ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՉԱԽՄԱԽՉՅԱՆ ՌԱՖԱՅԵԼ ԷԴՎԱՐԴԻ

ԵՐԿՈՒ ԴԻՆԱՄԻԿ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄՆ ՈՒ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՈՒՄԸ ԲԱԽՈՒՄԻՑ ԽՈՒՍԱՓՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ

Ա.02.01- «Տեսական մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2012

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

ЧАХМАХЧЯН РАФАЕЛ ЭДВАРДОВИЧ

ПОСТРОЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ДВУХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ЗАДАЧАХ ИЗБЕЖАНИЯ СТОЛКНОВЕНИЯ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.01-‘Теоретическая механика’

ЕРЕВАН-2012

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Վ.Վ.Ավետիսյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ տ.գ.դ., պրոֆեսոր Լ.Ա.Մովսիսյան
ֆ.մ.գ.թ. Ս.Ռ.Մարտիրոսյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարան (Պոլիտեխնիկ)

Պաշտպանությունը կայանալու է 2012թ. մայիսի 25-ին ժ. 14^{00}–ին
Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող Մեխանիկայի-047 մասնագիտական խորհրդում

Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24բ, avsah@mechins.sci.am

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2012 թ. ապրիլի 23-ին

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ. Ա.Վ. Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете

Научный руководитель д.ф.м.н., проф. В.В.Аветисян

Официальные оппоненты д.т.н., проф. Л.А.Мовсисян
к.ф.м.н. С.Р.Мартиросян

Ведущая организация: Государственный инженерный университет Армении (Политехник)

Защита состоится 25 мая 2012г. в 14^{00} на заседании специализированного совета Механики-047 в Институте механики.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24б, avsah@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 23 апреля 2012г.

Ученый секретарь
специализированного совета
д.ф.м.н. А.В.Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Задачи разработки алгоритмов управления, в том числе оптимального, обеспечивающих движение динамических объектов к предписанным целям и позволяющих при этом избежать столкновения, являются предметом исследования современной теории управляемых систем. Актуальность этой темы обусловлена значимостью этих проблем, имеющих своим источником многие прикладные задачи. Например, такие, как задача о проведении беспилотных летающих аппаратов с исходных положений в требуемые положения, избегая столкновения друг с другом или в робототехнике – задача о предотвращении столкновения манипуляторов или мобильных роботов при их групповом управлении в случае, когда их рабочие зоны перекрываются.

Имеется значительное количество работ, в которых задачи избежания столкновения рассмотрены и исследованы в различных постановках. Эти работы можно условно разбить на две группы.

В первую группу входят задачи, рассматриваемые в рамках теории дифференциальных игр (задачи типа сближения – уклонения). В этих задачах один из объектов стремится сблизиться с другим на недопустимое расстояние, осуществив столкновение, а второй, наоборот, уклониться, избегая тем самым столкновения.

Вторую группу составляют задачи, рассматриваемые как многомерные задачи теории управления, в которых оба объекта стремятся достичь к предписанным терминальным состояниям, в том числе оптимальным образом, за минимальное время, избежав столкновения. К этим задачам примыкают задачи избежания столкновения с препятствием, которые можно интерпретировать как задачи управления с учетом фазовых ограничений. Она логически связана с задачей выживаемости – задача о построении управления, удерживающего траектории системы в заранее заданном множестве.

Отметим, что многомерные задачи оптимального управления возникают в различных областях теории управления динамическими объектами – в области управления космическими летательными аппаратами, самолетами, мобильными роботами и транспортными средствами, в задачах управления и оптимального управления различными динамическими системами с учетом фазовых ограничений, а также в задачах гашения колебаний.

В диссертации изучаются задачи второй группы, методы решения которых к настоящему времени разработаны в меньшей степени.

Целью диссертации является разработка алгоритмов управления, в том числе оптимального, в задаче избежания столкновения для двух моделей динамических систем: системы из двух управляемых динамических объектов, движущихся в многомерном пространстве, а также системы из двух маятников с управляемым общим подвижным основанием.

Методы исследования. В диссертации использовались методы теоретической механики, теории оптимального управления, а также компьютерное моделирование.

Достоверность. Полученные в диссертации результаты базируются на корректности постановок исследуемых задач, строгом и обоснованном использовании математических методов механики и теории управления, а также на сравнении результатов компьютерного моделирования с теоретическими выводами.

Научная ценность и новизна. Разработанные в диссертации алгоритмы управления обладают следующими достоинствами: алгоритмы применимы для широкого класса линейных динамических систем; алгоритмы обеспечивают приведение динамических объектов, без столкновения и нарушения ограничений на управления и геометрические координаты объектов, из произвольных начальных состояний в заданные терминальные состояния за конечное время; алгоритмы позволяют привести динамические объекты из заданных начальных состояний покоя в требуемые состояния покоя за возможно минимальное время и без столкновения.

Практическая ценность. Теоретические результаты диссертации, а также содержащиеся в ней алгоритмы и формулы для расчета законов управления, в том числе оптимального, могут быть непосредственно использованы в реальных задачах управления различными транспортными средствами.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на международной школе-конференции молодых ученых в Агавнадзоре (2009), на II-ой международной конференции “Актуальные проблемы механики сплошной среды” в Дилижане (2010), XI-ой международной конференции “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления” в Москве (2010), YII-ой международной конференций “Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред” в Горисе (2011), на семинарах отдела “Динамика деформируемых систем и связанные поля“ Института механики НАН РА, на семинарах кафедры теории оптимального управления и приближенных методов и кафедры механики Ереванского государственного университета, а также на общем семинаре Института механики НАН РА.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в семи работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы (98 наименований). Общий объем работы составляет 103 страниц печатного текста, включая 27 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность рассматриваемой задачи, дается обзор литературы по диссертации, формулируется цель работы, в сжатом виде излагается содержание всех глав.

<u>В первой главе</u> исследована задача избежания столкновения двух динамических объектов при их движении к терминальным состояниям посредством ограниченных управлений.

В §1.1 рассматривается система из двух динамических объектов X , Y , движения которых описываются следующими уравнениями:

$$\dot{x} = A_X(t)x + B_X u \; ; \quad \dot{y} = A_Y(t)y + B_Y \mathrm{v} \, , \qquad t \in [t_0, T] \qquad (1)$$

где $x, y \in R^n$ – векторы фазовых состояний, $u, \mathrm{v} \in R^r$ – векторы управлений объектов X , Y ; $A_{X,Y}(t)$, $B_{X,Y}(t)$ – матрицы размеров $n \times n$, $n \times r$ соответственно.

Через $\{x\}_k$, $\{y\}_k$ обозначим k , $1 \le k < n$ -мерные векторы, составленные из тех компонент векторов x , y , которые определяют декартовы координаты положений объектов X , Y .

Требуется определить управляющие вектор функции $u(t)$ и $\mathrm{v}(t)$ с ограниченными компонентами

$$|u_i(t)| \le u_i^0, \quad |\mathrm{v}_i(t)| \le \mathrm{v}_i^0, \quad i = 1,...,r \; ; \quad t \in [t_0, T] \qquad (2)$$

так, чтобы объекты (1) из заданных начальных состояний в момент $t = t_0$

$$x(t_0) = x^0 \, , \quad y(t_0) = y^0 \, , \quad \left\| \{x(t_0)\}_k - \{y(t_0)\}_k \right\| \ne 0 \, , \;\; 1 \le k < n \qquad (3)$$

$$\{x(t_0)\}_l \ge 0 \, , \quad \{y(t_0)\}_l \ge 0 \, , \quad 1 \le l \le k$$

перешли в заданные конечные состояния

$$x(T) = x^1 \, , \qquad y(T) = y^1 \, , \quad \left\| \{x(T)\}_k - \{y(T)\}_k \right\| \ne 0 \, , \quad 1 \le k < n \qquad (4)$$

$$\{x(T)\}_l \ge 0 \, , \quad \{y(T)\}_l \ge 0 \, , \quad 1 \le l \le k$$

в некоторый нефиксированный момент времени $t = T$ и при этом удовлетворялись условие отсутствия столкновения объектов X , Y при совместном движении:

$$\left\| \{x(t)\}_k - \{y(t)\}_k \right\| \ne 0 \, , \quad 1 \le k < n \, , \quad t \in (t_0, T) \qquad (5)$$

и следующие ограничения:

$$\{x(t)\}_l > 0 \, , \quad \{y(t)\}_l > 0 \, , \quad 1 \le l \le k \; ; \quad t \in (t_0, T) \qquad (6)$$

В §1.2 изложена методика построения искомых управлений, основанная на использовании обобщенного метода Калмана[1]. В п.1.2.1, управления, решающие задачу без учета ограничений (3),(5),(6) ищутся в виде

$$u(t) = Q_X^T(t) C_X \, , \;\; Q_X(t) = \Phi_X^{-1}(t) B_X(t) \; ; \quad \mathrm{v}(t) = Q_Y^T(t) C_Y \, , \;\; Q_Y(t) = \Phi_Y^{-1}(t) B_Y(t) \qquad (7)$$

$$C_X = R_X^{-1}(T)(\Phi_X^{-1}(T)x^1 - x^0) \, , \qquad C_Y = R_Y^{-1}(T)(\Phi_Y^{-1}(T)y^1 - y^0) \qquad (8)$$

---

[1] Черноусько Ф. Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. – М.: Наука, 2006, 326с.

$$R_X(T)=\int_{t_0}^{T} Q_X(t)Q_X^T(t)dt\,, \qquad R_Y(T)=\int_{t_0}^{T} Q_Y(t)Q_Y^T(t)dt$$

где $\Phi_{X,Y}(t)$ – фундаментальные матрицы: $\dot{\Phi}_{X,Y}=A_{X,Y}\Phi_{X,Y}$, $\Phi_{X,Y}(t_0)=E_n$, E_n – n-мерная единичная матрица, а ^{T} - знак транспонирования.

