

НАЦИОНАЛЬНАЯ НАУЧНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ ИМ. А. АЛИХАНИЯ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

ШАМАМЯН АНАИТ ГАМЛЕТОВНА

**ОСОБЕННОСТИ ОНДУЛЯТОРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ
ЧАСТИЦ И СГУСТКОВ С МОДУЛИРОВАННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ**

Специальность: 01.04.02 – Теоретическая физика

Диссертация на соискание
ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
ведущий научный сотрудник
Геворгян Лекдар Аршавирович

Ереван 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА I. АХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОНДУЛЯТОРНЫХ СИСТЕМАХ.....	X 18
1.1. Генерация рентгеновских фотонов в обычных и кристаллических ондуляторах.....	19
1.2. Поле излучения в системе из двух ондуляторов	23
1.3. Частотно-угловое распределение числа излученных фотонов....	28
1.4. Излучение первой гармоники ($p = 1$) под нулевым углом.....	30
1.5. Ондуляторное излучение позитронов в системе изогнутых кристаллов с учетом поляризации среды.....	32
1.6. Спектральное распределение числа излученных фотонов.....	37
1.7. Частотное распределение и фактор конструктивной интерференции.....	41
1.8. Коэффициент усиления вынужденного излучения, образованного в ондуляторе с промежутком.....	43
Выводы по главе I.....	49
ГЛАВА II. МОДУЛЯЦИЯ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ И ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЛАЗЕРНЫМИ ВОЛНАМИ БИЕНИЙ.....	50
2.1. Кинетический и гидродинамический методы описания плазмы.....	51
2.2. Кинетический метод описания плазмы, взаимодействующей с лазерными волнами биений.....	56
2.3. Спектральная функция распределения плотности плазмы.....	59

2.4. Переход от кинетического метода к гидродинамическому методу. Сравнительный анализ.....	67
2.5. Распределение плотности холодной электронной плазмы.....	69
2.6. Модуляция плотности сильноточного электронного сгустка.....	72
Выводы по главе II.....	75

ГЛАВА III. КОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ.....76

3.1. Эффект частичной когерентности излучения.....	77
3.2. Коэффициент усиления излучения сгустка, взаимодействующего с лазерными волнами биений.....	81
3.3. Когерентное излучение модулированного электронного сгустка. Формула тонкой линзы. Резонансное усиление.....	85
3.4. Суммативное когерентное излучение модулированного электронного пучка, взаимодействующего с ЛВБ.....	87
3.5. Когерентное излучение микробанчируемого пучка в кристаллическом ондуляторе с учетом поляризации среды.....	92
Выводы по главе III.....	99

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....100

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....102

ВВЕДЕНИЕ

Проблема обнаружения новых источников мощного направленного и монохроматического излучения при взаимодействии заряженных частиц с веществом и электромагнитными полями является актуальной и имеет огромный научный интерес, стратегическую направленность, большое практическое значение.

Обнаружены разнообразные виды электромагнитного излучения. Переходное излучение появляется при пересечении заряженной частицей границы двух сред с различными электромагнитными свойствами; излучение Вавилова-Черенкова образуется, когда частица движется в среде с постоянной скоростью, превышающей фазовую скорость электромагнитных волн; тормозное, синхротронное, ондуляторное излучения имеют место при движении заряженной частицы с ускорением и т.д. Теория излучения заряженных частиц рассматривалась как в рамках классической электродинамики, так и с помощью квантовой теории.

Отдельный интерес представляет формирование излучения под нулевым углом, образованное заряженными частицами в ондуляторах и при каналировании в кристаллах. В 1947 году В.Л.Гинзбург предложил использовать релятивистские электроны в приборах с пространственно-периодическим электромагнитным полем для генерации микрорадиоволнового излучения [1]. В начале 50-х годов Мотцом [2] (независимо Ландекером [3]) были проведены экспериментальные исследования излучения при прохождении релятивистских электронов через внешнее периодическое поле, создаваемое магнитами. Эта система была

названа ондулятором. Далее Мотц и др. провели эксперимент по обнаружению ондуляторного излучения в области радиоволн [4]. Большой интерес вызвало полученное в этом эксперименте излучение в миллиметровом диапазоне. Из-за когерентных эффектов в этом диапазоне генерировалось излучение с большой интенсивностью.

Развитие работ по ондуляторному излучению несколько приостановилось вследствие низкого уровня техники получения коротких и интенсивных сгустков частиц для получения мощного излучения.

Особенностью ондуляторного излучения является возможность перестраивания излучаемых частот в довольно широком диапазоне в зависимости от энергии частицы. В 70-х годах интерес к ондуляторному излучению возобновился. Корхмазяном [5] было предложено использовать ондулятор для получения рентгеновских и гамма пучков. Исследования по обнаружению рентгеновского ондуляторного излучения были впервые проведены на Ереванском ускорителе [6].

Заметим, что в ультрафиолетовой и более жесткой области частот ондуляторное излучение при определенных условиях может превосходить синхротронное излучение по интенсивности, монохроматичности, направленности и степени поляризации. Рентгеновское ондуляторное излучение разрабатывалась в работах [7,8-10].

Спектрально угловые характеристики ондуляторного излучения меняются при учете влияния поляризации среды [11,12,13]. Оказывается, что излучение формируется лишь при энергиях выше пороговой энергии. Когда энергия заряженной частицы близка к пороговой энергии, то сужаются как частотное распределение излучения, так и угловое вокруг нулевого угла. При

этом существенно увеличивается плотность излучения, и спектр становится более монохроматичный.

В шестидесятые годы прошлого столетия Робинсон и Оуэн [14], независимо, Билер и Беско [15] обнаружили, что при определенных ориентациях кристалла длина пробега быстрых ионов в монокристалле аномально возрастает.

Линдхард в 1965 году, заменой потенциалов отдельных атомов кристалла потенциалом, усредненным по их продольным координатам, объяснил явление каналирования [16]. В частности, позитроны, попадая в сильное поле между плоскостями кристалла, совершают колебания с пространственным периодом гораздо меньшим, периода обычного ондулятора. Эффект каналирования имеет место, когда быстрые заряженные частицы движутся под малыми углами, меньше некоторого критического угла относительно кристаллографических плоскостей или осей кристалла и названное, соответственно, плоскостным и осевым каналированием. Критическое значение угла падения частицы в кристалл, при котором еще может иметь место каналирование, названо углом Линдхарда.

Излучение протонов при каналировании в инфракрасной области спектра имеет малую интенсивность и, поэтому не представляет практического интереса, на что указал Томпсон [17].

В 1976 г. Кумахов [18-20] предсказал интенсивное спонтанное рентгеновское и гамма излучения при каналировании. С одной стороны, из-за сильного поля кристаллических плоскостей спектральная плотность излучения каналированного позитрона в жесткой области длин волн может быть значительно больше, чем при других известных типах излучения. С другой стороны, излучение при плоскостном каналировании заряженных частиц имеет большую степень поляризации.

Теория явления каналирования разрабатывалась методами классической и квантовой электродинамики. При квантовом рассмотрении излучение обусловлено переходами между различными энергетическими уровнями, которые формируются в потенциале атомных плоскостей и цепочек.

Дальнейшее теоретическое, а затем и экспериментальное исследования этого явления обусловлено тем, что появилась возможность использовать это излучение в качестве интенсивного источника рентгеновского и гамма излучения, а также при проведении кристаллографических исследований.

Экспериментальное исследование излучения, образованного при плоскостном и осевом каналировании позитронов в несколько ГэВ, было исследовано в 1978-1979 г.г. на линейном ускорителе в Стэнфорде (SLAC) группой советских и американских физиков (Р. Авакян, И. Мирошниченко, Д. Мерри и Т. Фигут) [21]. Эксперимент проводился для каналированных позитронов с энергиями 2-16 ГэВ в плоскостях кристалла алмаза. Одновременно проводились эксперименты как в Ереванском физическом институте [22], так и в Томском политехническом институте [23] по обнаружению излучения каналированных в алмазе электронов с энергиями 4.7 ГэВ и 0.8 ГэВ, соответственно.

В работах [24-26] исследованы особенности спектра излучения при плоскостном каналировании позитронного сгустка с произвольным углом влета частиц в кристалл (меньше угла Линдхарда). Учитывая неравномерное распределение поляризации излучения в канале, в спектре числа фотонов образуется один минимум. Теоретический спектр согласуется с экспериментальными данными [21], однако в области минимума теоретическое распределение проходит выше экспериментального.

Проблеме излучения заряженных частиц при плоскостном и осевом каналировании посвящено большое число экспериментальных и теоретических работ [27-35].

Основные экспериментальные результаты исследований при каналировании частиц в кристаллах находят объяснение в рамках развитой теории. Проведенные исследования показали, что каналирование заряженных частиц в ориентированных кристаллах является интенсивным источником поляризованного, направленного рентгеновского и гамма излучения.

Если плоскости кристалла имеют волнообразную форму, то каналированные позитроны, кроме осцилляций в канале кристалла, в среднем движутся по волнообразной траектории – кристаллический ондулятор (КО). Периодическая деформация кристалла может возникать под воздействием интенсивной ультразвуковой волны. Кроме излучения из-за каналирования, образуется также ондуляторное излучение, что было предсказано в [36]. Интенсивность кристаллического ондуляторного излучения (КОИ) зависит от степени изогнутости кристалла.

В настоящее время КО можно получить иными методами [37-41]. Кремниевый КО был подготовлен царапинами с периодами $l=(50-100)$ мкм, амплитудами колебаний $A=(20-100)$ Å и числом периодов КО равным $n = 10$. Эпитаксиальными методами была получена сверхрешетка Ge_xSi_{1-x} со следующими параметрами: $l=(9.9-50)$ мкм, $A = (4-90)$ Å и $n = 4$.

Кристаллические ондуляторы могут иметь как достаточно малый период, так и параметр, близкий к единице. Следует отметить, однако, что в кристаллах возможен лишь ондулятор, основанный на плоскостном каналировании положительно заряженных частиц [42].

Возможность поворота пучков частиц высокой энергии была впервые рассмотрена Цыгановым [43] при каналировании в изогнутых кристаллах и затем осуществлена в ряде экспериментов с пучками частиц высоких энергий.

Теория излучения в кристаллических ондуляторах разработана в [42] без учета поляризации среды, а с учетом – в работах [44-45]. Учет поляризации среды, как и в случае тормозного излучения [46], существенно влияет на условия образования излучения и на его характеристики. При этом появляется как энергетический порог образования излучения, так и порог на степень изогнутости кристалла, что наступает раньше, чем порог, при котором из-за наличия центробежной силы частица деканализуется [47]. Спонтанное и стимулированное излучения в кристаллических и нанотрубных ондуляторах были исследованы в работе [48].

После открытия нанотубов со стенками из нескольких концентрических слоев [49], оказалось, что существуют нанотубы, стенки которых содержат один слой атомов [50]. Эффект каналирования быстрых частиц в нанотубах имеет ряд особенностей, связанных с относительно большим диаметром каналов и меньшим, чем в обычных кристаллах влиянием деканализующих факторов [51]. Эти особенности могут найти применение в физике пучков частиц высоких энергий. В работе [52] методом численного моделирования траекторий частиц был проведен анализ каналирования и спектров электромагнитного излучения.

Экспериментальные результаты по КОИ [53-55] получены с помощью электронных и позитронных сгустков с энергиями 0.3-10 ГэВ. Однако использование электронных сгустков для генерации КОИ сомнительно из-за короткой длины деканализирования электронов [56].

Известно, что для получения достаточно большой интенсивности излучения необходимо, чтобы электронный сгусток излучал бы когерентно. Когерентность излучения – явление универсальное и имеет место независимо от типа излучения [57].

Было показано, что при естественной асимметричности в распределении частиц, заряженный сгусток излучает частично когерентно в области длин волн, намного меньших продольного размера сгустка.

В работе [58] исследован эффект когерентности дифракционного излучения электронного сгустка, что было ранее наблюдало в экспериментальной работе [59]. В [60] это явление исследовано, когда электронный сгусток пролетает над поверхностными акустическими волнами.

Эффект частичной когерентности усиления излучения проявляется, когда плотность сгустка в продольном направлении достаточно велика. При этом в продольном направлении имеется упорядочение электронов. В результате сгусток излучает частично когерентно [61].

Как было показано в работе [62], частично когерентное усиление излучения, совпадает с усилением излучения в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ), основой которого является процесс вынужденного ондуляторного излучения. В работах [63,64] показано, что коэффициент усиления при когерентном излучении обратно пропорционален энергии пучка в 5-ой степени, так же, как это имеет место в ЛСЭ.

Усиление спонтанного излучения происходит в ЛСЭ, которое, как показал Мейди в основополагающей работе [65], определяется производной от формы линии спонтанного излучения. Известно, что вероятности вынужденных процессов поглощения и излучения одинаковы (принцип

детального равновесия). Этот принцип нарушается из-за квантовой отдачи: на определенной частоте вероятность излучения становится больше, чем вероятность поглощения.

Классическая теория ЛСЭ представлена в работе Колсона [66]. В работе [67] показана адекватность классического [68] и квантового [69] подходов к расчетам ЛСЭ. Теория ЛСЭ, основанная на статистическом методе с решением кинетического уравнения Власова, описана в работе [70] для сильнооточных пучков с достаточно большими плотностями.

О возможности увеличения эффективности оптического ЛСЭ с заполнением полости ондулятора прозрачной газовой средой было предложено в [71]. В [72] указывалась возможность генерации относительно коротковолнового сигнала. Результаты эксперимента, проведенного группой Пантелла, представлены в [73]. В процессе эксперимента не сохранялось условие синхронизма. Детальный анализ влияния среды на электронно-фотонное взаимодействие позволил предложить способ многократного увеличения эффективности ЛСЭ, приводящий к почти полной трансформации энергии электронного сгустка в энергию излучения [74, 75].

Излучение ЛСЭ имеет достаточно широкий и легко перестраиваемый диапазон излучаемых частот. Благодаря этим достоинствам ЛСЭ стал объектом постоянного внимания исследователей. Изучению ЛСЭ посвящено достаточно много теоретических и экспериментальных работ, обзоров, монографий и сборников статей [76-79].

Первый эксперимент в микроволновой области по вынужденному ондуляторному излучению был проведен в Стэнфорде 1976 г. Элиасом и др. (см., например [79]). В инфракрасной области было получено излучение ЛСЭ с рекордной мощностью 14.2 кВт в лаборатории им. Джефферсона (США).

В настоящее время единственным действующим рентгеновским лазером на свободных электронах является SASE XFEL. Впервые идея безрезонаторного ЛСЭ, работающего в режиме SASE (Self Amplified Spontaneous Emission – самоусиленная спонтанная эмиссия), была предложена в начале 1980-х годов в России Кондратенко А.М. и Салдиным Е.Л. [80]. Установка была собрана в Стэнфордском центре линейного ускорителя (SLAC) [81]. Продольная плотность электронного сгустка LCLS в конце SASE FEL подвергается модуляции или микробанчированию (МБ) с периодом равным длине волны генерированного излучения (см, например, [82,83]).

В более ранних работах [63,84] была рассмотрена задача о модуляции плотности электронного пучка при взаимодействии с лазерными волнами биения. При этом было выявлено существование резонансной частоты, на которой излучение модулированного пучка когерентно. Если сгусток направить навстречу лазерным волнам биений, то генерируется когерентное ондуляторное излучение на резонансной частоте в субмиллиметровом диапазоне [64]. В этом диапазоне длин волн будет получено излучение ALPHA THz SASE FEL электронного пучка AREAL с энергией 50 МэВ [85,86].

В [82,87] пучок с модулированной плотностью в процессе SLAC XFEL предлагалось использовать для генерации когерентного рентгеновского излучения. В работах [88-95] для этой цели рассмотрены разные источники спонтанного излучения.

Однако когерентность излучения на резонансной частоте может подавляться поперечным форм-фактором. Это подавление можно обойти выбором резонансной частоты вблизи нижней границы допустимого интервала излучаемых частот, появляющегося из-за поляризации среды КО

[96]. При этом можно определить важный параметр МБ – глубину модуляции плотности сгустка.

Настоящая диссертационная работа посвящена актуальной проблеме выявления особенностей характеристик как спонтанного, так и когерентного ондуляторного излучения в различных областях частот: субмиллиметровой, ультрафиолетовой и рентгеновской. Генераторами излучения являются ондуляторные системы, монокристаллы при каналировании позитронов, так и совокупность изогнутых монокристаллов.

Исследуемые задачи рассмотрены в рамках классической электродинамики. Учитывается влияние среды на формирование спектрального распределения излучения при каналировании позитронного сгустка в монокристаллах.

Ондуляторное излучение генерируется как отдельными заряженными частицами высоких энергий, так и сгустками с модулированной плотностью. Модуляция плотности плазмы и сгустка заряженных частиц происходит при взаимодействии с лазерными волнами биений. Этот процесс исследован как кинетическим, так и гидродинамическим методом.

В диссертации также рассмотрены особенности характеристик когерентного рентгеновского излучения позитронного сгустка с модулированной в процессе SASE FEL плотностью в кристаллическом ондуляторе.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 110 страниц, в том числе 8 рисунков и список литературы из 110 наименований.

Глава I диссертационной работы посвящена выявлению условий для эффективного образования спонтанного ондуляторного излучения

релятивистских частиц в пространственно периодических структурах: спиральный ондулятор разделенный промежутком (рентгеновский клистрон), совокупность определенным образом изогнутых монокристаллов (нанотубов) с промежутками.

В §1.1 представлено описание спиральных, плоских, а также кристаллических и нанотубных ондуляторов и возможности генерации рентгеновских фотонов заряженными релятивистскими частицами в этих структурах.

В §1.2 определена траектория движения релятивистского электрона в системе, состоящей из двух одинаковых спиральных ондуляторов, разделенных промежутком.

В §1.3 рассчитано частотно-угловое распределение числа квантов в дипольном приближении.

В §1.4 получена форма линии спонтанного ондуляторного излучения в зависимости от расстояния между частями ондулятора и спектральное распределение числа фотонов, излученных электроном под нулевым углом.

В §1.5 исследуется излучение релятивистского позитрона в кристаллическом ондуляторе, состоящем из изогнутых монокристаллов с определенной ориентацией и промежутками между ними. Найдена траектория движения позитрона в данной кристаллической структуре.

В §1.6 получена формула расчета спектрально-углового распределения числа фотонов с учетом поляризации среды.

В §1.7 введен фактор конструктивной интерференции в зависимости от расстояния между монокристаллами. Определено оптимальное расстояние между монокристаллами, что важно для повышения эффективности лазера на свободных электронах. Изложенные исследования представлены в [97,98].

В §1.8 рассмотрен процесс вынужденного излучения в системе, состоящей из двух спиральных ондуляторов [97]. Представлен метод вычисления коэффициента усиления излучения, определяемый с помощью производной формы линии спонтанного излучения [65].

Глава II посвящена проблемам модуляции плотности электронной плазмы и сильноточного электронного сгустка с помощью лазерных волн биения (ЛВБ).

В параграфе §2.1 кратко изложены гидродинамический и кинетический способы исследования плазмы [99].

В §2.2 в рамках кинетического метода представлен процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений.

В §2.3 решая бесстолкновительное кинетическое уравнение Власова, определяется спектральная функция распределения плотности частиц, что важно для определения диэлектрической проницаемости плазмы и спектров различного типа волн, распространяющихся в ней.

В §2.4 показано, что при нахождении пространственной плотности распределения электронной плазмы необходимо учесть пространственную дисперсию плазменной среды [100].

В §2.5 в гидродинамическом приближении исследован процесс взаимодействия холодной плазмы с ЛВБ и получено выражение для модулированной плотности.

В §2.6 получено выражение для модулированной плотности релятивистского электронного сгустка [63,84].

В **Главе III** рассмотрены задачи о когерентном излучении пучков заряженных частиц высоких энергий с модулированной плотностью.

В §3.1 изложен эффект частично когерентного излучения коротких волн, образованных пучком с асимметричным продольным распределением электронов [57].

В §3.2 исследован эффект когерентности излучения сильнофокусированного электронного пучка с модулированной лазерными волнами высокой плотности и получены выражения для коэффициента усиления [63,84]. Рассмотрены случаи, когда исходная функция распределения частиц в пучке является равномерной или гауссовской [101].

В §3.3 выявлено существование резонансной частоты, на которой продольный форм-фактор пучка не подавляет когерентность излучения [63].

В §3.4 показана возможность генерации мощного направленного монохроматического субмиллиметрового излучения, генерированного электронным пучком с модулированной лазерными волнами высокой плотности [64].

В §3.5 получены аналитические выражения для частотного, углового распределений и полного числа фотонов, генерируемых в кристаллическом ондуляторе позитронным пучком. При этом микропучкованный пучок, плотность которого модулирована в результате прохождения SASE FEL, будет излучать сверхмонохроматичный и интенсивный пучок рентгеновских фотонов [96], что важно для практического применения. С другой стороны, сравнение теоретических значений с экспериментальными данными позволит определить важный параметр глубины модуляции плотности пучка.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в работах [63,64,84,96-98,100,101] и были представлены на Международных конференциях (“CHANNELING”, “RREPS” и др.).

В диссертационной работе на защиту выносятся следующие положения:

1. Генерация спонтанного излучения в ондуляторных структурах с секциями эффективнее из-за конструктивной интерференции.
2. Коэффициент усиления вынужденного излучения в этих структурах увеличивается.
3. Развита кинетическая теория плазмы при взаимодействии с лазерными волнами биений. Переход к гидродинамическому описанию осуществлен с учетом пространственной дисперсии.
4. Ондуляторное излучение электронного сгустка в процессе взаимодействия с лазерными волнами биений в субмиллиметровом диапазоне длин волн когерентно.
5. На резонансной частоте продольный форм-фактор не подавляет когерентность излучения.
6. Резонансная длина волны излучения, длина модуляции и продольный размер сгустка удовлетворяют формуле тонкой линзы.
7. В рентгеновской области частот подавление когерентности на резонансной частоте происходит из-за поперечного форм-фактора.
8. Учет поляризации среды дает возможность выбрать резонансную частоту вблизи нижней границы частотного интервала излучения, тем самым обеспечить когерентность процесса.
9. Отправленный на “свалку” микробанчированный в SASE FEL сгусток и разные источники излучения можно использовать для генерации интенсивного пучка рентгеновских фотонов.

ГЛАВА I.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОНДУЛЯТОРНЫХ СИСТЕМАХ

В данной главе исследовано рентгеновское излучение, образованное релятивистской заряженной частицы в различных периодических структурах: в системе из двух спиральных одинаковых ондуляторов разделенных промежутком (рентгеновский клистрон), а также в кристаллическом ондуляторе (КО), представляющим собой систему из монокристаллов с заданной длиной и радиусом кривизны, расположенных симметрично относительно плоскости YOZ на определенных расстояниях вдоль оси OZ (ось пролета заряженной частицы) и от оси OX (ось осцилляций).

В исследуемых системах определяются траектории движения релятивистских частиц, выражения для полей излучения и частотно-углового распределения интенсивности излучения.

Рассматривается вынужденное излучение релятивистских электронов в системе из двух спиральных ондуляторов с промежутком и определяется коэффициент усиления.

§1.1 Генерация рентгеновских фотонов в обычных и кристаллических ондуляторах

Периодическая магнитная структура – ондулятор, являющийся одним из основных элементов современных лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), широко используется во многих ускорительных центрах для формирования монохроматического излучения в различных диапазонах длин волн.

Особенности характеристик ондуляторного излучения определяются параметром ондулятора q , представляющим собой отношение максимального угла отклонения ψ частицы полем к эффективному углу излучения θ_{eff} , который для релятивистских частиц порядка γ^{-1} , где γ – Лоренц фактор, т.е. энергия частицы в единицах энергии покоя электрона mc^2 . Ондуляторы бывают плоские и спиральные.

Для плоского синусоидального поля параметр ондулятора может быть представлен в виде $q = eH_0l/(2\pi mc^2)$, где e – электрический заряд электрона, H_0 – амплитуда, l – пространственный период магнитного поля ондулятора. Если магнитное поле измерять в Теслах, а период ондулятора в сантиметрах, то параметр можно представить в виде $q \approx 0.1 \cdot H_0 l$.

