ՀՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

Դերձյան Հասմիկ Սեյրանի

ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐԻ՝ ԸՍՏ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ԲԱՇԽՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԻ ԵՎ ՀԱՄԱՊԱՏԱՍԽԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄԻ ՈՒ ԾՐԱԳՐԱՅԻՆ ՓԱԹԵԹԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ

Ե.13.05 - «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2015

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

Дерцян Асмик Сейрановна

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, СООТВЕТСТВУЮЩЕГО АЛГОРИТМА И ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА ДЛЯ ЗАДАЧИ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ ПО ВРЕМЕНИ

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.05 – “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”.

ЕРЕВАН – 2015

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանում (Պոլիտեխնիկ)

Գիտական ղեկավար՝ տեխ. գիտ. թեկնածու Վ. Ս. Հովսեփյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆիզ.մաթ.գիտ. դոկտոր Հ. Գ. Գեոլեցյան
Ֆիզ.մաթ.գիտ. թեկնածու Ի.Ա.Կարապետյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Խաչատուր Աբովյանի անվան հայկական պետական մանկավարժական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2015թ.-ի հոկտեմբերի 14-ին, ժամը 16:00-ին, ՀՀ ԳԱԱ Ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտում գործող 037 «Ինֆորմատիկա և հաշվողական համակարգեր» մասնագիտական խորհրդի նիստում, հետևյալ հասցեով՝ 0014, Երևան, Պ. Սևակի 1:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ ԻԱՊԻ գրադարանում:
Սեղմագիրն առաքված է 2015թ.-ի սեպտեմբերի 14-ին:

037 մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր Հ. Գ. Սարուխանյան

Тема диссертации утверждена в Государственном инженерном университете Армении (Политехник)

Научный руководитель: кандидат тех.наук В.С. Овсепян

Официальные оппоненты: доктор физ.мат.наук Г.Г. Геолецян
кандидат физ.мат.наук И.А. Карапетян

Ведущая организация: Армянский государственный педагогический университет

Защита диссертации состоится 14–го октября 2015 года в 16:00 часов на заседании специализированного совета 037 “Информатика и вычислительные системы” Института проблем информатики и автоматизации НАН РА по адресу: 0014, г. Ереван, ул. П. Севака 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПИА НАН РА.
Автореферат разослан 14-го сентября 2015г.

Ученый секретарь специализированного
совета 037, доктор физ.мат.наук А. Г. Саруханян

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՄԱՌՈՏ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

Թեմայի արդիականությունը

Նյութական, աշխատանքային, ֆինանսական, տեխնոլոգիական և այլ բնույթի ռեսուրսների օգտագործման օպտիմալ եղանակների ընտրությունն ունի մեծ նշանակություն ժամանակակից տնտեսության պլանավորման և զարգացման գործում: Ռեսուրսների օպտիմալ բաշխման առանձնահատուկ եղանակ է հանդիսանում ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման եղանակը: Տնտեսության շատ բնագավառներում պահանջվում է իրականացվող ծրագրերի ընթացքում աշխատել օգտագործվող ռեսուրսների հնարավորինս հավասարաչափ բաշխվածության պայմաններում: Ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդիրները առաջանում են արտադրական և տեխնոլոգիական պրոցեսների կազմակերպման, շինարարական աշխատանքների պլանավորման, ֆինանսական ներդրումների իրականացման, աշխատուժի բաշխման և այլ ոլորտներում: Այս տիպի խնդիրներում պահանջվում է իրականացվող նախագծերի համար կազմել այնպիսի աշխատանքային գրաֆիկ, որ օգտագործվող ռեսուրսների պահանջարկը (կամ մակարդակը) հնարավորին չափով քիչ տատանվի նախագծի իրականացման ժամանակահատվածի ընթացքում:

Ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման (ԸԺՌՀԲ) խնդրի լուծման առաջին մեթոդներն առաջարկվել են դեռևս 1960-ական թվականներին: Այս խնդրի լուծման վերաբերյալ առավել ինտենսիվ հետազոտություններ են կատարվել վերջին տասնամյակում[1,2,3]: Այս աշխատանքներում ԸԺՌՀԲ խնդիրը ձևակերպվում է որպես օպտիմալացման խնդիր, որտեղ մինիմալացման ենթակա նպատակային ֆունկցիա է հանդիսանում ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման հայտանիշ ընտրված ֆունկցիան:

---

[1]**Doulabi S.H.H., Seifi A., Shariat S.Y.** Efficient hybrid genetic algorithm for resource leveling via activity splitting. Journal of Construction Engineering and Management -ASCE 137(2): 137–146, 2011.

[2]Garmsiri M., Abassi M.R. Resource leveling scheduling by an ant colony-based model. Journal of Industrial Engineering International, 8:7, 2012.

[3]Ranjbar M. A path-relinking metaheuristic for the resource levelling problem. Journal of the Operational Research Society, Vol. 64, pp. 1071–1078, 2013

Գոյություն ունեն ԸԺՌՀԲ խնդրի լուծման կոմբինատորային և էվրիստիկ մեթոդներ: Ինչպես ցույց է տալիս վերջին տարիների գիտական հոդվածների վերլուծությունը, ԸԺՌՀԲ խնդրի լուծման ժամանակ հետազոտողներն առավել մեծ նախապատվություն են տալիս թվային օպտիմալացման էվրիստիկ մեթոդներին, մասնավորապես՝ գենետիկական (Hegazy – 1999, Leu – 2000, Doulabi – 2011), թրծման մոդելավորման (Mushi – 1997, Son, Skibniewski -1999), մեղուների պարսի (Guo – 2008, Pang – 2008), մրջյունների գաղութի (Geng – 2011, Garmsiri – 2012) մեթոդներին:

Մյուս կողմից, մի շարք աշխատություններում (Hedar, Fukushima – 2002, 2006) նշվում է, որ չնայած վերը բերված էվրիստիկ մեթոդները բավականին արագ մոտենում են նպատակային ֆունկցիայի գլոբալ մինիմումի շրջակայքին, սակայն ճշգրիտ գլոբալ մինիմումի որոշման համար պահանջում են մեծ թվով իտերացիաների կատարում: Դրա համար շատ աշխատություններում բավարարվում են ԸԺՌՀԲ խնդրի օպտիմալ արժեքին մոտ լուծում գտնելով: Ավելի ճշգրիտ լուծման որոնումը միայն էվրիստիկ մեթոդների միջոցով զգալի մեծացնում է ԸԺՌՀԲ խնդրի լուծման ժամանակահատվածը և նույնիսկ որոշ դեպքերում այն դարձնում գործնականում ոչ նպատակահարմար:

Հետևաբար ԸԺՌՀԲ խնդիրների լուծման ավելի ճշգրիտ և ավելի արագ գործող մեթոդների մշակումը դառնում է արդիական և անհրաժեշտ:

Սույն աշխատանքի մեջ ԸԺՌՀԲ խնդրի լուծումը ճշգրտելու նպատակով առաջարկվում է թրծման մոդելավորման մեթոդը համակցել հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման առաջարկվող մոդիֆիկացիայի հետ՝ որպես խնդրի լուծումը ճշգրտող և որոնման գործընթացն արագացնող պրոցեդուր: Առաջարկվող մոդիֆիկացիայի արդյունավետությունը ստուգվել է օպտիմալացման ստանդարտ թեսթային ֆունկցիաների վրա: Արդյունքում նշված մոդիֆիկացիան մի շարք ստանդարտ թեսթային ֆունկցիաների մինիմալ արժեքը որոշել է ավելի կարճ ժամանակահատվածում, քան Նելդեր-Միդի հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման նախնական մեթոդը:

Նշված համակցված մեթոդի կիրառումը ԸԺՌՀԲ խնդիրների լուծման ժամանակ տալիս է ավելի լավ արդյունքներ և' պրոցեսորային ժամանակի օգտագործման, և' նպատակային ֆունկցիայի գլոբալ մինիմումի արդյունավետ որոնման առումներով:

Միաժամանակ, սույն աշխատանքի մեջ կատարված են հետազոտություններ՝ ԸԺՌՀԲ խնդրի մաթեմատիկական մոդելի ճշտման առումով: Առաջարկվող մոդելում ռեսուրսների բաշխումը կատարվող աշխատանքների համար ներկայացվում է ուշացող արգումենտներով ֆունկցիաների տեսքով, ինչն ավելի իրատեսական մոդել է իրականացվող բարդ նախագծերի համար:

Հետազոտման օբյեկտը ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդրի մաթեմատիկական մոդելն է և նրա մոդելավորման մաթեմատիկական, ալգորիթմական և ծրագրային ապահովման միջոցները:

Աշխատանքի նպատակն է մշակել կազմակերպությունների գործունեության պլանավորումը բարելավող ալգորիթմական, ծրագրային գործիքային միջոցներ, որոնք թույլ կտան որոշակի ծրագրերի իրագործման ժամանակահատվածի ընթացքում աշխատել օգտագործվող ռեսուրսների ժամանակի մեջ առավել արդյունավետ ու հավասարաչափ բաշխվածության պայմաններում: Այս նպատակին հասնելու համար լուծվել են հետևյալ խնդիրները՝

- Ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդրի մաթեմատիկական մոդելի ճշգրտում, օպտիմալության հայտանիշերի ընտրություն,
- Վերոհիշյալ խնդրի լուծման արդյունավետ մեթոդների մշակում,
- Ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդրի լուծման ալգորիթմի և ծրագրային փաթեթի մշակում:

Հետազոտության մեթոդները. աշխատանքում օգտագործված են հետևյալ մեթոդները՝

- թրծման մոդելավորման գլոբալ օպտիմալացման մեթոդը (метод отжига),
- Նելդեր-Միդի հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման կամ դեֆորմացվող բազմանկյունների լոկալ օպտիմալացման մեթոդը,
- հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի՝ առաջարկվող նոր մոդիֆիկացիան:

Գիտական նորույթը

Կատարված հետազոտության ընթացքում ստացվել են նորամուծությամբ աչքի ընկնող հետևյալ արդյունքները.

- Ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման (ԸԺՌՀԲ) խնդրի մաթեմատիկական մոդելի կառուցում, որում իրականացվող աշխատանքների համար ռեսուրսների բաշխումը ներկայացվում է ուշացող արգումենտներով ֆունկցիաների տեսքով, ինչը կարևոր է առավել բարդ նախագծերի դեպքում,
- ԸԺՌՀԲ խնդրի լուծման նպատակով առաջարկվել է հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի նոր մոդիֆիկացիա:

Պաշտպանությանը ներկայացվող հիմնական դրույթները

- ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման առաջադրվող խնդիրը՝ որպես թվային օպտիմալացման խնդիր, նրա մաթեմատիկական մոդելը, հավասարաչափ բաշխման օպտիմալության հայտանիշերը,
- հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի մոդիֆիկացիան,
- նշված մոդիֆիկացիայի միջոցով օպտիմալացման ստանդարտ թեսթային խնդիրների լուծման փորձարարական արդյունքները,
- ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման առաջադրված խնդրի լուծման ալգորիթմը և նրա իրականացումը ծրագրային փաթեթի տեսքով:

Աշխատանքի կիրառական նշանակությունը և ներդրումը

Ստացվել են գործնական արժեք ունեցող հետևյալ արդյունքները.

- Ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդրի լուծման համար մշակվել են ալգորիթմներ և համապատասխան ծրագրային փաթեթ,
- Մշակված ծրագրային փաթեթը ներդրվել է Վանաձորի «Կաթնագործ» ԲԲԸ-ում՝ աշխատուժի առավել օպտիմալ բաշխում ստանալու նպատակով:

Աշխատանքի ապրոբացիան

Ատենախոսության հիմնական դրույթները և արդյունքները զեկուցվել են հանրապետական և միջազգային հետևյալ գիտաժողովներում՝ Գյումրիի պետական մանկավարժական ինստիտուտի գիտական նստաշրջանում (դեկտեմբերի 4-5, 2008թ.), Վանաձորի պետական մանկավարժական ինստիտուտի (ՎՊՄԻ) 40-ամյակին նվիրված միջազգային գիտաժողովում (նոյեմբերի 14, 2009թ.), ՎՊՄԻ-ի երիտասարդական հանրապետական գիտաժողովում (դեկտեմբերի 11, 2010 թ.), Գորիսի պետական համալսարանի երկրորդ միջազգային գիտաժողովում (հունիսի 17-18, 2011 թ.), Հայ-ռուսական (սլավոնական) համալսարանի տարեկան գիտական կոնֆերանսում (Երևան, դեկտեմբերի 3-7, 2012 թ.) ինչպես նաև ՎՊՄԻ-ի ինֆորմատիկայի և տնտեսագիտամաթեմատիկական մեթոդների ու մոդելավորման ամբիոնի սեմինարներին:

Հրատարակությունները: Աշխատանքի հիմնական դրույթներն ու արդյունքներն արտացոլված են հրապարակված 5 գիտական հոդվածներում, որոնց ցանկը բերված է սեղմագրի վերջում:

Աշխատանքի կառուցվածքը և ծավալը: Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, 3 գլուխներից, 121 անուն գրականության ցանկից, 2 հավելվածներից: Ատենախոսության ընդհանուր ծավալը 122 էջ է, որից հիմնական տեքստը 105 էջ: Ատենախոսությունը ներառում է 19 նկար, 20 գծապատկեր, 14 աղյուսակ:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ներածության մեջ հիմնավորվում է թեմայի արդիականությունը, գիտական նորույթը, ստացված արդյունքների կիրառական նշանակությունը, աշխատանքի նպատակը և հիմնական խնդիրները, պաշտպանությանը ներկայացվող հիմնական պնդումները:

Գլուխ 1-ը նվիրված է ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդիրների ուսումնասիրությանը: Տրվում է գրականության ակնարկ: Ուսումնասիրվում են թվային օպտիմալացման թրծման մոդելավորման և Նելդեր-Միդի սիմպլեքս պլանավորման կամ դեֆորմացվող բազմանկյունների մեթոդները: Քննարկվում են վերոհիշյալ մեթոդների արդյունավետության բարձրացման հետ կապված հարցեր: Առաջադրվում է ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման հետևյալ կիրառական խնդիրը:

Կազմակերպությունն իրականացնում է n նախագծերից բաղկացած համալիր ծրագիր: **Տրված** $f_i(t)$, $t \in [0, d_i]$, $i = \overline{1,n}$ ֆունկցիաները ցույց են տալիս i-րդ նախագծի իրականացման համար ժամանակի t պահին պահանջվող ռեսուրսների քանակը: Յուրաքանչյուր նախագծի համար տրված է նրա տևողությունը՝ d_i: Թույլատրվում է հետաձգել նախագծերի իրականացման ժամկետները: i-րդ նախագծի համար թույլատրելի ամենավաղ սկիզբն է c_i, իսկ ամենաուշ սկիզբը՝ v_i : Եթե i-րդ նախագծի իրականացումն սկսվի $t_i \in [c_i, v_i]$ ուշացումով, ապա ռեսուրսների բաշխումը նկարագրող ֆունկցիան կլինի ոչ թե $f_i(t)$, այլ՝ $f_i(t - t_i)$, որտեղ $t \in [t_i, t_i + d_i]$, $i = \overline{1,n}$:

$f(t, t_1, t_2, \dots, t_n) = \sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i)$ ֆունկցիան ցույց է տալիս ժամանակի t պահին համալիր ծրագրի համար պահանջվող գումարային ռեսուրսների քանակը, երբ ծրագրի մաս կազմող նախագծերն սկսվում են t_i ուշացումով, որտեղ $t \in \left[\min_i t_i, \max_i t_i + d_i\right]$:

Պահանջվում է նախագծերի իրականացման $t_1, t_2, \dots, t_n$ սկզբնապահերի համար ընտրել այնպիսի արժեքներ, որ ամբողջական ծրագրով պահանջվող գումարային ռեսուրսները հնարավորին չափով հավասարաչափ բաշխված լինեն ամբողջ ժամանակահատվածի ընթացքում:

Գլուխ 2-ում կառուցվում է նշված խնդրի մաթեմատիկական մոդելը: Նշվում է, որ համալիր ծրագրի ընթացքում օգտագործված ռեսուրսների M միջին արժեքը որոշվում է հետևյալ բանաձևով

$$M = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i)\ dt, \quad \text{որտեղ } a = \min_i t_i = 0, \quad b = \max_i\ t_i + d_i:$$

Այստեղ (b-a)-ն համալիր ծրագրի իրականացման ժամանակահատվածն է: Օգտագործված գումարային ռեսուրսների M միջին արժեքը կախված է միայն համալիր ծրագրի իրականացման b-a ժամանակահատվածից: Քանի որ a = 0, ապա ռեսուրսների M միջին արժեքը կախված է $b = \max_{1 \le i \le n} t_i + d_i$ արժեքից:

Կախված օպտիմալության հայտանիշի ընտրությունից՝ նշված ԸԺՌՀԲ խնդիրը բերվում է հետևյալ 2 խնդիրների **օպտիմալացմանը**.

I դեպք: Որպես ըստ ժամանակի ռեսուրների առավել հավասարաչափ բաշխման տարբերակ դիտարկում ենք այն դեպքը, երբ ռեսուրսների բաշխումը նկարագրող $\sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i)$ գումարային ֆունկցիայի արժեքների մաքսիմալ շեղումը ծրագրի ընթացքում օգտագործված ռեսուրսների M միջին արժեքից փոքրագույնն է: Այս դեպքում օպտիմալության հայտանիշ ենք ընտրում $I_1(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ ֆունկցիան՝

$$I_1(t_1, t_2, \ldots, t_n) = \max_{a \le t \le b} \left| \sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i) - M \right|,$$

$$a = \min_i t_i, \quad b = \max_i \; t_i + d_i, \quad M = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i)\; dt:$$

Պահանջվում է $t_1, t_2, \ldots, t_n$ պարամետրերի համար ընտրել այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում $I_1(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ մաքսիմալ շեղումը կլինի նվազագույնը: Այս դեպքում դրվում է օպտիմալացման հետևյալ խնդիրը.

$$\min_{t_1, t_2, \ldots, t_n} \quad I_1(t_1, t_2, \ldots, t_n),$$

$$c_i \le t_i \le v_i, \quad i = \overline{1, n} \;\; \text{սահմանափակումների դեպքում:}$$

II դեպք: Որպես ըստ ժամանակի առավել հավասարաչափ բաշխման տարբերակ վերցնենք այն դեպքը, երբ ռեսուրսների բաշխումը նկարագրող $\sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i)$ ֆունկցիայի արժեքներն ավելի քիչ են տատանվում իրենց միջին արժեքի շուրջ: Այս դեպքում որպես օպտիմալության հայտանիշ ենք ընտրում միջին քառակուսային շեղումը.

$$I_2(t_1, t_2, \ldots, t_n) = \sqrt{\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \left[\sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i) - M\right]^2 dt}$$

$$a = \min_i t_i, \quad b = \max_i \; t_i + d_i, \quad M = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \sum_{i=1}^{n} f_i(t - t_i)\; dt:$$

Պահանջվում է $t_1, t_2, \ldots, t_n$ պարամետրերի համար ընտրել այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում $I_2(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ միջին քառակուսային շեղումը կլինի փոքրագույնը:

Այս դեպքում դրվում է օպտիմալացման հետևյալ խնդիրը.

$$\min_{t_1, t_2, \ldots, t_n} I_2(t_1, t_2, \ldots, t_n)$$

$$c_i \le t_i \le v_i, \quad i = \overline{1, n} \;\; \text{սահմանափակումների դեպքում:}$$

Նշված խնդրի լուծման ժամանակ առաջարկվում է օգտագործել Նելդեր-Միդի հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի՝ 2-րդ գլխում նկարագրվող մոդիֆիկացիան՝ այն համակցելով թրծման մոդելավորման մեթոդի հետ:

2.2 պարագրաֆում քննարկվում է սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի մոդիֆիկացված տարբերակը: $f(\overline{\boldsymbol{x}})$, $\overline{\boldsymbol{x}} \in R^n$ նպատակային ֆունկցիայի մինիմալ արժեքի որոշման համար սույն աշխատության մեջ առաջարկվում է Նելդեր-Միդի սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի մոդիֆիկացիա, որը աշխատանքի հավելված 1-ում բերված օպտիմալացման մի շարք թեսթային խնդիրների համար ցուցաբերում է պրոցեսորային ժամանակի օգտագործման առումով ավելի լավ արդյունքներ, քան Նելդեր-Միդի մեթոդը:

Դիցուք, $f(\overline{\boldsymbol{x}})$, $\overline{\boldsymbol{x}} \in R^n$ նպատակային ֆունկցիայի որոշման տիրույթում տրված է S նախնական սիմպլեքսը՝ $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} \in R^n$, $i = \overline{1, n+1}$ գագաթներով, որի գագաթները համարակալված են այնպես, որ նրանք բավարարեն (1) պայմանին:

$$f(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}}) \leq f(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2}}) \leq \cdots \leq f(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}}) \qquad (1)$$

Նելդեր-Միդի մեթոդում կատարվում է սիմպլեքսի առաջին n գագաթների միջև գտնվող կենտրոնական կետի՝ $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}$-ի, որոշում (2) բանաձևի միջոցով.

$$\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} \qquad (2)$$

որտեղ $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}} \in R^n$, $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} \in R^n$, $i = \overline{1, n}$: Այնուհետև, սիմպլեքսի վատագույն $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}}$ գագաթը փոխարինվում է այդ գագաթը $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}$ կենտրոնին միացնող ուղղի վրա գտնվող և նպատակային ֆունկցիայի արժեքը փոքրացնող կետով:

Նելդեր-Միդի մեթոդում $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}$ կետը հավասարապես է հեռացված սիմպլեքսի առաջին n գագաթներից: Հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման առաջարկվող մոդիֆիկացիան հիմնված է կշռային գործակիցների գաղափարի վրա: Այս դեպքում (3) բանաձևով որոշվում է սիմպլեքսի առաջին n գագաթների կշռային կենտրոնը.

$$\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}' = \lambda_1 \overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{1}} + \lambda_2 \overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{2}} + \cdots + \lambda_n \overline{\mathbf{x}}_{\boldsymbol{n}} \qquad (3)$$

որտեղ $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$, $\lambda_i > 0$, $i = \overline{1, n}$: (4)

Առաջարկվում է λ_i, $\mathrm{i} = \overline{1, \mathrm{n}}$ կշռային գործակիցները վերցնել այնպես, որ արդյունքում ստացված $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}'$ կշռային կենտրոնը ոչ թե հավասարահեռ հեռացված լինի սիմպլեքսի առաջին n գագաթներից, այլ ավելի շատ թեքված լինի դեպի այն գագաթը, որի վրա ֆունկցիայի արժեքն ավելի փոքր է, կամ ֆունկցիայի արժեքների նվազման արագությունն ավելի մեծ է: Այնուհետև, սիմպլեքսի վատագույն գագաթը փոխարինվում է այդ գագաթը $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}'$ կշռային կենտրոնի հետ միացնող ուղղի վրա գտնվող կետով, որի վրա նպատակային ֆունկցիան ընդունում է ավելի փոքր արժեք:

Կշռային գործակիցների ընտրությունը

Այժմ նկարագրենք, թե ինչպես են որոշվում սիմպլեքսի կշռային կենտրոնի $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}' = \lambda_1\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{1}} + \lambda_2\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{2}} + \cdots + \lambda_n\overline{\mathbf{x}}_{\boldsymbol{n}}$ (4) պայմանին բավարարող $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ գործակիցները:

Նախ, (5) բանաձևի օգնությամբ որոշվում են $\mu_i, i = \overline{1,n}$ կշռային գործակիցները.

$$\mu_i = \frac{f(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}}) - f(\overline{x}_i)}{\rho(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}}, \overline{x}_i)}, \ i = \overline{1,n}, \qquad (5)$$

$\rho(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}}, \ \overline{\boldsymbol{x}}_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(x_{n+1,j} - x_{i,j})^2}$ -ն $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}} \in R^n$ գագաթի հեռավորությունն է $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} \in R^n$ գագաթից, $i = \overline{1,n}$, իսկ $(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n})$ թվերը սիմպլեքսի $\overline{\mathbf{x}}_{\boldsymbol{i}} \in \mathrm{R^n}$ գագաթի կոորդինատներն են, $i = \overline{1,n+1}$:

μ_i կշռային գործակիցն իրենից ներկայացնում է $f(\overline{\boldsymbol{x}})$ նպատակային ֆունկցիայի արժեքների հարաբերական փոփոխությունը՝ $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}}$ և $\overline{\boldsymbol{x}}_i$ գագաթների վրա: Որքան մեծ է μ_i հարաբերական փոփոխությունը, այնքան մեծ է հավանականությունը, որ սիմպլեքսի $\overline{\boldsymbol{x}}_i$ գագաթի ուղղությամբ նպատակային ֆունկցիայի արժեքներն առավել արագ են նվազում: Ուստի նպատակահարմար է սիմպլեքսի $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n+1}}$ վատագույն գագաթին փոխարինող նոր գագաթը որոնել սիմպլեքսի այն $\overline{\boldsymbol{x}}_i$ գագաթների ուղղությամբ, որոնց համապատասխանող μ_i գործակիցներն ավելի մեծ են:

Նշենք, որ $\mu_i > 0, i = \overline{1,n}$, գործակիցները չեն բավարարում $\sum_{i=1}^{n}\mu_i = 1$ պայմանին, ուստի կատարվում է այդ գործակիցների նորմավորում. (6) բանաձևի միջոցով $\mu_i, i = \overline{1,n}$ կշռային գործակիցներից ստացվում են λ_i նոր կշռային գործակիցները՝

$$\lambda_i = \mu_i/\mu\,, \quad i = \overline{1,n}; \qquad \mu = \sum_{i=1}^{n}\mu_i \qquad (6)$$

Պարզ է, որ կամայական i, j-ի համար, եթե $\mu_i < \mu_j$, ապա նաև $\lambda_i < \lambda_j$, հետևաբար կշռային գործակիցների հարաբերակցությունը միմյանց նկատմամբ չի փոխվում: Այս դեպքում $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1$, $\lambda_i > 0$, $\mathrm{i} = \overline{1,\mathrm{n}}$ պայմանն ամբողջովին բավարարվում է:

Այնուհետև (3) բանաձևի օգնությամբ հաշվարկվում է սիմպլեքսի $\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{1}}, \overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{2}}, \dots, \overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{n}}$ գագաթների $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}' \in \mathrm{R^n}$ կշռային կենտրոնը.

$$\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}' = \lambda_1\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{1}} + \lambda_2\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{2}} + \cdots + \lambda_n\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{n}}$$

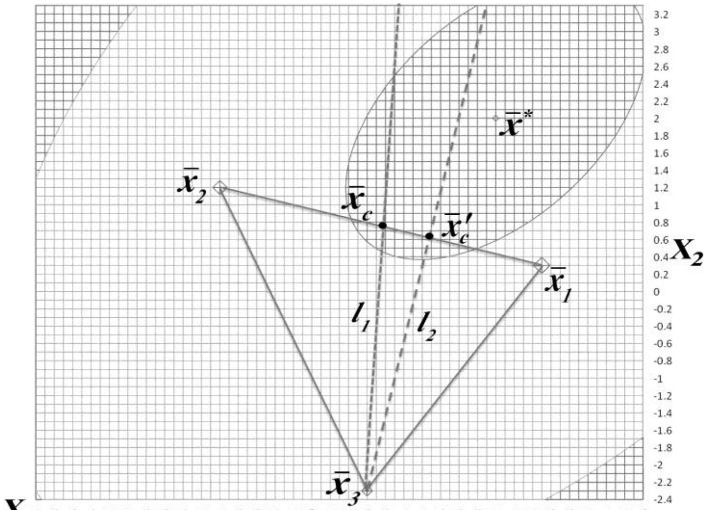
Այս դեպքում $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}'$ կշռային կենտրոնն ավելի շատ մոտ է սիմպլեքսի այն գագաթին, որին համապատասխանող կշռային գործակիցն ավելի մեծ է:

Պարզ է, որ Նելդեր-Միդի սիմպլեքս պլանավորման նախնական ալգորիթմի դեպքում այդ λ_i գործակիցներն ընտրված են իրար հավասար. $\lambda_i = 1/n$; $\mathrm{i} = \overline{1,\mathrm{n}}$ և $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}' = \overline{\mathbf{x}}_{\boldsymbol{c}}$ կետը հավասարահեռ է սիմպլեքսի առաջին n գագաթներից:

Նկ. 1-ում պատկերված է 2 փոփոխականից կախված Trid Function ստանդարտ թեսթային ֆունկցիայի որոշման տիրույթում $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ գագաթներով սիմպլեքսը, որտեղ $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}} = (2.5;\ 0.3)$; $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2}} = (-1;\ 1.2)$; $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}} = (0.6;\ -2.3)$, իսկ $f(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}}) = 1.99$; $f(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2}}) = 5.24$; $f(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}}) = 12.43$

Քանի որ $f(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}}) \le f(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2}}) \le f(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}})$, ապա $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}}$ գագաթը համարվում է մինիմալացման տեսակետից սիմպլեքսի «ամենալավ» գագաթը, իսկ $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}}$ –ը ամենավատ գագաթը: $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}$ կետը հանդիսանում է սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}}$ և $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2}}$ գագաթների միջնակետը:

Նկ. 1-ում պատկերված է նաև $f(\bar{\boldsymbol{x}})$ թեսթային ֆունկցիայի նախօրոք հայտնի՝ $\bar{\boldsymbol{x}}^* = (2; 2)$ մինիմումի կետը, որի վրա նշված ֆունկցիան ընդունում է իր մինիմալ արժեքը՝ $f(\bar{\boldsymbol{x}}^*) = -2$:



Նկ. 1 – սիմպլեքսի կշռային կենտրոնի որոշումը “Trid” թեսթային ֆունկցիայի համար:

Նելդեր-Միդի նախնական մեթոդում սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}}$ “վատագույն” գագաթը փոխարինվում է $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}}$ և $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}}$ կետերը միացնող l_1 ուղղի վրա գտնվող և նպատակային ֆունկցիայի արժեքը փոքրացնող գագաթով: Սակայն, ինչպես երևում է նկ. 1-ից, նպատակային ֆունկցիայի $\bar{\boldsymbol{x}}^* = (2;\ 2)$ մինիմումի կետը գտնվում է բավականին հեռու l_1 ուղղից: Առաջարկվող մոդիֆիկացիայի դեպքում $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}}$ «վատագույն» գագաթին փոխարինող կետը որոնվում է սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}'_{\boldsymbol{c}}$ կշռային կենտրոնը $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{3}}$ գագաթին միացնող l_2 ուղղի վրա, որն ավելի մոտ է գտնվում թեսթային ֆունկցիայի $\bar{\boldsymbol{x}}^* = (2;\ 2)$ մինիմումի կետին: Սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}'_{\boldsymbol{c}}$ կշռային կենտրոնը որոշելու համար հաշվենք λ_1, λ_2 կշռային գործակիցները: Դրա համար, նախ որոշենք μ_1, μ_2 կշռային գործակիցները, որոնք $f(\bar{\boldsymbol{x}})$

նպատակային ֆունկցիայի արժեքների հարաբերական փոփոխություններն են՝ սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_3, \bar{\boldsymbol{x}}_1$ և $\bar{\boldsymbol{x}}_3, \bar{\boldsymbol{x}}_2$ գագաթների վրա:

$$\mu_1 = \frac{f(\bar{\boldsymbol{x}}_3) - f(\bar{\boldsymbol{x}}_1)}{\rho(\bar{\boldsymbol{x}}_3,\ \bar{\boldsymbol{x}}_1)} = \frac{12.43 - 1.99}{\sqrt{(0.6-2.5)^2 + (-2.3-0.3)^2}} \approx 3.24$$

$$\mu_2 = \frac{f(\bar{\boldsymbol{x}}_3) - f(\bar{\boldsymbol{x}}_2)}{\rho(\bar{\boldsymbol{x}}_3,\ \bar{\boldsymbol{x}}_2)} = \frac{12.43 - 5.24}{\sqrt{(0.6+1)^2 + (-2.3-1.2)^2}} \approx 1.87:$$

Այնուհետև, μ_1, μ_2 կշռային գործակիցները հաշվելուց հետո որոշում ենք նոր λ_1, λ_2 գործակիցները, որոնց համար $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$:

$$\lambda_1 = \mu_1/(\mu_1 + \mu_2) = 3.24/5.11 \approx 0.634;$$

$$\lambda_2 = \mu_2/(\mu_1 + \mu_2) = 1.87/5.11 \approx 0.366$$

Այսպիսով, սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_1, \bar{\boldsymbol{x}}_2$ գագաթների $\bar{\boldsymbol{x}}_c'$ կշռային կենտրոնի հաշվարկման համար ստանում ենք $\lambda_1 = 0.634$; $\lambda_2 = 0.366$ գործակիցները.

$$\bar{\boldsymbol{x}}_c' = 0.634\bar{\boldsymbol{x}}_1 + 0.366\bar{\boldsymbol{x}}_2:$$

Սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_c'$ կշռային կենտրոնը որոշելուց հետո, սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_{n+1}$ վատագույն գագաթը փոխարինվում է այդ գագաթը սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_c'$ կշռային կենտրոնին միացնող l_2 ուղղի վրա գտնվող և նպատակային ֆունկցիայի արժեքը փոքրացնող կետով: Այնուհետև, սիմպլեքսի նոր գագաթները վերահամարակալվում են այնպես, որ բավարարվի (1) պայմանը՝ $f(\bar{\boldsymbol{x}}_1) \le f(\bar{\boldsymbol{x}}_2) \le \cdots \le f(\bar{\boldsymbol{x}}_{n+1})$:

Սիմպլեքսի ձևափոխման վերը նկարագրված պրոցեսը ցիկլով կրկնվում է այնքան ժամանակ, մինչև սիմպլեքսի լավագույն և վատագույն գագաթների վրա նպատակային ֆունկցիայի արժեքներն իրարից ավելի քիչ տարբերվեն, քան նախօրոք տրված $\varepsilon > 0$ բավականաչափ փոքր թիվը՝ $|f(\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{n+1}}) - f(\bar{\boldsymbol{x}}_1)| < \varepsilon$: Ցիկլի կատարումն ընդհատվում է նաև այն ժամանակ, երբ սիմպլեքսի լավագույն և վատագույն գագաթների միջև հեռավորությունն ավելի փոքր է, քան նախօրոք տրված $\varepsilon > 0$ բավականաչափ փոքր թիվը՝ $\rho(\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{n+1}}, \bar{\boldsymbol{x}}_1) < \varepsilon$: Ցիկլի ավարտից հետո արտածվում է սիմպլեքսի $\bar{\boldsymbol{x}}_1$ լավագույն գագաթը և $f(\bar{\boldsymbol{x}}_1)$ արժեքը՝ որպես $f(\bar{\boldsymbol{x}})$ նպատակային ֆունկցիայի մինիմալ արժեք:

Առաջարկվող մոդիֆիկացիայի ժամանակ փոխվում է սիմպլեքսի լավագույն գագաթի որոնման ուղղությունը, ինչը մեծացնում է մեթոդի արդյունավետությունը:

2.3 պարագրաֆը նվիրված է թեսթային ֆունկցիաների վրա առաջարկվող մոդիֆիկացիայի փորձարկմանը: Նելդեր-Միդի մեթոդը և առաջարկվող մոդիֆիկացիան փորձարկվել են առաջին հավելվածում բերված բազմաթիվ ստանդարտ թեսթային ֆունկցիաների վրա: Թեսթային ֆունկցիաներից յուրաքանչյուրը փորձարկվել են 100 անգամ, ամեն անգամ որպես սկզբնական սիմպլեքսի լավագույն գագաթ վերցնելով տվյալ թեսթային ֆունկցիայի որոշման տիրույթի որևէ կամայական կետ: Աղյուսակ 1-ում յուրաքանչյուր թեսթային ֆունկցիայի համար բերված է սիմպլեքս պլանավորման նախնական մեթոդի և առաջարկվող մոդիֆիկացիայի համեմատությունը՝ ըստ մեկ փորձին բաժին ընկնող օգտագործված պրոցեսորային միջին ժամանակը (CPU-վրկ.):

Երկու մեթոդներն էլ փորձարկվել են Pentium Dual Core, 2.66 GHz պրոցեսորային հզորությամբ, 3Gb օպերատիվ հիշողությամբ համակարգչի վրա:

Աղյուսակ 1. Նելդեր-Միդի մեթոդի և կշռային գործակիցներով մոդիֆիկացիայի համեմատականը:

N	Թեսթային ֆունկցիայի անվանումը	n (Փոփ. թիվը)	Նելդեր-Միդ	ԿԳ Մոդիֆիկացիա
			CPU (վրկ.)	CPU (վրկ.)
1	Trid Function	2	0.048	0.047
2	Trid Function	4	0.171	0.156
3	Trid Function	6	0.529	0.432
4	Zakharov Function	2	0.048	0.046
5	Zakharov Function	4	0.181	0.163
6	Zakharov Function	6	0.583	0.479
7	Helical valley Function	3	0.131	0.141
8	Gaussian Function	3	0.123	0.113
9	Box 3 dim. Function	3	0.127	0.099
10	Colville Function	4	0.372	0.368
11	Branin Function	2	0.047	0.043
12	Sphere Function	3	0.081	0.076
13	Sphere Function	5	0.241	0.209
14	Sphere Function	10	2.347	1.132
15	Sum Squares Function	3	0.087	0.079
16	Sum Squares Function	5	0.259	0.224
17	Sum Squares Function	10	2.939	1.386
18	Rotated hyper-ellipsoid	3	0.106	0.105
19	Rotated hyper-ellipsoid	5	0.305	0.276