Управления $u(t)$, $\mathrm{v}(t)$ (7) и соответствующие им решения $x(t)$, $y(t)$ системы (1) можно представить в виде:

$$u(t)=F_X(t,T)\cdot x^*\,,\quad \mathrm{v}(t)=F_Y(t,T)\cdot y^* \tag{9}$$

$$x(t)=G_X(t,T)\cdot x^*\,,\ \ x^*=\left(x^0\ x^1\right)^T\,,\quad y(t)=G_Y(t,T)\cdot y^*\,,\quad y^*=\left(y^0\ y^1\right)^T \tag{10}$$

где $F_X(t,T),\ F_Y(t,T),\ G_X(t,T),\ G_Y(t,T)$ выражаются через матриц (8).

Для заданных x^*, y^* и любого $T>t_0$, решения $x(t)$, $y(t)$ (10) системы (1),(3) при управлениях $u(t)$, $\mathrm{v}(t)$ (9) удовлетворяют краевым условиям (4). При этом, однако, построенные управления и соответствующие им решения не обязательно удовлетворяют ограничениям (2),(5),(6). В работе получены условие на время процесса $T>t_0$, при котором обеспечиваются выполнения ограничений (2),(5),(6).

Сначала, в п.1.2.2, решается вопрос выбора T**,** при котором управления (9) гарантируют избежание столкновения (5). Соотношение (5), с учетом (10), имеет вид

$$\left\|\left\{x(t)\right\}_k-\left\{y(t)\right\}_k\right\|=\left\|\left\{G(t,T)\right\}\cdot z^*\right\|,\ \ 1\le k<n\,,\quad t\in(t_0,T) \tag{11}$$

где $z^*=\left(x^*,\,y^*\right)^T=\left(x^0,y^0,x^1,y^1\right)^T$, $G(t,T)=(G_X(t,T)\ \ -G_Y(t,T))$ – $n\times 4n$-мерная, а $\left\{G(t,T)\right\}$ – $k\times 4n$ мерная матрица и состоит из первых k строк матрицы $G(t,T)$.

Из (5) и (11) получим:

$$\left\|\left\{G(t,T)\right\}\cdot z^*\right\|\ne 0\,,\qquad t\in(t_0,T) \tag{12}$$

Для выполнения (12), необходимо и достаточно, чтобы не имела решения система

$$\left\{G(t,T)\right\}^{(1)}\cdot z^*=0,\ \ldots,\left\{G(t,T)\right\}^{(k)}\cdot z^*=0\,,\quad j=1,...,k\,,\quad t\in(t_0,T) \tag{13}$$

Таким образом, для любого $z^*\ne 0$ система (12) неразрешима, т.е. не имеет место столкновения объектов, если

$$T\in M_1=\left\{T\in(t_0,+\infty):\ \bigcap_{j=1}^{p}M^{(j)}(t,T)=\varnothing\ \right\}, \tag{14}$$

$$M^{(j)}(t,T)=\left\{\,t\in(t_0,\infty):\ \ \left\{G(t,T)\right\}^{(j)}\cdot z^*=0\right\},\quad j=1,...,k \tag{15}$$

В п. 1.2.3 показано, что ограничения на компоненты векторов управления (2) будут удовлетворены для всех $t\in[t_0,T]$, если время $T\ge t_0$ выбирать из условия

$$T\in[\overline{T},\infty)\,,\qquad \overline{T}=\max(T_1,T_2) \tag{16}$$

где T_1 и T_2 решения, соответственно, следующих уравнений:

$$\left\|x^*\right\| = \min_{1\le i\le r}[u_i^0 Q_i(T)]\,, \quad \left\|y^*\right\| = \min_{1\le i\le r}[\mathrm{v}_i^0 S_i(T)]\,, \qquad i = 1,...,r \tag{17}$$

Пусть, далее, $\mathrm{Z} = \{z^*\} = \{(x^*, y^*)^T\} = \{x^0, x^1, y^0, y^1\}^T$ множество тех начальных и конечных состояний (3),(4) объектов X , Y , для которых существует такое число $\bar{\bar{T}} > t_0$, что система неравенств

$$\left\{x(t)\right\}_l = \left\{G_X(t,T)\cdot x^*\right\}_l > 0\ ,\ \left\{y(t)\right\}_l = \left\{G_Y(t,T)\cdot y^*\right\}_l > 0\ ,\ t \in (t_0, T)\ ,\ l = 1,...,k \tag{18}$$

разрешима при $T = \bar{\bar{T}}$. Тогда величина T , обеспечивающая выполнение ограничений (6), выбирается из множества

$$M_2 = \left\{T \in (t_0, +\infty) : \left\{G_X(t,T)\cdot x^*\right\}_l > 0, \left\{G_Y(t,T)\cdot y^*\right\}_l > 0,\ (x^*, y^*)^T \in Z, T \in (t_0, \bar{\bar{T}})\right\} \tag{19}$$

Таким образом, управления (8) решают задачу (1)-(6) для заданного $z^* = \left(x^*,\, y^*\right)^T \in Z$, если

$$T \in M_1 \bigcap M_2 \bigcap [\bar{T}, +\infty) \tag{20}$$

В §1.3 приводится подробное решение задачи избежания столкновения двух точечных объектов X , Y , совершающих управляемые движения в трехмерном пространстве. Уравнения движения объектов задаются в виде

$$X:\ m_X\ddot{x} = F_X + m_X\mathrm{g}\ ,\quad Y:\ m_Y\ddot{y} = F_Y + m_Y\mathrm{g}\ ,\quad x, y \in R^3\ ,\ \ F_X, F_Y \in R^3 \tag{21}$$

где $\mathrm{g} = (0, 0, -g)$ – вектор ускорения свободного падения, а m_X, m_Y , соответственно, массы объектов X , Y .

Требуется определить управляющие вектор функции $F_X(t)$ и $F_Y(t)$ с ограниченными компонентами

$$\left|F_{Xi}(t)\right| \le F_{Xi}^0, \quad \left|F_{Yi}(t)\right| \le F_{Yi}^0, \qquad i = 1,2,3 \tag{22}$$

так, чтобы объекты (21) перешли из начальных состояний в момент $t = 0$

$$x(0) = x^0,\ \dot{x}(0) = \dot{x}^0,\ y(0) = y^0,\ \dot{y}(0) = \dot{y}^0\ ,\quad x^0 \ne y^0\ ,\quad x_3^0 \ge 0\ ,\quad y_3^0 \ge 0 \tag{23}$$

в заданные конечные состояния

$$x(T) = x^1,\ \dot{x}(T) = \dot{x}^1,\ y(T) = y^1,\ \dot{y}(T) = \dot{y}^1,\quad x^1 \ne y^1\ ,\quad x_3^1 \ge 0\ ,\quad y_3^1 \ge 0 \tag{24}$$

в некоторый нефиксированный момент времени $t = T$ и при их совместном движении не имело место столкновения, т.е. выполнялось условие

$$\left\|x(t) - y(t)\right\| \ne 0\ , \qquad t \in (0, T)\ , \tag{25}$$

а также выполнялись ограничения

$$x_3(t) > 0\ ,\ \ y_3(t) > 0\ , \qquad t \in (0, T)\ . \tag{26}$$

В рассматриваемом случае для задачи (21)-(26)(после перехода к безразмерным переменным) система (13) принимает следующий вид:

$$a_{i3}t^3 + a_{i2}t^2 + a_{i1}t + a_{i0} = 0\,, \quad t \in (0,T)\,, \quad i = 1,2,3 \tag{27}$$

