

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՔԱՄԱԼՅԱՆ ԱՆԴՐԱՆԻԿ ԱՐՄԵՆԻ

ՍԱՀՔԻ ԷԼԵԿՏՐԱՌՈՒԱԶԳԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԵՂԱՅՆԱՑՈՒՄԸ
ԱՆՀԱՄԱՍԵՌԻ ՊԻԵԶՈՂԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա.02.04 – «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի
հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2014

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

КАМАЛЯН АНДРАНИК АРМЕНОВИЧ

ЛОКАЛИЗАЦИЯ СДВИГОВЫХ ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ВОЛН В
НЕОДНОРОДНОЙ ПЬЕЗОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.02.04- «Механика деформируемого
твёрдого тела»

ЕРЕВАН–2014

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի Պետական Համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝ ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Ա.Ս. Ավետիսյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Կ.Բ. Ղազարյան
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Ռ.Ս. Գևորգյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի Պետական
Ճարտարագիտական
Համալսարան (Պոլիտեխնիկ)

Պաշտպանությունը կայանալու է 2014թ հունիսի 20 –ին . ժ. 14:00 –ին
Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող Մեխանիկայի-047 մասնագիտական խորհրդում

(Հասցեն՝ 0019 ք.Երևան, Մ. Բաղրամյան պող. 24/2, avсах@mechins.sci.am)
Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի
գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է մայիսի 17-ին 2014 թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ.



Ա. Վ. Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском Государственном Университете

Научный руководитель член корр. НАН Армении, д. ф.–м. н., проф. А.С. Аветисян

Официальные оппоненты д.ф.м.н., проф. К.Б. Казарян
д.ф.м.н., проф. Р.С. Геворкян

Ведущая организация: Государственный инженерный
университет Армении (Политехник)

Защита состоится 20-го июня 2014г., в 14:00 на заседании специализированного совета
Механика-047 в Институте механики НАН РА.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avсах@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 17-го мая 2014г.

Ученый секретарь специализированного совета
доктор ф.–м. наук



А. В. Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. С развитием современной науки и техники, имея как фундаментальный, так и прикладной характер, исследования по механике связанных полей в упругих деформируемых средах приобретают особую актуальность, и особенно, значительное внимание уделяется исследованию динамических задач, и в частности, исследованию закономерностей распространения и локализации электромагнитоупругих волн [по диссертации 37, 39, 48, 50, 54, 56, 58, 76, 78, 80–82, 130, 141]. Это обусловлено возможностью широкого применения результатов исследований в акустике, геофизических исследованиях, дефектоскопии, разного рода волновых усилителях и фильтрах в электронике и электротехнике и т.д. [35, 57, 59, 95, 115].

Распространение волн исследовали Rayleigh J.W. [140], Bleustain J.L. [93], Kalyanasundaram N. [116-118], Lardner R.W. [122-123], Maugin G.A. [64, 91, 134-138], Гуляев Ю.В. [42-44, 107], Бардзокас Д.И. [26-28], Назаров В.И. [66], Коновалов Г.Е. [53], Долинчук С. Г. [47] и другие.

Отдельно следует отметить работы Армянской школы механиков по вопросам изучения волновых процессов, которые внесли большую лепту в развитие данной области: Амбарцумян С.А. [14–16, 84], Белубекян М.В. [29–34, 90], Багдасарян Г.Е. [18–20, 88], Аветисян А.С. [1–13, 85-86], Багдоев А.Г. [23–24], Григорян Э.Х. [40–41], Минасян М.М. [60–61], Саркисян В.С. [69], Саркисян С.В. [70-71], Мовсисян Л.А. [62-63], Даноян З.Н. [45-46], Казарян К.Б. [21-22], Саркисян С.О. [72], Асанян Д.Дж. [110-111] и другие.

Зачастую, в ограниченных средах для досконального анализа и получения качественной и количественной оценки происходящих явлений и процессов, в классической теории электромагнитоупругости необходимо располагать граничными условиями поставленной задачи, конструктивными уравнениями и математическими методами их решения. С развитием материаловедения стало возможным получение новых, композиционных (неоднородных) материалов, и, исходя из их запланированных физико-механических характеристик, получить тот или иной результат.

В настоящее время исследования распространения и рассеивания поверхностных акустических волн в неоднородных твердых средах представляют собой одну из обширных областей механики связанных полей. Практическая необходимость и повышение требований к техническим характеристикам привели к необходимости развития упрощенных методов и моделей анализа неоднородных сред [36, 65, 87, 104, 112], основанных на точных или приближенных решениях уравнений электромагнитоупругости. К актуальным моделям неоднородных сред относятся модели так называемых функционально-сортированных (градиентных) материалов (functionally graded materials), в частности, модель функционально-сортированной пьезокерамики, свойства которого непрерывно меняются в пространстве.

Цель работы и основные задачи исследования. В данной работе описаны некоторые модели функционально-сортированных пьезодиэлектрических сред в виде пьезокерамических слоев с сохраненной гексагональной симметрией класса bmm и с поведением материальных величин по единым или разным функциям сортировки в пространстве. Работа посвящена исследованию вопросов локализации волновой энергии в приповерхностных зонах пьезослоя при распространении электроупругих сдвиговых волн в неоднородных пьезодиэлектрических кристаллах в зависимости от типа неоднородности пьезоматериала и разных сочетаний граничных условий на поверхностях раздела среды.

Научная новизна и достоверность. Для случая исследуемой однородной пьезокерамики класса bmm , классические решения типа Блюштейна–Гуляева легко выводимы, а для неоднородной среды с тем же классом кристаллографической симметрии соответствующее волновое решение, в целом, не всегда возможно определить аналитически, поэтому, чтобы достичь цели, требуются допущения и приближения для модели

функционально-градиентной пьезокерамики класса *бтт*. Впервые в неоднородной, ограниченной среде (пьезодиэлектрический слой) для задачи линейной электроупругости даны возможные аналитические и численные решения. Выявлено влияние нескольких типов неоднородностей и граничных условий на распределение и рассеивание волновой энергии по толщине слоя. Приведены критерии появления поверхностной сдвиговой волны и локализации волновой энергии вдоль границ. Разработана методика расчета фазовых скоростей волн в неоднородной среде. Также проведен сравнительный анализ характеристик волнового процесса с характеристиками эталонных моделей пьезокерамических материалов класса *бтт*.

Достоверность полученных в работе результатов и выводов основывается на обоснованном использовании математических методов, их сравнением с некоторыми имеющимися данными экспериментальных и аналитических исследований других авторов и классическими моделями задач электроупругости, а также были доложены на многих вузовых и академических семинарах и опубликованы в рецензируемых академических изданиях.

В диссертации использовались классические методы математической физики [17, 75, 155], алгебры, а также методы возмущения. Для проведения расчетов, окончательного анализа и построения графиков проводилась работа в среде для символьных вычислений Wolfram Mathematica 9.

Практическая ценность работы. Быстрое развитие теории волновых процессов в разных по характеристикам неоднородных средах мотивируется возможностью создания высокоточного и время от времени подвергающемуся миниатюризации оборудования, работающего на принципе поверхностных акустических волн, с рабочими характеристиками недостижимыми для приборов с другими физическими симуляторами (для примера, приборы, работающие на основе волн Блюштейна–Гуляева, оказались более склонны к миниатюризации, чем приборы, работающие на основе волн Релея [115]). Эти приборы выполняют задачи, поставленные такими отраслями как сейсмология, дефектоскопия, метеорология, вычислительная техника и беспроводные коммуникации (системы глобального позиционирования, мобильные телефоны и т.д., где встречно-штыревые преобразователи на основе поверхностных акустических волн используются в качестве высокочастотных фильтров).

