

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ԱՄԻՐԴՋԱՆՅԱՆ ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆ ԱՐՄԵՆԻ

ՀԱՎԱՍԱՐԱՉՍՓ ՇԱՐԺՎՈՂ ԲԱՑԱՐՁԱԿ ԿՈՇՏ ԴՐՈՇՄՆԵՐԻ
ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՀԱՄԱՍԵՌ և ԲԱՂԱԴՐՅԱԼ
ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՀԵՏ

Ա.02.04.- « Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա »
մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների
թեկնածուի զիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2011

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

АМИРДЖАНЫН АРУТЮН АРМЕНОВИЧ

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩИХСЯ
АБСОЛЮТНО ЖЁСТКИХ ШТАМПОВ С ОДНОРОДНЫМИ И
СОСТАВНЫМИ ТЕЛАМИ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.02.04- 'Механика
деформируемого твердого тела'

ЕРЕВАН-2011

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝

Ֆ.մ.գ.դ. Վ.Ն.Հակոբյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

Ֆ.մ.գ.դ., ՀՀ ԳԱԱ թղթ.-անդ.Ա.Ս.Ավետիսյան
Ֆ.մ.գ.թ. Կ.Լ.Աղայան

Առաջատար կազմակերպություն

Երևանի ճարտարապետության և
շինարարության պետական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 6 մայիսի 2011թ. ժ. 14 –ին

Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդում
(Հասցեն՝ 375019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24բ, avсах@mechins.sci.am)

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի
գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 5 ապրիլի 2011 թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, տ.գ.դ. պրոֆ



Ռ.Ս.Չիրակոսյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА

Научный руководитель:

д.ф.м.н. В.Н.Акопян

Официальные оппоненты:

д.ф.м.н., чл.-корр. НАН РА А.С.Аветисян
к.ф.-м.н. К.Л.Агаян

Ведущая организация:

Ереванский Государственный
университет архитектуры и строительства.

Защита состоится 6 мая 2011г. в 14⁰⁰ на заседании специализированного совета
047 в Институте механики.

Адрес: 375019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24б, avсах@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 5 апреля 2011г.

Ученый секретарь
специализированного совета
д.т.н. профессор.



Р.М.Киракосян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Теория контактных и смешанных задач механики деформируемого тела, одна из обширных областей современных, интенсивно развивающихся научных исследований. Эти исследования стимулируются как внутренней логикой развития теории, так и возрастающими запросами инженерной практики. В последнее время достигнут значительный прогресс как в разработке новых физических моделей контакта деформируемых тел, так и в разработке эффективных аналитических и численных методов исследования контактных задач.

На базе мощных аналитических методов математической физики и алгоритмов вычислительной математики построены эффективные решения ряда сложных контактных и смешанных задач, для основных механических характеристик получены простые формулы. Многие результаты по исследованию указанного круга задач нашли важное применение в вопросах прочности и жесткости машин и их деталей в машиностроении, в расчетах разнообразных промышленных и гидротехнических сооружений, в сейсмологии, при проектировании летательных аппаратов.

В инженерной практике часто встречаются конструкции и сооружения или их детали, которые по конструктивным условиям изготовления содержат концентраторы напряжения типа штампов, инородных включений, накладок, отверстий и угловых точек. Характерной особенностью напряженного состояния таких конструкций является то, что вокруг этих концентраторов образуются локальные, большие и интенсивно изменяющиеся поля напряжений, которые приводят к разрушению этих конструкций и деталей. Поэтому исследование напряженного состояния массивных тел, содержащих концентраторы напряжений, в целом, а также локальных полей напряжений, возникающих вокруг концентраторов, является актуальной научной проблемой.

Цель работы. Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию контактных задач о равномерном движении абсолютно жёстких штампов по границе кусочно-однородной полуплоскости и по внутренней поверхности бесконечного полого цилиндра, когда его внешняя поверхность свободно от напряжений или жестко закреплена, и выявлению закономерностей изменения контактных давлений в зависимости от физико-механических параметров поставленных задач. При этом, в рамках закона Кулона сухого трения, учитываются также силы трения, возникающие в зонах контакта штампов с основаниями.

Научная новизна. Сочетанием метода сингулярных интегральных уравнений и численно-аналитического метода дискретных особенностей построены эффективные решения ряда контактных задач о равномерном движении абсолютно жёстких штампов по границе кусочно-однородной полуплоскости и по внутренней поверхности бесконечного полого цилиндра с учётом сил трения. Выявлены закономерности изменения контактных давлений как под штампами, так и на линии стыка полосы с полуплоскостью в зависимости от изменения геометрических и физико-механических параметров поставленных задач.

Показано, что в случае движения двух штампов, когда приведенное расстояние между штампами меньше определенной величины, возможен отрыв передней части второго штампа от основания.

