# НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ ИНСТИТУТ РАДИОФИЗИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

Оганесян Геворг Давидович

Генерация импульса ИК излучения длительностью нескольких колебаний и

определение смещения фазы

Специальность 01.04.03 - Радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

член-корреспондент НАН РА

д. ф.-м. н. Ахумян А. А.

EPEBAH 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕЛЕНИЕ	4-10

## 1. ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ В ПОЛЕ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

# 2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТНЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ (FDTD) ДЛЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ГЕНЕРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ НЕСКОЛЬКО КОЛЕБАНИЙ

- §2.2 Теоретическое исследование и FDTD численное моделирование спектрального

распределения и эффективности генерации излучения разностной частоты	
в поле лазерного импульса длительностью несколько колебаний,	
распространяющегося в кристалле GaAs с РДС	59-72

## 3. НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕЩЕНИЯ ФАЗЫ НЕСУЩЕЙ ВОЛНЫ ИК ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ НЕСКОЛЬКО КОЛЕБАНИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ОГИБАЮЩЕЙ

#### введение

Актуальность проблемы. Проблема загрязнения окружающей среды продуктами деятельности человека всё острее встаёт перед современным обществом. Техногенные выбросы различных газов в атмосферу приводят к изменению её химического состава и оптических свойств, что не только ухудшает качество вдыхаемого человеком воздуха, но и способствует изменению климата на планете в целом. Заметный вклад в загрязнение окружающей среды вносят различные углеводороды, которые активно используются самыми разными отраслями современного производства и транспортом. Потребление нефти и природного газа является важнейшим индикатором промышленного развития развитых стран мира. В тоже время в процессе добычи и транспортировки углеводородов возможны значительные потери сырья, что способно привести к экологическим катастрофам. Эта проблема особенно актуальна для стран, которые являются крупнейшими мировыми производителями и поставщиками углеводородов на мировой рынок.

В последние годы исследуются возможности создания компактной техники и устройств генерации и приема электромагнитного излучения среднего ИК и терагерцового диапазонов длин волн. Это диктуется, помимо спектроскопических и экологических проблем, также и широкими возможностями применения приёмно-передающих устройств этих диапазонов для решения важных задач военного и гражданского назначения. Среди последних важнейшим является мониторинг атмосферы, диагностика повреждений газо- и нефтепроводов, контроль аварий на производстве, медицинская хирургия и офтальмология, тепловидение с повышенным температурным контрастом, беспроводная оптическая связь и другие. В настоящее время по многим из этих направлений в развитых странах мира имеются национальные программы. По существу, лазерный мониторинг атмосферы – единственная возможность быстрого, как дистанционного, так и локального мониторинга загрязнений. И в этом отношении средний ИК диапазон является уникальной областью спектра. Прежде всего, в этом диапазоне расположены «окна» прозрачности атмосферы (3-5 мкм, 8-12 мкм и др.) и различные источники теплового излучения. Кроме того, в среднем ИК диапазоне лежат линии поглощения колебательных переходов - "маркеров" характерных разнообразных молекул. Это даёт возможность дистанционного определения по спектрам поглощения (абсорбционная спектроскопия) и рассеяния, в частности, сложных органических молекул -загрязнителей атмосферы, содержащих С-Н, С-N и N-O связи. Лазерная дистанционная диагностика в среднем ИК диапазоне является безопасной для зрения людей, что выгодно отличает её, например, от ультрафиолетовой диагностики. Кроме

того, излучение среднего ИК диапазона в «окнах» прозрачности менее подвержено влиянию погодных условий или рассеянию, чем излучения ближнего ИК, видимого или ультрафиолетового диапазонов.

В абсорбционной спектроскопии, относящейся к числу оптических методов, выделяются два метода: фотоэлектрический и фотографический. В фотоэлектрическом методе фотоприемным устройством, преобразующим световой сигнал в электрический, регистрируется небольшой спектральный интервал, как правило, соответствующий одной линии. Что касается источников непрерывного излучения в среднем ИК диапазоне, то и здесь в последние годы достигнут значительный прогресс в создании перестраиваемых источников излучения. Перестройка длины волны излучения в подобных системах нужна, чтобы увеличить чувствительность при анализе загрязнений за счет свипирования частоты лазера через линию поглощения исследуемого вещества. Один из путей решения проблем мониторинга сред - создание мощных оптических перестраиваемых параметрических генераторов на основе твердотельных лазеров и преобразования частоты в нелинейных кристаллах, что позволяет в принципе осуществить дистанционный мониторинг на больших расстояниях (1 км и более). В фотографическом методе абсорбционной спектроскопии, где в зондирующего излучения используется импульсное широкополосное ИК качестве излучение, временное разрешение несколько ниже, чем в фотоэлектрическом методе и широкополосного ИК излучения. Фотографический метод определяется длительностью получил применение из-за возможности получения большего объема информации. Кроме данных, представляющих непосредственный спектроскопический интерес, широкополосная регистрация поглощения может дать возможность независимого определения температуры поглощающей среды, например, по относительной интенсивности линии. Возможности продвижения фотографического-нестационарного метода абсорбционной спектроскопии в среднюю ИК область связаны с внедрением нелинейно-оптических методов. Нелинейная оптика дает возможности как получения широкополосного импульса ИК излучения, так и широкополосной регистрации ИК спектров [1-19]. Получение широкополосного ИК излучения возможно в нелинейно-оптических кристаллах в процессе генерации излучения на разностной частоте (даун конверсия) в поле фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ). При нелинейном взаимодействии ФЛИ с нелинейным кристаллом, из широкого спектра ФЛИ выделяются множество пар частотных компонент, смешение которых приводит к генерации широкополосного ИК излучения. Для эффективной генерации широкополосного ИК излучения необходимо, чтобы групповая скорость фемтосекундного лазерного импульса накачки равнялась фазовой скорости импульса ИК излучения. При выполнении условия

фазового синхронизма поля, образованные в каждой точке кристалла на выходе кристалла будут суммироваться с конструктивной интерференцией, и результирующий сигнал будет пропорционален толщине кристалла. Применение нелинейно-оптических кристаллов с регулярной доменной структурой (РДС) позволяет реализовать условия фазового синхронизма взаимодействующих волн для генерации излучения как на суммарной так и разностной частотах практически в любых, в том числе в изотропных (но не центросимметричных) кристаллических средах за счет компенсации сдвига обобщенной фазы при переходе от одного домена к другому (так называемый "квазисинхронизм"). Тем самым нелинейное преобразование частоты может быть реализовано в таких средах, где традиционные процессы преобразования частоты из-за отсутствия традиционного синхронизма не реализуются. Другим важным свойством РДС-кристаллов являются снятие любых ограничений на состояние поляризации взаимодействующих волн. Другими словами, в РДС-кристаллах возможны все типы взаимодействия, в частности, шесть типов для одноосных кристаллов: оо-о, оо-е, ое-е, ео-е, ее-о и ее-е. В РДС-кристаллах возможна реализация квасисинхронизма в любом направлении относительно оптических осей кристалла, что позволяет, во-первых, осуществить максимизацию параметра эффективной нелинейности и, во-вторых, при необходимости подстроить длину домена под оптимальное значение. Одним из важнейших свойств РДС-кристаллов является возможность одновременной генерации двух и более оптических гармоник или суммарных и разностных частот в одном нелинейном кристалле. Для реализации такой "многочастотной" генерации необходимо выбрать длину домена РДС-кристалла такой, чтобы она была равна нечетному числу когерентных длин для всех процессов, учавствующих во взаимодействии волн. В общем случае эти нечетные числа, называемые порядком квасисинхронизма, будут различными для каждого вида процесса. Вместе с тем реализация ИК спектрографов, т.е. систем одновременной регистрации участков ИК спектров, осложнена существующими границами чувствительности методов прямого приема широкополосного ИК излучения. Для широкополосной регистрации ИК спектров ИК излучение нелинейно-оптическим методом преобразуется в видимый диапазон (ап-конверсия). При этом информация об ИК спектре сохраняется. Далее преобразованное излучение раскладывается в спектр и регистрируется средствами видимого диапазона. В настоящее время интенсивно развиваются исследования возможности мониторинга атмосферы на основе внутризонных каскадных лазеров. Эти лазеры могут перестраиваться по частоте в пределах доли процента и могут быть созданы на любую заданную длину волны в весьма широком спектральном интервале. Такие структуры

среднего ИК диапазона уже достигли комнатной рабочей температуры, но все еще весьма дорогие.

Вместе с тем, следует отметить, что для нестационарной ИК спектроскопии многоатомных молекул, исследования процессов возбуждения и релаксации многоатомных молекул, разработки методов получения неравновесных внутримолекулярных возбуждений, изучения физики узкозонных полупроводников и разработки импульсных ИК лазеров со стабилизацией фазы несущей частоты относительно огибающей принципиальное значение имеет создание нелинейно-оптического метода определения смещения фазы несущей частоты широкополосного ИК импульса относительно огибающей.

Таким образом, развитие систем нестационарной ИК лазерной спектроскопии во многом будет определяться совершенствованием технологии производства лазеров среднего ИКдиапазона, повышением эффективности генерации широкополосного излучения разностной частоты (ИРЧ) нелинейно-оптическим методом с использование кристаллов с РДС и возможностью мониторинга во времени изменения фазы ИК импульса.

Из вышеизложенного следует актуальность работы, обусловленная как фундаментальным интересом к проблеме получения и изучения свойств импульсного излучения в среднем ИК диапазоне длин волн длительностью несколько колебаний, так и возможным практическим применением в нестационарной ИК спектроскопии.

Цель работы. Целью данной диссертационной работы является:

• Теоретическое исследование и численное моделирование особенности процесса нелинейно-оптической генерации импульса ИК излучения в поле лазерного импульса длительностью нескольких колебаний распространяющегося в нелинейном кристалле с регулярной и чирпированной доменной структурой.

• Теоретическое исследование и численное моделирование спектрально-временных характеристик и эффективности генерации излучения разностной частоты в ИК диапазоне длин волн 3-4 мкм и 6-18 мкм в поле фемтосекундного лазерного импульса, распространяющегося в кристаллах LiNbO3, GaAs и GaSe.

 Теоретическое исследование и численное моделирование нового нелинейнооптического метода определения смещения фазы несущей волны импульса ИК излучения относительно огибающей.

• Теоретическое исследование и численное моделирование нелинейно-оптического преобразования разности фаз взаимодействующих субпикосекундных лазерных импульсов излучения в среднем ИК диапазоне в разность интенсивностей импульсов излучения в ближнем ИК диапазоне.

Научная новизна работы. Научная новизна работы определяется нижеперечисленным рядом выполненных впервые теоретических работ:

1. Показано, что при генерации излучения на разностной частоте методом оптического выпрямления пространственно-ограниченного фемтосекундного лазерного импульса в поперечном распределении электрического поля ИРЧ на выходе из кристалла каждому спектральному компоненту соответствует определенная координата, что позволит с помощью амплитудно-фазового транспаранта, установленного непосредственно на выходе кристалла, управлять как спектром, так и временным профилем импульса ИРЧ в дальнем поле.

2. В приближении однонаправленных волн выведена система связанных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих эволюцию электрических полей взаимоортогонально линейно поляризованных лазерных импульсов с длительностями в несколько оптических колебаний в изотропном и одноосном нелинейных кристаллах с квадратичной нелинейностью с регулярной и чирпированной доменной структурой в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии.

3. Использовано преобразование Вигнера для исследования время-частотной динамики широкополосного импульса ИК излучения, сгенерированного в поле фемтосекундного лазерного импульса, распространяющегося в кристалле GaAs с периодической и чирпированной доменной структурой в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии,.

4. Проведен вейвлет анализ динамического спектра излучения разностной частоты сгенерированного в поле лазерного импульса длительностью в несколько периодов распространяющегося в кристалле GaSe.

5. Методом конечных разностей во временной области проведено численное интегрирование во времени системы нелинейных уравнений Максвелла описывающих процесс уширения спектра, возникающего в результате взаимодействия лазерного импульса длительностью несколько колебаний с изотропным нелинейным кристаллом GaAs и с анизотропными нелинейными кристаллами GaSe и LiNbO3.

6. Предложен новый нелинейно-оптический метод определения смещения фазы несущей волны импульса ИК излучения относительно огибающей.

7. Предложен новый метод определения смещения фазы центральной частоты лазерного импульса длительностью нескольких колебаний относительно огибающей и нелинейнооптическое преобразование разности фаз взаимодействующих субпикосекундных лазерных

импульсов излучения в среднем ИК диапазоне в разность интенсивностей сгенерированных импульсов излучения в ближнем ИК.

#### Научные положения, выносимые на защиту:

 Показана возможность пространственно-временной фильтрации излучения разностной частоты полученной при оптическом выпрямлении пространственно-ограниченного фемтосекундного лазерного импульса распространяющегося в крисстале GaAs с регулярной доменной структурой.

 Показана возможность применения преобразования Вигнера для исследования спектрально-временной динамики лазерного импульса длительностью несколько колебаний, распространяющегося в изотропном нелинейном кристалле с регулярной и чирпированной доменной структурой в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии с помощью.

• Показана возможность применения непрерывного вейвлет преобразования для спектрально-временного анализа динамического спектра излучения разностной частоты, сгенерированного в поле лазерного импульса длительностью в несколько периодов распространяющегося в одноосном кристалле, с повышенным спектрально-временным разрешением.

• Показана эффективность применения метода конечных разностей во временной области (FDTD) для численного моделирования процессов, описывающих генерацию импульса ИК излучения, в поле лазерного импульса длительностью несколько колебаний распространяющегося как в изотропном нелинейном кристалле GaAs, так и в анизотропных нелинейных кристаллах GaSe и LiNbO3.

 Предложен новый метод определения смещения фазы центральной частоты лазерного импульса длительностью несколько колебаний в ИК диапазоне относительно огибающей, путем нелинейно-оптического преобразования разности фаз взаимодействующих ИК импульсов в разность интенсивностей излучения на разностной частоте.

 Предложен новый метод определения смещения фазы центральной частоты субпикосекундного лазерного импульса в среднем ИК диапазоне относительно огибающей, путем нелинейно-оптического преобразования разности фаз взаимодействующих субпикосекундных лазерных импульсов излучения в среднем ИК диапазоне в разность интенсивностей излучения на суммарной частоте.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения к каждой главе, списка литературы и приложения.

В главе 1 рассматривается процесс генерации излучения разностной частоты в поле фемтосекундного лазерного импульса, распространящегося в нелинейном прозрачном кристалле с квадратичной нелинейностью.

В главе 2 приведены результаты применения метода конечных разностней во временной области (FDTD) для теоретического описания и численного моделирования процесса генерации излучения разностной частоты в поле лазерного импульса длительностью несколько колебаний.

В главе3 рассматривается теоретическая модель нового метода определения смещения фазы центральной частоты лазерного импульса длительностью нескольких колебаний относительно огибающей.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Основное содержание работы отражено в работах

[21, 30, 36, 37, 38, 39, 49, 52, 54, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 86].

В данном приложении приведены результаты численного интегрирования методом конечных разностей во временной области (FDTD) системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих взаимодействие лазерного импульса длительностью несколько колебаний с прозрачной изотропной нелинейной средой. Рассмотрен процесс взаимодействия взаимно ортогонально линейно-поляризованных импульсов с центральными длинами волн 1.98 мкм и 1,55 мкм, длительностями 30 фс и значениями энерги 20 нДж, распространяющимися вдоль нормали к плоскости <110> в кристалле GaAs с толщиной 854 мкм.

## ГЛАВА 1 ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ В ПОЛЕ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

## §1.1 Частотно-угловой спектр и спектральная плотность мощности излучения на разностной частоте сгенерированной пространственно-ограниченным фемтосекундным лазерным импульсом, распространяющимся в крисстале GaAs с регулярной доменной структурой

Применение нелинейно-оптических кристаллов с регулярной доменной структурой (РДС) позволяет реализовать условия фазового синхронизма взаимодействующих волн для генерации излучения как на суммарной так и разностной частотах практически в любых, в том числе в изотропных (но не центросимметричных) кристаллических средах [20].

В настоящем параграфе исследовано влияние пространственной ограниченности фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ) как на эффективность генерации излучения разностной частоты (ИРЧ) методом оптического выпрямления в крисстале *GaAs* с регулярной доменной структурой, так и на пространственно-временной профиль генерируемого излучения в ближней и дальней зонах [21].

Рассмотрим распространение пространственно-ограниченного ФЛИ в нелинейной среде с квадратичной нелинейностью и с РДС. Линейно-поляризованный вдоль оси *у* пространственно-ограниченный ФЛИ с гауссовским временным и пространственными профилями, распространяющимся вдоль оси x, которая совпадает с нормалью к плоскости <110> кристалла *GaAs* с РДС, можно представить в виде

$$E_{y}(y,z,x,t) = E_{0}H(y,z)g(t-x/u)\cos(\omega_{opt0}(t-xn_{0}/c))$$
(1.1.1)

где  $H(y,z) = \exp\left(-\frac{z^2}{a_{z0}^2} - \frac{y^2}{a_{y0}^2}\right)$  - пространственное распределение ФЛИ,  $g(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_0^2}\right)$ -

временной профиль ФЛИ,  $a_{z0}$ ,  $a_{y0}$  – радиус пучка накачки вдоль осей z и y соответственно,  $\tau_0$ 

– длительность ФЛИ, 
$$u = c / \left( n(\omega_0) + \omega_0 \cdot \frac{dn}{d\omega} \Big|_{\omega = \omega_0} \right) = c/n_g$$
 - групповая скорость

распространения ФЛИ, *с/n*<sup>0</sup> – фазовая скорость распространения ФЛИ, *ω*<sub>opt,0</sub> - несущая частота ФЛИ. В выражении (1.1.1) амплитуду ФЛИ можно выразить через энергию следующим образом

$$E_0 = \sqrt{\frac{4U_0\eta_0}{\pi^{3/2}n_0\tau_0 a_{z0}a_{y0}}} , \qquad \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$
(1.1.2)

где  $U_0$  – энергия импульса накачки,  $\mu_0$  – абсолютная магнитная проницаемость вакуума,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума. При учете дисперсионного расплывания импульса ФЛИ, распространяющегося в нелинейной среде, в первом приближении теории дисперсии, в (1.1.1) множитель g(t) следует заменить выражением

$$g(t,x) = \exp\left(-\frac{t^2}{V^2(x)\tau_0^2}\right)$$
 (1.1.3)

где  $V(x) = \sqrt{1 + (x/L_g)^2}, L_g = \tau_0^2/|k_2|, \quad k_2 = (\partial^2 k/\partial\omega^2)_{\omega_0}$  – параметр, характеризующий

дисперсию групповой скорости в первом приближении, k – волновой вектор,  $L_g$  – длина дисперсионного расплывания импульса, x – расстояние, пройденное в среде. Для рассматриваемого изотропного кристалла *GaAs*, который прозрачен в спектральном диапазоне 0.97-17 мкм, коэффициент преломления, согласно [22], может быть представлен в виде

$$n^{2}(\omega,\Delta T) = 1 + b_{0} + \sum_{i=1}^{3} \frac{b_{i} \cdot (2 \cdot \pi \cdot c)^{2}}{\omega_{i}^{2} - \omega^{2}}$$
(1.1.4)

где  $b_0 = 4.372514$ ,  $b_1 = 27.83972$ ,  $b_2 = 0.031764 + 4.35 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T + 4.664 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^2 b_3 = 0.00143636$ ,  $\lambda_l = 0.4431307 + 0.50564 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta T$  мкм,  $\lambda_2 = 0.8746453 + 0.1913 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T - 4.88210^{-7} \cdot \Delta T^2$  мкм,  $\lambda_3 = 36.9166 - 0.011622 \cdot \Delta T$  мкм,  $\lambda_i = 2\pi c/\omega_i$ ,  $\Delta T$  – отклонение температуры от комнатной t = 20°C (T = 293 K). В дальнейшем для коэффициентов преломления для ФЛИ и ИРЧ будем пользоваться выражением (1.1.4). При выбранной геометрии фурье-спектр нелинейной квадратичной нелинейной поляризации, направленной вдоль оси  $z - P_{zNL}(t) = \varepsilon_0 \cdot d_{eff}(x) \cdot E_y^2(t)$ , при пренебрежении дисперсией нелинейной оптической восприимчивости в среднем ИК и оптическом диапазонах, будет иметь следующий вид:

$$\widetilde{P}_{z}^{(2)}(\omega, z, y, x) = \varepsilon_{0} d_{\text{eff}} E_{0}^{2} G(\omega, x) H^{2}(y, z) \exp\left(-jx \left[\omega/u - 2\pi/\Lambda_{x}\right]\right) , \qquad (1.1.5)$$

где  $G(\omega, x) = \sqrt{\pi}V(L)\tau_0 \exp\left(-\frac{\omega^2 V^2(x)\tau_0^2}{8}\right), \quad d_{eff} = (4/\pi)d_{OB}$  эффективное значение

коэффициента нелинейной восприимчивости кристалла *GaAs* с РДС. Восприимчивости  $d_{OR}$  соответствует процесс оптического выпрямления  $d_{OB}(0=\omega-\omega)$  и определяется через электрооптический коэффициент  $r_{ijk}$  как  $d_{jkl} = -n_0$  <sup>4</sup>/4 $r_{jjk}$  [23]. Для кристалла *GaAs*  $r_{14} = 1.5$  пм/В [24], что соответствует значению  $d_{OB} = 47$  пм/В. Значение периода  $\Lambda_x$  РДС, входящего в выражение (1.1.5), для ИРЧ, распространяющегося вперед, определяется из условий сохранения импульса и энергии:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot c / (n_g - n_{DF}) \Lambda_x \tag{1.1.6}$$

где *n*<sub>DF</sub> – значение коэффициента преломления среды на разностной частоте.

Волновое уравнение для электрического поля *E*<sub>DF,z</sub> волны разностной частоты, поляризованной вдоль оси *z* можно записать в виде [25]

$$\Delta E_{DF,z}(t,r) - \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{\partial^2 E_{DF,z}(t,r)}{\partial t^2} = \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 P_z^{(2)}(t,r)}{\partial t^2}$$
(1.1.7)

где  $\Delta$  — лапласиан,  $\upsilon = c/n_{DF}$  — фазовая скорость волны ИРЧ. Уравнение (1.1.7), записанное для частотно-углового спектра, принимает следующий вид

$$\frac{d^{2}E_{DF,z}(\omega,k_{z},k_{y},x)}{dx^{2}} + k_{x}^{2} \cdot E_{DF,z}(\omega,k_{z},k_{y},x) = -\mu_{0}\omega^{2} \cdot P_{z}^{(2)}(\omega,k_{z},k_{y},x)$$
(1.1.8)

где

$$k_{z} = k\cos(\theta_{z}), k_{x} = k\sin(\theta_{z})\cos(\phi), k_{y} = \sin(\theta_{z})\sin(\phi), k = \frac{\omega}{\upsilon}$$
(1.1.9)

проекции волнового вектора волны разностной частоты на соответствующие оси (см. рис. 1.1.1).



Рис.1.1.1 Декартовая и сферическая системы координат. Ось *x* – направление распространения ФЛИ накачки.

Фурье-компоненту частотно-пространственного спектра нелинейной поляризации  $P_z^{(2)}(\omega, k_z, k_y, x)$  с учетом (1.1.5) при  $a_{z0} = a_{y0} = a_0$  можно представить в виде

$$P_{z}^{(2)}(\omega,k_{z},k_{y},x) = \frac{1}{4\pi^{2}} \cdot \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \widetilde{P}_{z}^{(2)}(\omega,z,y,x) \cdot \exp(jk_{z}z+jk_{y}y) dzdy =$$

$$= \frac{a_{0}^{2}}{8\pi} \varepsilon_{0} d_{eff} E_{0}^{2} \sqrt{\pi} V(x) \tau_{0} \exp\left(-\frac{\omega^{2} V^{2}(x) \tau_{0}^{2}}{8}\right) \exp\left(-\frac{\left(k_{y}^{2}+k_{z}^{2}\right) a_{y0}^{2}}{8}\right) \exp\left\{-jx \left[\frac{\omega}{u}-\frac{2\pi}{\Lambda_{x}}\right]\right\}$$
(1.1.10)

С учетом граничного условия на входе в среду  $E_{DF,z}(\omega,k_z,k_y,x=0) = 0$  и условия излучения, решение уравнения (1.1.8), для волны, распространяющейся вперед, принимает следующий вид

$$E_{DF,z}(\omega,k_{y},k_{z},L) = -\frac{j\mu_{0}\omega^{2}\varepsilon_{0}d_{eff}a_{0}^{2}E_{0}^{2}\sqrt{\pi}V(L)\tau_{0}\exp\left(-\frac{\omega^{2}V^{2}(L)\tau_{0}^{2}}{8}\right)L}{4\pi\cdot(k_{x}+[\omega/u-2\pi/\Lambda_{x}])}\exp\left\{-\frac{(k_{z}^{2}+k_{y}^{2})a_{0}^{2}}{8}\right\}\times$$
(1.1.11)  
  $\times\exp\left\{-j\frac{L}{2}[k_{x}+(\omega/u-2\pi/\Lambda_{x})]\right\}\sin c\left\{\frac{L}{2}(\omega/u-2\pi/\Lambda_{x}-k_{x})\right\},$ 

где *L* – длина нелинейного кристалла. Выражение для спектральной плотности мощности ИРЧ, формируемого на выходе нелинейного кристалла, с учетом (1.1.11) в сферической системе координат может быть представлено в виде

$$S(\omega, \theta_{z}, \phi, L) = \left| E_{DF,z}(\omega, \theta_{z}, \phi, L) \right|^{2} = \frac{\omega^{4} \mu_{0}^{2} \varepsilon_{0}^{2} d_{OB}^{2} a_{0}^{4} E_{0}^{4} V^{2}(L) \tau_{0}^{2} \exp\left(-\frac{\omega^{2} V^{2}(L) \tau_{0}^{2}}{4}\right) L^{2}}{16 \pi^{2} \cdot \left\{\omega(\sin(\theta_{z})\cos(\phi)/\upsilon + 1/u) - 2\pi/\Lambda_{x}\right\}^{2}} \times \exp\left\{-\frac{\omega^{2} a_{0}^{2}}{4\upsilon^{2}} \left[\cos^{2}(\theta_{z}) + \sin^{2}(\theta_{z})\sin^{2}(\phi)\right]\right\} \times \sin c^{2} \left\{\frac{L}{2} \left[\omega(1/u - \sin(\theta_{z})\cos(\phi)/\upsilon) - 2\pi/\Lambda_{x}\right]\right\} .$$
(1.1.12)

Из (1.1.12) видно, что ширина спектра генерации ИРЧ, при заданной длине кристалла, энергии ФЛИ и ширине пучка, определяется множителем

$$S_1 \cong \omega^4 \exp\left(-\omega^2 V^2(L) \tau_0^2/4\right)$$
 (1.1.13)

При дисперсном расплывании ФЛИ, распространяющемся в кристалле, происходит уширение временного профиля интенсивности ФЛИ, что приводит к сужению спектра генерируемого ИРЧ. Длина кристалла, в рассматриваемом нами приближении постоянства поперечного размера пучка накачки, определяется условием  $L \le k_0 a_0^2$ , т.е. длина кристалла должна быть меньше или равна конфокальному параметру. Множитель

$$S_{2} \cong \exp\{-\omega^{2}a_{0}^{2}\left[\cos^{2}(\theta_{z}) + \sin^{2}(\theta_{z})\sin^{2}(\phi)\right]/4\upsilon^{2}\}$$
(1.1.14)

определяется радиусом пучка накачки. При  $\theta_z = \pi/2$  и  $\phi = 0$  данный множитель равен 1 и, следовательно, поперечный размер не влияет на эффективность генерации ИРЧ. В общем случае при  $\theta_z \neq \pi/2$  и  $\phi \neq 0$  для увеличения эффективности генерации ИРЧ выбор радиуса пучка накачки определяется из условия

$$a_0 \le \lambda_{THz} / \pi n_{THz} \sin(\alpha) \tag{1.1.15}$$

где  $\sin^2(\alpha) = \cos^2(\theta_z) + \sin^2(\theta_z)\sin^2(\phi)$  (см. рис. 1.1.1),  $\alpha$  - угол между волновым вектором ИРЧ и осью *х*. Вместе с тем, в соответствии с (1.1.14), с целью повышения эффективности генерации ИРЧ в конечном спектральном диапазоне, с учетом углового спектра пучка накачки, радиус пучка накачки должен быть меньше длины волны ИРЧ в кристалле. Угловой раскрыв генерируемого ИРЧ, обусловленная множителем (1.1.13), в соответствии с (1.1.14) определяется как

$$\alpha = \arcsin\left(\lambda_{THz}/\pi n_{THz}a_0\right) \qquad (1.1.16)$$

Из (1.1.16) следует, что при фиксированном значении ширины пучка накачки угловой раскрыв генерируемого ИРЧ увеличивается с увеличением длины волны ИРЧ. Из (1.1.16) следует также, что с увеличением радиуса пучка накачки раскрыв генерируемого ИРЧ уменьшается. Последний множитель в (1.1.12)

$$S_{3} \cong \sin c^{2} \left\{ \frac{L}{2} \left[ \omega (1/u - \sin(\theta_{z}) \cos(\phi)/\upsilon) - 2\pi/\Lambda_{x} \right] \right\}$$
(1.1.17)

учитывает условие фазового синхронизма, а функция  $S_3$  соответствует частотному отклику кристалла-генератора. Для эффективного взаимодействия ИРЧ и ФЛИ необходимо, чтобы групповая скорость оптического импульса равнялась фазовой скорости импульса на разностной частоте. Частота ИРЧ, при котором выполняется условие синхронизма, определяется из (1.1.17) следующим образом

$$\omega_0(\alpha) = 2\pi c / \Lambda_x \left( n_g - n_{DF} \cos(\alpha) \right)$$
(1.1.18)

где со $(\alpha) = \sin(\theta_z)$ со $(\phi)$ . В общем случае, по мере удаления от оси *x*, и при заданном значении периода домена, коэффициентах преломления  $n_{DF}$  и  $n_g$ , величина резонансной частоты уменьшается. Из (1.1.17) следует, что ширину полосы частотного отклика на уровне 0.5 можно определить как

$$\Delta \omega(\alpha) = 0.81 \frac{\Lambda_x}{L} \omega_0(\alpha) = 0.81 \frac{2\pi c}{L(n_g - n_{DF} \cos(\alpha))}$$
(1.1.19).