Апробация работы. Полученные в работе результаты и выводы были доложены:

- На семинарах кафедры механики и машиноведения ГИУА (2013 г.)
- На семинарах кафедры механики ЕГУ (2012–2014 г.г.)
- На семинаре «Волновые процессы» Института механики НАН РА (2014 г.), а также опубликованы в рецензируемых академических и вузовских изданиях:
 - Известия НАН Армении, «Механика»,
 - Доклады НАН Армении,
 - Вестник ГИУА. Серия «Механика, Машиноведение, Машиностроение».

Диссертационная работа, в целом, обсуждена на семинаре кафедры механики ЕГУ (2014 г.) и на общем семинаре Института механики НАН Армении (2014 г.)

Публикации. По теме диссертации опубликованы 4 научные работы, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 159 наименований. Общий объем работы составляет 121 страница печатного текста, включая 9 таблиц и 21 рисунок.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность и практическая ценность темы, сформулированы цель и новизна работы, дан краткий обзор работ отечественных и зарубежных авторов, приведены основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе приводятся основные уравнения и материальные соотношения нелинейной теории электромагнитоупругости в общем виде, на основе которых выводятся линейные материальные соотношения и уравнения электроупругости пьезодиэлектрических неоднородных сред:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}(x_n, t) &= c_{ijkl}(x_n) \frac{\partial u_k(x_n, t)}{\partial x_l} + e_{kij}(x_n) E_k(x_n, t), \\ D_i(x_n, t) &= e_{ikl}(x_n) \frac{\partial u_k(x_n, t)}{\partial x_l} - \varepsilon_{ik}(x_n) E_k(x_n, t), \\ c_{ijkl}(x_n) \frac{\partial^2 u_k(x_n, t)}{\partial x_i \partial x_j} + e_{kji}(x_n) \frac{\partial^2 \varphi(x_n, t)}{\partial x_k \partial x_j} &= \rho_0(x_n) \frac{\partial^2 u_i(x_n, t)}{\partial t^2}, \\ e_{ikl}(x_n) \frac{\partial^2 u_k(x_n, t)}{\partial x_i \partial x_l} - \varepsilon_{ik}(x_n) \frac{\partial^2 \varphi(x_n, t)}{\partial x_k \partial x_i} &= 0.\end{aligned}$$

Приведены все возможные сочетания механических и электрических граничных условий:

1. Условия полного контакта для механических характеристик: механические напряжения σ_{ij} и упругие перемещения u_i на поверхности раздела сред непрерывны:

$$n_i(x_n, t) \left(\sigma_{ij}^{(1)}(x_n, t) - \sigma_{ij}^{(2)}(x_n, t) \right) \Big|_{\Gamma} = 0, \quad \left[u_i^{(1)}(x_n, t) - u_i^{(2)}(x_n, t) \right] \Big|_{\Gamma} = 0,$$

2. Условия непрерывности касательной составляющей напряженности электрического (также магнитного) поля на поверхности раздела двух сред и непрерывность нормального компонента индукции электрического (также магнитного) поля к поверхности раздела сред:

$$\left[\vec{E}_i^{(1)}(x_n, t) - \vec{E}_i^{(2)}(x_n, t) \right] \Big|_{\Gamma} = 0, \quad \left[\vec{D}_i^{(1)}(x_n, t) - \vec{D}_i^{(2)}(x_n, t) \right] \Big|_{\Gamma} = 0.$$

Рассматривается также возможность разделения электроактивных плоской и антиплоской деформированных состояний для пьезодиэлектрических неоднородных сред. Показывается, что неоднородность композитных неоднородных материалов с сохранением конструкции его кристаллической решетки не влияет на возможность разделений этих полей. Как и в случае однородных сред, условия разделения налагаются на симметрию кристаллов:

$$\begin{aligned}c_{\alpha\beta\beta\beta}(x_i) &= c_{\alpha\beta\beta\gamma}(x_i) = c_{\alpha\beta\gamma\gamma}(x_i) = c_{\alpha\gamma\beta\beta}(x_i) = c_{\alpha\gamma\beta\gamma}(x_i) = c_{\alpha\gamma\gamma\gamma}(x_i) = 0, \\ e_{\beta\alpha\beta}(x_i) &= e_{\beta\alpha\gamma}(x_i) = e_{\gamma\alpha\gamma}(x_i) = e_{\gamma\alpha\beta}(x_i) = 0, \\ e_{\gamma\gamma\gamma}(x_i) &= e_{\gamma\gamma\beta}(x_i) = e_{\gamma\beta\beta}(x_i) = e_{\beta\beta\beta}(x_i) = e_{\beta\gamma\beta}(x_i) = e_{\beta\gamma\gamma}(x_i) = 0.\end{aligned}$$

Первый параграф второй главы посвящен постановке задачи линейной электроупругости в квазистатическом приближении для функционально неоднородного пьезодиэлектрического слоя класса *бтм*. Основные уравнения линейной электроупругости неоднородного пьезодиэлектрического слоя, физико-механические характеристики $G(x, y)$, $\rho(x, y)$, $\varepsilon(x, y)$ и $e(x, y)$ которой задаются как функции от координат,

меняющихся в плоскости изотропии пьезослоя xOy и удовлетворяют определенным численным условиям, записываются в виде:

$$\begin{aligned} G(x, y) \nabla^2 w(x, y, t) + \text{grad } G(x, y) \text{grad } w(x, y, t) - \\ - e(x, y) \nabla^2 \Phi(x, y, t) - \text{grad } e(x, y) \text{grad } \Phi(x, y, t) = \rho(x, y) \ddot{w}(x, y, t), \\ e(x, y) \nabla^2 w(x, y, t) + \text{grad } e(x, y) \text{grad } w(x, y, t) - \\ - \varepsilon(x, y) \nabla^2 \Phi(x, y, t) - \text{grad } \varepsilon(x, y) \text{grad } \Phi(x, y, t) = 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

В отличие от случая однородного пьезодиэлектрика симметрии класса $6mm$, уравнения сдвиговой деформации и электростатики разделяются при предположении, что диэлектрическая проницаемость и пьезоэлектрический модуль в неоднородном пьезокристалле меняются идентичным образом, то есть $e(x, y) = a_0 \varepsilon(x, y)$, тогда из (2.1) получим:

$$\begin{aligned} \nabla^2 w(x, y, t) + \frac{\text{grad } f(x, y)}{f(x, y)} \text{grad } w(x, y, t) = \frac{1}{C^2(x, y)} \ddot{w}(x, y, t), \\ \nabla^2 \psi(x, y, t) + \frac{\text{grad } \varepsilon(x, y)}{\varepsilon(x, y)} \text{grad } \psi(x, y, t) = 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где $f(x, y) = G(x, y) + a_0 e(x, y)$ – приведенный коэффициент жесткости сдвига пьезодиэлектрика, зависящая от координат, $C^2(x, y) = f(x, y) / \rho(x, y)$ – квадрат скорости сдвиговой волны, изменяющейся от координат точки, $\psi(x, y, t) = \Phi(x, y, t) - a_0 w(x, y, t)$ – введенная функция электрической индукций. Причем, если жесткость упругого сдвига и плотность материала пьезослоя положительны: $G(x, y) > 0$, $\rho(x, y) > 0$, а относительная диэлектрическая проницаемость материала может принимать только значения $\varepsilon(x, y) > 1$, то пьезоэлектрический модуль $e(x, y)$, за счет выбора постоянной a_0 , может принимать также отрицательные значения или быть равным нулю, что будет соответствовать непьезоактивному диэлектрику.

Зависимость физических характеристик среды от координат точки, естественно, приведет к изменению амплитуды и фазы распространяющегося волнового сигнала. Тогда, решения уравнений (2.2) можно представить в виде монохроматической волны

$$\begin{Bmatrix} w(x, y, t) \\ \psi(x, y, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_w(x, y) \\ A_\psi(x, y) \end{Bmatrix} \exp i \left[\begin{Bmatrix} \varphi_w(x, y) \\ \varphi_\psi(x, y) \end{Bmatrix} - \omega t \right]. \quad (2.3)$$

Здесь $A_w(x, y)$ и $A_\psi(x, y)$ – амплитуды, а $\varphi_w(x, y)$ и $\varphi_\psi(x, y)$ – укороченные фазы монохроматических волн.