Практическая ценность работы. Результаты полученные в работе обоснованы использованием известных точных математических и численных методов и могут быть использованы при решении ряда контактных и смешанных задач теории упругости, а также при расчетах прочности и жесткости различных деталей в машиностроении, в практике дорожных покрытий и в других отраслях прикладной механики и практики.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на:

- международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Цахкадзор, Армения, 2007),
- South-Caucasian Summer School, Mathematical Modeling of Thin Structures, Tsakhkadzor, Armenia 2008;
- VI -ой международной конференции «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред» (Горис, Армения, 2008)
- международной школе-конференции молодых учёных “Механика 2009” , Агавнадзор, Армения, 2009г.
- II-ой международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Дилижан, Армения, 2010).
- семинарах имени Н.Х.Арутюняна Института механики НАН РА (Ереван, 2008-2010г.),

Диссертационная работа в целом обсуждена на заседании отдела “Механика упругих и вязкоупругих тел” Института механики НАН РА и на общем семинаре Института механики НАН РА. (Ереван, 2011г.).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликованы 6 научных статей список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, кратких выводов и списка цитируемой литературы. Общий объем работы составляет 106 страниц печатного текста и содержит 33 фигуры, а список литературы содержит 126 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель и круг обсуждаемых в ней вопросов, дан краткий обзор работ, связанных с рассмотренными в диссертации вопросами и изложено краткое содержание диссертации.

Первая глава имеет вспомогательный характер. Здесь вкратце изложен метод дискретных особенностей для решения сингулярных интегральных уравнений второго рода с действительными коэффициентами.

В первом и во втором параграфах этой главы описан метод дискретных особенностей для решения сингулярных интегральных уравнений второго рода с действительными коэффициентами, вида

$$\lambda\varphi(y) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(x)}{x-y} dx + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 K(x-y)\varphi(x) dx = f(y) \quad (-1 < y < 1)$$

где $K(x-y)$ и $f(y)$ - функции, удовлетворяющие условию Гельдера на замкнутом интервале $[-1, 1]$ по каждой из своих аргументов.

Решение $\varphi(x)$ уравнения ищется в виде

$$\varphi(x) = \varphi^*(x)(1-x)^\alpha (1+x)^\beta \quad (\alpha, \beta > -1)$$

где функция $\varphi^*(x)$ принадлежит классу H , а показатели α и β определяются из уравнений

$$\operatorname{ctg} \pi\alpha + \lambda = 0, \quad \operatorname{ctg} \pi\beta - \lambda = 0,$$

в соответствии со значением индекса задачи $\kappa = \alpha + \beta = \{-1, 0, 1\}$.

Заменяя регулярную функцию $\varphi^*(x)$ интерполяционным многочленом Лагранжа по корням $\xi_i (i=1, n)$ многочлена Якоби $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$, решение уравнения сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно $\varphi^*(\xi_i) (i=1, n)$

$$\sum_{i=1}^n w_i \left[\frac{1}{\xi_i - \zeta_k} + K(\xi_i - \zeta_k) \right] \varphi^*(\xi_i) = f(\zeta_k) \quad (k=1, 2, \dots, n+\kappa)$$

Здесь $\zeta_k (k=1, n+\kappa)$ - корни многочлена $P_{n+\kappa}^{(-\alpha, -\beta)}(x)$.

В третьем параграфе первой главы получены новые квадратурные формулы для случая, когда регулярное ядро, имеет слабую особенность типа логарифмической или ступенчатой функции. т.е. представимо в виде

$$K(z) = -\log|z| K_L(z) + \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(z) K_S(z) + K_R(z);$$

где $K_{L,S,R}(z)$ - достаточно гладкие функции, хорошо аппроксимируемые полиномами. Получены формулы

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \operatorname{sgn}(x-y) \varphi^*(x) \omega(x) dx &\approx \sum_{i=1}^n w_i \chi_{S_i}(y) \varphi^*(\xi_i) \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \ln \frac{1}{|x-y|} \varphi^*(x) \omega(x) dx &\approx \sum_{i=1}^n w_i \chi_{L_i}(y) \varphi^*(\xi_i) \end{aligned}$$

где

$$\chi_{(S,L)_i}(y) = \pi \sum_{k=0}^{n-1} \frac{P_k^{(\alpha, \beta)}(\xi_i)}{\gamma_k} I_{(S,L)_k}(y);$$

$$I_{Ln}(t) = -\frac{\cot \pi \alpha}{2n} \omega(t) (1-t^2) P_{n-1}^{(\alpha+1, \beta+1)}(t) - \frac{2^{\alpha+\beta+1}}{n \sin \pi \alpha} P_{n+\alpha+\beta+1}^{(-\alpha-1, -\beta-1)}(t);$$

