

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՂԱԶԱՐՅԱՆ ՀԱՅԿԱԶ ԱՐՄԵՆԻ

**Սահքի ալիքի դիֆրակցիան ճաք և էլեկտրոդ պարունակող էլեկտրաառաձգական
բաղադրյալ տարածությունում**

Ա.02.04- «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՄԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2015

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

КАЗАРЯН АЙКАЗ АРМЕНОВИЧ

**ДИФРАКЦИЯ ВОЛН СДВИГА В СОСТАВНОМ ЭЛЕКТРОУПРУГОМ
ПРОСТРАНСТВЕ С ТРЕЩИНОЙ И ЭЛЕКТРОДОМ**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04-Механика деформируемого твердого тела

ЕРЕВАН 2015

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝

Ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Է.Խ. Գրիգորյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս,
Ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Գ.Ե. Բաղդասարյան
Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր Մ.Վ. Բելուբեկյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Ճարտարապետության և շինարարության
Հայաստանի ազգային համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2015թ. հունիսի 19-ին ժամը 14⁰⁰-ին ՀՀ ԳԱԱ
Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդում:

Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24/2, avсах@mechins.sci.am

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի
գրադարանում:

Մեղմագիրն առաքված է 2015 թ. մայիսի 18-ին

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, Ֆ.մ.գ.դ.



Ս.Վ. Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА

Научный руководитель:

д.ф.м.н., профессор Э.Х. Григорян

Официальные оппоненты:

академик НАН РА,
д.ф.м.н., профессор Г.Е. Багдасарян
к.ф.м.н., профессор М.В. Белубекян

Ведущая организация:

Национальный университет архитектуры и
строительства Армении

Защита состоится 19-го июня 2015г. в 14⁰⁰ на заседании специализированного совета
047 в Институте механики НАН РА.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avсах@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 18-го мая 2015г.

Ученый секретарь
специализированного совета, д.ф.м.н.



А.В. Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Динамические задачи электроупругости являются актуальными задачами механики сплошных сред и вопросы распространения электроупругих волн занимают важное место в динамической теории механики деформируемого твёрдого тела.

Исследования процессов распространения электроупругих волн в средах, обладающих свойством пьезоэффекта, - пьезоэлектриках, приобрели актуальность в связи с требованиями науки и техники к построению и изучению физико-математических моделей, корректно отражающих закономерности и основные свойства физических процессов. Надо отметить, что особое место занимает проблема построения моделей сплошных сред с неоднородностями и анализ их физической и математической корректности. Проблема взаимодействия различных полей физического происхождения интересна с точки зрения и механики сплошной среды, и математической физики. Актуальность этих исследований продиктована необходимостью дальнейшего развития теории распространения волн в различных средах и разработки аналитических методов решения конкретных задач. Интенсивно развивается эта область механики - электроупругость, и полученные теоретические результаты позволяют точно описывать физические явления, выявить новые свойства и особенности, присущие пьезоэлектрическим средам.

При исследовании волновых процессов в деформируемых средах, понятно, что многие физико-математические свойства влияют на волновое поле, но неоднородность вносит существенное изменение в классическую теорию волн, порождает новые эффекты - локализованные (поверхностные) волны, и приводит к существенной перестройке дифрагированных волновых полей. При наличии в среде некоторых неоднородностей, локализованных или распределённых в пространстве, порождается интересное волновое явление - дифракция. Края электродов, трещин - являются источниками концентрации компонентов электроупругого поля.

Поверхностные волны, в частности сдвиговые электроупругие поверхностные (локализованные) волны, имеют фундаментальное значение в различных областях науки и техники. Они обладают уникальными особенностями - относительно малая скорость распространения, доступность для внешних воздействий, возможность возбуждения волн в пьезоэлектриках с малыми потерями. Этим обусловлена необходимость проведения интенсивных исследований в этой области.

Исследования волновых процессов актуальны также с точки зрения прикладной механики при разработке приближённых методов анализа колебаний элементов конструкций. Проблема неразрушающего контроля связана с данными о распространении волн.

Изложенное показывает, что исследования задач дифракции электроупругих волн на полубесконечных трещинах или на полубесконечных металлических слоях (электротах) в составных средах, т.е. при наличии конструктивной неоднородности, имеют теоретическую и практическую значимость.

Цель диссертационной работы.

Данная диссертационная работа посвящена изучению сопряженных полей, задач распространения и дифракции сдвиговых электроупругих волн.

Исследование задач дифракции плоских, поверхностных волн в составном пространстве пьезоэлектрик-диэлектрик, качественное исследование новых задач дифракции электроупругих волн в новой постановке. Цель диссертационной работы заключается в выявлении особенностей и анализе волновых процессов в пьезоэлектрической среде при дифракции электроупругих волн на полубесконечном электроде вне пьезоэлектрика, изучении взаимовлияния различных физических полей, исследовании особенностей электроупругого волнового поля при дифракции плоской волны на полубесконечной трещине в составном пространстве пьезоэлектрик-диэлектрик, разработке эффективных математических подходов для определения параметров волнового поля в составном электроупругом пространстве.

Научная новизна. Рассмотрены новые задачи для определения волнового поля при дифракции на полубесконечном электроде в диэлектрической среде, электроупругих сдвиговых волн, распространяющиеся в пьезоэлектрическом полупространстве. Показано, что наличие полубесконечного электрода является причиной появления поверхностных электроупругих волн в составном пространстве пьезоэлектрик-диэлектрик. Доказано, что если пьезоэлектрическое полупространство жестко скреплено с диэлектрическим, то при некоторых значениях электромеханических характеристик сред могут распространяться локализованные у контактной поверхности сдвиговые электроупругие волны. Обнаружено, что дифракция плоской электроупругой волны сдвига на полубесконечной трещине между пьезоэлектрическим и диэлектрическим полупространствами может привести к распространению двух локализованных (поверхностных) волн.

Практическая ценность работы. Исследования в области теории распространения электроупругих волн представляют интерес как с теоретической точки зрения с целью дальнейшего развития фундаментальных исследований в области динамической теории упругости, электроупругости и физики волн, так и с практической- в связи с необходимостью объяснения физико-технических и экспериментальных результатов при проектировании современных устройств и приборов. Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы при изучении прикладных задач рассеяния и дифракции волн, при рассмотрении других краевых задач математической физики и теории электроупругости. Диссертация имеет практическую значимость, так как в последние годы повысились возможности современной технологии создания материалов с различными видами конструктивной неоднородности для инженерной практики. Некоторые результаты могут быть полезными при создании измерительных приборов, в дефектоскопии, в инженерной медицине. Задачи современной акустоэлектроники связаны с возбуждением и приемом волн в твердых телах, взаимодействием этих волн с физическими полями (пьезоэффект). Электроупругие поверхностные волны имеют фундаментальное значение в ультразвуковой и микроэлектронной технике, а также в других областях науки и техники.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обеспечены принятием известных моделей сплошных (составных) сред, а также сравнением полученных результатов с известными теоретическими и прикладными результатами. Достоверность основана на корректном применении строгого математического

аппарата: методов теории функций комплексного переменного и математической физики.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на:

- Международной конференции „Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред„. Горис, Степанакерт, Армения, 2011г.
- Международной конференции молодых ученых, посвященной 70-летию основания Национальной академии наук Армении. Цахкадзор, Армения, 2013г.
- Международной конференции „Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред„. Горис, Степанакерт, Армения, 2014г.
- Научных семинарах отдела динамики деформируемых систем и связанных полей Института механики Национальной академии наук Армении.
- Научном семинаре „Волновые процессы„, Института механики НАН Армении
- Научных семинарах кафедры механики ЕГУ.