Используя обозначение $U_*(x, y) = \ln A_*(x, y)$, с учетом (2.3) из (2.2), относительно амплитуд $A_w(x, y)$, $A_\psi(x, y)$ и фаз $\varphi_w(x, y)$, $\varphi_\psi(x, y)$ распространяющейся электроупругой волны, получим следующую систему нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned}
& (\text{grad } U_w)^2 - (\text{grad } \varphi_w)^2 + \nabla^2 U_w + \frac{\text{grad } f(x, y)}{f(x, y)} \text{grad } U_w + \frac{\omega^2}{C^2(x, y)} = 0, \\
& 2 \text{grad } U_w \cdot \text{grad } \varphi_w + \nabla^2 \varphi_w + \frac{\text{grad } f(x, y)}{f(x, y)} \text{grad } \varphi_w = 0,
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
& (\text{grad } U_\psi)^2 - (\text{grad } \varphi_\psi)^2 + \nabla^2 U_\psi + \frac{\text{grad } \varepsilon(x, y)}{\varepsilon(x, y)} \text{grad } U_\psi = 0, \\
& 2 \text{grad } U_\psi \cdot \text{grad } \varphi_\psi + \nabla^2 \varphi_\psi + \frac{\text{grad } \varepsilon(x, y)}{\varepsilon(x, y)} \text{grad } \varphi_\psi = 0.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Таким образом, задача распространения электроупругого сдвигового сигнала в неоднородном пьезоэлектрическом слое приводится к решению системы нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (2.4) и (2.5), с учетом граничных условий, относительно амплитуд $A_w(x, y)$, $A_\psi(x, y)$ и фаз $\varphi_w(x, y)$, $\varphi_\psi(x, y)$ упругого сдвига и электрического потенциала распространяющейся электроупругой волны.

Волновые поля для упругого сдвига и электрического потенциала, характеризующие распространяющийся монохроматический электроупругий сигнал, представляются через точные решения полученных систем дифференциальных уравнений (2.4) и (2.5) и будут представляться в виде:

$$\begin{aligned}
w(x, y, t) &= \exp[U_w(x, y) + i\varphi_w(x, y) - i\omega t], \\
\Phi(x, y, t) &= \exp[U_\psi(x, y) + i\varphi_\psi(x, y) - i\omega t] + a_0 w(x, y, t).
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Во втором параграфе этой главы рассматривается распространение электроупругого монохроматического сигнала формы $\bar{F}(x, y, t) = A(y) \cdot \exp\{i(kx - \omega t)\}$ в неоднородном по толщине пьезоэлектрическом слое $\{|x| < \infty, |y| \leq h, |z| < \infty\}$ гексагональной симметрии класса *6mm*, отнесенной к системе координат $Oxyz$, где координатная ось Oz параллельна оси симметрии пьезокристалла, а плоскость xOy есть неоднородная плоскость изотропии материала. При предположении $e(y) = a_0 \varepsilon(y)$ электроактивное антиплоское состояние в этой плоскости описывается уравнениями

$$\frac{d^2 A_w(y)}{dy^2} + \frac{f'(y)}{f(y)} \frac{dA_w(y)}{dy} - k^2 (1 - V^2(y)) A_w(y) = 0. \tag{2.7}$$

$$\frac{d^2 A_\psi(y)}{dy^2} + \frac{\varepsilon'(y)}{\varepsilon(y)} \frac{dA_\psi(y)}{dy} - k^2 A_\psi(y) = 0 \tag{2.8}$$

относительно амплитудных функций $A_w(y)$ и $A_\psi(y)$ электроупругой волны, при граничных условиях $\sigma_{zy}(x, \pm h, t) = 0$, $\varphi(x, \pm h, t) = 0$, преобразуемых к виду:

$$\begin{aligned}
& f(\pm h) A_{w,y}(\pm h) - e(\pm h) A_{\psi,y}(\pm h) = 0, \\
& A_\psi(\pm h) + \frac{e(\pm h)}{\varepsilon(\pm h)} A_w(\pm h) = 0.
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Исследовано распространение монохроматической волны $\bar{F}(x, y, t) = A(y) \cdot \exp\{i(kx - \omega t)\}$ для конкретной неоднородности материала:

$$\gamma(y) = \frac{\gamma^+ + \gamma^-}{2} + \frac{\gamma^+ - \gamma^-}{2} y, \quad (2.10)$$

где γ^\pm соответствуют значениям физических характеристик $G(y)$, $\rho(y)$, $\varepsilon(y)$ слоя на границах $y = \pm h$ соответственно.

Решение уравнений (2.7) и (2.8) с помощью представления

$$A(y) = \exp(-k\alpha y) \cdot Z(\xi), \quad y = \lambda\xi + \mu \quad (2.11)$$

приводится к решению вырожденных гипергеометрических уравнений относительно $Z(\xi)$.

Амплитудные функции $A_w(y)$ и $A_\psi(y)$ представляются в виде

$$\begin{aligned} A_w(y) &= \exp(-k\alpha y) \cdot [C_1 F(a; 1; \xi) + C_2 M(a; 1; \xi)], \\ A_\psi(y) &= \exp(-ky) \cdot [C_3 F(1/2; 1; \eta) + C_4 M(1/2; 1; \eta)], \end{aligned} \quad (2.12)$$

где $F(a; 1; \xi)$ и $M(a; 1; \xi)$ – гипергеометрические ряды

$$\begin{aligned} F(a; b; \xi) &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a(a+1)\dots(a+n-1)}{b(b+1)\dots(b+n-1)} \cdot \frac{\xi^n}{n!}, \\ M(a; b; \xi) &= F(a; b; \xi) \cdot \ln|\xi| + \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} C_{a+m-1}^m \cdot \frac{\xi^m}{m!} \sum_{n=0}^{m-1} \left(\frac{1}{a+n} - \frac{2}{1+n} \right), \end{aligned} \quad (2.13)$$

В этом случае неоднородности материала (2.10) и граничных условий (2.9), получаемое дисперсионное уравнение рассматривается в коротковолновом приближении ($\lambda \ll 2h$ или $kh \rightarrow \infty$) и в итоге получается значение фазовой скорости для предельной поверхностной волны

$$V^2 = C_0^2 \frac{g_0}{\rho_0} (1 - \chi_\pm^2) = \frac{(\bar{G}^+ - \bar{G}^-)(1 - \chi_\pm^2)}{\rho^+ - \rho^-}. \quad (2.14)$$

Здесь χ_\pm – коэффициенты электромеханической связи пьезоэлектрика на поверхностях $y = \pm h$ неоднородного пьезослоя, соответственно.

Соотношение (2.14) представляет собой условие существования предельной поверхностной волны и очевидно, что в случае неоднородного слоя поверхностные сдвиговые волны вблизи поверхностей $y = \pm h$ распространяются с разными скоростями:

$v_\Phi = \pm V$, соответственно, а если характеристики неоднородного слоя на поверхностях $y = \pm h$ удовлетворяют одному из условий $(\bar{G}^+ > \bar{G}^-; \rho^+ < \rho^-)$ и

$(\bar{G}^+ < \bar{G}^-; \rho^+ > \rho^-)$, то локализация волны близ к границам $y = \pm h$ не происходит.

Пара пьезоэлектриков–пьезокерамика ЦТС-4 ($c_{44}^+ = 2.56 \cdot 10^{10}$ ПА, $\rho^+ = 7.5 \cdot 10^3$ кг/м³, $e_{15}^+ = 12.5$ Кл/м², $\varepsilon_{11}^+ = 650 \cdot 10^{-11}$ Ф/м) и окись цинка ($c_{44}^+ = 4.25 \cdot 10^{10}$ ПА, $\rho^+ = 5.68 \cdot 10^3$ кг/м³, $e_{15}^+ = -0.59$ Кл/м², $\varepsilon_{11}^+ = 7.38 \cdot 10^{-11}$ Ф/м) имеют характеристики, удовлетворяющие условиям $\bar{G}^+ < \bar{G}^-$ и $\rho^+ > \rho^-$. Следовательно, в неоднородном слое с такими характеристиками при $y = \pm h$ распространение поверхностных сдвиговых волн невозможно.

