1}^{k}(-1)^{k+1-i}W_i^{(k)}E_i\int_{t_{i-1}}^{t_i}H_i[t_i,t]u^{(i)}(t)dt+\int_{t_k}^{t}H_{k+1}[t,t]u^{(k+1)}(t)dt,$$

где

$$W_i^{(k)}=\prod_{j=1}^{k-i}E_{k+1-j}X_{k+1-j}[t_{k+1-j},t_{k-j}]F_{k-j}^{-1}\quad(k=2,3,...,m;\,i=1,2,...,k-1),$$

$H_k[t,t]=X_k[t,t]B_k(t)$, а через $X_k[t,t]$ обозначена нормированная фундаментальная матрица решений однородной части k–го уравнения системы (1). Размерность матрицы $W_i^{(k)}$ равна $(n_{k+1}\times n_{i+1})$ и принято, что при $i=k$, $W_k^{(k)}=E$ - единичная матрица размерностью $(n_{k+1}\times n_{k+1})$.

В пункте 1.1.1 рассматривается поэтапно меняющаяся линейная управляемая система

$$\dot{x}=\begin{cases}A_1(t)x+B_1(t)u, & при\; t\in[t_0,t_1)\\ A_2(t)x+B_2(t)u, & при\; t\in[t_1,t_2)\\ \vdots & \\ A_m(t)x+B_m(t)u, & при\; t\in[t_{m-1},T]\end{cases}, \tag{3}$$

как частный случай составной линейной системы, в которой размерности фазового вектора $x^{(k)}$ и вектора управления $u^{(k)}(t)$ не меняются, то есть $n_k=n$, $r_k=r$ при $k=1,...,m$, матрицы E_k, F_k и вектор-столбец b_k удовлетворяют условиям

$$E_k=-F_k=E,\; b_k=0,$$

которые обеспечивают стыковки траектории системы в промежуточные моменты времени t_k (конец движения предыдущего этапа является началом следующего этапа), то есть в моменты времени t_k вместо условий связи (2) имеем

$$x(t_k - 0) = x(t_k + 0) = x(t_k) \qquad (k = 1,...,m-1) . \tag{4}$$

Сформулирована и доказана теорема, определяющая аналитическое представление решения системы (3) с условиями (4) .

В пункте 1.1.2 задача управления нелинейной динамической системы

$$\dot{y} = f(t, y, v)$$

с заданными начальными и конечными условиями, и заданными неразделенными (нелокальными) многоточечными промежуточными условиями

$$F(y(t_1),..., y(t_{m-1})) = a \ ,$$

методом кусочно-линейной аппроксимации приведена к управлению несколькими линейными системами составного типа (3), с начальным $(x(t_0) = x_0)$ и конечным $(x(T) = x_T)$ условиями и неразделенными (нелокальными) многоточечными промежуточными условиями

$$\sum_{k=1}^{m-1} F_k x(t_k) = a \ , \tag{5}$$

где

$$F_k = \frac{\partial F(y(t_1),..., y(t_{m-1}))}{\partial y(t_k)} \quad (k = 1,...,m-1) ,$$

$y(t) \in R^n$, $y(t)$ -фазовый вектор нелинейной системы, $v(t)$ r-мерный вектор управления, $F(y(t_1),..., y(t_{m-1}))$ - q -мерная ($q \le n$) вектор-функция, имеющая непрерывные частные производные по всем аргументам $y(t_i)$, а a - q - мерный вектор-столбец, элементы которого являются вещественными числами, F_k - ($q \times n$) мерные матрицы $(k = 1,...,m-1)$. Функции $x(t)$ и $u(t)$ –это отклонения фазового вектора и вектора управления от желаемого процесса.

§1.2 посвящен исследованию условия вполне управляемости составных линейных стационарных систем. Рассматривается движение стационарной составной системы

$$\dot{x}^{(k)} = A_k x^{(k)} + B_k u^{(k)} \ , \qquad t_{k-1} \le t \le t_k \ , \qquad (k = 1,...,m) \tag{6}$$

с условием связи (2) в промежуточные моменты времени t_k $(k = 1,...,m-1)$.

Сформулировано следующее определение вполне управляемости составной системы.

Определение. Составная система (1) (или (6)) с промежуточными условиями связи (2) называется вполне управляемой на отрезке времени $[t_0, T]$, если для любых начальных $x^{(1)}(t_0) = x_0^{(1)}$ и конечных $x^{(m)}(T) = x_T^{(m)}$ состояний можно найти набор управлений $u^{(k)}(t)$, $k = 1,...,m$ такой, что решение $x^{(k)}(t)$, начиная из состояния $x^{(1)}(t_0)$ и удовлетворяя промежуточным условиям связи (2), в момент времени $t = T$ удовлетворяет условию $x^{(m)}(T) = x_T^{(m)}$.

Учитывая аналитическое представление решения составной системы (теорема 1), доказана следующая теорема.

Теорема 2. Составная линейная стационарная система (6) с промежуточными условиями связи (2) вполне управляема на отрезке времени $t_0 \le t \le T$ тогда и только тогда, когда матрица

$$K = \{C_1(B_1, A_1B_1, \ldots, A_1^{p_1-1}B_1), \ldots, C_m(B_m, A_mB_m, \ldots, A_m^{p_m-1}B_m)\} \qquad (7)$$

имеет ранг равный n_m, где

$$C_i = (-1)^{m-i} e^{A_m(T-t_{m-1})} F_{m-1}^{-1} W_i^{(m-1)} E_i e^{A_i t_i},\ i = 1, \ldots, m-1; \quad C_m = e^{A_m T},$$

$$W_i^{(k)} = \prod_{j=1}^{k-i} E_{k+1-j} e^{A_{k+1-j}(t_{k+1-j}-t_{k-j})} F_{k-j}^{-1} \quad (k = 2,3,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,k-1),$$

а числа p_j - обусловлены кратностями собственных значений матрицы A_j $(j = 1, \ldots, m)$.

Размерность матрицы K равна $\left(n_m \times \sum_{j=1}^{m} p_j r_j\right)$. Матрицу (7) будем называть матрицей управляемости составной системы.