Длина волны спонтанного излучения, образованного заряженной частицей в длинном плоском ондуляторе с параметром q под углом θ равна

$$\lambda = \frac{l}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{q^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right)$$

В спиральном ондуляторе эта длина определяется следующей формулой

$$\lambda = \frac{l}{2\gamma^2} (1 + q^2 + \gamma^2 \theta^2)$$

Спиральный ондулятор представляет собой систему, состоящую из двух одинаковых соленоидов с противоположными направлениями

электрического тока в обмотках. Магнитное поле соленоида в произвольной точке, лежащей на оси, определяется из закона Био-Савара-Лапласа. Ондюлятор с сильным магнитным полем и параметром $q \gg 1$ называется вигглером.

Характерная длина волны ондуляторного излучения пропорциональна периоду ондулятора и обратно пропорциональна квадрату энергии частицы E . Для создания ондулятора с параметром $q \simeq 1$ при $l \lesssim 1$ см требуются весьма сильные магнитные поля, что весьма сложно осуществить практически. Поэтому для продвижения в более коротковолновую область частот, не увеличивая величину энергии излучающей частицы, единственным путем остается уменьшение периода ондулятора. При поиске компактных источников монохроматического рентгеновского излучения был предложен другой тип ондуляторов. Он основан на явлении каналирования частиц в периодически изогнутых кристаллах [38] и нанотубах [46].

При движении заряженной частицы в режиме каналирования в кристалле с искривленными атомными плоскостями она отклоняется от первоначального направления, в соответствии с кривизной атомных плоскостей независимо от своей начальной энергии.

Большие возможности открываются в случае каналирования в нанотубах. Нанотубы можно получить путем свертки плоскости графита в цилиндр, диаметр которого измеряется нанометрами, а длина может достигать макроскопических размеров [107]. Углеродные нанотубы при изгибе эквивалентны весьма сильному магнитному полю ($\simeq 588\text{T}$) [102].

Многие теоретические результаты, полученные для магнитных ондуляторов, могут быть непосредственно перенесены на случай кристаллических и нанотубных ондуляторов. Однако существует ряд важных отличий кристаллических и нанотубных ондуляторов от обычных ондуляторов.

Ограничения, связанные с использованием кристаллического ондулятора:

- амплитуда изгиба кристаллических плоскостей и период ондулятора не могут быть выбраны независимо, поскольку радиус кривизны не может превышать соответствующее критическое значение, определенное Цыгановым [43];
- излучение происходит в конденсированной среде, поэтому необходимо учитывать изменение фазовой скорости света в среде и связанный с ним сложный эффект Допплера [12,13, 103];
- максимальный угол отклонения частиц определяется отношением амплитуды синусоидального искривления плоскостей кристалла к пространственному периоду ондулятора, поэтому параметр ондулятора оказывается пропорциональным энергии частицы, в отличие от магнитного ондулятора, где параметр q не зависит от энергии;
- эффективное число периодов ограничено деканализированием частиц, которое происходит вследствие некогерентного рассеяния частиц на электронах среды и тепловых колебаниях атомов, и поэтому является случайной величиной.

При создании кристаллического ондулятора важно учитывать следующее:

- Пространственный период кристаллического ондулятора необходимо выбрать намного больше периода осцилляций каналированных позитронов
- Минимальное значение радиуса кривизны КО ограничено тем, что позитроны под воздействием центробежной силы не нарушается условие каналирования. Это условие ограничивает значение параметра ондулятора.
- При заданных значениях параметра ондулятора (амплитуды кривизны, пространственный период) энергия позитрона имеет верхнюю границу. Она имеет также нижнюю границу из-за поляризации среды КО: при низких энергиях излучение не образуется

В следующих параграфах данной главы развита теория рентгеновского излучения в ондуляторных системах, разделенных промежутком, а также в периодически деформированных кристаллах с учетом перечисленных выше особенностей.

Отметим, что аналогичная задача в оптической области (оптический клистрон) частот ранее была рассмотрена в работе [104]

Заметим, что в рамках классической электродинамики спектр ондуляторного излучения может быть получен в аналитическом виде в случае плоского, спирального магнитного поля и в более сложном случае, когда поле представляет собой суперпозицию спирального поля и однородного продольного магнитного поля (см. например [105]).

§ 1.2 Поле излучения в системе из двух ондуляторов

Рассмотрим движение релятивистского электрона в системе, состоящей из двух спиральных ондуляторов, каждый длиной L , разделенных промежутком sL ($s > 0$). В ондуляторах частица движется по винтовой линии с поперечной скоростью $\beta_{\perp}c$ и со скоростью $\beta_{\parallel}c$ вдоль оси OZ. Между ондуляторами движение прямолинейно. Траектория электрона с частотой $\Omega = (2\pi\beta_{\parallel}c)/l$ вращения по винтовой линии с радиусом R и пространственным периодом l представляется в виде [97]:

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} \{-R \cos \Omega t, -R \sin \Omega t, \beta_{\parallel}ct\}; & 0 < t < \frac{L}{\beta_{\parallel}c}, \frac{(s+1)L}{\beta_{\parallel}c} < t < \frac{(s+2)L}{\beta_{\parallel}c}, \\ \{0, 0, \beta_{\parallel}ct\}; & \frac{L}{\beta_{\parallel}c} < t < \frac{(s+1)L}{\beta_{\parallel}c}. \end{cases} \quad (1.1)$$

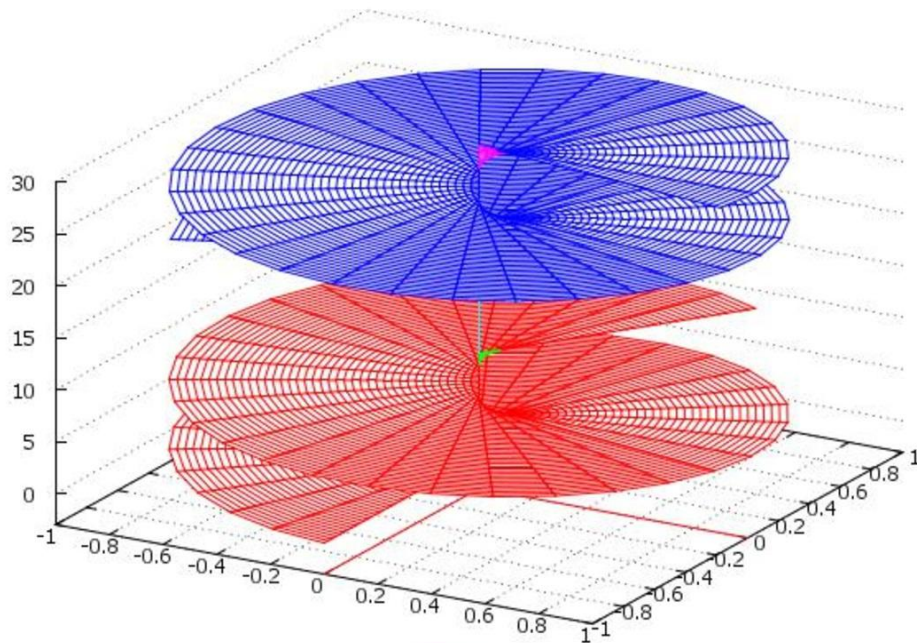


Рис.1: Траектория движения в системе из двух ондуляторов с промежутком.

Процесс излучения фотонов в ондуляторах с достаточной точностью описываются классической теорией. Поля излучения в первом и во втором ондуляторах определяются с помощью следующих интегралов

$$\begin{aligned} \vec{J}_1 &= \int_0^{\tau} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] dt \quad , \\ \vec{J}_2 &= \int_{(s+1)\tau}^{(s+2)\tau} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] dt \quad , \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $\vec{\beta}(t) = \vec{v}/c$, $\vec{v} = d\vec{r}(t)/dt$ – скорость электрона, ω и $\vec{k} = \omega\vec{n}/c$ есть частота и волновой вектор излучаемого электроном фотона, \vec{n} – направляющий вектор:

$$\vec{n} = \{ \sin \theta \cos \varphi , \sin \theta \sin \varphi , \cos \theta \} \quad (1.3)$$

где θ и φ есть полярный и азимутальный углы излучения, $\tau = L/(\beta_{\parallel}c)$ – время пролета электрона через ондулятор.

Компоненты векторов $\vec{\beta}(t)$ и векторного произведения $[\vec{n} \times \vec{\beta}(t)]$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \vec{\beta}(t) &= \left\{ \frac{R\Omega}{c} \sin \Omega t , -\frac{R\Omega}{c} \cos \Omega t , \beta_{\parallel} c \right\} , \\ [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] &= \left\{ \beta_{\parallel} \sin \theta \sin \varphi + \frac{R\Omega}{c} \cos \Omega t \cos \theta , \frac{R\Omega}{c} \sin \Omega t \cos \theta \right. \\ &\quad \left. - \beta_{\parallel} \sin \theta \cos \varphi , \frac{R\Omega}{c} \sin \theta \cos(\Omega t - \varphi) \right\} . \end{aligned} \quad (1.4)$$

Для экспоненциального выражения в интегралах (1.2) с учетом (1.1) и (1.3) имеем

$$\exp i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) = \exp[i\omega t(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta)] \exp \left[i \frac{\omega R}{c} \sin \theta \cos(\Omega t - \varphi) \right] ,$$

что в новых обозначениях

$$\chi = \omega(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta), \quad a = \frac{\omega R}{c} \sin \theta, \quad (1.5)$$

преобразуется следующим образом

$$\exp i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) = \exp(i\chi t) \exp(ia \cos(\Omega t - \varphi)) \quad (1.6)$$

Используем для экспоненциальной функции следующее разложение по функциям Бесселя $J_p(a)$

$$\exp\{ia \cos(\Omega t - \varphi)\} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p J_p(a) \exp\{-ip(\Omega t - \varphi)\} \quad (1.7)$$

Поэтому, выражение (1.6), представленное с помощью функций Бесселя $J_p(a)$, примет вид

$$\exp i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p J_p(a) \exp(i(\chi - p\Omega)t) \exp(ip\varphi) \quad (1.8)$$

Следовательно, x компонента интеграла \vec{J}_1 в (1.2) примет следующий вид:

$$(\vec{J}_1)_x = \int_0^{\tau} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p J_p(a) \left\{ \beta_{\parallel} \sin \theta \sin \varphi + \frac{R\Omega}{c} \cos \Omega t \cos \theta \right\} e^{i(\chi - p\Omega)t} e^{ip\varphi} dt \quad (1.9)$$

Представим тригонометрическую функцию $\cos \Omega t$ в виде суммы экспонент. Тогда, заменяя во втором слагаемом индекс суммирования p на $p + 1$, а в третьем — на $p - 1$ выражение (1.9) преобразуем к виду:

$$(\vec{J}_1)_x = \int_0^{\tau} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p e^{ip\varphi} \left\{ J_p(a) \beta_{\parallel} \sin \theta \sin \varphi + \right. \\ \left. + i \frac{R\Omega}{2c} \cos \theta (J_{p+1}(a) e^{i\varphi} - J_{p-1}(a) e^{-i\varphi}) \right\} I_1(p) \quad ,$$

$$I_1(p) = \int_0^{\tau} e^{i(\chi - p\Omega)t} dt = \frac{L}{\beta_{\parallel} c} \frac{\sin z}{z} \exp(iz) \quad , \quad z = \frac{L}{2\beta_{\parallel} c} (\chi - p\Omega) \quad .$$

(1.10)

Используя следующие соотношения для функций Бесселя,

$$J_{p-1}(a) + J_{p+1}(a) = 2\frac{p}{a} J_p(a), \quad J_{p-1}(a) - J_{p+1}(a) = 2\dot{J}_p(a), \quad (1.11)$$

и, применяя формулу Эйлера для экспонент $e^{i\varphi}$ и $e^{-i\varphi}$, получаем

$$\begin{aligned} (\vec{J}_1)_x = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p e^{ip\varphi} \left\{ J_p(a) \left(\beta_{\parallel} \sin \theta - p \frac{R\Omega}{ca} \cos \theta \right) \sin \varphi - \right. \\ \left. - i \dot{J}_p(a) \frac{R\Omega}{c} \cos \theta \cos \varphi \right\} I_1(p) \quad . \end{aligned} \quad (1.12)$$

Подобным образом вычисляются остальные две компоненты $(\vec{J}_1)_y$ и $(\vec{J}_1)_z$

$$\begin{aligned} (\vec{J}_1)_y = - \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p e^{ip\varphi} \left\{ J_p(a) \left(\beta_{\parallel} \sin \theta - p \frac{R\Omega}{ca} \cos \theta \right) \cos \varphi + \right. \\ \left. + i \dot{J}_p(a) \frac{R\Omega}{c} \cos \theta \cos \varphi \right\} I_1(p) \quad . \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$(\vec{J}_1)_z = -i \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p e^{ip\varphi} \dot{J}_p(a) \frac{R\Omega}{c} \sin \theta \cdot I_1(p) \quad . \quad (1.14)$$

В результате получаем следующее выражение для интеграла \vec{J}_1

$$\begin{aligned} \vec{J}_1 = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p e^{ip\varphi} \left\{ J_p(a) \left(\beta_{\parallel} \sin \theta - p \frac{R\Omega}{ca} \cos \theta \right) (\vec{i} \sin \varphi - \vec{j} \cos \varphi) - \right. \\ \left. - i \dot{J}_p(a) \frac{R\Omega}{c} (\vec{i} \cos \varphi \cos \theta + \vec{j} \sin \varphi \cos \theta + \vec{k} \sin \theta) \right\} I_1(p) \quad , \end{aligned}$$

(1.15)

где \vec{i}, \vec{j} и \vec{k} – единичные векторы вдоль осей OX, OY и OZ, соответственно.

Для второго интеграла \vec{j}_2 имеем аналогичное выражение

$$\begin{aligned} \vec{j}_2 = & \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (i)^p e^{ip\varphi} \left\{ J_p(a) \left(\beta_{\parallel} \sin \theta - p \frac{R\Omega}{ca} \cos \theta \right) (\vec{i} \sin \varphi - \vec{j} \cos \varphi) - \right. \\ & \left. - i j_p(a) \frac{R\Omega}{c} (\vec{i} \cos \varphi \cos \theta + \vec{j} \sin \varphi \cos \theta + \vec{k} \sin \theta) \right\} I_2(p), \\ I_2(p) = & \int_{(s+1)\tau}^{(s+2)\tau} e^{i(\chi - p\Omega)t} dt = \frac{L}{\beta_{\parallel} c} \left(\frac{\sin z}{z} \right) e^{iz(2s+3)}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Таким образом, выражение, определяющее поле излучения, образованное электроном $\vec{j} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ в системе из двух ондуляторов, разделенных промежутком, имеет вид [97]

$$\begin{aligned} \vec{j} = & \frac{2L}{\beta_{\parallel} c} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left\{ J_p(a) \left(\beta_{\parallel} \sin \theta - p \frac{R\Omega}{ca} \cos \theta \right) (\vec{i} \sin \varphi - \vec{j} \cos \varphi) - \right. \\ & \left. - i j_p(a) \frac{R\Omega}{c} (\vec{i} \cos \varphi \cos \theta + \vec{j} \sin \varphi \cos \theta + \vec{k} \sin \theta) \right\} \cdot \\ & \cdot \cos((s+1)z) \exp \left(i \left(z(s+2) + p \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right) \right) \cdot \left(\frac{\sin z}{z} \right). \end{aligned} \quad (1.17)$$

§ 1.3 Частотно-угловое распределение числа излученных фотонов

Для частотно-углового распределения числа излученных фотонов в системе из двух ондуляторов разделенных промежутком имеем [106]

$$\frac{d^2 N_{ph}}{d\omega dO} = \frac{\alpha\omega}{4\pi^2} |\vec{J}|^2, \quad \vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 \quad (1.18)$$

где $dO = \sin\theta d\theta d\varphi$ – телесный угол излучения частотой ω , $\alpha = e^2/(\hbar c) = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, e – заряд электрона.

В выражении (1.17) учтено отсутствие излучения на промежутках

$$-\infty < t < 0, \quad \tau < t < (s+1)\tau, \quad (s+2)\tau < t < +\infty.$$

Для определения $|\vec{J}|^2$ необходимо найти квадраты модулей компонент векторного выражения $\vec{J}_1 + \vec{J}_2$ [97]

$$\begin{aligned} |\vec{J}|^2 &= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} Q_p \cdot |I(p)|^2, \quad Q_p = J_p^2(a) \left(\beta_{\parallel} \sin\theta - p \frac{\beta_{\perp}}{a} \cos\theta \right)^2 + \beta_{\perp}^2 J_p^2(a), \\ |I(p)|^2 &= |I_1(p) + I_2(p)|^2 = \frac{4L^2}{\beta_{\parallel}^2 c^2} F_s(z), \\ F_s(z) &= \cos^2((s+1)z) F(z), \quad F(z) = \frac{\sin^2 z}{z^2}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

где $\beta_{\perp} = R\Omega/c$.

Таким образом, для частотно-углового распределения числа излученных фотонов имеем

$$\frac{d^2 N_{ph}}{d\omega dO} = \alpha\omega \left(\frac{L}{\pi\beta_{\parallel}c} \right)^2 \sum_{p=1}^{\infty} Q_p F_s(z). \quad (1.20)$$

Функция $F(z)$ для больших значений переменной $\tau = L/(\beta_{\parallel}c)$ имеет δ – образный характер

$$\frac{\sin^2 z}{z^2} \approx \frac{2\pi L}{\beta_{\parallel}c\omega} \delta\left(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta - \frac{p\Omega}{\omega}\right)$$

Поэтому излучение отлично от нуля лишь для гармоник с положительными номерами ($p > 0$). Выражение (1.20) преобразуется к виду

$$\frac{d^2 N_{ph}}{d\omega d\Omega} = \alpha \frac{2}{\pi} \left(\frac{L}{\beta_{\parallel}c}\right)^3 \cos^2((s+1)z) \sum_{p=1}^{\infty} Q_p \delta\left(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta - \frac{p\Omega}{\omega}\right)$$

(1.21)

Данное выражение получено, когда электрон осциллирует в приосевой области бесконечного спирального ондулятора, где магнитное поле однородно и поперечно. На практике необходимо учитывать конечные размеры реального ондулятора и влияние неоднородности магнитного поля на динамику частиц и на спектр излучения. Неоднородность поля меняет круговую форму траектории в поперечной плоскости пролета на более сложную.

Поскольку в лазерах на свободных электронах представляет интерес излучение под нулевым углом, что имеет место лишь для первой гармоники. то в следующем параграфе исследуется спектрально-угловое распределение числа излученных фотонов первой гармоники.

§ 1.4 Излучение первой гармоники ($\mathbf{p} = \mathbf{1}$) под нулевым углом

Заметим, что при $\theta = 0$ излучается лишь первая гармоника с частотой $\omega_0 = 2\Omega\gamma_{\parallel}^2$, где $\gamma_{\parallel} = \gamma/Q$ – продольное значение Лоренц фактора $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $Q = \sqrt{1+q^2}$, $q = \beta_{\perp}\gamma$ – параметр ондулятора.

Частотно-угловое распределение излучения первой гармоники в дипольном приближении ($q < 1$) после интегрирования по азимутальному углу имеет следующий вид

$$\frac{d^2 N_{ph}}{dx du^2} = 4\pi\alpha q^2 n^2 x [(2u^2 x - 1)^2 + 1] \cdot F_s(z),$$

$$z = \pi n x \left[u^2 - \left(\frac{1}{x} - Q \right) \right],$$

(1.22)

где $x = \omega/(2\Omega\gamma^2)$ – безразмерная частота, $u = \gamma\theta$, n – число витков в каждом из ондуляторов. В случае ондулятора конечной длины $2L$ (число витков $2n$) форма линии спонтанного ондуляторного излучения $F_s(z) = F_0(z) = F(2z)$ и в пределе $n \rightarrow \infty$ имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_0(z) = \frac{1}{2nx} \delta \left[u^2 - \left(\frac{1}{x} - Q \right) \right]. \quad (1.23)$$

При $s = 0$ выражение (1.22) переходит в точности в выражение для одиночного ондулятора конечной длины $2L$ [5].

$$\frac{d^2 N_{ph}}{dx du^2} = 2\pi\alpha q^2 n [(2u^2 x - 1)^2 + 1] \delta \left[u^2 - \left(\frac{1}{x} - Q \right) \right].$$

(1.24)

Для спектрального распределения числа излученных фотонов под нулевым углом из выражения (1.22) получаем [97]

$$N_s(x) = \left. \frac{d^2 N_{ph}}{dx du^2} \right|_{u=0} = 8\pi\alpha q^2 n^2 x F_s(z_0) \quad , \quad z_0 = \pi n Q \left(x - \frac{1}{Q} \right). \quad (1.25)$$

Таким образом, максимальное значение числа фотонов спонтанного излучения на частоте $\omega = \omega_0$, образованного в системе из двух ондуляторов каждый длиной L , разделенных промежутком sL , совпадает с аналогичным выражением при $s = 0$ в ондуляторе длиной $2L$. На рис.2 приведены формы линий спонтанного ондуляторного излучения под нулевым углом для различных значений параметра s . Ширина формы линии вокруг значения $z_0 = 0$ сужается в $(s + 1)$ раз.

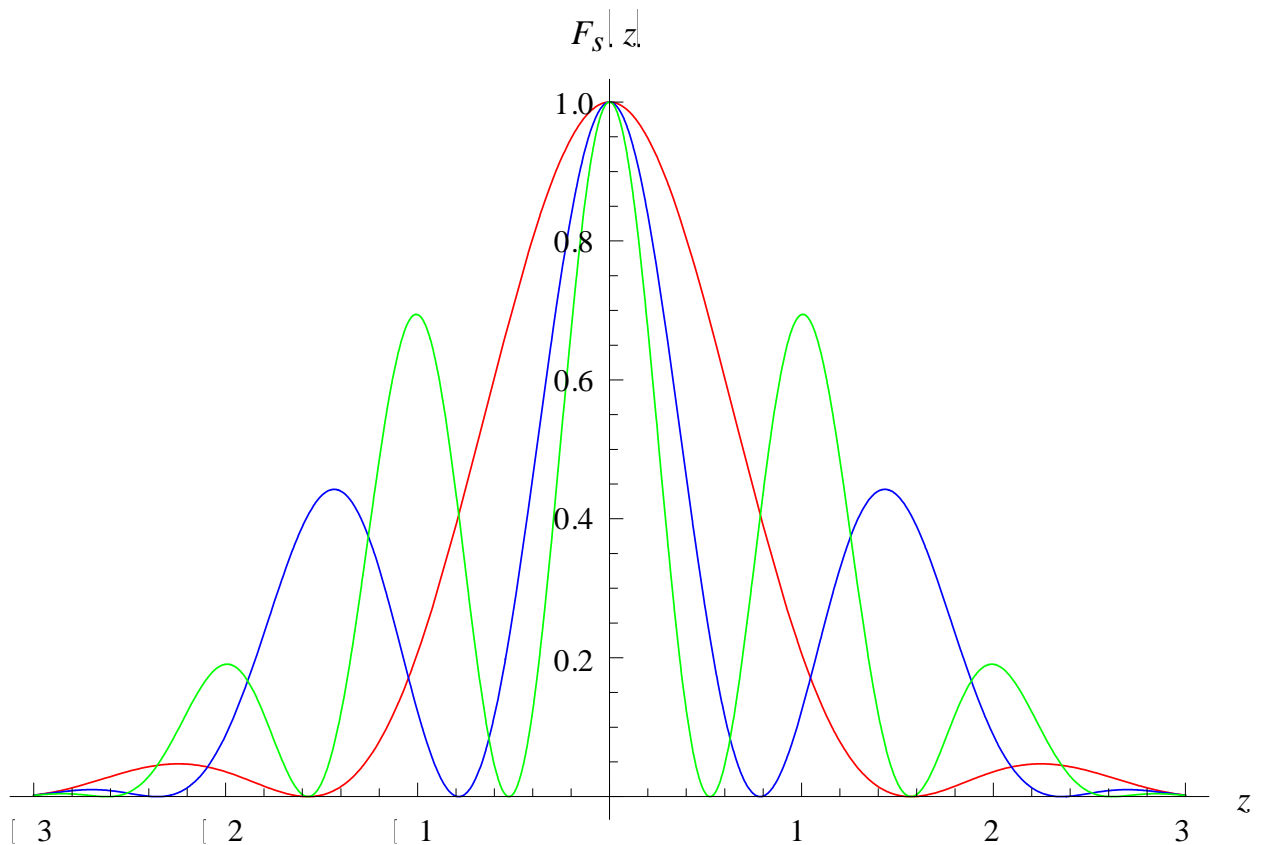


Рис.2: Форма линии спонтанного излучения под углом $\theta = 0$ при $s = 0, 1, 2$.