Диссертационная работа в целом представлена и обсуждена на семинаре отдела динамики деформируемых систем и связанных полей, и на общем семинаре Института механики Национальной академии наук Армении.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в пяти работах, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы. Работа изложена на 111 страницах, включает 13 фигур, список литературы содержит 93 наименований работ.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении кратко определены цель, характер и практическая ценность выполненной работы, обоснована актуальность темы. Приведен краткий обзор работ и основных результатов, связанных с задачами теории распространения электроупругих волн в пьезоэлектрической среде. Представлены некоторые вопросы теории электроупругих волн в составных средах, которые во многом определили выбор темы диссертационной работы.

В первой главе рассмотрены задачи существования и распространения сдвиговых электроупругих поверхностных (локализованных) волн в пьезоэлектрическом полупространстве при контакте с диэлектрическим. Показано, что хотя в рассмотренных задачах этой главы электроупругие среды допускают распространение поверхностных (локализованных) волн, при распространении из бесконечности сдвиговой плоской волны в этих средах локализованные волны не возбуждаются.

В §1.1 приведены основные соотношения и уравнения линейной теории электроупругости при квазистатическом приближении.

В настоящей диссертационной работе рассматриваются задачи распространения и дифракции сдвиговых электроупругих волн в пьезоэлектрической среде гексагональной симметрии класса 6mm, для которой можно рассматривать антиплоскую задачу. Принимается прямоугольная система координат $Oxyz$, и ось Oz совпадает с главной осью кристалла. Следовательно, для данной пьезоэлектрической (трансверсально-изотропной) среды можно ставить задачи изучения волн сдвига, которые сопровождаются нулевым значением объемного расширения. Для антиплоского поля упругих перемещений $u_x = 0$, $u_y = 0$, $u_z = u_z(x, y, t)$, t - время. Материальные соотношения, связывающие напряжения и компоненты вектора электрической индукции с перемещением $u_z(x, y, t)$ и потенциалом электрического поля $\Phi(x, y, t)$, для пьезоэлектрика имеют вид

$$\begin{aligned}\sigma_{yz}(x, y, t) &= c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} + e_{15} \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ D_y(x, y, t) &= e_{15} \frac{\partial u_z}{\partial y} - \varepsilon_{11} \frac{\partial \Phi}{\partial y},\end{aligned}\quad (1)$$

где c_{44} - упругая постоянная, e_{15} - пьезоэлектрическая постоянная (пьезомодуль), ε_{11} - диэлектрическая постоянная (проницаемость).

Для исследования процесса распространения сдвиговых электроупругих волн в пьезоэлектрической среде надо рассматривать дифференциальные уравнения

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2},\end{aligned}\quad (2)$$

где $c = \sqrt{c_{44}(1 + \chi)/\rho}$ - скорость распространения сдвиговой электроупругой волны, $\chi = e_{15}^2/c_{44}\varepsilon_{11}$ - коэффициент электромеханической связи пьезоэлектрика, ρ - плотность.

Пьезоэлектрическая среда граничит с некоторой диэлектрической средой, значит с уравнениями электроупругости (2) необходимо рассматривать и уравнения для упругих волн сдвига ($u_z^{(1)}(x, y, t)$ - перемещение) и электрического потенциала $\Phi^{(1)}(x, y, t)$ диэлектрической среды, не обладающей пьезоэффектом

$$c_{44}^{(1)} \left(\frac{\partial^2 u_z^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z^{(1)}}{\partial y^2} \right) = \rho_1 \frac{\partial^2 u_z^{(1)}}{\partial t^2}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial y^2} = 0, \quad (4)$$

где $c_{44}^{(1)}$ - упругая постоянная, ρ_1 - плотность диэлектрика.

В §1.2 рассмотрена известная задача о существовании поверхностной электроупругой волны сдвига в пьезоэлектрическом полупространстве $y > 0$, когда тонкий металлический слой занимает граничную плоскость $y = 0$, ($-\infty < x < \infty$, $-\infty < z < \infty$), $\Phi(x, 0, t) = 0$. Существование поверхностной электроупругой волны сдвига Гуляева-Блюштейна в пьезоэлектрическом полупространстве обусловлено наличием пьезоэффекта в рассматриваемой среде

$$u_z(x, y, t) = A e^{-\sqrt{\sigma_0^2 - k^2} y} e^{i(\pm\sigma_0 x - \omega t)}, \quad A = \text{const},$$

$$\Phi(x, y, t) = A \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} (e^{-\sqrt{\sigma_0^2 - k^2} y} - e^{-\sigma_0 y}) e^{i(\pm\sigma_0 x - \omega t)}, \quad y \geq 0 \quad (5)$$

Волновые числа $\pm\sigma_0$ этой волны удовлетворяют характеристическому уравнению

$$K_0(\sigma) = 1 + \chi - \frac{\chi|\sigma|}{\sqrt{\sigma^2 - k^2}} = 0 \quad (6)$$

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad \omega \text{ - частота, } \sigma_0 = k \frac{1 + \chi}{\sqrt{1 + 2\chi}} > k.$$

В §1.3 рассматривается задача распространения из бесконечности, под углом θ_0 ($0 < \theta_0 < \pi/2$) к граничной плоскости, плоской электроупругой волны сдвига в пьезоэлектрическом полупространстве $y > 0$ с металлическим слоем на граничной плоскости $y = 0$

$$u_\infty(x, y, t) = w_\infty(x, y) e^{-i\omega t}, \quad \Phi_\infty(x, y, t) = \Phi_\infty(x, y) e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

где

$$w_\infty(x, y) = e^{-ikx \cos \theta_0 - iky \sin \theta_0}, \quad \Phi_\infty(x, y) = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} w_\infty(x, y),$$

Показано, что поверхностная (локализованная) электроупругая сдвиговая волна в пьезоэлектрическом полупространстве в данном случае, т.е. в случае падения плоской волны сдвига, не возбуждается.

В §1.4 исследуется вопрос существования поверхностной электроупругой волны сдвига в составном пространстве пьезоэлектрик-диэлектрик, когда пьезоэлектрическое полупространство ($y > 0$) граничит без акустического контакта (бесконечная трещина) с диэлектрическим ($y < 0$). В силу того, что между пьезоэлектриком и упругим диэлектриком нет механического контакта, только имеет место непрерывность электрических характеристик, для диэлектрика рассмотрим только уравнение относительно электрического потенциала (4). Условия непрерывности потенциалов и электрических индукций $\Phi(x, y, t)$, $D_y(x, y, t)$ и $\Phi_1(x, y, t)$, $D_{1y}(x, y, t)$ для пьезоэлектрика и диэлектрика, соответственно на граничной поверхности $y = 0$ имеют вид $\Phi(x, 0, t) = \Phi_1(x, 0, t)$, $D_y(x, 0, t) = D_{1y}(x, 0, t)$. (8)

Граничная плоскость пьезоэлектрической среды свободна от напряжений $\sigma_{yz}(x, 0, t) = 0$. Показано, что в пьезоэлектрическом полупространстве ($y > 0$) гексагональной симметрии класса 6mm могут возбуждаться, т.е. существуют поверхностные электроупругие волны типа волн Гуляева-Блюштейна

$$u_z(x, y, t) = A_1 e^{-\sqrt{\sigma_1^2 - k^2} y} e^{i(\pm\sigma_1 x - \omega t)}, \quad A_1 = \text{const},$$

$$\Phi(x, y, t) = A_1 \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} (e^{-\sqrt{\sigma_1^2 - k^2} y} - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}} e^{-|\sigma_1| y}) e^{i(\pm\sigma_1 x - \omega t)}, \quad (9)$$

электрический потенциал в диэлектрике представляется в виде

$$\Phi_1(x, y, t) = A_1 \frac{e_{15}}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}} e^{|\sigma_1| y} e^{i(\pm\sigma_1 x - \omega t)}, \quad (10)$$

здесь $\pm\sigma_1$ удовлетворяют характеристическому уравнению

$$(1 + \chi) \sqrt{\sigma^2 - k^2} - \chi \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}} |\sigma| = 0, \quad (11)$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}) \sqrt{1 + 2\chi}}{\sqrt{(1 + \chi)^2 (\varepsilon_0 + \varepsilon_{11})^2 - \varepsilon_0^2 \chi^2}},$$

σ_1 - единственный положительный корень уравнения (11), при этом очевидно, что $\sigma_0 > \sigma_1 > k$.