В третьем параграфе этой главы рассматривается распространение направленного электроупругого монохроматического сигнала типа

$$\begin{cases} w(x, y, t) \\ \psi(x, y, t) \end{cases} = \begin{cases} A_w(x, y) \\ A_\psi(x, y) \end{cases} \exp i(kx - \omega t)$$

в продольно неоднородном пьезодиэлектрическом слое $\{|x| < \infty; |y| \leq h; |z| < \infty\}$ гексагональной симметрии класса $6mm$, отнесенный к системе координат $Oxyz$, где координатная ось Oz параллельна оси симметрии пьезокристалла, а плоскость xOy есть неоднородная плоскость изотропии материала. Предполагается, что $e(x) = a_0 \varepsilon(x)$.

В случае неоднородности материала, задаваемой функциями

$$\begin{aligned} G(x) &= G_0 \exp(-k\delta x), \quad \rho(x) = \rho_0 \exp(-k\delta x), \\ \varepsilon(x) &= \varepsilon_0 \exp(-k\delta x), \quad e(x) = e_0 \exp(-k\delta x), \end{aligned} \quad (2.15)$$

где $k\delta \geq 0$ — характерная относительная длина, описывающая изменение неоднородности материала, исследуется распространение волны с амплитудной функцией вида $\bar{F}(x, y, t) = [A_1(x) + A_2(y)] \cdot \exp\{i(kx - \omega t)\}$. Функции (2.15) удовлетворяют ограничениям $G_0 \geq G(x) > 0$, $\rho_0 \geq \rho(x) > 0$, $\varepsilon_0 \geq \varepsilon(x) > 1$, а пьезоэлектрический модуль $e(x)$, за счет выбора введенной постоянной $a_0 = e_0/\varepsilon_0$, может принимать также отрицательные значения или быть равным нулю, что будет соответствовать непьезоактивному диэлектрику.

Амплитудные функции $A_{\psi 1}(x)$, $A_{\psi 1}(x)$ и $A_{\psi 2}(y)$, $A_{\psi 2}(y)$ определены при граничных условиях

$$\sigma_{zy}(x, \pm h, t) = 0, \quad \Phi(x, \pm h, t) = 0,$$

и имеют следующий вид:

$$A_{\psi 1}(x) = A_0 \cdot \exp i(k\gamma_w x), \quad A_{\psi 1}(x) = A_0 \cdot \exp i(k\gamma_\psi x),$$

$$A_{w2}(y) = A_1 \sinh[k\tilde{\alpha}y] + A_2 \cosh[k\tilde{\alpha}y],$$

$$A_{\psi2}(y) = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} [A_1 \sinh[k\tilde{\alpha}y] + A_2 \cosh[k\tilde{\alpha}y]] + A_3 \sinh[ky] + A_4 \cosh[ky], \quad (2.16)$$

где

$$\tilde{\alpha} = \left(1 - V_0^2(\omega/k)\right)^{1/2}, \quad V_0^2(\omega/k) = \left(\omega^2 / (k^2 C_0^2)\right), \quad \chi_0 = \epsilon_0^2 / (G_0 \epsilon_0),$$

$$C_0^2 = f_0 \rho_0^{-1}, \quad f_0 = G_0 (1 + \chi_0),$$

введенные параметры $\gamma_w = (V_0^2(\omega/k) - 1 - \delta^2/2)^{1/2}$ и $\gamma_\psi = i(1 + \delta^2/2)^{1/2}$ характеризуют изменения упругого сдвига и электрического потенциала по направлению распространения. Следовательно, распространяемый в продольно неоднородном пьезодиэлектрическом слое электроупругий сдвиговой сигнал будет:

$$w(x, y, t) = [A_1 \sinh[k\tilde{\alpha}y] + A_2 \cosh[k\tilde{\alpha}y]] \cdot \exp i(kx - \omega t) +$$

$$+ A_0 \cdot \exp i\{k(1 + \gamma_w)x - \omega t\},$$

$$\Psi(x, y, t) = A_0 \exp i\{k(1 + \gamma_\psi)x - \omega t\} + \quad (2.17)$$

$$+ \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} [A_1 \sinh[k\tilde{\alpha}y] + A_2 \cosh[k\tilde{\alpha}y]] \cdot \exp i(kx - \omega t) +$$

$$+ [A_3 \sinh[ky] + A_4 \cosh[ky]] \cdot \exp i(kx - \omega t).$$

Показано также, что при распространении направленного параллельно поверхностям слоя электроупругого сдвигового сигнала $\bar{F}(x, y, t) = A(x, y) \cdot \exp\{i(kx - \omega t)\}$, в продольно неоднородном пьезодиэлектрическом слое, по толщине слоя амплитуды упругого сдвига и электрического потенциала $A_w(x, y)$, $A_\psi(x, y)$, сохраняют форму волны по первичному электроупругому сигналу, а по направлению распространения сигнала происходит изменения скорости распространения и изменение по оси Ox : осцилляция.

В третьей главе за основу взята упрощенная модель неоднородного по толщине диэлектрического слоя, когда все физико-механические характеристики материала варьируются по единой функции

$$\{f(y)\} = \{f^0 a(y)\}, \quad (3.1)$$

где $\{f\} \Leftrightarrow \{c_{44}; e_{15}; \epsilon_{11}; \rho\}$. Слой, граничащий с вакуумной средой, занимает в декартовой системе координат $Oxyz$ область $\{x \in \mathbb{R}, 0 \leq y \leq 2h; z \in \mathbb{R}\}$ и координатная ось Oz параллельна оси симметрии пьезокристалла, а плоскость xOy есть плоскость изотропии слоя и задачи рассматриваются в квазистатическом приближении. С учетом сохранения кристаллографической структуры материала (класс симметрии $6mm$) возможно разделение задачи линейной электроупругости на плоское не электроактивное и антиплоское электроактивное состояние $\{0; 0; w(x, y, t); \varphi(x, y, t)\}$ в плоскости xOy . Принятая неоднородность (3.1) создает некоторые соотношения между материальными величинами,

что, в свою очередь, позволяет разделить антиплоской задачи на уравнения деформации и электростатики.

В §3.1 рассматривается задача распространения монохроматической электроупругой волны в пьезоактивном и неоднородном по толщине слое с гиперболической функцией градации неоднородности

$$\{f(y)\} = \{f^0 \cosh^2[k\gamma y]\}, \quad (3.2)$$

где γ представляет неотрицательную безразмерную величину, отвечающую за численное присутствие неоднородности материала при расчёте фазовой скорости волны, причем значение $\gamma = 0$ соответствует классической постановке задачи.

Вследствие накладываемых на функцию неоднородности условиям $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, постоянные $\{f^0\} \Leftrightarrow \{c_{44}^0; e_{15}^0; \varepsilon_{11}^0; \rho^0\}$ соответствуют значениям физико-механических характеристик слоя на поверхности $y = 0$ (условно называемой калибровочной поверхностью) и задаются в зависимости от выбора материала. Выбор начального материала для калибровочного слоя является важным условием для проведения сравнительного анализа волновых процессов, протекающих в слоях с неоднородной и классической (однородной) постановкой задач при одинаковых механических и электрических граничных условиях, заданных на поверхностях слоев. В этой главе все расчеты и сравнения будут проводиться параллельно для 5-ти разных по значениям физико-механических величин материалов гексагональной симметрии.