§ 1.5 Ондюляторное излучение позитронов в системе изогнутых кристаллов с учетом поляризации среды

Пусть кристаллический ондюлятор представляет собой систему из $2n$ монокристаллов длиной l и радиусом кривизны \mathcal{R} , расположенных симметрично относительно плоскости YOZ на расстояниях $p\mathcal{R}$ и смещенных вдоль оси OZ на величину pl (рис.3):

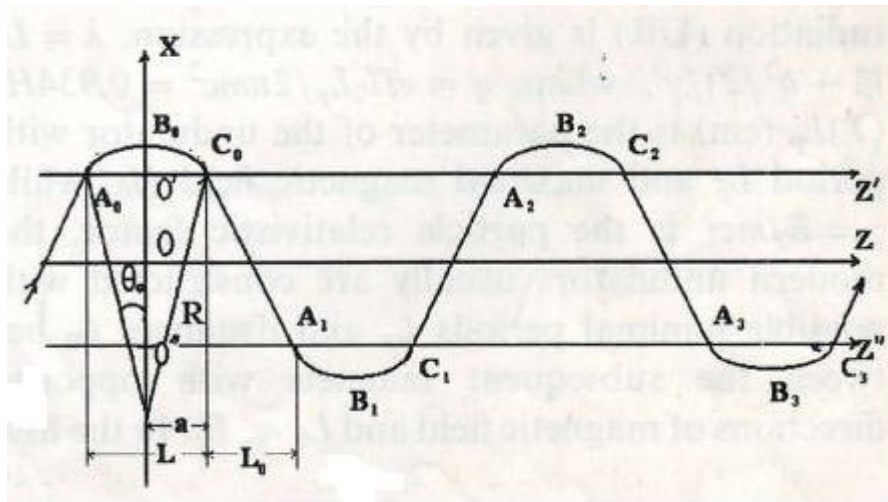


Рис.3: Схематическое расположение изогнутых монокристаллов, представленных в виде дуг окружности $A_0\overline{B_0C_0}$, $A_1\overline{B_1C_1}$, $A_2\overline{B_2C_2}$ и т.д.

Предположим, что монокристаллы изогнуты по дуге окружности. При этом, если первый монокристалл расположен симметрично относительно оси OX, то зависимость поперечной координаты x_0 от продольной ξ задается следующим выражением

$$x_0(\xi) = \mathcal{R} \left[p + \sqrt{1 - \theta_0^2 \xi^2} - \sqrt{1 - \theta_0^2} \right], \quad (1.26)$$

где $\mathcal{R} = l/2\theta_0$, а θ_0 – максимальный угол искривления монокристалла от оси OZ, $\xi = 2z/l = 2v_{\parallel}t/l$, $v_{\parallel} = \beta_{\parallel}c$ – скорость продольного движения позитронов.

Режим каналирования сохраняется во всех $2n$ монокристаллах, если отношение длины монокристалла к пространственному периоду каналирования l_{ch} есть целое число. Тогда угол выхода плоско-канализованных позитронов из монокристаллов совпадает с углом входа. При этом $2nl \lesssim L_D$, где L_D длина деканализования.

С учетом расположений монокристаллов вдоль оси OZ в j -том монокристалле ($j = 0; 1; 2; \dots; 2n - 1$), зависимость поперечной координаты от продольной координаты представляется в виде

$$x_j(\xi) = (-1)^j \mathcal{R} \left[p + \left[\sqrt{1 - \theta_0^2 [\xi - 2j(1+p)]^2} - \sqrt{1 - \theta_0^2} \right] \right] ,$$

$$-1 + 2j(1+p) \leq \xi \leq 1 + 2j(1+p) .$$

(1.27)

Усредненная траектория каналированных позитронов повторяет форму линии канала монокристаллической системы: находится в плоскостях параллельных плоскости XOZ и состоит из дуг окружностей и прямолинейных участков.

Ясно, что при прямолинейном движении позитроны не излучают. Поле излучения позитрона в КО представляет собой суперпозицию полей излучений, образованных в секциях и отличающихся по фазе.

$$\vec{I}_0 = \sum_{j=0}^{2n-1} \vec{J}_j , \quad \vec{J}_j = \int_{-1}^1 [\vec{n} \times \vec{\beta}_j(\xi)] \exp(i\phi_j(\xi)) d\xi ,$$

$$\phi_j(\xi) = \frac{\omega l}{2v_{\parallel}} \left(1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \vec{n} \vec{\chi}_j(\xi) \right) , \quad (1.28)$$

где

$$\vec{\chi}_j(\xi) = \left\{ \frac{\theta_0}{2} (-1)^j [1 + 2p - |\xi - 2j(1+p)|], 0, \xi \right\} ,$$

$$\vec{\beta}_j(\xi) = \{ (-1)^{j+1} \beta_{\parallel} \theta_0 (\xi - 2j(1+p)), 0, \beta_{\parallel} \} ,$$

(1.29)

$\varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость среды.

После замены $\xi - 2j(1+p) = \zeta$ имеем

$$\begin{aligned}\vec{\chi}_j(\zeta) &= \left\{ \frac{\theta_0}{2} (-1)^j [1 + 2p - |\zeta|], 0, \zeta + 2j(1+p) \right\}, \\ \vec{\beta}_j(\zeta) &= \{ (-1)^{j+1} \beta_{\parallel} \theta_0 \zeta, 0, \beta_{\parallel} \} \quad , \quad -1 \leq \zeta \leq 1 \quad .\end{aligned}\quad (1.30)$$

Поле излучения в j -той секции, представленное в переменных ζ , имеет вид

$$\vec{J}_j = \int_{-1}^1 [\vec{n} \times \vec{\beta}_j(\zeta)] \exp(i\phi_j(\zeta)) d\zeta \quad .\quad (1.31)$$

Фаза поля излучения в j -той секции определяется следующим образом

$$\phi_j(\xi) = C_j + D_j \zeta \quad .\quad (1.32)$$

где

$$\begin{aligned}C_j &= jY + (-1)^{j+1} C_p \quad , \quad C_p = (2p + 1)C_0 \quad , \quad Y = 2(1+p)Y_0 \quad , \\ Y_0 &= \frac{\omega l}{4v_{\parallel}} \left(1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos\vartheta \right) \quad , \quad D_j = 2(Y_0 + (-1)^j \text{sign}\zeta C_0) \quad , \\ C_0 &= \frac{\omega l \theta_0}{8v_{\parallel}} \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin\vartheta \cos\varphi \quad .\end{aligned}\quad (1.33)$$

Векторное произведение в экспоненциальном выражении (1.28) представим в виде

$$\begin{aligned}[\vec{n} \times \vec{\beta}_j(\zeta)] &= \vec{A} + 2\vec{B}(-1)^{j+1}\zeta \quad , \\ \vec{A} &= \beta_{\parallel}(\vec{i}n_y - \vec{j}n_x) \quad , \quad \vec{B} = \frac{\beta_{\parallel}\theta_0}{2}(\vec{j}n_z - \vec{k}n_y) \quad .\end{aligned}\quad (1.34)$$

Здесь $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы вдоль координатных осей OX, OY и OZ.

Суммарное поле излучения определяется выражением

$$\vec{I}_0 = \vec{J}_- \sum_{k=0}^{n-1} \exp(iC_{2k}) + \vec{J}_+ \sum_{k=0}^{n-1} \exp(iC_{2k+1}),$$

(1.35)

где выделены поля излучения, образованные в секциях с четными и нечетными номерами. Коэффициенты \vec{J}_\mp определяются с помощью следующих интегралов

$$\vec{J}_\mp = \int_{-1}^0 (\vec{A} \mp 2\vec{B}\zeta) \exp(iY_\mp \zeta) d\zeta + \int_0^1 (\vec{A} \mp 2\vec{B}\zeta) \exp(iY_\pm \zeta) d\zeta.$$

(1.36)

Здесь $Y_\mp = Y_0 \mp C_0$ и легко заметить, что

$$\vec{J}_-(\vec{B}, Y_\mp) = \vec{J}_+(-\vec{B}, Y_\pm)$$

Суммируя выражение (1.29), получаем

$$\vec{I}_0 = F_0 [\vec{J}_- \exp(-iC_p) + \vec{J}_+ \exp(iC_p) \exp(iY)] \exp(i(n-1)Y),$$

$$F_0 = \frac{\sin nY}{\sin Y},$$

(1.37)

где F_0 – известный дифракционный синус.

Интегрирование выражения (1.36) приводит к виду

$$\vec{J}_\mp = e^{\pm iC_0} \vec{g}_\mp \quad ; \quad \vec{g}_- = \vec{A}F_+ + \vec{B}(F_- + iF) \quad ,$$

$$\vec{g}_- = \vec{A}F_+^* + \vec{B}(F_-^* + iF^*) = \vec{g}_-^* \quad ,$$

(1.38)

где знак (*) означает комплексно-сопряженное значение величин.

Для функций F_\pm и F имеем

$$F_\pm = f_- \exp(-iY_0) \pm f_+ \exp(iY_0), \quad F = \dot{f}_- \exp(-iY_0) + \dot{f}_+ \exp(iY_0),$$

$$f_{\mp} = \frac{\sin(Y_0 \mp C_0)}{Y_0 \mp C_0} = \frac{\sin Y_{\mp}}{Y_{\mp}} \quad , \quad \dot{f}_{\mp} = \frac{df_{\mp}}{dY_{\mp}} .$$

(1.39)

Следовательно,

$$\begin{aligned} \vec{\mathfrak{J}}_+ &= \vec{j}_+ e^{iC_p} = \vec{g}_+ \exp(i2pC_0) \quad , \\ \vec{\mathfrak{J}}_- &= \vec{j}_- e^{-iC_p} = \vec{g}_- \exp(-i2pC_0) . \end{aligned}$$

(1.40)

Поскольку $\vec{\mathfrak{J}}_+ = \vec{\mathfrak{J}}_-^*$, то для поля излучения в КО вместо (1.37) имеем следующее выражение [98]

$$\vec{I}_0 = F_0 \left[\vec{\mathfrak{J}}_- + \vec{\mathfrak{J}}_-^* \exp(iY) \right] \exp(i(n-1)Y) . \quad (1.41)$$

С помощью данного выражения поля излучения, образованного позитроном в кристаллическом ондуляторе, состоящего из последовательности изогнутых монокристаллов можно определить частотно-угловое распределение КОИ.

§1.6 Спектральное распределение числа излученных фотонов

Для спектрально-углового распределения числа N излученных фотонов с единицы пути пролета позитрона имеем [106]

$$\frac{d^3 N}{d\omega d\theta dz} = \frac{\alpha \omega \sqrt{\varepsilon(\omega)} l^2}{(2\pi v_{\parallel})^2} \frac{1}{4} |\vec{I}_0|^2, \quad (1.42)$$

где α – постоянная тонкой структуры. Входящая в формулу (1.42) функция $|\vec{I}_0|^2$ равна

$$|\vec{I}_0|^2 = F_0^2 \left| \vec{\mathfrak{S}}_- + \vec{\mathfrak{S}}_-^* e^{iY} \right|^2. \quad (1.43)$$

Если КО состоит из достаточно большого числа пар монокристаллов, то можно воспользоваться следующим представлением δ – функции

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 nY}{\sin^2 Y} = \pi n \sum_k \delta(Y - k\pi). \quad (1.44)$$

В дипольном приближении, когда параметр КО $q = \gamma\theta_0$ меньше единицы (γ – Лоренц-фактор), основной вклад в излучение вносит первая гармоника $k = 1$.

Тогда $Y = \pi$, $Y_0 = \pi / (2(1+p)) = \mu$ и с учетом $\exp(i\pi) = -1$ вместо выражения (1.43) имеем

$$|\vec{I}_0|^2 = \pi n |\vec{\mathfrak{S}}|^2 \delta(Y - \pi), \quad (1.45)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{\mathfrak{S}} &= \vec{\mathfrak{S}}_- - \vec{\mathfrak{S}}_-^* = 2i[\vec{A}G_+ + \vec{B}(G_- + G)], \\ G_{\pm} &= \text{Im}(F_{\pm} e^{-i2pC_0}) = -f_- \sin(\mu + 2pC_0) \pm f_+ \sin(\mu - 2pC_0), \\ G &= \text{Re}(F e^{-i2pC_0}) = -\dot{f}_- \cos(\mu + 2pC_0) + \dot{f}_+ \cos(\mu - 2pC_0). \end{aligned} \quad (1.46)$$

В дипольном приближении параметр C_0 мал. Если при этом параметр $2pC_0$ достаточно мал ($2pC_0 \ll 1$), то разложив функции f_{\pm} и \dot{f}_{\pm} по малому параметру C_0 и, оставив члены до второго порядка малости, получим

$$f_{\pm} = \frac{1}{\mu} \left[\sin(\mu) \mp V(\mu)C_0 + \left(\frac{V(\mu)}{\mu} - \frac{\sin\mu}{2} \right) C_0^2 \right]$$

$$\dot{f}_{\pm} = \frac{df_{\pm}}{dC_0} = -V(\mu) \pm \left(\frac{V(\mu)}{\mu} - \frac{\sin\mu}{2} \right) C_0 \quad ,$$

(1.47)

где $V(\mu) = \sin\mu/\mu - \cos\mu$. С точностью до малых порядка C_0^2 выражения G_{\pm} и G имеют следующий вид

$$G_+ = -2 \frac{\sin\mu}{\mu} V(\mu) C_0 \quad , \quad G_- = -2 \frac{\sin^2\mu}{\mu} \quad ,$$

$$G = -2 \frac{\cos\mu}{\mu} V(\mu) \quad , \quad G_- + G_+ = -\frac{2}{\mu} V(2\mu) \quad ,$$

(1.48)

Поэтому для функции $|\vec{\mathfrak{J}}|^2$, используя новые обозначения, получаем выражение вида [98]

$$|\vec{\mathfrak{J}}|^2 = 4[\vec{A}^2 G_+^2 + \vec{B}^2 (G_- + G)^2 + 2\vec{A}\vec{B}G_+(G_- + G)] \quad . \quad (1.49)$$

С учетом (1.34) имеем

$$\vec{A}^2 = \beta_{\parallel}^2 \sin^2\vartheta \approx \vartheta^2 \quad , \quad \vec{B}^2 = \beta_{\parallel}^2 \frac{\theta_0^2}{4} = \frac{\theta_0^2}{4} \quad ,$$

$$\vec{A}\vec{B} = -\beta_{\parallel}^2 \frac{\theta_0}{2} \sin\vartheta \cos\varphi = \frac{\theta_0\vartheta}{2} \cos\varphi \quad .$$

(1.50)

Здесь использован тот факт, что релятивистские частицы излучают под малым углом $\vartheta \leq \gamma^{-1}$.

Спектрально-угловое распределение числа излученных фотонов удобно представить в зависимости от безразмерной частоты $x = \omega/\Omega\gamma^2$, где $\Omega = \pi\beta_{\parallel}c/l$ и от угла ϑ в единицах $1/\gamma$, то есть $u = \vartheta\gamma$.

В рентгеновской области частот диэлектрическая проницаемость, характеризующая поляризацию диспергирующей среды, меньше единицы:

$$\sqrt{\varepsilon} = 1 - \frac{\omega_0^2}{2\omega^2} = 1 - \frac{r^2}{2x^2\gamma^2},$$

$$x \gg r/\gamma, \quad r = \frac{\omega_0}{\Omega\gamma} = \frac{2l}{\lambda_0\gamma} = \frac{\gamma_0}{\gamma}.$$

(1.51)

где ω_0 (λ_0) – плазменная частота (длина волны) среды КО.

Выражения (1.50), а также C_0 и Y_0 в безразмерных переменных x и u имеют вид

$$\vec{A}^2 = \frac{u^2}{\gamma^2}, \quad \vec{B}^2 = \frac{q^2}{4\gamma^2}, \quad \vec{A}\vec{B} = -\frac{uq}{2\gamma^2}\cos\varphi,$$

$$C_0 = \frac{\pi q}{4}x u \cos\varphi, \quad Y_0 = \frac{\pi\alpha}{4}\left(u^2 + Q + \frac{r^2}{x^2}\right),$$

(1.52)

где $Q = \gamma/\gamma_{\parallel} = \sqrt{1 + q^2/3}$ в случае движения по окружности. Связь между углом и частотой излучения задается δ – функцией

$$\delta(Y - \pi) = \frac{4}{\pi^2} \frac{\mu}{x} \delta\left(u^2 - \varphi_p(x)\right),$$

$$\varphi_p(x) = \frac{2}{(1+p)x} - Q - \frac{r^2}{x^2},$$

(1.53)

Вместо выражений (1.49) имеем

$$|\vec{S}|^2 = \left(\frac{2q}{\gamma\mu}\right)^2 \Phi_p(x, u, \varphi) \delta\left(u^2 - \varphi_p(x)\right),$$

$$\Phi_p(x, u, \varphi) = \left[\frac{\pi}{4} \sin \mu \cdot V(\mu) u^2 x - V(2\mu) \right]^2 \cos^2 \varphi + V^2(2\mu) \sin^2 \varphi,$$

$$V(z) = \frac{\sin \mu}{\mu} - \cos \mu \quad .$$

(1.54)

Выражение (1.42) с учетом (1.45), (1.53) и (1.54) преобразуется следующим образом

$$\frac{d^3 N_{ph}}{dx du^2 d\varphi} = \frac{\alpha \gamma^2 x}{32} |\vec{l}_0|^2 = \frac{\alpha n q^2}{\pi \mu} \Phi_p(x, u, \varphi) \delta(u^2 - \varphi_p(x)) \quad .$$

(1.55)

После интегрирования по азимутальному углу φ для спектрально-углового распределения числа излученных фотонов имеем

$$\frac{d^2 N_{ph}}{dx du^2} = \alpha n q^2 F_p(x, u) \delta(u^2 - \varphi_p(x)),$$

$$F_p(x, u) = \frac{1}{\mu} \left[\left[\frac{\pi}{4} \sin \mu \cdot V(\mu) u^2 x - V(2\mu) \right]^2 + V^2(2\mu) \right] \quad . \quad (1.56)$$

При $p = 0$ имеем

$$\frac{d^2 N_{ph}}{dx du^2} = \alpha n q^2 F_0(x, u) \delta(u^2 - \varphi_0(x)),$$

$$F_0(x, u) = \frac{2}{\pi} [1 + (1 + 2u^2 x)^2] \quad , \quad \varphi_0(x) = \frac{2}{x} - Q - \frac{r^2}{x^2} \quad .$$

§ 1.7 Частотное распределение и фактор конструктивной интерференции

Для частотного распределения числа фотонов после интегрирования по углу излучения имеем [98]

$$\frac{dN_{ph}}{dx} = \alpha n q^2 F_p(x) , \quad (1.57)$$

$$F_p(x) = \frac{1}{\mu} \left\{ \left(\psi_p(x) - V(2\mu) \right)^2 + V^2(2\mu) \right\} ,$$

$$\mu = \frac{\pi}{2(1+p)} , \quad \psi_p(x) = \frac{\pi}{4} \sin \mu \cdot V(\mu) \left(\frac{2}{(1+p)} - Qx - \frac{r^2}{x} \right) ,$$

где частота излучения x находится в следующем интервале с граничными частотами x_0 и x_c :

$$\frac{1 - \sqrt{1 - Qr^2(1+p)^2}}{Q(1+p)} = x_0 \leq x \leq x_c = \frac{1 + \sqrt{1 - Qr^2(1+p)^2}}{Q(1+p)} \quad (1.58)$$

В отсутствии промежутка между монокристаллами при $p = 0$ имеем $F_0(x) = [\psi_0(x) - 1]^2 + 1$. (1.59)

На граничных частотах x_0 и x_c (излучают под нулевым углом) имеем $\varphi_p(x_0) = \varphi_p(x_c) = \psi_p(x_0) = \psi_p(x_c) = 0$. Следовательно,

$$F_p(x_0) = F_p(x_c) = 2(1+p)V^2 \left(\frac{\pi}{1+p} \right) . \quad (1.60)$$

Таким образом, фактор конструктивной интерференции, определяемый отношением вероятности излучения, образуемого в системе из монокристаллов, разделенных промежутком, к вероятности, когда этот промежуток отсутствует, для крайне мягких или жестких фотонов (под нулевым углом) имеет вид [98]

$$\mathcal{F}(p) = \frac{F_p(x_0)}{F_0(x_0)} = \frac{F_p(x_c)}{F_0(x_c)} = (1+p)V^2 \left(\frac{\pi}{1+p} \right) . \quad (1.61)$$

Фактор \mathcal{S} свое максимальное значение, равное 1.35, принимает при значении параметра $p = 1/3$ [см.рис.4], где приведено отношение частотных распределений числа излученных фотонов для следующих значений параметров: $q = 0.8$ ($Q = 1.1$), $r = 0.5$.

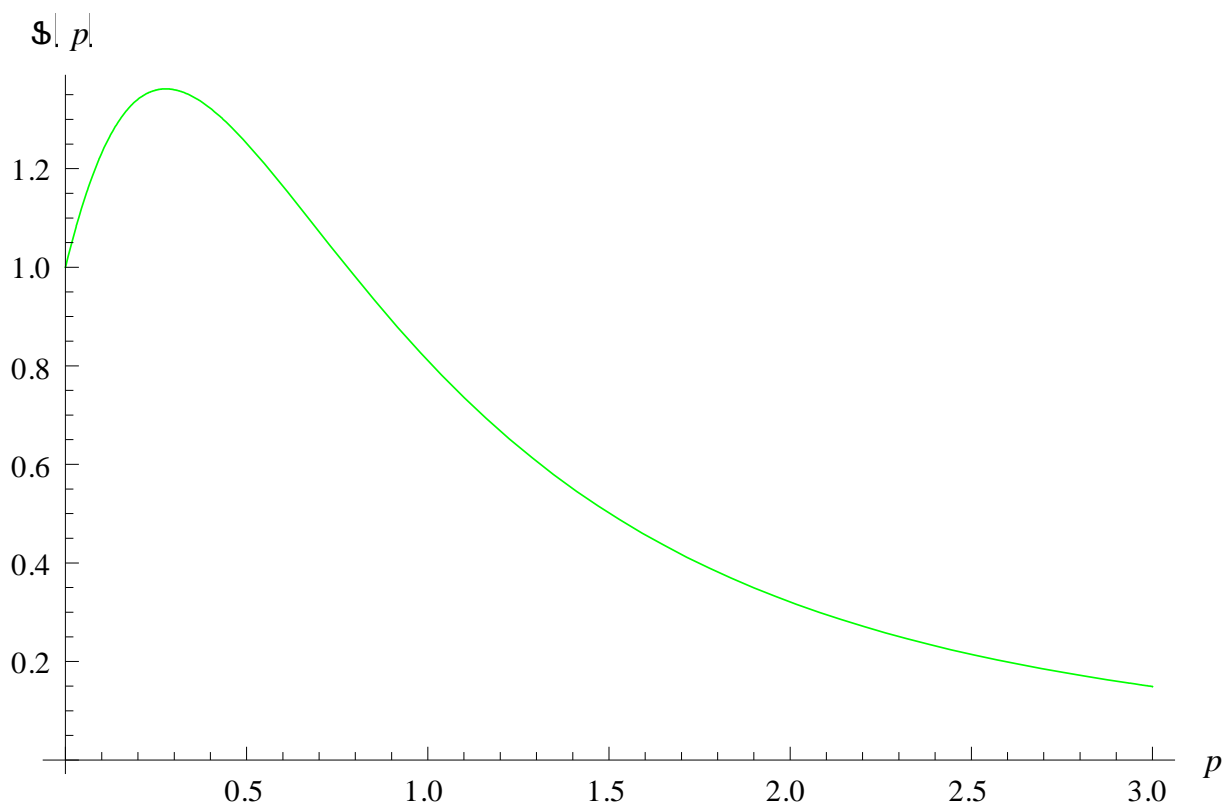


Рис.4: График зависимости фактора конструктивной интерференции

$$\mathcal{S}(p) = (1 + p) \left(\frac{1+p}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{1+p}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{1+p}\right) \right)^2$$

от параметра p , характеризующего расстояние между монокристаллами.

Применение КО с промежутками поднимет эффективность, как спонтанного излучения, так и лазера на свободных электронах.

§ 1.8. Коэффициент усиления вынужденного излучения, образованного в ондуляторе с промежутком

Спонтанное излучение релятивистских частиц в большинстве случаев обладает высокой направленностью и монохроматичностью. Эти свойства способствуют процессу вынужденного излучения или поглощения, которые имеют место, если в потоке релятивистских электронов распространяется пучок фотонов от внешнего источника или, образованный при спонтанном излучении.