Согласно (1.1.19), относительная ширина полосы генерируемого ИРЧ обратно пропорциональна количеству доменов, укладывающихся на длине кристалла. В соответствии с (1.1.19) ширина полосы частотного отклика с увеличением длины кристалла также уменьшается. Если длину домена  $\Lambda_x$  определить из условия (1.1.6) то резонасную частоту ИРЧ для произвольных значений  $\alpha$  можно представить в виде

$$\frac{\omega_0(\alpha)}{\omega_0} = \frac{n_g - n_{DF}}{n_g - n_{DF}\cos(\alpha)}$$
(1.1.20)

В соответствии с (1.1.20), в поперечном распределении ИРЧ имеет место частотно-угловое разложение спектральных компонент. Это может быть использовано для пространственновременной фильтрации дальнего поля ИРЧ. В рассматриваемом случае в соответствии с (1.1.4), когда центральная длина волны ФЛИ  $\lambda_0 = 1.98$  мкм, генерируемое ИРЧ находится в диапазоне длин волн 10мкм ÷ 17мкм, коэффициент преломления, соответствующий групповой скорости ФЛИ,  $n_g = 3.434$  а коэффициент преломления ИРЧ в указанном диапазоне  $n_{DF} = 3.2156 - 3.2741$ . Это означает, что  $cos(\alpha)$  не может принимать значение равное  $n_{e}/n_{DF}$  и, следовательно, выражение (1.1.20) не может принимать бесконечно большое значение. Угловой раскрыв генерируемого на частоте  $\omega_0$  ИРЧ, обусловлен последним множителем в (1.1.17) и определяется как

$$\alpha_0 = \arccos\left\{ \left( n_g - \frac{c}{\omega_0} \left( \frac{0.81}{L} + \frac{2\pi}{\Lambda_{x0}} \right) \right) / n_{DF} \right\}$$
(1.1.21)

где  $\Lambda_{x0}$  соответствует частоте ИРЧ  $\omega_0$ . Согласно (1.1.21), при фиксированном значении периода домена угловой раскрыв генерируемого на частоте  $\omega_0$  ИРЧ уменьшается с увеличением длины кристалла. Эффективность генерации ИРЧ может быть определена следующим образом

$$\eta = \frac{8\pi^3 n_{DF} \int\limits_{0}^{\infty} \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \int\limits_{0}^{\pi} \left| E_{DF,z} \left( \omega, k_z, k_y, L \right) \right|^2 dk_z dk_y d\omega}{n_0 \int\limits_{-\infty-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty-\infty}^{\infty} \left| E_y \left( y, z, x = 0, t \right) \right|^2 dy dz dt} \qquad (1.1.22)$$

С учетом (1.1.12), при интегрировании по частоте в выражении (1.1.22), функция частотного отклика для кристалла-генератора (1.1.17) может быть заменена дельта-функцией. В результате, выражение для эффективности при  $\theta_z = \pi/2$  и  $\phi = 0$  принимает следующий вид

$$\eta = \left(\omega_0^2 d_{eff}^2 E_0^2 V(L) \tau_0 L / \sqrt{2\pi} c n_{DF} n_0 \left(n_g - n_{DF}\right)\right) \exp\left\{-\omega_0^2 V^2(L) \tau_0^2 / 4\right\}$$
(1.1.23).

С целью определения дальнего поля ИРЧ выполним преобразование Френеля для напряженности электрического поля ИРЧ непосредственно на выходе кристалла (1.1.11)

$$E_{F,DF,z}(\omega, y, z, X) = \exp(-j\frac{\omega}{c}X) \int_{-\infty-\infty}^{\infty} E_{DF,z}(\omega, k_y, k_z, L) \exp\left\{j\frac{c}{2\omega}X(k_y^2 + k_z^2)\right\} \times .$$
(1.1.24)  
 
$$\times \exp\left(-jk_yy - jk_zz\right) dk_y dk_z$$

После вычисления интеграла (1.1.24) выражение для спектральной плотности мощности ИРЧ в дальнем поле принимает следующий вид

$$S(\omega, \sqrt{y^{2} + z^{2}}, \theta_{z}, \phi, X) = \frac{16\omega^{6}\varepsilon_{0}^{2}d_{eff}^{2} a_{0}^{4}E_{0}^{4}V^{2}(L)\tau_{0}^{2}\exp\left(-\frac{\omega^{2}V^{2}(L)\tau_{0}^{2}}{2}\right)L^{2}\pi^{3}}{c^{6}X^{2}\left(\frac{\omega n_{DF}}{c}\sin(\theta_{z})\cos(\phi) + \frac{\omega}{u} - \frac{2\pi}{\Lambda_{x}}\right)^{2}\left(1 + \left(\frac{\omega a_{0}^{2}}{4Xc}\right)^{2}\right)} \times \left(1.1.25\right)$$

$$\exp\left\{-\frac{\omega^{2}a_{0}^{2}}{4X^{2}c^{2}}\frac{\left(y^{2} + z^{2}\right)}{\left(1 + \left(\omega a_{0}^{2}/4Xc\right)^{2}\right)}\right\} \times \sin c^{2}\left\{\frac{L}{2}\left(\frac{\omega}{u} - \frac{\omega n_{DF}}{c}\sin(\theta_{z})\cos(\phi) - \frac{2\pi}{\Lambda_{x}}\right)\right\}$$

В соответствии с (1.1.25) радиус кривизны поверхности постоянной фазы (волнового фронта) волны ИРЧ в дальнем поле определяется следующим образом

$$R(\omega) = X \left( 1 + \omega^2 a_0^4 / 16X^2 c^2 \right) \qquad , \qquad (1.1.26)$$

/

а ширина пучка ИРЧ в дальнем поле определяется как

$$a(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + 16X^2 c^2 / \omega^2 a_0^4} \qquad (1.1.27)$$

Рассмотрим результаты расчетов для параметров ФЛИ накачки и кристалла GaAs, отвечающих реальным условиям эксперимента: длительность ФЛИ 100 фс, длина волны 1.98 мкм, диаметр пучка накачки 48 мкм, энергия 30 нДж, резонансная частота ИРЧ  $f_0 = 21.428$ ТГц ( $\lambda = 14$  мкм), толщина домена  $\Lambda_x = 74.6$  мкм, толщина кристалла  $L = 23 \cdot \Lambda_x = 1.716$  мм. В частности, в работе [26] приводятся результаты по использованию кристалла GaAs с РДС и с периодом домена 62 мкм в параметрическом преобразователе частоты излучения на длине волны 2 мкм. Ширина полосы частотного отклика на уровне 0.5 с учетом вышеприведенных значений параметров и в соответствии с (1.1.19) составляет 0.7546 ТГц (  $\Delta f / f_0 = 0.0352$  ). Для вышеприведенных значений параметров угловой раскрыв генерируемого ИРЧ на частоте  $f_o$ , обусловленная пространственной ограниченностью пучка накачки, в соответствии с (1.1.15) составляет 57.2 мрад. Раскрыв генерируемого на частоте  $\omega_0$  ИРЧ, обусловленная функцией частотного отклика кристалла-генератора, составляет 25.5 мрад. Из анализа функции частотного отклика кристалла-генератора (1.1.17) видно, что чем больше длина кристалла, тем уже становится функция отклика и тем больше число минимумов функции (1.1.17). При рассматриваемых значениях параметров, с учетом выражения для коэффициента преломления (1.1.4), длина дисперсионного расплывания импульса L<sub>g</sub> составляет 2.41 мм. Значение длины кристалла L = 1.716 мм, при радиусе пучка a = 24 мкм удовлетворяет также условию  $L \le k_0 a^2 = 1.83$  мм. Выбранному нами значению длины кристалла соответствует значение параметра фокусировки  $\xi = L / (k_0 a^2) \approx 0.94$ , при котором апертурная функция  $h(\xi) \approx$ 1, что не приводит к дополнительному уменьшению эффективности генерации ИРЧ [27]. При сильной фокусировке ИРЧ может падать на границу кристалл-воздух под углом у к нормали близком к углу полного внутреннего отражения - утах. Следовательно, при выборе радиуса пучка накачки необходимо, чтобы выполнялось также условие  $\sqrt{2\lambda}/\pi n_{TH}a < 2\gamma_{max}$ . Для кристалла GaAs при длине волны ИРЧ равной 14 мкм угол полного внутреннего отражения у<sub>тах</sub> составляет ~ 18°, что соответствует радиусу пучка накачки 3 мкм. Для вышеприведенных значений параметров эффективность генерации ИРЧ на длине волны 14 мкм в соответствии с (1.1.22) составляет 1.864.10<sup>-6</sup>. Теоретическое предельное значение коэффициента эффективности преобразования в ИРЧ [28]

$$\left(I_{TH}(L)/I_{opt}(0)\right) \leq \left(n_0 \lambda_{opt}/n_{TH} \lambda_{TH}\right), \qquad (1.1.28)$$

для рассматриваемых в работе значений длин волн составляет 0.1455. Очевидно, что увеличение энергии ФЛИ приведет к увеличению эффективности генерации ИРЧ. На рис. 1.1.2 приведена зависимость смещения длины волны ИРЧ, распространяющегося вдоль направления  $\alpha = 0$  ( $\theta_z = \pi/2$ ,  $\phi = 0$ ), от угла  $\alpha$ , построенная в соответствии с (1.1.19).



Рис.1.1.2 Зависимость смещения длины волны ИРЧ, распространяющегося вдоль направления  $\alpha = 0$  ( $\theta_z = \pi/2$ ,  $\phi = 0$ ), от угла  $\alpha$ , построенная в соответствии с (1.1.20).

Как следует из результатов расчета и как видно из рис.1.1.2, при угле 25 мрад, соответствующем угловому раскрыву генерируемого на частоте  $f_0$  излучения, смещение длины волны ИРЧ от значения 14 мкм составляет 0.5 %. На рис.1.1.3 показано двумерное распределение энергии ИРЧ на длине волны 14 мкм в зависимости от полярного и азимутального углов. На рис.1.1.4(а) приведена зависимость распределения энергии ИРЧ от полярного угла при нулевом значении азимутального угла. На рис.1.1.4(б) приведена зависимость распределения энергии ИРЧ от азимутального угла при нулевом значении азимутального угла. На рис.1.1.4(б) приведена зависимость распределения энергии ИРЧ от полярного угла при нулевом значении от азимутального угла при значении полярного угла на рис.1.1.4(б) приведена зависимость распределения энергии ИРЧ от азимутального угла при значении полярного угла равном 90°. Из (1.1.13) следует, что для того, чтобы поперечный размер пучка не влиял на эффективность генерации ИРЧ необходимо, чтобы поперечный размер пучка накачки удовлетворял условию

$$a_{\min} \le \lambda / \pi n_{TH} \,, \tag{1.1.29},$$

которое соответствует случаю, когда все поперечное сечение пучка накачки излучает когерентно. Для кристалла *GaAs* и длины волны ИРЧ 14 мкм  $a_{min}$  составляет 1.37 мкм. На рис.1.1.5 приведены зависимости множителя  $S_2(\alpha)$  (1.1.13) от угла  $\alpha$  при a = 20 мкм и a = 1.37 мкм. Как видно из рис.1.1.5, при a = 1.37 мкм множитель  $S_2(\alpha)$  практически остается неизменным и равным 1.



Рис.1.1.3 Двумерное распределение энергии ИРЧ на длине волны 14 мкм в зависимости от полярного и азимутального углов.



Рис.1.1.4 Зависимость распределения энергии ИРЧ от полярного угла при нулевом значении азимутального угла (а), зависимость распределения энергии ИРЧ от азимутального угла при значении полярного угла равном 90° (б).

Как видно из расчетов, из кристалла под углом (1.1.21) равным  $\alpha_0 = 25$  мрад выходит ИРЧ на частоте  $f_0 = 20.704$  ТГц ( $\lambda_0 = 14.49$  мкм). На рис.1.1.6 показано двумерное распределение энергии ИРЧ на длине волны 14.49 мкм в зависимости от полярного и азимутального углов. На рис.1.1.7(а) приведена зависимость распределения энергии ИРЧ на длине волны 14.49

мкм от полярного угла при нулевом значении азимутального угла. На рис.1.1.7(б) приведена зависимость распределения энергии ИРЧ на длине волны 14.49 мкм от азимутального угла при значении полярного угла равным 90°. Значение множителя  $S_2$ , обусловленного пространственным размером пучка накачки, при  $\alpha_0 = 25$  мрад на длине волны 14.49 мкм равно 1.



Рис1.1.5 Зависимости множителя  $S_2(\alpha)$  (1.2.13) от угла  $\alpha$  при a = 20 мкм и a = 1.37 мкм.



Рис.1.1.6 Двумерное распределение энергии ИРЧ на длине волны 14.49 мкм в зависимости от полярного и азимутального углов.

На рис.1.1.8 показана эволюция временного профиля ближнего поля ИРЧ при изменении угла *α*. Согласно результатам расчетов и как видно из рис.1.1.8, период колебания ИРЧ в центре пучка составляет ~ 650 фс и по мере удаления от оси х имеет место низкочастотная фильтрация временного профиля импульса ИРЧ.



Рис.1.1.7. Зависимость распределения энергии ИРЧ на длине волны 14.49 мкм от полярного угла при нулевом значении азимутального угла (а), зависимость распределения энергии ИРЧ на длине волны 14.49 мкм от азимутального угла при значении полярного угла равном 90° (б).

ИРЧ при  $\alpha$  = 1° составляет 1.16 Согласно Длительность моноимпульса пс. вышеизложенному, если на выходе нелинейного кристалла поместить транспарант с заданной функцией амплитудно-фазового пропускания, то тем самым можно осуществить пространственно-временную фильтрацию ИРЧ. Перейдем к рассмотрению дальнего поля ИРЧ. При распространении ИРЧ на расстояние Х от выходного торца нелинейного кристалла будет иметь место спектрально-угловая фильтрация в соответствии с аппаратной функцией  $H(k_y,k_z) = \exp\{jcX(k_y^2 + k_z^2)/2\omega\}$ . На рисунке 1.1.9 показана эволюция временного профиля дальнего поля ИРЧ при изменении поперечной координаты пучка - r. Согласно результатам расчетов, период колебания ИРЧ составляет ~ 650 фс и по мере удаления от оси х эффект низкочастотной фильтрации временного профиля импульса ИРЧ, которое имеет место в ближнем поле ИРЧ, практически не наблюдается. Это в основном определяется спектральноугловой фильтрацией, имеющей место при распространении ИРЧ в воздухе. Зависимости кривизны поверхности постоянной фазы (1.1.26) и ширины пучка (1.1.27) ИРЧ

соответствуют аналогичным зависимостям имеющим место при распространении гауссова пучка в свободном пространстве.



Рис.1.1.8 Эволюция временного профиля ближнего поля ИРЧ при изменении угла а.

В частности, при расстоянии X = 7 см для ИРЧ радиус кривизны составляет 7 см а радиус пучка – 1.84 см. Практически ценная информация, с точки зрения фокусировки и регистрации ИРЧ в дальнем поле, содержится в зависимости групповой задержки от поперечной координаты, которая в соответствии с (1.1.24) определяется следующим образом

$$T(r,\omega) = \frac{\partial}{\partial\omega} \left\{ \frac{\omega}{c} X + \arctan\left(\frac{\omega a_0^2}{4Xc}\right) + \frac{\omega}{2Xc} \frac{r^2}{\left(1 + \left(\omega a_0^2/4Xc\right)^2\right)} + \frac{L}{2} \left[\frac{\omega n_{DF}}{c} \cos(\alpha) + \frac{\omega}{u} - \frac{2\pi}{\Lambda_x}\right] \right\} (1.1.30)$$

где  $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ . На рисунке 1.1.10 показана зависимость групповой задержки волнового фронта ИРЧ от поперечной координаты при распространении ИРЧ на расстояние 7 см от выходного торца нелинейного кристалла. Как видно из расчетов и рис. 1.2.10 разность значений групповой задержки для ИРЧ на длине волны 14 мкм от центра пучка до r = 2 см составляет 9.5 пс. Полученные результаты, в частности, могут быть использованы при интерпретации результатов эксперимента по пространственно-временной фильтрации дифрагированного поля излучения в среднем ИК диапазоне длин волн [29].



Рис.1.1.9 Эволюция временного профиля дальнего поля ИРЧ при изменении поперечной координаты пучка - *r*.



Рис.1.1.10 Зависимость групповой задержки волнового фронта ИРЧ от поперечной координаты при распространении ИРЧ на расстояние 7 см от выходного торца нелинейного кристалла.

## §1.2 Генерация излучения разностной частоты в поле фемтосекундного лазерного импульса распространяющегося в нелинейной прозрачной среде со слабо выраженной хроматической дисперсией

В приближении однонаправленных волн выведена система связанных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих эволюцию электрических полей взаимно ортогонально линейно–поляризованных ФЛИ с длительностями в несколько оптических колебаний в нелинейном кристалле с квадратичной нелинейностью в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии. В качестве нелинейного кристалла рассматривается изотропный кристалл GaAs где направление распространения взаимодействующих импульсов совпадает с нормалью к плоскости <110> кристалла [30]. Рассмотрим случай, когда линейно–поляризованные ФЛИ с плоскими волновыми фронтами и с взаимно ортогональными плоскостями поляризации  $E_z$  и  $E_y$  распространяются вдоль оси x, совпадающем с нормалью к плоскости <110>, в изотропном кристалле GaAs. Соответствующие волновые уравнения для  $E_z$  и  $E_y$  полей можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{L,z}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{NL,z}}{\partial t^2}$$
(1.2.1)

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{L,y}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{NL,y}}{\partial t^2}$$
(1.2.2)

где *P<sub>L,z</sub>*, *P<sub>L,y</sub>* – линейные части поляризации среды, *P<sub>NL,z</sub>* , *P<sub>NL,y</sub>* – нелинейные части поляризации среды. Линейный отклик среды для z и y поляризаций определяется следующими выражениями

$$P_{Lz,Ly}(\omega) = \varepsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) E_{x,z}(\omega)$$
(1.2.3)

где  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\chi^{(1)}(\omega)$  – линейная восприимчивость среды. Согласно [22], линейная восприимчивость GaAs, в спектральном диапазоне 0.97-17 мкм, может быть представленна в виде  $\chi^{(1)}(\omega) = n^2(\omega) - 1$ , где коэффициент преломления определяется выражением (1.1.4). При выбранной геометрии нелинейная поляризация среды, обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, в квазистатическом приближении может быть представленна в виде

$$P_{NL,z}(t) = \varepsilon_0 \cdot d_{14} \cdot E_y^2(t), \quad P_{NL,y}(t) = \varepsilon_0 \cdot d_{14} \cdot E_z(t) \cdot E_y(t) \cdot \sqrt{2}$$
(1.2.4)

где  $d_{14} = 150 \cdot 10^{-12}$  м/В – коэффициент нелинейной восприимчивости кристалла GaAs. Рассмотрим случай когда спектр ФЛИ лежит ниже частот электронного резонансного поглощения среды, но выше ионных резонасных частот. Иначе говоря, с учетом (1.1.4) можно сказать, что центральная длина волны взаимодействующих импульсов должна удовлетворять неравенству 0.8746 мкм <  $\lambda_0$  < 36.9166 мкм. При выполнении данного неравенства коэффициент преломления среды, определяемое в соответствии с (1.1.4), может быть представлен в виде ряда

$$n_{ap}(\omega, \Delta T) = \alpha(\Delta T) + \beta(\Delta T)c\omega^{2} + \gamma(\Delta T)c\omega^{4} - \frac{\theta(\Delta T)c}{\omega^{2}},$$
  

$$\alpha(\Delta T) = \sqrt{a_{0}(\Delta T)}, \beta(\Delta T) = \frac{a_{1}(\Delta T)}{2c\sqrt{a_{0}(\Delta T)}}, \gamma(\Delta T) = \frac{a_{2}(\Delta T)}{2c\sqrt{a_{0}(\Delta T)}}, \theta(\Delta T) = \frac{a_{3}(\Delta T)}{2c\sqrt{a_{0}(\Delta T)}}$$
(1.2.5)

где

$$a_{0} = 1 + b_{0} + \frac{b_{1}(2\pi c)^{2}}{\omega_{1}^{2}} + \frac{b_{2}(2\pi c)^{2}}{\omega_{2}^{2}}, a_{1} = \frac{b_{1}(2\pi c)^{2}}{\omega_{1}^{4}} + \frac{b_{2}(2\pi c)^{2}}{\omega_{2}^{4}}, a_{2} = \frac{b_{2}(2\pi c)^{2}}{\omega_{2}^{6}}, a_{3} = b_{3}(2\pi c)^{2}.(1.2.6)$$

На рис.1.2.1 приведены зависимости коэффициентов преломления от длины волны в соответствии с выражениями (1.1.4) и (1.2.5).



Рис.1.2.1 Зависимости коэффициентов преломления от длины волны в соответствии с выражениями (1.1.4) и (1.2.5).

Как видно из рис.1.2.1 в спектральном диапазоне 1.98 мкм ÷ 10 мкм кривые зависимости практически не отличаются и следовательно для описания процессов взаимодействия волн в указанном диапазоне длин волн может быть использовано выражение (1.2.5). В приближении однонаправленных волн уравнения (1.2.1) и (1.2.2) с учетом (1.2.5) могут быть представлены в виде нормированной системы

$$\frac{\partial \Phi_z}{\partial \xi} - \frac{\partial^3 \Phi_z}{\partial \eta^3} + A \frac{\partial^5 \Phi_z}{\partial \eta^5} + B \int_{-\infty}^{\eta} \Phi_z d\eta' + 4\pi C \Phi_y \frac{\partial \Phi_y}{\partial \eta} = 0$$
(1.2.7)

$$\frac{\partial \Phi_{y}}{\partial \xi} - \frac{\partial^{3} \Phi_{y}}{\partial \eta^{3}} + A \frac{\partial^{5} \Phi_{y}}{\partial \eta^{5}} + B \int_{-\infty}^{\eta} \Phi_{y} d\eta' + 2\sqrt{2}\pi C \Phi_{z} \frac{\partial \Phi_{y}}{\partial \eta} + 2\sqrt{2}\pi C \Phi_{y} \frac{\partial \Phi_{z}}{\partial \eta} = 0 \qquad (1.2.8)$$

где  $\eta = 2\pi \frac{\tau}{T_0} = \omega_0 \tau, T_0 = \frac{c}{\lambda_0}, \ \xi = x' \beta' (\Delta T) = x' \omega_0^3 \beta (\Delta T), \Phi_z = E_z / E_{0 \max}, \Phi_y = E_y / E_{0 \max}, \Phi_z = E_z / E_z /$ 

$$A = \omega_0^2 \frac{\gamma(\Delta T)}{\beta(\Delta T)} = \omega_0^2 \frac{a_2(\Delta T)}{a_1(\Delta T)}, \quad B = \frac{1}{\omega_0^4} \frac{\theta(\Delta T)}{\beta(\Delta T)} = \frac{1}{\omega_0^4} \frac{a_3(\Delta T)}{a_1(\Delta T)}, \quad C = \frac{1}{c\omega_0^2} \frac{\widetilde{d}_{14}}{\alpha(\Delta T)\beta(\Delta T)} = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{4\widetilde{d}_{14}}{a_1(\Delta T)},$$

 $\tilde{d}_{14} = d_{14}E_{0\text{max}}$ ,  $E_{0\text{max}}$  – максимальное значение амплитуды электрического поля, x' = x,  $\tau = t - \alpha (\Delta T)x/c$ . Уравнения (1.2.7) и (1.2.8) описывают нелинейную эволюцию временных профилей электрических полей линейно поляризованных ФЛИ с плоскими волновыми фронтами взаимодействующих друг с другом в кристалле *GaAs*. Уравнения (1.2.7) и (1.2.8) применимы для импульсов у которых отсутствует постоянная составляющая в спектре [31].