В этом параграфе рассмотрен также вопрос существования поверхностной - локализованной у граничной поверхности $y = 0$ - волны, когда пьезоэлектрическое полупространство без акустического контакта граничит с диэлектрическим слоем $-h < y < 0$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < z < \infty$. Принимается, что поверхность диэлектрического слоя $y = -h$ покрыта тонким металлическим слоем - электродом.

Показано, что и в этом случае в составной среде пьезоэлектрик-диэлектрик могут распространяться сдвиговые электроупругие поверхностные волны.

$$u_z(x, y, t) = A e^{-\sqrt{\sigma_2^2 - k^2} y} e^{i(\pm\sigma_2 x - \omega t)}, \quad y > 0$$

$$\Phi(x, y, t) = (A_2 e^{-\sqrt{\sigma_2^2 - k^2} y} + B e^{-\sigma_2 y}) e^{i(\pm\sigma_2 x - \omega t)}, \quad y > 0$$

$$\Phi_1(x, y, t) = (C e^{\sigma_2 y} + D e^{-\sigma_2 y}) e^{i(\pm\sigma_2 x - \omega t)}, \quad -h < y < 0$$

где

$$B = -A \frac{e_{15} \varepsilon_0}{\varepsilon_{11}} \frac{1 + e^{-2|\sigma| h}}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11} + (\varepsilon_0 - \varepsilon_{11}) e^{-2|\sigma| h}},$$

$$C = \frac{e_{15}}{2\varepsilon_{11}} A + \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}}{2\varepsilon_0} B, \quad D = \frac{e_{15}}{2\varepsilon_{11}} A + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{11}}{2\varepsilon_0} B, \quad A_2 = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} A$$

Волновые числа $\pm\sigma_2$ удовлетворяют характеристическому уравнению

$$(1 + \chi) \sqrt{\sigma^2 - k^2} - \frac{\varepsilon_0 \chi (1 + e^{-2|\sigma|h}) |\sigma|}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11} + (\varepsilon_0 - \varepsilon_{11}) e^{-2|\sigma|h}} = 0, \quad (13)$$

σ_2 - единственный положительный корень уравнения (13), и при этом $\sigma_0 > \sigma_2 > \sigma_1 > k$. Существование сдвиговой поверхностной электроупругой волны обусловлено пьезоэффектом в полупространстве $y > 0$.

В §1.5 показано, что при распространении из бесконечности в пьезоэлектрическом полупространстве плоской волны сдвига, когда пьезоэлектрик без акустического контакта граничит с диэлектрическим полупространством или с диэлектрическим слоем, поверхностная волна в пьезоэлектрическом полупространстве не возбуждается. Волновое поле в пьезоэлектрическом полупространстве представляется только падающей и отраженной электроупругой волной.

§1.6 посвящен изучению вопроса о распространении локализованной у контактной поверхности $y = 0$ электроупругой волны, когда пьезоэлектрическое полупространство (пьезоэлектрик гексагональной симметрии класса 6mm) и диэлектрическое пространство ($y < 0$) жестко скреплены по плоскости $y = 0$. Составляющие волнового поля при $y = 0$ удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}(x, 0, t) &= \sigma_{yz}^{(1)}(x, 0, t), \quad u_z(x, 0, t) = u_{1z}(x, 0, t), \\ \Phi(x, 0, t) &= \Phi_1(x, 0, t), \quad D_1(x, 0, t) = D_{12}(x, 0, t), \end{aligned} \quad (14)$$

$\sigma_{yz}^{(1)}$ -напряжение в диэлектрике.

Решение, удовлетворяющее условиям (14) и уравнениям (2), (3), (4), а также условиям затухания при $y \rightarrow \infty$ и $y \rightarrow -\infty$, имеет вид

$$\begin{aligned} u_z(x, y, t) &= f(y) e^{i(\pm \sigma_3 x - \omega t)}, \quad \Phi(x, y, t) = g(y) e^{i(\pm \sigma_3 x - \omega t)} \\ u_{1z}(x, y, t) &= f_1(y) e^{i(\pm \sigma_3 x - \omega t)}, \quad \Phi_1(x, y, t) = g_1(y) e^{i(\pm \sigma_3 x - \omega t)} \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} f(y) &= A_3 e^{-\sqrt{\sigma_3^2 - k^2} y}, \quad A_3 = const, \quad y \geq 0 \\ g(y) &= \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} A_3 (e^{-\sqrt{\sigma_3^2 - k^2} y} - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}} e^{-\sigma_3 y}), \quad y \geq 0 \\ f_1(y) &= A_3 e^{\sqrt{\sigma_3^2 - k_1^2} y}, \quad y \leq 0 \\ g_1(y) &= \frac{e_{15}}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}} A_3 e^{\sigma_3 y}, \quad y \leq 0, \\ k_1 &= \omega / c_1, \quad c_1 = \sqrt{c_{44}^{(1)} / \rho_1} \end{aligned} \quad (16)$$

Это решение представляет локализованную у контактной поверхности $y = 0$ электроупругую волну сдвига, если только волновое число σ_3 удовлетворяет уравнению

$$c_{44}(1+\chi)\sqrt{\sigma^2-k^2}-c_{44}\frac{\chi\varepsilon_0}{\varepsilon_0+\varepsilon_{11}}|\sigma|+c_{44}^{(1)}\sqrt{\sigma^2-k_1^2}=0 \quad (17)$$

Доказывается, что как при

$$\sqrt{1-\frac{k_1^2}{k^2}} < \frac{c_{44}}{c_{44}^{(1)}} \frac{\varepsilon_0\chi}{\varepsilon_0+\varepsilon_{11}}, \text{ если } k > k_1,$$

так и при

$$\sqrt{1-\frac{k^2}{k_1^2}} < \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0+\varepsilon_{11}} \frac{\chi}{1+\chi}, \text{ если } k_1 > k \quad (18)$$

σ_3 - единственное положительное решение уравнения (17), которое имеет действительные корни только при условиях (18), при этом $\sigma_1 > \sigma_3 > k > k_1$, или $\sigma_1 > \sigma_3 > k_1 > k$.

При распространении плоской сдвиговой волны из бесконечности в пьезоэлектрическом полупространстве (7) в §1.7 показано, что в составном пространстве, когда по контактной плоскости $y=0$ пьезоэлектрик жестко скреплен с диэлектрическим полупространством, локализованные электроупругие волны не возбуждаются. Волновое поле состоит из падающей, отраженной и сопутствующей электроупругой волны в пьезоэлектрике, и преломленной, проходящей волны в диэлектрике.