Интерес к процессу вынужденного ондуляторного излучения обусловлен тем, что образуется под нулевым углом, легко перестраивается в широком диапазоне частот и может иметь достаточно высокую мощность.

В режиме генерации электроны релятивистского сгустка вынужденно излучают и поглощают в поле накопленных в ондуляторе спонтанно излученных фотонов. При этом число вынужденно излученных и поглощенных с длиной волны λ фотонов определяется выражением

$$N_{st}(x, u) = 2\pi\lambda^2 \rho_e N_{sp}^2(x, u) ,$$

$$N_{sp}(x, u) = \frac{\partial^2 N_{sp}}{\partial x \partial u^2} = \alpha \pi n^2 q^2 x [(2u^2 x - 1)^2 + 1] \cdot F(z) ,$$

$$F(z) = \frac{\sin^2 z}{z^2} , \quad z = \pi n x [u^2 - \varphi(x)] , \quad \varphi(x) = \frac{1}{x} - Q - \frac{r^2}{x^2} ,$$

$$r = \frac{\gamma_{th}}{\gamma} , \quad \gamma_{th} = \frac{l\sqrt{Q}}{\lambda_0} , \quad Q = \sqrt{1 + q^2} , \quad (1.62)$$

где n – число периодов ондулятора, q – ондуляторный параметр, $\pi\lambda^2$ – классическое, а $2\pi\lambda^2$ – квантовое сечения рассеяния, ρ_e – плотность электронного сгустка, $N_{sp}(x, u)$ – частотно-угловое распределение числа спонтанно излученных фотонов, $x = \omega / (2\Omega\gamma^2)$ – безразмерная частота

излучения (ω и Ω частоты излучения и ондуляции электронов, γ – Лоренц фактор), $u = \gamma\theta$, θ – угол излучения.

Детальное равновесие нарушается из-за квантовой отдачи электрона при излучении и поглощении фотона. Квантовая отдача приводит к сдвигу частоты излучения x^- от значения частоты поглощения x^+ ; поскольку при излучении или поглощении энергия электрона изменяется на величину $\delta E = \mp \hbar\omega$ (изменение Лоренц фактора – $\delta\gamma = \mp \hbar\omega/(mc^2)$). Тогда $\delta\gamma/\gamma = \delta E/E = \mp \lambda_c/(\lambda\gamma)$, где $\lambda_c = \hbar/(mc) = 2.426 \cdot 10^{-10}$ см – комптоновская длина волны электрона.

Таким образом, классическая частота x излучения или поглощения сдвигается на величину $\mp x \delta\gamma/\gamma$. Сдвиг этих частот $x^\mp = \omega^\mp/(2\Omega\gamma^2) = x(1 \pm 2\Omega/\gamma) = x(1 \mp 2\lambda_c/\lambda\gamma)$ равен

$$\delta x = x^- - x^+ = -4x \frac{\lambda_c}{\lambda\gamma} . \quad (1.63)$$

Рассмотрим случай $\gamma \gg \gamma_{th}$. Тогда можно пренебречь поляризацией среды и функция $\varphi(x) = 1/x - Q$, поэтому

$$z = \pi n x \left[u^2 - \left(\frac{1}{x} - Q \right) \right] . \quad (1.64)$$

При фиксированном угле

$$\delta z = \pi n Q \delta x = -4\pi n \frac{Q \lambda_c x}{\lambda\gamma} . \quad (1.65)$$

Число фотонов спонтанного излучения состоит из произведения двух функций, одна из которых слабо зависит от частот и углов излучения, а другая, а именно, функция $F(z)$ является резкой функцией их. При преобладании процесса излучения над поглощением имеем следующую разницу для спектрально углового распределения вынужденно излученного числа фотонов

$$\delta N_{st}(x, u) = 4\pi\lambda^2 \rho_e N_{sp}(x, u) \delta N_{sp}(x, u) . \quad (1.66)$$

Для больших значений числа периодов n частота и угол излучения связаны однозначной зависимостью. Тогда, при дифференцировании по двум переменным правомерно перейти к дифференцированию по одной переменной, при этом результат всего лишь удвоится. Поскольку нас интересует излучение под нулевым углом, то с учетом вышесказанного имеем

$$\begin{aligned} \delta N_{sp}(x, u) &= 2\delta N_{sp}(x, 0) = 2\alpha\pi n^2 q^2 x \frac{dF(z)}{dz} \delta z = \\ &= 8\pi^2 \frac{\alpha n^3 q^2 Q \lambda_c x^2}{\lambda \gamma} \left(-\frac{dF(z)}{dz} \right). \end{aligned} \quad (1.67)$$

Дифференциальный коэффициент усиления излучения

$$g(x) = \frac{\delta N_{st}}{N_{sp}} = 4\pi\lambda^2 \rho_e \delta N_{sp}(x, u) = 32\pi^3 \frac{\alpha \lambda_c n^3 q^2 Q \rho_e \lambda x^2}{\gamma} \left(-\frac{dF(z)}{dz} \right). \quad (1.68)$$

Максимальное значение производной от формы линии спонтанного излучения приходится на значение $z_{max} \approx 1$ и равно ≈ 0.6 (0.54).

При больших значениях n , изменяя z на единицу, x меняется незначительно, поэтому $x \approx x_0 = 1/Q$.

С учетом $\alpha \lambda_c = 2\pi r_0$, где $r_0 = e^2 \gamma / E = 2.82 \cdot 10^{-13}$ см – классический радиус электрона и $\lambda = lQ / (2\gamma^2)$, для коэффициента усиления излучения имеем

$$g = 8\pi^2 \frac{r_0 q^2 n^2 L \rho_e}{\gamma^3} \left(-\frac{dF(z)}{dz} \right), \quad \rho_e = \frac{N_e}{2\sigma_{\parallel} \pi \sigma_{\perp}^2}, \quad (1.69)$$

где $2\sigma_{\perp}$ и $2\sigma_{\parallel}$ характерный поперечный и продольный размеры сгустка.

Следовательно,

$$g = 4\pi \frac{r_0 q^2 n^2 L N_e}{\sigma_{\parallel} \sigma_{\perp}^2 \gamma^3} \left(-\frac{dF(z)}{dz} \right) = 3.54 \cdot 10^{-12} \frac{q^2 n^2 L N_e}{\sigma_{\parallel} \sigma_{\perp}^2 \gamma^3} \left(-\frac{dF(z)}{dz} \right) \quad (1.70)$$

и максимальное значение коэффициента усиления излучения

$$g_{max} \approx 2 \cdot 10^{-12} \frac{q^2 L^3 N_e}{\sigma_{\parallel} \sigma_{\perp}^2 l^2 \gamma^3} . \quad (1.71)$$

Для линейного коэффициента усиления излучения SASE FEL на длине волны $\lambda = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ ($\hbar\omega = 8.3 \text{ КэВ}$) с учетом параметров электронного сгустка LCLS: $N_e = 1.56 \cdot 10^9$, $\sigma_{\parallel} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, $\sigma_{\perp} = 6.12 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, $\gamma = 2.66 \cdot 10^4$ ($E = 13,6 \text{ ГэВ}$) и параметров ондулятора $q = 3.5$, $l = 3 \text{ cm}$ имеем

$$g_{max} = 2 \cdot 10^{-12} \frac{12.25 \cdot 1.56 \cdot 10^9 L^3}{9 \cdot (6.12)^2 \cdot 9 \cdot (2.66)^3 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{12}} = 6.4 \cdot 10^{-7} L^3 . \quad (1.72)$$

Заметим, что для ондулятора длиной $L \geq 100 \text{ cm}$ спонтанное ондуляторное излучение усиливается ($g_{max} \geq 1$).

Для SASE FEL генерация излучения начинается, если длина взаимодействия больше одного метра.

Линейный коэффициент усиления вынужденного излучения (1.68), определяемый как относительное возрастание интенсивности излучения в результате одного прохождения электрона через систему ондуляторов с единицы длины пути, зависит от производной формы линии $F_s(z)$ спонтанного излучения (1.19), а именно, функции $\partial F_s(z)/\partial z$.

$$F_s(z) = \cos^2((s+1)z) F(z) , \quad F(z) = \frac{\sin^2 z}{z^2} .$$

Коэффициент усиления (1.69) для системы ондуляторов преобразуется следующим образом [97]

$$g_s = 8\pi^2 \frac{r_0 q^2 n^2 L \rho_e}{\gamma^3} \left(- \frac{\partial F_s(z)}{\partial z} \right) . \quad (1.73)$$

Проведем аналитическое исследование $\partial F_s(z)/\partial z$. Функция $F(z)$ в выражении (2.12) при $s \gtrsim 1$ ведет себя более гладко, чем $\cos^2((s+1)z)$. Поэтому в данном приближении можно считать функцию $F(z) = \text{const}$ постоянной величиной. Следовательно,

$$\frac{\partial F_s(z)}{\partial z} \approx -\frac{\sin^2 z}{z^2} \sin(2(s+1)z) \cdot (s+1) \quad (1.74)$$

$$\frac{\partial^2 F_s(z)}{\partial z^2} \approx -2\frac{\sin^2 z}{z^2} \cos(2(s+1)z) \cdot (s+1)^2$$

Максимумы и минимумы функции $\partial F_s(z)/\partial z$ определяются из условий:

$$z_{\min} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{2(s+1)}, \quad z_{\max} = \frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{2(s+1)} \quad (1.75)$$

где k – целое число.

Для отношения коэффициентов усиления при $k = 0$ получаем [97]

$$g_s : g_{s=0} = \frac{\partial F_s(z)}{\partial z} : \frac{\partial F_{s=0}(z)}{\partial z} \approx s+1 \quad (1.76)$$

Итак, разделив одиночный ондулятор длиной $2L$ на два одинаковых ондулятора длиной L и промежутком sL между ними, получим увеличение коэффициента усиления в $(s+1)$ раз.

В системе из двух ондуляторов разделенных промежутком происходит взаимодействие полей излучения первого и второго ондуляторов. Результатом взаимодействия является интерференция, а именно, изменение формы линии излучения с сужением ширины спектра в $(s+1)$ раз по сравнению с одиночным ондулятором. Коэффициент усиления излучения зависит от производной формы линии, что приводит также увеличению коэффициента в $(s+1)$ раз.

На рис.5 представлен график зависимости коэффициента усиления вынужденного излучения для ондуляторной системы в относительных единицах ($1/g_{s=0}$) при разных значениях параметра s .

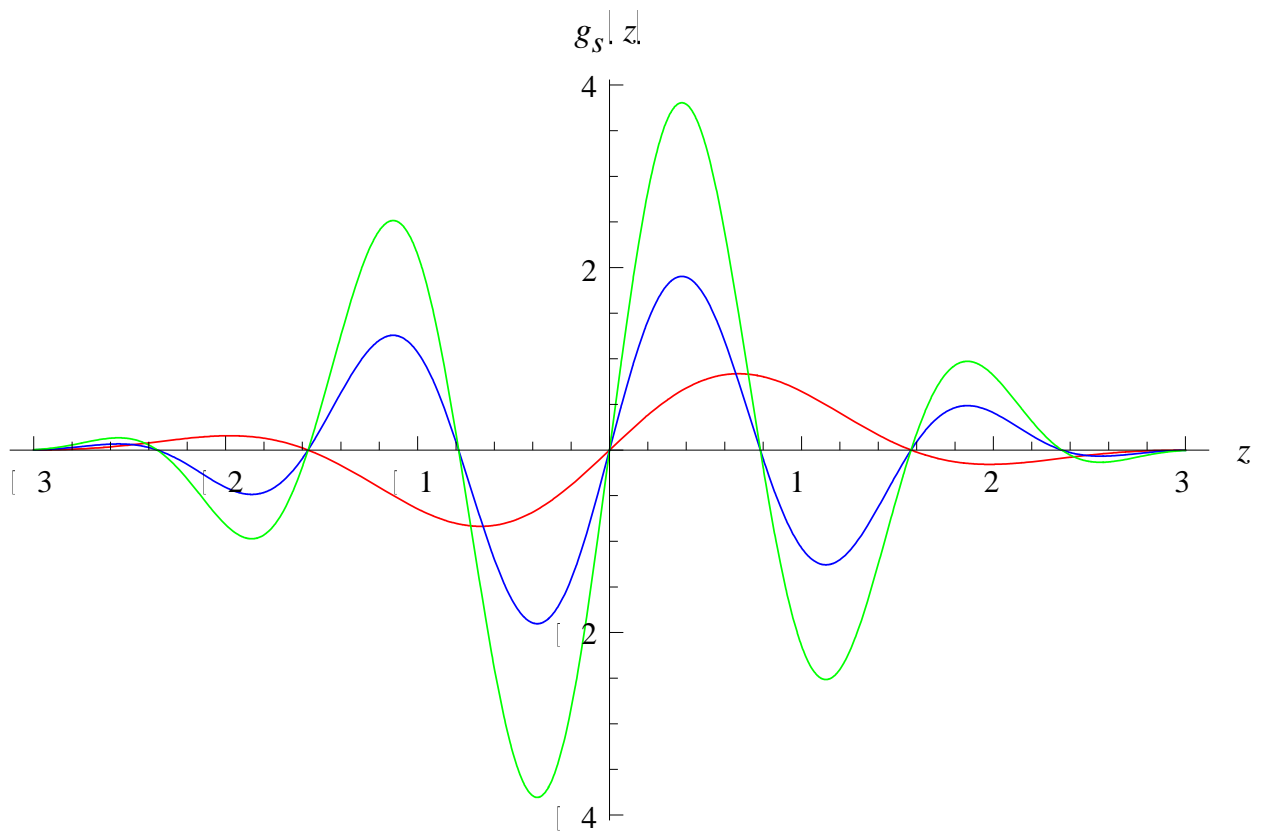


Рис.5: Коэффициент усиления вынужденного излучения для системы ондуляторов при разных значениях параметра s в относительных единицах.

В линейном режиме коэффициент усиления удовлетворяет условию $gL \lesssim 1$, что определяет его оптимальное значение:

$$g_{s=0}L \lesssim 1, \quad g_sL \lesssim 1.$$

Следовательно, $s + 1 \lesssim 1/(g_{s=0}L)$ и максимальное значение коэффициента усиления есть $s_{max} = 1/(g_{s=0}L) - 1$.

Кроме того, на параметр s следует наложить ограничение, состоящее в том, что естественная ширина при своем сужении должна быть больше, чем всякие неоднородные уширения.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ I

1. Определено поле излучения, образованное релятивистским электроном в системе, состоящей из двух спиральных ондуляторов, разделенных промежутком. Получено спектрально-угловое распределение числа излученных фотонов. Показано, что под нулевым углом форма линии спонтанного излучения сужается из-за интерференции полей ондуляторов по сравнению с ондулятором без промежутка.
2. Исследованы характеристики ондуляторного излучения при каналировании позитронов в кристаллическом ондуляторе, состоящего из совокупности изогнутых по дуге окружности монокристаллов, разделенных промежутками.
3. Выявлены условия, при которых в исследуемых периодических структурах имеет место конструктивная интерференция полей излучений от различных частей исследуемых периодических структур.
4. Введенный фактор конструктивной интерференции имеет максимум при определенном значении длины промежутка между монокристаллами.
5. В режиме генерации рассчитан коэффициент усиления вынужденного ондуляторного излучения. Для SASE FEL генерация начинается, если длина взаимодействия больше одного метра.
6. Показано, что эффективность лазера на свободных электронах повышается, если использовать ондулятор или кристаллический ондулятор с промежутками.

ГЛАВА II

МОДУЛЯЦИЯ ПЛОТНОСТЕЙ ЧАСТИЦ ПЛАЗМЫ И ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЛАЗЕРНЫМИ ВОЛНАМИ БИЕНИЙ

В рамках кинетического метода исследуется процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений с учетом начального разброса по скоростям частиц плазмы.

С помощью бесстолкновительного кинетического уравнения Власова определяются выражения для спектральной функции распределения и спектральной плотности частиц плазмы, что позволяет определить диэлектрическую проницаемость плазменной среды. Это, в частности, позволит проводить в дальнейшем исследование спектров продольных и поперечных волн, распространяющихся в плазме.

Определяются условия применимости кинетического и гидродинамического методов и способ корректного осуществления перехода от первого метода ко второму.

В случае холодной плазмы задача решается в гидродинамическом приближении.

Исследуется возможность модуляции плотности сильнооточного релятивистского электронного сгустка при взаимодействии с лазерными волнами биений.

§2.1 Кинетический и гидродинамический методы описания плазмы

Количественное описание процессов протекающих в плазме возможно с помощью кинетического или гидродинамического метода. Определим условия применимости их в случае невырожденной бесстолкновительной плазмы.

Отметим, что плазма характеризуется как квазинейтральный, ионизованный газ с достаточно большими концентрациями заряженных и нейтральных частиц. К плазменной среде газовое приближение применимо, когда средняя потенциальная энергия частиц мала по сравнению с их тепловой энергией. В случае невырожденной плазмы это приближение выполняется при заданной температуре тем лучше, чем меньше плотность заряженных частиц.

Существует две предельно-противоположные модели плазмы — модель независимых частиц и гидродинамическая модель. Первая модель описывает чисто разреженную плазму, когда не учитывается корреляция и тепловой разброс частиц. Во второй модели движения различных частиц сильно скоррелированы между собой, и плазму в целом можно считать как нейтральную проводящую жидкость. В этой модели не делается различия между электронной, ионной и нейтральной компонентами, которые ведут себя как единое целое, образуя сплошную среду. В этом случае плазма считается плотной.

Существуют также различные модификации модели — двухжидкостная или трехжидкостная, учитывающие взаимодействие частиц и их тепловое движение для каждого сорта частиц в отдельности.

Кинетическое описание, основанное на статистических представлениях о плазме как системе большого числа частиц, является наиболее общим. Вводится функция распределения $f_{\alpha} = f_{\alpha}(\vec{p}, \vec{r}, t)$,

характеризующая вероятность нахождения частицы сорта α в заданный момент времени t в точке \vec{p}, \vec{r} фазового пространства ($\alpha = e, i$ и n для электронов, ионов и нейтральных частиц, соответственно).

В приближении разреженной плазмы изменение распределения частиц происходит вследствие втекания и вытекания их через поверхность, ограничивающую объём вокруг заданной точки фазового пространства. Если отсутствуют процессы рождения и поглощения частиц, функция распределения не меняется во времени:

$$\frac{df_{\alpha}(\vec{p}, \vec{r}, t)}{dt} = \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{p}_{\alpha}} \frac{d\vec{p}_{\alpha}}{dt} + \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{r}_{\alpha}} \frac{d\vec{r}_{\alpha}}{dt} = 0 \quad . \quad (2.1)$$

Это уравнение называют кинетическим уравнением Лиувилля или уравнением непрерывности для функции распределения частиц сорта α . В случае, когда на заряженную частицу действует сила Лоренца, кинетическое уравнение с учетом уравнения движения частиц преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{r}_{\alpha}} + e_{\alpha} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right\} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{p}_{\alpha}} &= 0, \\ \frac{d\vec{p}_{\alpha}}{dt} = e_{\alpha} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right\}, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}_{\alpha}}{dt}, & \quad (2.2) \end{aligned}$$

где c – скорость света, \vec{E} и \vec{B} есть электрическое и магнитное поля в точке нахождения частицы.

Данное уравнение описывает процессы, протекающие в разреженной бесстолкновительной плазме за времена меньшие времени свободного пробега частиц.

Гидродинамическое описание. Кинетическое уравнение дает микроскопическое описание эволюции состояния плазмы. Уравнения гидродинамики осуществляют менее детальное макроскопическое описание этой эволюции. Такое описание применимо, когда макроскопические свойства плазмы достаточно медленно меняются вдоль ее объема: расстояния, на которых происходит существенное изменение этих свойств,

должны быть велики по сравнению с длиной свободного пробега частиц плазмы.

Введем следующие моменты функции распределения, представляющие собой гидродинамические величины, а именно, пространственная плотность и поток числа частиц сорта α

$$N_{\alpha}(\vec{r}, t) = \int d\vec{p} f_{\alpha}(\vec{p}, \vec{r}, t), \quad (2.3)$$

$$N_{\alpha}(\vec{r}, t) \vec{V}_{\alpha}(\vec{r}, t) = \int \vec{v} f_{\alpha}(\vec{p}, \vec{r}, t) d\vec{p},$$

которые зависят от меньшего числа переменных, чем функция распределения $f_{\alpha}(\vec{p}, \vec{r}, t)$. Средняя скорость $\vec{V}_{\alpha}(\vec{r}, t)$ частиц сорта α представляется следующим выражением

$$\vec{V}_{\alpha}(\vec{r}, t) = \frac{\int \vec{v} f_{\alpha}(\vec{p}, \vec{r}, t) d\vec{p}}{N_{\alpha}(\vec{r}, t)}.$$

Для нахождения гидродинамических уравнений для электронов и ионов воспользуемся бесстолкновительным уравнением Больцмана (2.2) и проинтегрируем его по импульсу $d\vec{p}$, предварительно умножив на массу m , импульс \vec{p} или энергию $\bar{\epsilon}$.

В результате получаем следующие уравнения

$$\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial t} + \text{div} N_{\alpha} \vec{V}_{\alpha} = 0, \quad \frac{\partial N_{\alpha} \bar{p}_{\alpha i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r_j} \bar{\Pi}_{ij}^{\alpha} = N_{\alpha} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V}_{\alpha} \times \vec{B}] \right\},$$

Первое из них есть обычное гидродинамическое уравнение непрерывности, выражающее собой закон сохранения массы плазмы. Второе уравнение выражает закон сохранения импульса, где тензор $\bar{\Pi}_{ij}^{\alpha}$

$$\bar{\Pi}_{ij}^{\alpha} = \int d\vec{p} \bar{p}_{\alpha i} \bar{v}_j f_{\alpha}(\vec{p}, \vec{r}, t) \quad (2.5)$$

представляет собой тензор плотности потока импульса, переносимого частицей сорта α в одну секунду через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения плазмы. Для холодной

бесстолкновительной плазмы, когда характерная скорость процесса, протекающего в ней намного больше тепловых скоростей частиц, тензор $\vec{\Pi}_{ij}^\alpha$ вычисляется просто, так как функция распределения частиц сорта α по скоростям может быть представлена в виде

$$f_\alpha(\vec{p}, \vec{r}, t) = \delta(\vec{v} - \vec{V}_\alpha) \quad (2.6)$$

Следовательно,

$$\vec{\Pi}_{ij}^\alpha = N_\alpha \vec{p}_{\alpha i} V_{\alpha j} \quad (2.7)$$

Тогда второе из уравнений (2.4), после умножения на импульс \vec{p} и интегрирование по $d\vec{p}$ с учетом (2.7), сводится к известному уравнению Эйлера для заряженной жидкости с нулевым давлением (левая часть уравнения)

$$\frac{d\vec{p}_\alpha}{dt} = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_\alpha \nabla \right] \vec{p}_\alpha = e_\alpha \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V}_\alpha \times \vec{B}] \right\}, \quad (2.8)$$

где \vec{p}_α — импульс частиц плазмы. Макроскопическое описание плазмы предполагает достаточную малость градиентов макроскопических характеристик. Такое приближение означает пренебрежение всеми диссипативными процессами в плазме. Уравнения (2.8) совместно с уравнениями (2.5) образуют систему замкнутых гидродинамических уравнений для холодной бесстолкновительной плазмы. Применимость одножидкостной гидродинамики для холодной плазмы определяется неравенствами

$$v_{Ti} \ll v_{Te} \ll \frac{\omega}{k},$$

где ω и k — характерные частота и волновой вектор процесса; v_{Ti} и v_{Te} — тепловые скорости ионов и электронов. Условие применимости бесстолкновительного кинетического уравнения требует выполнения следующего неравенства

$$r_c \ll r_d \ll R, \quad (2.9)$$

где $r_c = (3/(4\pi n_0))^{1/3}$ – среднее расстояние между электронами, $r_d = \beta_t c / \omega_p$ – дебаевский радиус электрона, отношение тепловой скорости к скорости света, $R = \beta_t^4 / (4\pi n_0 r_0^2 L)$ – длина свободного пробега, r_0 – классический радиус электрона, L – кулоновский логарифм [110]. Левая часть неравенства соответствует условию применимости газового приближения, а правая часть указывает на отсутствие столкновений в плазме. Согласно (2.9), плотность электронной плазмы удовлетворяет следующему неравенству

$$n_0 \ll \min \left\{ \frac{L^2}{9} n_c, n_c \right\} = n_c, \quad n_c = \frac{\beta_t^6}{4\pi r_0^3 L^2}$$

Как известно, в широких пределах изменения параметров плазмы $L \approx 10 \div 20$ [99], поэтому критическая плотность $n_c \simeq 10^{38} \beta_t^6$. Следовательно, используемый в работе кинетический подход можно также применять для сильноточных электронных сгустков. Отметим, что полученная спектральная функция распределения необходима при исследованиях лазера на свободных электронах с учетом коллективных эффектов, когда сильноточный электронный сгусток взаимодействует с лазерными волнами биений.