В уравнениях (1.2.7) и (1.2.8) коэффициенты А, В и С равняются отношению длины обусловленной дисперсионного расплывания, дисперсией второго порядка  $L_{d2} = 2c\sqrt{a_0(\Delta T)}/(\omega_0^3 a_1(\Delta T))$  к длине, соотвественно, дисперсионного расплывания, обусловленной дисперсией четвертого порядка  $-L_{d4} = 2c\sqrt{a_0(\Delta T)}/(\omega_0^5 a_2(\Delta T))$ , к длине дисперсионного расплывания, обусловленной ионным линейным поляризационным  $-L_i = 2c\omega_0 \sqrt{a_0(\Delta T)}/a_3(\Delta T)$  и к характеристеческой длине нелинейного откликом взаимодействия  $L_n = c \sqrt{a_0(\Delta T)} / (2\omega_0 \tilde{d}_{14})$ . При  $\lambda_0 = 1.98$  мкм, и температуре t = 22 °C для кристалла GaAs  $L_{d2}$  = 7.457 мкм, а  $L_{d4}$  = 2.245 мм, (A =  $L_{d4}/L_{d2}$  = 3.322·10<sup>-3</sup>),  $L_i$  = 368.899 мкм, (B = 0.02), и для  $E_{0\text{max}} = 100 \text{ MB}$  / м  $L_n = 34.62 \text{ мкм}$  а коэффициент (C = 4.643). Система уравнений в частных производных (1.2.7) и (1.2.8) первого порядка по  $\xi$  и пятого по  $\tau$ , начальные условия для численного решения которых выбираются в виде

$$\Phi_{y}(\xi = 0, \eta) = \Phi_{y0} \exp(-\eta^{2}/\tau_{p}^{2}) \cos(\eta), \ \Phi_{z}(\xi = 0, \eta) = 0,$$
(1.2.9)

где  $\Phi_{y0}$  – начальное нормированное значение амплитуды импульса с *y* – поляризацией, 2  $\tau_p$  = 30 фс - длительность ФЛИ,  $\lambda_0$  = 1.98 мкм – центральная длина волны. Длина среды выбиралась равной L = 10 $L_{d2} \approx$  74.57 мкм, а максимальное значение начальной амплитуды импульса  $E_{0max}$  = 100 MB/м. Что касается граничных условий, то они могут быть опущены, так как переменная  $\eta$  меняется в бесконечной области  $-\infty \leq \eta \leq \infty$ , а изменения решения происходят на конечном интервале по  $\eta$  поэтому влиянием граничных условий на решение можно пренебречь. Решения (1.2.7) и (1.2.8) рассматриваются в прямоугольнике  $0 \leq \xi \leq L$ ,  $0 \leq \eta \leq T$ , ограниченном прямыми  $\eta_m = m \cdot h$  (m = 0, 1, 2, ... M), где h = T/M и  $\xi_n = n \cdot k$  (n = 0, 1, 2, ...

N), где k = L/N. Заменив в уравнениях (1.2.7) и (1.2.8) частные производные функций по времени  $\eta$  на конечные разности [32], получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменной  $\xi$ 

$$\frac{\partial \Phi_{z}(m)}{\partial \xi} = \Phi_{z,\eta\eta\eta}(m) - A\Phi_{z,\eta\eta\eta\eta\eta}(m) - BS_{z,\eta}(m) - 4\pi C\Phi_{y}(m)\Phi_{y,\eta}(m)$$
(1.2.10)

$$\frac{\partial \Phi_{y}(m)}{\partial \xi} = \Phi_{y,\eta\eta\eta}(m) - A\Phi_{y,\eta\eta\eta\eta\eta}(m) - BS_{y,\eta}(m) - 2\sqrt{2}\pi C\Phi_{z}(m)\Phi_{y,\eta}(m) - 2\sqrt{2}\pi C\Phi_{y}(m)\Phi_{z,\eta}(m)$$
(1.2.11)

где  $\Phi_{z,y,\eta}(m)$  – конечноразностная апроксимация четвертого порядка первой производной  $\partial \Phi_{z,y}/\partial \eta$ ,  $\Phi_{z,y,\eta\eta\eta}(m)$  – семиточечная центрированная конечноразностная апроксимация третьей производной  $\partial^3 \Phi_{z,y}/\partial \eta^3$ . Конечноразностная апроксимация производной пятого порядка  $\partial^5 \Phi_{z,y}/\partial \eta^5 - \Phi_{z,y,\eta\eta\eta\eta\eta}(m)$  определяется как апроксимация четвертого порядка второй производной от  $\partial^3 \Phi_{z,y}/\partial \eta^3$  с условиями Дирихле на правом и левом концах границы [30]. В расчетах интегралы по времени  $S_{z,y,\eta}$  представлены в виде

$$S_{z, y, \eta}(m) = \begin{cases} 0, & m = 1, 2\\ S_{z, y, \eta}(m-1) + h \Phi_{z, y}(m); & m = 3, 4, ...M. \end{cases}$$
(1.2.12)

Система уравнений (1.2.10) и (1.2.11) решается методом Рунге–Кутта [33]. Вычисления проведены при шаге h = 0.05. Относительная и абсолютная погрешности в ходе вычислений были выбраны равными  $10^{-6}$ . Среднеквадратичное отклонение значения вектора ошибки, полученной в ходе вычислений равно:  $0.3 \times 10^{-2}$  при  $\xi = 2.5$ ;  $0.6 \times 10^{-2}$  при  $\xi = 5$ ;  $0.9 \times 10^{-2}$  при  $\xi = 7.5$ ;  $1.2 \times 10^{-2}$  и  $\xi = 10$ . На рис.1.2.2(а) представлена эволюция временного профиля электрического поля *y*- поляризованного импульса на десяти дисперсионных растояниях  $L_{d2}$ . Как видно из рисунка и из результатов расчета дисперсионное расплывание импульса несущественно и в частности, при  $\xi = 10$  составляет примерно 36 фс. На рис.1.2.2(б) представлена эволюция спектральной плотности *y*-поляризованного импульса на десяти дисперсионных растояниях  $L_{d2}$ .

$$S_{y}(\omega, x) = 10 \lg \left( \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(t, x) \exp\{j\omega t\} dt \right|^{2} \right) / \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(t, x=0) \exp\{j\omega t\} dt \right|^{2} \right).$$
(1.2.13)

Там же пунктиром показана спектральная плотность *y*-поляризованного импульса на входе нелинейного кристалла (ξ = 0). Как видно из рисунка по мере распространения *y*-поляризованного импульса имеет место уширение его спектра как в длинноволновую так и

в коротковолновую область. В частности, по мере распространения в спектре появляются спектральные компоненты, сосредоточенные в окрестности третьей гармоники – 0.66 мкм.



Рис1.2.2. Эволюция временного профиля (а) и спектральной плотности (б) электрического поля у поляризованного импульса на десяти дисперсионных растояниях L<sub>d2</sub>.

Очевидно, что как генерация спектральных компонент в окрестности третьей гармоники, так и уширение спектра в длинноволновую область обусловлено нелинейной поляризацией  $P_{M_{\nu}\nu}(t) = \sqrt{2}\varepsilon_0 d_{14}E_z(t)E_v(t)$ . Согласно результатам расчетов и как видно из рис.1.2.2(б), по распространения у-поляризованного импульса, значение длины мере волны. соответствующей максимуму спектральной плотности, несколько смещается в сторону длинных волн. Это красное смещение при генерации излучения разностной частоты, путем оптического выпрямления, теоретически было предсказано в работе [34] и экспериментально зарегистрировано в [35] для кристалла *LiNbO*<sub>3</sub>. На рис.1.2.3 показана зависимость эффективности генерации спектральных компонент в окрестности третьей гармоники ули от толщины кристалла при *E*<sub>0max</sub> равном 10 MB/м, 50 MB/м и 100 MB/м. При этом значение *у*<sub>утн</sub> , в полосе частот от  $\omega_1 = 2\pi c/\lambda_1$  ( $\lambda_1 = 0.5$  мкм) до  $\omega_2 = 2\pi c/\lambda_2$  ( $\lambda_2 = 0.8$  мкм), определяется как

$$\gamma_{yTH} = \left( \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| E_y(\omega, x) \right|^2 d\omega \middle/ \int_{-\infty}^{\infty} \left| E_y(\omega, x = 0) \right|^2 d\omega \right) \cdot 100 \ \%,$$
(1.2.14)

где  $E_y(\omega, x)$  – Фурье образ у-поляризованного импульса. Как видно из рисунка в отсутствие фазового синхронизма  $\gamma_{yTH}$  при  $\xi \approx 2.5$  достигает своего максимального значения 0.18 % при  $E_{0max} = 50$  MB/м и 0.32 % при  $E_{0max} = 100$  MB/м. При  $E_{0max} = 10$  MB/м эффективность генерации не превышает 0.003 %. Следует отметить, что полученные значения  $\gamma_{yTH}$  несколько завышены поскольку в работе не учитывается поглощение среды в диапазоне длин волн 0.5 мкм – 0.8 мкм.



Рис1.2.3. Зависимость эффективности генерации спектральных компонент в окрестности третьей гармоники *уутн* от толщины кристалла.

На рис.1.2.4(а) представлена эволюция временного профиля электрического поля *z*-поляризованного импульса на десяти дисперсионных растояниях  $L_{d2}$ . Как видно из рисунка, *z*-поляризованный импульс с нулевым начальным значением амплитуды генерируется в процессе распространения в нелинейном кристалле, обусловленный нелинейной поляризацией  $P_{NL,z}(t) = \varepsilon_0 d_{14} E_y^2(t)$ . При этом, согласно результатам расчетов, в процессе распространения в кристалле от поля нелинейной поляризации отделяется низкочастотный видеоимпульс, соответствующий импульсному излучению на разностной частоте и который опережает импульс нелинейной поляризации. По мере распространения в кристалле от поля нелинейной поляризации импульсному излучению на удвоенной частоте, который отстает от импульса нелинейной поляризации. На рис.1.2.4(б) представлена эволюция спектральной плотности *z* поляризованного импульса на десяти дисперсионных растояниях  $L_{d2}$ 

$$S_{z}(\omega, x) = 10 \lg \left( \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{z}(t, x) \exp\{j\omega t\} dt \right|^{2} \right) \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{y}(t, x=0) \exp\{j\omega t\} dt \right|^{2} \right) \qquad (1.2.15)$$

На рис.1.2.4 пунктиром показана спектральная плотность *y*- поляризованного импульса на входе нелинейного кристалла (*ξ* = 0).



Рис.1.2.4 Эволюция временного профиля (а) и спектральной плотности (б) электрического поля *z* поляризованного импульса на десяти дисперсионных растояниях *L*<sub>d2</sub>.

Как видно из рисунка в процессе распространения *z* поляризованного импульса происходит генерация как спектральных компонент сосредоточенных в окрестности второй гармоники  $(\lambda_0/2 = 0.99 \text{ мкм})$  так и спектральных компонент сосредоточенных в инфракрасном диапазоне длин волн (4 мкм – 10 мкм). На рис.1.2.5 показана зависимость эффективности генерации спектральных компонент в окрестности второй гармоники  $\gamma_{zSH}$  от толщины кристалла при начальном значении амплитуды у поляризованного импульса  $E_{0max}$  равном 10 MB/м, 50 MB/м и 100 MB/м. Эффективность  $\gamma_{zSH}$ , в полосе частот от  $\omega_3 = 2\pi c/\lambda_3$  ( $\lambda_3 = 0.8$  мкм) до  $\omega_4 = 2\pi c/\lambda_4$  ( $\lambda_4 = 1.2$  мкм), определяется как

$$\gamma_{zSH} = \left( \int_{\omega_3}^{\omega_4} \left| E_z(\omega, x) \right|^2 d\omega \middle/ \int_{-\infty}^{\infty} \left| E_y(\omega, x = 0) \right|^2 d\omega \right) \cdot 100 \%$$
(1.2.16)

где  $E_z(\omega, x)$  – фурье образ *z* поляризованного импульса в сечении *x*. Как видно из рисунка при  $\xi \approx 4.1$  эффективность генерации спектральных компонент в окрестности второй гармоники  $\gamma_{zSH}$  в отсутствие фазового синхронизма достигает своего максимального значения 0.43 % при  $E_{0max} = 50$  MB/м и 1.83 % при  $E_{0max} = 100$  MB/м. При  $E_{0max} = 10$  MB/м эффективность генерации не превышает 0.015 %. Следует отметить, что полученные значения  $\gamma_{zSH}$  несколько завышены поскольку в работе не учитывается поглощение среды в диапазоне длин волн 0.8 мкм – 1.2 мкм.



Рис.1.2.5 Зависимость эффективности генерации спектральных компонент в окрестности второй гармоники  $\gamma_{zSH}$  от толщины кристалла.

На рис.1.2.6 показана зависимость эффективности генерации спектральных компонент сосредоточенных в инфракрасном диапазоне длин волн (4 мкм – 10 мкм), т.е. эффективности генерации излучения на разностной частоте,  $\gamma_{zDF}$  от толщины кристалла при начальном значении амплитуды у поляризованного импульса  $E_{0max}$  равном 10 MB/м, 50 MB/м и 100 MB/м. Эффективность  $\gamma_{zDF}$ , в полосе частот от  $\omega_5 = 2\pi c/\lambda_5$  ( $\lambda_5 = 4$  мкм) до  $\omega_6 = 2\pi c/\lambda_6$  ( $\lambda_6 = 10$  мкм) определяется как

$$\gamma_{zDF} = \left( \int_{\omega_5}^{\omega_6} \left| E_z(\omega, x) \right|^2 d\omega \middle/ \int_{-\infty}^{\infty} \left| E_y(\omega, x = 0) \right|^2 d\omega \right) \cdot 100 \% \quad .$$
(1.2.17)

Как видно из рисунка при  $\xi \approx 5.5$  ( $x \approx 41$  мкм) эффективность генерации излучения на разностной частоте  $\gamma_{zDF}$  достигает своего максимального значения 0.21 % (  $10lg(\gamma_{zDF}/100) = -26.8 \text{ дБ}$  ) при  $E_{0max} = 50 \text{ MB/m}$  и 0.8 % (  $10lg(\gamma_{zDF}/100) = -21 \text{ дБ}$  ) при  $E_{0max} = 100 \text{ MB/m}$ . При

 $E_{0max} = 10$  MB/м эффективность генерации не превышает 0.008 %  $10lg(\gamma_{zDF}/100) = -41$  дБ). В соответствии с (1.3.5) длина когерентности

$$L_{c}(\lambda_{DF}, \Delta T) = \frac{\lambda_{DF}}{2[n(\lambda_{0}, \Delta T) - n(\lambda_{DF}, \Delta T)]}$$
(1.2.18)

при изменении длины волны излучения разностной частоты от 4.1 мкм до 10 мкм изменяется от 51.25 мкм до 66.66 мкм ( $\Delta T = 0$ ,  $\lambda_0 = 1.98$  мкм).



Рис.1.2.6 Эффективность генерации спектральных компонент сосредоточенных в инфракрасном диапазоне длин волн от толщины кристалла.

Иначе говоря, в рассмотренной нами геометрии задачи имеет место генерация излучения разностной частоты в режиме фазового синхронизма. Теоретическое предельное значение эффективности генерации излучения разностной частоты согласно [28] ( см. (1.1.28) ) при  $\lambda_0 = 1.98$  мкм,  $\lambda_{DF} = 4.1$  мкм не более 0.49 (- 3.1 дБ), а при  $\lambda_{DF} = 10$  мкм не более 0.2 (- 6.98 дБ). В выше рассмотренном нами случае, согласно результатам расчетов ( рис.1.2.4(б) ), при  $\xi = 10$  эффективность на длине волны 4.1 мкм составляет ~ -51 дБ, а на длине волны 10 мкм – -14 дБ. Как показано в [36] ( см. §1.1 ), эффективность генерации излучения разностной частоты на частоте 21.428 ТГц (14 мкм) для пучка накачки длительностью 100 фс на длине волны 1.98 мкм, радиусом 24 мкм и энергией 30 нДж, распространяющемся в кристалле *GaAs* периодической доменной структурой с толщиной 1.716 мм и с периодом 74.6 мкм составляет 1.864·10<sup>-6</sup> (- 57.3 дБ).

Таким образом, как видно из вышеизложенного, увеличение значения эффективности генерации ИРЧ, в рассмотренном в данном параграфе случае малой толщины нелинейного

кристалла и уменьшения длительности импульса накачки, в основном обусловлено обеспечением режима фазового синхронизма при генерации излучения разностной частоты а также увеличением ширины спектра импульса накачки.

# §1.3 Анализ спектра излучения разностной частоты сгенерированного в поле фемтосекундного лазерного импульса, распространяющегося в кристалле GaAs с периодической и апериодической доменной структурой в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии, с использованием функции Вигнера

В данном параграфе исследуется процесс генерации ИРЧ в поле фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ), распространяющегося в кристалле GaAs как с РДС, так и чирпированной доменной структурой (ЧДС). Для исследования время-частотного распределения широкополосного ИРЧ использовано преобразование Вигнера (ПВ) [37-39].

Рассмотрим случай, когда линейно поляризованные лазерные импульсы с плоскими волновыми фронтами и с взаимно ортогональными плоскостями поляризации  $E_z$  и  $E_y$ распространяются вдоль оси *x*, совпадающем с нормалью к плоскости <110>, в изотропном кристалле GaAs. Импульс с *y*– поляризацией  $E_y$  падает на кристал GaAs, а импульс с *z*– поляризацией  $E_z$  формируется в результате нелинейного взаимодействия *y*– поляризованного  $E_y$  импульса с кристаллом. Соответствующие волновые уравнения для  $E_z$  и  $E_y$  полей можно представить в виде (1.2.1) и (1.2.2). Линейная восприимчивость GaAs, в спектральном диапазоне 0.97-17 мкм, может быть представленна в виде  $\chi^{(1)}(\omega) = n^2(\omega)$ , где коэффициент преломления п( $\omega$ ),определяется выражением (1.2.5). В РДС на границах разделов доменов происходит периодическое изменение знака квадратичной восприимчивости, что создает условия для конструктивной интерференции сигнальной и холостой волн в объемных кристаллах с произвольными дисперсионными характеристиками. Периодическое изменение знака коэффициента нелинейной восприимчивости для РДС аналитически может быть описано выражением

$$d_{14}(x) = d_{14} \sum_{m=0}^{M} \frac{\sin(2\pi x [2m+1]/\Lambda)}{(2m+1)} \frac{\sin[\pi(m+1)/M]}{\pi(m+1)/M}$$
(1.3.1)

где  $\Lambda$ -значение периода периодической доменной структуры, m = 0, 1, 2, ..., M, M – количество слагаемых в сумме (1.3.1). В расчетах количество слагаемых М принималось равным 50. Очевидно, что в данном случае нелинейная поляризация среды, обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, также будет периодической функцией от

координаты -  $P_{NL,z}(t,x)$ ,  $P_{NL,y}(t,x)$  (см. (1.2.4)). Выбор значения периода определяется из условий выполнения законов сохранения энергии и импульса

$$1/\lambda_{p} = 1/\lambda_{s} + 1/\lambda_{THz}, \quad n(\lambda_{p})/\lambda_{p} = n(\lambda_{s})/\lambda_{s} + n(\lambda_{DF})/\lambda_{DF} + 1/\Lambda$$
(1.3.2)

где  $\lambda_p$  и  $\lambda_s$  – коротковолновая и длинноволновая спектральные компоненты, в пределах ширины спектра лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний, нелинейное взаимодействие которых в квадратичной нелинейной среде может привести к генерации излучения на разностной частоте  $\lambda_{DF}$ . В РДС фазовый квазисинхронизм осуществляется для всех пар коротковолновых и длинноволновых спектральных компонент, для которых выполняются условия (1.3.2). В частности, для лазерного импульса с гауссовским временным профилем и длительностью  $\tau_0 = 30$  фс на центральной длине волны  $\lambda_0 = 1.98$  мкм с шириной спектра  $\Delta v = \sqrt{2 \ln 2} / \pi_0 = 24.99$  ТГц ( $\Delta \lambda = 329$  нм), спектральные компоненты с значениями длин волн от 1.813 мкм до 2.144 мкм находятся в пределах ширины спектра. На рис.1.3.1(а) показана зависимость периода Л от длины волны коротковолнового компонента  $\lambda_p$  для случаев, когда длина волны длинноволновых компонентов определяется для длинноволновых компонент  $\lambda_s = \lambda_p + 4\Delta\lambda/3$  (кривая -1) и  $\lambda_s =$  $\lambda_p + \Delta \lambda$  (кривая -2) соответственно ( $\Delta \lambda = 329$  нм). На рис.1.3.1(b) показана зависимость длины излучения разностной частоты  $\lambda_{DF}$  от длины волны коротковолнового компонента  $\lambda_p$ при  $\lambda_s = \lambda_p + 4\Delta\lambda/3$  (кривая -1) и  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$  (кривая -2) соответственно. Кривые, показанные на рис.1.3.1, получены с учетом (1.3.2) и (1.2.5). Известно, что использование ЧДС приводит к увеличению полосы квазисинхронизма с некоторым уменьшением эффективности генерации излучения разностной частоты [40,41]. Ниже рассматриваются ЧДС, позволяющие формировать широкополосное ИРЧ. В частности, рассматриваются структуры как с положительным, так и отрицательным пространственными чирпами периодической структуры. Толщина домена рассматриваемых чирпированных сред может быть представлен в виде

$$\Delta_i = \Delta_{\max} - i\delta\Delta \qquad (1.3.3) \qquad \Delta_i = \Delta_{\min} + i\delta\Delta \qquad (1.3.4)$$

где  $\Delta_{max}$ ,  $\Delta_{min}$  – максимальное и минимальное значение толщины структуры, i = 0, 1, ..., 2N где N – количество доменов структуры,  $\delta \Delta = (\Delta_{max} - \Delta_{min})/(N - 1)$ . Выражение (1.3.3) соответствует среде с отрицательным пространственным чирпом, а (1.3.4) – среде с положительным пространственным чирпом. Как показано в [30] (см. предыдущий параграф), в приближении однонаправленных волн при взаимодействии лазерного импульса длительностью в несколько колебаний с нелинейной средой в режиме слабо выраженной материальной

дисперсии волновые уравнения, в нормированном виде, могут быть представленны в виде (1.2.10) и (1.2.11).



Рис.1.3.1 Зависимость периода  $\Lambda$  структуры от длины волны коротковолнового компонента  $\lambda_p$  для случаев когда длина волны длинноволновых компонентов определяется из условий  $\lambda_s = \lambda_p + 4\Delta\lambda/3$  (кривая -1) и  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$  (кривая -2) (а). Зависимость значения длины излучения разностной частоты  $\lambda_{THz}$  от длины волны коротковолнового компонента  $\lambda_p$  при  $\lambda_s = \lambda_p + 4\Delta\lambda/3$  (кривая -1) и  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$  (кривая -2) соответственно (b).

При этом, коэффициент *C*, соответствующий отношению длины дисперсионного расплывания  $L_{d2} = 2c\sqrt{a_0(\Delta T)}/(\omega_0^3 a_1(\Delta T))$  к характеристеческой длине нелинейного взаимодействия  $L_n = c\sqrt{a_0(\Delta T)}/(2\omega_0 \tilde{d}_{14})$  является функцией от координаты

$$C(\xi) = \frac{1}{c\omega_0^2} \frac{\tilde{d}_{14}(\xi)}{\alpha(\Delta T)\beta(\Delta T)} = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{4\tilde{d}_{14}(\xi)}{a_1(\Delta T)}$$
(1.3.5)

где  $\tilde{d}_{14}(\xi) = d_{14}(\xi)E_{0\text{max}}$ ,  $E_{0\text{max}}$  – максимальное значение амплитуды электрического поля,  $d_{14}(\xi)$  – знакопеременный коэффициента нелинейной восприимчивости (1.3.1), а значения коэффициентов  $\alpha(\Delta T)\beta(\Delta T)$  и  $a_1(\Delta T)$  определелены в предыдущем параграфе. Начальные условия для численного решения системы уравнений (1.2.7) и (1.2.8) выбираются в виде (1.2.9), где длительность импульса с у поляризацией  $2\tau_p = 30$  фс, центральная длина волны  $\lambda_0$ = 0.98 мкм. Как показано в [30,37-39], по мере распространения *у* – поляризованного лазерного импульса в кристалле формируется *z* – поляризованный импульс, спектр которого содержит спектральные компоненты ИСЧ и ИРЧ. В ходе численного моделирования рассматриваемые значения периода  $\Lambda$  РДС выбирался равным  $L_S = 10L_{d2} \approx 74.57$  мкм, а длина нелинейного кристалла равным 10A ≈ 745.7 мкм. Максимальное значение начальной амплитуды начального лазерного импульса  $E_{0max} = 100 \text{ MB/m}$ . Таким образом, безразмерный параметр, определяющий величину нелинейной добавки к диэлектрической проницаемости  $d_{14} \cdot E_{0\text{max}} = 0.014$ , а фазовый набег  $(2\pi/\lambda_0)L_{\text{S}} \cdot (n_{\text{nonlin}} - n_{\text{lin}}) = 0.701$ , что меньше  $\pi/4$ . Как показано в [42] в рассматриваемом диапазоне длин волн дисперсией нелинейной восприимчивости можно пренебречь. Выбранному значению периода Л регулярной доменной структуры, согласно рис.1.3.1(а), соответствует значение коротковолновой компоненты  $\lambda_p = 1.894$  мкм при  $\lambda_s = \lambda_p + 4\Delta\lambda/3$  (кривая -1) и  $\lambda_p = 1.815$  мкм при  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$ (кривая -2). Согласно рис.1.3.1(б) данному значению периода Л доменной структуры соответствует значение длины волны излучения разностной частоты  $\lambda_{DF} = 9.8$  мкм при  $\lambda_s =$  $\lambda_p$  + 4 $\Delta\lambda/3$  (кривая -1) и  $\lambda_{DF}$  = 11.82 мкм при  $\lambda_s = \lambda_p$  +  $\Delta\lambda$  (кривая -2). При численном моделировании процесса генерации ИРЧ рассматривается ЧДС (1.3.3) с отрицательным пространственным чирпом, когда толщина домена меняется от  $\Delta_{\text{max}} \approx 44.74$  мкм до  $\Delta_{\text{min}} \approx$ 29.83 мкм, а количество доменов равно 20, т.е. значение толщины домена структуры от домена к домену убывает на 1.65 мкм. Рассматривается также ЧДС (1.3.4) с положительным пространственным чирпом когда толщина домена меняется от  $\Delta_{\min} \approx 29.83$  мкм до  $\Delta_{\max} \approx$ 44.74 мкм, а количество доменов равно 20, т.е. значение периода структуры от домена к домену возрастает на 1.65 мкм. Численная схема решения системы уравнений (1.2.7) и (1.2.8) достаточно подробно рассмотрена в предыдущем параграфе. Относительная погрешность в ходе вычислений была выбрана равной 10<sup>-6</sup>. Для исследования динамики спектра лазерного импульса, сформированного на выходе из нелинейного кристалла нами было использовано преобразование Вигнера (ПВ), которое имеет хорошее разрешение на время-частотной плоскости и позволит эффективно выявлять особенности время-частотной структуры фемтосекундного импульса [43]. Ниже приводятся результаты время-частотного анализа, полученные с помощью ПВ, как для у- поляризованного ФЛИ, так и для *z*- поляризованного ИРЧ. Для разделения ИРЧ от излучения накачки на длине волны 1.98 мкм необходимо zполяризованное излучение с выхода нелинейного кристалла предварительно пропустить через кремниевый или германиевый фильтр [44].

На рис.1.3.2 представлены временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера у– поляризованного ФЛИ на выходе из нелинейного кристалла с РДС
$$W_{\xi}(\eta,\widetilde{\omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{y}\left(\xi, \eta + \frac{\eta_{1}}{2}\right) \Phi_{y}^{*}\left(\xi, \eta - \frac{\eta_{1}}{2}\right) \exp\left(-j\widetilde{\omega}\eta_{1}\right) d\eta_{1}$$
(1.3.6)

где  $\tilde{\omega} = \omega/\omega_s$  –нормированная частота. Частота дискретизации  $F_s = 2\pi/\omega_s$ , соответствующая результатам, представленным на рис.1.3.2, равно 2.0084·10<sup>15</sup> Гц. Как видно из рис.1.3.2 *у*–поляризованный ФЛИ на выходе из нелинейного кристалла преобретает положительный линейный чирп при котором мгновенная частота увеличивается во времени от значения 120.50 ТГц до 180.76 ТГц за промежуток времени 525.21 фс. Иначе говоря коэффициент линейного чирпа  $\Delta w/\Delta t$  *y*– поляризованного ФЛИ на выходе из нелинейного кристалла составляет 0.11474 ТГц/фс. Спектральная плотность лазерного излучения, на уровне 0.001 от максимального уровня распределения Вигнера, простирается от 84.354 Тгц (3.55 мкм) до 220.93 Тгц (1.358 мкм).