или в матричной форме

$$A \cdot \overline{t} = \overline{b}\,,\ A = \left(a_{ij}\right)_{i,j}\,,\ i,j = 1,2,3\,, \tag{28}$$

$$\overline{b} = \left(-a_{10},\quad -a_{20},\quad -a_{30}\right)^T,\ \overline{t} = \left(p,\quad q,\quad r\right)^T,\ p = t^3,\ q = t^2,\ r = t\,,\quad 0 < r < T\,.$$

Решение системы (28) записывается в виде

$$\overline{t}^* = (p^*, q^*, r^*)^T,\ p^*(T) = D_p / D\,,\ q^*(T) = D_q / D\,,\ r^*(T) = D_r / D\,,\ D = \det[A(T)]\,. \tag{29}$$

Для того, чтобы из существования решения $\overline{t}^*$ (29) системы (28) вытекало существование решения $t^* \in (0,T)$ системы (27), необходимо и достаточно, чтобы компоненты решения (29) удовлетворяли условиям

$$q^*(T) = r^{*2}(T),\ \ p^*(T) = q^*(T)\cdot r^*(T) \ \ \text{(a)} \qquad r^*(T) = t^*(T) \in (0,T) \ \ \text{(b)} \tag{30}$$

Следовательно, в рассматриваемом случае условие (14) имеет вид

$$T \in M_1\,, \qquad M_1 = (0,+\infty) \setminus \left\{T^{(j)}\right\}_{j=1,2} \bigcap \{T : 0 \le r^*(T) \le T\}\,, \tag{31}$$

где $T^{(1)}, T^{(2)}$ – общие корни уравнений (30)(a), в случае их существования.

Время T, при котором ограничения на управления не нарушаются для всех $t \in [0,T]$, выбирается из условия (16):

$$T \in [\overline{T}, \infty)\,,\ \ \overline{T} = \max(T_1, T_2)\,, \tag{32}$$

$$T_1 = (10\|x^*\|^2 + (100\|x^*\|^4 + 72\|x^*\|^2)^{1/2})^{1/2}, \quad T_2 = (10\|y^*\|^2 + (100\|y^*\|^4 + 72\|y^*\|^2)^{1/2})^{1/2}$$

где T_1, T_2 определяются из (17).

Время T, при котором не нарушаются ограничения в (26) для всех $t \in [0,T]$, выбирается из условия

$$T \in M_2 = M_2^X \bigcap M_2^Y \tag{33}$$

$$M_2^X = \{T \in (0,+\infty) : 0 < T \le \overline{\overline{T}}_X,\ \overline{\overline{T}}_X = \frac{27x_{31}^1}{4x_{32}^1}\}\,, \quad M_2^Y = \{T \in (0,+\infty) : 0 < T \le \overline{\overline{T}}_Y,\ \overline{\overline{T}}_Y = \frac{27y_{31}^1}{4y_{32}^1}\}$$

Таким образом, для заданных начальных и конечных состояний (23), (24), фиксируя любое T из условия (20), где M_1, $\overline{T}$, M_2 задаются в виде (31)-(33) соответственно, определяются искомые управления и фазовые траектории по формулам (9),(10), при которых решается задача (21)-(26).

В п.1.3.1 для безразмерных значений начальных и конечных состояний $x^0 = (1,1,1)$, $\dot{x}^0 = (0,1,0)$, $y^0 = (0,0,2)$, $\dot{y}^0 = (0,0,0)$, $x^1 = (6,5,6)$, $\dot{x}^1 = \left(0, 7/20, 1/24\right)$, $y^1 = (6,5,5)$, $\dot{y}^1 = \left(-1/20, 0, 0\right)$, проведена реализация предложенной методики расчета управлений. Время T, за которое осуществляется данный переход при построенных управлениях $F_X(t)$, $F_Y(t)$, выбиралось из интервала (20) – $[45;50) \bigcup (50;985)$. На рис. 1,2 представлены результаты численного моделирования движений объектов для случаев $T = 65$ и $T = 50$ соответственно. При движении к заданным конечным состояниям объекты избегают столкновения в первом случае, а во втором случае - столкновение неизбежно.

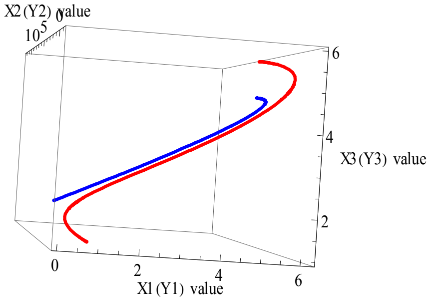

Рис. 1

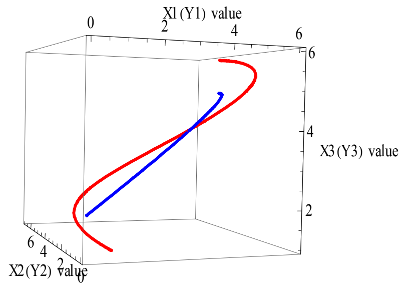

Рис. 2

В §1.4 подробно рассмотрены случаи движения объектов на горизонтальной плоскости и прямой. Уравнения движения объектов на плоскости задаются в виде

$$X : m_X \ddot{x} = F_X \,, \quad Y : m_Y \ddot{y} = F_Y \,, \quad x, y \in R^2 \,, \quad F_X, F_Y \in R^2 \qquad (34)$$

Однако задача избежания столкновения (22)-(26) для системы (34) исследована без учета ограничений (26).

Как и в §1.3, здесь также, построены управления $F_X(t)$, $F_Y(t)$ и получено условие для времени T , при котором объекты избегают столкновения: неразрешимость системы (27) при $i = 1,2$, и соблюдаются ограничения на компоненты управления (24)($i = 1,2$). В п.1.4.1 для следующих безразмерных значений начальных и конечных фазовых состояний $x^0 = (1,2)$, $\dot{x}^0 = \left(1/4,1\right)$, $y^0 = (0,1)$, $\dot{y}^0 = \left(1/4,0\right)$, $x^1 = (6,7)$, $\dot{x}^1 = \left(1/2,57/10\right)$, $y^1 = (6,5)$, $\dot{y}^1 = (0,1)$, по разработанному алгоритму проведен расчет управлений.

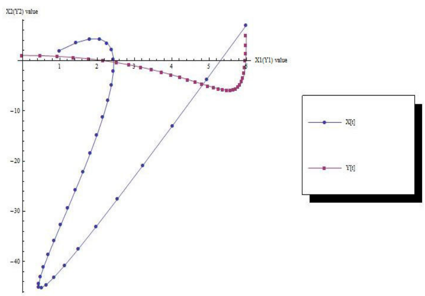

Рис. 3

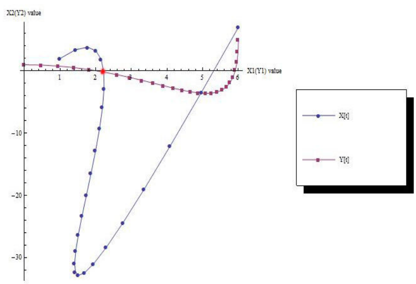

Рис. 4

Конечное время, за которое осуществляется этот переход, выбиралось из интервала $[49,5;50)\bigcup(50;\infty)$. На рис. 3,4 представлены результаты численного моделирования движений объектов для случаев $T=65$ и $T=50$ соответственно. При движении к заданным конечным состояниям, объекты в первом случае избегают столкновения, а во втором случае – столкновение неизбежно.

Аналогичные результаты получены и для случая движения объектов по прямой.

Во второй главе исследуется задача построения оптимальных по быстродействию управлений движениями двух динамических объектов в задаче избежания столкновения на горизонтальной плоскости и прямой.