§2.2 Кинетический метод описания плазмы, взаимодействующей с лазерными волнами биений

Параллельные электромагнитные волны с частотами ω_1 , ω_2 и волновыми числами k_1 , k_2 в результате взаимодействия с плазмой возбуждают волны биений плотности заряда, когда разности частот и волновых чисел близки соответственно к плазменной частоте ω_p и плазменному волновому числу k_p :

$$\omega_1 - \omega_2 \approx \omega_p, \quad \omega_p \ll \omega_1 \approx \omega_2 = \omega_0, \quad (2.11)$$

$$k_1 - k_2 \approx k_p, \quad k_p \ll k_1 \approx k_2 = k_0,$$

где плазменная частота $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m}$, n_0 – плотность электронов плазмы, e и m – заряд и масса электрона, $k_p = \omega_p / v_{ph}$, v_{ph} – фазовая скорость плазменных волн:

$$v_{ph} = \frac{\omega_p}{k_p} = c \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^2 \right] \approx c. \quad (2.12)$$

Данное выражение указывает на то, что v_{ph} скорость, определенная с помощью дисперсионного соотношения для электромагнитных волн в среде, удовлетворяющих условиям (2.1), совпадает с групповой скоростью лазерных пучков.

Исследуем взаимодействие плазмы, движущейся вдоль оси OZ со скоростью v_0 в направлении распространения лазерных волн биений. При этом пренебрежем вкладом ионов в динамику движения плазмы, а также влиянием столкновений электронов, то есть считаем плазму электронной и бесстолкновительной. Для этого необходимо выполнение следующих условий: частота генерируемых плазменных волн ω_p , удовлетворяющих

условиям возникновения волн биений, была бы велика по сравнению с частотой парных столкновений между ионами и электронами

$$\omega_p \gg \omega_{ee}, \omega_{ii}, \omega_{ei} . \quad (2.13)$$

Соответственная фазовая скорость плазменных волн значительно больше средней тепловой скорости частиц плазмы:

$$v_{ph} = \frac{\omega_p}{k_p} \gg v_{Te}, v_{Ti} . \quad (2.14)$$

Для описания процесса взаимодействия введем в рассмотрение функцию распределения электронов плазмы $f = f(\vec{p}, \vec{r}, t)$, удовлетворяющую бесстолкновительному кинетическому уравнению Власова

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + e \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right\} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0, \quad (2.15)$$

где \vec{v} – скорость электрона плазмы в присутствии лазерных волн биений, которая определяется из нерелятивистского уравнения движения

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right\} . \quad (2.16)$$

Суммарное электрическое поле $\vec{E} = \vec{E}_L + \vec{E}_s$ состоит из суперпозиции лазерных полей волн биений \vec{E}_L , представленных в виде плоских волн с амплитудой \vec{E}_0

$$\vec{E}_L = \sum_{j=1}^2 \vec{E}_0 \sin(k_j z - \omega_j t) \quad (2.17)$$

и электростатического поля \vec{E}_s , вызванного смещением электронов из-за действия в плазме волн биений, удовлетворяющего уравнению Пуассона

$$\text{div } \vec{E}_s = 4\pi e(n(\vec{r}, t) - n_0) . \quad (2.18)$$

где $n(\vec{r}, t)$ есть плотность плазмы в присутствии лазерных волн биений

$$n = n(\vec{r}, t) = n_0 \int f(\vec{p}, \vec{r}, t) d\vec{p} , \quad (2.19)$$

Входящее в уравнения (2.15) и (2.16) магнитное поле $\vec{B} = \vec{B}_L$, определим из уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E}_L = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}_L}{\partial t}. \quad (2.20)$$

Известно, что под действием внешних полей происходит отклонение функции распределения от равновесной функции. В данном случае источником неравновесности в распределении частиц являются интерференционные поля лазерных волн биений, имеющие выделенное направление действия вдоль оси OZ. Из-за малости лазерного параметра можно считать отклонение функции распределения от равновесной функции $f_0(\vec{p})$ также малым, поэтому решение кинетического уравнения может быть найдено методом возмущений. Разложим функцию распределения f по степеням возмущения, считая амплитуду суперпозиции полей лазеров возмущением первого порядка малости:

$$f = f_0(\vec{p}) + f_1(\vec{p}, \vec{r}, t) + f_2(\vec{p}, \vec{r}, t). \quad (2.21)$$

Совокупность этих поправок определяет анизотропию функции распределения, возникающую при отклонениях от равновесия вследствие действия лазерных волн биений. Соответственные разложения плотности распределения n и скорости электрона плазмы \vec{v} имеют следующий вид:

$$n = n_0 + n_1(\vec{r}, t) + n_2(\vec{r}, t), \quad (2.22)$$

$$\vec{v} = v_0 \vec{z} + \vec{v}_1(\vec{r}, t),$$

где в выражении для скорости ограничились всего лишь поправкой первого порядка, отвечающей за действие лазерных волн биений в плазме.

§2.3 Спектральная функция распределения плотности плазмы

Подставив (2.21) –(2.22) в уравнения (2.15) и (2.16) и, применив метод последовательных приближений, в первом приближении для функции распределения и скорости имеем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v_0 \vec{z} \frac{\partial f_1}{\partial \vec{r}} + e \left\{ \vec{E}_L + \frac{v_0}{c} [\vec{z} \times \vec{B}_L] \right\} \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = 0 \quad , \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + v_0 (\vec{z} \nabla) \vec{v}_1 = \frac{e}{m} \left\{ \vec{E}_L + \frac{v_0}{c} [\vec{z} \times \vec{B}_L] \right\} \quad . \quad (2.24)$$

Функция распределения во втором приближении определяется из уравнения

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + v_0 \vec{z} \frac{\partial f_2}{\partial \vec{r}} + \vec{v}_1 \frac{\partial f_1}{\partial \vec{r}} + e \left\{ \vec{E}_s + \frac{[\vec{v}_1 \times \vec{B}_L]}{c} \right\} \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} + e \left\{ \vec{E}_L + \frac{v_0}{c} [\vec{z} \times \vec{B}_L] \right\} \frac{\partial f_1}{\partial \vec{p}} = 0$$

(2.25)

Уравнения (2.23) –(2.25) удобно решать, применяя пространственно-временное преобразование Фурье:

$$f(\vec{r}, t) = \iint f(\vec{k}, \omega) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} d\vec{k} d\omega \quad ,$$

(2.26)

$$f(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^4} \iint f(\vec{r}, t) e^{-i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} d\vec{r} dt \quad .$$

Тогда для фурье-образов скорости и спектральной функции распределения первого порядка получаем следующие выражения:

$$\vec{v}_1(\vec{k}, \omega) = -\frac{ie}{m(k_z v_0 - \omega)} \left\{ \vec{E}_L(\vec{k}, \omega) + \frac{v_0}{c} [\vec{z} \times \vec{B}_L(\vec{k}, \omega)] \right\} \quad , \quad (2.27)$$

$$f_1(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = -m \vec{v}_1(\vec{k}, \omega) \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} \quad . \quad (2.28)$$

Для Фурье-преобразования суперпозиции напряженностей электрических и магнитных полей лазеров с учетом (2.17) и (2.20) имеем

$$\vec{E}_L(\vec{k}, \omega) = \frac{\vec{E}_0}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\delta(k_j + k_z) \delta(\omega_j + \omega) - \delta(k_j - k_z) \delta(\omega_j - \omega) \right) \delta(k_x) \delta(k_y),$$

(2.29)

$$\vec{B}_L(\vec{k}, \omega) = \frac{c}{\omega} [\vec{k} \times \vec{E}_L(\vec{k}, \omega)], \quad (2.30)$$

где k_x, k_y и k_z компоненты волнового вектора \vec{k} . Учитывая поперечность лазерных полей, для Фурье-образа скорости окончательно получаем

$$\vec{v}_1(\vec{k}, \omega) = \frac{ie}{m\omega} \vec{E}_L(\vec{k}, \omega), \quad (2.31)$$

Для спектральной функции распределения $f_1(\vec{p}, \vec{k}, \omega)$ с учетом выражений (2.29) и (2.30) имеем

$$f_1(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = \frac{e\vec{E}_0}{2\omega} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} \sum_{j=1}^2 \left(\delta(k_j + k_z) \delta(\omega_j + \omega) - \delta(k_j - k_z) \delta(\omega_j - \omega) \right) \delta(k_x) \delta(k_y) \quad . \quad (2.32)$$

Входящие в данное выражение δ – функции указывают на то, что функция распределения первого порядка описывает всего лишь процесс взаимодействия плазмы с каждой отдельно взятой волной, а не с их суперпозицией в виде волн биений.

Процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений должен привести к появлению δ – функции, содержащей выражения вида $\omega \pm (\omega_1 - \omega_2)$ и $k \pm (k_1 - k_2)$. Поскольку функция $f_1(\vec{p}, \vec{k}, \omega)$ не содержит информации об исследуемом процессе, то при нахождении спектральной функции распределения второго порядка, функцию распределения первого порядка обратим в нуль:

$$f_1(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = 0 \quad . \quad (2.33)$$

С учетом этого факта Фурье преобразованное уравнение (2.25) имеет следующий вид:

$$i(k_z v_0 - \omega) f_2(\vec{p}, \vec{k}, \omega) + e \left\{ \vec{E}_s(\vec{k}, \omega) + \frac{1}{c} \iint d\vec{q} d\zeta [\vec{v}_1(\vec{q}, \zeta) \times \vec{B}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta)] \right\} \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = 0 . \quad (2.34)$$

Подставим значения фурье-образов магнитного поля (2.30) и скорости (2.31) в выражение для следующего векторного произведения

$$\begin{aligned} [\vec{v}_1(\vec{q}, \zeta) \times \vec{B}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta)] &= \quad (2.35) \\ &= \frac{ie}{m\zeta} \left[\vec{E}_L(\vec{q}, \zeta) \times \frac{c}{\omega - \zeta} [(\vec{k} - \vec{q}) \times \vec{E}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta)] \right] . \end{aligned}$$

Раскрыв двойное векторное произведение вместо уравнения (2.34) получаем уравнение

$$i(k_z v_0 - \omega) f_2(\vec{p}, \vec{k}, \omega) + e \{ \vec{E}_s(\vec{k}, \omega) + \vec{I}(\vec{k}, \omega) \} \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = 0 , \quad (2.36)$$

$$\vec{I}(\vec{k}, \omega) = \vec{I}_1(\vec{k}, \omega) + \vec{I}_2(\vec{k}, \omega),$$

где интегралы $\vec{I}_1(\vec{k}, \omega)$ и $\vec{I}_2(\vec{k}, \omega)$ имеют вид:

$$\vec{I}_1(\vec{k}, \omega) = \frac{ie}{m} \iint \frac{d\vec{q} d\zeta}{\zeta(\omega - \zeta)} (\vec{k} - \vec{q}) \left(\vec{E}_L(\vec{q}, \zeta) \cdot \vec{E}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta) \right)$$

(2.37)

$$\vec{I}_2(\vec{k}, \omega) = -\frac{ie}{m} \iint \frac{d\vec{q} d\zeta}{\zeta(\omega - \zeta)} \vec{E}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta) \left(\vec{E}_L(\vec{q}, \zeta) \cdot (\vec{k} - \vec{q}) \right).$$

(2.38)

В выражениях фурье-образов напряженностей лазерных полей $\vec{E}_L(\vec{q}, \zeta)$ и $\vec{E}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta)$, содержащиеся в δ -функциях векторы \vec{q} и $\vec{k} - \vec{q}$ есть волновые векторы \vec{k}_1 или \vec{k}_2 . Поэтому, скалярное произведение в выражении

(2.38) равно нулю, из-за ортогональности этих волновых векторов к направлениям напряженностей электрического и магнитного полей. Следовательно, $\vec{I}(\vec{k}, \omega) = \vec{I}_1(\vec{k}, \omega)$.

Фурье-образ статического поля $\vec{E}_s(\vec{k}, \omega)$, определяемый из Фурье преобразованных уравнений (2.18), (2.19), имеет вид

$$\vec{E}_s(\vec{k}, \omega) = -i\vec{k} \frac{4\pi e n_2(\vec{k}, \omega)}{\vec{k}^2}. \quad (2.39)$$

После подстановки выражения (2.40) в уравнение (2.36) для спектральной функции распределения второго порядка получаем:

$$f_2(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = \left[\frac{4\pi e^2 n_2(\vec{k}, \omega) \vec{k}}{\vec{k}^2} + \vec{Y}(\vec{k}, \omega) \right] \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} \cdot \frac{1}{(k_z v_0 - \omega)}. \quad (2.40)$$

$$\vec{Y}(\vec{k}, \omega) = -\frac{e^2}{m} \iint \frac{d\vec{q} d\zeta}{\zeta(\omega - \zeta)} (\vec{k} - \vec{q}) \left(\vec{E}_L(\vec{q}, \zeta) \cdot \vec{E}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta) \right), \quad (2.41)$$

где скалярное произведение, входящее в подынтегральное выражение $\vec{Y}(\vec{k}, \omega)$ имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \vec{E}_L(\vec{q}, \zeta) \cdot \vec{E}_L(\vec{k} - \vec{q}, \omega - \zeta) = & -\frac{E_0^2}{4} \left[\pm \delta(k_1 + q) \delta(k_2 \pm (\vec{k} - \vec{q})_z) \pm \right. \\ & \pm \delta(k_1 - q) \delta(k_2 \mp (\vec{k} - \vec{q})_z) \pm \delta(k_2 + q) \delta(k_1 \pm (\vec{k} - \vec{q})_z) \pm \\ & \left. \pm \delta(k_2 - q) \delta(k_1 \mp (\vec{k} - \vec{q})_z) \right] \delta((\vec{k} - \vec{q})_x) \delta((\vec{k} - \vec{q})_y) \delta(q_x) \delta(q_y) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Здесь введены следующие обозначения $k_z = k_1 = k_2$ и $q_z = q$. Кроме этого, для простоты восприятия в выражении (2.41) опущены δ -функции с частотной зависимостью.

После интегрирования данного выражения по dq_x и dq_y с учетом (2.42) получаем

$$\vec{Y}(\vec{k}, \omega) = -\frac{e^2 E_0^2}{4m} \vec{z} \left(\iint \frac{(k - q)}{\zeta(\omega - \zeta)} \left[\delta(q \pm k_1) \delta((k - q) \pm k_1) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned} & \delta(q \pm k_2)\delta((k - q) \pm k_2) + \delta(q \pm k_1)\delta((k - q) \pm k_2) + \\ & \delta(q \pm k_2)\delta(k - q - k_1)]d\zeta dq) \delta(k_x)\delta(k_y) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Интегрирование выражения (2.44) по dq и $d\zeta$ приводит к окончательному выражению:

$$\begin{aligned} \vec{Y}(\vec{k}, \omega) = & - \left[\sum_{i=1}^2 \frac{k_i}{\omega_i^2} [\delta(k - 2k_i) - \delta(k + 2k_i)] + \frac{k_1 - k_2}{\omega_1 \omega_2} [\delta(k + k_1 - k_2) - \right. \\ & \left. \delta(k - k_1 + k_2)] + \frac{k_1 + k_2}{\omega_1 \omega_2} (\delta(k - k_1 - k_2) - \delta(k + k_1 + k_2)) \right] \frac{e^2 \vec{E}_0^2}{4m} \vec{z} \delta(k_x) \\ = & - \frac{e^2 \vec{E}_0^2}{4m} \vec{z} \delta(k_x) \delta(k_y) \left[\pm \frac{k_1 + k_2}{\omega_1 \omega_2} \delta(k \pm (k_1 + k_2)) \delta(\omega \pm (\omega_1 + \omega_2)) \mp \right. \\ & \left. \mp \frac{k_1 - k_2}{\omega_1 \omega_2} \delta(k \pm (k_1 - k_2)) \delta(\omega \pm (\omega_1 - \omega_2)) \mp \sum_{j=1}^2 \frac{k_j}{\omega_j^2} \delta(k \pm 2k_j) \delta(\omega \pm 2\omega_j) \right] \end{aligned} \quad (2.45)$$

Поскольку, как отмечалось выше, функция распределения второго порядка ответственна за процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, то в этом приближении в выражении для $\vec{Y}(\vec{k}, \omega)$ следует оставить лишь следующие δ -функции

$$\Sigma(\vec{k}, \omega) = \delta(k \pm (k_1 - k_2)) \delta(\omega \pm (\omega_1 - \omega_2)) \delta(k_x) \delta(k_y) \quad (2.46)$$

Поэтому выражение для интеграла $\vec{Y}(\vec{k}, \omega)$ преобразуется следующим образом

$$\begin{aligned} \vec{Y}(\vec{k}, \omega) = & \frac{e^2 \vec{E}_0^2}{4m \omega_1 \omega_2} \vec{z} [(k_1 - k_2) ((\delta(k + (k_1 - k_2))) \delta(\omega + (\omega_1 - \omega_2))) - \\ & - \delta(k - (k_1 - k_2)) \delta(\omega - (\omega_1 - \omega_2)))] \delta(k_x) \delta(k_y) = \pm \frac{e^2 \vec{E}_0^2}{4m} \frac{k_1 - k_2}{\omega_1 \omega_2} \vec{z} \Sigma(\vec{k}, \omega) \end{aligned}$$

(2.47)

Умножая функцию $f_2(\vec{p}, \vec{K}, \omega)$ на n_0 и интегрируя (2.31) по импульсу $d\vec{p}$, для спектральной плотности $n_2(\vec{k}, \omega)$ получаем

$$n_2(\vec{k}, \omega) = \frac{n_0 \vec{Y}(\vec{k}, \omega)}{\varepsilon_0(\vec{k}, \omega)} \int \frac{\partial f_0 / \partial \vec{p}}{(k_z v_0 - \omega)} d\vec{p}, \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_0(\vec{k}, \omega) = 1 - \frac{m \omega_p^2 \vec{k}}{|\vec{k}|^2} \int \frac{\partial f_0 / \partial \vec{p}}{(k_z v_0 - \omega)} d\vec{p} \quad (2.49)$$

где $\varepsilon_0(\vec{k}, \omega)$ – диэлектрическая проницаемость плазмы в отсутствие волн биений. Подставляя найденное выражение в (2.41), для спектральной функции распределения, описывающей процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, имеем [100]

$$f_2(\vec{p}, \vec{K}, \omega) = \left[\frac{m \omega_p^2 \vec{k}}{|\vec{k}|^2 \varepsilon_0(\vec{k}, \omega)} \int \frac{\partial f_0 / \partial \vec{p}}{(k_z v_0 - \omega)} d\vec{p} + 1 \right] \frac{\vec{Y}(\vec{k}, \omega) \partial f_0 / \partial \vec{p}}{(k_z v_0 - \omega)}. \quad (2.50)$$

Данное выражение имеет общий характер, поскольку учтен разброс по скоростям в функции распределения. Следовательно, его можно использовать для определения разных характеристик плазмы, например, при нахождении диэлектрической проницаемости.

Отметим, что при малых плотностях плазмы первым слагаемым в квадратных скобках можно пренебречь. Так как движение лазерных волн, взаимодействующих с электронной плазмой, происходит в направлении оси OZ, то выражение (2.50) принимает следующий вид:

$$f_2(\vec{p}, \vec{K}, \omega) = \frac{e^2 E_0^2 k_p \vec{z}}{4 m \omega_0^2 (k_z v_0 - \omega)} \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} \delta(k_z - k_p) \delta(\omega - \omega_p). \quad (2.51)$$

С учетом условия (2.1) и выражения (2.11), для спектральной функции распределения окончательно получаем

$$f(\vec{p}, \vec{K}, \omega) = f_0(\vec{p}) + f_2(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = f_0 + \vec{A} \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}},$$

$$\vec{A} = \frac{e^2 E_0^2 k_p \vec{z}}{4m\omega_0^2 (k_p v_0 - \omega_p)}. \quad (2.52)$$

В собственной системе координат, где плазма покоится $v_0 = 0$, функция примет вид:

$$f(\vec{p}, \vec{k}, \omega) = f_0 - \vec{A}_0 \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}}$$

$$\vec{A}_0 = \frac{e^2 E_0^2 \vec{z}}{4m\omega_0^2 v_{ph}}, \quad (2.53)$$

где $v_{ph} \approx c$ – фазовая скорость электронных колебаний (2.12), возбуждаемых в плазме лазерными волнами биений [100].

Для нахождения тензора диэлектрической проницаемости основное состояние плазмы, взаимодействующей с лазерными волнами биений, будем описывать функцией (2.52). Чтобы вычислить тензор необходимо найти поправки к основной функции распределения, возникающие вследствие действия малых \vec{E}_{per} электрического и магнитного \vec{B}_{per} полей, появление которых вызвано флуктуационным возмущением основного состояния.

Неравновесная плотность тока, индуцированная возмущенным полем

$$\delta j_i = e \int v_i \delta f d\vec{p} = ie^2 \int \frac{v_i (\vec{E}_{per})_j \frac{\partial f}{\partial \vec{p}_j}}{\vec{k}\vec{v} - \omega} d\vec{p} \quad (2.54)$$

согласно материальному уравнению

$$\delta j_i = \sigma_{ij} (\vec{E}_{per})_j \quad (2.55)$$

определяет тензор проводимости следующим образом:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\vec{k}, \omega) = ie^2 \int \frac{v_i \frac{\partial f}{\partial \vec{p}_j}}{\vec{k}\vec{v} - \omega} d\vec{p} \quad (2.56)$$

Наконец, из связи комплексной диэлектрической проницаемости и комплексной проводимости анизотропный тензор диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\varepsilon_{ij}(\vec{k}, \omega) = \delta_{ij} + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{ij}(\vec{k}, \omega) = \delta_{ij} - \frac{4\pi e^2}{\omega} \int \frac{v_i \frac{\partial f}{\partial \vec{p}_j}}{\vec{k}\vec{v} - \omega} d\vec{p}, \quad (2.57)$$

В собственной системе координат, где плазма покоится (2.53), тензор диэлектрической проницаемости преобразуется к виду [100]

$$\varepsilon_{ij}(\vec{k}, \omega) = \delta_{ij} - \frac{4\pi e^2}{\omega} \int \frac{v_i}{\vec{k}\vec{v} - \omega} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_j} \left(f_0 - A_0 \frac{\partial f_0}{\partial p_z} \right) d\vec{p}, \quad A_0 = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega_0^2 v_{ph}}$$

(2.58)

Таким образом, определен тензор диэлектрической проницаемости плазменной среды при взаимодействии с лазерными волнами биений, что позволит проводить исследование спектров продольных и поперечных волн, распространяющихся в плазме.

§2.4 Переход от кинетического к гидродинамическому методу.

Сравнительный анализ.