Рис.1.3.2 Временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера уполяризованного фемтосекундного лазерного импульса на выходе нелинейного кристалла.

Произведение длительности у– поляризованного ФЛИ на ширину спектра  $\Delta v\Delta t$  на выходе из кристалла составляет 3.9969 (на входе кристалла  $\Delta v\Delta t = 1$ ). В ходе численного эксперимента z– поляризованный лазерный импульс на выходе из кристалла фильтруется низкочастотным фильтром с коэффициентом пропускания  $1/[1 + (v/v_{s0})^6]$ , где  $v_{s0} = 108.18$  ТГц ( $\lambda_{s0} = 2.77$  мкм). Следует отметить, что при фильтрации с помощью такого идеализированного математического фильтра, фазовое соотношение между спектральными компонентами в области разностных частот в полосе пропускания фильтра остается таким же каким оно формируется в процессе распространения импульса в кристалла. На рис.1.3.3 представлены временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера *z*– поляризованного отфильтрованного ИИРЧ на выходе из кристалла с РДС, состоящей из 10 периодов. Как видно из рис.1.3.3 и результатов расчета максимуму спектра ИРЧ соответствует значение 31.131 ТГц ( $\lambda_{DF} = 9.6367$  мкм) а значение мгновенной частоты возрастает нелинейным образом от значения 20.084 ТГц (14.937 мкм) до 40.168 Тгц (7.4686 МКМ).



Рис1.3.3 Временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера *z*-поляризованного отфильтрованного ИИРЧ на выходе из кристалла с периодической РДС, состоящей из 10 периодов.

Иначе говоря ИРЧ обладает нелинейным положительным чирпом а спектральная плотность излучения на разностной частоте, на уровне 0.001 от максимума распределения Вигнера, простирается от 0 до 56.236 Тгц (5.3347 мкм). На рис.1.3.4 приведены зависимости мгновенной частоты *z*-поляризованного ИИРЧ от времени на выходе из среды состоящей из

3, 6 и 10 периодов доменной структуры соответственно и восстановленные из соответствующих распределений Вигнера. Согласно рис.1.3. 4 максимум мгновенной частоты при количестве периодов N = 10 составляет 31.131 ТГц, N = 6 - 31.09 ТГц и N = 3 - 31.7 ТГц. При N = 3 временная зависимость мгновенной частоты практически квадратичная а с увеличением количества периодов значение мгновенной частоты в течении 100 фс времени увеличиваясь доходит до своего максимального значения а затем практически остается неизменной.



Рис1.3.4 Зависимости мгновенной частоты z-поляризованного отфильтрованного импульса излучения разностной частоты от времени на выходе среды состоящей из 3, 6 и 10 периодов соответственно.

При этом максимальное значение мгновенной частоты соответствует значению вычисленной в соответствии с условием (1.3.5) (см. рис.1.3.1). Эффективность генерации ИРЧ

$$\gamma_{TH} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} \left| \Phi_z(\widetilde{\omega}, \xi) \right|^2 d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} \left| \Phi_y(\widetilde{\omega}, \xi = 0) \right|^2 d\omega \right) \cdot 100 \%$$
(1.3.7)

при длине нелинейного кристалла  $10\Lambda \approx 745.7$  мкм и максимальном значении начальной амплитуды начального у –поляризованного лазерного импульса  $E_{0max} = 100$  MB/м составляет 0.1 %. На рис.1.3.5 представлены временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера *z*– поляризованного отфильтрованного ИИРЧ на выходе из кристалла с ЧДС, состоящей из 20 доменов с линейно убывающими значениями толщины (1.3.3). При этом протяженность домена уменьшается от значения  $\Delta_{max} \approx 44.74$  мкм до  $\Delta_{min} \approx 29.83$  мкм с шагом 1.65 мкм. Как видно из рис.1.3.5 и результатов расчета максимуму спектра излучения разностной частоты соответствует значение 40.331 ТГц ( $\lambda_{THz0} = 7.4386$ 

мкм) а значение мгновенной частоты в течении 100 фс возрастает от значения 20.165 ТГц (14.877 мкм) до 40.331 Тгц (7.4386 мкм) а затем уменьшается до 20 ТГц (15 мкм). Иначе говоря импульс излучения разностной частоты имеет квадратичный закон частотной модуляции а спектральная плотность излучения на разностной частоте, на уровне 0.001 от максимума распределения Вигнера, простирается от 2 ТГц до 72.3 Тгц (4.1493 мкм).



Рис1.3.5 Временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера *z*– поляризованного отфильтрованного импульса излучения разностной частоты на выходе кристалла с периодической доменной структурой, состоящей из 20 доменов с отрицательным пространственным чирпом.

В отличии от среды с регулярной периодической доменной структурой в данном случае в соответствии с (1.3.2) каждому домену соответствует свое максимальное значение мгновенной частоты ИРЧ. А именно домену с протяженностью  $\Delta_{max} \approx 44.74$  мкм соответствует длина волны ИРЧ 14 мкм при  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta \lambda$ , а домену с протяженностью  $\Delta_{min} \approx 29.83$  мкм соответствует длина волны излучения разностной частоты 8.76 мкм при  $\lambda_s = \lambda_p + 4\Delta\lambda/3$  и 11.06 мкм при  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$ . Как видно из рис.1.3.5 во временном профиле ИИРЧ коротковолновые компоненты опережают длинноволновые. Эффективность генерации ИРЧ при использовании апериодической среды с отрицательным пространственным чирпом (1.3.4) составляет 0.032 %. На рис.1.3.6 представлены временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера *z*– поляризованного ИИРЧ на выходе из кристалла с ЧДС, состоящей из 20 доменов с линейно возрастающими значениями толщины

(1.3.4). При этом протяженность домена увеличивается от значения  $\Delta_{\min} \approx 29.83$  мкм до  $\Delta_{\max} \approx 44.74$  мкм с шагом 1.65 мкм. Как видно из рис.1.3.6 и результатов расчета максимуму спектра ИРЧ соответствует значение 38.08 ТГц ( $\lambda_{THz0} = 7.8782$  мкм) а значение мгновенной частоты возрастает нелинейным образом от значения 20 ТГц (15 мкм) до 42.176 Тгц (7.113 мкм).



Рис1.3.6 Временной профиль, спектральная плотность и функция распределения Вигнера zполяризованного отфильтрованного ИИРЧ на выходе из кристалла с ЧДС, состоящей из 20 доменов с положительным пространственным чирпом.

Иначе говоря мгновенная частота ИИРЧ является монотонно возрастающей функцией а спектральная плотность излучения на разностной частоте, на уровне 0.001 от максимума распределения Вигнера, простирается от 2 ТГц (149.37 мкм) до 58.244 Тгц (5.15 мкм). Как видно из рис.1.3.6 во временном профиле ИРЧ длинноволновые компоненты опережают коротковолновые. Эффективность генерации ИРЧ при использовании чирпированной среды с положительным пространственным чирпом (1.3.4) составляет 0.067 %. Согласно результатам проведенных расчетов, при использовании кристаллов с ЧДС с отрицательным пространственным среды с РДС, а при использовании среды с отрицательным пространственным чирпом эффективность генерации ИРЧ уменьшается 0.32 раза по сравнению со случаем использования среды с РДС, а при использовании среды с отрицательным пространственным чирпом эффективность генерации ИРЧ уменьшается 0.67 раза. Тем не менее использование чирпированных доменных структур с пространственным чирпом является весьма перспективным с точки зрения формирования ИРЧ с заданным

законом частотной модуляции. Следует отметить, что полученные значения эффективности генерации ИРЧ несколько завышены поскольку не учитывается конечный пространственный размер ФЛИ, поглощение излучения на длинах волн меньше 1.75 мкм.

## Выводы первой главы

1. Показано, что при генерации излучения на разностной частоте методом оптического выпрямления пространственно-ограниченного ФЛИ в поперечном распределении ближнего поля ИРЧ каждой спектральной компоненте соответствует определенная координата, что может быть использована для пространственно–спектральной фильтрации ИРЧ.

2. В приближении однонаправленных волн выведена система связанных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих эволюцию электрических полей взаимно ортогонально линейно-поляризованных ФЛИ с длительностями в несколько оптических колебаний в нелинейном кристалле с квадратичной нелинейностью в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии. В качестве нелинейного кристалла рассмотрен изотропный кристалл GaAs. Получено численное решение системы связанных дифференциальных уравнений в частных производных методом конечных разностей. Показано, что при толщине кристалла GaAs, соизмеримой с длиной когерентности ИРЧ, эффективность генерации ИРЧ на длинах волн 4.1 мкм и 10 мкм для накачки длительностью 30 фс на длине волны 1.98 мкм и амплитудой электрического поля 100 МВ/м составляет -51 дБ и -14 дБ соответственно. А максимальное значение эффективности преобразования, в диапазоне длин волн от 4 мкм до 10 мкм при амплитуде электрического поля импульса накачки 100 МВ/м и толщине кристалла 41 мкм составляет -21 дБ.

3. Исследован процесс генерации ИРЧ в кристалле *GaAs* с РДС и ЧДС в поле лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний в режиме слабо выраженной материальной дисперсии. С помощью преобразования Вигнера исследовано времячастотноное распределение z- поляризованного ИРЧ. Показано, что при распространении ФЛИ длительностью 30 фс, на центральной длине волны 1.98 мкм и амплитудой поля электрического поля  $E_{0max} = 100$  МВ/м в нелинейном кристалле *GaAs* с РДС, состоящем из десяти периодов эффективность генерации ИРЧ составляет 0.1%. Показано также, что при использовании среды с отрицательной ЧДС эффективность генерации ИРЧ составляет 0.032% а при использовании среды с положительной ЧДС – 0.064%. Показано, что использование нерегулярной доменной структуры с линейно изменяющейся величиной периода позволяет управлять частотно-временными характеристиками импульсного ИРЧ.

## ГЛАВА 2 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТНЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ (FDTD) ДЛЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ГЕНЕРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ НЕСКОЛЬКО КОЛЕБАНИЙ

## §2.1 Вейвлет анализ динамического спектра излучения разностной частоты генерированного в поле лазерного импульса длительностью в несколько периодов распространяющегося в GaSe

В данном параграфе представлены результаты численного исследования процесса генерации ИРЧ в поле линейно-поляризованного лазерного импульса длительностью в периодов распространяющегося в кристалле GaSe. Для исследования несколько динамического спектра импульса было использовано непрерывное вейвлет-преобразование (НВП). Рассмотрен импульс с центральной длиной волны 1.98 мкм, длительностью 30 фс, с амплитудой электрического поля 100 МВ/м, распространяющийся вдоль оптической оси кристалла с толшиной 198 мкм. Получены зависимости эффективности генерации ИРЧ от пройденного в кристалле расстояния при фиксированных значениях 10, 50 и 100 МВ/м амплитуды начального импульса накачки. Показано, что при амплитуде 100 МВ/м указанные эффективности составляют соответственно 0.0048 и 0.0027%. Кристаллов, используемых для генерации импульсов излучения в среднем ИК диапазоне, в настоящее время немного [42-44]. С этой точки зрения кристалл селенида галлия GaSe является достаточно привлекательным, т.к. обладает достаточно большим значением квадратичной нелинейной восприимчивости deff = 54 пм/В на длине волны 10.6 мкм и имеет полосу прозрачности от 0.62 мкм до 20 мкм [24]. Данный кристалл находит широкое применение для генерации когерентного излучения в среднем ИК диапазоне [45-48]. Селенид галлия GaSe полупроводник со слоистой гексагональной структурой группы симметрии 62m.

Рассмотрим линейно-поляризованный лазерный импульс с плоским волновым фронтом длительностью в несколько периодов и с компонентами электромагнитного поля  $E_x$  и  $H_z$ , распространяющийся вдоль главной оптической оси (*z*-срез) кристалла *GaSe* точечной группы  $\overline{6}2m$  [49]. Благодаря нелинейной поляризации среды в процессе распространения импульса генерируются также компоненты поля  $E_y$  и  $H_x$ . В этом случае система уравнений Максвелла, описывающих данный процесс, может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_x}{\partial t} &= -\frac{\partial H_y}{\partial z}, & \frac{\partial D_y}{\partial t} &= \frac{\partial H_x}{\partial z}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial E_x}{\partial z}, & (2.1.1), & \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial z}, & (2.1.2) \\ E_x &= \frac{D_x - P_{xL} - P_{xNL}}{\varepsilon_0} & E_y &= \frac{D_y - P_{yL} - P_{yNL}}{\varepsilon_0} \end{aligned}$$

где  $D_x$ ,  $D_y$  – компоненты электрической индукции,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – проницаемости вакуума, а  $P_{xL}$ ,  $P_{yL}$ ,  $P_{xNL}$  и  $P_{yNL}$  – соответственно, линейная и нелинейная поляризации среды. Компоненты электрической индукции  $D_x$ ,  $D_y$  определяются согласно материальным уравнениям, в которых учитываются линейная дисперсия и нелинейная поляризация среды

$$D_{x} = \varepsilon_{0} \cdot E_{x} + P_{xL} + P_{xNL} \qquad (2.1.3) \qquad D_{y} = \varepsilon_{0} \cdot E_{y} + P_{yL} + P_{yNL} . \qquad (2.1.4)$$

Линейная поляризация среды может быть представлена в виде

$$P_{xL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \int_{-\infty}^t \chi_x^{(1)}(t-\tau) \cdot E_x(\tau) \cdot d\tau, \qquad P_{yL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \int_{-\infty}^t \chi_y^{(1)}(t-\tau) \cdot E_y(\tau) \cdot d\tau. \qquad (2.1.5)$$

Нелинейная поляризации оптического кристалла группы симметрии 62*m*, (*GaSe*), рассматривается в квазистатическим приближением:

$$P_{xNL}(t) = -2 \cdot \varepsilon_0 \cdot d_{22} \cdot E_x(t) \cdot E_y(t) \quad (2.2.6a), \quad P_{yNL}(t) = -\varepsilon_0 \cdot d_{22} \cdot E_x^2(t) + \varepsilon_0 \cdot d_{22} \cdot E_y^2(t) \quad (2.1.66)$$

где  $d_{22} = 54$  пм/В – нелинейная восприимчивость кристалла *GaSe*. В линейной части поляризации (2.1.5) частотно-зависимые линейные восприимчивости  $\chi_x^{(1)}(\omega), \chi_y^{(1)}(\omega)$  в рассматриваемой нами геометрии определяются через показатель преломления  $n_{or}(\omega, T)$  обыкновенной волны следующим образом:

$$\chi_x^{(1)}(\omega) = \chi_y^{(1)}(\omega) = n_{or}^2(\omega) - 1 \quad . \tag{2.1.7}$$

Вдали от резонанса, внутри полосы прозрачности (0.62мкм – 20мкм), показатель преломления нелинейного кристалла *GaSe* аппроксимируется уравнением Селмейера [50], которое основано на классической лоренцовской модели атома и которое при T = 293K имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{or}(\omega) = n_{or}^2(\omega) = 7.4437 + \frac{0.3757}{4\pi^2 c^2/\omega^2 - 0.1260} - 0.00154 \frac{4\pi^2 c^2}{\omega^2} , \qquad (2.1.8)$$

где  $\lambda$  – длина волны (в мкм), *c* – скорость света в вакууме (в мкм/с). Согласно (2.1.8), линейные частотные функции отклика  $\chi_x^{(1)}(\omega), \chi_y^{(1)}(\omega)$  могут быть представлены в следующем виде:

$$\chi_{x}^{(1)}(\omega) = \chi_{y}^{(1)}(\omega) = a_{0} + \frac{b_{0}\omega^{2}}{(2\pi c)^{2} - c_{0}\omega^{2}} - q_{0}\frac{(2\pi c)^{2}}{\omega^{2}} , \qquad (2.1.9)$$

где  $a_o = 6.4437$   $b_o = 0.3757 c_o = 0.1260$   $q_o = 0.0015^4$ . Согласно [51], нелинейная восприимчивость, описывающая генерацию разностной частоты  $\Omega$ , может быть представлена в виде

$$\chi_{x,y}^{(2)}(\Omega;\omega_0 + \Delta\Omega/2,\omega_0 - \Delta\Omega/2) \sim \chi_{x,y}^{(1)}(\Omega)\chi_{x,y}^{(1)}(\omega_0 + \Delta\Omega/2)\chi_{x,y}^{(1)}(\omega_0 - \Delta\Omega/2)$$
(2.1.10)

где  $\omega_0 \pm \Omega/2$  – спектральные компоненты сдвинутые на  $\Omega/2$  от центральной частоты  $\omega_0$  в пределах ширины спектра импульса накачки. С учетом (2.1.9) можно показать, что для генерации ИРЧ с шириной полосы  $\Delta v = (1/\tau_0)(\ln 2)^{1/2} = \Delta \Omega/2\pi = 40$  ТГц ( $\Delta \lambda = 532$  нм), определяемой длительностью импульса, при  $\lambda_0 = 1.98$  мкм (длительность гауссовского импульса  $\tau_0 = 30$  фс)  $(\partial \chi_{x,z}^{(2)}/\partial \Omega)_{\omega_0} \Delta \Omega / (\chi^{(2)})_{\omega_0}$  не превышает 0.033. Следовательно, для генерации ИРЧ можно использовать квазистатическое приближение, соответствующее мгновенному нелинейному отклику среды. Аналогичным образом, восприимчивость, описывающая генерацию суммарной частоты, может быть представлена в виде [51]

$$\chi_{x,y}^{(2)}(\omega_{SF};\omega_S,\omega_{SF}-\omega_S) \sim \chi_{x,y}^{(1)}(\omega_{SF})\chi_{x,y}^{(1)}(\omega_S)\chi_{x,y}^{(1)}(\omega_{SF}-\omega_S)$$

$$(2.1.11)$$

где  $\omega_{SF} = \omega_S + \omega_I$ ,  $\omega_S = 2\pi c/\lambda_S$ ,  $\omega_I = 2\pi c/\lambda_I$ ,  $\lambda_S$  – коротковолновая (сигнальная волна), а  $\lambda_I$  длинноволновая (холостая волна) спектральные компоненты импульса. Можно показать, что для излучения суммарной частоты (ИСЧ), возникающего в результате смешения сигнальной и холостой волн в пределах ширины спектра падающего на среду импульса ( $\Delta \lambda = 532$  нм), величина  $\left(\partial \chi_{x,y}^{(2)}/\partial \omega_{SF}\right)_{\omega_S} \Delta \Omega / (\chi^{(2)})_{\omega_S}$  не превышает 0.015 при  $\lambda_0 = 1.98$  мкм. Следовательно, в случае генерации ИСЧ можно также использовать квазистатическое приближение. С учетом трех слагаемых в (2.1.9) линейная поляризация среды во временном представлении может быть записана в виде:

$$P_{xL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{co} \cdot E_x(t) + S_x(t) + G_x(t),$$
  

$$P_{yL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{co} \cdot E_y(t) + S_y(t) + G_y(t) ,$$
(2.1.12)

где  $\varepsilon_{co} = (a_o - b_o / c_o)$  а  $F_{x,y}(t)$ ,  $S_{x,y}(t)$  – решения обыкновенных дифференциальных уравнений

$$c_{0} \cdot \frac{\partial^{2} S_{x,y}(t)}{\partial t^{2}} + (2\pi c)^{2} S_{x,y}(t) = \varepsilon_{0} \cdot \frac{b_{o}}{c_{0}} \cdot (2\pi c)^{2} \cdot E_{x,y}(t, y),$$
  

$$\frac{\partial^{2} G_{x,y}(t)}{\partial t^{2}} = -\varepsilon_{0} \cdot q_{o} \cdot (2\pi c)^{2} \cdot E_{x,y}(t, y)$$
(2.1.13)

Система уравнений (2.1.13) описывает свойства линейной дисперсии среды в области прозрачности в соответствии с классической лоренцовой моделью. Таким образом, с учетом (2.1.1)–(2.1.6), материальные уравнения могут представлены в виде

$$D_{y} = \varepsilon_{0}E_{y} + \varepsilon_{0}\varepsilon_{co} \cdot E_{y}(t) + S_{y}(t) + G_{y}(t) - \varepsilon_{0}d_{22} \cdot E_{x}^{2}(t) + \varepsilon_{0}d_{22} \cdot E_{y}^{2}(t), \qquad (2.1.14)$$

$$D_x = \varepsilon_0 E_x + \varepsilon_0 \varepsilon_{co} \cdot E_x(t) + S_x(t) + G_x(t) - 2\varepsilon_0 \cdot d_{22} \cdot E_x(t) \cdot E_y(t) . \qquad (2.1.15)$$

В данном параграфе вышеописанная модель взаимодействия импульса длительностью в несколько колебаний применяется для описания процесса генерации ИРЧ и ИСЧ. Рассматривается формирование *x*-, *y*-поляризованных импульсов ИРЧ и ИСЧ, возникающих на выходе из нелинейного кристалла, в диапазонах длин волн (Змкм–20мкм) и (0.723мкм–1.257мкм) соответственно. Численное моделирование процесса распространения импульса проведено при следующих начальных условиях:

$$E_{x}(t, z=0) = E_{x0} \cdot \exp\left(-\frac{t^{2}}{\tau_{x0}^{2}}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{x0}} \cdot t\right), E_{y}(t, z=0) = 0$$
(2.1.16)

где  $E_{x0}$  - амплитуда *x*-поляризованного импульса,  $\tau_{x0} = 30 \text{ фс} - \text{его длительность, a } \lambda_{x0} = 1.98$ мкм – центральная длина волны. Амплиту, да *E*<sub>x0</sub> импульса – 100 MB/м, длина кристалла - *L* = 198 мкм. Согласно начальным условиям (2.1.16) и (2.1.6), в процессе распространения хполяризованного импульса накачки генерируется новая, у-поляризаванная компонента. С целью обеспечения условий приближения плоской волны, длина кристалла должна быть меньше, чем  $\pi \sigma^{2/2} \lambda_{x0}$ , где  $\sigma$  - диаметр пучка накачки. Так например, при  $\sigma = 60$  мкм, параметр  $\pi\sigma^{2/2\lambda_{x0}} = 2.85$  мм, что намного превосходит выбранную длину кристалла. Следовательно, можно использовать приближение плоской волны. Характерная нелинейная длина, на которой сдвиг фазы из-за нелинейного взаимодействия,  $L_n = \lambda_0 / 2d_{22}E_{x0}$ , достигает 183  $\pi/2$ . равна примерно мкм, а длина дисперсии порядка, второго  $L_d = \tau_0^2 / 2 |\beta_2|, \ \left(\beta_2 = \partial^2 k(\omega) / \partial \omega^2 |_{w}\right),$  равно 1.13 мм. Таким образом, выбранная толщина кристалла в 5.7 раз меньше, чем дисперсионная длина и практически равна характерной длине нелинейного преобразования. В ходе численного интегрирования системы уравнений Максвелла методом конечных разностей во временной области используется конечноразностная схема достаточно подробно описанная в работе [52] (см. приложение). В ходе численного моделирования процессов, описываемых уравнениями (2.1.1), (2.1.2), (2.1.6), (2.1.13)-(2.1.15), в дальнейшем переходим к сеточным функциям для полей Еx, Еy, Hy и Hx, электрической индукции  $D_x$   $D_y$ , линейных и нелинейных откликов. Численная сетка по координате определяется как  $k \cdot \Delta z$  (k=0,1,2,...) а по времени– как  $n \cdot \Delta t$  (n=0,1,2,...). Шаг пространственной ячейки  $\Delta z$  выбирается равным  $\lambda_0/400 = 4.95$  нм ( $\lambda_0 = 1.98$  мкм), а шаг по

времени  $\Delta t$  определяется условием Куранта –  $\Delta t = \Delta z/2c = 8.25 \cdot 10^{-3}$  фс. При таком шаге по времени дисперсия линейной части схемы максимально близка к лоренцовской дисперсии среды. Число пространственных ячеек в расчетах составляет  $K=10^5$ . Входной и выходной поверхности кристалла в численной схеме соответствуют координаты k<sub>start</sub> = 5000 и k<sub>end</sub> = 45000, соответственно. Начальный гауссовый импульс расположен в точке k<sub>source</sub> = 1818. Согласно [52], используемая конечно-разностная схема обладает хорошей стабильностью и слабой числовой дисперсией, а учет нелинейности не приводит к расходимости в числовой схеме для рассматриваемых значений амплитуд полей и толщины кристалла. В частности, при  $E_{x_{max}} = 100 \text{ MB/M}$  и  $\gamma = \overline{d}_{22}\overline{E}_{x_{max}} = 5.4 \cdot 10^{-3}$  отношение фазовой скорости  $v_{pnum}(N = 400)$ , полученной численным методом, к величне  $v_{p_p phys} = c/n(\lambda_0)$  (для сплошной среды) равно  $v_{pnum}(N = 400)/v_{p_phys} = 0.99972$ . Численные оценки показывают, что относительная ошибка составляет 0.028%. В пределах ширины полосы определения фазовой скорости рассматриваемого импульса (533 нм) относительная ошибка определения фазовой скорости колеблется от 0.026 до 0.03%. Отношение групповой скорости  $v_{e}(N = 400)$ , полученной численным методом, к величне  $v_{g_{-}phys} = c/n(\lambda_0)$  (для сплошной среды) равно  $v_g(N = 400)/v_{g_{-}phys} = 0.99987$ . Численные оценки показывают, что относительная ошибка составляет 0.012%. В пределах ширины полосы определения групповой скорости рассматриваемого импульса относительная ошибка определения групповой скорости колеблется от 5.545·10<sup>-3</sup> до 0.018%.