В §2.1 для системы (34) ставится задача, где требуется определить управляющие вектор функции $F_X(t)$ и $F_Y(t)$ с ограниченными компонентами $\left|F_{Xi}(t)\right|\le F_{Xi}^0$, $\left|F_{Yi}(t)\right|\le F_{Yi}^0$, $i=1,2$, соответственно, так, чтобы объекты перешли из начальных состояний покоя $x(0)=x^0,\ \dot{x}(0)=0,\ y(0)=y^0,\ \dot{y}(0)=0,\ x^0\ne y^0$ в заданные конечные состояния покоя $x(T)=x^1,\ \dot{x}(T)=0,\ y(T)=y^1,\ \dot{y}(T)=0$, $x^1\ne y^1$ за минимальное время T и при их совместном движении объекты избегали столкновения – $\left\|x(t)-y(t)\right\|\ne 0$, $t\in(0,T)$. После перехода к безразмерным переменным и новым обозначениям, эта задача рассматривется в виде

$$X:\quad \dot{x}_{i1}=x_{i2},\ \dot{x}_{i2}=u_i,\ \ i=1,2\qquad Y:\quad \dot{y}_{i1}=y_{i2},\ \dot{y}_{i2}=\mathrm{v}_i,\quad i=1,2, \tag{35}$$

$$x_{ij}(0)=x_{ij}^0,\quad y_{ij}(0)=y_{ij}^0,\quad x_{i2}^0=y_{i2}^0=0,\quad i,j=1,2, \tag{36}$$

$$x_{ij}(T)=x_{ij}^1,\quad y_{ij}(T)=y_{ij}^1,\quad x_{i2}^1=y_{i2}^1=0,\quad \sum_{i=1}^{2}(x_{i1}^1-y_{i1}^1)^2\ne 0,\quad i,j=1,2, \tag{37}$$

$$\left|u_i(t)\right|\le u_i^0,\qquad \left|\mathrm{v}_i(t)\right|\le \mathrm{v}_i^0,\quad u_i^0=\mathrm{v}_i^0=1,\quad i=1,2, \tag{38}$$

$$\left\|x^{(1)}(t)-y^{(1)}(t)\right\|\ne 0\quad t\in(0,T), \tag{39}$$

$$x^{(1)}(t)-y^{(1)}(t)=(x_{11}(t)-y_{11}(t),\ x_{21}(t)-y_{21}(t))^T$$

В §2.2 изложена методика расчета искомых управлений. В п. 2.2.1, в предположении отсутствия столкновения (39), в задаче (35)-(39) построены кусочно–постоянные программные законы управления с одним переключением и в совокупности тремья (минимально возможным числом) свободными параметрами: значений модулей отдельных компонент управлений

$$u_1^*=u_1^0 sign[(\tau-t)\Delta x_{11}],\quad u_2^*(t)=u_2' sign(\tau-t),\quad 0\le u_2'\le u_2^0,\quad t\in[0,T], \tag{40}$$

$$\mathrm{v}_i^*(t)=\mathrm{v}_i' sign(\tau-t),\quad 0\le \mathrm{v}_i'\le \mathrm{v}_i^0,\quad i=1,2,\quad t\in[0,T] \tag{41}$$

$$\tau=T/2,\quad T=2\left(\left|\Delta x_{11}\right|/u_1^0\right)^{1/2}$$

Траектории движений объектов X и Y, соответствующие законам (40),(41), на плоскости представляют собой прямолинейные отрезки с начальными и конечными положениями $((x_{11}^0, x_{21}^0), (x_{11}^1, x_{21}^1))$ и $((y_{11}^0, y_{21}^0), (y_{11}^1, y_{21}^1))$ соответственно.

Таким образом, для избежания столкновения (39) объектов при управлениях (40),(41), необходимо и достаточно, чтобы не выполнялись равенства

$$(x_{i1}(t, x_{i1}^0, x_{i1}^1) - y_{i1}(t, y_{i1}^0, y_{i1}^1) = 0\,, \quad t \in (0, T)\,, \quad i = 1, 2\,, \tag{42}$$

где $x_{i1}(t; x_{i1}^0, x_{i1}^1)$ и $y_{i1}(t; y_{i1}^0, y_{i1}^1)$ решения системы (35)(36) при управлениях (40),(41).

В п. 2.2.2 доказано, что для разрешимости системы (42), необходимо и достаточно, чтобы имело место следующее соотношение:

$$(x_{11}^0 - y_{11}^0)(x_{21}^1 - y_{21}^1) = (x_{11}^1 - y_{11}^1)(x_{21}^0 - y_{21}^0) \tag{43}$$

Таким образом, перемещаясь при построенных управлениях (40),(41) по прямолинейным отрезкам, соединяющим краевые положения, координаты которых удовлетворяют соотношению (43), объекты избегают столкновения, так как в одних случаях отрезки не пересекаются, а в других – пересекаются, но прохождение объектов через точки пересечения происходят не одновременно.

В случае не удовлетворения координат краевых положений объектов найденному соотношению (43), перемещения по соответствующим отрезкам с избежанием столкновения можно осуществить, если изменить закон управления только объекта Y

$$\mathrm{v}_1(t) = \begin{cases} \mathrm{v}_1^0, & t \in [0, \tau_1) \\ -\mathrm{v}_1'', & t \in [\tau_1, T] \end{cases} \qquad \mathrm{v}_2(t) = \begin{cases} \mathrm{v}_2', & t \in [0, \tau_1) \\ -\mathrm{v}_2'', & t \in [\tau_1, T] \end{cases} \tag{44}$$

(рис. 2.5, 2.6), увеличив, при этом, число свободных параметров в совокупности до четырех.

В §2.3 приведены результаты численной реализации разработанной методики. На примере с заданными краевыми положениями (рис. 5,6) установлено неизбежность столкновения объектов X, Y при управлениях (40),(41) и возможность избежания столкновения при управлениях (40),(44), в рамках разработанного алгоритма.

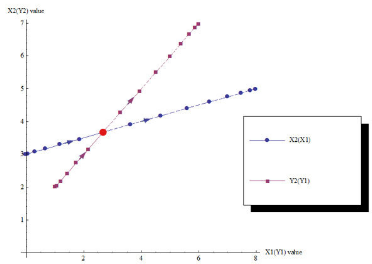

Рис. 5

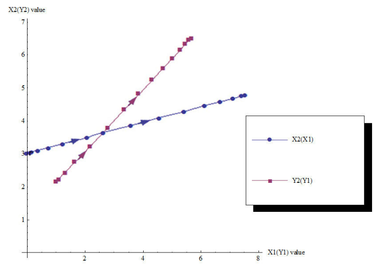

Рис. 6

<u>В третьей главе</u> задача избежания столкновения исследуется для системы из двух физических маятников с подвесами на общем подвижном основании, управляемым посредством ограниченной силы.

В §3.1 рассматривается система из двух физических маятников G_1, G_2 с подвесами O_1, O_2 на подвижном основании G_0, управляемым посредством ограниченной силы F (рис. 5). Маятники состоят из невесомых стержней и жестко связанных с ними шаровых грузов с массами m_1, m_2 соответственно. I_1, I_2 – моменты инерции маятников относительно осей подвесов, L_1, L_2 – расстояния от осей O_1 и O_2 до центров инерции C_1 и C_2 грузов, $R = |O_1O_2|$ – расстояние между подвесами, r_i и r – радиусы шаровых грузов и их сумма соответственно: $r = r_1 + r_2 < R$, $L_1 + r_1 = L_2 + r_2$, $|O_1C_0| = |C_0O_2| = R/2$, где C_0 центр тяжести тела G_0, x – абсцисса центра тяжести G_0, а φ_1, φ_2 – отклонения маятников от вертикальных осей (положительным считается направление, показанным на рис. 7). Сопротивление среды не учитывается.

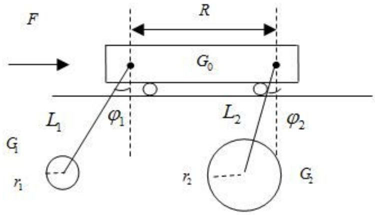

Рис. 7

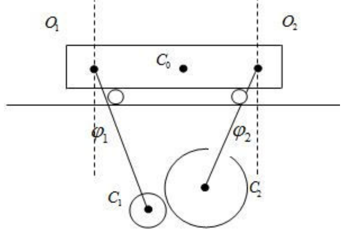

Рис. 8

Движение рассматриваемой механической системы при малых углах описывается следующими линейными дифференциальными уравнениями:

$$(m_0 + m_1 + m_2)\ddot{x} - m_1L_1\ddot{\varphi}_1 - m_2L_2\ddot{\varphi}_2 = F(t) \tag{45}$$

$$I_1\ddot{\varphi}_1 + m_1gL_1\varphi_1 = m_1L_1\ddot{x}, \qquad I_2\ddot{\varphi}_2 + m_2gL_2\varphi_2 = m_2L_2\ddot{x}, \tag{46}$$

$$|\varphi_i(t)| \le \varphi^*, \; i = 1,2, \; t \in [0,T] \tag{47}$$

На управление $F(t)$ наложено ограничение

$$|F(t)| \le F^0, \quad t \in [0,T] \tag{48}$$

В процессе управляемого колебательного движения маятников, в рамках рассматриваемой линейной модели (45)-(47), расстояние между центров инерции шаровых грузов в подвижной системе координат C_0xy вычисляется по формуле

$$d(t) = \sqrt{(R - L_2\varphi_2(t) + L_1\varphi_1(t))^2 + (L_2 - L_1)^2}, \quad t \in [0,T] \tag{49}$$

Полагается, что в начальный момент времени для системы выполняется условие $d(0) = R > r_1 + r_2$.