Определим пространственную плотность функции распределения холодной неподвижной плазмы при наличии волн биений. Импульсная функция распределения для холодной равновесной плазмы имеет вид $f_0(\vec{p}) = \delta(\vec{p} - \vec{p}_0)$, где \vec{p}_0 – средний импульс плазмы. После интегрирования (2.48) по импульсу получим выражение для спектральной функции плотности распределения плазмы [100]:

$$n_2(\vec{k}, \omega) = \frac{n_0 e^2 E_0^2 k_p k_z \Sigma(\vec{k}, \omega)}{4m^2 \omega_0^2 [(k_z v_0 - \omega)^2 - \omega_p^2]} \quad , \quad (2.60)$$

Данное выражение совпадает с аналогичным выражением работы [112] (естественно, если обратить в нуль статическое магнитное поле). Обратное Фурье преобразование полученного выражения приводит к следующему выражению для пространственной плотности неподвижной плазмы ($v_0 = 0$), если воспользоваться соотношением $x \delta'_x(x) = -\delta(x)$

$$n_2(z, t) = -\frac{n_0 e^2 E_0^2 k_p}{4m^2 \omega_0^2} \iint \left[\frac{k_z}{\omega + \omega_p} \delta'_\omega(\omega - \omega_p) \delta(k_z - k_p) - \frac{k_z}{\omega - \omega_p} \delta'_\omega(\omega + \omega_p) \delta(k_z + k_p) \right] e^{i(k_z z - \omega t)} dk_z d\omega \quad . \quad (2.61)$$

Наличие зависимости $\omega_p = k_p v_{ph}$ указывает на необходимость учета дисперсии плазменной среды при интегрировании. Если при этом вывести из-под знака интеграла (2.61) более гладкие функции, оставляя лишь экспоненциальную функцию, то после интегрирования распределение плотности плазмы представляется выражением

$$n_2(z, t) = -\frac{n_0 e^2 E_0^2 k_p}{4m^2 \omega_0^2 v_{ph}^2} (k_p z - \omega_p t) \sin(k_p z - \omega_p t) \quad . \quad (2.62)$$

Выражение (2.62) для пространственной плотности неподвижной холодной плазмы можно непосредственно получить из кинетического уравнения, не переходя к Фурье преобразованиям. Для этого возмущенную функцию распределения в первом приближении определим при непосредственном интегрировании уравнения (2.23) в интервале $[0, T]$ ($T = 2\pi/\omega_p$ – характерное время протекания процесса взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений):

$$f_1 = -e \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} \int_0^T \vec{E}_i dt \quad . \quad (2.63)$$

Поскольку $T \gg 2\pi/\omega_0$, то функция f_1 равна нулю как интеграл от быстро осциллирующей функции. С учетом этого факта, а также поперечности лазерных полей, далее подставив (2.20) в уравнение (2.25) и выражение для возмущенной скорости $\vec{v}_1 = \frac{e}{m} \int \vec{E}_i dt$ полученное из уравнения (2.24), имеем

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + e \vec{E}_s \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} - \frac{e^2}{m} \nabla(\vec{I}^2) \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = 0 \quad , \quad \vec{I} = \int \vec{E}_i dt \quad . \quad (2.65)$$

Частное решение данного уравнения (2.65) представим в виде

$$f_2 = B \frac{n_2}{n_0} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} \vec{z} \quad . \quad (2.66)$$

Выразив из данного выражения плотность n_2 и продифференцировав его по переменной z , перейдем к переменной $\tau = z/v_{ph} - t$. Далее, используя выражения (2.17) и (2.18) и оставляя только интерференционные члены, для описания процесса взаимодействия получаем следующее гидродинамическое уравнение:

$$\frac{\partial^2 n_2}{\partial \tau^2} + 2 \frac{mv_{ph}\omega_p^2}{B} n_2 + \frac{n_0 e^2 k_p \omega_p |\vec{E}_0|^2}{B m \omega_0^2} \cos \omega_p \tau = 0 \quad , \quad B = 2mv_{ph} \quad , \quad (2.67)$$

решение которого совпадает с (2.62).

§2.5 Распределение плотности в рамках гидродинамического метода

Ограничимся рассмотрением бесстолкновительной холодной неподвижной электронной плазмы. Для этого необходимо выполнение условий (2.10), вправе также не учитывать влияние ионов и считать их нейтрализующим фоном, к тому же пренебречь разбросом по скоростям в распределении плотности частиц плазмы, то есть рассматривать плазму как холодный электронный газ.

В этом приближении применим к исследуемому процессу взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений гидродинамический метод исследования.

Средняя скорость электронов $\vec{u} = \vec{u}(z, t)$ и плотность электронов плазмы $n(z, t) = n_0 + \tilde{n}(z, t)$ удовлетворяют нерелятивистскому уравнению движения ($|\vec{u}| \ll c$, n_0 – равновесная плотность электронов плазмы в отсутствии лазерных волн биений)

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{e\vec{E} + \vec{F}_n}{m} \quad . \quad (2.68)$$

и уравнению непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } n\vec{u} = 0 \quad , \quad (2.69)$$

где \vec{F}_n – пондеромоторная сила, действие которой обусловлено электромагнитным взаимодействием электрона плазмы с лазерными полями. Пондеромоторная сила приводит к перераспределению плотности зарядов плазмы, а именно, к малому возмущению $\tilde{n} = \tilde{n}(z, t)$ равновесной плотности частиц n_0 ($|\tilde{n}| \ll n_0$). В связи с этим появляется сила Пуассона $e\vec{E}$, где вектор напряженности электростатического поля \vec{E} , определяется переменной возмущенной частью плотности частиц плазмы

$$\text{div } \vec{E} = 4\pi\tilde{n}e \quad . \quad (2.70)$$

Лазерные поля представляются суперпозицией плоских электромагнитных волн с соответствующим электрическим полем (2.7) и достаточно малым лазерным параметром

$$q_L = \frac{e|\vec{E}_0|}{m\omega_0 c} \ll 1 \quad . \quad (2.71)$$

В этом случае можно исходить из линеаризованного уравнения движения.

Следовательно, линеаризованное относительно $|\tilde{n}| \ll n_0$ уравнение непрерывности (2.69), продифференцированное по времени, с подстановкой выражения (2.68) и (2.70), примет вид

$$\frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial t^2} + \omega_p^2 \tilde{n} + \frac{n_0}{m} \operatorname{div} \vec{F}_\pi = 0 \quad , \quad (2.72)$$

Для определения пондеромоторной силы воспользуемся формализмом Гамильтона. Исходя из условия поперечности лазерных полей ($\varphi = 0$, $\operatorname{div} \vec{A} = 0$) и малости их интенсивностей (2.71), нерелятивистский гамильтониан взаимодействия можно представить в виде

$$H = \frac{\left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}\right)^2}{2m} \quad , \quad (2.73)$$

где \vec{p} – импульс частицы, \vec{A} – векторный потенциал, определяемый с помощью выражения (2.17):

$$\vec{A} = -c \int \vec{E}_L dt = -c \vec{E}_0 \left[\frac{1}{\omega_1} \cos(k_1 z - \omega_1 t) + \frac{1}{\omega_2} \cos(k_2 z - \omega_2 t) \right] \quad , \quad (2.74)$$

Проведем усреднение гамильтониана по периоду плазменных волн, значительно превосходящему период лазерных волн ($T = 2\pi/\omega_p \gg 2\pi/\omega_0$):

$$\langle H \rangle = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{e^2}{2mc^2} \langle \vec{A}^2 \rangle = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{e^2 |\vec{E}_0|^2}{2m\omega_0^2} \cos(k_p z - \omega_p t) \quad , \quad (2.75)$$

Выражение (2.75) определено при выполнении условия (2.11) с сохранением лишь интерференционного члена, ответственного за взаимодействие лазерных волн биений с плазмой. Согласно сказанному, первое слагаемое в (2.75) соответствует гамильтониану свободной частицы, второе — пондеромоторный потенциал взаимодействия плазмы с ЛВБ. Соответствующая пондеромоторная сила, изменяющаяся в направлении координатной оси OZ, определяется следующим выражением

$$\vec{F}_{pz} = -\frac{\partial \langle H \rangle}{\partial z} = \frac{k_p e^2 |\vec{E}_0|^2}{2m\omega_0^2} \cos(k_p z - \omega_p t). \quad (2.76)$$

Следовательно (3.72) с учетом выражения (3.76), преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial t^2} + \frac{n_0 e^2 k_p^2 |\vec{E}_0|^2}{2m^2 \omega_0^2} \cos(k_p z - \omega_p t) + \omega_p^2 \tilde{n} = 0 \quad . \quad (2.77)$$

Так как решение однородного уравнения представляется в виде

$$\tilde{n}_{од} = C_1(z) e^{i\omega_p t} + C_2(z) e^{-i\omega_p t} \quad , \quad (2.78)$$

то частное решение неоднородного уравнения есть

$$\tilde{n} = (k_p z - \omega_p t) \sin(k_p z - \omega_p t) \quad , \quad f = -\frac{n_0 e^2 k_p^2 |\vec{E}_0|^2}{4m^2 \omega_0^2 \omega_p^2} \quad . \quad (2.79)$$

Таким образом, полученное выражение для модулированной ЛВБ пространственной плотности плазмы совпадает с аналогичным выражением, приведенным в [109, стр.94]. В работе [108] не учтена пространственно-временная дисперсия плазменной среды в обратном Фурье-преобразовании, что приводит к неправильному результату.

§2.6 Модуляция плотности сильноточного электронного сгустка

В данном параграфе исследуется сильноточный пространственно-неограниченный электронный сгусток с равномерным распределением частиц, движущийся со скоростью v_0 навстречу направлению распространения двух лазерных пучков одинаковых интенсивностей с частотами и волновыми числами, удовлетворяющими следующим отличным от (2.11) условиям волн биений [84]

$$\omega_1 - \omega_2 \approx \omega_r, \quad \omega_r \ll \omega_1 \approx \omega_2 = \omega, \quad (2.80)$$

$$k_1 - k_2 \approx k_r, \quad k_r \ll k_1 \approx k_2 = k,$$

где $\omega_r = \omega_p \gamma^{-1/2}$ – релятивистская плазменная частота сгустка, $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m}$, γ – Лоренц-фактор.

Лазерные поля представим суперпозицией в виде плоских электромагнитных волн (2.17).

Учитывая релятивизм сильноточного электронного сгустка взаимодействующего с ЛВБ, для определения пондеромоторной силы используем релятивистскую функцию Гамильтона

$$H = c \sqrt{m^2 c^2 + \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2}, \quad (2.81)$$

где \vec{p} – обычный импульс свободной частицы.

Усредненный по времени ($T = 2\pi/\omega_r \gg 2\pi/\omega$) гамильтониан взаимодействия при условии малости интенсивностей лазерных полей ($q_L = e|\vec{E}_0|\lambda/(2\pi mc^2) \leq 1$) представляется следующим выражением

$$\langle H \rangle \approx \frac{e^2 \langle \vec{A} \rangle^2}{H_0}, \quad (2.82)$$

где $H_0 = mc^2\gamma$ – релятивистский гамильтониан свободной частицы, \vec{A} – векторный потенциал, суперпозиции лазерных полей (2.17).

Учитывая близость интенсивностей лазерных полей (2.71), гамильтониан преобразуется

$$\langle H \rangle \approx \frac{e^2 |\vec{E}_0|^2}{2m\gamma\omega^2} (1 + \cos(k_r z - \omega_r t))$$

(2.83)

и, следовательно, пондеромоторная сила, направленная вдоль лазерных пучков, имеет вид

$$F_n = -\frac{\partial \langle H \rangle}{\partial z} = \frac{mc^2 q_L^2}{\gamma} k_r \sin(k_r z - \omega_r t).$$

(2.84)

Линеаризованное, продифференцированное по времени уравнение непрерывности (2.69)

$$\frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial t^2} + n_0 \frac{d}{dt} \operatorname{div} \vec{v} = 0,$$

(2.85)

преобразуется в следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial t^2} + \frac{n_0 q_L^2}{2\gamma^2} \omega_r^2 \cos(k_r z - \omega_r t) + \omega_r^2 \tilde{n} = 0,$$

(2.86)

с учетом релятивистского уравнения движения

$$\frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}_n + e\vec{E}_s}{m\gamma},$$

(2.87)

а также выражения (2.84) для пондеромоторной силы и формулы (2.70), связывающей вектор напряженности электростатического поля и возмущение плотности частиц электронного сгустка \tilde{n} .

При этом частное решение при условии (2.11) преобразуется следующим образом

$$\tilde{n} = \alpha n_0 (k_r z - \omega_r t) \sin(k_r z - \omega_r t) \quad , \quad \alpha = -\frac{q_L^2}{4\gamma^2} .$$

(2.88)

Это решение переходит в выражение (2.79), полученное для неподвижной плазмы, если заменить ω_r на ω_p при $\gamma \approx 1$.

Отметим, что изменение плотности пропорциональное квадрату параметра лазерного поля для релятивистского случая уменьшается в γ^2 раз.

Для неограниченного сгустка с начальным равномерным распределением после взаимодействия с лазерными волнами биений, функция распределения представляется следующим выражением [84]

$$f(z, t) = \frac{\tilde{n}}{n_0} = \alpha (k_r z - \omega_r t) \sin(k_r z - \omega_r t) \quad .$$

(2.89)

Таким образом, при взаимодействии сильноточного электронного сгустка с лазерными волнами биений, происходит перераспределение плотности частиц сгустка.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ II

1. Построена кинетическая теория взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений. Решая кинетическое самосогласованное уравнение Власова, получено выражение для спектральной функции распределения с учетом разброса по скоростям частиц плазмы.
2. Определен тензор диэлектрической проницаемости плазменной среды при взаимодействии с лазерными волнами биений, что позволяет исследовать спектры продольных и поперечных волн, распространяющихся в плазме.
3. Выявлены условия применимости кинетического и гидродинамического методов и способ корректного осуществления перехода от первого метода ко второму.
4. Гидродинамическим методом получено выражение для продольной плотности релятивистского электронного сгустка при взаимодействии с лазерными волнами биений.

ГЛАВА III

КОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Исследуется процесс когерентного излучения сгустка с модулированной лазерными волнами биений плотностью в зависимости от исходной продольной функции распределения, а именно, равномерного и гауссовского.

Для этих распределений рассчитаны коэффициенты усиления излучения. Введено понятие резонансной частоты, на которой продольный размер сгустка не подавляет когерентность излучения.

Решена задача о когерентном излучении релятивистского электронного сгустка, движущегося навстречу лазерным волнам биений в спиральном ондуляторе в субмиллиметровом диапазоне.

Для экспериментальной проверки этого эффекта приводятся параметры двух CO_2 лазеров, спирального ондулятора, значения энергии и плотности электронного сгустка.

Исследуется когерентность рентгеновского излучения микробанчируемого в процессе SASE FEL позитронного сгустка в кристаллическом ондуляторе.

Рассматривается возможность исключить подавление эффекта когерентности излучения на резонансной частоте из-за поперечного фактора сгустка.

§3.1 Эффект частичной когерентности.

В работе [57] получена формула для частотно-углового распределения интенсивности излучения электронного пучка с произвольным распределением плотности при произвольном движении в однородных средах, которое выражается через спектральное распределение интенсивности излучения единичного электрона независимо от вида излучения и форм-фактора сгустка.

Пусть сгусток из $N \gg 1$ электронов движется в однородной среде вдоль оси OZ с постоянной скоростью \vec{v} . Траектории частиц сгустка представлены следующими выражениями

$$\vec{r}_j(t) = \vec{r}\left(t + \frac{z_{0j}}{v}\right) + \vec{\rho}_{0j}, \quad (3.1)$$

где ρ_{0j} и z_{0j} – поперечная и продольная компоненты радиус-вектора $\vec{r}_j(t)$ j -ой частицы сгустка.

Для частотно-углового распределения интенсивности излучения за время взаимодействия T релятивистского электронного сгустка имеем [106]

$$\frac{d^2 I_N}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 \omega^2 \sqrt{\varepsilon}}{4\pi^2 c^3} \left| \sum_{j=1}^N \int_0^T [\vec{n} \times \vec{v}_j] \exp(i(\omega t - \vec{k} \vec{r}_j)) dt \right|^2, \quad (3.2)$$

где $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ – телесный угол, θ и φ – направляющие углы единичного вектора \vec{n} , ε – диэлектрическая проницаемость среды, ω – частота излучения, $\vec{k} = \omega\sqrt{\varepsilon}\vec{n}/c$ – волновой вектор излучения, $\vec{v}_j = \partial \vec{r}_j(t)/\partial t$. Тогда распределение (3.2) связано с частотно-угловым распределением единичной частицы следующей формулой

$$\frac{d^2 I_N}{d\theta d\omega} = \frac{d^2 I_1}{d\theta d\omega} \cdot \left| \sum_{j=1}^N \exp \left\{ -i \left(\frac{\omega Z_{0j}}{v} + \vec{\chi} \vec{\rho}_{0j} \right) \right\} \right|^2, \quad (3.3)$$

где $\vec{\chi}$ – поперечная компонента волнового вектора.

Считая координаты j -ой частицы случайными величинами и вероятность нахождения в данной точке, не зависящей от номера j , выражение (3.3) можно усреднить по всевозможным положениям частиц в сгустке:

$$\frac{d^2 I_N}{d\theta d\omega} = \frac{d^2 I_1}{d\theta d\omega} S_N(\omega, \theta, \varphi), \quad (3.4)$$

$$S_N(\omega, \theta, \varphi) = \left\langle \sum_{m,n=1}^N \exp \left\{ -i \left(\frac{\omega Z_{0m}}{v} + \vec{\chi} \vec{\rho}_{0m} \right) \right\} \exp \left\{ i \left(\frac{\omega Z_{0n}}{v} + \vec{\chi} \vec{\rho}_{0n} \right) \right\} \right\rangle,$$

Усреднение данного выражения приводит к появлению величины, определяющей эффект когерентности [57]:

$$S_N = S_N(\omega, \theta, \varphi) = N^2 H + N(1 - H), \quad H(\omega, \theta, \varphi) = F(\omega) \Phi(\omega, \theta, \varphi)$$

$$F(\omega) = |h_z|^2, \quad \Phi(\omega, \theta, \varphi) = |h_\rho|^2,$$

$$h_\rho = \langle e^{-i \vec{\chi} \vec{\rho}} \rangle, \quad h_z = \langle e^{-i \frac{\omega z}{v}} \rangle,$$

$$(3.5)$$

где $H = H(\omega, \theta, \varphi)$ – форм-фактор сгустка, функции $F(\omega)$ и $\Phi(\omega, \theta, \varphi)$ – продольный и поперечный форм-факторы, соответственно. Очевидно, что электронный сгусток излучает когерентно, когда $H = 1$ ($S_N = N^2$). При условии $NH \gg 1$ излучение частично когерентно, а при $NH \ll 1$ – некогерентное ($S_N = N$).

Если считать, что продольные и поперечные распределения электронов в сгустке имеют гауссовское распределение, то для форм-факторов получаем следующие экспоненциальные выражения [57]

$$F(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_z^2}{v^2}\right),$$

$$\phi(\omega, \theta) = \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_r^2 \sin^2 \vartheta}{v^2}\right),$$

(3.6)

где σ_z и σ_r – среднеквадратическими отклонениями (стандартными отклонениями) продольного и поперечного распределений сгустка.

Поскольку излучение релятивистских частиц происходит под малыми углами, то подавление когерентности излучения происходит на более коротких длинах волн. В более мягкой области частот, когда $\Phi(\omega, \theta) = 1$, подавление когерентности происходит только действием продольного форм-фактора $F(\omega)$.

После интегрирования по углам выражение (3.4) переходит в

$$\left\langle \frac{dI_N}{d\omega} \right\rangle = \frac{dI_1}{d\omega} \left(N^2 F(\omega) + N(1 - F(\omega)) \right),$$

(3.7)

Следовательно, нахождение спектра излучения и связанных с ним величин сводится к определению продольного форм-фактора.

В работе [57] исследован эффект частичной когерентности. Пусть в продольном направлении распределение электронов в сгустке асимметрично гауссовское со среднеквадратическими отклонениями σ_z и $p\sigma_z$:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z(1+p)}} \left[\exp(-z^2/2\sigma_z^2)\theta(z) + \exp(-z^2/2p^2\sigma_z^2)\theta(-z) \right], \quad (3.8)$$

где параметр p ($0 < p < 1$) характеризует степень асимметричности сгустка, $\theta(z)$ – единичная ступенчатая функция Хевисайда. При этом сохраняется характерный продольный размер сгустка $a = (1+p)\sigma_z$. Тогда продольный форм-фактор представляется следующей формулой [57]:

$$F(t) = (1+p)^{-2} \left\{ [\exp(-t^2) + p\exp(-p^2 t^2)]^2 + \frac{4}{\pi} [W(t) - W(pt)]^2 \right\},$$

$$W(t) = \int_0^t \exp(x^2 - t^2) dx \quad , \quad t = \frac{\omega \sigma_z}{\sqrt{2}v} \quad .$$

(3.9)

Теперь обычный экспоненциальный спад форм-фактора при $t \gg 1$ заменяется степенным законом. При слабой асимметрии (малые значения $1 - p, p \lesssim 1$), уменьшение функции происходит по закону t^{-6} . Тогда эффект частичной когерентности проявляется в интервале длин волн

$$2\pi \max\left(\frac{\sigma_r}{\gamma}, \frac{\sigma_z}{\sqrt{N}}\right) \lesssim \lambda < \sigma_z \quad .$$

(3.10)

где γ – Лоренц-фактор пучка.

Когда $p \rightarrow 0$, распределение становится крайне асимметричным, продольный форм-фактор убывает по закону t^{-2} , интервал длин волн (3.10) заменяется следующим интервалом

$$2\pi \max\left(\frac{\sigma_r}{\gamma}, \frac{\sigma_z}{\sqrt{N}}\right) \lesssim \lambda < \sigma_z \quad .$$

(3.11)

§3.2 Коэффициент усиления излучения электронного сгустка, взаимодействующего с лазерными волнами биений

а) Модуляция плотности электронного сгустка, движущегося навстречу лазерным волнам биений

Пусть электронный сгусток с релятивистской плазменной частотой ω_r движется навстречу лазерам с близкими частотами ω_1 , ω_2 и интенсивностями.

Когда разность частот лазеров близка к релятивистской плазменной частоте, в сгустке возбуждаются волны биения с длиной волны $\lambda_b = \lambda_r/2$ ($\lambda_r = \lambda_p \sqrt{\gamma_{||}}$). В продольном направлении появляется пондеромоторная периодическая сила

$$F_p = mc^2 q_L^2 k_r \sin(2k_r z) \quad (3.12)$$

где учтено соотношение $\omega_r = k_r v$, а также то, что сгусток и лазерные волны движутся в противоположных направлениях ($z = -vt$). Здесь $k_r = 2\pi/\lambda_r = k_p/\sqrt{\gamma_{||}}$, q_L – лазерный параметр ($\omega_1 \approx \omega_2$).

Как показывает гидродинамическое и кинетическое рассмотрение задачи [101,102,65], под действием пондеромоторной силы функция распределения частиц электронного сгустка имеет вид

$$f(z) = 1 + 2\Gamma k_r z \sin(2k_r z) \quad , \quad \Gamma = \frac{q_L^2}{4\gamma_{||}^2} \quad (3.13)$$

Если характерный продольный размер сгустка намного превышает релятивистскую длину плазменных волн ($a \gg \lambda_r$), то в результате модуляции электронный сгусток разбивается на a/λ_b микросгустков.

б) Электронный сгусток с исходным равномерным распределением

Как следует из (3.5), выражение для линейного коэффициента усиления когерентного излучения электронного сгустка имеет вид

$$G = N|h_z|^2 + 1 ,$$

$$h_z = \int f(z) \exp\left(i \frac{2\pi z}{\lambda}\right) dz ,$$

(3.14)

где $|h_z|^2$ – продольный форм-фактор, $f(z)$ – функция распределения электронного сгустка.

В результате взаимодействия электронного сгустка с лазерными волнами биений функция распределения сгустка с исходным равномерным распределением принимает следующий вид

$$f(z) = \frac{1}{a} \left(1 + \Gamma k_b z \sin \frac{2\pi z}{\lambda_b} \right) , \quad k_b = \frac{2\pi}{\lambda_b} .$$

(3.15)

Следовательно, подставив (3.15) в (3.14) и интегрируя по переменной z в пределах от $-a/2$ до $a/2$, получим следующее выражение [101]

$$h_z = \frac{\sin(\xi/2)}{\xi/2} + \frac{\Gamma \xi_b}{4} \left[\phi\left(\frac{\xi - \xi_b}{2}\right) - \phi\left(\frac{\xi + \xi_b}{2}\right) \right] ,$$

$$\phi(u) = \frac{u \cos u - \sin u}{u^2} ,$$

(3.16)

где $\xi = (2\pi a)/\lambda$, $\xi_b = (2\pi a)/\lambda_b$.

В области коротких длин волн $\xi_b \gg 1$ и $|\xi - \xi_b| \ll \xi_b$ получаем следующее выражение для коэффициента усиления излучения [65]

$$G = 1 + \frac{N\Gamma^2 \xi_b^2}{16} \phi^2\left(\frac{\xi - \xi_b}{2}\right) .$$

(3.17)

Функция $\phi((\xi - \xi_b)/2)$ является осциллирующей функцией. Минимальное нулевое значение определяется из условия $\tan((\xi - \xi_b)/2) = (\xi - \xi_b)/2$.