Для исследования процесса воздействия нелинейных и дисперсионных характеристик среды на динамику новых генерируемых спектральных компонент, проведем частотновременной анализ фемтосекундных *x*, *y* поляризованных импульсов, полученных на выходе из нелинейного кристалла. С этой целью можно использовать распределение Вигнера – Вилля (PBB), которое обеспечивает хорошее частотно-временное разрешение. Однако, при применении к сигналам с многими частотными компонентами из-за его квадратичности возникают перекрестные интерферирующие члены. Существует ряд методов для уменьшения перекрестных членов. Для их подавления можно использовать сглаженное псевдо-распределение Вигнера-Вилля (СПРВВ)

$$SPW(z,t,\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} g(s-t) E_{x,y}(z,s+\tau/2) E^*_{x,y}(z,s+\tau/2) ds \exp(-j2\pi\nu\tau) d\tau, \quad (2.1.17)$$

которое с целью сглаживания по времени независимо от сглаживания по частоте содержит окно частотного сглаживания  $h(\tau)$  и дополнительное окно временного сглаживания g(t). Как показано в [53], сушествует противоречие между улучшением частотно-временного разрешения и уменьшением уровня интерференционных членов. Чем больше сглаживание по времени и/или по частоте, тем хуже временное и/или частотное разрешение. В качестве  $h(\tau)$ и g(t) нами были использованы окна Хэмминга с длиной N/4 и N/10 соответственно (где N – число точек вектора  $E_{x,y}$ ). С целью улучшения частотно-временного разрешения нами было использовано также непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) с вейвлетом типа "мексиканская-шапка" ("МШ"). В отличие от Фурье-преобразования, НВП позволяет провести частотно-временной анализ сигнала с достаточно хорошей локализацией во времени и по частоте. Следовательно частотно-модулированные сигналы с резкими изменениями формы импульса предпочтительнее анализировать с использованием вейвлет разложения. НВП осуществляет "локальный Фурье анализ" сигнала и представляет его через сдвинутые и запаздывающие локализованные по времени осциллирующие функций – вейвлет функции. Мы используем для анализа вейвлет типа МШ. НВП квадратичноинтегрируемой функции  $E_{x,y}(t)$  определяется следующим интегралом

$$T(z,a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} E_{x,y}(z,t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$
(2.1.18)

где  $\psi\left(\frac{t-a}{b}\right) = \left[1 - \left(\frac{t-a}{b}\right)^2\right] \exp\left\{-\left(\frac{t-a}{b}\right)^2/2\right\}$ - вейвлет сомбреро (сомбр), a>0 – параметр

скейлинга, *b* ∈ *R* –параметр трансляции. Результатом НВП является двумерное распределение, которое называетса скейлограммой (в отличие от спектрограммы). Расширение (скейлинг) и трансляция вейвлета позволяют получить скейлограмму, с повышенным частотным разрешением на участках сигнала соответствующих резким изменениям временного профиля сигнала и уменьшенным частотным разрешением на участках сигнала соответствующих медленным изменениям сигнала. А спектрограмма представляет частотно-временное разложение с фиксированным частотно-временным Частотная шкала на скейлограмме определяется типом разрешением. вейвлета, используемым для анализа. Двумерное НВП нами представлено в виде функции от длины волны в мкм и от времени в фс. Переход от коэффициентов скейлинга к частоте для вейвлета типа МШ был реализован с помощью функции «sal2frq» в среде Matlab. На рис2.1.1a показано СПРВВ и нормированная спектральная плотность (НСП), а на рис.2.1.16 изображено двумерное НВП начального х-поляризованного импульса  $E_x(t, z = 0)$ . Ось абцисс на рис.2.1.1а соответствует временной шкале выраженной в фемтосекундах, ось ординат – частоте в ТГц, а степень почернения – величине абсолютного значения СПРВВ. Согласно рис.2.1.1a СПРВВ локализовано в окрестности центральной частоты 1.51·10<sup>14</sup> Гц

( $\lambda_0$ =1.98µm) с размером пятна вдоль оси ординат соответствующем ширине полосы. В данном случае ширина полосы обратно-пропорциональна длительности начального хполяризованного импульса. Согласно рис.2.1.1а НСП на уровне –110 дБ простирается от 1.3 до 3.7 мкм. На рис.2.1.16 показан временной профиль x-поляризованного импульса  $E_x(t,z=0)$ на входе в кристалл. На рис.2.1.16 показано также двумерное НВП начального хполяризованного импульса представленного в виде функции от длины волны и времени. На рис.2.1.16 видна более детальная временная и частотная локализация начального импульса, чем на рис.2.1.1а. Степень яркости НВП пропорциональна абсолютному значению НВП. Согласно рисунку, максимум НВП соответствует длине волны 1.98 мкм. Отметим, что большие скейлинги соответствуют наиболее «растянутым» во времени вейвлетам. Растянутые во времени вейвлеты позволяют анализировать низкочастотные особенности исследуемого сигнала, а сжатые во времени вейвлеты – высокочастотные особенности сигнала. На рис.2.1.2а показаны СПРВВ и НСП для *х*-поляризованного импульса на выходе кристалла. Согласно рис.2.1.2а НСП на уровне –100 дБ простирается от 1.0 до 10 мкм. СПРВВ представляет собой наклонный эллипс, соответствующий чирпированному импульсу с временным профилем, показанным на рис.2.1.26. Более детальная временная и частотная локализация НВП, представленного на рис.2.1.26, позволяет определить закон частотной модуляции импульса на выходе кристалла. Длительность х-поляризованного импульса практически совпадает с длительностью входного импульса, что обусловлено тем, что длина нелинейного кристалла в 5.7 раз меньше, чем дисперсионная длина 1.13 мм.



Рис 2.1.1. Сглаженное псевдо-распределение Вигнера-Вилля (СПРВВ) и нормированная спектральная плотность (НСП) (а), двумерное непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) (б) начального х-поляризованного импульса E<sub>x</sub>(t,z = 0).



Рис 2.1.2 Сглаженное псевдо-распределение Вигнера-Вилля (СПРВВ) и нормированная спектральная плотность (НСП) (а), двумерное непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) (б) х-поляризованного импульса  $E_x(t,z = L)$  на выходе кристалла в дискретный момент времени n = 333000.

Временная зависимость мгновенной частоты *х*-поляризованного импульса на выходе кристалла была восстановлена как из его временного профиля, с помощью функции «instfreq» в Matlab [53], так и из НВП. Результаты восстановления временной зависимости мгновенной частоты практически совпадают. Данная зависимость показана на рис.2.1.3. Согласно результатам расчетов, данная зависимость может быть аппроксимирована в виде следующей функции:  $v(t) = a \cdot t^2 - b \cdot t + c$ , где  $a = 2.85 \cdot 10^9$  Гц/фс<sup>2</sup>,  $b = 1.49 \cdot 10^{12}$  Гц/фс,  $c = 3.085 \cdot 10^{14}$  Гц. Необходимо отметить, что модуляция мгновенной частоты определяется в основном нелинейным взаимодействием импульса с кристаллом, поскольку, как уже было отмечено, длина кристалла в 5.7 раз меньше дисперсионной длины.



Рис.2.1.3 Зависимость мгновенной частоты х-поляризованного импульса на выходе кристалла от времени.

На рис.2.1.4а представлены СПРВВ и НСП, а рис.2.1.46 – двумерное НВП *у*поляризованного импульса  $E_y(t,z)$ , сгенерированного в процессе нелинейного взаимодействия *x*-поляризованного импульса с кристаллом, в дискретный момент времени *n* = 21000. Дискретная координата, соответствующая входному торцу кристалла, равна  $k_{start}$  = 5000, а дискретная координата соответствующая центру начального *x*-поляризованного импульса гауссовой формы, равна  $k_{source}$  = 1818. Следовательно, с учетом оценки групповой скорости, полученной численным методом, дискретному моменту времени n = 21000 будет соответствовать расстояние распространения в кристалле равное 31.4 мкм. Согласно рис.2.1.4а СПРВВ локализовано в окрестности центральной частоты 3.02·10<sup>14</sup>Hz (0.99 мкм). В соответствии с рис.2.1.4а, спектр у-поляризованного импульса сосредоточен как в узкой спектральной полосе в окрестности длины волны 0.99 мкм, так и в диапазоне длин волн от 5 до 25 мкм. При n = 21000 максимум распределения находится на 0.99 мкм. Спектральные компоненты выше 25 мкм не рассматриваются, т.к. соответствуют полосе непрозрачности GaSe. На рис.2.1.46 показан временной профиль сгенерированного у-поляризованного импульса длительность которого составляет 23 фс. На рис.2.1.46 показано также двумерное НВП у-поляризованного импульса как функция от длины волны (мкм) и времени (фс). В данном случае максимуму НВП соответствует длина волны 0.99 мкм. В отличие от СПРВВ, в рассматриваемом случае, НВП кроме спектральных компонент в окрестности 0.99 мкм позволяет также наблюдать ИК компоненты в области длин волн (5 - 20 мкм). Это об'ясняется тем, что при фиксированных спектральном и временном окнах СПРВВ, его спектральное разрешение ухудшается с увеличением несущей частоты. При нелинейном взаимодействии х- поляризованного импульса с кристаллом происходит генерация ИРЧ и ИСЧ в условиях, когда дисперсионным расплыванием начального х-поляризованного импульса можно пренебречь, т.к. длина кристалла меньше чем дисперсионная длина. Однако, по мере распространения у-поляризованного импульса, из-за дисперсии кристалла, ИРЧ начинает опережать во времени ИСЧ. Согласно результатм расчетов, и как видно из рис.2.1.46, НВП позволяет исследовать эволюцию спектральных компонент на РЧ и СЧ в условиях совпадении импульсов ИРЧ и ИСЧ во времени. На рис.2.1.5а представлены СПРВВ и НСП, а рис.2.1.56 – двумерное НВП *у*-поляризованного импульса  $E_y(t,z)$ , сгенерированного в процессе нелинейного взаимодействия х-поляризованного импульса с кристаллом, на выходе кристалла в дискретный момент времени n = 333000.



Рис.2.1.4. Сглаженное псевдо-распределение Вигнера-Вилля (СПРВВ) и нормированная спектральная плотность (НСП) (а), двумерное непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) (б) у-поляризованного импульса *E*<sub>y</sub>(*t*,*z* = 31.4 мкм) в дискретный момент времени *n* = 21000.

Согласно рис.2.1.5а СПРВВ локализовано в окрестности центральной частоты 1.5 · 10<sup>13</sup> Гц (20 мкм). В соответствии с рис.2.1.4а, максимум спектра *у*-поляризованного импульса находиться на длине волны 20 мкм а спектральная плотность в узкой спектральной полосе в окрестности длины волны 0.99 мкм находиться на уровне -7 дБ. Из рис.2.1.5а видно, что во

временном интервале, в окрестности 150 фс, имеет место кросс-интерференция спектральных компонент. Данное явление характерно для СПРВВ, где с целью уменьшения кросс-интерференции уменьшают протяженность временного окна, что в свою очередь приводит к ухудшению спектрального разрешения. На рис.2.1.56 показан временной профиль *у*-поляризованного импульса на выходе кристалла, который содержит разнесенные во времени импульсы ИРЧ и ИСЧ. На том же рисунке показано двумерное НВП у-поляризованного импульса на выходе кристалла как функцию длины волны в мкм и времени в фс.



Рис.2.1.5 Сглаженное псевдо-распределение Вигнера-Вилля (СПРВВ) и нормированная спектральная плотность (НСП) (а), двумерное непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) (б) у-поляризованного импульса  $E_y(t,z = L)$  на выходе кристалла в дискретный момент времени n = 333000.

Согласно рис.2.1.56 НВП локализовано в окрестности центральной частоты 1.5·10<sup>13</sup> Hz (20 мкм).



Рис.2.1.6 Зависимость эффективности генерации ИСЧ и ИРЧ от длины кристалла при амплитуде начального х- поляризованного импульса равном 10 MB/м – 1, 50 MB/м – 2 и 100 MB/м – 3.

На рис.2.1.6 приведены зависимости эффективностей генерации ИСЧ (а) и ИРЧ (б) от длины кристалла при различных значениях амплитуды начального х-поляризованного импульса. Как видно из рисунка эффективность генерации ИСЧ и ИРЧ пренебрежимо мала при  $E_{x0} = 10$ МВ/м. При  $E_{x0} = 50$  МВ/м и  $E_{x0} = 100$  МВ/м эффективность генерации ИСЧ с увеличением длины кристалла до 50 мкм возрастает и при дальнейшем увеличении длины кристалла до 130 мкм остается почти неизменной. При дальнейшем увеличении длины кристалла эффективность генерации ИСЧ несколько убывает. При  $E_{x0} = 50$  MB/м и  $E_{x0} = 100$  MB/м эффективность генерации ИРЧ с увеличением длины кристалла до 150 мкм возрастает, а при дальнейшем увеличении длины кристалла практически остается неизменной. B ИСЧ и ИРЧ происходит в режиме рассматренной задаче генерация фазового рассогласования, поскольку х- и у-поляризованные импульсы соответствуют обыкновенным волнам. В то же время, согласно формуле (2.1.8) и результатам расчетов, групповая скорость начального х-поляризованного импульса на 1.98 мкм равна групповой скорости сгенерированного у-поляризованного импульса на несущей частоте 22.49 ТГц (13.44 мкм) и следовательно между данными импульсами имеет место нелинейное взаимодействие в

режиме синхронизма групповой скорости. На рис.2.1.7 показана зависимость эффективности генерации ИСЧ и ИРЧ от амплитуды начального *x*- поляризованного импульса. Как видно из рисунка данная зависимость квадратичая, а максимальные значения эффективности при  $E_{x0} = 100$  МВ/м для ИСЧ и для ИРЧ составляют  $4.8 \cdot 10^{-3}$  % и  $2.7 \cdot 10^{-3}$  % соответственно.



Рис.2.1.7 Зависимость эффективности генерации ИСЧ и ИРЧ от амплитуды начального хполяризованного импульса.

## §2.2 Теоретическое исследование и FDTD численное моделирование спектрального распределения и эффективности генерации излучения разностной частоты в поле лазерного импульса длительностью несколько колебаний, распространяющегося в кристалле GaAs с РДС

В §1.3 рассматривалась задача генерации ИРЧ фемтосекундным лазерным импульсом, распространяющимся в кристалле *GaAs* с РДС и ЧДС в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии. Описание процесса генерации ИРЧ проводилось в приближении однонаправленных волн на основе системы связанных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих эволюцию электрического поля. В общем случае для теоретически более корректного описания процесса взаимодействия лазерного импульса длительностью несколько оптических колебаний с нелинейной средой с РДС анализ процесса взаимодействия необходимо провести на основе системы нелинейных уравнений Максвелла.

В данном параграфе приводятся результаты численного интегрирования системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих процесс взаимодействия взаимно ортогонально лиейно-поляризованных лазерных импульсов длительностью несколько колебаний с одинаковыми значениями центральных длин волн 1.98 мкм, длительности 30 фс и амплитудой электрического поля 200 МВ/м и распространяющихся вдоль нормали к плоскости <110> кристалла GaAs с РДС. Численное интегрирование проведено на основе метода конечных разностей во временной области (FDTD). В численных расчетах период РДС Л варьируется от 20.89 мкм до 53.23 мкм, а толщина кристалла выбиралась равной 17Л [54]. В нелинейной поляризации среды учитывается безинерционный нелинейный отклик среды, обусловленный нелинейной восприимчивостью второго порядка. В результате фильтрации спектрального континуума, сформированного на выходе из кристалла, получены временной профиль и спектальная плотность ИРЧ.

Система нелинейных уравнений Максвелла, описывающих процесс взаимодействия взаимно ортогонально лиейно-поляризованных лазерных импульсов с плоскостями поляризации  $E_z$  и  $E_x$  и длительностями несколько колебаний, распространяющимися вдоль нормали к плоскости <110> кристалла *GaAs* представлены в приложении в виде (П.1) и (П.2). Компоненты вектора электрической индукции  $D_x$ ,  $D_z$  определяются из материальных уравнений, где учитываются как линейный так и нелинейный отклики среды в соответствии с (П.3) и (П.4). При выбранной геометрии нелинейная поляризация среды с РДС,

обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, в квазистатическом приближении может быть представленна в виде

$$P_{zNL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \widetilde{d}_{14}(y) \cdot E_x^2(t),$$
  

$$P_{xNL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \widetilde{d}_{14}(y) \cdot E_z(t) \cdot E_x(t) \cdot \sqrt{2}$$
(2.2.1)

где  $\tilde{d}_{14}(y)$  коэффициент нелинейной восприимчивости кристалла *GaAs* с РДС, которая может быть представлена в виде ряда (1.3.1)

$$\widetilde{d}_{14}(y) = d_{14} \sum_{m=0}^{M} \frac{\sin(2\pi y [2m+1]/\Lambda)}{(2m+1)} \frac{\sin[\pi(m+1)/K]}{\pi(m+1)/K}$$
(2.2.2)

 $d_{14} = 150 \times 10^{-12}$  М/В коэффициент нелинейной восприимчивости кристалла *GaAs*,  $\Lambda$  период РДС, m = 0, 1, 2, ... M, M – количество слагаемых в сумме (2.2.2). Согласно (1.1.4), в полосе прозрачности 0.97 мкм - 18 мкм кристалла *GaAs*, коэффициент линейной восприимчивости может быть представлен в виде (П.6). В пределах ширины полосы спектра лазерного импульса, длительностью несколько оптических колебаний, содержатся спектральные компоненты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  ( $\omega_1 > \omega_2$ ), при смещении которых в кристалле *GaAs* с РДС происходит генерация ИРЧ. Выбор значения периода РДС определяется из условий выполнения законов сохранения энергии и импульса

$$E_{\omega 1} = E_{\omega 2} + E_{\omega DF}$$
  
$$\overline{K}_{\omega 1} = \overline{K}_{\omega 2} + \overline{K}_{\omega DF} + \overline{K}_{\Lambda}$$
(2.2.3)

где,  $E_{\omega}$  энергия фотона,  $\overrightarrow{K_{\omega}}$  волновой вектор,  $\overline{K} = 2\pi/\Lambda$  волновой вектор решетки. Уравнение (2.2.3) для процесса коллинеарной генерации ИРЧ в направлении вперед может быть представлен в виде

$$\frac{1}{\lambda_{1}} = \frac{1}{\lambda_{2}} + \frac{1}{\lambda_{DF}}$$

$$\frac{n(\lambda_{1})}{\lambda_{1}} = \frac{n(\lambda_{2})}{\lambda_{2}} + \frac{n(\lambda_{DF})}{\lambda_{DF}} + \frac{1}{\Lambda}$$
(2.2.4)

Согласно (2.2.4), смещение коротковолновой спектральной компоненты  $\lambda_p$  с длинноволновой компонентой  $\lambda_s$  приводит к генерации ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF}$ . В РДС фазовый квазисинхронизм осуществляется для всех пар коротковолновых  $\lambda_I = \lambda_p$  и длинноволновых  $\lambda_2 = \lambda_s$  спектральных компонент, для которых выполняются условия (2.2.4). Таким образом, центральная длина волны ИРЧ определяется периодом РДС. На рис.2.2.1 придены зависимости периода РДС (а) и центральной длины волны ИРЧ (б) от длины волны коротковолновой компоненты  $\lambda_p$ .



Рис.2.2.1 Зависимость периода РДС  $\Lambda$  (а) и центральной длины волны ИРЧ  $\lambda_{DF}$  (б) от длины волны коротковолнового компонента  $\lambda_{p}$ .

На рис.2.2.1 зависимости  $\Lambda$  и  $\lambda_{DF}$  от  $\lambda_p$  показаны для случаев когда  $\lambda_s - \lambda_p = \Delta\lambda/2 -$ кривая 1, и когда  $\lambda_s - \lambda_p = \Delta\lambda -$ кривая 2, где  $\Delta\lambda = 457$  нм. Согласно рис.2.3.1(а), когда  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda/2$ , при увеличении  $\lambda_p$  от 1 мкм до 2 мкм период РДС  $\Lambda$  увеличивается от 10 мкм до 82 мкм, а когда  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$ , при увеличении  $\lambda_p$  от 2 мкм до 2.5 мкм период  $\Lambda$  уменьшается от 82 мкм до 45 мкм. При  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$  когда  $\lambda_p$  увеличивается от 1 мкм до 2 мкм период  $\Lambda$  увеличивается от 7.4 мкм до 113 мкм. Согласно рис.2.2.1(б) при  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda/2$  с увеличением  $\lambda_p$  от 1 мкм до 2.5 мкм  $\lambda_{DF}$  увеличивается от 5.5 мкм до 30 мкм, а при  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta\lambda$  увеличивается от 3.3 мкм до 17.4 мкм. Например, для гауссова импульса с длительностью 30 фс и центральной длиной волны 1.98 мкм ширина спектра составляет  $\Delta v = \sqrt{2 \ln 2}/\pi_0 = 24.99$  ТГц ( $\Delta\lambda = 329$  нм) и следовательно спектр простирается от 1.816 мкм до 2.144 мкм. Смещение коротковолновых и длинноволновых спектральных компонент в указанном диапазоне длин волн в кристале GaAs с РДС приведет к генерации ИРЧ. Следует отметить, генерируемые в процессе распространения импульса накачки. Как показано в приложении, в диапазоне длин волн, соответствующих ИРЧ, нелинейный отклик среды можно считать

безинерционным. Согласно приложению в частотной области линейный отклик среды может быть представлен в виде (П.7), а во временной области может быть представлен в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (П.8) и (П.9), которые описывают линейную дисперсию среды в полосе прозрачности в соответствии с классической моделью Лоренца. В соответствии с (П.5) и (П.7), компоненты вектора электрической индукции  $D_z$  и  $D_x$  могут быть записаны в виде (П.10) и (П.11). Численное интегрирование системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих данную задачу, было проведено в соответствии с подробно изложенной в приложении численной схемой. Шаг пространственной сетки  $\Delta y$  нами выбирался равным  $\lambda_{x0}/300 = 6.6$  нм ( $\lambda_{x0} = 1.98$  мкм), где  $\lambda_{x0}$ центральная длина волны x– поляризованного импульса накачки, а шаг временной сетки определяется условием Куранта  $\Delta t = \Delta y/2c u$  равен 0.011 фс. Нормированная нелинейная восприимчивость РДС, используемая в ходе расчетов имеет следующий вид

$$\overline{d}_{14}(k\Delta y) = \widetilde{d}_{14}(k\Delta y) \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}.$$
(2.2.5)

Как было показано в [54], используемая конечно-разностная схема обладает высокой устойчивостью, а учет нелинейности при рассматриваемых значениях амплитуды электрических полей лазерных импульсов и длины нелинейного кристалла не приводит к расходимости численной схемы. В частности, при значении амплитуды взаимодействующих импульсов равном  $E_{x0} = E_{z0} = 200$  MB/м ( $\gamma_{z,x} \neq 0$ ), отношение фазовой скорости, полученной из численной дисктретизированной схемы  $v_{pnum}(N = 300)$ , к фазовой скорости, определенной  $v_{p_{-}phys} = c/n(\lambda_0)$  для  $\lambda_0 = 1.98$  мкм, составляет сплошной для среды  $v_{pnum}(N = 300)/v_{p_phys} = 0.999801$ . Иначе говоря, относительная погрешность фазовой скорости в дискретизированной схеме составляет 0.02%. Отношение групповой скорости, полученной из численной дисктретизированной схемы  $v_{a}(N = 300)$ , к групповой скорости, определенной для сплошной среды  $v_{g_phys}$  для  $\lambda_0 = 1.98$  мкм, составляет  $v_g(N = 300)/v_{g_{-}phys} = 0.999400$ , и следовательно, относительная погрешность групповой скорости в дискретизированной схеме составляет 0.06%.

Перейдем к рассмотрению спектров взаимно ортогонально линейно-поляризованных импульсов на выходе из кристалла *GaAs* с РДС, полученных в результате численных расчетов. Рассмотрим временной профиль, спектр и временную зависимость мгновенной частоты ИРЧ, полученной в результате фильтрации спектрального континуума в диапазоне

длин волн от 5 мкм до 30 мкм (от 10 ТГц до 60 ТГц), сформированной на выходе из кристалла. Численные расчеты были проведены при следующих начальных условиях:

$$E_{z,x}(t,z=0) = E_{z0,x0} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_{z0,z0}}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{z0,x0}} \cdot t\right)$$
(2.2.6)

где  $E_{x0} = E_{z0} = E_0 = 200$  MB/м начальное значение амплитуды импульсов,  $\tau_{x0} = \tau_{z0} = \tau_0 = 30$  фс длительность импульсов, и  $\lambda_{x0} = \lambda_{z0} = \lambda_0 = 1.98$  мкм центральная длина волны импульсов. Толщина кристалла в выше рассматриваемом приближении плоской волны должна быть меньше величины  $\pi\sigma^2/2\lambda_0$ , где  $\sigma$  – диаметр пучка накачки. При  $\sigma = 60$  мкм параметр  $\pi\sigma^2/2$  $2\lambda_0$  составляет 2.856 мм, что много больше рассматриваемой в расчетах толщины кристалла, и следовательно, мы не выходим за рамки приближения плоской волны. При рассматриваемых значениях длительности, амплитуды и диаметра импульса накачки, энергия линейно-поляризованной волны составляет  $2\pi \sigma^2 \tau_0 \left(\frac{E_{x0}}{27}\right)^2 = 9.31$  нДж [55]. В численных расчетах значение периода  $\Lambda$  РДС изменялся от  $\Lambda_{min} = 20.89$  мкм до  $\Lambda_{max} = 53.23$ мкм, а толщина кристалла от 17 Amin to 17 Amax. Расстояние эффективного нелинейного взаимодействия  $L_n = \lambda_0 / 2\sqrt{2} d_{14} E_0$  составляло 23.33 мкм. Согласно рис.2.2.1(а), для случая когда  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta \lambda/2$ , увеличению периода РДС от  $\Lambda_{\min} = 20.89$  мкм до  $\Lambda_{\max} = 53.23$  мкм соответствует увеличение длины волны коротковолновой компоненты  $\lambda_p$  от 1.21 мкм до 1.58 мкм,а для случая когда  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta \lambda$  ( $\Delta \lambda = 457$  нм), увеличению периода РДС от  $\Lambda_{\min} =$ 20.89 мкм до  $\Lambda_{max} = 53.23$  мкм соответствует увеличение длины волны коротковолновой компоненты  $\lambda_p$  от 1.33 мкм до 1.74 мкм. Согласно рис.2.2.1(б), для случая когда  $\lambda_s = \lambda_p + \lambda_s$  $\Delta\lambda/2$ , увеличение  $\lambda_p$  от 1.21 мкм до 1.58 мкм соответствует увеличение центральной длины волны ИРЧ  $\lambda_{DF}$  от 7.61 мкм до 12.46 мкм. Для случая когда  $\lambda_s = \lambda_p + \Delta \lambda$ , увеличение  $\lambda_p$  от 1.33 мкм до 1.74 мкм соответствует увеличение центральной длины волны ИРЧ  $\lambda_{DF}$  от 5.23 мкм до 8.44 мкм. Вместе с тем, ширина спектра начальных импульсов (2.2.6) при  $\tau_{x0} = \tau_{z0} = \tau_0$ = 30 фс и  $\lambda_{x0} = \lambda_{z0} = \lambda_0 = 1.98$  мкм составляет 329 нм, т.е. спектр простирается от 1.82 мкм до 2.14 мкм. Следовательно, в рассматриваемом случае, генерация ИРЧ в режиме квазисинхронизма происходит с участием новых коротковолновых спектральных компонентов, которые генерируются в процессе расспространения импульсов накачки в кристалле GaAs с РДС.

Для оценки условия фазового синхронизма ИРЧ найдем длину фазовой когерентности в рассматриваемом нами случае

$$L_{c}(\lambda_{DF},\Delta T) = \frac{\pi}{\Delta k(\lambda_{DF},\Delta T)} = \frac{\lambda_{DF}}{2 \cdot \left[n(\lambda_{0},\Delta T) - n_{DF}(\lambda_{DF},\Delta T)\right]}$$
(2.2.7)

где  $\Delta k(\lambda_{DF}, \Delta T)$  расстройка волнового вектора. При изменении  $\lambda_{DF}$  от 5 мкм до 13 мкм длина фазовой когерентности меняется от 59.04 мкм до 76.66 мкм.