Уравнения задачи линейной электроупругости в антиплоском электроактивном поле с учетом неоднородности (3.2) запишутся как:

$$\begin{aligned} \nabla^2 w + \frac{a'}{a} \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{\rho_0}{C_{44}} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 \varphi + \frac{a'}{a} \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \frac{e_{15}^0}{\varepsilon_{11}^0} \left[\nabla^2 w + \frac{a'}{a} \frac{\partial w}{\partial y} \right], \end{aligned} \quad (3.3)$$

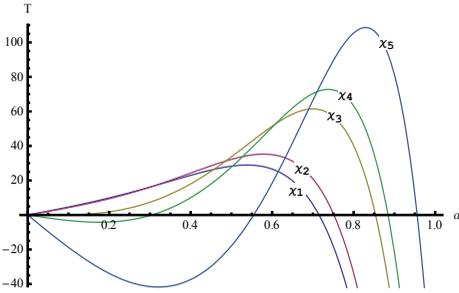
где $\chi_0 = \frac{e_{15}^{02}}{c_{44}^0 \varepsilon_{11}^0}$ — коэффициент электромеханической связи калибровочной поверхности и $\bar{C}_{44} = c_{44}^0 (1 + \chi_0)$. Для распространяющегося вдоль оси Ox сигнала решения, удовлетворяющие системе дифференциальных уравнений (3.3), будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= \frac{A_1 \sinh[k\alpha y] + A_2 \cosh[k\alpha y]}{\cosh[\gamma ky]} \cdot \exp i(kx - \omega t), \\ \varphi(x, y, t) &= \frac{e_{15}^0}{\varepsilon_{11}^0} \frac{A_1 \sinh[k\alpha y] + A_2 \cosh[k\alpha y]}{\cosh[\gamma ky]} \cdot \exp i(kx - \omega t) + \\ &+ \frac{A_3 \sinh[k\beta y] + A_4 \cosh[k\beta y]}{\cosh[\gamma ky]} \cdot \exp i(kx - \omega t). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь $\alpha = \sqrt{1 - \eta + \gamma^2}$, $\beta = \sqrt{1 + \gamma^2}$, $\eta = V^2 C_t^{-2}$ – относительная фазовая скорость распространяющейся волны. $C_t^2 = \frac{\bar{C}_{44}}{\rho^0}$ – скорость сдвиговой волны в среде, а

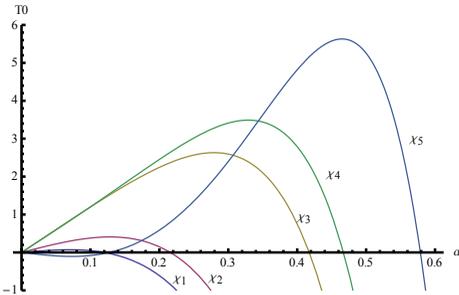
$V^2 = \left(\frac{\omega}{k}\right)^2$ – фазовая скорость распространяемой электроупругой волны. Условием существования поверхностных волн, локализованных в приповерхностных областях слоя, будет $0 < \eta < 1 + \gamma^2$. С учетом граничных условий $\sigma_{yz} = 0$, $\varphi = 0$, на поверхностях слоя $y = 0$ и $y = 2h$, для существования ненулевых решений получим следующее трансцендентное дисперсионное уравнение:

$$T(\alpha, \chi_0, kh, \gamma) = -\gamma\beta\chi_0 \sinh[2kh\alpha] \cosh[2kh\beta] - \left[\beta^2\chi_0^2 + \alpha^2(1 + \chi_0^2)\right] \sinh[2kh\alpha] \sinh[2kh\beta] + \gamma\alpha(1 + \chi_0) \tanh[2kh\gamma] \cosh[2kh\alpha] \sinh[2kh\beta] + 2\alpha\beta\chi_0(1 + \chi_0) [\cosh[2kh\alpha] \cosh[2kh\beta] - 1] = 0.$$



Фиг. 3.1. Неоднородный случай при фиксированных $kh = 2$ и $\gamma = 0.7$.

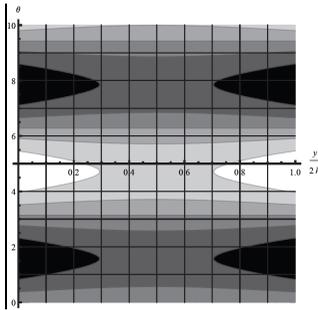
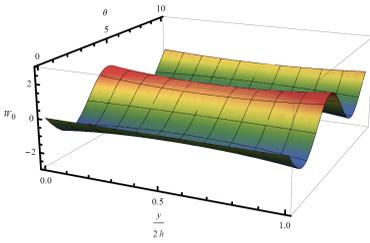
На фиг. 3.1 приведён график зависимости кривых $\{\alpha; T(\alpha, \chi_0, kh, \gamma)\}$ для фиксированных $kh = 2$ и разных χ_0 с учётом неоднородности $\gamma = 0.7$, отображающий поведение дисперсионной функции $T(\alpha, \chi_0, kh, \gamma)$ и точки их пересечения с осью α дают корни в интересующем нас промежутке условия существования. Здесь отчётливо видно возникновение вторых решений для нескольких кривых χ_3, χ_4, χ_5 , $kh = 2$, $\gamma = 0.7$.



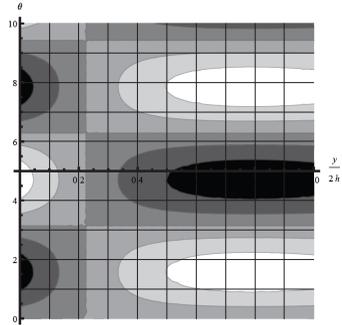
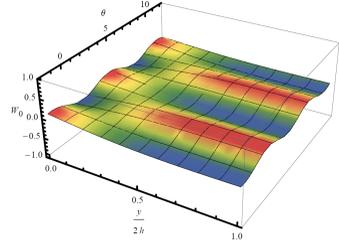
Фиг. 3.2. Однородный случай при фиксированном $kh = 2$.

Для сравнения приведем аналогичный график Фиг. 3.2 зависимости $\{\alpha; T_0(\alpha, \chi_0, kh)\}$ получаемый для случая однородного слоя при фиксированных $kh = 2$ и разных χ_0 .

На фиг. 3.3–3.4 приведены графики поведения упругого сдвига по толщине пьезоэлектрического слоя для однородного и неоднородного случаев при параметрах $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$, и $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$, $\gamma = 0.5$ соответственно.



Фиг. 3.3. Упругий сдвиг и его плотность в неоднородном слое при фиксированных $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$.



Фиг. 3.4. Упругий сдвиг и его плотность в однородном слое при фиксированных $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$, $\gamma = 0.5$.

Сравнивая величины относительных фазовых скоростей поверхностных волн, возникающих в неоднородных и однородных слоях в пределах $kh \leq 1$ и средних значений пьезоэффекта, неоднородность не играет значительной роли, поскольку разницы между численными величинами скоростей или нет, или она не превышает 4%. Но в диапазоне $kh > 1$ и средних значениях пьезоэффекта эта разница увеличивается и доходит до значений 10% и больше. К тому же, присутствие неоднородности в среде усиливает эффект возникновения вторых решений, которые, как и в однородном случае, удовлетворяют условию затухания. Падение скоростей волн и выявление вторых решений становится более очевидным с возрастанием неоднородности γ в среде, что свидетельствует о воздействии неоднородности на усиление эффекта локализации поверхностных волн. По сравнению с однородным случаем, гиперболическая неоднородность увеличивает глубины проникновений максимумов упругого сдвига и электрического потенциала по удалении от границы $y = 2h$.