В области коротких длин волн, когда $G \gg 1$

$$G = \frac{N\Gamma^2 \xi_b^2}{16} \phi^2 \left(\frac{\xi - \xi_b}{2} \right)$$

Максимальное значение коэффициента усиления при $\xi - \xi_b = 2m\pi$, где m – целое положительное число, задается выражением [101]

$$G = \frac{N\Gamma^2 \xi_b^2}{16\pi^2 m^2} .$$

(3.18)

в) Гауссовское распределение пучка

Предположим, что функция распределения электронного сгустка в начальном состоянии имеет гауссовское распределение

$$f_0(z) = \frac{e^{-\frac{z^2}{2a^2}}}{\sqrt{2\pi}a} .$$

(3.19)

Изменение функции распределения в результате процесса взаимодействия электронного сгустка, движущегося навстречу лазерным волнам биений вдоль оси OZ, задается следующим выражением

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a} \left(1 + \Gamma \frac{2\pi z}{\lambda_b} \sin \frac{2\pi z}{\lambda_b} \right) \exp \left(-\frac{z^2}{2a^2} \right) . \quad (3.20)$$

Выражение (3.20) получено при условии $\Gamma \xi_b \ll 1$. Подставив выражение для продольной функции распределения в (3.14) продольный форм-фактор в результате интегрирования примет вид [101]

$$h_z = e^{\left(-\frac{\xi^2}{2}\right)} + \Gamma \frac{\xi_b}{2} \left[(\xi + \xi_b) e^{\left(-\frac{(\xi + \xi_b)^2}{2}\right)} + (\xi - \xi_b) e^{\left(-\frac{(\xi - \xi_b)^2}{2}\right)} \right] ,$$

(3.21)

где не учтена асимметричность в гауссовском распределении [57].

Поскольку параметры ξ и ξ_b достаточно большие величины, то первым слагаемым в квадратных скобках можно пренебречь.

Пренебрегая малыми членами ($|\xi - \xi_b| \ll \xi_b$ ($\xi_b \gg 1$)) получаем следующее выражение

$$G = 1 + \frac{N\Gamma^2 \xi_b^2}{4} \varphi^2(|\xi - \xi_b|) .$$

(3.22)

Для коэффициента усиления интенсивности излучения $G \gg 1$ окончательно имеем следующее выражение, полученное в [63,101]

$$G(x) = N \left(\frac{\pi a}{\lambda_b} \right)^2 \Gamma^2 \varphi^2 \left(\frac{2\pi a}{\lambda_b} (1 - x) \right) ,$$

$$x = \frac{\lambda_b}{\lambda} , \quad \varphi(u) = u \exp \left(-\frac{u^2}{2} \right) .$$

(3.23)

Из выражений (3.18) и (3.23) следует, что функции, имея осциллирующий и экспоненциальный характер, в максимуме одинаковым образом зависят от параметра ξ_b .

§ 3.3 Когерентное излучение модулированного электронного сгустка.

Формула тонкой линзы. Резонансное усиление

Как видно, на длине волны λ_b ($x = 1$) усиление отсутствует. Когда модуль разности $|\xi - \xi_b|$ увеличивается, коэффициент усиления (3.23) также увеличивается, и максимальное значение достигается при $|\xi - \xi_b| = 1$. Дальнейшее увеличение модуля приводит к экспоненциальному уменьшению коэффициента усиления. Коэффициент усиления излучения имеет следующее максимальное значение

$$G_{\max} = \pi^2 \frac{N}{e} \left(\frac{a}{\lambda_p} \right)^2 \frac{q^4}{\gamma_{\parallel}^5} .$$

(3.24)

на резонансных длинах волн излучения [63]

$$\lambda_{res} = \lambda_b (1 \pm \Delta) , \quad \Delta = \frac{\lambda_b}{2\pi a} = \frac{\lambda_p \sqrt{\gamma_{\parallel}}}{4\pi a} ,$$

(3.25)

Когерентное усиление спонтанного излучения происходит на длине $\lambda_{изл} = \lambda_b (1 + \Delta)$, а когерентное поглощение — $\lambda_{погл} = \lambda_b (1 - \Delta)$, где Δ — ширина линии когерентного излучения (поглощения).

Из условия резонанса излучения можно получить выражение аналогичное формуле тонкой линзы в оптике [63]

$$\frac{1}{\lambda_{res}} - \frac{1}{\lambda_b} = \pm \frac{1}{2\pi a} ,$$

(3.26)

где фокусным расстоянием является величина $2\pi a$, определяемая характерным продольным размером сгустка; расстояние до изображения и

до предмета, соответственно, есть резонансная длина волны излучения λ_{res} , на которой существенны когерентные эффекты (продольный форм-фактор не подавляет когерентность излучения) и длина модуляции (банчирования) сгустка λ_b .

Продолжая аналогию теории излучения с оптикой можно утверждать, что при положительной оптической силе (собирающая линза), имеет место резонансное поглощение, а при отрицательной оптической силе (рассеивающая линза) — резонансное излучение.

Таким образом, резонансную длину волны можно определить, если известны характерный продольный размер сгустка и длина модуляции: чем больше размер сгустка, тем меньше отличие между этими длинами волн.

Резюмируя можно утверждать, что взаимодействие с лазерными волнами биений приводит к усилению эффекта частичной когерентности. Эффективность излучения существенно зависит от параметров сгустка, а именно, от соотношения между резонансной длиной волны излучения и длиной модуляции.

Отметим, что коэффициент усиления есть величина обратно пропорциональная пятой степени энергии электронного сгустка. Этот результат указывает на полную идентичность эффекта когерентности с ЛСЭ. Предлагается использовать сильноточные релятивистские сгустки для генерации субмиллиметровых фотонов.

§3.4 Субмиллиметровое когерентное ондуляторное излучение модулированного электронного пучка, взаимодействующего с ЛВБ

а) Спонтанное излучение в спиральном ондуляторе

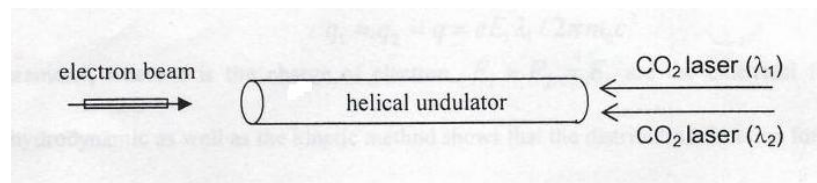
Пусть электронный сгусток движется навстречу ЛВБ в спиральном ондуляторе. Спектральное распределение числа фотонов, излученных под нулевым углом в спиральном ондуляторе, как известно, имеет вид [8]

$$\frac{dN}{dx} = \frac{2\pi\alpha n_u q_u^2}{1 + q_u^2}, \quad (3.27)$$

где α – постоянная тонкой структуры, $x = \lambda_b/\lambda$ – безразмерная длина волны излучения под нулевым углом, $\lambda_b = \lambda_r/2$, λ_r – релятивистская плазменная длина волны, которая в спиральном ондуляторе равна $\lambda_r = \lambda_p \gamma_{\parallel}^{1/2}$, $n_u = L/l$ – число периодов, l – пространственный период, L – длина ондулятора.

Параметр спирального ондулятора $q_u = i/4261$, где i – импульсный ток, текущий в противоположных направлениях в коаксиальных соленоидах, смещенных на расстоянии $l/2$ и выраженный в амперах. При этом оптимальное значение радиуса соленоида $r = l/(2\pi)$.

Из-за поперечного движения электрона продольный Лоренц-фактор γ_{\parallel} уменьшается в $\sqrt{1 + q_u^2}$ раз ($\gamma_{\parallel} = \gamma/\sqrt{1 + q_u^2}$).



б) Частотное распределение и полное число когерентно излученных фотонов

Используя выражения для частотного распределения числа фотонов спонтанного излучения (3.27), коэффициента усиления (3.23) и ширины линии Δ когерентного излучения (3.25), для числа фотонов когерентного излучения вокруг резонансной частоте получаем

$$\frac{dN_{coh}(x)}{dx} = \frac{dN_{sp}}{dx} \cdot G(x) = \frac{\alpha \pi N n_u q_u^2 q_L^4}{(8\Delta)^2 \gamma^4} \left(\frac{1-x}{\Delta} \right)^2 e^{-\left(\frac{1-x}{\Delta} \right)^2}. \quad (3.28)$$

Полное число фотонов [64,84] можно получить, умножая максимальное значение частотного распределения (3.27) на ширину Δ (3.25)

$$N_{coh}^{tot} = \frac{\pi^2 \alpha n_u N q_u^2 q_L^4 (1 + q_u^2)^{\frac{3}{2}}}{2e\lambda_p \gamma^{\frac{9}{2}}}. \quad (3.29)$$

Число фотонов пропорционально числу электронов в сгустке, числу периодов ондулятора, продольной длине сгустка и обратно пропорционально как плазменной длине волны, так и энергии в степени $9/2$.

Для обеспечения линейности процесса необходимо, чтобы излученная энергия была намного меньше энергии электрона. Учитывая, что под нулевым углом излучаются фотоны с энергией $2\hbar\omega_r$, то это условие имеет вид

$$\Delta N 2\hbar\omega_r \ll mc^2 \gamma \quad . \quad (3.30)$$

Из этого условия получаем следующее ограничение на лазерный параметр

$$q_L \ll q_c, \quad q_c = \left(\frac{2e\lambda_p^2 \gamma^6}{\pi a r_0 N n_u q_u^2 (1 + q_u^2)^{\frac{3}{2}}} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (3.31)$$

Здесь было учтено, что $r_0 = e^2/(mc^2) = 2\pi\alpha\lambda_c$ – классический радиус электрона, λ_c – комптоновская длина волны электрона ($\lambda_c = h/(mc)$). При оптимальном выборе параметра ондулятора $q_u = 1$ имеем

$$q_c = 88 \left(\frac{6 \cdot 10^{-2} \lambda_p^2 \gamma^6}{N n_u a r_0} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (3.32)$$

в) Выбор параметров задачи

Параметры лазера

Используя выражения для мощности лазера и “пятна” лазера с амплитудой напряженности электрического поля E_0 и радиусом R

$$W = \frac{E_0^2 R c}{8}, \quad (3.33)$$

и “пятна” лазера с амплитудой напряженности электрического поля E_0 и радиусом R

$$R^2 = \frac{L \lambda}{2\pi}, \quad (3.34)$$

где L – длина взаимодействия, получим следующую зависимость между лазерным параметром и мощностью

$$q = 1.2 \cdot 10^{-5} \sqrt{W(\text{ватт}) \frac{\lambda}{L}}, \quad (3.35)$$

где λ – лазерная длина волны излучения. Мощность лазеров выбирается так, чтобы удовлетворить условию $q \ll q_c$.

С другой стороны, необходимо учитывать условие зависимости между длинами линий волн излучений лазеров λ_1 и λ_2 с плазменной λ_p длиной волны сгустка (плотность сгустка n_0), энергией и параметрами ондулятора q_u и l [64]:

$$\lambda_0 = \frac{l(1 + q_u^2)}{2\gamma^2} = \lambda_b = \frac{\lambda_r}{2} = \frac{\gamma^{\frac{1}{2}}}{2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} . \quad (3.36)$$

Данная зависимость получена из условия возникновения модуляции плотности электронного сгустка при взаимодействии с лазерными волнами биений, удовлетворяющих выражениям (2.18).

Параметры сгустка

Плазменная длина волны связана со средней плотностью электронов выражением

$$\lambda_p = \frac{4}{3} \cdot 10^6 \frac{1}{\sqrt{n_0}} . \quad (3.37)$$

Энергия сгустка выбирается в согласии с условием (3.36). Продольная длина сгустка должна намного превосходить $\lambda_r/2$, а поперечные размеры намного меньше радиуса спирали ондулятора.

Выбор параметров спирального ондулятора

Параметр ондулятора q_u выбирается в соответствии с формулой, задающей зависимость относительно тока в обмотках соленоида спирального ондулятора

$$q_u = \frac{i}{4261} , \quad (3.38)$$

где i – импульсный ток в обмотках спирального ондулятора (в амперах).

С одной стороны, период ондулятора l выбирается так, чтобы под нулевым углом длина волны излучения $\lambda_0 = l/(2\gamma_0^2)$ совпала с длиной модуляции из-за лазерных волн биений (3.36).

С другой стороны, оптимальное значение периода ондулятора равно $l = 2\pi r$, где r – радиус обмотки спирали намного превосходит поперечный размер сгустка.

г) Предложение к эксперименту

Предлагается использовать CO_2 лазеры с длинами волн излучений $\lambda_1 = 10.2$ мкм и $\lambda_2 = 10.6$ мкм, для того чтобы модулировать игольчатый электронный сгусток с числом электронов 10^{12} , длиной $a = 1$ см, радиусом 80 мкм с энергией 5 МэВ ($\gamma = 9.78$).

При этом модулированный электронный сгусток движется в спиральном ондуляторе, который имеет следующие параметры: $q_u = 1$, $n_u = 50$, $l = 2.6$ см, радиус спирали ондулятора $r = 0.4$ см.

Каждый электрон сгустка будет излучать $4 \cdot 10^6$ монохроматических фотонов с энергией $5 \cdot 10^{-3}$ эВ с разбросом $4 \cdot 10^{-3}$. В результате игольчатый электронный сгусток будет излучать пучок фотонов из $4 \cdot 10^{18}$ числа частиц в субмиллиметровом диапазоне длин волн ($\lambda_0 = 270$ мкм). При этом сгусток теряет всего 0.4% своей энергии.

§3.5 Когерентное излучение микробанчируемого сгустка в кристаллическом ондуляторе с учетом поляризации среды

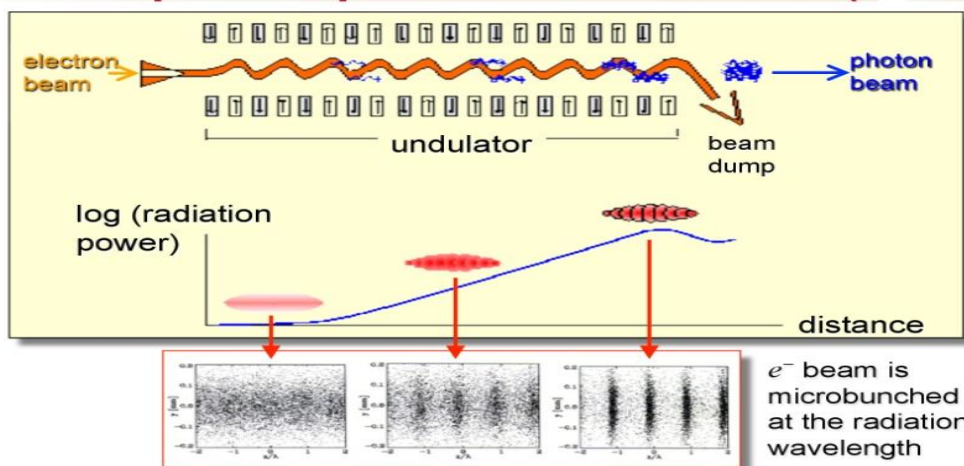
В данном параграфе исследуется когерентное излучение модулированного сгустка позитронов в кристаллическом ондуляторе

В работе [64] исследована задача об излучении сгустка, плотность которого модулирована лазерными волнами биений. Показано, что продольный форм-фактор сгустка, модулированный на резонансной частоте не подавляет эффект когерентности. Подавление когерентности может произойти за счет поперечного форм-фактора.

В работе [81] предлагалось использовать частично-когерентное излучение на резонансной частоте для определения глубины модуляции сгустка SLAC XFEL LCLS.

В данном параграфе предлагается использовать микробанчируемый в SASE FEL позитронный сгусток для генерации когерентного излучения в кристаллическом ондуляторе на резонансной длине волны. При этом считаем, что плотность сгустка модулирована по закону $2b_1 \cos(2\pi z/\lambda_{res})$, где b_1 — глубина модуляции плотности, λ_{res} — длина волны когерентного излучения в SASE FEL.

Self-Amplified Spontaneous Emission (SASE)



a) Спектрально-угловое распределение микробанчируемого пучка

Частотно-угловое распределение когерентного излучения числа фотонов, образованных в кристаллическом ондуляторе можно представить следующим выражением [57]:

$$\frac{d^2 N_{coh}}{d\omega d\theta} = N_b^2 F(\omega, \theta) \frac{d^2 N_1}{d\omega d\theta} \quad (3.39)$$

где последний множитель есть аналогичное распределение для единичного позитрона. Форм-фактор микробанчируемого пучка $F(\omega, \theta)$, который есть произведение продольного и поперечного форм-факторов [63,96] имеет следующий вид:

$$F(\omega, \theta) = \exp(-(k\sigma_{\perp} \sin\theta)^2) \times \quad (3.40)$$

$$\times \left[\exp\left(\left(\frac{-\omega^2 \sigma_{\parallel}^2}{2V^2}\right) + b_1 \exp\left(-\left(\frac{\omega}{V} - k_r\right)^2 \frac{\sigma_{\parallel}^2}{2}\right) + b_1 \exp\left(-\left(\frac{\omega}{V} + k_r\right)^2 \frac{\sigma_{\parallel}^2}{2}\right)\right)\right]^2$$

Здесь $k_r = \omega_r/c = 2\pi/\lambda_r$, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ – волновое число излучения, σ_{\parallel} среднеквадратичное продольное и σ_{\perp} среднеквадратичное поперечное отклонения позитронов в сгустке, V скорость позитронного сгустка [110].

Банчируемый позитронный пучок при выходе из SASE будет когерентно излучать в кристаллическом ондуляторе на резонансной частоте ω_{rez} , если пространственный период кристаллического ондулятора выбран так, чтобы частота излучения, образованная в кристаллическом ондуляторе под нулевым углом, равнялась частоте ω_{res} .

Для спектрально-углового распределения числа фотонов, образованных каналированным позитроном в кристаллическом ондуляторе с

учетом поляризации среды в дипольном приближении имеем следующую формулу [13,44]

$$\frac{d^2 N_1}{d\zeta du} = \frac{\pi \alpha \eta^2}{r^2 l} u [1 + (1 - u^2 \zeta)^2] \delta(u^2 - \phi(\zeta)) . \quad (3.41)$$

В выражении (3.41) введены следующие обозначения [96]:

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\omega}{\Omega \gamma^2}, & \Omega &= \frac{2\pi V}{l}, & u &= \gamma \theta, & \eta &= \frac{\sqrt{2\pi} A_u}{\lambda_p}, & \lambda_p &= \frac{2\pi c}{\omega_p}, \\ r &= \frac{\gamma_p}{\gamma}, & \gamma_p &= \frac{\omega_p}{\Omega}, & Q &= 1 + \frac{q^2}{2} = 1 + \frac{\eta^2}{r^2}, & q &= \frac{2\pi A_u \gamma}{l}, & & (3.42) \\ \phi(\zeta) &= Q \frac{(\zeta - \zeta_1)(\zeta_2 - \zeta)}{\zeta^2}. \end{aligned}$$

Здесь α есть постоянная тонкой структуры, переменные ζ и u – безразмерные частота и полярный угол; A_u и l амплитуда и период колебаний позитрона в кристаллическом ондуляторе, q – параметр ондулятора, ω_p (λ_p) плазменная частота (длина волны) среды, ζ_1 и ζ_2 граничные частоты излучения

$$\zeta_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{1 - r^2 Q}}{Q}. \quad (3.43)$$

Из-за δ – функции в выражении (3.41) параметры ζ и u связаны следующим соотношением

$$u = \sqrt{Q \left(1 - \frac{\zeta_1}{\zeta}\right) \left(\frac{\zeta_2}{\zeta} - 1\right)}. \quad (3.44)$$

Отметим, что формула (3.41) применима в дипольном приближении для всех частот, если ондуляторный параметр $q < 1$, когда же параметр $q > 1$ при малых углах излучения ($\zeta q u \ll 1$).

В выражении (3.40) вблизи резонансной частоты ζ_r оставляем лишь второе слагаемое, поскольку остальные выражения в сумме экспоненциально

малы. Тогда форм-фактор, как функция от переменных ζ и u имеет следующий вид

$$F(\zeta, u) = F_{\parallel}(\zeta)F_{\perp}(\zeta, u) = b_1^2 \exp\{-[A(\zeta - \zeta_r)^2 + B\zeta^2 u^2]\}. \quad (3.45)$$

$$A = \left(\frac{2\pi\gamma^2\sigma_{\parallel}}{l}\right)^2, \quad B = \left(\frac{2\pi\gamma\sigma_{\perp}}{l}\right)^2, \quad (3.46)$$

где $\zeta_r = \omega_r/(\Omega\gamma^2)$.

Очевидно, что на резонансной частоте экспоненциальное подавление когерентного эффекта может иметь место из-за поперечного форм-фактора.

С помощью соответствующего выбора пространственного периода кристаллического ондулятора удовлетворяется неравенство $\zeta_r > \zeta_1$, из которого следует условие $l < 2\lambda_p^2/\lambda_r$.

Подставив (3.41), (3.45) и (3.46) в (3.39), получим выражение для спектрально-углового распределения числа фотонов когерентного излучения, образованного в кристаллическом ондуляторе позитронным сгустком

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{coh}}{d\zeta du} &= \frac{\pi\alpha\eta^2}{r^2 l} N_b^2 b_1^2 u \{1 + (1 - \zeta u^2)^2\} \times \\ &\exp\{-[A(\zeta - \zeta_r)^2 + B\zeta^2 u^2]\} \delta(u^2 - \phi(\zeta)). \end{aligned} \quad (3.47)$$

После интегрирования (3.47) как по углам, так и по частотам, получим следующие формулы для частотного и углового распределений числа фотонов когерентного излучения, приведенных на единицу длины кристаллического ондулятора

$$\frac{dN_{coh}}{d\zeta} = \frac{\pi\alpha}{2l} \left(\frac{N_b b_1 \eta}{r}\right)^2 \{1 + [1 - \zeta\phi]^2\} \exp\{-[A(\zeta - \zeta_r)^2 + B\zeta^2 \phi(\zeta)]\} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{coh}}{du} &= \frac{\pi\alpha}{2l} \left(\frac{N_b b_1 \eta}{r}\right)^2 \frac{\zeta_u^3 u}{r^2 - \zeta_u} \times \\ &\{1 + [1 - \zeta_u u^2]^2\} \times \exp\{-[A(\zeta_u - \zeta_r)^2 + B\zeta_u^2 u^2]\}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

где использовано следующее соотношение между частотой и углом

$$\zeta_u = \frac{1 - \sqrt{1 - (Q + u^2)r^2}}{Q + u^2} . \quad (3.50)$$

Из выражения (3.48) или (3.49) следует, что интенсивность когерентного излучения на резонансной частоте велика, если второе слагаемое в экспоненте меньше или порядка единицы при $\zeta_r \gtrsim \zeta_1$. Можно показать, что неравенство будет выполнены с необходимой точностью, если соответствующим выбором параметров будем иметь $\zeta_r = \zeta_1 + B/A$.

При этом спектральное и угловое распределения когерентного излучения примут следующий вид [96]

$$\frac{dN_{coh}}{d\zeta} = \frac{\pi\alpha}{L} \left(\frac{N_b b_1 \eta}{r} \right)^2 \exp \left[-\frac{B^2}{A} \right] \exp[-A(\zeta - \zeta_1)^2] , \quad (3.51)$$

$$\frac{dN_{coh}}{du} = \frac{2\pi\alpha}{l} \left(\frac{N_b b_1 \eta}{r} \right)^2 u \exp \left[-\frac{B^2}{A} \right] \exp \left[-\frac{A\zeta_1^4 u^4}{4} \right] . \quad (3.52)$$

Для реальных параметров данные условия выполняются, поскольку естественная ширина спонтанного излучения, обусловленная конечной длиной ондулятора и энергетическим разбросом $\Delta\gamma/\gamma$ позитронного сгустка намного больше ширины когерентного излучения. Поэтому спектр с максимумом на резонансной частоте находится в допустимой области частот образования излучения.

Интегрируя выражение (3.51) по безразмерной переменной ζ или (3.52) по u , получаем следующую формулу для расчета полного числа фотонов когерентного излучения [96]

$$N_{coh} = \frac{\pi^{3/2}\alpha}{l\sqrt{A}} \left(\frac{N_b b_1 \eta}{r} \right)^2 \exp \left[-\frac{B^2}{A} \right] . \quad (3.53)$$

б) Численные расчеты и предложение к эксперименту

Воспользуемся для расчетов формулами (3.49)-(3.51), когда выполняется условие $\zeta_r > \zeta_1$ для кристалла Si CU. Ниже приведенные численные результаты рассчитаны для позитронного пучка, имеющего параметры, совпадающие с параметрами электронного пучка в LCLS XFEL:

$$N_b = 1.56 \times 10^9, \quad E = 13.6 \text{ ГэВ}, \quad \hbar\omega_r = 8.3 \text{ кэВ}, \quad \sigma_z = 9 \times 10^{-4} \text{ см}, \\ \sigma_r = 6.12 \times 10^{-4} \text{ см}$$

Частицы позитронного пучка каналируются между (110) кристаллографическими плоскостями кристалла кремния с межплоскостным расстоянием $d = 0.192$ нм. Предлагается использовать кристаллический ондулятор с пространственным периодом и амплитудой колебаний $l = 20.7$ мкм и $A_u = 3$ нм.