На рис.2.2.2 показаны временной профиль начального *z*-поляризованного импульса  $E_z(t, y = 0)$  (а), *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* без РДС с толщиной равной  $L_0 = 17 \cdot \Lambda - E_z(t, y = L_0)$  (b), *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* с РДС и толщиной равной  $L = 17 \cdot \Lambda - E_{zpp}(t, y = L)$  (c), при  $E_{z0} = E_{x0} = E_0 = 200$  MB/м и  $\Lambda = 20.89$  мкм. На рис.2.2.2 показаны зависимости спектральных плотностей от длины волны (d), (e) и (f)

$$S\left(\nu = \frac{c}{\lambda}, y = L\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{P}{P_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} E(t, y = L) \cdot \exp\left\{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda}\right\} \cdot dt\right|^2}{\left|\int_{-\infty}^{\infty} E(t, y = 0) \cdot \exp\left\{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda}\right\} \cdot dt\right|^2}\right)$$
(2.2.8)

для начального *z*-поляризованного импульса  $E_z(t, y = 0)$ , *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* без РДС  $E_z(t, y = L_0)$  и *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* с РДС  $E_{zpp}(t, y = L)$  соответственно.



Рис.2.2.2 Временные профили (a), (b), (c), спектральные плотности (d), (e), (f), временные зависимости нормированных мгновенных частот (g), (h), (i) на уровне  $|E_z|/10|E_{zmax}|$  для начального *z*-поляризованного импульса  $E_z(t, y = 0)$ , *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* без РДС  $E_z(t, y = L_0)$  и *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* с РДС  $E_{zpp}(t, y = L)$  соответственно.

На рис.2.2.2 показаны временные зависимости нормированных мгновенных частот (g), (h) и (i) на уровне  $|E_z|/10|E_{zmax}|$ 

$$\varpi(t) = \frac{\omega(t, y = L) - \omega_0}{\omega_0}, \omega_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_0}$$
(2.2.9)

для начального *z*-поляризованного импульса  $E_z(t, y = 0)$ , *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* без РДС  $E_z(t, y = L_0)$  и *z*-поляризованного импульса на выходе из кристалла *GaAs* с РДС  $E_{zpp}(t, y = L)$  соответственно. Длительность импульса на выходе из кристалла без РДС и на выходе из кристалла с РДС, согласно численным расчетам и как видно из рис.2.2.2(b) и 2.2.2(c), практически одинаковы и равны 40 фс. Как видно из рис.2.2.2(e) и 2.2.2(f), в спектре импульса на выходе из нелинейного кристалла в диапазоне длин волн, соответствующих ИРЧ, формируется спектральный континуум. На рис.2.2.2(e) и 2.2.2(f) показаны спектральные плотности нормированные на спектральную плотность импульса на входе в среду с учетом энергетических потерь, обусловленных френелевским отражением на границе воздух–GaAs, которая составляет -5.37 дБ на длине волны 1.98 мкм. Согласно расчетам и как видно из рис.2.2.2(е) для кристалла без РДС коротковолновая граница спектрального суперконтинуума достигает величины 6.8 мкм (на уровне -60 дБ), а в диапазоне длин волн от 15 мкм до 20 мкм наблюдается почти равномерное распределение спектра. Согласно расчетам и как видно из рис.2.2.2(f) для кристалла с РДС коротковолновая граница спектрального суперконтинуума достигает величины 5.0 мкм (на уровне -60 дБ), а в диапазоне длин волн от 15 мкм до 20 мкм наблюдается почти равномерное распределение спектра. Согласно расчетам и как видно из рис.2.2.2(f) для кристалла с РДС коротковолновая граница спектрального суперконтинуума достигает величины 5.0 мкм (на уровне -60 дБ), а в диапазоне длин волн от 10 мкм до 30 мкм наблюдается почти равномерное распределение спектра. В соответствии с расчетами и кака видно из рис.2.2.2(h), (i), девиация нормированной мгновенной частоты импульса на выходе из кристалла с РДС больше чем для импульса на выходе из кристалла без РДС составляет 0.2 (между пиками). Девиация нормированной мгновенной частоты импульса на выходе из кристалла без РДС составляет 0.2 (между пиками). На рис.2.2.3 показана аппаратная функция идеализированного математического фильтра, которая аналитически может быть представлена в виде

$$h(\mathbf{v}) = \exp\left\{-\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}_c)^4}{\Delta \mathbf{v}^4}\right\}$$
(2.2.10)

где  $v_c = 35.42 \text{ T}\Gamma\mu$  – центральная частота ( $\lambda_c = 8.47 \text{ мкм}$ ),  $\Delta v = 10.12 \text{ T}\Gamma\mu$ . Как было отмечено в первом параграфе данной главы, полосовые фильтры в диапазоне длин волн от 5 мкм до 30 мкм могут быть реализованы на основе Брэг структур [56] или многослойных диэлектрических фильтров [57,58].



Рис.2.2.3 Аппаратная функция идеализированного математического фильтра.

На рис.2.2.4(а) показаны зависимости нормированной спектральной плотности zполяризованного ИРЧ, полученной в результате фильтрации суперконтинуума сформированного на выходе из кристалла без РДС, от частоты при  $E_{x0} = E_{z0} = 200 \text{ MB/м}$  и при толщинах кристалла L = 355.27 мкм, 517.96 мкм, 719.98 мкм и 904.88 мкм соответственно. Согласно расчетам и как видно из рис.2.2.4(а), при толщинах кристалла равном 355.27 мкм, 719.98 мкм и 904.88 мкм максимуму спектральной плотности ИРЧ соответствует частота 30 ТГц (10 мкм). При толщине кристалла равном 517.96 мкм, максимумам спектральной плотности ИРЧ соответствуют частоты 30 ТГц (10 мкм) и 40 ТГц (7.5 мкм). На рис.2.2.4(b) показаны временные профили *z*-поляризованного импульса ИРЧ, полученные в результате фильтрации спектрального суперконтинуума. На рис.2.2.4(с) показана временная зависимость нормированной мгновенной частоты z- поляризованного импульса ИРЧ на уровне  $|E_{zDF}|/10|E_{zDFmax}|$ 

$$\overline{\Omega}(t) = \frac{\Omega_c - \Omega(t)}{\Omega_c}, \Omega_c = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{cDF}}$$
(2.2.11),

при разных значениях толщины кристалла. В (2.2.11)  $\lambda_{cDF}$  – длина волны ИРЧ, соответствующая максимуму спектра.



Рис.2.2.4 Частотная зависимость нормированной спектральной плотности (а), временной профиль (b) и временная зависимость нормированной мгновенной частоты (c) *z*-поляризованного импульса ИРЧ при разных значения толщины кристалла GaAs без РДС.

зависимости нормированной спектральной плотности *z*-Ha рис.2.2.5(а) показаны поляризованного ИРЧ, полученной В результате фильтрации суперконтинуума сформированного на выходе из кристалла с РДС, от частоты при  $E_{x0} = E_{z0} = 200 \text{ MB/м}$  и при периодах РДС  $\Lambda = 20.89$  мкм, 30.47 мкм, 42.35 мкм и 53.23 мкм соответственно и толщинах кристалла  $L = 17\Lambda = 355.27$  мкм, 517.96 мкм, 719.98 мкм и 904.88 мкм соответственно. Согласно расчетам и как видно из рис.2.2.5(а), при толщинах кристалла равном 355.27 мкм, 517.96 мкм, 719.98 мкм и 904.88 мкм максимуму спектра z- поляризованного ИРЧ соответствует частота 30 ТГц (10 мкм). На рис.2.2.5(b) показаны временные профили zполяризованного импульса ИРЧ, полученные в результате фильтрации спектрального суперконтинуума. На рис.2.2.5(с) показана временная зависимость нормированной мгновенной частоты z- поляризованного импульса ИРЧ на уровне  $|E_{zDF}|/10|E_{zDFmax}|$ .



Рис.2.2.5 Частотная зависимость нормированной спектральной плотности (а), временной профиль (b) и временная зависимость нормированной мгновенной частоты (c) *z*-поляризованного импульса ИРЧ при разных значения толщины кристалла GaAs с РДС.

На рис.2.2.6 показаны зависимости спектральной плотности для z- поляризованной волны  $S_z(\lambda, y = 17\Lambda)$  (a) и для x- поляризованной волны  $S_x(\lambda, y = 17\Lambda)$  (b) от длины волны при разных значениях толщины кристалла. На рис.2.2.6 сплошные линии соответствуют спектру импульса на выходе из кристалла с РДС, а пунтирные линии – спектру импульса на выходе из кристалла с РДС, а пунтирные линии – спектру импульса на выходе выбирала без РДС. Толщина кристалла выбиралась равной  $L = 17\Lambda$ , где период РДС выбирался равным  $\Lambda = 20.89$  мкм, 30.47 мкм, 42.35 мкм и 53.23 мкм.

Согласно рис.2.2.6 при  $\Lambda = 20.89$  мкм спектральная плотность *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ в диапазоне длин волн от 10 мкм до 25 мкм на выходе из кристалла с РДС практически совпадает со спектральной плотностью сформированной на выходе из кристалла без РДС. При  $\Lambda = 30.47$  мкм спектральная плотность *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ на выходе из кристалла с РДС на длинах волн 10 мкм, 16 мкм и 25 мкм больше спектральной плотности *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ на выходе из кристалла с РДС на длинах волн 10 мкм, 16 мкм и 25 мкм больше спектральной плотности *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ на выходе из кристалла без РДС, при тех же значениях длин волн

ИРЧ, на 15 дБ, 8 дБ и 11 дБ соответственно. При  $\Lambda = 42.35$  мкм спектральная плотность *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ на выходе из кристалла с РДС на длинах волн 10 мкм, 16 мкм и 25 мкм больше спектральной плотности *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ на выходе из кристалла без РДС, при тех же значениях длин волн ИРЧ, на 5 дБ, 15 дБ и 9 дБ соответственно. При  $\Lambda = 53.23$  мкм в диапазоне длин волн от 10 мкм до 25 мкм превышение спектральной плотности *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ на выходе из кристалла с РДС над спектральной плотности *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ на выходе из кристалла без РДС становится несущественным, а зависимости спектральных плотностей для *z*– и *x*– поляризованных ИРЧ от длины волны практически совпадают. При этом спектральная плотность для *z*– поляризованного ИРЧ больше спектральной плотности *x*– поляризованного ИРЧ на 5 дБ, что определяется разными нелинейными откликами среды в *z*– и *x* направлениях ( см. (П.5) ). На рис.2.2.7 показана зависимость отношения спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла без РДС сталовится из кристалла с РДС к спектральной плотности *x*– поляризованного ИРЧ на выходе из кристалла лотность для *z*– поляризованного ИРЧ

$$\gamma = 10 \cdot \lg \left( \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{zpp_{-}DF}(t, y = L) \cdot \exp\left\{ j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda} \right\} \cdot dt \right|^{2}}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{z_{-}DF}(t, y = 0) \cdot \exp\left\{ j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda} \right\} \cdot dt \right|^{2}} \right) \qquad (2.2.12)$$

Как видно из рис.2.3.7 при  $L_m = 517$  мкм ( $\Lambda_m = 30.41$  мкм) превышение спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла с РДС над спектральной плотностью ИРЧ на выходе из кристалла без РДС составляет 15.87 дБ ( $\gamma_{max} = 15.87$  дБ).



Рис.2.2.6 Зависимости спектральных плотностей *z*- (а) и *x*- (b) поляризованных ИРЧ от длины волны при разных значениях толщины кристалла.



Рис.2.2.7 Зависимость отношения спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла с РДС к спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла без РДС от длины кристалла.

Согласно рис. 2.2.1, при периоде РДС  $\Lambda_m = 30.41$  мкм когда значение коротковолновой компоненты и разность между длинноволновыми и коротковолновыми компонентами удовлетворяют неравенствам

$$1.33\mu m \leq \lambda_{P} \leq 1.48\mu m, \frac{\Delta\lambda}{2} \leq \lambda_{S} - \lambda_{P} \leq \Delta\lambda,$$

генерация ИРЧ в диапазоне длин волн от 6.27 мкм до 9.15 мкм ( $\Delta\lambda = 457$  нм) происходит в условиях квазисинхронизма. В соответствии с рис.2.2.7, зависимость  $\gamma$  от  $\Lambda$  имеет резонансное поведение, где ширина резонанса определяется из условия  $\Delta L = L_2 - L_1 = 17(\Lambda_2 - \Lambda_1)$ , а  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  при  $\gamma = \gamma_m / 2$  и которые равны  $\Lambda_2 = 37.29$  мкм и  $\Lambda_1 = 23.02$  мкм. При  $\Lambda_1 = 23.02$  мкм, согласно рис. 2.2.1, когда значение коротковолновой компоненты и разность между длинноволновыми и коротковолновыми компонентами удовлетворяют неравенствам

$$1.24\mu m \le \lambda_P \le 1.37\mu m, \frac{\Delta\lambda}{2} \le \lambda_S - \lambda_P \le \Delta\lambda,$$

имеет место квазисинхронная генерация ИРЧ в диапазоне длин волн от 5.48 мкм до 7.96 мкм, а при  $\Lambda_2 = 37.29$  мкм, когда значение коротковолновой компоненты и разность между длинноволновыми и коротковолновыми компонентами удовлетворяют неравенствам,

1.4 lµm 
$$\leq \lambda_{p} \leq 1.57$$
µm,  $\frac{\Delta\lambda}{2} \leq \lambda_{s} - \lambda_{p} \leq \Delta\lambda$ ,

имеет место квазисинхронная генерация ИРЧ в диапазоне длин волн от 6.95 мкм до 10.12 мкм. Таким образом, согласно вышеизложенному, при изменении периода  $\Lambda$  кристалла *GaAs* с РДС в диапазоне значений от 23.02 мкм до 37.29 мкм, спектральная плотность ИРЧ на выходе из кристалла с РДС в диапазоне длин волн от 5.48 мкм до 10.12 мкм на 8 дБ больше спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла без РДС. Как видно из рис.2.2.7, при  $\Lambda$  > 37.29 мкм отношение спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла без РДС от длины кристалла с РДС к спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла без РДС от длины кристалла  $\gamma$  начинает уменьшаться и при  $L = 17\Lambda_0$ , где  $\Lambda_0 = 48.18$  мкм,  $\gamma = 0$ . А это означает, что при периоде больше чем  $\Lambda_0$  применение РДС для повышения эффективности генерации ИРЧ не имеет смысла. Увеличение длины периода  $\Lambda$  РДС, согласно рис.2.2.1, приводит к увеличению длины волны коротковолновых  $\lambda_p$  и  $\lambda_s$ , удовлетворяющих законам сохранения (2.2.3) и (2.2.4).
## §2.3 Теоретическое исследование и FDTD численное моделирование временного профиля и спектрального распределения излучения разностной частоты сгенерированной в поле лазерного импульса длительностью несколько колебаний, распространяющегося в кристалле LiNbO3 с РДС

В данном параграфе приведены результаты теоретического исследования и численного моделирования процесса генерации ИРЧ в диапазоне длин волн от 1.5 мкм до 4 мкм в поле лазерного импульса длительностью 10 фс на длине волны 0.81 мкм, распространяющегося перпендикулярно оптической оси в кристалле *LiNbO*<sub>3</sub> с РДС. Период РДС в численных расчетах выбирался равным 12.6 мкм, что соответствует генерации ИРЧ на длине волны равной 3 мкм в условиях выполнения фазового квазисинхронизма. Рассмотрен также процесс генерации излучения суммарной частоты (ИСЧ). Приведены результаты численного интегрирования системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих нелинейное взаимодействие линейно поляризованного фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ) с прозрачной изотропной нелинейной средой с квадратичной нелинейностью и РДС [59,60]. Рассмотрим случай, когда линейно-поляризованный ФЛИ с плоским волновым фронтом и с плоскостью поляризации Е<sub>x</sub> распространяется вдоль оси у, перпендикулярно оптической оси одноосного анизотропного кристалла LiNbO3 группы симметрии 3m с РДС. Из-за нелинейной поляризации среды в процессе распространения в среде генерируюется также компонента поля E<sub>z</sub>, поляризованная вдоль оптической оси. Соответствующая система уравнений Максвелла для компонент электрического поля  $(E_z, E_x)$  и для компонент магнитного поля  $(H_{z}, H_{x})$  может быть представлена в виде (П.1) и (П.2). Компоненты вектора электрической индукции  $D_x$ ,  $D_z$  определяются из материальных уравнений, где учитываются как линейный так и нелинейный отклики среды в соответствии с (П.3) и (П.4). Линейный отклик среды для *x*- и *z*- поляризованных волн может быть представлен в виде

$$P_{xL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \int_{-\infty}^{t} \chi_x^{(1)}(t-\tau) \cdot E_x(\tau) \cdot d\tau, \quad P_{zL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \int_{-\infty}^{t} \chi_z^{(1)}(t-\tau) \cdot E_z(\tau) \cdot d\tau$$
(2.3.1)

 $\chi_{x,z}^{(1)}$  – линейная восприимчивость среды. При выбранной геометрии нелинейная поляризация кристалла *LiNbO*<sub>3</sub> с РДС, обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, в квазистатическом приближении может быть представленна в виде

$$P_{xNL}(t) = 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \widetilde{d}_{31}(y) \cdot E_x(t) \cdot E_z(t) \qquad , \qquad (2.3.2a)$$

$$P_{zNL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \widetilde{d}_{33}(y) \cdot E_z^2(t) + \varepsilon_0 \cdot \widetilde{d}_{31}(y) \cdot E_x^2(t) \qquad , \qquad (2.3.26)$$

где  $\tilde{d}_{33}(y), \tilde{d}_{31}(y)$  пространственно-модулированные нелинейные восприимчивости кристалла *LiNbO*<sub>3</sub> с РДС, которые можно представить в виде ряда (1.3.1)

$$\widetilde{d}_{33(31)}(y) = d_{33(31)} \sum_{m=0}^{M} \frac{\sin(2\pi y [2m+1]/\Lambda)}{(2m+1)} \frac{\sin[\pi(m+1)/M]}{\pi(m+1)/M}$$
(2.3.3)

 $d_{31} = 5.44 \cdot 10^{-12}$  м/В,  $d_{33} = 2.76 \cdot 10^{-12}$  м/В нелинейные восприимчивости кристалла *LiNbO<sub>3</sub>*, период РДС. Коэффициенты линейной восприимчивости  $\chi_x^{(1)}(\omega), \chi_z^{(1)}(\omega)$  для *x*- и *z*поляризованных волн могут быть выражены через коэффициенты преломления для обыкновенной  $n_o(\omega, T)$  и необыкновенной  $n_e(\omega, T)$  поляризованных волн следующим образом

$$\chi_x^{(1)}(\omega) = n_o^2(\omega, T) - 1$$
 (2.3.4)  $\chi_z^{(1)}(\omega) = n_e^2(\omega, T) - 1$  . (2.3.5)

В диапазоне длин волн 0.35 мкм – 5.5мкм коэффициенты преломления кристалла  $LiNbO_3$  $n_o(\omega,T)$  и  $n_e(\omega,T)$  могут быть представлены в виде [50]

$$\varepsilon_{or}(\omega,T) = n_{or}^{2}(\omega,T) = 4.913 + \frac{\frac{(0.1173 + 1.65 \cdot 10^{-8}T^{2})\omega^{2}}{(2\pi c)^{2}}}{1 - \frac{(0.212 + 2.7 \cdot 10^{-8}T^{2})^{2}\omega^{2}}{(2\pi c)^{2}}} - 2.78 \cdot 10^{-2} \frac{(2\pi c)^{2}}{\omega^{2}}, \quad (2.3.6)$$

$$\varepsilon_{e}(\omega,T) = n_{e}^{2}(\omega,T) = 4.5567 + 2.605 \cdot 10^{-7}T^{2} + \frac{\frac{(0.097 + 2.7 \cdot 10^{-8}T^{2})\omega^{2}}{(2\pi c)^{2}}}{1 - \frac{(0.201 + 5.4 \cdot 10^{-8}T^{2})^{2}\omega^{2}}{(2\pi c)^{2}}} - 2.24 \cdot 10^{-2} \frac{(2\pi c)^{2}}{\omega^{2}}, \quad (2.3.7)$$

где *T* температура в К, *c* скорость света в вакууме в мкм/сек. В расчетах температура *T* выбиралась равной 293 К. Согласно (2.3.4) – (2.3.7) линейные восприимчивости среды  $\chi_x^{(1)}(\omega), \chi_z^{(1)}(\omega)$  могут быть представлены в виде

$$\chi_{x}^{(1)}(\omega) = \left(a_{o} - \frac{b_{o}}{c_{o}^{2}}\right) + \frac{\left(b_{o}/c_{o}^{2}\right)}{1 - c_{o}^{2}\omega^{2}} - \frac{q_{o}}{\omega^{2}} \qquad (2.3.8 \text{ a}), \quad \chi_{z}^{(1)}(\omega) = \left(a_{e} - \frac{b_{e}}{c_{e}^{2}}\right) + \frac{\left(b_{e}/c_{e}^{2}\right)}{1 - c_{e}^{2}\omega^{2}} - \frac{q_{e}}{\omega^{2}}, \quad (2.3.8 \text{ b})$$

где

$$a_{o} = 3.913, \quad b_{o} = \left(\frac{0.1173}{(2\pi c)^{2}} + \frac{1.65 \cdot 10^{-8} T^{2}}{(2\pi c)^{2}}\right), c_{o} = \left(0.212 + 2.710^{-8} T^{2}\right)/(2\pi c),$$

$$q_{o} = 2.78 \cdot 10^{-2} (2\pi c)^{2}, a_{e} = \left(3.5567 + 2.605 \cdot 10^{-7} T^{2}\right),$$

$$b_{e} = \left(\frac{0.097}{(2\pi c)^{2}} + \frac{2.7 \cdot 10^{-8} T^{2}}{(2\pi c)^{2}}\right), c_{e} = \left(0.201 + 5.410^{-8} T^{2}\right)/(2\pi c), \quad q_{e} = 2.2410^{-2} \cdot (2\pi c)^{2}$$

$$(2.3.9)$$

Согласно [25], коэффициент нелинейной восприимчивости, ответственный за генерацию ИРЧ на частоте Ω, может быть представлен в виде

$$\chi_{x,z}^{(2)}(\Omega;\omega_0 + \Delta\Omega/2,\omega_0 - \Delta\Omega/2) \sim \chi_{x,z}^{(1)}(\Omega)\chi_{x,z}^{(1)}(\omega_0 + \Delta\Omega/2)\chi_{x,z}^{(1)}(\omega_0 - \Delta\Omega/2)$$
(2.3.10)

где  $\omega_0 \pm \Omega/2$  спектральные компоненты смещенные относительно несущей частоты ФЛИ и находящиеся в пределах ширины полосы спектра ФЛИ. Можно показать что,  $(\partial \chi_{x,z}^{(2)}/\partial \Omega)_{\omega_0} \Delta \Omega / (\chi^{(2)})_{\omega_0}$  на длине волны ИРЧ –  $2\pi c/\Omega = 3$  мкм и при  $\lambda_0 = 0.81$  мкм (гауссовый ФЛИ с  $\tau_0 = 10$  фс), для ИРЧ с шириной полосы спектра  $\Delta v = 1/\tau_0 \sqrt{\ln(2)} = \Delta \Omega/2\pi = 120 \Pi \eta$ , ( $\Delta \lambda = 270 \mu m$ ), согласно (2.3.4), (2.3.5) и (2.3.6), (2.3.7), меньше 0.1. Следовательно, в диапазоне длин волн 3 мкм ÷ 4 мкм может быть использовано квазистатическое приближение, соответствующее мгновенному нелинейному отклику среды. Нелинейная восприимчивость, ответственная за генерацию ИСЧ, согласно [25], может быть представлен в виде

$$\chi_{x,z}^{(2)}(\omega_{SF};\omega_{S},\omega_{SF}-\omega_{S}) \sim \chi_{x,z}^{(1)}(\omega_{SF})\chi_{x,z}^{(1)}(\omega_{S})\chi_{x,z}^{(1)}(\omega_{SF}-\omega_{S})$$

$$(2.3.11)$$

где  $\omega_{SF} = \omega_S + \omega_l$ ,  $\omega_S = 2\pi c/\lambda_S$ ,  $\omega_l = 2\pi c/\lambda_l$ ,  $\lambda_S$  - коротковолновая компонента (сигнальная волна)  $\lambda_l$  длинноволновая компонента (холостая волна) содержащиеся в пределах ширины полосы спектра ФЛИ. Можно показать что,  $(\partial \chi_{x,z}^{(2)}/\partial \omega_{SF})_{\omega_S} \Delta \Omega / (\chi^{(2)})_{\omega_S}$  на длине волны ИСЧ  $- 2\pi c/\omega_{SF} = 0.38$  мкм и при  $\lambda_0 = 0.81$  мкм (гауссовый ФЛИ с  $\tau_o = 10$  фс), для ИРЧ с шириной полосы спектра  $\Delta \lambda = 270 \mu M$ , согласно (2.3.4), (2.3.5) и (2.3.6), (2.3.7), меньше 0.075. Следовательно, в диапазоне длин волн 0.38 мкм – 0.44 мкм также может быть использовано квазистатическое приближение, соответствующее мгновенному нелинейному отклику среды. Согласно (2.3.1), (2.3.8) и (2.3.8) линейный отклик среды во временной области может быть представлен в виде

$$P_{xL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{co} \cdot E_x(t) + F_x(t) + G_x(t), \quad P_{zL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{ce} \cdot E_z(t) + F_z(t) + G_z(t), \quad (2.3.12)$$

где  $\varepsilon_{ce} = a_e - b_e / c_e^2$ ,  $\varepsilon_{co} = a_o - b_o / c_o^2$ ,  $F_{x,z}(t)$  и  $G_{x,z}(t)$  решения нижепредставленных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$c_{o}^{2} \cdot \frac{\partial^{2} F_{x}(t)}{\partial t^{2}} + F_{x}(t) = \varepsilon_{0} \cdot \frac{b_{o}}{c_{o}^{2}} \cdot E_{x}(t, y), \quad , \frac{\partial^{2} G_{x}(t)}{\partial t^{2}} = \varepsilon_{0} \cdot q_{o} \cdot E_{x}(t, y)$$

$$c_{e}^{2} \cdot \frac{\partial^{2} F_{z}(t)}{\partial t^{2}} + F_{z}(t) = \varepsilon_{0} \cdot \frac{b_{e}}{c_{e}^{2}} \cdot E_{z}(t, y), \quad \frac{\partial^{2} G_{z}(t)}{\partial t^{2}} = \varepsilon_{0} \cdot q_{e} \cdot E_{z}(t, y)$$

$$(2.3.13)$$

Система уравнений (2.3.13) описывает линейную дисперсию среды в полосе прозрачности в соответствии с классической моделью Лорентца. С учетом (П.3), (П.4) и (2.3.2) вектора электрической индукции  $D_x$ ,  $D_z$  могут быть записаны в виде

$$D_{z} = E_{z} + \varepsilon_{ce} \cdot E_{z}(t) + F_{z}(t) + G_{z}(t) + \tilde{d}(y)_{33} \cdot E_{z}^{2}(t) + \tilde{d}(y)_{31} \cdot E_{x}^{2}(t), \qquad (2.3.14)$$

$$D_{x} = E_{x} + \varepsilon_{co} \cdot E_{x}(t) + F_{x}(t) + G_{x}(t) + 2 \cdot \tilde{d}(y)_{31} \cdot E_{x}(t) \cdot E_{z}(t).$$
(2.3.15)

Выбор значения периода РДС определяется из условий выполнения законов сохранения энергии и импульса, которое для ИРЧ может быть представлен в виде

$$E_{\omega 1} = E_{\omega 2} + E_{\omega DF}$$
  
$$\overline{K}_{\omega 1} = \overline{K}_{\omega 2} + \overline{K}_{\omega DF} + \overline{K}_{\Lambda D},$$
 (2.3.16)

а для ИСЧ может быть представлен в виде

где Е<sub>0</sub> энергия фотона, К волновой вектор,  $\overline{K}_{\Lambda D} = 2\pi/\Lambda_{DF}$  волновой вектор для ИРЧ и  $\overline{K}_{\Lambda S} = 2\pi/\Lambda_{SF}$  волновой вектор для ИСЧ. Для взаимодействия типа *оое*, описываемого слагаемым  $\varepsilon_0 \cdot \tilde{d}_{31}(y) \cdot E_x^2(t)$  в (2.4.26), законы сохранения энергии и импульса (2.3.16) и (2.3.17) могут быть записаны в виде

$$\frac{1}{\lambda_{1}} = \frac{1}{\lambda_{2}} + \frac{1}{\lambda_{DF}}$$

$$\frac{n_{o}(\lambda_{1})}{\lambda_{1}} = \frac{n_{o}(\lambda_{2})}{\lambda_{2}} + \frac{n_{e}(\lambda_{DF})}{\lambda_{DF}} + \frac{1}{\Lambda_{DF}}$$
(2.3.18)

для ИРЧ, и

$$\frac{1}{\lambda_{SF}} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$$

$$\frac{n_e(\lambda_{SF})}{\lambda_{SF}} = \frac{n_o(\lambda_1)}{\lambda_1} + \frac{n_o(\lambda_2)}{\lambda_2} + \frac{1}{\Lambda_{SF}}$$
(2.3.19)

для ИСЧ.