В §3.2 рассматривается задача распространения по оси Ox сдвиговой монохроматической электроупругой волны в пьезоактивном слое симметрии btt с неоднородностью по толщине, задаваемой тригонометрической функцией.

$$\{f(y)\} = \{f^0 \cos^2[k\gamma y]\} \quad (3.5)$$

Как и в первом параграфе, вводится понятие калибровочной поверхности слоя, на которой принимаются условия $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, задаются постоянные $\{f^0\} \Leftrightarrow \{c_{44}^0; e_{15}^0; \varepsilon_{11}^0; \rho^0\}$ и исследуется влияние выбранной функции градации неоднородности (3.5) по толщине слоя на характеристики возникновения поверхностных волн и их локализации вдоль поверхностей слоя. Уравнения антиплоской электроактивной задачи задаются в виде (3.3) и волновые решения, удовлетворяющие им, записываются как:

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= \frac{A_1 \sinh[k\alpha y] + A_2 \cosh[k\alpha y]}{\cos[\gamma ky]} \cdot \exp i(kx - \omega t), \\ \varphi(x, y, t) &= \frac{e_{15}^0}{\varepsilon_{11}^0} \frac{A_1 \sinh[k\alpha y] + A_2 \cosh[k\alpha y]}{\cos[\gamma ky]} \cdot \exp i(kx - \omega t) + \\ &+ \frac{A_3 \sinh[k\beta y] + A_4 \cosh[k\beta y]}{\cos[\gamma ky]} \cdot \exp i(kx - \omega t). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Здесь $\alpha = \sqrt{1 - \eta - \gamma^2}$, $\beta = \sqrt{1 - \gamma^2}$ и $\eta = \frac{V^2}{C_t^2}$ – относительная фазовая скорость поверхностной волны. Условие $0 < \alpha < 1$, существования поверхностной волны с учетом неоднородности (3.5) запишется как:

$$0 < \eta < 1 - \gamma^2, \quad 0 \leq \gamma^2 < 1. \quad (3.7)$$

Во избежание обращения в ноль знаменателей в (3.6) и потери как физического, так и математического смысла задачи, примем, что $0 < k\gamma y < \frac{\pi}{2} - \varepsilon$ (ε – достаточно малое положительное число). Подставляя максимальное значение $y = 2h$ для параметров γ и $\tilde{k} = kh$, получим условие:

$$0 \leq \tilde{k}\gamma < \frac{\pi}{4} - \varepsilon. \quad (3.8)$$

Назовем мертвой зоной и лишённых каких либо волновых решений типа (3.6) те области слоя, где совокупность параметров не γ и $\tilde{k} = kh$ не удовлетворяет неравенству (3.8). В табл. 3.1 приведены численные примеры условия (3.7) для некоторых фиксированных γ .

Таблица 3.1

$\gamma = 0.15$	$\gamma = 0.3$	$\gamma = 0.5$	$\gamma = 0.7$
$\tilde{k} < 5.23$	$\tilde{k} < 2.67$	$\tilde{k} < 1.57$	$\tilde{k} < 1.21$

Например, для поиска возможных решений при $\gamma = 0.3$ параметр \tilde{k} следует варьировать в спектре $(0, 2.67)$.

Принимая граничные условия на поверхностях $y = 0$ и $y = 2h$ сравниваемых однородных и неоднородных слоев как одинаково электрически запертых и свободных от механических напряжений: $\sigma_{yz} = 0$, $\varphi = 0$. Для неоднородного слоя, при вышеупомянутых граничных условиях и условия существования ненулевых решений $\det|A_i| = 0$, $i = 1, \dots, 4$, по отношению относительных фазовых скоростей получим следующее трансцендентное дисперсионное уравнение :

$$\begin{aligned} T(\alpha, \chi_0, kh, \gamma) = & 2\alpha\beta\chi_0(1 + \chi_0)(\cosh[2\alpha kh]\cosh[2\beta kh] - 1) - \\ & - (\beta^2\chi_0^2 + \alpha^2(1 + \chi_0)^2)\sinh[2\alpha kh]\sinh[2\beta kh] - \\ & - \gamma \tan[2\gamma kh]\alpha(1 + \chi_0)\sinh[2\beta kh]\cosh[2\alpha kh] + \\ & + \gamma \tan[2\gamma kh]\chi_0\beta \cosh[2\beta kh]\sinh[2\alpha kh] = 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Отметим также, что на любом этапе расчетов, принимая значение параметра неоднородности как $\gamma = 0$, получим соотношения и дисперсионное уравнения для классической однородной задачи при тех же граничных условиях.

Исследуя ненулевые решения (3.9), можно утверждать, что исследуемая здесь тригонометрическая неоднородность отличается от однородного случая неким эффектом рассеивания волновой энергии в слое, которая может помешать волне локализоваться вдоль поверхностей слоя. Для материалов с маленькими значениями коэффициента электромеханической связи и некоторыми значениями kh по сравнению с однородным случаем отсутствуют поверхностные решения, а для материалов с сильным пьезоэффектом не возникает вторых решений, удовлетворявших условию (3.7), которые возникали в однородном слое.

В §3.3 проведено исследование возможности возникновения и локализации электроупругих монохроматических волн в слое, идентичное проведенному в §3.1 исследованию, с учетом гиперболической неоднородности слоя по толщине и разных сочетаний граничных условий. Для всех возможных комбинаций механических и электрических граничных условий (9 групп, не считая граничных условий, приведенных в §3.1 и §3.2) приводятся дисперсионные уравнения неоднородных и однородных случаев, и исследуется возможность существования в них поверхностных волн. Приводятся результаты численного и сравнительного анализа. Основной целью этой главы является выявление качественных и количественных эффектов воздействия принятой неоднородности (3.2) на слой с учетом тех граничных условий, при которых в однородном случае поверхностные волны или отсутствуют или они есть, но локализованы только у одной границы раздела слоя с вакуумной средой.

Для 6-ти групп граничных условий поверхностных волн для однородных и неоднородных случаев не выявлено. Принятая неоднородность и пьезоэффект этих материалов не играют никакой роли в процессе возникновения поверхностных волн и

величина относительной фазовой скорости совпадает со скоростью объёмной сдвиговой волны в среде.

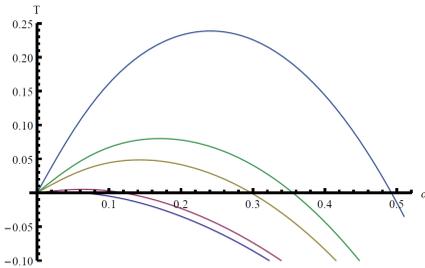
Для остальных 3-х групп граничных условий:

1. $y = 0, \quad \sigma_{yz} = 0; \varphi = 0,$
 $y = 2h, \quad w = 0; D_y = 0,$
2. $y = 0, \quad \sigma_{yz} = 0; \varphi = 0,$
 $y = 2h, \quad w = 0; \varphi = 0,$
3. $y = 0, \quad \sigma_{yz} = 0; \varphi = 0,$
 $y = 2h, \quad \sigma_{yz} = 0; D_y = 0.$

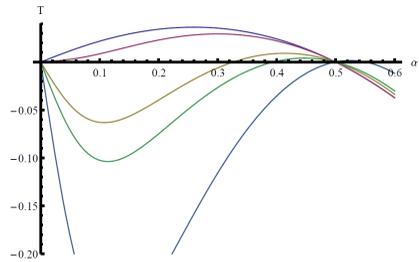
сравнены результаты, полученные от исследования дисперсионных уравнений неоднородного и однородного слев. Для первых двух групп можно утверждать, что для значений безразмерного параметра $kh < 1$ в слоях существуют только объёмные предельные сдвиговые волны. Для кристаллов со слабыми и средними величинами пьезоэффекта (в частности материалы, с пьезоэффектом χ_1 и χ_2), поверхностных волн не наблюдается вплоть до $kh \gg 1$. Но в диапазоне $kh > 1$ для материалов с пьезоэлектромеханическим коэффициентом выше среднего возникает эффект локализации и распространение волн удовлетворяющим условию существования. В этих случаях граничных условий эффект от принятой неоднородности положительно воздействует на локализацию волн слоя с высоким коэффициентом электромеханической связи, а также наблюдается повышение скоростей фазовых волн и увеличение глубины локализации около поверхности $y = 0$.