Если все собственные значения матрицы A_j $(j = 1, \ldots, m)$ являются простыми, тогда матрица управляемости (7) запишется в виде

$$K = \{C_1(B_1, A_1B_1, \ldots, A_1^{n_1-1}B_1), \ldots, C_m(B_m, A_mB_m, \ldots, A_m^{n_m-1}B_m)\}.$$

Для поэтапно меняющейся линейной стационарной системы (стационарный случай системы (3) с условиями (4)), т.е.

$$\dot{x} = \begin{cases} A_1x + B_1u, & при\ t \in [t_0, t_1) \\ A_2x + B_2u, & при\ t \in [t_1, t_2) \\ \vdots & \\ A_mx + B_mu, & при\ t \in [t_{m-1}, T] \end{cases}, \qquad (8)$$

справедлива следующая теорема.

Теорема 3. Поэтапно меняющаяся линейная стационарная система (8) с условием (4) вполне управляема на отрезке времени $t_0 \le t \le T$, тогда и только тогда, когда матрица

$$K = \{B_1, A_1B_1, \ldots, A_1^{p_1-1}B_1, \ldots, B_m, A_mB_m, \ldots, A_m^{p_m-1}B_m\} \qquad (9)$$

имеет ранг равный n, а p_j - обусловлены кратностями собственных значений матрицы A_j $(j = 1, \ldots, m)$.

Размерность матрицы (9) равна $\left(n \times r \sum_{j=1}^{m} p_j\right)$.

Если все собственные значения матрицы A_j $(j = 1, \ldots, m)$ являются простыми, тогда матрица управляемости (9) запишется в виде

$$K = \{B_1, A_1B_1, \ldots, A_1^{n-1}B_1, \ldots, B_m, A_mB_m, \ldots, A_m^{n-1}B_m\}.$$

Проведено сравнение полученного условия вполне управляемости для составной системы с известным условием Калмана.

Показано, что на отдельных отрезках времени $[t_{k-1}, t_k]$ $(k = 1, \ldots, m)$ по отдельности все подсистемы, которые образуют составную (или поэтапно меняющуюся) систему могут быть не вполне управляемыми, а составная (или поэтапно меняющаяся) система с соответствующими промежуточными условиями связей может быть вполне управляемой на всем отрезке времени $[t_0, T]$. А если хотя бы одна подсистема из составной (поэтапно меняющейся) системы на своем отрезке времени функционирования вполне управляема, то соответствующая составная (поэтапно меняющаяся) система также будет вполне управляемой.

В §1.3 показано, что преобразованная составная система, полученная с помощью невырожденного линейного преобразования, и исходная составная система являются эквивалентными, то есть при одинаковых входных воздействиях одинаковы также их выходные величины.

В §1.4 показано, что невырожденное преобразование не влияет на свойство вполне управляемости составной (поэтапно меняющейся) линейной стационарной системы, то есть матрицы управляемости исходной и преобразованной составных систем имеют одинаковые ранги. Для вполне управляемой составной линейной стационарной системы вычислена матрица невырожденного преобразования, обеспечивающая переход одного базиса к другому. Для поэтапно меняющейся линейной стационарной системы матрица преобразования P может быть вычислена по формуле

$$P = \bar{K}K^T\{KK^T\}^{-1},$$

где K и $\bar{K}$ матрицы управляемости исходной и преобразованной систем. Здесь и далее верхний индекс "T" означает операцию транспонирования.

В §1.5 для иллюстрации условий вполне управляемости, полученных в §1.2, на примерах конкретных составных систем, составлены матрицы управляемости и разъяснены вопросы управляемости. Рассмотрены примеры конкретных управляемых составных систем как со сменой размерности фазового вектора (смена пространства), так и без изменения размерности фазового вектора. Показано, что на отдельных интервалах времени составные системы, образованные не вполне управляемыми системами являются вполне управляемыми.

Вторая глава посвящена решению задач управления и оптимального управления составных линейных динамических систем и систем с неразделенными многоточечными промежуточными условиями, а также их приложениям, в частности, для механических систем.

В §2.1 рассматриваются задачи управления и оптимального управления составной динамической системы, которая состоит из трех линейных нестационарных систем вида (1) со сменой размерности фазового вектора (фазового пространства) и вектора управления, и условиями связи в промежуточные моменты времени вида (2). Сформулировано необходимое и достаточное условие вполне управляемости. Для задачи управления получены условия существования программных управляющих воздействий, переводящие движения составной системы из заданного начального состояния в конечное состояние, обеспечивая выполнение условия связи в промежуточные моменты времени и в явном виде построены управляющие воздействия. Решения задачи оптимального управления с критерием качества, имеющим смысл нормы некоторого нормированного пространства, приведен к решению соответствующей проблемы моментов.

В §2.2 рассматриваются задачи управления линейных динамических систем с заданными начальными, конечными и неразделенными (нелокальными) многоточечными промежуточными условиями вида (5) и задача оптимального управления с критерием качества, заданным на всем промежутке времени. С учетом линейности неразделенных многоточечных промежуточных условий получены интегральные соотношения, которым удовлетворяют управляющие воздействия. Сформулированы условия существования программного управления и соответствующего ему движения. Построен явный вид управляющего воздействия, решающего задачу управления и предложен подход для решения задачи оптимального управления с критерием качества, имеющим смысл нормы некоторого нормированного пространства.

В §2.3 рассматривается управляемый процесс, динамика которого описывается поэтапно меняющимися линейными дифференциальными уравнениями (3) с условием (4) и предполагается, что заданы начальное $x(t_0)$ и конечное $x(T)$ состояния и в фиксированные промежуточные моменты времени $0 \le t_0 < t_1 < \mathbf{L} < t_{m-1} < t_m = T$ заданы неразделенные (нелокальные) многоточечные промежуточные условия вида (5).

Требуется найти условия, при которых существует программное управляющее воздействие $u = u(t)$, $t \in [t_0, T]$ и программное движение, переводящие движение поэтапно меняющейся системы (3) из начального состояния $x(t_0)$, обеспечивая удовлетворение неразделенного многоточечного промежуточного условия (5), в конечное состояние $x(T)$, а также построить их.