$$I_{L0}(t) = \frac{2^{\alpha+\beta+1}}{\pi} B(\alpha+1, \beta+1) \left(\psi(\alpha+\beta+2) - \psi(\alpha) - \pi \operatorname{ctg} \pi \alpha - \ln 2 - \frac{1}{\alpha} + \right. \\ \left. + \frac{B_{(t+1)/2}(\beta+1, \alpha+1)}{B(\alpha+1, \beta+1)} \pi \operatorname{ctg} \pi \alpha - \frac{(t-1)(\alpha+\beta+1)}{2\alpha} {}_3F_2 \left(1, 1, -\alpha-\beta; 2, 1-\alpha; \frac{1-t}{2} \right) \right);$$

$$I_{Sn}(t) = \frac{1}{2n} \omega(t) (1-t^2) P_{n-1}^{(\alpha+1, \beta+1)}(t);$$

$$I_{S0}(t) = 2^{\alpha+\beta} (B(\alpha+1, \beta+1) - 2B_{(t+1)/2}(\beta+1, \alpha+1));$$

$$\gamma_k = \frac{2^{\alpha+\beta+1} \Gamma(k+\alpha+1) \Gamma(k+\beta+1)}{(2k+\alpha+\beta+1) \Gamma(k+1) \Gamma(k+\alpha+\beta+1)}.$$

Эти формулы позволяют применить метод дискретных особенностей и в случае, когда регулярное ядро уравнения имеет слабые особенности, так как обеспечивают точность вычисления регулярного ядра.

Вторая глава посвящена исследованию контактных задач о вдавлении равномерно движущихся штампов в составную полуплоскость, состоящую из бесконечной полосы и полуплоскости.

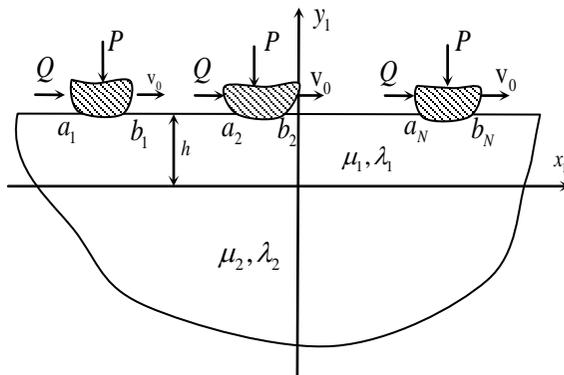


Рис. 1.

В первом параграфе в условиях плоской деформации построены функции влияния для составной полуплоскости от равномерно движущихся сосредоточенных силовых нагрузок в случаях, когда между полосой и полуплоскостью имеют место условия жёсткого сцепления

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)}(x_1, 0, t) &= \sigma_y^{(1)}(x_1, 0, t) & u_1(x_1, 0, t) &= u_2(x_1, 0, t) \\ \tau_{xy}^{(1)}(x_1, 0, t) &= \tau_{xy}^{(2)}(x_1, 0, t) & v_1(x_1, 0, t) &= v_2(x_1, 0, t) \end{aligned}$$

или гладкого контакта.

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)}(x_1, 0, t) &= \sigma_y^{(2)}(x_1, 0, t) & \tau_{xy}^{(1)}(x_1, 0, t) &= 0 \\ v_1(x_1, 0, t) &= v_2(x_1, 0, t) & \tau_{xy}^{(2)}(x_1, 0, t) &= 0 \end{aligned}$$

Скорость движения нагрузок принимается меньшей скорости распространения поверхностных волн в составной полуплоскости.

Пользуясь представлением перемещений посредством потенциалов φ , ψ в виде

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

в связанной с движущимися нагрузками системе координат будем иметь уравнения

$$\begin{aligned} \left(\alpha_{1i}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi_i &= 0 & \left(\alpha_{2i}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi_i &= 0 \\ \alpha_{ij} &= \sqrt{1 - v_0^2 / c_{ij}^2} \end{aligned}$$

решение которых для полосы и полуплоскости построены при помощи преобразования Фурье.

Исследовано также поведение нормальных напряжений, действующих на линии стыка полосы с полуплоскостью. Получено дисперсионное уравнение, определяющее существование поверхностных волн в составной полуплоскости и показано, что в случае, когда полуплоскость жёстче полосы, а скорость движения нагрузок меньше чем, $0,8c$, где c – наименьшая из скоростей волн Релля в материалах полосы и полуплоскости, поверхностные волны отсутствуют и задача имеет единственное решение. При помощи предельного перехода получены также дисперсионные уравнения некоторых ранее известных частных задач.