Скажем, что при управлении $F(t)$ (48) имеет место столкновение маятников G_1 и

G_2, если существует момент времени $t^* \in [0,T]$ при котором расстояние между шаровых грузов впервые становится равным заданному числу

$$d(t^*) = r\ ,\ r = r_1 + r_2\ . \qquad (50)$$

и не имеет место столкновения, если в течение всего колебательного процесса расстояние между шаровых грузов больше заданного числа

$$d(t) > r\ ,\ t \in [0,T] \qquad (51)$$

Требуется найти управляющую силу $F(t)$ (49), перемещающую систему (45),(46) из начального состояние покоя

$$x(0) = 0\ ,\ \dot{x}(0) = 0\ ,\ \varphi_i(0) = 0\ ,\ \dot{\varphi}_i(0) = 0 \quad i = 1,2 \qquad (52)$$

на заданное расстояние a с гашением ее колебаний

$$x(T) = a\ ,\ \dot{x}(T) = 0\ ,\ \varphi_i(T) = 0\ ,\ \dot{\varphi}_i(T) = 0 \quad i = 1,2 \qquad (53)$$

и обеспечивающую выполнений условия избежания столкновения (51) и ограничений на углы (47). Здесь T – неизвестное пока время окончания процесса.

В §3.2 изложен алгоритм построения искомого управления. Сначала, в п.3.2.1 определяются диапазоны изменения углов маятников, в зависимости от расстояния R между подвесами, при которых возможно избежание столкновения. Для заданных L_1, L_2, r, φ^* рассматриваются пары углов (φ_1^R, φ_2^R), удовлетворяющих условиям $\varphi_1^R < 0,\ \varphi_2^R > 0,\ \varphi_2^R = -\varphi_1^R = \varphi^R,\ 0 \le \varphi^R \le \varphi^*$. Паре ($\varphi_1^R, \varphi_2^R$) соответствует значение параметра R, определяемого из уравнения (50) с учетом (49):

$$r < R \le R^* \qquad (54)$$

$$R = \varphi^R (L_1 + L_2) + 2\sqrt{r_1 r_2}\ ,\ 0 \le \varphi^R < \varphi^* \text{ (a)} \qquad R^* = \varphi^* (L_1 + L_2) + 2\sqrt{r_1 r_2}\ ,\ \varphi^R = \varphi^* \text{ (b)} \qquad (55)$$

Парам (R, φ^R) (55)(a) и (R^*, φ^*) (55)(b) соответствуют положения маятников, для которых имеет место столкновение (рис. 8), причем паре (R^*, φ^*) – предельные положения маятников. В случае $R > R^*$, ни при каком управлении (49) не может произойти столкновение, а в случае $r < R \le R^*$, для предотвращения возможного столкновения (50), достаточно, чтобы удовлетворялись неравенства

$$|\varphi_i(t)| \le \bar{\varphi}^R\ ,\ i = 1,2\ ,\ t \in [0,T]\ ,\ \forall \bar{\varphi}^R \in (0, \varphi^R) \qquad (56)$$

Это накладывает условие на время T процесса. Мажорируя и упрощая левые части неравенств (49),(56) можно получить достаточные условия на время T.

В п. 3.2.2, после обозначений $m_i g L I_i^{-1} = \omega_i^2$, $\varphi_i = m_i L I_i^{-1} \varphi_i'$, $m_i^2 L^2 I_i^{-1} = p_i$, $m = m_0 + m_1 + m_2$ и перехода к новым переменным

$$z_1 = x\ ,\quad z_2 = \dot{x}\ ,\quad u = \ddot{x}\ ,\quad z_3 = \omega_1 \varphi_1\ ,\quad z_4 = \dot{\varphi}_1\ ,\quad z_5 = \omega_2 \varphi_2\ ,\quad z_6 = \dot{\varphi}_2 \qquad (57)$$

$$z^R = \bar{\varphi}^R,\ r < R \le R^*\ ; \qquad z^R = \varphi^*,\ R^* < R$$

система (46), начальные, конечные условия (52),(53) и ограничения (56) записываются, соответственно, в виде

$$\dot{z}_1 = z_2,\ \dot{z}_2 = u,\ \dot{z}_3 = \omega_1 z_4,\ \dot{z}_4 = -\omega_1 z_3 + u,\ \dot{z}_5 = \omega_2 z_6,\ \dot{z}_6 = -\omega_2 z_5 + u \tag{58}$$

$$z_i(0) = 0\ ,\quad i = 1,...,6 \tag{59}$$

$$z_1(T) = a\ ,\quad z_i(T) = 0\ ,\quad i = 2,...,6 \tag{60}$$

$$|z_3(t)| \le \omega_1 z^R\ ,\quad |z_5(t)| \le \omega_2 z^R\ ,\quad t \in [0,T] \tag{61}$$

Решена задача определения закона изменения управляющего ускорения $u = \ddot{x}(t)$ основания, переводящего систему (58) из состояния покоя (59) на заданное расстояние a с гашением колебаний маятников (60) за конечное время T, без учета ограничений на углы (61). Искомый закон управляющего ускорения и соответствующий фазовый вектор системы (58) строится по методике §1.2:

$$u(t) = (\Phi^{-1}(t)B)^T R^{-1}(T) z^*\ ,\qquad t \in [0,T] \tag{62}$$

$$z(t) = W(t) R^{-1}(T) z^*\ ,\qquad t \in [0,T] \tag{63}$$

$$W(t) = \Phi(t)R(t)\ ,\qquad R(t) = \int_0^t Q(\tau)Q^T(\tau)d\tau\ ,\quad Q(t) = \Phi^{-1}(t)B\ ,\qquad z^* = \Phi^{-1}(T)z^1 = z^1$$

$$Q^T(t) = \begin{pmatrix} -t & 1 & -\sin\omega_1 t & \cos\omega_1 t & -\sin\omega_2 t & \cos\omega_2 t \end{pmatrix},\quad z^1 = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

В пп.3.2.3, 3.2.4 получено достаточное условие на конечное время, при котором соблюдаются ограничения на углы (61) и ограничение на управляющую силу (49) – соответствующей построенному закону изменения управляющего ускорения (62). Следующая теорема, которая доказывается аналогично теореме 5.1[1], дает условия, обеспечивающие выполнение ограничений (61).

Теорема. Пусть при некотором $T > 0$ матрица $R(T)$ неособенная, и пусть для любого шестимерного вектора v при $t \in [0,T]$ выполнены неравенства

$$\|W_1(t)K(T)v\| \le \mu_1(T)\|v\| \ \text{(a)}\qquad \|W_2(t)K(T)v\| \le \mu_2(T)\|v\| \ \text{(b)} \tag{64}$$

$$\|R(T)K(T)v\| \ge \lambda_i(T)\|v\|\ ,\quad i = 1,2 \tag{65}$$

где $W_1(t)$, $W_2(t)$ – соответственно третья и пятая строки матрицы $W(t) = \Phi(t)R(t)$ в (63), $K(T) = E_6$ – единичная матрица размера 6×6, $\mu_i(T)$, $\lambda_i(T)$ – положительные скаляры, а $\|\cdot\|$ – эвклидова норма вектора.

Тогда, если выполнены условия

$$z^R \lambda_1(T)\mu_1^{-1}(T) \ge \|z^*\|\omega_1^{-1},\qquad z^R \lambda_2(T)\mu_2^{-1}(T) \ge \|z^*\|\omega_2^{-1} \tag{66}$$

то управление $u(t)$ (62) переводит систему (58) из состояния (59) в состояние (60) в момент T и при этом удовлетворяются ограничения (61).

---

[1] Черноусько Ф. Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. – М.: Наука, 2006, 326с.

Подставляя явные выражения для величин $\mu_i(T),\ \lambda_i(T)$, получаемых после оценки левых частей неравенств (64),(65), в неравенства (66) и разрешения последних относительно T, находим множество, откуда можно выбрать конечное время T:

$$M = \bigcap_{i=0}^{2} M_i\ , \qquad (67)$$

$M_0 = \{T \in (T_0, +\infty) : \lambda_{1,2}(T) > 0, \lambda_{1,2}(T_0) = 0\}$, $M_i = \{T > 0 : z^R \lambda_i(T)\mu_i^{-1}(T) > \|z^*\|\omega_i^{-1}\}$, $i = 1,2$

Далее решен вопрос выбора величины $T \in M$, обеспечивающего выполнение ограничения (49). Так как ((45),(46))

$$F(t) = (m - p_1 - p_2)u(t) + \omega_1^2 p_1 \varphi_1(t) + \omega_2^2 p_2 \varphi_2(t)\,, \quad t \in [0,T]\,, \qquad (68)$$

то, учитывая (49), найдем

$$|u(t)| \le u^0\,, \qquad u^0 = [F^0 - (\omega_1^2 p_1 + \omega_2^2 p_2)\varphi^R](|m - p_1 - p_2|)^{-1} \qquad (69)$$

Таким образом, для того чтобы при управляющем ускорении (62) выполнялось ограничение (51), достаточно соблюдения неравенства (69) для всех $t \in [0,T]$.