Согласно (2.3.18), смещение коротковолновой спектральной компоненты  $\lambda_1 = \lambda_p$  с длинноволновой компонентой  $\lambda_2 = \lambda_s$  приводит к генерации ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF}$ . В РДС фазовый квазисинхронизм осуществляется для всех пар коротковолновых  $\lambda_p$  и длинноволновых  $\lambda_s$  спектральных компонент, для которых выполняются условия (2.3.18). Согласно (2.3.19), смещение коротковолновой спектральной компоненты  $\lambda_1 = \lambda_p$  с длинноволновой компонентой  $\lambda_2 = \lambda_s$  приводит к генерации ИСЧ на длине волны  $\lambda_{SF}$ . В РДС

фазовый квазисинхронизм осуществляется для всех пар коротковолновых  $\lambda_p$  и длинноволновых  $\lambda_s$  спектральных компонент, для которых выполняются условия (2.3.19).

На рис.2.3.1(а) показана зависимость  $\Lambda_{SF}$  от  $\lambda_{SF}$ , на рис.2.3.1(b) показана завимость  $\lambda_s$  от  $\lambda_{SF}$ , на рис.2.3.1(c) показана зависимость  $\Lambda_{DF}$  от  $\lambda_p$  и на рис.2.3.1(d) показана зависимость  $\lambda_{DF}$  от  $\lambda_p$ . Зависимость  $\lambda_s$  от  $\lambda_{SF}$  представленная на рис.2.3.1(b), соответствует случаю когда  $\lambda_S - \lambda_I =$  $\Delta \lambda = 270$  нм. Согласно рис.2.3.1(а) при увеличении  $\lambda_{SF}$  от 0.36 мкм до 0.44 мкм период РДС для ИСЧ  $\Lambda_{SF}$  возрастает от 3.5 мкм до 12 мкм. Зависимость  $\lambda_{DF}$  от  $\lambda_{p}$ , представленная на рис.2.3.1(d), соответствует случаю когда  $\lambda_s$  -  $\lambda_p = \Delta \lambda = 270$  нм. Согласно рис.2.3.1(c) при увеличении  $\lambda_p$  от 0.61 мкм до 1.0 мкм период РДС для ИРЧ  $\Lambda_{DF}$  возрастает от 7.5 мкм до 17 мкм. Известно, что когда для кристалла с РДС отношение  $\Lambda_{DF}$  /  $\Lambda_{SF}$  является нечетным числом или является отношением нечетных чисел то в процессе распространения ФЛИ в таком кристалле происходит квазисинхронная генерация как ИРЧ так и ИСЧ [61]. В частности, квазисинхронной генерации ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF} = 3$  мкм при  $\lambda_p = 0.776$  мкм соответствует период РДС  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF} = 3$  мкм) равный 12.6 мкм, и следовательно, для всех значений длин волн ИСЧ  $\lambda_{SF}$  для которых отношение  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF} = 3$  мкм)/  $\Lambda_{SF}$  является нечетным числом или является отношением нечетных чисел будет иметь место квазисинхронный режим генерации как ИСЧ так и ИРЧ. В частности, согласно (2.3.6), (2.3.7) и (2.3.18), (2.3.19) и рис.2.3.1, при  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF} = 3$  мкм)/  $\Lambda_{SF} = 3$  будет иметь место одновременный квазисинхронный режим генерации как для ИСЧ на длине волны  $\lambda_{SF}$  = 0.3781 мкм, так и для ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF} = 3$  мкм.



Рис.2.3.1 Зависимость  $\Lambda_{SF}$  от  $\lambda_{SF}$  (a), завимость  $\lambda_s$  от  $\lambda_{SF}$  (b), зависимость  $\Lambda_{DF}$  от  $\lambda_p$  (c) и зависимость  $\lambda_{DF}$  от  $\lambda_p$  (d). Зависимость  $\lambda_s$  от  $\lambda_{SF}$ , представленная на рис. (b), соответствует случаю когда  $\lambda_S - \lambda_I = \Delta \lambda = 270$  нм.

Согласно выбранной геометрии, в поле ФЛИ кроме *оое*– типа взаимодействия могут происходить также *eee*– и *оео*– типы взаимодействий, которые определяются  $\varepsilon_0 \cdot \tilde{d}_{33}(y) \cdot E_z^2(t)$  и  $2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \tilde{d}_{31}(y) \cdot E_x(t) \cdot E_z(t)$  слагаемыми в (2.3.2а) и (2.3.2б) соответственно. Для *eee*– и *оео*– типов взаимодействий законы сохранения могут быть представлены в виде

для ИРЧ, и

$$\frac{1}{\lambda_{eSF}} = \frac{1}{\lambda_{e1}} + \frac{1}{\lambda_{e2}}$$

$$\frac{n_e(\lambda_{SF})}{\lambda_{eSF}} = \frac{n_e(\lambda_1)}{\lambda_{e1}} + \frac{n_e(\lambda_2)}{\lambda_{e2}} + \frac{1}{\Lambda_{eSF}}, \quad (2.3.21a) \quad \frac{1}{\lambda_{oSF}} = \frac{1}{\lambda_{o1}} + \frac{1}{\lambda_{e2}}$$

$$\frac{n_e(\lambda_{SF})}{\lambda_{oSF}} = \frac{n_o(\lambda_1)}{\lambda_{o1}} + \frac{n_e(\lambda_2)}{\lambda_{e2}} + \frac{1}{\Lambda_{oeSF}}$$

$$(2.3.21b)$$

для ИСЧ. Согласно (2.3.20a), в случае eee- типа взаимодействия, при смещении коротковолновой компоненты  $\lambda_{e1} = \lambda_{ep}$  с необыкновенной поляризацией с длинноволновой компонентой  $\lambda_{e2} = \lambda_{es}$  с необыкновенной поляризацией происходит генерация ИРЧ на длине волны  $\lambda_{eDF}$  с необыкновенной поляризацией. Согласно (2.3.20б), в случае *оео*-типа взаимодействия, при смещении коротковолновой компоненты  $\lambda_{o1} = \lambda_{op}$  с обыкновенной поляризацией с длинноволновой компонентой  $\lambda_{e2} = \lambda_{es}$  с необыкновенной поляризацией происходит генерация ИРЧ на длине волны  $\lambda_{oDF}$  с обыкновенной поляризацией. Согласно (2.3.21а), в случае eee- типа взаимодействия, при смещении коротковолновой компоненты  $\lambda_{eI} = \lambda_{eS}$  с необыкновенной поляризацией с длинноволновой компонентой  $\lambda_{e2} = \lambda_{eI}$  с необыкновенной поляризацией происходит генерация ИСЧ на длине волны  $\lambda_{eSF}$  с необыкновенной поляризацией. Согласно (2.3.21б), в случае оео-типа взаимодействия, при смещении коротковолновой компоненты  $\lambda_{oI} = \lambda_{oS}$  с обыкновенной поляризацией с длинноволновой компонентой  $\lambda_{e2} = \lambda_{eI}$  с необыкновенной поляризацией происходит генерация ИСЧ на длине волны  $\lambda_{oSF}$  с обыкновенной поляризацией. На рис.2.3.2(а) показана для *eee*- типа взаимодействия зависимость  $\Lambda_{eSF}$  от  $\lambda_{eSF}$ , на рис.2.3.2(b) показана завимость  $\lambda_{es}$ от  $\lambda_{eSF}$ , на рис.2.3.2(c) показана зависимость  $\Lambda_{eDF}$  от  $\lambda_{ep}$  и на рис.2.3.2(d) показана зависимость  $\lambda_{eDF}$  от  $\lambda_{ep}$ . Зависимость  $\lambda_{es}$  от  $\lambda_{eSF}$ , представленная на рис.2.3.2(b), соответствует случаю когда  $\lambda_{eS}$  -  $\lambda_{eI} = \Delta \lambda = 270$  нм. В частности, согласно (2.3.21а) и рис.2.3.2а, при  $\Lambda_{eDF}$  /  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF} = 3$  мкм) = 1 будет иметь место одновременная квазисинхронная генерация ИРЧ на длине волны  $\lambda_{eDF} = 2.1$  мкм, обусловленная *eee*- типом взаимодействия, и ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF} = 3$  мкм, обусловленная *оое*- типом взаимодействия. Согласно (2.3.22a) и рис.2.3.2, при  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF}$  = 3 мкм) /  $\Lambda_{eSF}$  равном 3 или 5 будет иметь место одновременная квазисинхронная генерация необыкновенно поляризованного ИСЧ на длинах волн  $\lambda_{eSF}$  = 0.4549 мкм и  $\lambda_{eSF} = 0.3933$  мкм, обусловленных *eee*- типом взаимодействия, и ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF} = 3$  мкм, обусловленная *оое* – типом взаимодействия.



Рис.2.3.2 Зависимость  $\Lambda_{eSF}$  от  $\lambda_{eSF}$  (a), завимость  $\lambda_{es}$  от  $\lambda_{eSF}$  (b), зависимость  $\Lambda_{eDF}$  от  $\lambda_{ep}$  (c) и зависимость  $\lambda_{eDF}$  от  $\lambda_{ep}$  (d). Зависимость  $\lambda_{es}$  от  $\lambda_{eSF}$ , представленная на рис. (b), соответствует случаю когда  $\lambda_{eS}$  -  $\lambda_{eI} = \Delta \lambda = 270$  нм.

На рис.2.3.3(а) показана для *оео* типа взаимодействия зависимость  $\Lambda_{oeSF}$  от  $\lambda_{eSF}$ , на рис.2.3.3(b) показана завимость  $\lambda_{oes}$  от  $\lambda_{eSF}$ , на рис.2.3.3(c) показана зависимость  $\Lambda_{oeDF}$  от  $\lambda_{ep}$  и на рис.2.3.3(d) показана зависимость  $\lambda_{oeDF}$  от  $\lambda_{ep}$ . Зависимость  $\lambda_{oes}$  от  $\lambda_{eSF}$ , представленная на рис.2.3.3(b), соответствует случаю когда  $\lambda_{oeS}$  -  $\lambda_{oeI} = \Delta \lambda_{oeo} = 270$  нм.

В частности, согласно (2.3.21б) и рис.2.3.3, при  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF} = 3$  мкм) /  $\Lambda_{oeDF}$  равном 5/3 или 7/3 будет иметь место одновременная квазисинхронная генерация ИРЧ на длинах волн  $\lambda_{oDF} = 3$ мкм и  $\lambda_{oDF} = 2.1$  мкм, обусловленных *oeo*- типом взаимодействия, и ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF}$ = 3 мкм, обусловленном *ooe*- типом взаимодействия. Согласно (2.3.226) и рис.2.3.3, при  $\Lambda_{DF}$ ( $\lambda_{DF} = 3$  мкм) /  $\Lambda_{oeSF}$  равном 3, 5, 7 или 9 будет иметь место одновременная квазисинхронная генерация ИСЧ на длинах волн  $\lambda_{oSF} = 0.5273$  мкм, 0.4381 мкм, 0.3937 мкм или 0.3659 мкм соответственно, обусловленная *oeo*- типом взаимодействия и ИРЧ на длине волны  $\lambda_{DF} = 3$  мкм, обусловленная *oeo*- типом взаимодействия. Численное интегрирование системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих данную задачу, было проведено в соответствии с подробно изложенной в приложении численной схемой [52]. Шаг пространственной сетки  $\Delta y$  нами выбирался равным  $\lambda_0/400 = 2.025$  нм ( $\lambda_0 = 0.81$  мкм), а шаг временной сетки определяется условием Куранта  $\Delta t = \Delta y/2c = 3.375 \cdot 10^{-3}$  фс. Как было показано в [52], используемая конечно-разностная схема обладает высокой устойчивостью, а учет нелинейности при рассматриваемых значениях амплитуды электрических полей лазерных импульсов и длины нелинейного кристалла не приводит к расходимости численной схемы. В частности, при значении амплитуды импульса равном  $E_{x0} = 600$  MB/м (  $\gamma = \overline{d}_{_{31}}\overline{E}_{_{x-max}}$ ), отношение фазовой скорости, полученной из численной дисктретизированной схемы  $v_{pnum}(N = 400)$ , к фазовой скорости, определенной для сплошной среды  $v_{p_phys} = c/n(\lambda_0)$  для  $\lambda_0 = 0.81$  мкм, составляет  $v_{pnum}(N = 400)/v_{p_phys} = 0.99961$ . Иначе говоря, относительная погрешность фазовой скорости в дискретизированной схеме составляет 0.0039%. Отношение групповой скорости, полученной из численной дисктретизированной схемы  $v_{g}(N = 400)$ , к групповой скорости, определенной для сплошной среды  $v_{g_{-}phys}$  для  $\lambda_0 = 0.81$  мкм, составляет  $v_g (N = 400) / v_{g_{-}phys} = 0.99954$ , и следовательно, относительная погрешность групповой скорости в дискретизированной схеме составляет 0.046%.



Рис.2.3.3 Зависимость  $\Lambda_{oeSF}$  от  $\lambda_{eSF}$  (a), завимость  $\lambda_{oes}$  от  $\lambda_{eSF}$  (b), зависимость  $\Lambda_{oeDF}$  от  $\lambda_{ep}$  (c) и зависимость  $\lambda_{oeDF}$  от  $\lambda_{ep}$  (d). Зависимость  $\lambda_{oes}$  от  $\lambda_{eSF}$ , представленная на рис. (b), соответствует случаю когда  $\lambda_{oeS}$  -  $\lambda_{oeI} = \Delta \lambda_{oeo} = 270$  нм.

Используемая в данном параграфе конечно-разностная (FDTD) схема нами была теоретического исследования двумерного (2D) использована для И численного моделирования процесса генерации ИРЧ в поле лазерного импульса длительностью несколько колебаний, распространяющегося как в тонкой пластине кристалла GaAs [62,63], так и в тонкой пластине кристалла GaSe [64]. Показано, что при генерации ИРЧ в поле пространственно-ограниченного лазерного импульса длительностью несколько колебаний, распространяющегося в пластине нелинейного кристалла, на выходе кристалла происходит пространственно-спектральное перераспределение спектральных компонент ИРЧ, т.е., каждой пространственной координате соответствует определенная спектральная компонента, что позволит реализовать управление спектрально-временным профилем импульса ИРЧ.

Перейдем к рассмотрению результатов численного интегрирования системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих распространение линейно-поляризованного ФЛИ в

кристалле *LiNbO*<sub>3</sub> с РДС и без РДС. А именно, рассмотрим формирование спектрального суперконтинуума в спектре *z*- поляризованного импульса на выходе из кристалла в спектральных диапазонах длин волн 1.5 мкм ÷ 4 мкм (ИСЧ) и 0.36 мкм ÷ 0.44 мкм (ИРЧ). Численные расчеты были проведены при следующих начальных условиях:

$$E_{x}(t, y=0) = E_{x0} \cdot \exp\left(-\frac{t^{2}}{\tau_{x0}^{2}}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{x0}} \cdot t\right), E_{z}(t, y=0) = 0$$
(2.3.22)

где  $E_{x0}$  – амплитуда *x*– поляризованного импульса,  $\tau_{x0} = 10$  фс длительность импульса,  $\lambda_{x0} = 0.81$  мкм центральная длина волны. В расчетах значение амплитуды  $E_{x0}$  варьируется от 90 МВ/м до 600 МВ/м, период  $\Lambda$  кристалла  $LiNbO_3$  с РДС выбирается равным 12.6 мкм, а длина кристалла как с РДС, так и без РДС выбирается равным  $L = 10 \cdot \Lambda = 126$  мкм. Выбранное значение периода кристалла с РДС соответсвует режиму квазисинхронной генерации ИРЧ на длине волны 3 мкм для *оое*– типа взаимодействия. Согласно (2.3.26) и (2.3.22), в рассматриваемом нами случае, на начальной стадии процесса генерации ИРЧ и ИСЧ имеет место *оое*– тип взаимодействия волн. По мере генерации новых спектральных компонент с *z*– поляризацией могут иметь место также другие типы взаимодейстивя волн.

С целью обеспечения применимости приближения плоской ваолны длина кристалла должна быть меньше  $\pi\sigma^2/2\lambda_{x0}$ , где  $\sigma$  - диаметр пучка накачки. Таким образом, например, при  $\sigma = 60$ мкм параметр  $\pi\sigma^2/2\lambda_{x0} = 13.96$  мм, что намного больше длины нелинейного кристалла и, следовательно, мы не выходим за пределы приближения плоской волны. При диаметре пучка накачки  $\sigma = 60$  мкм, длительности  $\tau_0 = 10$  фс и амплитуде электрического поля  $E_{x0_max} = 600$ 

МВ/м энергия плоской линейно-поляризованной волны [55]  $2\pi\sigma^2 \tau_0 \left(\frac{E_{x0_max}}{27}\right)^2$  составляет

111.7 нДж, длина нелинейного преобразования  $L_n = \lambda_0 / 2\sqrt{2} d_{31} E_{x0_{max}} \approx 87.74$  мкм а длина дисперсионного расплывания (во втором приближении теории дисперсии)  $L_d = \tau_0 / 2|\beta_2|, \quad (\beta_2 = \partial^2 k(\omega) / \partial \omega^2|_{\omega \omega})$  равен 119 мкм, что на 7 мкм меньше длины кристалла – 126 мкм. Очевидно, что длина дисперсионного расплывания при учете дисперсионных членов высших порядков будет меньше 119 мкм.

На рис.2.3.4(а), рис.2.3.4(б) и рис.2.3.4(в) показаны временные профили x- поляризованного импульса  $E_x(t,y)$ , z- поляризованного импульса (ИРЧ + ИСЧ)  $E_z(t,y)$  и z- поляризованного импульса ИРЧ  $E_{zDF}(t,y)$  взятые в разные дискретные моменты n времени соответственно. Временные зависимости, представленные на рис.2.3.4 соответствуют распространению начального x- поляризованного импульса  $E_x(t,y)$  в кристалле  $LiNbO_3$  без РДС при  $E_{x0} = 600$ 

МВ/м и толщине кристалла равном 126 мкм. Согласно рис.2.3.4(а) длительность отраженного *x*- поляризованного импульса 10 фс, а длительность прошедшего *x*- поляризованного импульса примерно составляет 97.5 фс. Иначе говоря, при отражении импульса от кристалла временное уширение отраженного импульса, обусловленное дисперсией, не наблюдается. На рисунке пунктирными линиями показаны границы кристалла. Длительность импульса в расчетах определяется следующим выражением

$$\Delta t = \sqrt{\frac{4\pi}{E_{n0}}} \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_m)^2 |E_x(t)|^2 dt$$
(2.3.23)

где  $t_m = \frac{1}{E_{n0}} \int_{-\infty}^{\infty} t |E_x(t)|^2 dt$  - среднее время,  $E_{n0} = \int_{-\infty}^{\infty} |E_x(t)|^2 dt$  - энергия импульса.



Рис.2.3.4(а) Временные профили *х*– поляризованного импульса *E<sub>x</sub>*(*t*, *y*), распространяющегося в кристалле без РДС, при *E<sub>x0</sub>* = 600 MB/м и толщине кристалла равном 126 мкм.

В процессе распространения x- поляризованного импульса  $E_x(t,y)$  в кристалле генерируется z- поляризованный импульс  $E_z(t,y)$ , в спектре которого содержатся ИРЧ и ИСЧ. Согласно рис.2.3.4(б) в отраженном z- поляризованном импульсе разделение во времени импульса ИРЧ от импульса ИСЧ не наблюдается, а в прошедшем z- поляризованном импульсе на выходе из кристалла, из-за дисперсии групповой скорости кристалла, импульс ИРЧ опережает во времени импульс ИСЧ. Иначе говоря импульсы ИРЧ и ИСЧ во времени разнесены. Длительность прошедшего импульса ИСЧ составляет 603 фс.



Рис.2.3.4(б) Временные профили *z*- поляризованного импульса *E<sub>z</sub>*(*t*, *y*), распространяющегося в кристалле без РДС, при *E<sub>x0</sub>* = 600 MB/м и толщине кристалла равном 126 мкм.

На рис.2.3.4(б) показаны временные профили *z*- поляризованного импульса ИРЧ  $E_{zDF}(t,y)$ , которые могут быть представлены в виде искаженных гауссовских функций. Длительность *z*- поляризованного импульса ИРЧ  $E_{zDF}(t,y)$  на выходе из кристалла составляет 65.24 фс.



Рис.2.3.4(в) Временные профили *z*- поляризованного импульса ИРЧ  $E_{zDF}(t,y)$ , распространяющегося в кристалле без РДС, при  $E_{x0} = 600$  МВ/м и толщине кристалла равном 126 мкм.

На рис.2.3.5 приведены зависимости нормированных спектральных плотностей х- и z-Согласно рис.2.3.5 в поляризованных импульсов от длины волны. спектральном распределении ИРЧ, генерация которой в основном определяется оое- типом взаимодействия волн, наблюдается монотонное увеличение спектра в диапазоне длин волн от 1.1 мкм до 4 мкм, а значение спектра в логарифмической шкале при 3 мкм составляет -64.32 дБ. В спектральном распределении ИСЧ спектр сосредоточен в диапазоне длин волн от 0.405 мкм до 0.510 мкм. Следует отметить, что *z*- поляризованные импульсы ИРЧ и ИСЧ могут быть сгенерированы также при *еее*- типе взаимодействия вновь сгенерированных до этого момента времени спектральных компонент.



Рис.2.3.5 Зависимости нормированных спектральных плотностей *х*-и *z*-поляризованных импульсов от длины волны.

Нормированная спектральная плотность на длине волны 0.405 мкм составляет -48 дБ. Нормированная спектральная плотность в вычислениях определяется как

$$S_{z}\left(\nu = \frac{c}{\lambda}, y = L\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} E_{z}\left(t, y > L\right) \cdot \exp\left\{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda}\right\} \cdot dt\right|^{2}}{\left|\int_{-\infty}^{\infty} E_{x}\left(t, y > 0\right) \cdot \exp\left\{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda}\right\} \cdot dt\right|^{2}}\right).$$
(2.3.24)

На рис.2.3.5(b) показан спектр начального x- поляризованного импульса  $E_x(t,y=0)$  (пунктирная линия) и спектр x- поляризованного импульса на выходе из кристалла  $E_x(t,y=L)$  (сплошная линия). Согласно рис.2.3.5(b) уровень спектра в диапазоне длин волн соответствующих ИСЧ и ИРЧ не превышает -100 дБ. На рис.2.3.6 показаны временные зависимости мгновенных частот x- и z- поляризованных импульсов ИСЧ.



Рис.2.3.6 Временные зависимости мгновенных частот *x*- и *z*- поляризованных импульсов ИСЧ на выходе из кристалла без РДС.

В частности, мгновенная частота *x*- поляризованного импульса ИСЧ *v<sub>x</sub>(t)* в расчетах определяется как

$$v_x(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d(\arg(h_x(t)))}{dt}, \quad h_x(t) = hilber(tE_x(t,L))$$
(2.3.25)

где  $h_x(t)$  – Гильберт преобразование x- поляризованного импульса на выходе из кристалла, с помощью которого по заданному действительному сигналу  $E_x(t,L)$  восстанавливается аналитический сигнал. Согласно результатам расчетов и как видно на рис.2.3.6(а), мгновенная частота x- поляризованного импульса может быть аппроксимирован следующим аналитическим выражением  $v_x(t) = -1.737 \cdot 10^9 \cdot t^2 + 1.787 \cdot 10^{12} \cdot t + 1.965 \cdot 10^{13}$ , где время t берется в фс. Таким образом, мгновенная частота x- поляризованного импульса ИСЧ за интервал времени от 720 фс до 860 фс уменьшается от 4.1 · 10<sup>14</sup> Гц (0.732 мкм) до 2.7 · 10<sup>14</sup> Гц (1.11 мкм). Согласно результатам расчетов и как видно на рис.2.3.6(b), мгновенная частота zполяризованного импульса может быть аппроксимирован следующим аналитическим выражением

 $v_{z_{-}SF}(t) = 3.825 \cdot 10^5 \cdot t^3 - 2.069 \cdot 10^9 \cdot t^2 + 3.316 \cdot 10^{12} \cdot t - 9.366 \cdot 10^{14}$ , где время *t* учитывается в фс. Согласно данному аналитическому выражению, мгновенная частота *z*- поляризованного импульса ИСЧ за интервал времени от 1350 фс до 1912 фс уменьшается от 7.1 \cdot 10^{14} Гц (0.4225 мкм) до 5.2 \cdot 10^{14} Гц (0.5769 мкм). Эффективность генерации *z*- поляризованного импульса ИРЧ и ИСЧ в расчетах определяется с помощью выражения

$$\gamma_{SF,(DF)} = 10 \cdot \lg \left\{ \frac{\left| \int_{v_{1}SF,(v_{1}DF)}^{v_{2}SF,(v_{2}DF)} E_{z}(v, y > L) \cdot dv \right|^{2}}{\left| \int_{0}^{\infty} E_{x}(v, y > L) \cdot dv \right|^{2}} \right\}$$
, (2.3.26)

где частоты  $v_{ISF} = 5 \cdot 10^{14}$  Гц (0.6 мкм),  $v_{2SF} = 7.8947 \cdot 10^{14}$  Гц (0.38 мкм),  $v_{IDF} = 7.5 \cdot 10^{13}$  Гц (4 мкм) и  $v_{2DF} = 2 \cdot 10^{14}$  Гц (1.5 мкм) соответствуют границам спектральных диапазонов для ИСЧ и ИРЧ соответственно. На рис.2.3.7(а), рис.2.3.7(б) и рис.2.3.7(в) показаны временные профили x- поляризованного импульса  $E_x(t,y)$ , z- поляризованного импульса (ИРЧ + ИСЧ)  $E_{z}(t,y)$  и z- поляризованного импульса ИРЧ  $E_{zDF}(t,y)$  взятые в разные дискретные моменты n времени соответственно. Временные зависимости, представленные на рис.2.3.7 соответствуют распространению начального x – поляризованного импульса  $E_x(t,y)$  в кристалле  $LiNbO_3$  с РДС состоящей из 20 доменов с периодом  $\Lambda_{DF} = 12.6$  мкм при  $E_{x0} = 600$ MB/м. Согласно рис.2.3.7(a), длительность прошедшего импульса такая же как и длительность импульса на выходе из кристалла без РДС и составляет 97.5 фс. Так же как и в случае кристалла без РДС на выходе из кристалла с РДС в отраженном поле импульсы ИСЧ и ИРЧ во времени не разнесены. Длительность прошедшего импульса ИСЧ составляет 380 фс и в данном случае длительность импульса в 603/380 ≈ 1.59 раза меньше длительности импульса ИСЧ на выходе из кристалла без РДС.