Во втором параграфе рассмотрены задачи о равномерном движении абсолютно жёстких штампов по поверхности составной полуплоскости. Предполагается, что в зоне контакта действуют силы трения, подчиняющиеся закону Кулона.

$$\tau_j(x) = f \sigma_j(x) \quad (j = 1, \dots, N)$$

Решение задачи, в связанной со штампами системе координат, сводится к решению системы сингулярных интегральных уравнений второго рода относительно нормального контактного давления, действующего под штампами

$$f \vartheta_0 \frac{\sigma_j(x)}{\mu_1} + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N \int_{a_i}^{b_i} \frac{1}{s-x} \frac{\sigma_i(s)}{\mu_1} ds + \sum_{i=1}^N \int_{a_i}^{b_i} \frac{1}{h} K\left(\frac{s-x}{h}\right) \frac{\sigma_i(s)}{\mu_1} ds = \frac{g'_j(x)}{\vartheta_1},$$

$$(a_j < x < b_j; \quad j=1, \dots, N)$$

которую нужно рассматривать при условиях равновесия каждого из штампов в отдельности:

$$\int_{a_j}^{b_j} \sigma_j(s) ds = P_j; \quad (j=1, \dots, N).$$

Полученные системы решены численно-аналитическим методом дискретных особенностей. Выявлены закономерности изменения контактных давлений под штампами в зависимости от механических и геометрических параметров исследуемой задачи. Показано, что при движении двух одинаковых штампов с плоским основанием, когда расстояние между ними меньше определенной величины, в передней части следящего штампа возникает зона отрицательных напряжений, что может привести к отрыву штампа от основания (рис2).

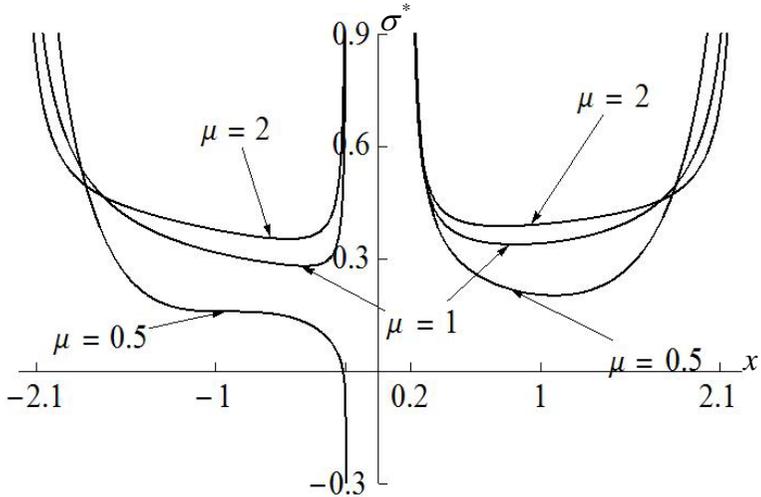


рис. 2

$$(v_0 = 0.6c_{21}; \quad \rho = 1; \quad v_1 = v_2 = 0.3; \quad f = 0.3; \quad l = h; \quad d = 1.2l).$$

Исследовано также движение параболического штампа по границе составной полуплоскости. В этом случае длина зоны контакта штампа с основанием изначально неизвестна и определяется из условий равенства нулю контактного давления в граничных точках зоны контакта. Предполагается, что основание штампа описывается уравнением $g(x) = x^2/2r$. Распределения контактного давления приведены на рис.3.

При $\mu = \infty$, т.е. когда полуплоскость абсолютно жесткая, с увеличением параметра v_0 размеры зоны контакта и асимметрия распределения контактного давления под штампом увеличиваются. В зоне контакта полосы с полуплоскостью зоны растягивающих напряжений также увеличиваются. В случае же $\mu = 0,5$ с увеличением v_0 размеры зоны контакта опять увеличиваются, но распределение контактных напряжений, как под штампом, так и на линии стыка полосы с полуплоскостью, приближается к симметричному.

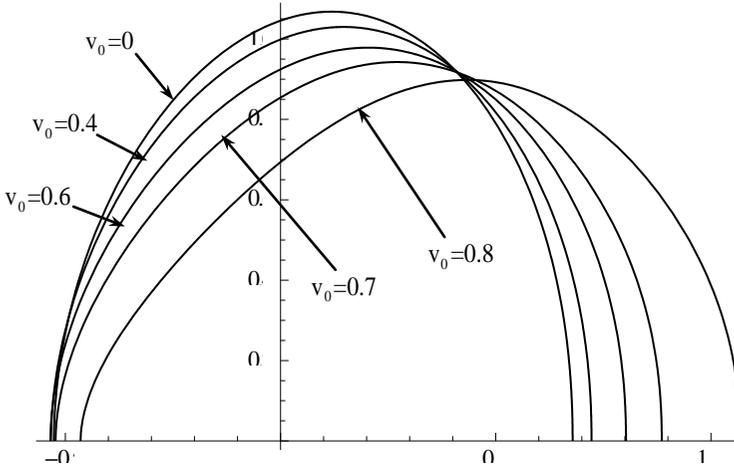


рис. 3
($\mu = \infty, f = 0.3, r = 1$)