Երկու մեթոդներն էլ կատարված բոլոր փորձերի դեպքում գտել են թեսթային ֆունկցիայի ճշգրիտ լոկալ մինիմումը (արդյունավետությունը՝ 100%): Թեսթային ֆունկցիաների մինիմալ արժեքի որոշման պրոցեսորային միջին ժամանակահատվածը նշված մոդիֆիկացիայի դեպքում եղել է ավելի կարճ, քան Նելդեր-Միդի մեթոդի դեպքում (բացառությամբ “Helical valley” թեսթային ֆունկցիայի):

Աղյուսակ 1-ից երևում է կշռային գործակիցներով մոդիֆիկացիայի արդյունավետությունը բարձրանում է թեսթային ֆունկցիայի փոփոխականների թվի աճի հետ: Օր.՝, $f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - 1)^2 - \sum_{i=2}^{n} x_i x_{i-1}$ “Trid” թեսթային ֆունկցիայի մինիմալ արժեքի հաշվման համար ծախսված պրոցեսորային միջին ժամանակը n=2 դեպքում կրճատվել է 2.08%-ով, n=4 դեպքում՝ 8.77%-ով, n=6 դեպքում՝ 18.34%-ով:

Քանի որ ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման առաջադրված խնդիրը գլոբալ օպտիմալացման խնդիր է, ապա նրա լուծման համար առաջարկվում է հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման նշված մոդիֆիկացիան համակցել «թրծման մոդելավորման» մեթոդի հետ: Այս համակցված մեթոդի արդյունավետությունը ստուգվել է գլոբալ օպտիմալացման ստանդարտ թեսթային ֆունկցիաների վրա:

Գլուխ 3-ում ներկայացվում է ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդրի լուծման մոդիֆիկացված ալգորիթմը և ծրագրային փաթեթը: 3.1-ում մանրամասն նկարագրված է նշված ալգորիթմը, որը հիմնված է հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մոդիֆիկացված մեթոդի և թրծման մոդելավորման մեթոդի համակցման վրա: Այստեղ կիրառվում է թրծման մոդելավորման գլոբալ օպտիմալացման մեթոդը, որով մոտենում ենք հավասարաչափ բաշխման օպտիմալության հայտանիշ ընտրված ֆունկցիայի գլոբալ մինիմումի շրջակայքին: Ապա, նշված ֆունկցիայի ճշգրիտ մինիմալ արժեքի ձեռք բերման համար կիրառվում է հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի՝ մեր կողմից մշակված մոդիֆիկացիան: 3.2 պարագրաֆում նկարագրված է մշակված ծրագրային փաթեթի ինտերֆեյսը:

Նշված ծրագրային ապահովմամբ լուծվել են ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման օպտիմալացման մի շարք խնդիրներ:. Մասնավորապես 3.3 պարագրաֆում դիտարկվում է ռեսուրսների բաշխման հետևյալ խնդիրը.

Դիցուք, կազմակերպությունն իրականացնում է 4 նախագծից բաղկացած համալիր ծրագիր: Ամեն մի i-րդ նախագծի համար հայտնի է նրա ամենավաղ թույլատրելի սկիզբը՝ c_i, ամենաուշ թույլատրելի սկիզբը՝ v_i, նրա տևողությունը՝ d_i, ($\mathrm{i} = \overline{1,4}$): Ամեն մի i-րդ նախագծի համար հայտնի է նաև ըստ ժամանակի ռեսուրսների բաշխումը նկարագրող անալիտիկ ֆունկցիան՝ $f_i(t)$, $\mathrm{t} \in [0, \mathrm{d_i}]$, երբ այդ նախագծի իրականացումը պայմանականորեն սկսում է ժամանակի 0-ական պահին, ($\mathrm{i} = \overline{1,4}$): Ամեն մի նախագիծ կարող է սկսվել x_i ուշացումով. $x_i \in [\mathrm{c_i}, \mathrm{v_i}]$, $\mathrm{i} = \overline{1,4}$: **Պահանջվում է** նախագծերի իրականացման x_1, x_2, x_3, x_4 սկզբնապահերի համար ընտրել այնպիսի արժեքներ, որ համալիր ծրագրի ընթացքում օգտագործված ռեսուրսների բաշխումն ըստ ժամանակի լինի առավել հավասարաչափ: c_i, v_i, d_i-ի մուտքային արժեքները բերված են աղյուսակ 2-ում, $i = \overline{1,4}$:

Աղյուսակ 2: *Նախագծերի տևողությունները և նրանց սկսման թույլատրելի ժամանակահատվածները*

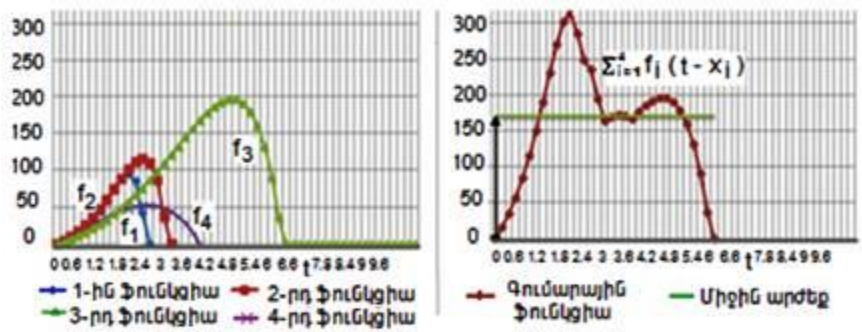
i	1	2	3	4
c_i	0	0	0	0
v_i	7.5	6.9	3.69	6
d_i	2.5	3.1	6.31	4

Նախագծերի իրականացման համար պահանջվող ռեսուրսների բաշխումն ըստ ժամանակի տրվում է հետևյալ $f_i(t)$ ֆունկցիաների միջոցով, $i = 1, 2, 3, 4$:

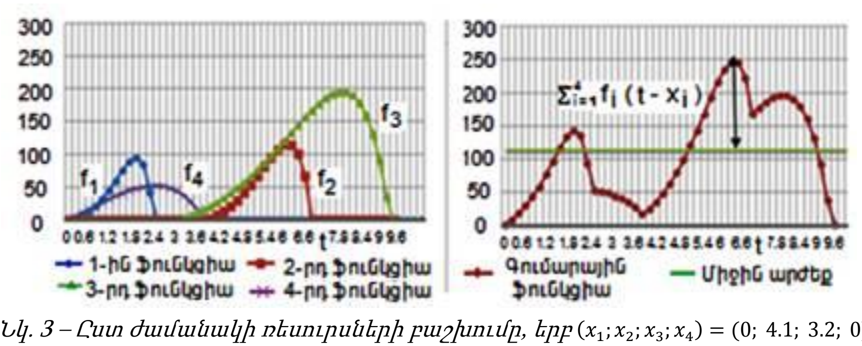
$f_1(t) = 4.75(2.5 - t)te^{1.5t}, \quad t \in [0, d_1]$ $\quad f_3(t) = 2.45(6.31 - t)te^{0.5t}, \quad t \in [0, d_3]$

$f_2(t) = 6.25(3.1 - t)te^{t}, \quad t \in [0, d_2]$ $\quad f_4(t) = 6.57(4 - t)te^{0.3t}, \quad t \in [0, d_4]$

Ինչպես երևում է նկ. 2-ից և նկ. 3-ից, $x_1; x_2; x_3; x_4$-ի արժեքների փոփոխության դեպքում փոխվում է $\sum_{i=1}^{4} f_i(t - x_i)$ գումարային ֆունկցիայի գրաֆիկը: Հետևաբար, փոխվում է նաև օգտագործվող գումարային ռեսուրսների բաշխվածությունն՝ ըստ ժամանակի:



Նկ. 2 - Ըստ ժամանակի ռեսուրսների բաշխումը, երբ $(x_1; x_2; x_3; x_4) = (0;\ 0;\ 0;\ 0)$



Նկ. 3 – Ըստ ժամանակի ռեսուրսների բաշխումը, երբ $(x_1; x_2; x_3; x_4) = (0;\ 4.1;\ 3.2;\ 0)$