Показано, что имеют место все условия теоремы 5.1[1]. Поэтому ограничение (51) будет соблюдено, если время T выбрать из множества:

$$M_3 = \{T > 0 : u^0 \lambda_u(T)\mu_u^{-1}(T) \ge \|z^*\|\}, \quad \lambda_u(T) = \lambda(T)\,,\ \mu_u(T) = \sqrt{T^2 + 3} \qquad (70)$$

Таким образом, при построенном законе изменения ускорения (62) и соответствующей управляющей силе (68) задача (45)-(48), (51)-(53) разрешима, если

$$T \in \bigcap_{i=0}^{3} M_i\ , \qquad (71)$$

где M_i определяются согласно (67),(70).

В §3.3 по изложенному алгоритму проводилось численное моделирование для системы (45),(46) со следующими размерными параметрами: $L_1 = 6.1$ м, $L_2 = 4.8$ м, $R = 3$ м, $m_0 = 50$ кг, $m_1 = 10$ кг, $m_2 = 15$ кг, $F^0 = 160$ Н $a = 4$ м, $g = 9.8$ мсек$^{-2}$, $r_1 = 0.4$ м, $r_2 = 1.7$ м, $r = 2.1$ м, $\varphi^* = 0.17$ рад., $\varphi^R = 0.15$ рад.

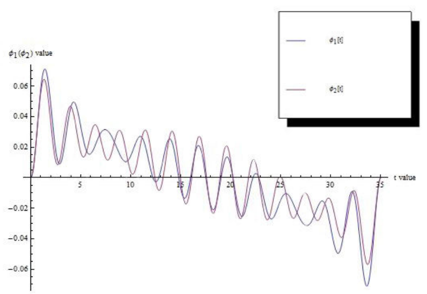

Рис. 9

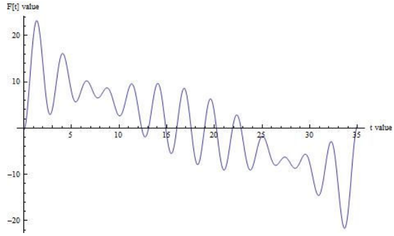

Рис. 10

Так как $R < R^* = 3.5$ м, то $z^R = \overline{\varphi}^R$ (57). Таким образом, необходимые для расчета управления параметры следующие: $\overline{\varphi}^R = 0.12$ рад., $T = 35$ сек., $M_0 = (11{,}88\,сек.;+\infty)$, $M_1 = (32{,}67\,сек.;+\infty)$, $M_2 = (31{,}96\,сек.;+\infty)$, $M_3 = (13{,}94\,сек.;+\infty)$. На рис. 9,10 приведены зависимости углов маятников и управляющей силы от времени, рассчитанные согласно (63),(62),(68). Результаты численного моделирования динамики системы при построенных законах управления, свидетельствуют о практической приемлемости построенных законов управления.

Четвертая глава посвящена построению оптимального по быстродействию управления системой (45)-(47) в задаче избежания столкновения маятников в процессе колебательных движений.

В §4.1 система (48),(49) рассматривается в виде

$$\ddot{x} = u\,,\quad \ddot{\varphi}_1 + \omega_1^2\varphi_1 = u\,,\quad \ddot{\varphi}_2 + \omega_2^2\varphi_2 = u\,,\quad |u(t)| \le u_0\,,\quad t \in [0,T] \tag{72}$$

$$mu - p_1\ddot{\varphi}_1 - p_2\ddot{\varphi}_2 = F\,,\quad |F(t)| \le F^0\,,\quad t \in [0,T] \tag{73}$$

где $u_0 > 0$ - пока неизвестная постоянная.

Ставится задача построения управляющего ускорения $u(t)$ и закона изменения ограниченной силы $F(t)$ (73), порождающего это ускорение, обеспечивающих перемещение системы (72) из начального состояния покоя (52) в заданное конечное состояние покоя (53) за время, минимальное для гашений колебаний маятников, при соблюдении условия избежания столкновения (51) и ограничений на углы (47).

В §4.2 излагается алгоритм решения задачи. Сначала, в зависимости от расстояния между подвесами, определены диапазоны изменения углов маятников, при которых возможно избежание столкновения. После введения переменных $z_1 = x$, $z_2 = \dot{x}$, $u = \ddot{x}$, $z_3 = \varphi_1$, $z_4 = \dot{\varphi}_1$, $z_5 = \varphi_2$, $z_6 = \dot{\varphi}_2$, уравнения (72) принимают вид

$$\dot{z}_1 = z_2,\ \dot{z}_2 = u,\ \dot{z}_3 = z_4,\ \dot{z}_4 = -\omega_1^2 z_3 + u,\ \dot{z}_5 = z_6,\ \dot{z}_6 = -\omega_2^2 z_5 + u\,, \tag{74}$$

а граничные условия (52),(53) и ограничения (56), соответственно, вид (59)-(61).

В п. 4.2.1, построен релейный закон изменения управляющего ускорения с пятью точками переключения

$$u = u_0 \ \text{при}\ t \in (0,t_1)\,,\ t \in (t_2,t_3)\,,\ t \in (t_4,t_5) \tag{75}$$

$$u = -u_0 \ \text{при}\ t \in (t_1,t_2)\,,\ t \in (t_3,t_4)\,, t \in (t_5,T)$$

обеспечивающий переход системы (74) из состояния (59) в состояние (60), без учета ограничений (61) и дано полное доказательство оптимальности построенного закона управления в линейной задаче наискорейшего успокоения маятников.

В п. 4.2.2 решена задача выбора максимальной величины u^0 изменения ускорения

$$u_0 = \min\left\{\varphi^* g / 6,\ [12(p_1 + p_2) + |m - p_1 - p_2|]^{-1} F^0\right\}\ \text{при}\ R^* < R \tag{76}$$

$$u_0 = \min\left\{\overline{\varphi}^R g / 6,\ [12(p_1 + p_2) + |m - p_1 - p_2|]^{-1} F^0\right\}\ \text{при}\ r < R \le R^*$$

обеспечивающего выполнение ограничений на управляющую силу (73) и углы (56) маятников.

В §4.3 приведены результаты численного моделирования динамики рассматриваемой системы. На рис. 11, 12 приведены зависимости углов маятников и управляющей силы от времени соответственно, рассчитанные при оптимальном законе ускорения (75),(76).