Вторая глава посвящена исследованию задач дифракции сдвиговых поверхностных волн в составном электроупругом пространстве, когда между пьезоэлектрическим и диэлектрическим полупространствами по контактной поверхности $y=0$ осуществляется только электрический контакт (бесконечная трещина) (8) и $\sigma_{yz}(x,0,t)=0$. В диэлектрической среде ($y < 0$) металлический слой (электрод) занимает полуплоскость $y=-h, x < 0, -\infty < z < \infty$. Наличие полубесконечного металлического слоя приводит к распространению дифрагированных объемных и поверхностных электроупругих волн. Среда находится в условиях антиплоской деформации. Задача заключается в определении электроупругого волнового поля для пьезоэлектрического полупространства ($y > 0$) и электрического потенциала в диэлектрической среде ($y < 0$). Для определения амплитуды перемещения точек в полупространстве $y > 0$ и амплитуд электрических потенциалов в двух полупространствах имеем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + k^2 w &= 0 \\ & y > 0, \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + k^2 \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} w &= 0 \\ \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2} &= 0 \quad y < 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Решения уравнений должны удовлетворять следующим условиям при $y = -h$

$$\Phi_1(x, -h+0) = \Phi_1(x, -h-0) = \Phi^+(x), \quad (20)$$

$$D_{12}(x, -h+0) - D_{12}(x, -h-0) = -\varepsilon_0 \Psi^-(x),$$

В соотношениях (2.1.5) введены функции

$$\Phi^+(x) = \Phi_1(x_1, -h) \mathcal{G}(x), \quad \varepsilon_0 \Psi^-(x) = d(x) \mathcal{G}(-x), \quad (21)$$

где $d(x)$ представляет разницу значений индукции $D_{12}(x, y)$ на $y = -h+0$ и $y = -h-0$ при $x < 0$, $\mathcal{G}(x)$ - функция Хэвисайда.

Для решения поставленной задачи применяется действительное преобразование Фурье по координате x . Задача дифракции поверхностной электроупругой волны сводится к решению задачи типа Римана на действительной оси.

В §2.1 рассматривается задача дифракции распространяющейся из бесконечности поверхностной сдвиговой волны типа Гуляева-Блюстейна (9), (10) с волновым числом σ_1 , обусловленным наличием пьезоэффекта в полупространстве $y > 0$. Относительно трансформантов Фурье функций (21) $\bar{\Phi}^+(\sigma)$ и $\bar{\Psi}^-(\sigma)$ получается следующее функциональное уравнение, которое можно рассматривать как краевую задачу типа Римана на действительной оси

$$|\sigma| K(\sigma) (2\pi e_1 \delta(\sigma - \sigma_1) - \bar{\Phi}^+(\sigma)) = \bar{\Psi}^-(\sigma), \quad (22)$$

$$\text{Здесь } K(\sigma) = \frac{\varepsilon_0 K_0(\sigma) + \varepsilon_{11}(1 + \chi)}{\varepsilon_0 K_0(\sigma) + \varepsilon_{11}(1 + \chi)th|\sigma|h}, \quad e_1 = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_0} e^{-\sigma_1 h}.$$

Функция $K(\sigma)$ имеет нули только в точках $\pm\sigma_1$, и действительные полюсы только в точках $\pm\sigma_2$. Методом факторизации из (22) получим

$$\bar{\Phi}^+(\sigma) = ie_1 \frac{K^+(\sigma_1) \sqrt{\sigma_1}}{K^+(\sigma) (\sigma + i0)^{\frac{1}{2}} (\sigma - \sigma_1 + i0)}, \quad (23)$$

$$\bar{\Psi}^-(\sigma) = -ie_1 \frac{K^+(\sigma_1) \sqrt{\sigma_1} (\sigma - i0)^{\frac{1}{2}} K^-(\sigma)}{\sigma - \sigma_1 - i0}.$$

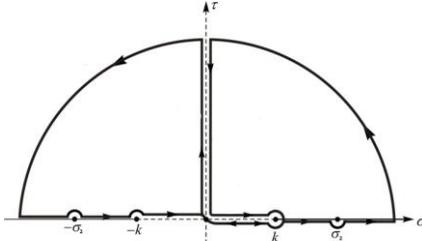
Дифрагированное волновое поле перемещений в пьезоэлектрической среде $y > 0$, при $x < 0$ представляется в виде

$$w(x, y) = -\frac{ie^{-\sigma_1 h} \varepsilon_{11} \varepsilon_0 \chi K^+(\sigma_1)}{2(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0) \pi (\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}(1 + \chi))} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V(\sigma) e^{-\sqrt{\sigma^2 - k^2} y} e^{-i\sigma x} d\sigma}{(\sigma - \sigma_1 + i0) \text{ch}|\sigma|h} \quad (24)$$

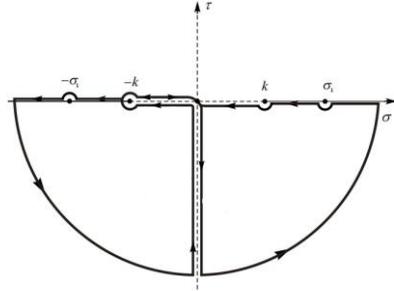
$$V(\sigma) = \frac{|\sigma|}{\sqrt{\sigma + i0} K^+(\sigma) \sqrt{\sigma^2 - k^2} K_2(\sigma)}$$

Преобразование интеграла проводится методом контурного интегрирования в комплексной плоскости $\alpha = \sigma + i\tau$, рассматривая при этом комплексную плоскость с разрезами, показанными на фиг.1. Путь интегрирования замыкается в верхней полу-плоскости. Аналитическое продолжение подынтегральной функции внутри контура

интегрирования имеет единственную особую точку $\sigma = \sigma_2$, где имеет простой полюс.



Фиг.1



Фиг.2

Дифрагированная, локализованная у граничной поверхности $y=0$, $x < 0$, волна распространяется со скоростью ω/σ_2

$$w_*^{(2)} = A_*^{(2)} e^{-\sqrt{\sigma_2^2 - k^2} y} e^{-i\sigma_2 x}, \quad (25)$$

$$A_*^{(2)} = - \frac{e^{-\sigma_1 h} \varepsilon_{11} \varepsilon_0 \chi \sqrt{\sigma_2} K^+(\sigma_1)}{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)(\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}(1 + \chi)) \sqrt{\sigma_2^2 - k^2} (\sigma_2 - \sigma_1) K_2'(\sigma_2) \operatorname{ch} \sigma_2 h}.$$

Волновое поле перемещений в пьезоэлектрической среде $y > 0$ при $x > 0$ представляется в виде

$$w(x, y) = e^{-\sqrt{\sigma_1^2 - k^2} y} e^{-i\sigma_1 x} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\sigma) e^{-\sqrt{\sigma^2 - k^2} y} e^{-i\sigma x} dx, \quad (26)$$

$$A(\sigma) = - \frac{ie^{-\sigma h} \varepsilon_{11} \varepsilon_0 \chi K^+(\sigma_1)}{(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)(\sigma - \sigma_1 - i0) \sqrt{\sigma^2 - k^2} (\varepsilon_0 K_0(\sigma) + \varepsilon_{11}(1 + \chi)) \operatorname{ch} |\sigma| h} (\sigma - i0)^{\frac{1}{2}} K^-(\sigma)$$

Аналитическое продолжение подынтегральной функции внутри контура интегрирования (фиг.2). имеет единственную особую точку $\sigma = -\sigma_1$. Дифрагированная, локализованная у граничной поверхности $y=0$, $x > 0$, волна распространяется со скоростью ω/σ_1

$$w_*^{(2)} = A_*^{(1)} e^{-\sqrt{\sigma_1^2 - k^2} y} e^{i\sigma_1 x}, \quad A_*^{(1)} = \frac{e^{-\sigma_1 h} i \varepsilon_{11} \varepsilon_0 \chi K^+(\sigma_1) \sqrt{\sigma_1} K^+(\sigma_1)}{2\sigma_1 \sqrt{\sigma_1^2 - k^2} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_0) (\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}(1 + \chi)) \operatorname{ch} \sigma_1 h K_1'(\sigma_1)}. \quad (27)$$

В пьезоэлектрическом полупространстве $y > 0$ распространяется также дифрагированная объемная затухающая волна.