Երբ $f_i(t - x_i)$, $i = \overline{1,4}$ ֆունկցիաներով նկարագրվող նախագծերն սկսվում են միաժամանակ՝ $x_i = 0$ պահին, ապա $\sum_{i=1}^{4} f_i(t - x_i)$ գումարային ռեսուրսների բաշխումը ներկայացնող ֆունկցիայի մաքսիմալ շեղումն իր միջին արժեքից 168.252 է, իսկ միջին քառակուսային շեղումը՝ 76.733 (տես՝ նկ. 2):

Երբ $f_i(t - x_i)$, $i = \overline{1,4}$ ֆունկցիաներով նկարագրվող նախագծերն սկսվում են, օրինակ, ժամանակի կամայականորեն ընտրված $(x_1; x_2; x_3; x_4) = (0;\ 4.1;\ 3.2;\ 0)$ պահերին, ապա ըստ ժամանակի ռեսուրսների բաշխումը նկարագրող $\sum_{i=1}^{4} f_i(t - x_i)$ գումարային ֆունկցիայի մաքսիմալ շեղումն իր միջին արժեքից 136.49 է, իսկ միջին քառակուսային շեղումը՝ 72.338 (նկ. 3):

Ստորև բերված (7) և (8) բանաձևերով տրվող $I_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$ և $I_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ ֆունկցիաները, համապատասխանաբար ներկայացնում են ռեսուրսների բաշխումը նկարագրող $\sum_{i=1}^{4} f_i(t - x_i)$ գումարային ֆունկցիայի ունեցած մաքսիմալ շեղումն միջին արժեքից և միջին քառակուսային շեղումը:

$$I_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = \max_{a \le t \le b} \left| \sum_{i=1}^{4} f_i(t - x_i) - M \right|, \tag{7}$$

$$I_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sqrt{\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \left[\sum_{\mathrm{i}=1}^{4} \mathrm{f_i}(\mathrm{t} - x_i) - M\ \right]^2 dt} \tag{8}$$

$$a = \min_i x_i, \quad b = \max_i\ x_i + d_i, \quad M = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \sum_{\mathrm{i}=1}^{4} f_i(t - x_i)\ dt:$$

Աղյուսակ 3-ում բերված են $I_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$ մաքսիմալ շեղումը և $I_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ միջին քառակուսային շեղումը ներկայացնող ֆունկցիաների արժեքները՝ x_1, x_2, x_3, x_4 -ի վերը նշված արժեքների ընտրության դեպքում:

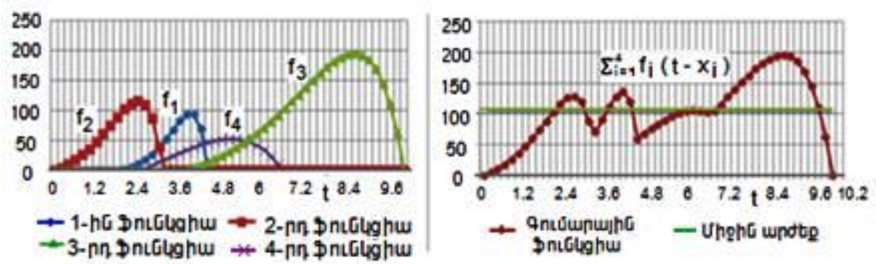
Աղյուսակ 3 - *Ըստ ժամանակի ռեսուրսների բաշխումը բնութագրող հայտանիշներ*

x_1	x_2	x_3	x_4	M միջին արժեքը	$I_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$ Մաքսիմալ շեղումը միջինից	$I_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ Միջին քառակուս. շեղումը
0	0	0	0	168.252	168.252	76.733
0	4.1	3.2	0	111.637	136.49	72.338

Ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխվածություն կունենանք x_1, x_2, x_3, x_4 սկզբնապահերի այնպիսի ընտրության դեպքում, երբ $I_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$ կամ $I_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ ֆունկցիաների համապատասխան արժեքները լինեն նվազագույնը:

Վերը ներկայացված բոլոր դեպքերում ըստ ժամանակի գումարային ռեսուրսների բաշխումը հավասարաչափ չէ (տես՝ նկ. 2, 3):

Ստորև բերվում է լուծման լավագույն արդյունքի ստացման համառոտ նկարագրությունը: Մշակված ծրագրային ապահովման միջոցով x_1, x_2, x_3, x_4 սկզբնապահերի համար գտնվել են այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում $I_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ միջին քառակուսային շեղումն ամենափոքրն է: Այդ նպատակով կատարվել է $I_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ նպատակային ֆունկցիայի մինիմալացում ըստ x_1, x_2, x_3, x_4 պարամետրերի՝ թրծման մոդելավորման և մոդիֆիկացված հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման ալգորիթմների համակցման օգնությամբ: Ալգորիթմի աշխատանքի սկզբում x_1, x_2, x_3, x_4 փոփոխականների համար գեներացվել են վերը նշված $(x_1; x_2; x_3; x_4) = (0;\ 4.1;\ 3.2;\ 0)$ կամայական արժեքները, որոնց դեպքում ռեսուրսների բաշխումը համալիր ծրագրի կտրվածքով ստացվել էր բավականին անհավասարաչափ (նկ. 3): Համակցված ալգորիթմի կատարման արդյունքում x_1, x_2, x_3, x_4 փոփոխականների համար գտնվել են 1.9; 0; 3.69; 2.52 արժեքները, որոնց դեպքում $\sum_{i=1}^{4} f_i(t - x_i)$ գումարային ֆունկցիայի միջին քառակուսային շեղումը ամենափոքրն է և հավասար է 50.351 է (տես՝ նկ. 4):



Նկ. 4 - Ռեսուրսների բաշխումը $(x_1; x_2; x_3; x_4) = (1.9;\ 0;\ 3.69;\ 2.52)$ *դեպքում*

Այսպիսով, $x_1; x_2; x_3; x_4$ սկզբնապահերի այսպիսի ընտրությանը համապատասխանում է ըստ ժամանակի գումարային ռեսուրսների առավել հավասարաչափ բաշխման դեպքին (տես՝ նկ. 4): Այս դեպքում բավարարվում են խնդրի սահմանափակումների պահանջները.

$$0 \le x_1 \le 7.5, \quad 0 \le x_2 \le 6.9, \quad 0 \le x_3 \le 3.69, \quad 0 \le x_4 \le 6$$

3.4 և 3.5 պարագրաֆներում ներկայացված են ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդիրների լուծման այլ օրինակներ:

3.6 պարագրաֆում նկարագրված է մշակված ծրագրային փաթեթի կիրառումը Վանաձորի «Կաթնագործ» ԲԲԸ-ում՝ աշխատուժի առավել հավասարաչափ բաշխում ստանալու նպատակով և բերված է ստացված արդյունքների վերլուծությունը:

ԱՏԵՆԱԽՈՍԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԸ

1. Ատենախոսության մեջ առաջադրվել է ԸԺՌՀԲ խնդրի մաթեմատիկական մոդել, որտեղ ռեսուրսների բաշխումը կատարվող աշխատանքների համար տրվում է ուշացող արգումենտներով ֆունկցիաների տեսքով: Պահանջվում է կազմել այնպիսի աշխատանքային գրաֆիկ, որ հնարավոր լինի աշխատել օգտագործվող ռեսուրսների՝ հնարավորինս հավասարաչափ բաշխվածության պայմաններում [2, 3]:
2. Նշված խնդրի լուծման նպատակով առաջարկվել է հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի նոր մոդիֆիկացիա, որի