Отдельно отметим 3-ю группу граничных условий, при которых для однородного случая при всех значениях kh около поверхности $y = 0$ локализованы поверхностные волны, а условия на поверхности $y = 2h$ не допускают возникновения поверхностных волн.

Ниже приведем графики зависимости (фиг. 3.5 и фиг. 3.6) кривых $\{\alpha; T(\alpha, \chi_0, kh, \gamma)\}$ для разных χ_0 и фиксированных $kh = 5$ для однородного случая и фиксированных $kh = 5$ и $\gamma = 0.7$ для неоднородного случая, соответственно.

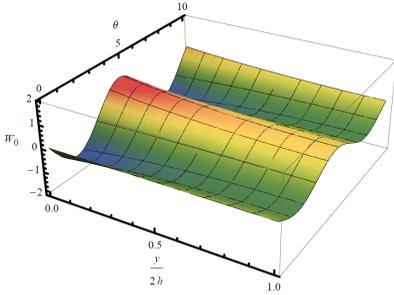


Фиг. 3.5. Однородный случай при фиксированном $kh = 5$

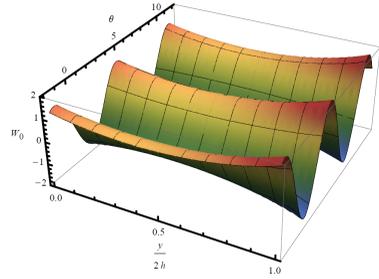


Фиг. 3.6 Неоднородный случай при фиксированных $kh = 5$ и $\gamma = 0.5$.

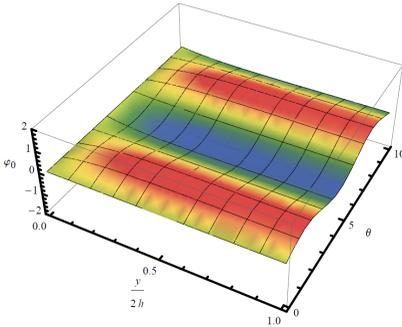
На фиг. 3.7–3.8 приведены графики поведения упругого сдвига по толщине пьезоэлектрического слоя для однородного и неоднородного случаев при параметрах $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$, и $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$, $\gamma = 0.5$, соответственно.



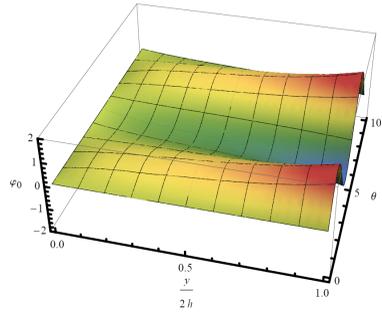
Фиг. 3.7. Однородный случай упругого сдвига при фиксированных $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$



Фиг. 3.8 Неоднородный случай упругого сдвига при фиксированных $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$ и $\gamma = 0.5$.



Фиг. 3.9. Однородный случай электрического потенциала при фиксированных $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$



Фиг. 3.10. Неоднородный случай электрического потенциала при фиксированных $kh = 2$, $\chi_3 = 0.55$ и $\gamma = 0.5$.

Для неоднородного случая при больших значениях kh возникают вторые ненулевые решения (фиг. 3.6), удовлетворяющие условию существования и около поверхности $y = 2h$ наблюдается повышение концентрации упругой энергии и сгущение электрического потенциала (фиг. 3.8 и фиг. 3.10).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе исследована проблема возможной локализаций сдвиговых электроупругих волн в пьезодиэлектрическом слое из неоднородного материала с кристаллографической решеткой гексагональной симметрий класса $6mm$, при распространении электроупругого монохроматического сигнала по срединной поверхности слоя. Приводятся основные уравнения и материальные соотношения непрерывно неоднородной пьезодиэлектрической среды, обсуждается вопрос о возможности разделения задач плоской и антиплоской деформаций в линейной электроупругости при неоднородности пьезодиэлектрического материала. Обсуждены особенности изменения и взаимодействия амплитудных и фазовых функций при распространении первичного монохроматического сигнала в зависимости от характера неоднородности и от выбора разных комбинаций граничных условий.

В работе получены следующие выводы и основные результаты:

- Показано, что для композитных неоднородных материалов с сохранением конструкций кристаллической решетки, неоднородность материала с изменяющимися физикомеханическими характеристиками, не влияет на возможность разделений этих полей. Приведена постановка антиплоской, электроактивной задачи линейной электроупругости для неоднородного пьезодиэлектрического слоя из материала класса $6mm$ в квазистатическом приближений.
- Задача распространения электроупругого сдвигового сигнала в неоднородном пьезодиэлектрическом слое приводится к решению системы нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами по отношению амплитудных и фазовых функций упругого сдвига и электрического потенциала $A_w(x, y)$, $A_\psi(x, y)$, $\varphi_w(x, y)$, $\varphi_\psi(x, y)$, распространяющейся электроупругой волны.
- Исследованы задачи распространения первичного электроупругого сдвигового монохроматического сигнала как в неоднородном по толщине, так и в продольно неоднородном пьезодиэлектрическом слое при разных сочетаниях граничных условий на поверхностях слоя и при конкретных законах неоднородности материала.
- Показано, что в неоднородном по толщине пьезодиэлектрическом слое с линейной неоднородностью физико-механических характеристик возможно распространение сдвиговой электроупругой волны по направлению Ox . В случае распространения коротких волн, когда длина распространяющегося электроупругого волнового сигнала $\lambda = 2\pi/k$ намного мала по сравнению с толщиной неоднородного слоя $2h$, получено условие локализаций волны вблизи поверхностей слоя, численно исследованы характеры изменения фазовой скорости и распределения волнового поля в соответствующих случаях.
- Показано, что в отличие от случая неоднородности слоя по толщине, в продольно неоднородном слое характер волнового поля по толщине слоя совпадает с характером предварительного электроупругого сигнала, а характеры распространения упругого и электрического составляющих изменяются и по скорости распространения, и возникает осциллирующий след колебания, зависящий от показателя неоднородности, заданным экспоненциальным законом.

- При гиперболической неоднородности пьезоэлектрического слоя по толщине получены условия локализаций для разных поверхностных условий и проведен сравнительный анализ фазовых скоростей и соответствующих характер локализаций волн у поверхностей слоя.
- Получены условия, запрещающие локализацию волн, или изменяющие характер локализаций по сравнению со случаем однородного пьезоэлектрического слоя.
- Показано, что при гиперболической неоднородности по толщине пьезоэлектрического слоя, при определенных поверхностных условиях, можно локализовать составляющие электроупругой волны: упругий сдвиг и электрический потенциал у разных поверхностей слоя, соответственно.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Камалян А.А. О распространении и поведении электроупругой волны в пьезоэлектрике в зависимости от неоднородности // Изв. НАН Армении. Механика. 2013. Т. 66. № 4. С. 38–48.
2. Камалян А.А. О задаче распространения электроупругой волны в пьезослое с тригонометрической неоднородностью по толщине // Изв. НАН Армении. Механика. 2014. Т. 67. № 1. С. 72–78.
3. Аветисян А.С. Камалян А.А. О распространении электроупругого сдвигового сигнала в неоднородном пьезоэлектрическом слое класса бmm // Докл. НАН Армении. 2014. Т. 114. № 2. С. 108–115.
4. Аветисян А.С. Камалян А.А. Влияния поперечной неоднородности пьезоэлектрического слоя и сочетаний граничных условий при распространении сдвигового электроупругого сигнала // Вестник ГИУА. Серия «Механика, Машиноведение, Машиностроение». 2014. Выпуск 17, № 1. С. 37–51.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսությունում հետազոտված է $6mm$ դասի հեքսագոնալ համաչափության բյուրեղային ցանցով, անհամասեռ պիեզոդիէլեկտրական շերտում սահքային էլեկտրաառաձգական ալիքների հնարավոր տեղայնացման խնդիրը՝ շերտի միջին հարթությամբ էլեկտրաառաձգական մոնոխրոմատիկ ազդանշանի տարածման դեպքում: Բերված են անընդհատորեն անհամասեռ պիեզոդիէլեկտրական միջավայրի հիմնական հավասարումներն ու նյութական առնչությունները, քննարկված է անհամասեռ միջավայրի համար գծային էլեկտրաառաձգականության խնդրում հարթ և հակահարթ դեֆորմացիաների անջատման հարցը: Ուսումնասիրված են լայնոյթային և փուլային ֆունկցիաների փոփոխության և փոխազդեցության առանձնահատկությունները՝ առաջնային մոնոխրոմատիկ ազդանշանի տարածման ժամանակ՝ կախված անհամասեռության բնույթից և եզրային պայմանների տարբեր համակցությունների ընտրությունից:

Աշխատանքի հիմնական արդյունքներն ու հետևություններն են.