В §2.2 рассматривается задача дифракции волны, когда из бесконечности $x < 0$ распространяется электроупругая поверхностная сдвиговая волна с волновым числом σ_2 , обусловленным наличием пьезоэффекта в полупространстве $y > 0$ и полубесконечным металлическим слоем в диэлектрике (12). Относительно функций $\bar{\Phi}^+(\sigma)$ и $\bar{\Psi}^-(\sigma)$ получается функциональное уравнение.

$$\bar{\Phi}^+(\sigma) + \frac{K(\sigma)}{2|\sigma|} (\bar{\Psi}^-(\sigma) - 2\pi\lambda_0\delta(\sigma + \sigma_2)) = 0 \quad (28)$$

$$K(\sigma) = \frac{\varepsilon_0 K_0(\sigma) + \varepsilon_{11}(1 + \chi)th|\sigma|h}{\varepsilon_0 K_0(\sigma) + \varepsilon_{11}(1 + \chi)}, \quad \lambda_0 = \frac{e_{15}\sigma_2}{\varepsilon_0 ch\sigma_2 h + \varepsilon_{11}sh\sigma_2 h}$$

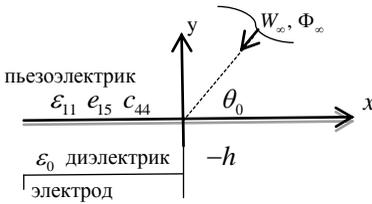
Функция $K(\sigma)$ имеет нули только в точках $\pm\sigma_2$, и действительные полюсы только в точках $\pm\sigma_1$. Методом факторизации из (28) получим

$$\bar{\Phi}^+(\sigma) = i\lambda_0 \frac{K^+(\sigma_2)K^+(\sigma)}{2(\sigma + i0)^{1/2}\sqrt{\sigma_2}(\sigma + \sigma_2 + i0)}, \quad \bar{\Psi}^-(\sigma) = -i\lambda_0 \frac{K^+(\sigma_2)(\sigma - i0)^{1/2}}{\sqrt{\sigma_2}K^-(\sigma)(\sigma + \sigma_2 - i0)} \quad (29)$$

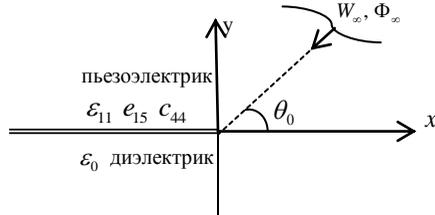
Показано, что в пьезоэлектрическом полупространстве кроме дифрагированных объемных, заглушающих электроупругих волн, распространяются также поверхностные (локализованные) волны, обусловленные пьезоэффектом и дифракцией падающей электроупругой поверхностной волны сдвига.

В третьей главе рассматриваются задачи дифракции плоской волны сдвига, которая в пьезоэлектрическом полупространстве распространяется из бесконечности под углом θ_0 ($0 < \theta_0 < \pi/2$) к плоскости $y = 0$ (7).

В § 3.1 рассматривается составное пространство, когда пьезоэлектрическое полупространство граничит без акустического контакта с диэлектрической средой $y < 0$. В диэлектрическом полупространстве металлический слой (электрод) занимает полуплоскость $y = -h$, $x < 0$ (фиг.3).



фиг.3



фиг.4

Ставится задача определения электроупругого волнового поля в рассматриваемой среде, обусловленного наличием пьезоэффекта в полупространстве $y > 0$ и полубесконечного металлического слоя в диэлектрическом полупространстве $y < 0$. Задача решается методом интегрального преобразования Фурье по x . Для определения трансформантов $\bar{\Phi}^+(\sigma), \bar{\Psi}^-(\sigma)$ получено уравнение

$$2|\sigma|K(\sigma)\bar{\Phi}^+(\sigma) + \bar{\Psi}^-(\sigma) = \frac{8\pi e_{15}k(1 + \chi)\cos\theta_0 e^{-kh\cos\theta_0}}{K_2(k\cos\theta_0)} \delta(\sigma - k\cos\theta_0), \quad (30)$$

$$K(\sigma) = \frac{K_1(\sigma)}{K_2(\sigma)} \cdot K_1(\sigma) = \varepsilon_{11}(1 + \chi) + \varepsilon_0 K_0(\sigma) \cdot K_2(\sigma) = \varepsilon_0(1 + e^{-2|\sigma|h})K_0(\sigma) + (1 + \chi)\varepsilon_{11}(1 - e^{-2|\sigma|h})$$

Функция $K(\sigma)$ имеет нули только в точках $\pm\sigma_1$, и полюсы – только в точках $\pm\sigma_2$.

Для искомых функций получено

$$\begin{aligned}\overline{\Psi}^-(\sigma) &= -\frac{4ie_{15}a_0(\sigma-i0)^{1/2}K^-(\sigma)}{\sigma-k\cos\theta_0-i0} \\ \overline{\Phi}^+(\sigma) &= \frac{2ie_{15}a_0}{(\sigma+i0)^{1/2}K^+(\sigma)(\sigma-k\cos\theta_0+i0)}\end{aligned}\quad (31)$$

Амплитуда перемещения в пьезоэлектрическом полупространстве, когда $x < 0$ представляется в виде

$$\begin{aligned}w(x, y) &= e^{-ikx\cos\theta_0-iky\sin\theta_0} + (A_2 - 1)e^{-ikx\cos\theta_0+iky\sin\theta_0} + \\ &+ B \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ie^{-|\sigma|/h} |\sigma| e^{-\sqrt{\sigma^2-k^2}y} e^{-i\sigma x} d\sigma}{\sqrt{\sigma^2-k^2}(\sigma+i0)^{1/2}K^+(\sigma)K_2(\sigma)(\sigma-k\cos\theta_0+i0)},\end{aligned}\quad (32)$$

а при $x > 0$

$$\begin{aligned}W(x, y) &= e^{-ikx\cos\theta_0-iky\sin\theta_0} + (A_1 - 1)e^{-ikx\cos\theta_0+iky\sin\theta_0} + \\ &+ B \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i(\sigma-i0)^{1/2}K^-(\sigma)e^{-|\sigma|/h} e^{-\sqrt{\sigma^2-k^2}y} e^{-i\sigma x} d\sigma}{\sqrt{\sigma^2-k^2}K_1(\sigma)(\sigma-k\cos\theta_0-i0)},\end{aligned}\quad (33)$$

$$A_2 = 2A_0, \quad \pi B = -\varepsilon_0\varepsilon_{11}\chi a_0, \quad A_1 = \frac{2(1+\chi)(\varepsilon_{11} + \varepsilon_0)}{K_1(k\cos\theta_0)},$$

После контурного интегрирования (32), перемещение получено в виде суммы регулярных интегралов, амплитуд падающей и отраженной волн и поверхностной волны

$$\begin{aligned}w(x, y) &= e^{-ikx\cos\theta_0-iky\sin\theta_0} + (A_2 - 1)e^{-ikx\cos\theta_0+iky\sin\theta_0} + \\ &+ I_{20}^{(1)}(x, y) + I_2^{(2)}(x, y) + A_*^{(2)}e^{-\sqrt{\sigma_2^2-k^2}y} e^{i\sigma_2|x|}\end{aligned}\quad (34)$$

Асимптотическое представление перемещений пьезоэлектрика на граничной поверхности ($y = 0$) при $x \rightarrow -\infty$ имеет вид

$$\begin{aligned}w(x, 0) &= A_2 e^{-ikx\cos\theta_0} + A_*^{(2)} e^{i\sigma_2|x|} + B_2 e^{i(kx-\frac{\pi}{4})} (|kx|^{-\frac{3}{2}} + \\ &+ O(|kx|^{-\frac{5}{2}})) + b_2 (|kx|^{-\frac{3}{2}} + O(|kx|^{-\frac{5}{2}}))\end{aligned}\quad (35)$$

Волновое поле состоит из падающей волны, отражённой волны, дифрагированной затухающей объёмной волны, волны, распространяющейся от граничной поверхности в пьезоэлектрическую среду (имеющей неволновой характер по x), и, наконец, поверхностной (локализованной у граничной поверхности) волны с волновым числом σ_2 .