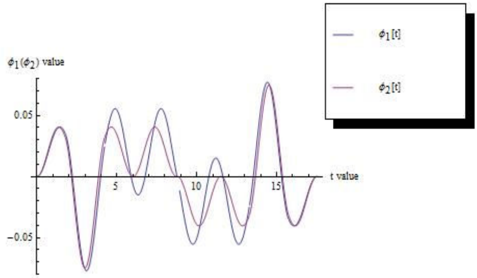

Рис. 11

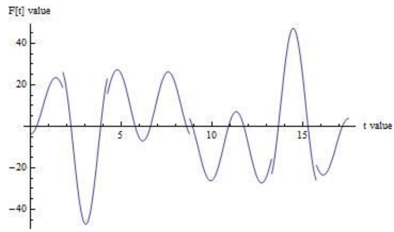

Рис. 12

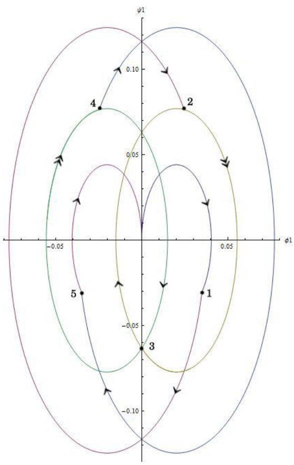

Рис. 13

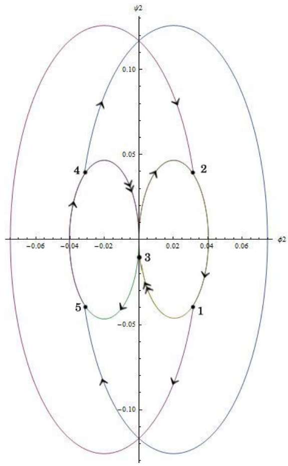

Рис. 14

На рис. 13,14 представлены траектории моделируемых колебательных движений двух маятников на плоскостях $(\varphi_1, \dot{\varphi}_1)$, $(\varphi_2, \dot{\varphi}_2)$. Жирные точки изображают состояние соответствующего маятника, при котором происходит переключение управляющего ускорения. Цифрами обозначены последовательные номера моментов переключения управляющего ускорения (75). Стрелками обозначены направление движения изображающей точки. Пара стрелков означает, что изображающая точка при движении от положения i к следующему положению $i+1$ совершает один полный оборот по соответствующей траектории. Минимальное время прихода маятников из начального состояния покоя в конечное состояние покоя равно $T = 17.51$ сек. Сравнение этого результата со временем $T = 35$ сек., полученным в задаче предыдущей главы, свидетельствует, что за счет реализации разработанного алгоритма управления можно существенно уменьшить время успокоения маятников, предотвратив при этом возможное столкновение.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработана методика построения ограниченных управлений движениями двух динамических объектов, гарантирующих избежание столкновения в многомерном пространстве и соблюдение заданных ограничений на геометрические координаты объектов. Получены решения задачи избежания столкновения в случаях движения объектов в трехмерном пространстве, на плоскости и прямой. Путем численного моделирования движения объектов по разработанному алгоритму управлений, приведены характерные примеры случаев как избежания столкновения, так и неизбежного столкновения, в зависимости от выбора полного времени процесса.

2. Предложен алгоритм решения задачи построения оптимальных по быстродействию управлений двух динамических объектов, избегающих столкновения на плоскости. Получено условие на краевые положения объектов, необходимое и достаточное для разрешимости задачи в классе кусочно–постоянных управлений с одним переключением и минимальным числом свободных параметров: значений отдельных компонент управлений, обеспечивающих движение объектов по прямым. На численном примере с заданными краевыми положениями установлена возможность избежания столкновения при соответствующем выборе законов управления в рамках предложенного алгоритма.

3. Разработан конструктивный подход к решению задачи избежания столкновения двух маятников с общим подвижным основанием в их колебательных движениях посредством ограниченной управляющей силы, приложенной к основанию. Построен закон управляющей силы и получено достаточное условие, при котором данный закон обеспечивает перемещение системы из начального состояния покоя в заданное состояние покоя за конечное время и гарантирует избежание столкновения маятников в процессе движения с соблюдением ограничения на управляющую силу. Проведено численное моделирование динамики системы при построенных законах управления, результаты которого свидетельствуют о практической приемлемости предложенной методики расчета.

4. Разработан алгоритм построения ограниченной управляющей силы и соответствующего закона изменения ускорения движения основания, обеспечивающих перемещение системы двух маятников из начального состояния покоя в заданное конечное состояние покоя за время, минимальное для гашения

колебаний, и гарантирующих отсутствие столкновения маятников в процессе движения. Дано доказательство оптимальности релейного закона изменения управляющего ускорения с пятью точками переключения в линейной задаче успокоения маятников и решена задача выбора максимальной величины изменения ускорения, обеспечивающего выполнение ограничения на управляющую силу и ограничений на углы маятников, гарантирующих отсутствие столкновения. Путем численного моделирования динамики системы установлена практическая эффективность, в смысле быстродействия, разработанного алгоритма управления.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Аветисян В.В., Чахмахчян Р.Э. Ограниченные управления пространственными движениями двух динамических объектов, избегающих столкновения // Изв. НАН РА. Механика. 2010, № 4, с. 59-70.
2. Аветисян В.В., Чахмахчян Р.Э. Оптимизация режимов управления двух динамических объектов, избегающих столкновения на плоскости // Сборник научные трудов международной конференций “Актуальные проблемы механика сплошной среды”. Дилижан, 4-8 октября 2010г., с. 10-14.
3. Аветисян В. В., Чахмахчян Р. Э. Оптимальное по быстродействию управления динамических объектов, избегающих столкновения // Тезисы докладов XI Международной конференции “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления”. Москва, ИПУ РАН, 1-4 июня 2010г., с. 5-6.
4. Аветисян В.В., Чахмахчян Р.Э. Управление колебаниями двух маятников в задаче избежания столкновения // Труды YII международной конференций “Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред”. Горис-Степанакерт, 19-23 сентября 2011г., с. 5-12.
5. Аветисян В.В., Чахмахчян Р.Э. Оптимальное по быстродействию управление колебаниями двух маятников в задаче избежания столкновения // Сборник научных трудов “Проблемы механики деформируемого твердого тела”, посвященный 90-летию академика НАН РА С.А. Амбарцумяна, Ереван, 2012, с.23-32.
6. Чахмахчян Р.Э. Управления движениями динамических объектов, уклоняющихся от столкновения // Сборник трудов международной школы - конференции молодых ученых "Механика". Агавнадзор, Армения, 24-28 сентября 2009 г., с. 337-342.
7. Чахмахчян Р.Э. Оптимальные прямолинейные перемещения двух динамических объектов, избегающих столкновения на плоскости // Изв. НАН РА. Механика. 2011, № 3, с. 59-70.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքը նվիրված է երկու դինամիկ օբյեկտների կառավարումների, ինչպես նաև օպտիմալ կառավարումների ալգորիթմների կառուցմանը՝ բախումից խուսափման խնդիրներում:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, չորս գլխից, վերջաբանից և գրականության ցանկից:

Առաջին գլուխը նվիրված է բազմաչափ տարածության մեջ երկու դինամիկ օբյեկտների շարժումների սահմանափակ կառավարումների կառուցման խնդրին, որոնք ապահովում են օբյեկտների տեղափոխումը կամայական իրարից տարբեր սկզբնական վիճակներից տրված իրարից տարբեր վերջնական վիճակներ վերջավոր ժամանակում և երաշխավորում են օբյեկտների միմյանց հետ չբախվելն ու օբյեկտների երկրաչափական կոորդինատների վրա նախապես դրված սահմանափակումների չխախտումը համատեղ շարժման ընթացքում: Որոնելի կառավարումները, պրոցեսի ավարտման ժամանակից կախված, կառուցվել են ըստ Կալմանի ընդհանրացված եղանակի: Շարժման լրիվ ժամանակի համար գտնվել է պայման, որի դեպքում կառուցված կառավարումներով շարժվելիս օբյեկտները խուսափում են բախումից և միաժամանակ բավարարվում են կառավարումների և օբյեկտների երկրաչափական կոորդինատների վրա դրված սահմանափակումները: Բերվել են բախումից խուսափման խնդրի լուծումներն այն դեպքերում, երբ օբյեկտները շարժվում են եռաչափ տարածության մեջ, հորիզոնական հարթության և ուղղի վրա: Տրված սկզբնական և վերջնական ֆազային վիճակների համար, կառավարումների կառուցման առաջարկված ալգորիթմով կատարվել է օբյեկտների շարժումների համակարգչային մոդելավորում և բերվել են օբյեկտների ինչպես բախման, այնպես էլ բախումից խուսափման թվային օրինակներ՝ շարժման լրիվ ժամանակի ընտրությունից կախված:

Երկրորդ գլուխը նվիրված է հորիզոնական հարթության մեջ երկու դինամիկ օբյեկտների շարժումների օպտիմալ, ըստ արագագործության, կառավարումների կառուցմանը բախումից խուսափման խնդրում: Պահանջվում է կառուցել սահմանափակ կոմպոնենտներով կառավարող ուժերի օրենքներն այնպես, որ ապահովվեն օբյեկտների տեղափոխումները հորիզոնական հարթության ցանկացած իրարից տարբեր սկզբնական հանգստի վիճակներից տրված իրարից տարբեր հանգստի վիճակներ նվազագույն ժամանակում և երաշխավորվի շարժման ընթացքում օբյեկտների հնարավոր բախման կանխումը: Սկզբում կառուցվել են փոխանջման մեկ կետով և երեք (հնարավոր նվազագույն թվով) ազատ պարամետրով կառավարումների կտոր առ կտոր հաստատուն ծրագրային օրենքներ, որոնք ապահովում են օբյեկտների շարժումներն ուղիղներով: Օբյեկտների եզրային դիրքերի կոորդինատների համար գտնվել է պայման և ապացուցվել է, որ օբյեկտները խուսափում են բախումից, եթե կառուցված կառավարումներով շարժվում են այդ պայմանին բավարարող եզրային դիրքերի միացման ուղղագիծ հատվածներով: Վերը նշված պայմանի չբավարարման դեպքում, համապատասխան ուղղագիծ հատվածներով օբյեկտների տեղափոխումներն առանց բախման իրականացվում են չորս ազատ պարամետր պարունակող կառավարումների միջոցով: Տրված եզրային դիրքերի դեպքում բերված է թվային օրինակ, որով հաստատվում է օբյեկտների բախման անխուսափելիությունը կառավարման ընտրության մի դեպքում և բախումից խուսափելու հնարավորությունը մյուս դեպքում՝ առաջարկված ալգորիթմի շրջանակներում:

Երրորդ գլխում բախումից խուսափման խնդիրն ուսումնասիրված է մի համակարգի համար, որը բաղկացած է սահմանափակ ուժով կառավարվող և հորիզոնական ուղղագիծ շարժում կատարող հիմքից և դրանից կախված երկու ֆիզիկական ճոճանակներից: Դիտարկվել է սահմանափակ կառավարող այն ուժի որոշման խնդիրը, որն ապահովում է համակարգի տեղափոխումը սկզբնական հանգստի վիճակից տրված հանգստի վիճակ վերջավոր ժամանակում և երաշխավորում է ճոճանակների բախումից խուսափումը տատանողական շարժման ընթացքում: Շարադրված է որոնելի կառավարումների կառուցման ալգորիթմը: Գտնվել է հիմքի կառավարող արագացման փոփոխման օրենքն ու համապատասխան կառավարող ուժը՝ կախված կախիչների միջև եղած հեռավորությունից, ինչպես նաև շարժման ավարտման ժամանակի համար բավարար պայմանը, որոնց դեպքում վերջավոր ժամանակում համակարգի տեղափոխումը սկզբնական հանգստի վիճակից տրված հանգստի վիճակ ուղեկցվում է կառավարող ուժի վրա դրված սահմանափակման բավարարման և ճոճանակների հնարավոր բախման բացակայության պայմաններում: Կատարվել է համակարգի դինամիկայի թվային մոդելավորում, որի արդյունքներն հաստատել են կառավարման առաջարկված ալգորիթմի գործնական արդյունավետությունը:

Չորրորդ գլուխը նվիրված է ընդհանուր շարժական հիմքով երկու ֆիզիկական ճոճանակների համակարգի օպտիմալ, ըստ արագագործության, կառավարման կառուցմանը՝ տատանողական պրոցեսի ընթացքում բախումից խուսափման խնդրում: Պահանջվում է կառուցել կառավարող արագացման ու այն առաջացնող սահմանափակ ուժի փոփոխման օրենքն այնպես, որ ապահովվի համակարգի տեղափոխումը սկզբնական հանգստի վիճակից տրված հանգստի վիճակ նվազագույն ժամանակում և երաշխավորվի տատանողական շարժման ընթացքում ճոճանակների բախումից խուսափումը: Կախված կախիչների միջև եղած հեռավորությունից, սկզբում որոշվել են ճոճանակների անկյունների փոփոխման սահմանները, որոնց դեպքում հնարավոր է բախումից խուսափումը: Այնուհետև, կառուցվել է կառավարող արագացման փոփոխման ռելեային օրենքը փոխանցման հինգ պահերով, որն ապահովում է համակարգի տեղափոխումը սկզբնական հանգստի վիճակից տրված հանգստի վիճակ անկյունների վրա դրված սահմանափակումների բացակայության պայմաններում և ապացուցվել է կառուցված օրենքի օպտիմալությունը նվազագույն ժամանակում ճոճանակների տատանումների մարման գծային խնդրում: Լուծվել է արագացման փոփոխման մեծագույն արժեքի ընտրության խնդիրը, որի դեպքում ապահովվում է կառավարող ուժի վրա դրված սահմանափակումն ու ճոճանակների բախումից խուսափումը: Համակարգի դինամիկայի թվային մոդելավորման արդյունքների համեմատումը նախորդ գլխում ստացված թվային արդյունքների հետ, հաստատում են, որ շնորհիվ կառավարման մշակված ալգորիթմի կարելի է էապես փոքրացնել ճոճանակների մարման ժամանակը, միաժամանակ կանխելով ճոճանակների հնարավոր բախումը:

Վերջաբանում ներկայացված են ատենախոսության հիմնական արդյունքները, որոնք կարելի է հակիրճ ձևակերպել այսպես. աշխատանքում մշակվել են կառավարման ալգորիթմներ, որոնք ապահովում են դինամիկ օբյեկտների տեղափոխումը կամայական իրարից տարբեր սկզբնական վիճակներից տրված իրարից տարբեր վիճակներ վերջավոր ժամանակում՝ առանց միմյանց հետ բախման և օբյեկտների կառավարումների ու երկրաչափական կոորդինատների վրա նախապես դրված սահմանափակումների խախտման, ինչպես նաև կառավարման ալգորիթմներ, որոնք հնարավորություն են տալիս տեղափոխել դինամիկ օբյեկտներն սկզբնական հանգստի վիճակներից տրված հանգստի վիճակներ նվազագույն ժամանակում՝ առանց բախման:

CONSTRUCTION AND OPTIMIZATION OF LAWS OF TWO DYNAMIC OBJECTS CONTROLS IN THE PROBLEMS OF COLLISION AVOIDANCE

R.E. CHAKHMAKHCHYAN

ABSTRACT

The dissertation is devoted to construction of algorithms of control, including optimal control in the problems of collision avoidance.

The dissertation consists of introduction, four chapters, conclusion and references. In the introduction the theoretical and applied significance of the control theory, the importance and the novelty of studied subject are presented. Corresponding references are overviewed.

In the first chapter it is considered the problem of construction of the controls with limited components providing transition of two dynamic objects from any different initial phase states to given final different states of multidimensional space in limited time. It should be guaranteed the absence of collision of objects in the process of joint motion, and observance of restrictions on geometrical coordinates of objects. The technique of construction of required controls is stated. Required controls depending on the final time are constructed according to Kalman’s general method. Condition is obtained on final time, for which objects avoid collision and restrictions on controls and geometrical coordinates of objects are satisfied. Cases of motion of objects in three-dimensional space, on a plane and on a straight line are considered in details. For the given initial and final states calculation of controls is carried out. By numerical modeling of motions of objects examples are resulted for cases of avoidance of collision, and inevitable collision, depending on a choice of full time of process.

In the second chapter it is considered the problem of construction of optimal in time controls for two dynamic objects which realize flat motion in the problem of collision avoidance. It is required to define operating forces with limited components providing transition of objects from any arbitrary initial different states of rest to given final different states of rest for minimum period of time and guaranteeing absence of collision of objects in process of the joint motion. At first, piecewise constant program laws of control with one switch point and three (minimum possible number) free parameters are constructed, providing movement on straight lines. The set of boundary positions of objects is found and it is proved, that moving by the constructed controls on rectilinear pieces with boundary positions from this set, objects avoid collision. In a case when boundary positions of objects are not belong to the found set, moving on corresponding pieces with collision avoidance are carried out by the controls containing in aggregate four free parameters. In an example with the given boundary positions it is established inevitability of collision of objects by first type of controls and possibility of avoidance of collision by second.

In the third chapter it is considered the problem of construction of limited controlling power for the system, which consists of the common base and two physical pendulums. It is required to define limited controlling power providing moving of system from an initial state of rest in the final state of rest in limited time and guaranteeing absence of collision of pendulums during motion. The technique of construction of required controls is stated. At first, ranges of change of angles of pendulums, depending on distance between suspensions of pendulums at which collision avoidance is possible are defined. Then the problem of construction of the law of change of operating force is solved. The sufficient condition at which the given law provides moving of system from an initial state of rest to given state of rest and guarantees avoidance of collision of pendulums in motion with observance of restriction on operating force is received. In the end of the chapter, for concrete numerical values of parameters, computer calculation results of operating acceleration and corresponding generating force at which collision of pendulums in motion is absent are resulted.

In the fourth chapter it is considered the problem of construction of optimal in time power for the system, which is described in chapter 3. It is required to define limited controlling power and the corresponding law of acceleration providing moving of system from an initial state of rest to final state of rest for minimum time and guaranteeing absence of collision of pendulums during motion. The technique of construction of required controls is stated. Piecewise constant program laws of control with five switch points are constructed. Further, a choice of the maximum value of the change of acceleration, performance of restrictions on operating force and maximum deviations of angles of pendulums are provided. The results of the digital modelling of dynamics are provided for the corresponding system.

In the conclusion the basic results of the dissertation are given. Control algorithms are worked out, which provide transition of two dynamic objects from any different initial phase states to given final difference states in limited time and guaranteeing absence of collision of objects in the in process of joint motion, and observance of restrictions on geometrical coordinates of objects. These algorithms also provide possibility of transition of two dynamic objects from initial states of rest to final states of rest in minimum time without collision.