В третьем параграфе при аналогичных условиях исследуется задача о вдавливании периодической системы равномерно движущихся штампов в кусочно-однородную полуплоскость. Решение задачи, на этот раз, сводится к решению сингулярного интегрального уравнения второго рода с ядром Гильберта

$$f \vartheta_0 \frac{\sigma(x)}{\mu_1} + \frac{1}{\pi} \int_a^b \frac{\pi}{2L} \operatorname{ctg} \frac{\pi(s-x)}{2L} \frac{\sigma(s)}{\mu_1} ds + \frac{1}{\pi} \int_a^b \left(K_1(s-x) + f \vartheta_0 K_2(s-x) \right) \frac{\sigma(s)}{\mu_1} ds = \frac{g'(x)}{\vartheta_1}$$

к которому, опять же, следует добавить условие равновесия штампов

$$\int_a^b \sigma(s) ds = P$$

После замены ядра Гильберта ядром Коши с регулярной добавкой, решение строится численно-аналитическим методом дискретных особенностей. Проведен

численный анализ и изучены закономерности поведения контактного давления как под штампами, так и на линии стыка бесконечной полосы с полуплоскостью.

Чем материал полуплоскости жёстче материала полосы, тем больше контактные напряжения в передней части штампов. На линии же стыка полосы с полуплоскостью имеет место обратное явление.

Третья глава посвящена исследованию контактных задач о равномерном движении осесимметричных абсолютно жёстких штампов по внутренней поверхности упругого, бесконечного полого цилиндра, когда его внешняя поверхность свободна от напряжений или жёстко закреплена.

В первом параграфе построены функции влияния для цилиндрической трубы от равномерно движущихся по её внутренней поверхности сосредоточенных осесимметрично распределенных силовых нагрузок, в цилиндрической системе координат $r\varphi z$, ось Oz которой направлена по главной оси цилиндра, граничные условия на внутренней поверхности цилиндра имеют вид:

$$\sigma_{rr}(r_0, z) = -P_0 \delta(z - v_0 t);$$

$$\tau_{rz}(r_0, z) = Q_0 \delta(z - v_0 t);$$

а на внешней

$$\sigma_{rr}(r_1, z) = 0;$$

$$\tau_{rz}(r_1, z) = 0;$$

в случае, когда внешняя поверхность свободна от напряжений, и

$$u_r(r_1, z) = 0;$$

$$u_z(r_1, z) = 0;$$

в случае, когда внешняя поверхность жестко закреплена.

Опять же, представляя перемещения посредством потенциалов $\Phi(r, z)$ и $\Psi(r, z)$,

$$u_r = \partial_r \Phi - \partial_z \Psi$$

$$u_z = \partial_z \Phi + \partial_r \Psi + \Psi/r$$

в связанной с движущимися нагрузками системе координат получены уравнения

$$\left(\partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \alpha_1^2 \partial_z^2 \right) \Phi = 0;$$

$$\left(\partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r - \frac{1}{r^2} + \alpha_2^2 \partial_z^2 \right) \Psi = 0$$

решение которых построено при помощи преобразования Фурье.

Получено также дисперсионное уравнение, определяющее существование поверхностных волн в цилиндре. Численные расчеты, показывают, что в случае, когда

внешняя поверхность цилиндра жестко закреплена, фазовая скорость поверхностных волн в цилиндре всегда больше скорости волн Рэлея.

В случае же, когда внешняя поверхность цилиндра свободна от нагрузок, существуют волны, распространяющиеся со скоростью, меньшей скорости волн Рэлея.

Во втором параграфе рассмотрены задачи о равномерном движении абсолютно жёсткого вкладыша по внутренней поверхности цилиндрической трубы, когда ее внешняя поверхность свободна от напряжений или жестко закреплена. Предполагается также, что в зоне контакта действуют силы трения, подчиняющиеся закону Кулона,

$$\tau(z) = f \sigma(z)$$

а условие контакта вкладыша с цилиндром имеет вид

$$u_r(r_0, z) = \delta$$

Решение задач сводится к решению сингулярного интегрального уравнения второго рода, ядро которого представлено при помощи цилиндрических функций

$$f \vartheta_0 \frac{\sigma(z)}{\mu} + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{1}{s-z} \frac{\sigma(s)}{\mu} ds + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{1}{r_0} K\left(\frac{s-z}{r_0}\right) \frac{\sigma(s)}{\mu} ds = 0.$$

При этом $K(z)$ в окрестности точки $z = 0$ имеет представление:

$$K(z) = -\log|z| K_L(z) + \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(z) K_S(z) + K_R(z);$$

где $K_{L,S,R}(z)$ – достаточно гладкие функции, хорошо аппроксимируемые полиномами.

Добавляя к указанному уравнению условие контакта вкладыша с цилиндром, решение уравнения построено численно-аналитическим методом дискретных особенностей.