Для решения поставленных задач получены следующие интегральные соотношения

$$\int_{t_0}^{T} H[t]u(t)dt = h(t_0, ..., T), \qquad (10)$$

где матрица $H[t]$ имеет размерность $((q+n)\times r)$ и введены следующие обозначения

$$H[t] = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{m-1} F_k \left(\sum_{j=1}^{k} V(t_k, t_j) \overline{H}_j[t_j, t]\right) \\ \sum_{j=1}^{m} V(T, t_j) \overline{H}_j[t_j, t] \end{pmatrix}, \qquad h(t_0, ..., T) = \begin{pmatrix} a - \sum_{k=1}^{m-1} F_k V(t_k, t_0) x(t_0) \\ x(T) - V(T, t_0) x(t_0) \end{pmatrix},$$

$$V(t, t_j) = X_k[t, t_{k-1}] V(t_{k-1}, t_j), \quad V(t_k, t_j) = \prod_{i=0}^{k-j-1} X_{k-i}[t_{k-i}, t_{k-i-1}], \quad (k = 1, ..., m;\ j = 0, ..., k-1)$$

$$\overline{H}_1[t_1, t] = \begin{cases} H_1[t_1, t], & при\ t_0 \le t < t_1 \\ 0, & при\ t_1 \le t \le T \end{cases},$$

$$\overline{H}_k[t_k, t] = \begin{cases} 0, & при\ t_0 \le t < t_{k-1} \\ H_k[t_k, t], & при\ t_{k-1} \le t < t_k \\ 0, & при\ t_k \le t \le T, \quad k = 2, ..., m-1 \end{cases},$$

$$\overline{H}_m[t_m, t] = \begin{cases} 0, & при\ t_0 \le t < t_{m-1} \\ H_m[t_m, t], & при\ t_{m-1} \le t \le T \end{cases}.$$

Для того, чтобы нестационарная система (3) с многоточечным промежуточным условием (5) была вполне управляемой на отрезке $[t_0, T]$, необходимо и достаточно, чтобы вектор-столбцы матрицы $H[t]$ были линейно независимыми на этом отрезке.

Управляющие воздействия $u(t)$, $t\in[t_0,T]$, удовлетворяющие интегральному соотношению (10) и решающие подставленную задачу, в частности, имеют вид:

$$u(t)=\begin{cases}((\sum_{k=1}^{m-1}F_kV(t_k,t_1)H_1[t_1,t])^T,(V(T,t_1)H_1[t_1,t])^T)Q^{-1}h, & \text{при } t\in[t_0,t_1)\\ ((\sum_{k=2}^{m-1}F_kV(t_k,t_2)H_2[t_2,t])^T,(V(T,t_2)H_2[t_2,t])^T)Q^{-1}h, & \text{при } t\in[t_1,t_2)\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ ((F_{m-1}V(t_{m-1},t_{m-1})H_{m-1}[t_{m-1},t])^T,(V(T,t_{m-1})H_{m-1}[t_{m-1},t])^T)Q^{-1}h, & \text{при } t\in[t_{m-2},t_{m-1})\\ ((V(T,t_m)H_m[t_m,t])^T,(V(T,t_m)H_m[t_m,t])^T)Q^{-1}h, & \text{при } t\in[t_{m-1},T]\end{cases} \tag{11}$$

где матрица Q с размерностью $((n+q)\times(n+q))$ имеет вид

$$Q(t_0,....,T)=\int_{t_0}^{T}H[t]H^T[t]dt\,. \tag{12}$$

Таким образом, решение поставленной задачи сформулировано в следующем виде.

Для того, чтобы существовало программное управление и соответствующее ему решение системы (3), удовлетворяющее условиям $x(t_0)=x_0$, $x(T)=x_T$ и промежуточным условиям (5), необходимо и достаточно, чтобы матрица (12) была неособой $(\det Q\neq 0)$, или чтобы ранги матрицы Q и расширенной матрицы $\{Q,h\}$ совпадали.

Имея программное управление (11), программное движение системы (3) с промежуточными условиями (5) для моментов времени $t\in[t_{k-1},t_k)$ $(k=1,...,m)$ запишется в виде

$$x(t)=V(t,t_0)x(t_0)+[\sum_{j=1}^{k-1}V(t,t_j)\int_{t_{j-1}}^{t_j}H_j[t_j,t\,]((\sum_{i=j}^{m-1}F_iV(t_i,t_j)H_j[t_j,t\,])^T,(V(T,t_j)H_j[t_j,t\,])^T)dt\,+$$

$$+\int_{t_{k-1}}^{t}H_k[t,t\,]((\sum_{i=k}^{m-1}F_iV(t_i,t_j)H_j[t_j,t\,])^T,(V(T,t_k)H_k[t_k,t\,])^T)dt\,]Q^{-1}h\;.$$

Показано, что полученное интегральное соотношение (10) позволяет привести решение задачи оптимального управления системы (3) с неразделенными промежуточными условиями (5), и с критерием качества, имеющим смысл нормы некоторого нормированного пространства, к решению соответствующей проблемы моментов.

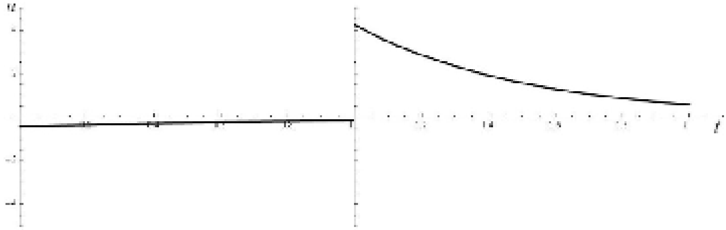
В §2.4 в качестве приложения полученных результатов для конкретных составных систем и систем с многоточечными промежуточными условиями решены задачи управления и оптимального управления.