Полное число фотонов, рассчитанное с помощью формулы (3.53) равно $N_{coh} = 1.2b_1^2 \cdot 10^{10}$. Отметим, что относительная ширина линии излучения порядка $5.3 \cdot 10^{-6}$ ($\zeta_r \approx 3.8 \cdot 10^{-4}$), что на 3 порядка меньше, чем аналогичная величина SASE XFEL.

В приведенных выше расчетах не было принято во внимание следующее: 1) поглощение когерентно излученных в кристалле фотонов 2) многократное рассеяние и 3) нестабильность параметров.

К тому же, можно пренебречь деканализированием в вышеуказанных расчетах, поскольку в кристалле кремния (Si) длина деканализирования $L_{дек}^{e^+} \approx 8160$ мкм гораздо больше, чем длина кристалла $L = 310$ мкм.

На рис. 8 представлены спектральное и угловое распределения числа фотонов когерентного рентгеновского излучения в кристалле длиной L , рассчитанные с помощью формул (3.51) и (3.52) для указанных параметров.

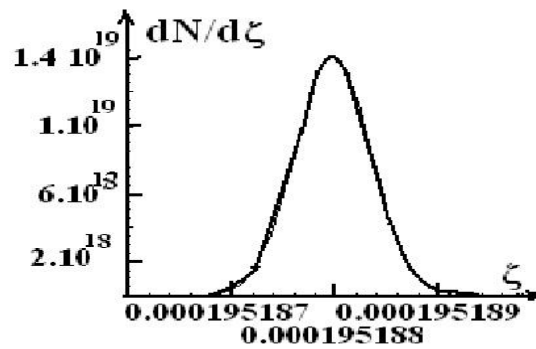


Рис.7 Спектральное распределение числа фотонов когерентного рентгеновского излучения.

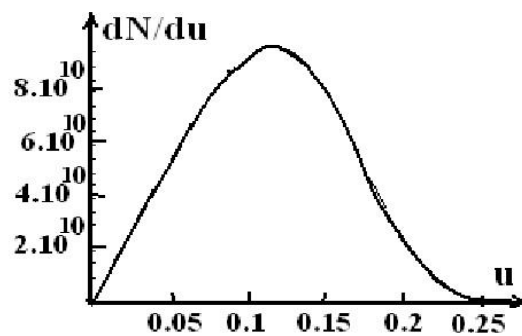


Рис.8 Угловое распределение числа фотонов когерентного рентгеновского излучения.

Таким образом, после проведения предложенного эксперимента и сравнения теории с экспериментальными данными, есть возможность определить важный параметр глубины модуляции плотности пучка b_1 . Если значение этого параметра окажется не слишком малым, то будем иметь сверхмонохроматичный пучок рентгеновских фотонов.

Выводы по главе III

1. Выявлено наличие резонансной частоты, на которой когерентность излучения сильноточного электронного пучка с плотностью модулированной лазерными волнами биений не подавляется продольным форм-фактором.
2. Показана возможность генерации мощного направленного монохроматического субмиллиметрового излучения, длина волны которого удовлетворяет формуле тонкой линзы с параметрами: характерный продольный размер сгустка и релятивистская плазменная длина волны.
3. Для экспериментальной проверки этого эффекта рассчитаны параметры двух CO_2 лазеров, спирального ондулятора, значения энергии и плотности электронного сгустка.
4. В рентгеновской области частот излучение микробанчируемого SASE FEL позитронного пучка в кристаллическом ондуляторе будет когерентно, если выбрать резонансную частоту близкой к граничной частоте в мягкой области, проявляющейся из-за поляризации среды.
5. Получены аналитические выражения как для частотного и углового распределений, так и полного числа когерентно излученных фотонов. В результате генерируется сверхмонохроматичный пучок рентгеновских фотонов, который может иметь широкое практическое применение.
6. Сравнение теоретических значений с экспериментальными данными позволит определить важный параметр глубины модуляции плотности пучка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена актуальной проблеме выявления особенностей характеристик как спонтанного, так и когерентного ондуляторного излучения в различных областях частот: субмиллиметровой, ультрафиолетовой и рентгеновской.

- Показано, что под нулевым углом форма линии спонтанного излучения, образованного релятивистским электроном в системе из двух спиральных ондуляторов сужается.
- Исследованы характеристики ондуляторного излучения при каналировании позитронов в кристаллическом ондуляторе, состоящем из совокупности изогнутых по дуге окружности монокристаллов, разделенных промежутками. Определено значение длины промежутка, при котором фактор конструктивной интерференции имеет максимум.
- Построена кинетическая теория взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений (ЛВБ). Решено кинетическое самосогласованное бесстолкновительное уравнение Власова. Получено выражение для спектральной функции распределения и тензора диэлектрической проницаемости.
- В гидродинамическом приближении определено распределение плотности релятивистского электронного пучка при взаимодействии с ЛВБ, глубина синусоидальной модуляции которой линейно возрастает в зависимости от длины взаимодействия.
- Рассмотрена задача об излучении холодного сильноточного электронного пучка, движущегося навстречу ЛВБ в ондуляторе. В области длин волн, где поперечный форм-фактор не подавляет когерентность излучения, выявлено существование резонансной длины волны, на которой продольный форм-фактор также равен единице. При

этом резонансная длина волны, длина модуляции плотности пучка и его характерный продольный размер удовлетворяют формуле тонкой линзы.

- Показано, что таким способом можно реализовать генерацию интенсивного монохроматического излучения в субмиллиметровом диапазоне длин волн. Для экспериментальной проверки этого эффекта рассчитаны параметры CO_2 лазеров, спирального ондулятора, значения энергии и плотности электронного сгустка.
- В рентгеновской области частот исследована проблема когерентности излучения, образованного микробанчированным в процессе SASE FEL сгустком в кристаллическом ондуляторе. Учет влияния поляризации среды ограничивает частотный интервал спонтанного излучения. Подавление эффекта когерентности излучения поперечным фактором сгустка можно избежать, если выбрать резонансную частоту близкой к нижней допустимой граничной частоте.
- При экспериментальном подтверждении этого эффекта можно определить также важный параметр глубины модуляции плотности сгустка. Показано, что если этот параметр не слишком мал, то можно генерировать достаточно мощный сверхмонохроматический и направленный пучок рентгеновских фотонов.

Учет этих явлений повысит эффективность лазера на свободных электронах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.Л. Гинзбург, Об излучении микрорадиоволн и их поглощении в воздухе, Известия АН СССР, Сер. Физ. т. 11, стр. 165-182, 1947.
2. Г. Мотц, Применение излучения быстрых электронных пучков, из книги Миллиметровые и субмиллиметровые волны, М. ИЛ, стр. 195-209, 1959.
3. К. Ландекер, Увеличение частоты и усиление колебаний с помощью некоторых релятивистских эффектов, из книги Миллиметровые и субмиллиметровые волны, М. ИЛ, стр. 195-209, 1959.
4. Г. Мотц, Эффект Черенкова и излучение ондулятора, из книги Миллиметровые и субмиллиметровые волны, М. ИЛ, стр. 195-209, 1959.
5. Н. А. Корхмазян, Изв. АН Арм. ССР, Физика, т. 5, 287,1970; 418 1970.
6. А.И. Алиханян, С.К. Есин, К.А. Испирян, С.А. Канканян, Н.А. Корхмазян, А.Г. Оганесян, А.Г.Таманян, Письма ЖЭТФ, т. 46, 2392, 1976.
7. D.F. Alferov, Yu.A. Bashmakov, E.G. Bessonov, Proc. Lebedev Physical Institute, Ser. 80, Ed. N.G. Basov, 1976, p.97.
8. Gevorgian L. A., Pogosyan P. M., Quasi-Monochromatic Hard Radiation in a Spiral Undulator with Medium , Radiation Effects, v. 91 , pp. 275-281 , 1986.
9. Геворгян Л.А., Погосян П.М., Излучение заряженной частицы в неоднородном поле спирального ондулятора, Изв. АН Арм. ССР, Физика, т. 22, вып. 1, 16-21, 1987.
10. М.М.Никитин, В.Я.Эпп, Ондуляторное излучение, Москва: Энергоиздат, 1988.
11. Л.А. Геворгян, Н.А. Корхмазян, Жесткое ондуляторное излучение в диспергирующей среде, Научное сообщение ЕФИ 273(66), 1977.
12. L.A. Gevorgian, N.A. Korkhmasian, Hard Undulator Radiation in Dispersive Medium in Dipole Approximation, Phys. Lett., A 75, pp. 453-456, 1979.

13. Л.А.Геворгян, Н.А.Корхмазян, Ондюляторное излучение в диспергирующих средах, ЖЭТФ, т. 76, стр.1226-1235, 1979.
14. M.T. Robinson, O.S. Oen, Phys. Rev., **132**, N5 p.2385-2398, 1963.
15. J.R. Beeler, D.G. Besko, J. Appl. Phys, **83**, N2, p 2873-2878, 1963.
16. J. Lindhard, The influence of crystal lattice on the motion of fast charged particles, Physcis Uspekhi, **99** (2), N2, p 249-296, 1969.
17. Томпсон М. Каналирование частиц в кристалле. - УФН, 1969, **99**, N 2, стр. 297-317.
18. М.А. Kumakhov, On the theory of electromagnetic radiation of charged particles in crystal, Phys. Lett., 57A, p. 17-18, 1976;
19. М.А. Кумахов, О возможности существования эффекта спонтанного излучения гамма квантов релятивистскими каналированными частицами, ДАН СССР, **230**, N5, стр. 1077-1080, 1976.
20. М.А. Кумахов, Теория излучения заряженных частиц в кристалле при каналировании, ЖЭТФ, **72** (4), стр. 1489-1503, 1977.
21. Р. Авакян, И. Мирошниченко, Д. Мюррэй, Т. Фигут:
 - а) Экспериментальное исследование радиации релятивистских каналированных позитронов, Письма в ЖЭТФ, **29**, N12, стр. 786-790, 1979.
 - б) Излучение ультрарелятивистских позитронов, движущихся в монокристалле вблизи кристаллографических осей и плоскостей, ЖЭТФ, **82**, N6, стр. 1825-1832, 1982.
22. А.О. Аганянц, Ю.А. Варганов, Г.А. Вартапетян и др., Излучение каналированных электронов с энергией 4,7 ГэВ в алмазе, Письма в ЖЭТФ, **38**, N9, стр. 554-556, 1979.
23. B.N. Kalinin, V.V. Kaplin, A.P. Potilitsin et al., Radiation of channeled 800 MeV electrons in diamond crystals, Phys. Lett., **70A**, p. 447-449, 1979.
24. L. Gevorgian, L. Hovsepyan, Novel Effects Stimulated by Medium Polarization at Planar Channeling Positron Bunch Radiation, in International

- Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena II, edited by Sultan B. Dabagov, Proceedings of SPIE, **6634**, SPIE, Bellingham, WA, pp.663408-1-663408-18, 2007.
25. Л.А.Геворгян, Л.А.Овсепян, Формирование спектра излучения при плоскостном каналировании сгустка позитронов с учетом неоднородности среды, Известия НАН РА, т.42, N3, стр. 131, 2007.
26. R.Avakian, L.Gevorgian, L.Hovsepyan, Comparison of the SLAC Experimental data on the Radiation of Planar Channeled Positrons with Theory Taking into Account the Medium Polarization, Nucl. Instr. and Meth. B 309 (2013) p.20-24
27. В.А. Базылев, Н. К. Жеваго, Излучение быстрых частиц в среде и во внешних полях, М. Наука, 1987.
28. V.G.Barishevski, Channeling, radiation and reactions in crystals at high energies, Minsk, publ. BGU, 1982 (in Russian)
29. М.А.Кумakhov, The radiation of channeled particles in crystals, Energoatomizdat, 1986 (in Russian)
30. E.Uggerhoi, "Channeling and related phenomena for GeV particles", in Relativistic Channeling (Eds R.A.Carrigan, J.A.Ellison), New -York, Plenum Press, 1987.
31. М.А. Kumakhov, R. Weddel, Radiation of relativistic light particles during interaction with single crystals, Spectrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1991.
32. A.I. Akhiezer, N.F. Shulga, High Energy Electrodynamics in Matter, Luxemburg, Gordon and Breach, 1996.
33. V.N. Baier, V.M. Katkov, V.M. Strakhovenko, Electromagnetic processes at High Energies in Oriented Single Crystals, Singapore, World Scientific, 1998.
34. M.L. Ter-Mikaelyan, Radiation electromagnetic processes in periodic mediums at high energies, Physics Uspekhi, **191**, N6, pp.597-624, 2001.

35. S.B. Dabagov, Channeling of neutral particles in micro- nanocapillaries, *Physics Uspekhi*, **46**(10) pp.1053-1075, 2003.
36. V.V. Kaplin, S.V. Plotnikov and S. A.Vorobev, *Zh. Tekh. Fiz.* 50 (1980) 1079.
37. U. Mikkelsen and E. Uggerhoy, *Nucl. Instr. and Meth. A*, 483 (2002) 455.
38. R.O. Avakian, K.A.Avetian, K.A. Ispirian, E.M.Melikian, *Nucl. Instr. and Meth. A*492 (2002) 11; A508 (2003) 496.
39. S. Bellucci et al, *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003) 03801.
40. S. Bellucci et al, *Phys. Rev. STAB*, 7 (2004) 023501.
41. V. Guidi et al, *Appl. Phys. Lett.* 91 (2007) 061908.
42. A.A. Korol, A.V. Solovev, W. Greiner, *J. Phys. G.* 24 (1998) L.45.
43. E.N. Tsyganov, Fermilab preprint TM-682, TM-684 (1976).
44. L.A. Gevorgian, R.O. Avakyan, K.A. Ispirian, R.K. Ispirian, Radiation from particles in crystallic undulators with allowance for a polarization of the medium, *JETP Letters*, v.68 N 6, pp. 467 – 471, 1998.
45. L.A. Gevorgian, R.O. Avakian, K.A. Ispirian, A.H, Shamamian, Radiation of particles in undulators with straight sections taking into account the medium polarization, *NIM B* 227, pp. 104-109, 2005.
46. M.L. Ter-Mikaelian, *The Influence of the Medium on High Energy Processes at High Energies*, Publishing House of Academy of Science of Armenia, Yerevan, 1969; *High Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media*, Wiley Interscience, New York, 1972.
47. L.A. Gevorgian, Proposal for the experimental study of the threshold and narrowing of the hard spectra of radiation produced in medium filled undulators, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, SPIE*, **5974**, pp.OX1-OX5, 2005.
48. R.O. Avakyan, L.A. Gevorgian, K.A. Ispirian, R.K. Ispirian, Spontaneous and stimulated radiation of particles in crystalline and nanotube undulators, *NIM B* 173, pp. 112-120, 2001.

49. S.Iijima, Nature **354**, 56 (1991).
50. S.Iijima and T.Ichihashi, Nature **361**, 603 (1993).
51. Л.А.Геворгян, К.А.Испирян К.А., Р.К.Испирян, Каналирование в одностеночных нанотубах, Письма в ЖЭТФ, т. 66 , вып.5, 304 – 307, 1997.
52. N.K.Zhevago and V.I.Glebov, Phys.Lett. A **250**, 360 (1998).
- 53.В.Т. Baranov et al, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 82 (2005) 638.
54. H. Backe et al, Proc. of Intern. Conf. Charged and Neutral Particle Channeling Phenomena, CHANNELING 2008, p.281.
55. H. Backe et al, Proc. Of Intern. Conf. Charged and Neutral Particle Channeling Phenomena, CHANNELING 2010, p.157.
56. V. Biryukov, ArXiv0712.3904, 2007.
57. Л.А. Геворгян, Н.А. Корхмазян, М.Л. Петросян, Влияние плотности распределения электронов на когерентность излучения сгустков, ЖТФ, т. 47, 1583-1597, 1977.
58. А.Н. Mkrtchyan, L.A. Gevorgian, L.Sh. Grigorian, B.V. Khachatryan, A.A. Saharian, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Rev., B **145**, p. 67, 1998.
59. K. Ishi, Y. Shibata, T. Takahashi, S. Hasebe, M. Ikezawa, K. Takami, T. Matsuyama, K. Kobayashi, Y. Fujita, Phys. Rev. E 51(1995) R 5212.
60. A.A. Saharian, L. A. Gevorgian, L. Sh. Grigorian, B.V. Khachatryan, A. R. Mkrtchyan, Radiation from electron bunch flying over a surface wave, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B,**173**, pp. 211-220, 2001.
61. R.V.Tumanian and L.A.Gevorgian, Effect on density correlations on the coherency of relativistic bunch radiation, NATO Science Series, II. Mathematics, Physics and Chemistry, ed. Helmut Wiedemann, Electron-photon interaction in dense media, **49**, p. 295, 2002.
62. Л.А. Геворгян, Н.К. Жеваго, Когерентное излучение электронных сгустков в лазерах на свободных электронах, ДАН СССР, 267, 599-601, 1982.

63. L.A. Gevorgian, A.H. Shamamian, Coherent Amplification of Radiation of Electron Beams Interacting with Laser Beat Waves, *Int. J. Mod. Phys. A.* 28, pp. 1175-1177, 1993.
64. L.A. Gevorgian, A.H. Shamamian, Coherent Sub-millimeter Undulator Radiation from Modulated Electron Beam, in *International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena*, Ed. S.B. Dabagov, Proc. SPIE Vol. 6634, 2007.
65. J.M. Madey, D.A. Deacon, Cooperative effects in matter and radiation, Edited by C.M. Bouden, D.W. Hougate, N.Y., pp. 317-346, 1977.
66. W.B. Colson, Free-electron laser generation, *Phys. Lett.* 1976, v.59 A, p.187-190.
67. F.A. Hopf, P. Meistre, M.O. Scullu, W.H. Louisell, Strong signal theory of a free- electron laser, *Phys. Rev. Lett.*, 1976, v.37, p.1342-1345.
68. V.P. Sukhatme, P.A.Wolf, Stimulated Compton scattering as a radiation source theoretical limitations, *J. Appl. Phys.*, 1973, v.44, p.2331-2334.
69. J.M.J. Madey, H.A. Schwetman, W.M. Fairbank, A free-electron laser, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1973, v.NS-20, p.980-983.
70. N. M. Kroll, W.A. Mc Mullin, Stimulated emission from relativistic electrons passing through a spatially periodic transverse magnetic field, *Phys. Rev.*, 1978, v.17 A, p.300-308.
71. W.J.Cock, Increasing the output of the free-electron laser by using dielectric effects, *Opt. Com.*, 1979, v.28, p.123-129.
72. A.W. Fauchet, J. Feinstein, A. Cover, R.H. Pantell, The gas-loaded free-electron laser, *SPIE*, 1984, p. 423-429.
73. J. Feinstein, A.S. Fischer, M.B. Reid, A. Ho, H.D. Dulman, R.H. Pantell, Experimental results on a gas-loaded free-electron laser, *Phys. Rev. Lett.* , 1988, v.60, p.18-20.
74. Геворгян Л. А., Погосян П. М., Теория ЛСЭ в присутствии среды , Препринт ЕФИ – 1369(64) – 91.

75. L.A.Gevorgian, P.M. Pogosyan, Gain Enhancement in a Gas-Loaded Free Electron Laser, NIM A, 351, 365-367, 1994.
76. А.А.Варфоломеев, Лазеры на свободных электронах и перспективы их развития (Обзор), ИАЭ им. И.В.Курчатова, М. 1980.
77. М.В.Федоров, Взаимодействие электронов с электромагнитным полем в лазерах на свободных электронах, УФН, 1981, т. 135, с.213-261.
78. А.А.Варфоломеев, Экспериментальные исследования ЛСЭ (Обзор), ГКАЭ СССР, М. 1987.
79. Т.Маршал, Лазеры на свободных электронах, М.: Мир 1987.//////////
- 80.А.М. Kondratenko, E.L. Saldin, Particle Acceleration 10 207 (19800, Preprint No. 79-43 (Novosibirsk: Institute of Nuclear Physics of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences, 1979). Kul.25
81. “LCLS conceptual design report”. SLAC-R-593 UC-414(Stanford Standard Synchrotron Radiation Laboratory, 2002
- 82.P. Emma et al, a) Proc. FEL2009, p.397 (2009); b) Nature Photonics, 4 (2010) 641; c) LCLS, Design Study Report, 1998 SLAC-R-521.
83. B.D. Patterson et al, New Journal of Physics, 12 (2010) 035012.
84. Л.А.Геворгян, А.Г.Шамамян, Когерентные эффекты в излучении релятивистского электронного сгустка при наличии лазерных волн биений, Препринт ЕФИ – 1321(16) – 91.
85. V.Tsakanov et al, ALPHA – THE THZ RADIATION SOURCE BASED ON AREAL, Proceedings of FEL 2014, Basel Switzerland, TUP 083.
86. V.Tsakanov et al, AREAL test facility for advanced accelerator and radiation source concepts, NIM A, 2016 (to be published).
87. Rosenzweig, G. Travish, A. Tremaine, NIM A 365, (1995) 255.
88. Y.Liu et al, Phys. Rev. Lett. 80 (1998) 4418.
89. A.Tremaine et al, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 5816.
90. А.Н. Lumpkin, W.M. Fawley, D.W. Rule, Proc. FEL 2004, p.515.

91. A.H. Lumpkin, J.B. Hastings, D.W. Rule, SLAC-PUB-12451, 2005.
92. Y.Li, W. Decking, B. Faatz and J.Pflueger, Phys. Rev. STAB, 13 (2010) 080705.
93. G. Geloni, V. Kocharyan, E. Saldin, Arxiv 1106 (2011)1776.
94. G.N. Kulipanov, A.S. Sokolov and N.A. Vinokurov, Nucl. Instr. and Meth. A 375 (1996) 576.
95. E.G. Bessonov et al, Proc. of the conference CHANNELING 2010; Journal of Instrumentation 12 (2010) PO510; ArXiv-1003 3747; ArXiv-1009 3724.
96. L.A. Gevorgian, K.K. Ispirian, A.H. Shamamian, Crystalline undulator radiation of microbunched beams taking into account the medium polarization, NIM B **309** (2013) 63-66.
97. Л.А.Геворгян, А.Г.Шамамян, Об увеличении коэффициента усиления вынужденного излучения системы ондуляторов, Препринт ЕФИ –1046 (9)– 88.
98. Avakian R.O., Gevorgian L.A., Ispirian K.K., Shamamian A.H., Radiation of particles in undulators with straight sections taking into account the medium polarization, NIM B 227 (2005) 104-109.
99. А.Ф.Александров, А.С.Богданкевич, А.А.Рухадзе. Основы электродинамики плазмы. М.,Высшая школа, 1978.
100. L.A. Gevorgian, A.H. Shamamian, Kinetic description of plasma interaction process with laser beat waves, Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences) Vol.31, No. 2, pp.1-8, 1996.
101. A.H. Shamamian, Coherent radiation of the modulated electron bunch, International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena, Ed. S.B. Dabagov, Proc. of SPIE Vol. 5974 (SPIE, Bellingham, WA, 2005).
102. Н. К. Жеваго, В.И. Глебов, Дифракция и каналирование в нанотубах, ЖЭТФ 118, вып.3(9), 579-591, 2000.

1. И.М. Франк, Изв. АН СССР (физика) 6, 3 (1942).
2. Н.А. Винокуров, А.Н. Скринский, Препринт 77-59 (Новосибирск ИЯФ СО РАН, 1977).
3. Н. К. Жеваго, В.И. Глебов, ЖЭТФ 108, 493, 1995.
4. J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd ed. John Wiley, New York, 1999.
5. Thess A. et al, Crystalline ropes of metallic carbon nanotubes, Science, **273**, 483-487, 1996.
6. Guy Wegl, Physics of fluids, 13, 7, 1970.
7. Lazer Acceleration of Particles, Los Alamos, AIP Conf. Proc. N91, N.Y., 1982.
8. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Физическая кинетика, М., Наука, 1979.