Проведён численный анализ и изучено изменение контактного давления в зависимости от физических и геометрических параметров цилиндра и вкладыша с плоским основанием. Как видно из Рис. 4, в случае, когда $\nu = 0.3$, $f = 0.2$, $\eta = 0.4$, $p^* = 0.1$, $a/r_0 = 1$ при увеличении отношения внешнего радиуса к внутреннему, независимо от условий на внешней поверхности цилиндра, распределение контактного давления под вкладышем стремится к определенной форме, соответствующей случаю движения вкладыша в пространстве с цилиндрической выемкой.

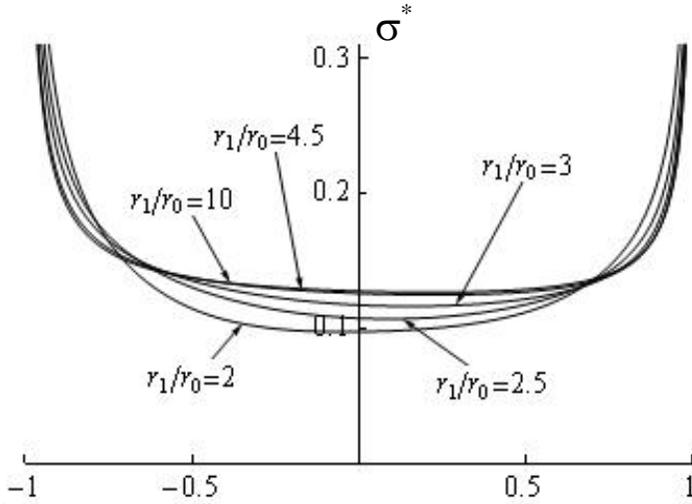


Рис.4

В третьем параграфе исследуется задача о вдавливании периодической системы равномерно движущихся абсолютно жёстких вкладышей по внутренней поверхности цилиндрической трубы, когда ее внешняя поверхность свободна от напряжений или жестко закреплена (рис.5).

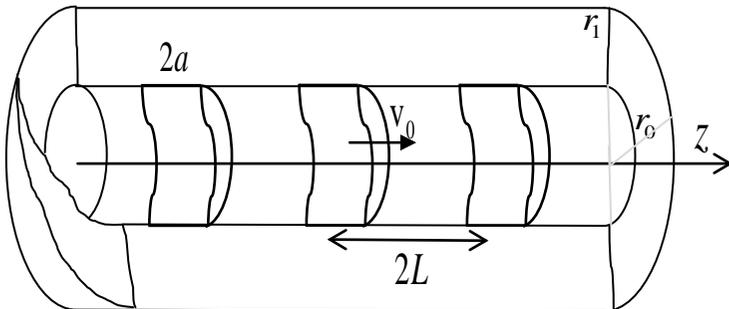


Рис.5

Задача снова сформулирована в виде сингулярного интегрального уравнения

$$f \vartheta_0 \frac{\sigma(z)}{\mu} + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{1}{s-z} \frac{\sigma(s)}{\mu} ds + \frac{1}{\pi \vartheta_1} \int_{-a}^a \frac{1}{r_0} K \left(\frac{s-z}{r_0} \right) \frac{\sigma(s)}{\mu} ds = 0$$

где

$$K(z) = \frac{\pi}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\tilde{K}_{21} \left(\frac{\pi}{\lambda} m \right) \sin \frac{\pi m z}{\lambda} + f \tilde{K}_{22} \left(\frac{\pi}{\lambda} m \right) \cos \frac{\pi m z}{\lambda} \right) + \\ + \vartheta_1 \left(\frac{\pi}{2\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\pi z}{2\lambda} - \frac{1}{z} \right)$$

Решение уравнения построено, общим для этой диссертации, методом дискретных особенностей. Проведен численный анализ и построены графики распределения контактного давления (рис.6).

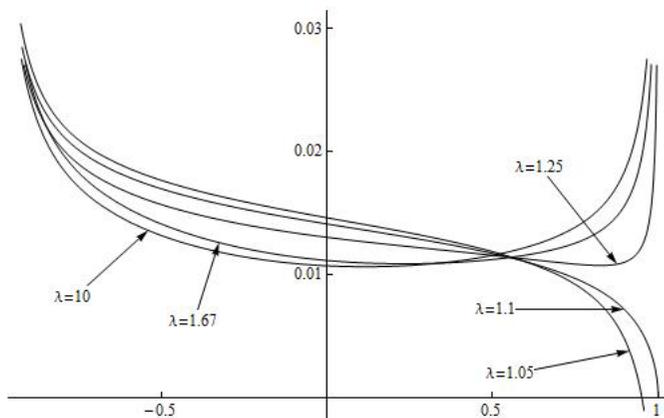


Рис.6

При приближении вкладышей друг к другу, контактное давление в передней части контактной зоны уменьшается и при значениях, меньших некоторого критического значения становится отрицательным. Это означает, что чем меньше расстояние между вкладышами, тем больше вероятность отрыва передней части вкладыша от матрицы. При увеличении же расстояния между вкладышами, контактные напряжения под вкладышами стремятся к определенному закону распределения, соответствующему случаю движения одного вкладыша в цилиндре с цилиндрической выемкой.