В пункте 2.4.1 в качестве приложения, изложенного в §2.1, рассматривается модель управляемого объекта, управляемость которого исследована в §1.5 и показано, что на каждом этапе функционирования подсистемы не вполне управляемы, а на всем интервале времени составная система вполне управляема. Построены управляющие воздействия $u(t)$, переводящие движение системы из заданного произвольного начального состояния $x(t_0) = (x_1(t_0), x_2(t_0))^T$ в произвольное конечное состояние $x(T) = (x_1(T), x_2(T))^T$ на промежутке времени $[t_0, T]$, под действием которого конец движения этапа $[t_0, t_1)$ является началом движения этапа $[t_1, T]$ и имеет следующий вид:

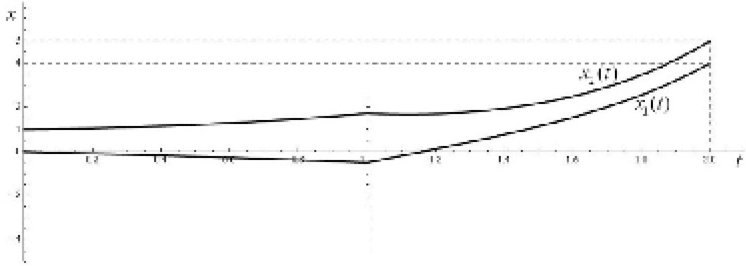
$$u(t) = \begin{cases} \dfrac{2e^{-2T+t_0-t}\left(e^{2T}(x_1(t_0)+x_2(t_0)) - e^{t_0+t_1}(x_1(T)+x_2(T))\right)}{3\left(e^{2(t_0-t_1)}-1\right)}, \text{ при } t \in [t_0, t_1) \\ 4e^{2T-t_0-t_1-2t}\,\dfrac{\left(e^{2T}(-2x_1(t_0)+x_2(t_0)) + e^{t_0+t_1}(2x_1(T)-x_2(T))\right)}{3\left(e^{4(T-t_1)}-1\right)}, \text{ при } t \in [t_1, T] \end{cases}.$$

Получены также явные выражения соответствующего движения $x(t)$.

Для числовых значений $t_0 = 0$, $t_1 = 1$, $T = 2$, $x(t_0) = (0, 1)^T$, $x(T) = (4, 5)^T$ график функций управления $u(t)$ имеет вид:



а график функции фазового вектора $x(t)$, для координат $x_1(t)$, $x_2(t)$ при $t \in [0, 2]$ имеет вид:



В пункте 2.4.2, используя результаты §2.1 и §2.3, решена задача управления нагрева жидкости в тепловом аппарате, рассматривая динамический процесс как составную (поэтапно меняющуюся) систему, образованную из трех этапов с неразделенными промежуточными условиями типа (5). Получены явные выражения управляющих воздействий для каждого этапа и соответствующие движения.

В пункте 2.4.3, используя полученные результаты в §2.2, решена задача управления материальной точки переменной массы, движущейся в вертикальной плоскости под действием реактивной силы и силы тяжести с неразделенными промежуточными условиями, заданными для промежуточных моментов времени t_1 и t_2 $(0 \le t_0 < t_1 < t_2 < T)$.

Построены управляющее воздействие, переводящее движение точки из заданного начального состояния, обеспечивая удовлетворение промежуточных условий, в конечное состояние и соответствующее движение.

В пункте 2.4.4, в качестве приложения изложенного в §2.2, решена задача оптимального управления конкретной линейной системы с неразделенными промежуточными условиями, получены явные выражения оптимального управления, оптимального движения и минимальное значение критерия качества.

<u>**Третья глава**</u> посвящена задачам оптимальной стабилизации линейных составных систем и систем с многими управляющими воздействиями.

В §3.1 исследуется задача оптимальной стабилизации управляемой составной линейной нестационарной системы (описанной в §1.1), движение которой на интервалах времени $t_{k-1} \le t \le t_k$ ($k = 1,...,m-1$) и $t_{m-1} \le t < \infty$ описывается системой (1) с условиями связи (2) в промежуточные моменты времени.

Требуется найти набор оптимальных управляющих воздействий $u^0(t) = \{u^{(1)0}(t),...,u^{(m)0}(t)\}$, который для произвольных начальных условий обеспечивают асимптотическую устойчивость решения системы (1) с промежуточными условиями (2) и минимизируют функционал

$$I[\cdot] = \sum_{k=1}^{m} I_k[\cdot] = \sum_{k=1}^{m-1} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[\sum_{j,s=1}^{n_k} a_{js}^{(k)} x_j^{(k)} x_s^{(k)} + \sum_{j,s=1}^{r_k} b_{js}^{(k)} u_j^{(k)} u_s^{(k)} \right] dt + \int_{t_{m-1}}^{\infty} \left[\sum_{j,s=1}^{n_m} a_{js}^{(m)} x_j^{(m)} x_s^{(m)} + \sum_{j,s=1}^{r_m} b_{js}^{(m)} u_j^{(m)} u_s^{(m)} \right] dt,$$

где предполагается, что

$$\sum_{j,s=1}^{n_k} a_{js}^{(k)} x_j^{(k)} x_s^{(k)} \quad \text{и} \quad \sum_{j,s=1}^{r_k} b_{js}^{(k)} u_j^{(k)} u_s^{(k)}$$

определенно-положительные квадратичные формы.

Основываясь на методе Ляпунова, предложен способ построения оптимального стабилизирующего управления, на основе которого на конечном интервале времени $[t_0, t_{m-1}]$, для первых $m-1$ систем (1), строятся оптимальные управляющие воздействия, которые с произвольными начальными и промежуточными условиями связи (2) обеспечивают устойчивое движение и минимальное значение соответствующего функционала, а на интервале $[t_{m-1}, \infty)$ для последней системы (1) строится оптимальное управляющее воздействие, которое обеспечивает асимптотическую устойчивость решения и минимизирует соответствующий функционал. Таким образом, имеем оптимальные движения $x^{(k)0}(t)$ $(k = 1, \mathbf{K}, m)$ и все значения $x^{(k+1)0}(t_k)$ $(k = 1, \mathbf{K}, m-1)$ фазового вектора как начальное значение последующего этапа. Поэтому, при $k = m-1$, имеем значение фазового вектора $x^{(m)0}(t_{m-1})$, как начальное состояние движения на интервале $[t_{m-1}, \infty)$. Далее, можно вычислить минимальное значение функционала $\sum_{k=1}^{m-1} I_k[\cdot]$, а минимальное значение функционала

$$\int_{t_{m-1}}^{\infty} \left[\sum_{j,s=1}^{n_m} a_{js}^{(m)} x_j^{(m)} x_s^{(m)} + \sum_{j,s=1}^{r_m} b_{js}^{(m)} u_j^{(m)} u_s^{(m)} \right] dt \ ,$$

будет равно выражению $V_m(x_1^{(m)0}(t_{m-1}),...,x_{n_m}^{(m)0}(t_{m-1}))$.