После контурного интегрирования (33), обнаруживается поверхностная волна при $x > 0$ с волновым числом σ_1 и амплитудой

$$w_*(x, y) = A_*^{(1)} e^{-\sqrt{\sigma_1^2-k^2}y} e^{i\sigma_1 x}\quad (36)$$

Аналогично, как и при $x < 0$, решение представляется в виде суммы регулярных интегралов, амплитуд падающей и отражённой волн, и поверхностной волны. Асимптотика перемещений на граничной поверхности при $x \rightarrow +\infty$ имеет вид:

$$w(x, 0) = A_1 e^{-ikx \cos \theta_0} + A_2^{(1)} e^{i\sigma_1 x} + B_1 e^{i(kx + \frac{\pi}{4})} \left((kx)^{\frac{3}{2}} + O(kx)^{\frac{5}{2}} \right) + b_1 \left((kx)^{\frac{5}{2}} + O((kx)^{\frac{3}{2}}) \right) \quad (37)$$

В § 3.2 рассмотрена также дифракция плоской волны сдвига на полубесконечной трещине между пьезоэлектрическим и диэлектрическим полупространствами. По остальной части контактной плоскости пьезоэлектрическая среда жестко скреплена с диэлектрической (фиг.4). Среда находится в условиях антиплоской деформации. Условия на контактной плоскости разнородных полупространств $y=0$ представляются в виде

$$c_{44} \frac{\partial w}{\partial y} + e_{15} \frac{\partial \Phi}{\partial y} = c_{44}^{(1)} \frac{\partial w_1}{\partial y} = q_+(x),$$

$$w(x, +0) - w_1(x, -0) = \psi_-(x), \quad (38)$$

$$\Phi(x, y) = \Phi_1(x, y), \quad D_2(x, y) = D_{21}(x, y),$$

где $q_+(x)$ – напряжение при $y=0$, а $\psi_-(x)$ – разность перемещений на $y = \pm 0$,

$$D_2(x, y) = e_{15} \frac{\partial w}{\partial y} - \varepsilon_{11} \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad D_{21}(x, y) = -\varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}$$

Задача решается методом интегрального преобразования Фурье по x , и уравнение, определяющее функции $\bar{q}_+(\sigma), \bar{\psi}_-(\sigma)$, сводится к следующему виду

$$c_{44} c_1 \sqrt{\sigma^2 - k^2} L(\sigma) \bar{\psi}_-(\sigma) + \bar{q}_+(\sigma) + \frac{4\pi i c_{44} (1 + \chi) k \sin \theta_0}{k_2 (k \cos \theta_0)} \delta(\sigma - k \cos \theta_0), \quad (39)$$

$$\text{где } c_1 = \frac{c_{44}^{(1)} \varepsilon_1}{c_{44} \varepsilon_1 + c_{44}^{(1)}}, \quad \varepsilon_1 = 1 + \chi \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}},$$

$$L(\sigma) = \frac{c_{44}^{(1)} \sqrt{\sigma^2 - k_1^2} K_1(\sigma)}{c_1 \sqrt{\sigma^2 - k^2} K_3(\sigma)}, \quad K_1(\sigma) = (1 + \chi) \sqrt{\sigma^2 - k^2} - \frac{\varepsilon_0 \chi |\sigma|}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{11}},$$

$$K_3(\sigma) = c_{44} K_1(\sigma) + c_{44}^{(1)} \sqrt{\sigma^2 - k_1^2},$$

При условиях (18) функция $K_3(\sigma)$ имеет нули только в точках $\pm \sigma_3$, следовательно функция $L(\sigma)$ имеет нули только в точках $\pm \sigma_1$ и полюсы в точках $\pm \sigma_3$. Решения функционального уравнения (39) имеют вид

$$\bar{\psi}_-(\sigma) = -\frac{2\lambda}{c_1 \sqrt{\sigma - k} L(\sigma) (\sigma - k \cos \theta_0 - i0)},$$

$$\bar{q}_+(\sigma) = \frac{2c_{44} \lambda \sqrt{\sigma + k} L^+(\sigma)}{\sigma - k \cos \theta_0 + i0}, \quad (40)$$

Определяется волновое поля как для пьезоэлектрического полупространства, так и для диэлектрического. Функция перемещения при $y > 0, x < 0$ имеет вид

$$w(x, y) = e^{-ikx \cos \theta_0 -iky \sin \theta_0} + (2A_0 - 1) e^{-ikx \cos \theta_0 +iky \sin \theta_0} + J_1(x, y),$$

$$J_1(x, y) = \frac{\lambda}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\sigma + kL^+}(\sigma) e^{-\sqrt{\sigma^2 - k^2}y} e^{-i\sigma x}}{K_1(\sigma)(\sigma - k\cos\theta_0 + i0)} d\sigma, \quad (41)$$

а волновое поле $y > 0$, $x > 0$

$$w(x, y) = e^{-ikx \cos \theta_0 - iky \sin \theta_0} + (2B_0 - 1)e^{-ikx \cos \theta_0 + iky \sin \theta_0} - J_2(x, y)$$

$$J_2(x, y) = \frac{\lambda}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{44}^{(1)} \sqrt{\sigma^2 - k_1^2} e^{-\sqrt{\sigma^2 - k^2}y} e^{-i\sigma x}}{c_1 \sqrt{\sigma - k} K_3(\sigma) L^-(\sigma)(\sigma - k\cos\theta_0 - i0)} d\sigma \quad (42)$$

После контурного интегрирования интеграл $J_1(x, y)$ представлен в виде суммы регулярных интегралов. Следовательно, функция амплитуды перемещения в пьезоэлектрическом полупространстве $y > 0$ при $x < 0$ имеет вид

$$w(x, y) = e^{-ikx \cos \theta_0 - iky \sin \theta_0} + (2A_0 - 1)e^{-ikx \cos \theta_0 + iky \sin \theta_0} + J_{10}^{(1)}(x, y) + J_1^{(2)}(x, y) + A_*^{(1)} e^{-\sqrt{\sigma_1^2 - k^2}y} e^{-i\sigma_1 x} \quad (43)$$

Волновое поле состоит из падающей и отраженной волн, дифрагированных затухающих объемных волн, а также дифрагированной, локализованной у граничной поверхности $y = 0$, поверхностной волны $w_*^{(1)}(x, y) = A_*^{(1)} e^{-\sqrt{\sigma_1^2 - k^2}y} e^{-i\sigma_1 x}$. Поверхностная волна распространяется по оси x с волновым числом σ_1 , со скоростью ω/σ_1 и затухает при $y \rightarrow \infty$. Дифрагированные волны обусловлены наличием полубесконечной трещины, а появление поверхностной волны обусловлено также пьезоэффектом в полупространстве $y > 0$. Асимптотическое представление перемещений на плоскости $y = 0$ при $x \rightarrow -\infty$ имеет вид

$$w(x, 0) = 2A_0 e^{-ikx \cos \theta_0} + A_*^{(1)} e^{-i\sigma_1 x} + B^{(1)} e^{ikx} \left| kx \right|^{-\frac{3}{2}} + 0 \left(\left| kx \right|^{-\frac{5}{2}} \right) \quad (44)$$

Контурное интегрирование позволило представить интеграл $J_2(x, y)$ в виде суммы регулярных интегралов и функции амплитуды локализованной волны. Теперь уже функция перемещения в пьезоэлектрическом полупространстве $y > 0$ при $x > 0$ представляется в виде

$$w(x, y) = e^{-ikx \cos \theta_0 - iky \sin \theta_0} + (2B_0 - 1)e^{-ikx \cos \theta_0 + iky \sin \theta_0} + J_{20}^{(1)}(x, y) + J_2^{(2)}(x, y) + A_*^{(2)} e^{-\sqrt{\sigma_3^2 - k^2}y} e^{i\sigma_3 x} \quad (45)$$