Нужно отметить также, что при увеличении толщины цилиндра предельное значение λ , при котором нормальные напряжения меняют знак, уменьшается.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Основные результаты и выводы диссертационной работы состоят в следующем:

- Исследован широкий класс задач о контактном взаимодействии абсолютно жёстких штампов, движущихся с постоянной скоростью по границе кусочно-однородной полуплоскости, состоящей из бесконечной полосы и полуплоскости, изготовленных из различных материалов, и по внутренней поверхности бесконечной цилиндрической трубы, когда её внешняя поверхность свободна от нагрузок или жёстко закреплена.
- В общей постановке рассматриваемых задач выведены их ключевые уравнения в виде сингулярных интегральных уравнений второго рода и построены их эффективные решения численно-аналитическим методом дискретных особенностей. Изучены закономерности изменения контактного давления в зависимости от изменения различных характерных физических и геометрических параметров исследуемых задач.
- В диссертации своё дальнейшее развитие получил численно-аналитический метод дискретных особенностей. В частности, получены новые квадратурные формулы для ядер, содержащих слабые сингулярности типа логарифмической или ступенчатой функции.
- В задаче о движении системы абсолютно жёстких штампов по границе кусочно-однородной полуплоскости показано, что при определённых значениях физико-механических и геометрических параметров в зоне контакта бесконечной полосы с полуплоскостью возникают растягивающие напряжения, которые могут привести к отрыву полосы от полуплоскости.
- Показано также, что когда расстояние между движущимися штампами меньше определённой величины, под штампами возникают растягивающие нормальные напряжения, приводящие к отрыву передней части штампов от основания.
- В случае движения параболического штампа исследованы закономерности изменения размеров зоны контакта в зависимости от скорости движения штампов при определённых значениях остальных физико-механических параметров. Показано, что при уменьшении коэффициента трения зона контакта становится симметричной.
- Исследованы закономерности изменения контактного давления под абсолютно жёсткими вкладышами, движущимися с постоянной скоростью по внутренней поверхности трубы, когда её внешняя поверхность свободна от нагрузок или жёстко закреплена.

Список научных работ по теме диссертации

1. Амирджанян А.А. О равномерном движении силовых нагрузок по границе кусочно-однородной полуплоскости. сб. “Актуальные проблемы механики сплошной среды” Ереван 2007, с. 54-59.
2. Акопян В.Н., Амирджанян А.А. О равномерном движении периодической системы абсолютно жёстких штампов по границе кусочно-однородной полуплоскости // Сб. трудов 6-ой межд. конференции «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред», сентябрь 21-26, 2008, Горис-Степанакерт, с 63-67.
3. Акопян В.Н., Амирджанян А.А. О равномерном движении системы абсолютно жестких штампов по границе кусочно-однородной полуплоскости. // Известия НАН РА, Механика, т.62, № 3, 2009г, с. 3-10.
4. Амирджанян А.А. Равномерное движение силовых нагрузок по внутренней поверхности бесконечного полого цилиндра.//Труды международной школы-конференции молодых учёных “Механика–2009”, Ер, Изд-во ЕГУАС, 2009. с.140-144
5. Амирджанян А.А. Акопян Л.В. Равномерное движение абсолютно жёсткого штампа по внутренней поверхности бесконечного полого цилиндра.// Сборник научных трудов международной конференции “Актуальные проблемы механики сплошной среды”, Ереван, Изд-во ЕГУАС, 2010. том 1. С.81-85.
6. Амирджанян А.А. Равномерное движение периодической системы абсолютно жёстких штампов по внутренней поверхности бесконечного полого цилиндра // Известия НАН РА, Механика, т.64, № 1, 2011г, с. 5-10.

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսությունը նվիրված է հաստատուն արագությամբ շարժվող բացարձակ կոշտ դրոշմների և անվերջ առաձգական շերտից ու կիսահարթությունից կազմված բաղադրյալ կիսահարթության, ինչպես նաև առաձգական գլանային խողովակի ներքին մակերևույթով շարժվող բացարձակ կոշտ ներդիրների ու գլանային խողովակի կոնտակտային փոխազդեցությունների ուսումնասիրությանը:

Մասնավորապես ուսումնասիրվել է շերտից և կիսահարթությունից կազմված բաղադրյալ կիսահարթության հարթ դեֆորմացիոն վիճակը, երբ նրա եզրով հաստատուն արագությամբ շարժվում են հարթ հիմքով բացարձակ կոշտ մի քանի դրոշմներ, բացարձակ կոշտ դրոշմների համակարգ կամ պարաբոլական հիմքով կոշտ դրոշմ, Կուլոնյան շփման առկայությամբ:

Դիտարկված է նաև, անվերջ գլանային խողովակի առանցքահամաչափ լարվածային վիճակը, երբ նրա ներքին մակերևույթով հաստատուն արագությամբ շարժվում են բացարձակ կոշտ ներդիրներ կամ դրանց պարբերական համակարգ:

Հետազոտված բոլոր խնդիրները մաթեմատիկորեն ձևակերպվել են իրական գործակիցներով երկրորդ սեռի սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների տեսքով, որոնց էֆեկտիվ լուծումները կառուցվել են դիսկրետ եզակիությունների թվային-վերլուծական մեթոդի օգնությամբ:

Բացահայտվել են դրոշմների և հիմքերի կոնտակտի տեղամասում, և շերտի ու կիսահարթության միացման գծի վրա գործող կոնտակտային լարումների փոփոխման օրինաչափությունները՝ կախված խնդիրների երկրաչափական և ֆիզիկամեխանիկական պարամետրերի փոփոխությունից:

Աշխատանքում իր հետագա զարգացումն է ստացել դիսկրետ եզակիությունների մեթոդը: Մասնավորաբար, ստացվել են նոր քառակուսացման բանաձևեր, լոգարիթմի և աստիճանային ֆունկցիայի տիպի թույլ եզակիություններ պարունակող կորիզների համար:

Բաղադրյալ կիսահարթության մակերևույթով շարժվող բացարձակ կոշտ դրոշմների վերաբերյալ խնդրում ցույց է տրված, որ մեխանիկական և երկրաչափական պարամետրերի որոշակի արժեքների դեպքում կիսահարթության և շերտի կոնտակտի գոտում առաջանում են ձգող լարումներ, որոնք կարող են բերել շերտի պոկմանը կիսահարթությունից:

Ցույց է տրված նաև, որ երբ շարժվող դրոշմների միջև հեռավորությունը

փոքր է որոշակի արժեքից դրոշմների տակ առաջանում են ձգող լարումներ, որոնք բերում են դրոշմների պոկմանը հիմքից:

Պարաբոլական դրոշմի շարժման դեպքում ուսումնասիրված է կոնտակտի տիրույթի երկարության փոփոխությունը կախված դրոշմի շարժման արագությունից և կիսահարթության ֆիզիկամեխանիկական պարամետրերից. Ցույց է տրված որ շփման գործակցի փոքրացման հետ կոնտակտի տիրույթը դառնում է համաչափ:

Անվերջ գլանային խողովակում շարժվող դրոշմի դեպքում ցույց է տրված, որ գլանային խողովակի հաստության մեծացման հետ, երբ խողովակի արտաքին մակերևույթը ազատ է, դրոշմի կենտրոնական մասում լարումները աճում են ձգտելով որոշակի օրենքի, որը համապատասխանում է գլանային անցքով տարածության միջով շարժվող դրոշմի դեպքին: Իսկ երբ արտաքին մակերևույթը ամրակցված է լարումները նվազում են ձգտելով նույն օրենքին:

ABSTRACT

The dissertation is devoted to the study of contact interaction of the uniformly moving absolutely rigid punches with compound half-plane, and contact interaction of the rigid axis-symmetric punch moving inside infinite, hollow, elastic cylinder.

Plane deformation state of the compound half-plane, consisting of an infinite elastic layer and elastic half-plane, was studied, when a few absolutely rigid punches with flat base, a periodic system of punches or a punch with parabolic base are uniformly moving on its' boundary, with Coulomb friction.

Also, axis-symmetric stress state of endless hollow cylinder is studied, when absolutely rigid flat punch, or periodic system of punches moves uniformly on its' inner surface. All the surveyed problems are mathematically formulated in the form of singular integral equations of second kind with real coefficients.

The effective solutions of these equations are obtained with the help of numerical-analytical method of discrete singularities.

The behavior of the contact stresses acting under the punches, and normal stresses at the interface of layer and half-plane is studied.

Quadrature formulas for integrals containing weak singularities in the form of logarithm or sign functions are obtained, allowing to use the method of discrete singularities for the equations with kernels containing those.

In the case of rigid punches moving over boundary of compound half-plane, it is shown that for certain values of mechanical and geometrical parameters, tearing stresses arise on the interface between layer and half-plane, in the zone behind the punch, which can lead to detachment of the layer from half-plane.

It is shown that when distance between punches is smaller than some critical value, tearing stresses are appearing under the punches leading to detachment of the punch from the base. Critical value at which this happens depends on forces acting on punch and mechanical parameters of compound half-plane, and is smaller for softer layer materials.

For the punch with parabolic base, dependence of the length of the contact zone on the velocity of punch and mechanical parameters of the half-plane is studied. It is shown, that as friction decreases contact zone becomes symmetric.

In the case of one punch moving inside infinite hollow cylinder it is shown, that when thickness of the cylinder increases, if the outer surface is free, normal stresses in the central part of the punch increase approaching to certain distribution, which corresponds with the case when punch moves in the space with cylindrical hole. And when the outer surface is clamped, stresses decrease approaching the same distribution.