В §3.2 в качестве приложения, изложенного в §3.1, решена задача оптимальной стабилизации нагрева жидкости в тепловом аппарате, рассматривая динамический процесс как составную (поэтапно меняющуюся) систему, образованную из трех этапов, с условиями (4) в промежуточные моменты. Предполагается, что возмущенное движение нагрева жидкости в тепловом аппарате, описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_1^{(1)} = x_2^{(1)} \\ \dot{x}_2^{(1)} = b^{(1)}u^{(1)} \end{cases}, \qquad \text{при} \quad t \in [t_0, t_1) \tag{13}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1^{(2)} = x_2^{(2)} \\ \dot{x}_2^{(2)} = a_2^{(2)}x_2^{(2)} + b^{(2)}u^{(2)} \end{cases}, \qquad \text{при} \quad t \in [t_1, t_2) \tag{14}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1^{(3)} = x_2^{(3)} \\ \dot{x}_2^{(3)} = a_1^{(3)}x_1^{(3)} + a_2^{(3)}x_2^{(3)} + b^{(3)}u^{(3)} \end{cases}, \text{ при} \quad t \in [t_2, +\infty) \tag{15}$$

где $a_2^{(2)}$, $a_1^{(3)}$, $a_2^{(3)}$, $b^{(1)}$, $b^{(2)}$, $b^{(3)}$ значения параметров-отличные от нуля константы, x_1, x_2 -температура нагреваемого тела и скорость ее изменения.

Минимизируемый функционал имеет вид

$$I[\cdot] = I_1[\cdot] + I_2[\cdot] + I_3[\cdot] = \int_{t_0}^{t_1} w_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} w_2 dt + \int_{t_2}^{\infty} w_3 dt, \tag{16}$$

где

$$w_1 = a_{11}^{(1)}\left(x_1^{(1)}\right)^2 + 2a_{12}^{(1)}x_1^{(1)}x_2^{(1)} + a_{22}^{(1)}\left(x_2^{(1)}\right)^2 + b_1\left(u^{(1)}\right)^2,$$

$$w_2 = a_{11}^{(2)}\left(x_1^{(2)}\right)^2 + 2a_{12}^{(2)}x_1^{(2)}x_2^{(2)} + a_{22}^{(2)}\left(x_2^{(2)}\right)^2 + b_2\left(u^{(2)}\right)^2,$$

$$w_3 = a_{11}^{(3)}\left(x_1^{(3)}\right)^2 + 2a_{12}^{(3)}x_1^{(3)}x_2^{(3)} + a_{22}^{(3)}\left(x_2^{(3)}\right)^2 + b_3\left(u^{(3)}\right)^2.$$

Во избежание сложных представлений решений предполагается, что параметры систем (13)-(15) и коэффициенты в функционале (16) принимают следующие числовые значения:

$$a_2^{(2)} = 1, \ a_1^{(3)} = -2, \ a_2^{(3)} = 3, \ b^{(1)} = b^{(2)} = b^{(3)} = 1, \ a_{ij}^{(k)} = 1, \ b_k = 1 \ (i, j = 1,2; k = 1,2,3).$$

Получены оптимальные управляющие воздействия в явном виде:

$$u^{(1)0} = -x_1^{(1)} - 1.73x_2^{(1)}, \quad u^{(2)0} = -x_1^{(2)} - 3x_2^{(2)}, \quad u^{(3)0} = -0.24x_1^{(3)} - 6.24x_2^{(3)},$$

а также оптимальные движения системы (13)-(15) и вычислены значения функционалов.

В §3.3 рассматривается система линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(t)x + \sum_{i=1}^{k} a_i B^{(i)}(t)u^{(i)}, \tag{17}$$

где $x(t) \in R^n$, x –фазовый вектор системы, $A(t)$, $B^{(i)}(t)$ –матрицы параметров системы (модели объекта); $u^{(i)}(t)$ –управляющие воздействия (i-ый управляющий орган), соответственно, с размерностями $A(t)-(n \times n)$, $B^{(i)}(t)-(n \times r_i)$, $u^{(i)}(t)-(r_i \times 1)$.

Предполагается, что управляющие воздействия $u^{(i)} \in R^{r_i}$, а параметры $a_i \in (0,1]$ характеризуют i-й орган управления $u^{(i)}$ и являются коэффициентами его приоритетности. Элементы матриц $A(t)$, $B^{(i)}(t)$ и вектор-столбцов $u^{(i)}(t)$ являются ограниченными непрерывными функциями.

Предполагается, что отдельно по каждому управляющему органу система может быть не вполне управляемой, но в совокупности этих управлений система является вполне управляемой.

Требуется найти оптимальные управляющие воздействия $u^{(i)0}$ и значения параметров $a^i \ (i=1,...,k)$, которые обеспечивают асимптотическую устойчивость тривиального решения системы (17) и минимизируют функционал

$$I[.] = \int_{t_0}^{\infty} \left[\sum_{j,s=1}^{n} b_{js} x_j x_s + \sum_{i=1}^{k} \left(\sum_{j,s=1}^{r_i} g_{js}^{(i)} u_j^{(i)} u_s^{(i)} \right) \right] dt ,$$

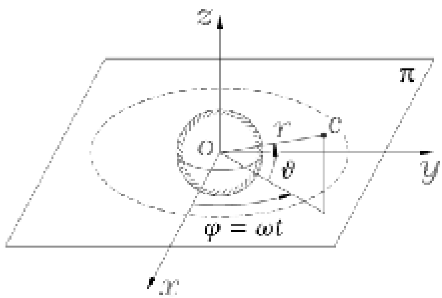
где предполагается, что квадратичные формы

$$\sum_{j,s=1}^{n} b_{js} x_j x_s \quad \text{и} \quad \sum_{j,s=1}^{r_i} g_{js}^{(i)} u_j^{(i)} u_s^{(i)} \quad (i=1,...,k)$$

определенно-положительные.