Асимптотическое представление на контактной плоскости $y = 0$ при $x \rightarrow \infty$

$$w(x, 0) = 2A_0 e^{-ikx \cos \theta_0} + A_*^{(2)} e^{i\sigma_3 x} + B^{(2)} e^{ikx} \left| kx \right|^{-\frac{3}{2}} + 0 \left(\left| kx \right|^{-\frac{5}{2}} \right) \quad (46)$$

Волновое поле перемещений состоит из падающей волны, отраженной волны и дифрагированных затухающих объемных волн и распространяющейся по направлению x к $+\infty$ со скоростью ω/σ_3 (σ_3 - волновое число) локализованной волны $w_*^{(2)}(x, y) = A_*^{(2)} e^{-\sqrt{\sigma_3^2 - k^2}y} e^{i\sigma_3 x}$. Следует отметить, что если локализованная волна существует, т.е. электромеханические характеристики удовлетворяют условиям (18), то скорость ее распространения больше, чем скорость поверхностной волны $w_*^{(1)}(x, y)$,

распространяющейся по x к $-\infty$, когда между пьезоэлектрическим и диэлектрическим полупространствами отсутствует акустический контакт (трещина).

Наличие полубесконечной трещины между пьезоэлектрическим и диэлектрическим полупространствами, когда они жестко скреплены по остальной части контактной плоскости, приводит к дифракции падающей плоской сдвиговой волны, и возбуждению двух локализованных (поверхностных) волн.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию задач дифракции волн сдвига в составном электроупругом пространстве, когда пьезоэлектрическое полупространство-пьезоэлектрик гексагональной симметрии класса $6mm$, граничит с диэлектрическим. Рассмотрены новые задачи о распространении и дифракции сдвиговых волн на основе линейной теории электроупругости при квазистатическом приближении. Исследование волнового процесса позволило выявить новые свойства и особенности, присущие взаимосвязанным средам и полям, обусловленные пьезоэффектом и дифракцией электроупругих волн на полубесконечном металлическом слое (электроде) и на полубесконечной трещине. Для решения задач использованы методы динамической теории упругости и математической физики. Задачи решены методом интегрального преобразования Фурье, с использованием аппарата обобщенных функций и методов теории функции комплексного переменного. Рассмотренные задачи дифракции сводятся к решению функционального уравнения типа Римана на действительной оси, для решения которого используется метод факторизации.

Исследование волнового процесса усложняется не только ярко выраженной анизотропией пьезоэлектрика, но и рядом новых свойств, проявляющихся в результате взаимодействия физических полей разной природы. Различные физико-механические свойства контактирующих сред приводят к существенным изменениям волнового поля. Обнаружение этих изменений и является результатом диссертационной работы.

- Показано, что в составном пространстве, когда пьезоэлектрическое полупространство жестко скреплено с диэлектрическим, при некоторых значениях электроупругих параметров сред могут распространяться локализованные у контактной поверхности электроупругие сдвиговые волны, и скорость распространения этих волн больше, чем скорость поверхностной волны при безакустическом контакте между полупространствами.
- Исследованы, новые по постановке, задачи дифракции сдвиговых электроупругих волн, когда в диэлектрическом полупространстве находится полубесконечный металлический слой (электрод), а пьезоэлектрическое полупространство без акустического контакта граничит с диэлектрическим.
- В задаче о дифракции поверхностной волны типа Гуляева-Блюстейна появляется сдвиговая поверхностная волна, обусловленная наличием полубесконечного электрода в диэлектрике, и распространяющаяся со скоростью меньшей, чем

волны Гуляева-Блюстейна. Наличием полубесконечного электрода обусловлена также дифрагированная затухающая объемная волна.

- Показано, что при дифракции плоской волны сдвига, когда пьезоэлектрическое полупространство граничит с диэлектрическим без акустического контакта (бесконечная трещина), возбуждаются две поверхностные волны сдвига, обусловленные наличием полубесконечного электрода в диэлектрике. Появляется также волна, распространяющаяся от граничной плоскости вглубь пьезоэлектрика.
- Дифракция плоской электроупругой сдвиговой волны на полубесконечной трещине между пьезоэлектрическим и диэлектрическим полупространствами, когда по остальной части контактной плоскости полупространства жестко скреплены, приводит к распространению одной или двух локализованных (поверхностных) волн, обусловленных пьезоэффектом и наличием полубесконечной трещины.

СПИСОК НАУЧНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Григорян Э.Х., Джилаван С.А. Казарян А.А. Дифракция сдвиговой плоской волны на полубесконечной трещине в пространстве пьезоэлектрик-диэлектрик. «Проблемы взаимодействия деформированных сред» 7 – ая межд. конф. Горис-Степанакерт, 2011г., с. 137-144.
2. Джилаван С.А., Казарян А.А. Дифракция плоской сдвиговой волны в пьезоэлектрическом полупространстве при полубесконечном металлическом слое в диэлектрике. Изв. НАН Арм., Механика. т.68, № 1, 2015, с. 45-57.
3. Казарян А.А. Дифракция электроупругой сдвиговой поверхностной волны на полубесконечном металлическом слое в пространстве пьезоэлектрик-диэлектрик.: Сборник научных трудов международной школы-конференции молодых ученых посвященной 70-летию основания Национальной Академии Наук Армении: 2013г., с. 171-175.
4. Казарян А.А. Дифракция поверхностной волны сдвига в пространстве пьезоэлектрик-диэлектрик при полубесконечном металлическом слое в диэлектрике. «Проблемы взаимодействия деформированных сред» 8 – ая межд. конф. Горис-Степанакерт 2014г., с. 232-237.
5. Shakhbazyan G.A., Ghazaryan H. A. Diffraction of shear plane electro-elastic wave on the semi-infinite metallic layer in the piezoelectric semi-space.: Proceedings of the YSU physical and mathematical sciences, Vol. 1, 2012, pp 33-37

Ամփոփում

Սահքի ալիքի դիֆրակցիան ճաք և էլեկտրոդ պարունակող էլեկտրաառաձգական բաղադրյալ տարածությունում

Ատենախոսությունը նվիրված է սահքի էլեկտրաառաձգական ալիքի դիֆրակցիայի խնդիրների հետազոտմանը, երբ հեքսագոնալ համաչափությամբ 6mm դասի պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունը սահմանակցում է դիէլեկտրականին: Էլեկտրաառաձգականության գծային տեսության հիման վրա, քվադրատատիկական մոտավորությամբ դիտարկված են սահքային ալիքների տարածման և դիֆրակցիայի նոր խնդիրներ: Բացահայտվել են փոխկապակցված միջավայրերին և դաշտերին բնորոշ նոր հատկություններ և առանձնահատկություններ՝ պայմանավորված պիեզոհատկությամբ և կիսասանվերջ մետաղական շերտի (էլեկտրոդի) կամ կիսասանվերջ ճաքի վրա էլեկտրաառաձգական ալիքների դիֆրակցիայով:

Ատենախոսության առաջին գլխում հետազոտվել են սահքային էլեկտրաառաձգական մակերևութային ալիքների գոյության և տարածման հարցեր միմյանց հետ սահմանակցող պիեզոէլեկտրական և դիէլեկտրական կիսատարածություններում, երբ նրանց այդ կապը ակուստիկական է կամ ոչ, երբ դիէլեկտրիկում առկա է անվերջ էլեկտրոդ: Երկրորդ գլխում դիտարկված են բաղադրյալ տարածությունում սահքի էլեկտրաառաձգական մակերևութային ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրներ, երբ դիէլեկտրական կիսատարածությունում առկա է կիսասանվերջ էլեկտրոդ, իսկ կիսատարածությունը սահմանակցում է պիեզոէլեկտրական միջավայրի հետ առանց մեխանիկական կապի (անվերջ ճաք): Երրորդ գլխում ուսումնասիրված են սահքի էլեկտրաառաձգական հարթ ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրներ: Նախ դիտարկված է հարթ ալիքի դիֆրակցիայի խնդիր, երբ դիէլեկտրիկում տեղադրված է կիսասանվերջ էլեկտրոդ, իսկ բաղադրյալ տարածության երկու մասերը միմյանցից անջատված են անվերջ ճաքով՝ չկա մեխանիկական կապ: Այս գլխում ուսումնասիրված է նաև սահքի հարթ ալիքի դիֆրակցիան պիեզոէլեկտրական և դիէլեկտրական կիսատարածությունների միջև եղած կիսասանվերջ ճաքի վրա, երբ կոնտակտի հարթության մնացած մասում նրանք ամրակցված են: Դիտարկված խնդիրներում կիսասանվերջ էլեկտրոդի կամ ճաքի առկայությունը հանդիսանում է էլեկտրաառաձգական մակերևութային (տեղայնացված) երկու ալիքների տարածման պատճառ:

Խնդիրների լուծման համար օգտագործվել են առաձգականության դինամիկական տեսության և մաթեմատիկական ֆիզիկայի մեթոդներ, Ֆուրյեի ինտեգրալ ձևափոխության և կոմպլեքս փոփոխականի ֆունկցիաների տեսության մեթոդներ: Ալիքների դիֆրակցիայի դիտարկված խնդիրները բերված են իրական առանցքի վրա Ռիմանի տիպի ֆունկցիոնալ հավասարման, որը լուծվում է ֆակտորիզացիայի մեթոդով:

Ալիքային պրոցեսի հետազոտությունը բարդանում է ոչ միայն պիեզոէլեկտրիկի անիզոտրոպիայի պատճառով, այլ մի շարք նոր հատկություններով, որոնք ի հայտ են գալիս տարբեր բնույթի ֆիզիկական դաշտերի փոխազդեցության արդյունքում:

Փոխազդեցության մեջ գտնվող միջավայրերի ֆիզիկամեխանիկական տարբեր հատկությունները բերում են ալիքային դաշտի էական փոփոխության: Այդ փոփոխությունների բացահայտումը ատենախոսության հիմնական արդյունքն է:

- Ցույց է տրված, որ բաղադրյալ տարածությունում, երբ պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունը կոշտ ամրակցված է դիէլեկտրականի հետ, միջավայրերի էլեկտրաառաձգական պարամետրերի որոշ արժեքների դեպքում կարող են տարածվել կոնտակտային մակերևույթի մոտ տեղայնացված սահքային ալիքներ, որոնց տարածման արագությունը մեծ է, քան Գույան-Բյուստեյնի տիպի մակերևութային ալիքի արագությունը:
- Հետազոտվել են էլեկտրաառաձգական սահքային ալիքների դիֆրակցիայի նոր դրվածքով խնդիրներ, երբ դիէլեկտրական կիսատարածությունում առկա է կիսաանվերջ մետաղական շերտ (էլեկտրոդ), իսկ պիեզոէլեկտրական կիսատարածությունը առանց ակուստիկ կապի սահմանակցում է դիէլեկտրականի հետ:
- Գույան-Բյուստեյնի տիպի մակերևութային ալիքի դիֆրակցիայի խնդրում առաջանում է ավելի մեծ արագությամբ տարածվող և դիէլեկտրիկում կիսաանվերջ էլեկտրոդի առկայությամբ պայմանավորված սահքի մակերևութային ալիք:
- Ցույց է տրված, որ սահքի հարթ ալիքի դիֆրակցիայի դեպքում, երբ պիեզոէլեկտրական և դիէլեկտրական կիսատարածությունները մեխանիկական կապի մեջ չեն, գրգռվում են սահքի երկու մակերևութային ալիքներ պայմանավորված դիէլեկտրական կիսատարածությունում առկա կիսաանվերջ էլեկտրոդով: Առաջանում է նաև սահմանային հարթությունից դեպի պիեզոէլեկտրիկի խորքը տարածվող ալիք:
- Պիեզոէլեկտրական և դիէլեկտրական կիսատարածությունների միջև եղած կիսաանվերջ ճաքի վրա սահքի էլեկտրաառաձգական հարթ ալիքի դիֆրակցիան բերում է տեղայնացված ալիքների տարածման պայմանավորված պիեզոհատկությամբ և ճաքի առկայությամբ:

SUMMARY

The present scientific thesis is devoted to the research of the diffraction problem of the shear electro-elastic wave when the piezoelectric semi-plane of 6mm hexagonal symmetric class borders with the dielectric one. On the basis of electro-elastic linear theory by means of quasi-static approximation new problems of propagation and diffraction of shear waves are considered. New properties and peculiarities typical of mutually connected environments and fields have been revealed depending on the piezoelectric property and diffraction of electro-elastic waves on the semi-infinite metallic layer (electrode) or semi-infinite crack.

In the first chapter of the research paper the questions of existence and propagation of shear electro-elastic surface waves in bordering piezoelectric and dielectric semi-spaces have been studied whether their connection is acoustic or not in the presence of an infinite electrode in the dielectric.

In the second chapter the diffraction problems of shear electro-elastic surface waves in the compound space are considered when there is a semi-infinite electrode in the dielectric semi-space, and the semi-space borders with the piezoelectric environment without any mechanical connection (an infinite crack).

In the third chapter the diffraction problems of shear electro-elastic smooth waves are studied. First, the diffraction problem of the smooth wave is considered when there is a semi-infinite electrode substituted in the dielectric and both parts of the compound space are separated by an infinite crack, that is, there is no mechanical connection. In this chapter the diffraction of the shear smooth wave is studied on the semi-infinite crack between the piezoelectric and dielectric semi-spaces when they are fixed in the remaining part of the contact plane. In the considered problems the existence of semi-infinite electrode or crack is the cause of propagation of two electro-elastic surface (localized) waves.

For the solution of the problems the methods of elastic dynamical theory and mathematical physics, as well as Fourier's integral transformation and theory of complex variable functions have been used. The considered wave diffraction problems have been reduced to functional equation of Riemann's type on the real axis which is solved by means of the factorization method.

The study of the wave process becomes complicated not only because of vividly expressed anisotropy of the piezoelectric but also of a series of new properties which appear in the result of interaction of various physical fields.

The physical-mechanical different properties of the mutually interconnected environments cause essential changes in the wave field. The discovery of the above mentioned changes is the main result of the present thesis.

- It is shown that in the compound space when the piezoelectric semi-space is firmly fixed with the dielectric, for certain values of electro-elastic parameters of the environments,

shear waves localized by the contact surface may propagate, the rate of their propagation being greater than the rate of the surface wave of Gulyayev-Bleuistein type.

- Diffraction problems of electro-elastic shear waves have been studied with new set-up when there is a semi-infinite metallic layer (electrode) in the dielectric semi-space, and the piezoelectric semi-space without acoustic connection borders with the dielectric one.
- In the Gulyayev-Bleuistein type diffraction problem of surface wave it is generated a shear surface wave which is of higher speed and depends on the existence of the semi-infinite electrode.
- It is shown that in the case of diffraction of shear smooth wave when piezoelectric and dielectric semi-spaces are not connected mechanically, two surface waves are stimulated depending on the semi-infinite electrode in the dielectric semi-space. It is also generated a wave which propagates from the bordering plane towards the depth of the piezoelectric one.
- -The diffraction of the shear electro-elastic smooth wave on the semi-infinite crack between the piezoelectric and dielectric semi-spaces promotes the propagation of localized waves depending on the piezoelectric property and existence of the crack.