արդյունավետությունն ստուգվել է օպտիմալացման ստանդարտ թեսթային ֆունկցիաների վրա: Ստացվել են համեմատական գնահատականներ Նելդեր-Միդի մեթոդի և նշված մոդիֆիկացիայի մասին, ըստ որի առաջարկված մոդիֆիկացիան ստանդարտ թեսթային ֆունկցիաների մինիմալ արժեքի որոշման համար ծախսել է ավելի քիչ պրոցեսորային ժամանակահատված, քան նախնական մեթոդը [1, 4]:

3. Հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման նշված մոդիֆիկացիան օգտագործվել է ըստ ժամանակի ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդիրների լուծման ժամանակ [2, 3]:
4. ԸԺՌՀԲ առաջադրված խնդրի լուծման համար մշակվել է ալգորիթմ և ծրագրային փաթեթ՝ հիմնված հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի նշված մոդիֆիկացիայի և թրծման մոդելավորման մեթոդի համակցման վրա: Այդ ծրագրային փաթեթով գտնվել են օպտիմալ լուծումներ՝ ԸԺՌՀԲ կոնկրետ խնդիրների համար [2, 5]:

ՀՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ ՀՈԴՎԱԾՆԵՐԻ ՑԱՆԿԸ

1. **Վ. Ս. Հովսեփյան, Հ. Ս. Դերձյան** - Հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մեթոդի մի մոդիֆիկացիայի մասին: Գորիսի պետական համալսարանի միջազգային II գիտաժողովի աշխատանքների ժողովածու, Գորիս, էջ 45-50, 2011թ.
2. **Հ. Ս. Դերձյան** - Ըստ ժամանակի՝ ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխման խնդիրը և նրա մաթեմատիկական մոդելավորումը: Հայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի լրաբեր, 10-րդ հատոր, 2-րդ համար, Երևան, էջ 361-365, 2013 թ.
3. **Վ. Ս. Հովսեփյան, Հ. Ս. Դերձյան** - Ըստ ժամանակի՝ ռեսուրսների հավասարաչափ բաշխումը: Сборник научных статей 7-ой годичной научной конференции РАУ (3-7 декабря 2012 г.) Изд-во РАУ, стр. 111-115, Ереван, 2013 г.
4. **В. С. Овсепян, А. С. Дерцян** - Модификация метода последовательного симплексного планирования и ее применение к решению задач оптимизации. Известия МГТУ “МАМИ”, Том 4, Москва, стр. 40-48, 2013 г.
5. **Վ. Ս. Հովսեփյան, Հ. Ս. Դերձյան** - Հաջորդական սիմպլեքս պլանավորման մոդիֆիկացիան և նրա կիրառությունները: Հայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի լրաբեր, 11-րդ հատոր, 3-րդ համար, Երևան, էջ 611-616, 2014 թ.

Дерцян Асмик Сейрановна

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, СООТВЕТСВУЮЩЕГО АЛГОРИТМА И ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА ДЛЯ ЗАДАЧИ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ ПО ВРЕМЕНИ

Абстракт

Целью работы является разработка инструментальных средств оптимального планирования деятельности организации, которые позволят в период реализации некоторой целевой программы работать в условиях более равномерного распределения используемых ресурсов.

Актуальность проблемы

Во многих областях экономики - производство, строительство, финансирование и т.д., требуется работать в условиях более равномерного распределения используемых ресурсов. Для выполняемых задач требуется найти такой оптимальный рабочий график, в котором потребность используемых ресурсов, по мере возможности, меньше колебалась по времени.

Данная работа посвящена исследованию задачи равномерного распределения ресурсов по времени, как задачи численной оптимизации, а также построению ее математической модели с использованием функций с запаздывающими аргументами и разработке новых оптимальных модифицированных методов решения.

На основе предложенных методов разработан комплекс алгоритмов и программный пакет для решения задачи равномерного распределения ресурсов по времени.

Научная новизна работы

В процессе исследования были получены следующие результаты, отличающиеся новизной:

- разработана математическая модель равномерного распределения ресурсов по времени с использованием функций с запаздывающими аргументами,

- для решения задачи равномерного распределения ресурсов предложена новая модификация метода симплексного планирования Нелдера-Мида.

Получены следующие результаты, представляющие практический интерес:

- создан комплекс алгоритмов и программ для решения общих задач цифровой оптимизации,
- создан комплекс алгоритмов и программ для решения предложенной задачи равномерного распределения ресурсов по времени,
- полученные результаты были внедрены в промышленный процесс “Катнагорц” ООП.

Основные выводы и результаты диссертационной работы

1. В данной работе предложена модель равномерного распределения ресурсов по времени с использованием функций с запаздывающими аргументами. Требуется создать такой рабочий график для реализуемых проектов, который позволил бы работать в условиях более равномерного распределения используемых ресурсов [2, 3].
2. Для решения данной задачи предложена новая модификация метода последовательного симплексного планирования Нелдера-Мида. Получены сравнительные оценки между методами Нелдера-Мида и предложенной модификацией, согласно которым предложенная модификация занимает меньше процессорного времени для определения минимальных значений приведенных тестовых функций, чем исходный метод [1, 4].
3. Предложенная модификация была использована для решения задачи равномерного распределения ресурсов по времени [2, 3].
4. Для решения задачи равномерного распределения ресурсов разработан соответствующий алгоритм и программный пакет, основанный на комбинации предложенной модификации и метода моделируемого отжига. С помощью разработанного программного пакета найдены оптимальные решения для конкретных задач равномерного распределения ресурсов по времени [2, 5].

Derdzyan Hasmik

Development of a Mathematical Model, Relevant Algorithms and Software Package of the Problem of Equal Allocation of Resources in Time

Abstract

The aim of the dissertation is to develop working tools meant to improve the activity of organizations and allow working in conditions of a more equal allocation of resources during the implementation period of a project.

The Actuality of the Research

In many areas of the economy such as manufacturing, construction, financing, etc., problems of equal allocation of used resources during the implementation period of a project are rising. In these problems, it is required that an optimal schedule for the implementation of jobs be found, which will minimize the fluctuations of used resources during the implementation period of a project.

The present dissertation is devoted to the study of the problem of equal distribution of resources in time, as a problem of numerical optimization.

The research aims at refining the mathematical model of the problem of equal allocation of resources in time, investigating optimal methods of solution and proposing new, more effective modifications. In order to solve the problem a complex of algorithms and software package has been worked out based on the methods studied.

The Scientific Novelty of the Dissertation

The study yielded the following results which stand out with novelty:

- A mathematical model of equal allocation of resources in time has been proposed using functions with retarded arguments.
- Based on the idea of weight coefficients a new modification of Nelder-Mead's downhill simplex method has been developed so as to solve the problem of equal allocation of resources in time.

The Practical Value of the Dissertation

- A set of algorithms and software package has been developed in order to solve general problems of digital optimization.

- A set of algorithms and software package has been developed in order to solve the problem of equal allocation of resources in time.

- The accomplishments yielded as a result of the investigation have been put into effect in the production process of ‘Kantnagorts’ PLO with the purpose of achieving a more optimal allocation of the labour force.

The Main Conclusions and Results of the Dissertation

1. We proposed a feasible model of optimal allocation of resources requiring the development of a work schedule which will allow working in conditions of more equal allocation of resources during the implementation period of a project using functions with retarded arguments [2, 3].

2. A new modification of Nelder – Mead’s downhill simplex method has been proposed to solve the problem. The effectiveness of this modification has been tested on standard optimization problems. The comparison of the Nelder – Mead’s method and proposed modification shows that the proposed modification uses less CPU time to determine the minimum value of the standard optimization test functions than the original method [1, 4].

3. The proposed modification has been used for solving the problem of equal allocation of resources in time [2, 3].

4. A complex of algorithms and software package has been worked out based on the combination of proposed modification and simulated annealing method. The optimal solutions to concrete problems of equal distribution of resources in time have been found with the help of the developed software [2, 5].