Задача оптимальной стабилизации решается вторым методом Ляпунова. Выбирая функцию Ляпунова $V(x_1,...,x_n,t)$ в виде квадратичной формы получим, что оптимальные выражения управляющих воздействий $u^{(i)0} = u^{(i)0}(t, x_1,...,x_n, a_1,...,a_k)$, ($i=1,...,k$) и минимальное значение функционала $I[a_1,...,a_k] = I[u^{(1)0}(a_1,...,a_k),...,u^{(k)0}(a_1,...,a_k)]$ зависят от параметров $a_1,...,a_k$. Рассматривая выражение $I[a_1,...,a_k]$ как функцию от параметров $a_1,...,a_k$, появляется возможность повторной минимизации функционала по этим параметрам. После повторной минимизации, выбирая подходящие значения коэффициентов $a_i^0 \in (0,1]$ $(i=1,...,k)$ имеем минимальное значение $I[a_1^0,...,a_k^0]$. Найденные значения параметров $a_1^0,...,a_k^0$ характеризуют приоритетность управляющих воздействий, соответственно, следовательно приоритетные оптимальные управляющие воздействия $u^{(i)0} = u^{(i)0}(t, x_1,...,x_n, a_1^0,...,a_k^0)$ $(i=1,...,k)$ стабилизируют тривиальное решение системы (17).

В §3.4 в качестве приложения, изложенного в §3.3, рассматривается задача оптимальной стабилизации возмущенного движения центра масс искусственного спутника Земли.



Дифференциальные уравнения первого приближения управляемого возмущенного движения центра масс искусственного спутника Земли в нормальной форме записываются в виде:

$$\dot{x}_1 = x_2\,,\quad \dot{x}_2 = 3w^2 x_1 + 2wr_0 x_5\,,\quad \dot{x}_3 = x_4\,,\quad \dot{x}_4 = -2w^2 x_3 + a_1 u_1\,,\quad \dot{x}_5 = -2\frac{w}{r_0} x_2 + a_2 u_2\,. \qquad (18)$$

Здесь приняты следующие обозначения

$$r - r_0 = x = x_1\,,\ \dot{r} = \dot{x} = x_2\,,\ J = x_3\,,\ \dot{J} = x_4\,,\ \dot{j} - w = y = x_5\,,$$

где $w = \sqrt{\frac{m}{r_0^3}}$ - угловая скорость вращения радиус-вектора r_0 спутника, m - гравитационный параметр Земли, u_1 и u_2 управляющие воздействия, а a_1 и a_2 параметры характеризующих управлений, которые являются коэффициентами их приоритетности $a_1, a_2 \in (0,1]$.

Требуется найти оптимальные управляющие воздействия u_i^0 и значения параметров a_i^0 $(i = 1,2)$, обеспечивающих асимптотическую устойчивость тривиального решения системы (18) и минимизирующих функционал

$$I[u_1, u_2] = \int_0^\infty \left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + u_1^2 + u_2^2 \right) dt\,.$$

Система (18) отдельно по управляющим воздействиям u_1 и u_2 не вполне управляема, но в совокупности управляющих воздействий вполне управляема.

Задача оптимальной стабилизации решается вторым методом Ляпунова. Приведен численный пример, для которого построено явное выражение функции Ляпунова $V(x_1^0, ..., x_5^0, a_1, a_2)$, минимум которого достигается при значениях $a_1^0 = 0,49835$, $a_2^0 = 1$. Приоритетные оптимальные управляющие воздействия являются

$$u_1^0 = -0,999995 x_3 - 2,23903 x_4\,, \qquad u_2^0 = -x_1 - 1,315 x_2 - 6,4078 x_5\,,$$

которые стабилизируют решение системы (18).

В приложении приведена таблица числовых значений коэффициентов функций Ляпунова в зависимости от значений параметра a_2, которые использовались при построении решения задачи в §3.4.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Основные результаты и выводы диссертационной работы состоят в следующем:

- Сформулированы и доказаны теоремы, определяющие представления решения составной линейной нестационарной системы со сменой размерности фазового вектора и вектора управления и поэтапно меняющейся линейной нестационарной системы.
- Получено необходимое и достаточное условие вполне управляемости составной (и поэтапно меняющейся) линейной стационарной системы, выраженное непосредственно через исходные параметры системы. Показано, что на отдельных отрезках времени составная система (или поэтапно меняющаяся система), образованная не вполне управляемыми системами с соответствующими промежуточными условиями связей могут быть вполне управляемыми на всем отрезке времени.
- Показано, что преобразованная составная система, полученная невырожденным линейным преобразованием и исходная составная система являются эквивалентными. Показано также, что невырожденное преобразование не влияет на свойство вполне управляемости составной (и поэтапно меняющейся) линейной стационарной системы. Для вполне управляемой поэтапно меняющейся линейной стационарной системы вычислена матрица невырожденного преобразования, обеспечивающая переход одного базиса к другому.
- Предложены конструктивные методы решения задач управления составных линейных динамических систем и систем с неразделенными многоточечными промежуточными условиями, а также способ для решения задач оптимального управления с критерием качества, имеющим смысл нормы некоторого нормированного пространства. Сформулированы условия существования программных управлений и соответствующих движений. Построены явные виды управляющих воздействий, решающих задачу управления. В качестве приложения решены задачи управления и оптимального управления для конкретных составных систем и систем с неразделенными промежуточными условиями, в частности, для механических систем.
- Решены задача оптимальной стабилизации составной линейной нестационарной системы с условиями связи в промежуточные моменты времени и задача оптимальной стабилизации нагрева жидкости в тепловом аппарате. Для линейных нестационарных систем с многими управляющими воздействиями решена задача оптимальной стабилизации по приоритетному управлению, и в качестве приложения решена задача оптимальной стабилизации по приоритетному управлению возмущенного движения центра масс искусственного спутника Земли по круговой орбите.

СПИСОК НАУЧНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Барсегян В.Р., Шагинян С.Г., Барсегян Т.В. Задача оптимальной стабилизации линейных динамических систем по приоритетному оптимальному управлению. Механика твердого тела, ИПММ НАН Украины, 2011, вып. 41, с. 210-215.

2. Барсегян Т.В. Об оптимальном управлении поэтапно меняющейся одной линейной системой. XV International Conference “Dynamical System Modeling and Stability Investigation”, May 25-27, 2011, Kiev, Ukraine, Abstracts of Conference Reports, p. 348.

3. Барсегян В.Р., Шагинян С.Г., Барсегян Т.В. О задаче стабилизации линейных динамических систем по приоритетному оптимальному управлению. Тез. Докл., 11 международная конференция “Устойчивость, управление и динамика твердого тела”, Донецк, 2011 (8-12 июня), с.16.