- Ցույց է տված, որ եթե պահպանում ենք կոմպոզիտ կառուցվածքի բյուրեղային ցանցը, ապա նյութի անհամասեռությունը չի ազդում գծային էլեկտրաառաձգականության խնդրում հարթ և հակահարթ դեֆորմացիաների անջատման հնարավորության վրա: Բերված է գծային էլեկտրաառաձգականության հակահարթ էլեկտրաակտիվ խնդրի դրվածքը քվազիստատիկ մոտարկմամբ $6mm$ դասի անհամասեռ պիեզոդիէլեկտրական շերտի համար:
- Անհամասեռ պիեզոդիէլեկտրական շերտում սահքի էլեկտրաառաձգական ալիքի տարածման խնդիրը բերված է փոփոխական գործակիցներով, ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի լուծմանը՝ տարածվող էլեկտրաառաձգական ալիքի առաձգական սահքի և էլեկտրական պոտենցիալի լայնոյթային և փուլային $A_w(x, y)$, $A_\psi(x, y)$, $\varphi_w(x, y)$, $\varphi_\psi(x, y)$ ֆունկցիաների նկատմամբ:
- Ուսումնասիրված է սահքի առաջնային էլեկտրաառաձգական մոնոխրոմատիկ ազդանշանի խնդիրը ինչպես ըստ հաստության անհամասեռ, այնպես էլ ըստ երկայնական ուղղության անհամասեռ պիեզոդիէլեկտրական շերտում՝ շերտի մակերևույթներին տրված եզրային պայմանների տարբեր համակցությունների և նյութի անհամասեռության տարբեր օրենքների համար: Ցույց է տված, որ ֆիզիկամեխանիկական բնութագրիչների՝ ըստ հաստության գծային անհամասեռությամբ օժտված պիեզոդիէլեկտրական շերտում հնարավոր է Ox ուղղությամբ սահքի էլեկտրաառաձգական ալիքի տարածումը: Կարճ ալիքների տարածման դեպքում, երբ տարածվող էլեկտրաառաձգական ալիքային ազդանշանի $\lambda = 2\pi/k$ երկարությունը բավական փոքր է անհամասեռ շերտի $2h$ հաստության համեմատ, ստացված է շերտի մակերևույթներին մոտ ալիքի տեղայնացման պայմանը, թվային եղանակով հետազոտված է փուլային արագության փոփոխման բնույթը և ալիքային դաշտի բաշխումը:

- Յույց է տված, որ ի տարբերություն ըստ հաստության անհամասեռ շերտի, ըստ երկայնական ուղղության անհամասեռ շերտում ալիքային դաշտի բնույթը ըստ հաստության համընկնում է սկզբնական էլեկտրաառածգական ալիքի բնույթի հետ, իսկ առածգական և էլեկտրական բաղադրիչների տարածման բնույթը փոփոխվում է տարածման արագությունից կախված, և առաջանում է տատանումների օսցիլացվող հետք՝ կախված էքսպոնենցիալ օրենքով տրված անհամասեռության ցուցչից:
- Պիեզոդիէլեկտրական շերտի՝ ըստ հաստության հիպերբոլական անհամասեռության դեպքում ստացված են տեղայնացման պայմանները՝ տարբեր եզրային պայմանների համար, կատարված է փուլային արագության և շերտի մակերևույթներին մոտ ալիքների տեղայնացման բնույթի համեմատական վերլուծություն:
- Համասեռ պիեզոդիէլեկտրական շերտի հետ համեմատությամբ ստացված են ալիքի տեղայնացումը կանխող կամ տեղայնացման բնույթը փոխող պայմաններ:
- Յույց է տրված, որ պիեզոդիէլեկտրական շերտի՝ ըստ հաստության հիպերբոլական անհամասեռության դեպքում մակերևութային տրված պայմանների դեպքում կարելի է տեղայնացնել էլեկտրաառածգական ալիքի բաղադրիչները՝ առածգական սահքն ու էլեկտրական պոտենցիալը:

ABSTRACT

The problem of a possible shear electroelastic waves localization in a piezoelectric layer made of inhomogeneous material with the crystallographic lattice of hexagonal symmetry class $6mm$, with spreading electroelastic monochromatic signal in the middle surface of the layer is investigated in this thesis.

Basic equations and material relations describing continuously inhomogeneous piezodielectric are presented. The possibility of division of flat and anti-plane deformations in linear electroelasticity for the case of material inhomogeneity is discussed. The characteristic of changes and interactions for amplitude and phase functions of propagating primary monochromatic signal, according to the nature of heterogeneity and the choice of different combinations of the boundary conditions is discussed.

The main results and following conclusions obtained In this paper are:

- It is shown that for composite heterogeneous materials retaining structures lattice, inhomogeneity of the material with varying physical and mechanical characteristics, does not affect the possibility of separating flat and anti-plane fields. Statement of anti-plane, electroactive problem of linear electroelasticity for inhomogeneous piezodielectric layer made of class $6mm$ material, in the quasistatic approximation is brought.
- Problem of propagation of shear electroelastic signal in an non-homogeneous piezodielectric layer is reduced to solving a system of nonlinear differential equations with variable coefficients relative amplitude and phase functions of the elastic shift and electric potential $A_w(x, y)$, $A_\psi(x, y)$, $\varphi_w(x, y)$, $\varphi_\psi(x, y)$ of the propagating electroelastic waves.

- Problems of primary electroelastic shear monochromatic signal propagation in as non-homogeneous over the thickness, as well as longitudinally non-homogeneous piezodielectric layer under various combinations of boundary conditions on layer surfaces and under some material non-homogeneities.
- It is showed, that in non-homogeneous over the thickness piezodielectric layer with linear non-homogeneity of physicomechanical characteristics, it is possible the propagation of shear electroelastic wave in Ox direction. In the case of short wave propagation, when the length $\lambda = 2\pi/k$ of propagating electroelastic wave signal is significantly small with respect to the thickness $2h$ of the non-homogeneous layer, condition of wave localization near layer surfaces is obtained, characters of phase velocity change and wave field distribution is numerically investigated in corresponding cases.
- It is shown that unlike to the layer with heterogeneity over the thickness, in longitudinally inhomogeneous layer the nature of the wave field across the layer thickness coincides with the nature of the preliminary electroelastic signal, and the characters of the propagation of elastic and electrical components change the velocity, and there is a trace of the oscillating vibrations, depending from added heterogeneity index, specified by the exponential law.
- Under influence of hyperbolic inhomogeneity over the thickness of piezodielectric layer conditions of wave localization for various surface conditions are obtained and comparative analysis of phase velocities and corresponding character of wave localization near layer surfaces is carried out.
- Conditions prohibiting localization of waves or changing localization character are obtained as compared with the case of homogeneous piezodielectric layer.
- It is shown, that under hyperbolic non-homogeneity over the piezodielectric layer thickness and certain surface conditions components of electroelastic wave, i.e. elastic shear and electric potential may be localized near different surfaces of the layer.