4. Барсегян Т.В. Задача управления поэтапно меняющейся одной линейной системы с промежуточными условиями. Сборник научных трудов международной школы-конференции молодых ученых посвещенной 70-летию основания Национальной Академи Наук Армении. 1-4 октября 2013, Цахкадзор, Армения, с. 96-100.

5. Барсегян Т.В. О замене базиса в пространстве состояний и влиянии на свойства управляемости составной линейной стационарной системы. Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Труды VIII международной конференции. Сентябрь 22-26, 2014, Горис-Степанакерт, с. 88-92.

6. Барсегян В.Р., Барсегян Т.В. Критерий управляемости линейных стационарных систем переменной структуры. Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Труды VIII международной конференции. Сентябрь 22-26, 2014, Горис-Степанакерт, с. 83-87.

7. Барсегян В.Р., Шагинян С.Г., Барсегян Т.В. Об одной задаче оптимальной стабилизации линейными составными системами. Известия НАН РА, Механика, 2014, т. 67, № 4, с. 40–52.

8. Барсегян Т.В. Об условии вполне управляемости поэтапно меняющейся линейной стационарной системы. Известия НАН РА, Механика, 2015, т. 68, № 1, с. 81-90.

9. Барсегян В.Р., Барсегян Т.В. Об одном подходе к решению задач управления динамических систем с неразделенными многоточечными промежуточными условиями. Автоматика и телемеханика. 2015, № 4, с. 3-15.

   Barseghyan V.R. and Barseghyan T.V. On an Approach to the Problems of Control of Dynamic System with Nonseparated Multipoint Intermediate Conditions. Automation and Remote Control, 2015, Vol. 76, № 4, pp. 549-559.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսությունը նվիրված է կապակցված դինամիկ համակարգերի ղեկավարման և ստաբիլացման խնդիրներին:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, երեք գլուխներից, եզրակացությունից, օգտագործված գրականության ցանկից և հավելվածից:

Ներածությունում հիմնավորված է ատենախոսության թեմայի կարևորությունը և արդիականությունը, կատարված է ուսումնասիրվող խնդիրներին առնչող գրականության համառոտ վերլուծություն: Ձևակերպված են հետազոտության նպատակն ու հիմնական խնդիրները, համառոտ բովանդակությունը ըստ գլուխների, տեսական և կիրառական նշանակությունը:

Առաջին գլուխը նվիրված է կապակցված գծային դինամիկ համակարգերի ղեկավարելիության ուսումնասիրությանը: Ձևակերպված և ապացուցված են ֆազային և ղեկավարման վեկտորների փոփոխվող չափողականությամբ կապակցված գծային ոչ ստացիոնար համակարգերի, էտապ առ էտապ փոփոխվող գծային ոչ ստացիոնար համակարգերի լուծումների ներկայացման վերաբերյալ թեորեմներ: Ստացված է կապակցված (և էտապ առ էտապ փոփոխվող) գծային ստացիոնար համակարգերի լրիվ ղեկավարելիության անհրաժեշտ և բավարար պայման՝ արտահայտված համակարգի սկզբնական պարամետրերով: Ստացված պայմանը համեմատված է Կալմանի հայտնի պայմանի հետ:

Ցույց է տրված, որ

- ժամանակի առանձին միջակայքերում ոչ լրիվ ղեկավարելի գծային ստացիոնար համակարգերով կազմված կապակցված (էտապ առ էտապ փոփոխվող) համակարգը, լուծման շարունակականության համապատասխան միջանկյալ պայմաններով, ամբողջ ժամանակահատվածում կարող է լինել լրիվ ղեկավարելի,
- կապակցված գծային ոչ ստացիոնար համակարգի վրա կիրառված չվերասերված գծային ձևափոխությամբ ստացված համակարգը համարժեք է սկզբնական համակարգին,
- չվերասերված գծային ստացիոնար ձևափոխությունը չի ազդում կապակցված (էտապ առ էտապ փոփոխվող) գծային ստացիոնար համակարգի լրիվ ղեկավարելիության հատկության վրա:

Կառուցված է լրիվ ղեկավարելի էտապ առ էտապ փոփոխվող գծային ստացիոնար համակարգը մի բազիսից մյուսին անցումը ապահովող չվերասերված ձևափոխության մատրիցը: Դիտարկված կապակցված համակարգերի օրինակների համար կազմված է ղեկավարելիության մատրիցները և պարզաբանված են դրանց ղեկավարելիության հատկությունները:

Երկրորդ գլուխը նվիրված է կապակցված գծային դինամիկ համակարգերի և չանջատվող բազմակետային միջանկյալ պայմաններով համակարգերի ղեկավարման և օպտիմալ ղեկավարման խնդիրների լուծմանը: Առաջարկված են կապակցված գծային դինամիկ համակարգերի և չանջատվող բազմակետային միջանկյալ պայմաններով համակարգերի ղեկավարման խնդիրների լուծման եղանակներ, ինչպես նաև գծային տարածության նորմայի իմաստ ունեցող որակի հայտանիշով օպտիմալ ղեկավարման խնդիրների լուծման եղանակ: Ձևակերպված են լրիվ ղեկավարելիության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, ծրագրային ղեկավարումների և համապատասխան շարժումների գոյության պայմաններ: Կառուցված են ղեկավարման խնդիրների լուծումների բացահայտ տեսքերը: Որպես ստացված արդյունքների կիրառություն` լուծված են կապակցված և բազմակետային միջանկյալ պայմաններով տարբեր համակարգերի ղեկավարման և օպտիմալ ղեկավարման խնդիրներ: Լուծված են

- ժամանակի առանձին միջակայքերում ոչ լրիվ ղեկավարելի երկու համակարգերով ձևավորված, և ժամանակի ամբողջ միջակայքում լրիվ ղեկավարելի կապակցված համակարգի ղեկավարման խնդիր,
- ջերմային սարքում հեղուկի տաքացման ղեկավարման խնդիրը, դիտարկելով դինամիկ պրոցեսը որպես չանջատվող միջանկյալ պայմաններով և երեք էտապով ձևավորված կապակցված (էտապ առ էտապ փոփոխվող) համակարգ,
- ուղղաձիգ հարթության մեջ ձգողական և ռեակտիվ ուժերի ազդեցությամբ փոփոխական զանգվածով նյութական կետի շարժման ղեկավարման խնդիրը, երբ սկզբնական և վերջնական պայմաններից բացի տրված են ժամանակի երկու միջանկյալ պահերի համար չանջատվող պայմաններ,
- օպտիմալ ղեկավարման խնդիր, երբ սկզբնական և վերջնական պայմաններից բացի տրված են ժամանակի երկու միջանկյալ պահերի համար չանջատվող պայմաններ:

Երրորդ գլուխը նվիրված է կապակցված գծային համակարգերի և շատ ղեկավարող ազդեցություններով համակարգերի օպտիմալ ստաբիլացման խնդիրներին: Օգտվելով Լյապունովի ֆունկցիայի կառուցման եղանակից` առաջարկված է կապակցված գծային ոչ ստացիոնար համակարգերի օպտիմալ ստաբիլացման խնդրի լուծման եղանակ և որպես դրա կիրառություն լուծված է ջերմային սարքում հեղուկի տաքացման ղեկավարման պրոցեսի օպտիմալ ստաբիլացման խնդիրը: Ձևակերպված է մի քանի ղեկավարող ազդեցություններով գծային ոչ ստացիոնար համակարգերի ըստ ղեկավարումների կարևորության օպտիմալ ստաբիլացման խնդիր, ենթադրելով որ յուրաքանչյուր ղեկավարում ունի իր բնութագրիչ պարամետրը և, ըստ յուրաքանչյուր ղեկավարման համակարգը կարող է լինել ոչ լրիվ ղեկավարելի, բայց բոլոր ղեկավարումների համախմբությամբ լրիվ ղեկավարելի: Օգտվելով Լյապունովի երկրորդ եղանակից առաջարկված է համակարգի տրիվիալ լուծումը ստաբիլացնող ըստ կարևորության օպտիմալ ղեկավարումների կառուցման եղանակ: Լուծված է Երկրի արհեստական արբանյակի զանգվածների կենտրոնի շրջանային ուղեծրի շուրջը գրգռված շարժման օպտիմալ ստաբիլացման խնդիրը ըստ ղեկավարումների կարևորության: Բերված թվային օրինակի համար կառուցված են Լյապունովի ֆունկցիան և համակարգը ստաբիլացնող ըստ կարևորության օպտիմալ ղեկավարումները:

Եզրակացությունում ներկայացված է աշխատանքի հիմնական արդյունքները:

BARSEGHYAN TIGRAN

THE PROBLEMS OF CONTROL AND STABILIZATION OF COMPOUNDED DYNAMIC SYSTEMS

SUMMARY

The dissertation is devoted to the problems of control and stabilization of compounded dynamic systems.

The dissertation consists of introduction, three chapters, conclusion, references and appendix. The introduction justifies the importance and relevance of the topic of the dissertation and makes a brief analysis of the literature on the problems being investigated. The Introduction formulates the main aims and objectives of the investigation, gives an executive summary by chapters and describes the theoretical and practical importance of the dissertation.

The first chapter is devoted to the investigation of controllability of compounded linear dynamic systems. The theorems on representations of solutions to the compounded linear non stationary systems with phase and control vectors characterized by changing dimensions and of solutions to the stage by stage changing linear non stationary systems are formulated and proved. The necessary and sufficient condition, expressed by initial parameters of the system,for full controllability of compounded (and stage by stage changing) linear stationary systems is derived. The derived condition is compared with Kalman condition.

It is shown that:

- The compounded (stage by stage changing) system, that is composed of linear stationary systems, which are not fully controllable at separate time intervals, under corresponding intermediate conditions on continuity of solutions can be fully controllable.
- The system obtained from the nonsingular linear transformation, applied on compounded linear non-stationary system, is equivalent to the original system.
- Nonsingular linear transformation does not affect the full controllability property of compounded (stage by stage changing) linear stationary system.

Nonsingular transformation matrix is built, which provides a switch of fully controllable stage by stage changing linear stationary system from one basis to the other. The controllability matrices for considered compounded systems are constructed and their controllability properties are explained.

The second chapter is devoted to the solution of problems of control and optimal control of compounded linear dynamic systems and of systems with non-separable multipoint intermediate conditions. The solution methods for control problems of compounded linear dynamic systems and of systems with non-separable multipoint intermediate conditions, as well as the method of solution of problems of optimal control with linear space norm quality criterion are proposed. Necessary and sufficient conditions for full controllability and conditions for existence of program control and corresponding motions are formulated. Explicit forms of solutions to control problems are constructed. As an application of obtained results, optimal problems of control of compounded systems and systems with multipoint intermediate conditions are solved. The following problems are solved:

- A problem of control of compounded system, fully controllable at the whole time interval and formulated by two systems which are not fully controllable at separate time intervals.
- A problem of control of heating the liquid in thermal device, considering the dynamic process as a compounded (stage by stage changing) system, formulated by three stages with non-separable intermediate conditions.
- A problem of control of motion of material point with variable mass, induced by gravitation and reactive forces in vertical plane, when besides initial and terminal conditions non-separable conditions for two intermediate moments of time are given.
- A problem of optimal control, when besides initial and terminal conditions non-separable conditions for two intermediate moments of time are given.

The third chapter is devoted to the problems of optimal stabilization of compounded linear systems and of systems with many control actions.Using the method of construction of Lyapunov function, solution method for the problem of optimal stabilization of compounded linear non-stationary system is proposed and as its application optimal stabilization problem of control of process of heating the liquid in thermal device is solved. The optimal stabilization problem by control priorities of linear non-stationary systems with many control actions is formulated, assuming that each control has its characteristic parameter and by each control the system can be not fully controllable, but by all controls can be fully controllable. Using second method of Lyapunov a method of construction of optimal controls by priorities that stabilizes the trivial solution of the system is proposed. Optimal stabilization problem by priorities of controls for perturbed motion of artificial satellite of the Earth around the circular orbit of the center of the mass is solved. For the presented numerical example the Lyapunov function and the system stabilizing optimal controls by priorities are constructed.

The main results of the dissertation are given in the Conclusion.

The Appendix presents a table of numerical values of coefficients of Lyapunov function, dependent on the parameter, characterizing priority of the control action.