Рис.2.3.7(а) Временные профили *x*- поляризованного импульса  $E_x(t, y)$ , распространяющегося в кристалле *LiNbO*<sub>3</sub> с РДС состоящей из 20 доменов с периодом  $\Lambda_{DF} = 12.6$  мкм при  $E_{x0} = 600$  МВ/м, взятые в разные дискретные моменты *n* времени соответственно.

При смещении всех пар спектральных компонент, для которых выполняются законы сохранения (2.3.20) и (2.3.21) имеет место квазисинхронный режим генерации новых спектральных компонент, что приводит к увеличению эффективности генерации как ИСЧ, так и ИРЧ. На рис.2.3.7(с) показаны временные профили импульса ИРЧ, взятые в разные моменты времени. Из рисунка видно, что в отличие от импульса ИРЧ на выходе из кристалла без РДС, импульс на выходе из кристалла с РДС состоит из нескольких осциляций с периодом 10 фс, а длительность импульса составляет 45 фс.



Рис.2.3.7(б) Временные профили z- поляризованного импульса (ИРЧ + ИСЧ)  $E_z(t,y)$ , взятые в разные дискретные моменты n времени соответственно.



Рис.2.3.7(в) Временные профили *z*- поляризованного импульса ИРЧ *E*<sub>zDF</sub>(*t*,*y*), взятые в разные дискретные моменты *n* времени соответственно.

На рис.2.3.8(а) приведены зависимости нормированных спектральных плотностей начального x- поляризованного импульса  $E_x(t,y=0)$  (пунктирная линия) и z- поляризованного импульса на выходе из кристалла с РДС (сплошная линия) от длины волны. Согласно рисунку, спектральная плотность ИРЧ монотонно возрастает в диапазоне длин волн от 1.35 мкм до 4 мкм и достигает уровня -49.77 дБ при длине волны равном 3 мкм. В спектре ИСЧ наблюдаются дискретные спектральные линии на длинах волн 0.41мкм, 0.36 мкм, 0.33 мкм и 0.31 мкм со значениями амплитуд равными -22.4 дБ, -30.4 дБ, -48.9 дБ и -67.9 дБ соответственно.

При длинах волн ИСЧ равном 0.41 мкм, 0.36 мкм, 0.33 мкм и 0.31 мкм отношение  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF}$  = 3 мкм)/  $\Lambda_{SF}$  составляет 13/9, 21/9, 25/9 and 23/7 и следовательно имеет место одновременный квазисинхронный режим генерации ИСЧ на указанных длинах волн и ИРЧ на длине волны равном 3 мкм. Следует отметить, что квазисинхронная генерация новых спектральных компонент ИСЧ и ИРЧ может быть обусловлена также *eee* – типом взаимодействия волн. На рис.2.3.8(b) приведены зависимости нормированных спектральных плотностей начального *x* – поляризованного импульса *E<sub>x</sub>*(*t*,*y*=*0*) (пунктирная линия) и *x* – поляризованного импульса на выходе из кристалла с РДС (сплошная линия) от длины волны.



Рис.2.3.8 Зависимости нормированных спектральных плотностей начального *x*– поляризованного импульса *E<sub>x</sub>*(*t*,*y*=0) (пунктирная линия) и *z*– поляризованного импульса на выходе из кристалла с РДС (сплошная линия) от длины волны (а) зависимости нормированных спектральных плотностей начального *x*– поляризованного импульса *E<sub>x</sub>*(*t*,*y*=0) (пунктирная линия) и *x*– поляризованного импульса на выходе из кристалла с РДС (сплошная линия) от длины волны (b).

Согласно рис.2.3.8(b) амплитуда спектральной плотности для излучений СЧ и РЧ, обусловленных смещением *x*- поляризованного и *z*- поляризованного импульсов (*oeo* – тип

взаимодейстивя волн), не превышает -100 дБ. На рис.2.3.9 показаны временные зависимости мгновенных частот *x*- поляризованного импульса, *z*- поляризованного импульса ИСЧ и *z*поляризованного импульса ИРЧ.



Рис.2.3.9 Временные зависимости мгновенных частот *х*- и *z*- поляризованных импульсов ИСЧ на выходе из кристалла с РДС.

Согласно результатам расчетов, мгновенная частота *х*-поляризованного импульса может быть аппроксимирована аналитическим выражением

 $v_x(t) = -2.46 \cdot 10^9 \cdot t^2 + 2.324 \cdot 10^{12} \cdot t - 2.2 \cdot 10^{13}$ , где время *t* учитывается в фс. Таким образом, во временном интервале от 670 фс до 770 фс мгновенная частота *x*- поляризованного импульса уменьшается от 4.3 · 10<sup>14</sup> Гц (0.698 мкм) до 3.1 · 10<sup>14</sup> Гц (0.968 мкм). Мгновенная частота *z*- поляризованного импульса до момента времени 460 фс осциллирует в окрестности частоты 7.7 · 10<sup>14</sup> Гц (0.3896 мкм), а далее начинает осциллировать в окрестности частоты 6.65 · 10<sup>14</sup> Гц (4.5113 мкм). Иначе говоря, в импульсе ИСЧ, в соответствии с дисперсией кристалла, коротковолновые компоненты во времени отстают от длинноволновых компонент. Мгновенная частота *z*- поляризованного импульса ИРЧ во временном интервале от 45 фс до 75 фс осциллирует в окрестности частоты 1·10<sup>14</sup> Гц (3 мкм), а во временном интервале от 75 фс до 91 фс начинает уменьшаться от  $1 \cdot 10^{14}$  Гц (3 мкм) до  $7.1 \cdot 10^{13}$  Гц (4.22 мкм). Эффективность генерации *z*- поляризованного ИРЧ составляет -52.67 дБ, а эффективность генерации *z*-поляризованного ИСЧ составляет -31.13 дБ. Таким образом, как видно из сравнения, эффективность генерации ИРЧ, обусловленное нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом LiNbO<sub>3</sub> с РДС на 4.2 дБ (2.5 раза) больше эффективности генерации ИРЧ, вызванной нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом LiNbO3 без РДС. Из сравнения следует также, что эффективность генерации ИСЧ, обусловленное нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом LiNbO3 с РДС на 12.5 дБ (17.8 раза) больше эффективности генерации ИСЧ, вызванной нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом *LiNbO*<sup>3</sup> без РДС. На рис.2.3.10 приведена, полученная в ходе численных расчетов, временная зависимость индекса частотной модулации  $\Delta v / \Delta \tau$  xполяризованного импульса. Там же сплошными линиями показаны границы кристалла, а пунктирными линиями показаны периоды кристалла LiNbO3 с РДС. Согласно рис.2.3.10, в начале процесса распространения импульса, когда нелинейное уширение спектра преобладает над линейным дисперсионным расплыванием индекс частотной модуляции увеличивается и достигает значения 6.91 ТГп/фс в момент времени 276.5 фс. Далее, по мере распространения, индекс частотной модуляции уменьшается и в момент времени 1100 фс достигает значения 3.04 ТГц/фс.



Рис.2.3.10 Временная зависимость индекса частотной модулации Δν/Δτ *x*- поляризованного импульса, полученная в ходе численных расчетов.

На рис.2.3.11 показаны зависимости эффективностей ү<sub>DF</sub>, ү<sub>SF</sub> генерации ИРЧ и ИСЧ соответственно от амплитуды *x*- поляризованного импульса, полученные в ходе численных расчетов. Согласно рис.2.3.11, при изменении амплитуды *x*- поляризованного импульса от 100 MB/м до 600 MB/м эффективность генерации ИСЧ на 21 дБ больше эффективности генерации ИРЧ. Как в случае взаимодействия импульса с кристаллом без РДС, так и в случае взаимодействия импульса с кристаллом без РДС, так и в случае взаимодействия с кристаллом с РДС основным фактором ограничивающим эффективности генерации ИСЧ и ИРЧ является дисперсионное расплывание импульса в кристалле.



Рис.2.3.11 Зависимости эффективностей у<sub>DF</sub>, у<sub>SF</sub> генерации ИРЧ и ИСЧ соответственно от амплитуды *x*- поляризованного импульса, полученные в ходе численных расчетов.

## Выводы второй главы

1. Приведены результаты численного интегрирования системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих генерацию ИРЧ в поле линейно *x* поляризованного импульса с центральной длиной волны 1.98 мкм, длительностью 30 фс и амплитудой электрического поля 10 MB/м, 50 MB/м и 100 MB/м, распространяющегося вдоль главной оптической оси (*z*) кристалла *GaSe* толщиной 198 мкм.

2. Показано, что длительность прошедшего *х*-поляризованного импульса практически не отличается от длительности начального импульса накачки, а в спектре генерируемого *у*-поляризованного импульса на выходе из кристалла наблюдается узкая спектральная полоса вокруг 0.99 мкм (ИСЧ) и широкая спектральная полоса в диапазоне от 5 мкм до 25 мкм (ИРЧ).

3. Получена временная зависимость мгновенной частоты *x*-поляризованного выходного импульса и показано, что она может быть аппроксимирована выражением  $v(t) = at^2 - bt + c$ , с параметрами a =  $2.85 \times 10^9 \Gamma \mu/\phi c^2$ , b =  $1.49 \times 10^{12} \Gamma \mu/\phi c$ , c =  $3.085 \times 10^{14} \Gamma \mu$ .

4. Для исследования динамического спектра у-поляризованного импульса использовано сглаженное псевдораспределение Вигнера – Вилля (СПРВВ), позволяющее уменьшить перекрестные члены в динамической спектрограмме.

5. С целью частотно-временного анализа с повышенным разрешением использовано также непрерывное вейвлет-преобразование с вейвлетом типа сомбреро.

6. Получена также зависимость эффективности генерации ИСЧ и ИРЧ от длины кристалла. Показано, что при  $E_{x0} = 100$  MB/м максимальные значения эффективности генерации ИСЧ и ИРЧ равны, соответственно,  $4.8 \times 10^{-3}$  % и  $2.7 \times 10^{-3}$  %.

7. Рассмотрено взаимодействие взаимно ортогонально линейно-поляризованных импульсов длительностью несколько оптических колебаний с равными длительностями равными 30 фс, с центральными длинами волн 1.98 мкм, и амплитудами электрических полей  $E_{z0,max} = E_{x0,max} = 200 \times 10^6$  В/м, распространяющихся вдоль оси, совпадающем с нормалью к плоскости <110>, в изотропном кристалле GaAs с РДС. Период РДС в численных расчетах варьируется от  $\Lambda_{min} = 20.89$  мкм до  $\Lambda_{max} = 53.23$  мкм, а длина кристалла варьируется от  $17\Lambda_{min}$  до  $17\Lambda_{max}$ .

8. Приведены временные зависимости мгновенной частоты ИРЧ, полученные в результате фильтрации спектрального континуума на выходе из кристалла, при разных длинах кристалла.

9. Показано что, при изменении периода  $\Lambda$  кристалла *GaAs* с РДС в диапазоне значений от 23.02 мкм до 37.29 мкм, спектральная плотность ИРЧ на выходе из кристалла с РДС в

диапазоне длин волн от 5.48 мкм до 10.12 мкм на 8 дБ больше спектральной плотности ИРЧ на выходе из кристалла без РДС.

10. Рассмотрено взаимодействие линейно-поляризованнодо импульса длительностью 10 фс, с центральной длиной волны 0.81 мкм, и амплитудой электрического поля  $E_{x0,max} = 600 \times 10^6$  В/м, распространяющегося вдоль нормали к оптической оси кристалла  $LiNbO_3$  с РДС. В расчетах значение периода  $\Lambda$  кристалла  $LiNbO_3$  с РДС выбирается равным 12.6 мкм, а длина кристалла равным  $L = 10 \times \Lambda = 126$  мкм. Выбранное значение периода кристалла с РДС соответсвует режиму квазисинхронной генерации ИРЧ на длине волны 3 мкм при *оое*- типе взаимодействия волн.

11. Показано, что спектральная плотность ИРЧ, на выходе из кристалла, монотонно возрастает в диапазоне длин волн от 1.35 мкм до 4 мкм и достигает уровня -49.77 дБ при длине волны равном 3 мкм, а в спектре ИСЧ наблюдаются дискретные спектральные линии на длинах волн 0.41мкм, 0.36 мкм, 0.33 мкм и 0.31 мкм со значениями амплитуд равными - 22.4 дБ, -30.4 дБ, -48.9 дБ и -67.9 дБ соответственно.

12. Показано, что при длинах волн ИСЧ равном 0.41 мкм, 0.36 мкм, 0.33 мкм и 0.31 мкм отношение  $\Lambda_{DF}$  ( $\lambda_{DF} = 3$  мкм)/  $\Lambda_{SF}$  составляет 13/9, 21/9, 25/9 and 23/7 и следовательно имеет место одновременный квазисинхронный режим генерации ИСЧ на указанных длинах волн и ИРЧ на длине волны равном 3 мкм.

13. Показано, что эффективность генерации *z*-поляризованного ИРЧ составляет -52.67 дБ, а эффективность генерации *z*-поляризованного ИСЧ составляет -31.13 дБ.

14. Показано, что эффективность генерации ИРЧ, обусловленное нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом  $LiNbO_3$  с РДС на 4.2 дБ (2.5 раза) больше эффективности генерации ИРЧ, вызванной нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом  $LiNbO_3$  без РДС, а эффективность генерации ИСЧ, обусловленное нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом  $LiNbO_3$  с РДС на 12.5 дБ (17.8 раза) больше эффективности генерации ИСЧ, вызванной нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом  $LiNbO_3$  с РДС на 12.5 дБ (17.8 раза) больше эффективности генерации ИСЧ, вызванной нелинейным взаимодействием импульса длительностью 10 фс с кристаллом  $LiNbO_3$  без РДС.

15. В ходе численных расчетов получена временная зависимость индекса частотной модулации  $\Delta v/\Delta \tau x$ - поляризованного импульса накачки, распространяющегося в кристалле *LiNbO<sub>3</sub>* с РДС, согласно которой в начале процесса распространения импульса накачки, когда нелинейное уширение спектра преобладает над линейным дисперсионным расплыванием индекс частотной модуляции увеличивается и достигает значения 6.91 ТГц/фс

в момент времени 276.5 фс а далее, по мере распространения, индекс частотной модуляции уменьшается и в момент времени 1100 фс достигает значения 3.04 ТГц/фс.

## ГЛАВА 3 НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕЩЕНИЯ ФАЗЫ НЕСУЩЕЙ ВОЛНЫ ИК ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ НЕСКОЛЬКО КОЛЕБАНИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ОГИБАЮЩЕЙ

## §3.1 Определение смещения фазы центральной частоты лазерного импульса длительностью нескольких колебаний относительно огибающей

В данном параграфе предлагается метод определения фазового сдвига центральной частоты лазерного импульса длительностью несколько колебаний относительно огибающей. Метод основан на генерации ИРЧ взаимо-ортогонально линейно-поляризованными лазерными импульсами, распространяющимися в кристалле GaSe с РДС. Получена зависимость длины волны ИРЧ, соответствующая максимуму спектра, от разности фаз между взаимо-ортогонально линейно-поляризованными импульсами накачки. Получены зависимости нормированных спектральных плотностей импульсов ИРЧ от разности фаз Рассматривается между импульсами накачки. случай, когда длительности взаимодействующих импульсов равны 30 фс, центральные длины волн составляют 1.98 мкм, а длина волны ИРЧ находится в диапазоне длин волн 8–12 мкм. Показано, что данный метод может быть использован для фазовой синхронизации двух фемтосекундных волоконнооптических лазеров [65, 66]. Оптические часы с низким уровнем фазовых шумов, высокой кратковременной стабильностью частоты (10<sup>-14</sup> –10<sup>-15</sup> за 1 с) и долговременной стабильностью, близкой к стабильности водородного мазера (Н – мазера), необходимы для развития частотно-временных методов измерений в радиоастрономии, навигации, для создания стандартов частоты на лазерно-охлажденных атомах (ионах) и др. В частности, в качестве задающего генератора в таких часах используется компактный двухмодовый Не-Ne лазер (с центральной длиной волны равной 3.39 мкм), стабилизированный по резонансам насыщенного поглощения/дисперсии метана (Не-Ne/CH4-OCЧ, оптический стандарт частоты) и обладающий стабильностью 10<sup>-14</sup> за 1с [67].

Для переноса высокой стабильности оптических стандартов в радиодиапазон используются фемтосекундные лазеры с пассивной синхронизацией мод. Первые оптические часы нового поколения были реализованы в [68] с помощью титан–сапфирового фемтосекундного лазера ( $\lambda = 0.8$  мкм). Спектр излучения таких лазеров состоит из "гребенки" эквидистантных оптических компонент с частотами  $f_m = m \cdot f_{rep} + f_0$ , где  $m \sim 10^6$  – целое число,  $f_{rep}$  – частота

следования импульсов,  $f_0$  – сдвиг гребенки относительно нулевой частоты. Частоты  $f_{rep}$  и  $f_0$ лежат в радиодиапазоне. Используя данное соотношение, можно установить прямую фазовокогерентную связь между оптическим диапазоном и радиодиапазоном [68]. Если частота оптического стандарта fst меньше ширины гребенки, то для установления вышеуказанной фазовой-когерентной связи используется преобразование спектра гребенки в нелинейном кристалле [69,70], где происходит генерация спектральных компонент как на суммарной, так и на разностной частотах. Если смешиваемые в нелинейном кристалле спектральные компоненты гребенки представить в виде  $f_m = m \cdot f_{rep} + f_0$  и  $f_n = n \cdot f_{rep} + f_0$ , то спектральные компоненты, соответствующие разностным частотам, где отсутствует зависимость от  $f_0$ , можно будет представить как  $f_k = k \cdot f_{rep}$  (k = m - n). При "смешивании" излучения разностной частоты (ИРЧ) с излучением оптического стандарта, когда частота сигнала биения  $f_b = f_{st}$  – kfrep лежит в радиодиапазоне, устанавливается прямая фазово-когерентная связь между оптическим диапазоном и радиодиапазоном. Оптические часы на основе He-Ne/CH<sub>4</sub>-OCЧ и фемтосекундного титан-сапфирового лазера с применением ИРЧ описаны в [70], где показана их перспективность для создания задающих радиогенераторов с низким уровнем фазовых шумов. Однако серьезные недостатки фемтосекундных титан-сапфировых лазеров (громоздкость и высокая стоимость лазера накачки, проблематичность поддержания длительной стабильной работы и т.д.) стимулировали разработку "часового механизма" для оптических часов в виде надежных и относительно недорогих фемтосекундных волоконнооптических лазеров [71]. В данном параграфе предлагается метод определения фазового сдвига центральной частоты лазерного импульса длительностью несколько колебаний относительно огибающей. Предлагаемый метод основан на генерации ИРЧ взаимно ортогонально линейно-поляризованными лазерными импульсами, распространяющимися в кристалле GaSe с РДС. Рассматривается случай, когда длительности взаимодействующих импульсов равны 30 фс, центральные длины волн составляют 1.98 мкм, а длина волны ИРЧ находится в диапазоне длин волн 8-12 мкм. В качестве оптического стандарта fst для системы фазовой привязки в предлагаемом методе, в частности, может быть использован CO<sub>2</sub> лазер [72]. Предложенный метод может быть использован для фазовой синхронизации двух лазеров, когда частота биений между лазерами устанавливается равной частоте оптического стандарта.

Ниже в приближении однонаправленных волн описывается процесс распространения линейно-поляризованных лазерных импульсов с длительностью нескольких периодов в кристалле GaSe с РДС. Рассмотрим случай, когда линейно-поляризованные лазерные импульсы с плоскими волновыми фронтами и с взаимо-ортогональными плоскостями

поляризации  $E_x$  и  $E_y$  распространяются вдоль оси *z*, совпадающей с оптической осью *Z* ([001]) в анизотропном кристалле GaSe с РДС (рис.3.1.1). Как видно из рис.3.1.1, импульс  $E_x$  поляризован вдоль кристаллической оси *X* ([100]), а импульс  $E_y$  – вдоль *Y* ([010]).



Рис.3.1.1 Анизотропный кристалл GaSe с периодической доменной структурой .

В рассматриваемой геометрии импульсы накачки  $E_x$  и  $E_y$  соответствуют волнам с обыкновенной поляризацией. Волновые уравнения для  $E_x$  и  $E_y$  полей можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 E_{x,(y)}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_{x,(y)}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{L,x,(L,y)}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{NL,x,(NL,y)}}{\partial t^2} \quad , \tag{3.1.1}$$

где  $P_{L,x}$ ,  $P_{L,y}$  – линейные части поляризации среды,  $P_{NLxz}$ ,  $P_{NL,y}$  – нелинейные части поляризации среды. Линейный отклик среды для волн с *x*– и *y*– поляризациями определяется следующими выражениями

$$P_{Lx,Ly}(\omega) = \chi_o^{(1)}(\omega) E_{x,y}(\omega) \quad , \qquad (3.1.2)$$

где  $\chi_{o}^{(1)}(\omega)$  – линейная восприимчивость среды для обыкновенной волны.

Линейная восприимчивость GaSe для обыкновенной волны в спектральном диапазоне 0.62–20 мкм при температуре T=293K, может быть, согласно [50], представленна в виде

$$\chi_{x}^{(1)}(\omega) = \chi_{y}^{(1)}(\omega) = \chi_{o}^{(1)}(\omega) = n_{o}^{2}(\omega) - 1 = a_{0} + \frac{b_{0}\omega^{2}}{(2\pi c)^{2} - c_{0}\omega^{2}} - d_{0}\frac{(2\pi c)^{2}}{\omega^{2}}$$
(3.1.3)

где  $a_o = 6.4437$   $b_o = 0.3757 c_o = 0.1260$  и  $d_o = 0.00154$ .

При выбранной геометрии нелинейная поляризация среды, обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, в квазистатическом приближении может быть представленна в виде

$$P_{xNL}(t) = -2\varepsilon_0 d_{22}(z) E_x(t) E_y(t) \quad (3.1.4a), \quad P_{yNL}(t) = -\varepsilon_0 d_{22}(z) E_x^2(t) + \varepsilon_0 d_{22}(z) E_y^2(t) \quad , \quad (3.1.4b)$$

где  $d_{22} = 54 \text{ пм/B} - \text{коэффициент нелинейной восприимчивости кристалла GaSe. Тензор <math>d_{22}$  определяется через соответствующую компоненту тензора нелинейной восприимчивости  $\chi^{(2)}$  как  $d_{22} = \chi^{(2)}_{XXY}/2$ , где X и Y кристаллографические оси кристалла. Согласно (3.1.4), ИРЧ в кристалле будет поляризовано вдоль осей x и y, т.е. будет соответствовать обыкновенной волне. Рассмотрим случай, когда спектры фемтосекундного лазерного излучения и ИРЧ лежат ниже частот электронного резонансного поглощения среды, но выше ионных резонасных частот. При выполнении данного условия коэффициент преломления среды, определяемый в соответствии с (3.1.3), может быть представлен в виде ряда

$$n_{\rm ap}(\omega) = \alpha + \beta c \omega^{2} + \gamma c \omega^{4} - \frac{\theta \cdot c}{\omega^{2}},$$

$$\alpha = \sqrt{a_{0}}, \quad \beta = \frac{b_{\rm co}}{2c\sqrt{a_{0}}} \frac{1}{\omega_{\rm ar}^{2}}, \quad \gamma = \frac{b_{\rm co}}{2c\sqrt{a_{0}}} \frac{1}{\omega_{\rm ar}^{4}}, \quad \theta = \frac{d_{o} \cdot (2\pi c)^{2}}{2c\sqrt{a_{0}}},$$

$$(3.1.5)$$

$$\sigma_{\rm ar} = \frac{2\pi \cdot c}{\sqrt{c}}.$$

где  $b_{co} = \frac{b_o}{c_o}$ ,  $\omega_{ar} = \frac{2\pi \cdot c}{\sqrt{c_o}}$ 

В периодических доменных структурах на границах разделов доменов происходит периодическое изменение знака квадратичной восприимчивости, что создает условия для конструктивной интерференции сигнальной и холостой волн в объемных кристаллах с произвольными дисперсионными характеристиками. Нелинейная восприимчивость для периодически поляризованных кристаллов может быть представленна в виде [39]

$$d_{22}(z) = d_{22} \sum_{m=0}^{M} \frac{\sin\left(2\pi z [2m+1]/\Lambda\right)}{(2m+1)} \frac{\sin\left[\pi (m+1)/M\right]}{\pi (m+1)/M} , \qquad (3.1.6)$$

где  $\Lambda$  – значение периода периодической доменной структуры, m = 0, 1, 2, ... M и M – количество слагаемых в сумме (3.1.6). Очевидно, что в данном случае нелинейная поляризация среды, обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, также будет периодической функцией от координаты. Выбор значения периода, с учетом рассматриваемой геометрии задачи, определяется из условий выполнения законов сохранения энергии и импульса

$$\frac{1}{\lambda_{p}} = \frac{1}{\lambda_{s}} + \frac{1}{\lambda_{IR}},$$

$$\frac{n_{o}(\lambda_{p})}{\lambda_{p}} = \frac{n_{o}(\lambda_{s})}{\lambda_{s}} + \frac{n_{o}(\lambda_{IR})}{\lambda_{IR}} + \frac{1}{\Lambda}$$
(3.1.7)

где λ<sub>p</sub> и λ<sub>s</sub> – коротковолновая и длинноволновая спектральные компоненты в пределах ширины спектра лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний,

нелинейное взаимодействие которых в квадратичной нелинейной среде может привести к генерации ИРЧ  $\lambda_{IR}$ . В периодической доменной структуре фазовый квазисинхронизм осуществляется для всех пар коротковолновых и длинноволновых спектральных компонент, для которых выполняются условия (3.1.7). При этом кроме спектральных компонент, находящихся в пределах ширины спектра начального импульса, следует учитывать также и вновь образовавшиеся спектральные компоненты, генерируемые в результате нелинейного взаимодействия начального импульса со средой. В частности, для лазерного импульса с гауссовским временным профилем и длительностью  $\tau_0 = 30$  фс на центральной длине волны  $\lambda_0 = 1.98$  мкм с шириной спектра  $\Delta v = \sqrt{2 \ln 2} / \pi_0 = 24.99$  ТГц ( $\Delta \lambda = 329$  нм). На рис.3.1.2(a) показана зависимость периода  $\Lambda$  от длины волны ИРЧ для коротковолновой и длинноволновой спектральных компонент  $\lambda_p = \lambda_0 - 0.82\Delta\lambda = 1.71$  мкм и  $\lambda_s = \lambda_0 + 0.03\Delta\lambda = 1.99$  мкм, соответственно. На рис.3.1.2(б) представлена также зависимость периода  $\Lambda$  от длины волны ИРЧ для компонент  $\lambda_p = \lambda_0 - 0.82\Delta\lambda = 1.71$  мкм и  $\lambda_s = \lambda_0 + 0.03\Delta\lambda = 0.082\Delta\lambda = 1.71$  мкм и  $\lambda_s = \lambda_0 + 0.03\Delta\lambda = 2.17$  мкм соответственно.



Рис.3.1.2 Зависимость периода  $\Lambda$  от длины волны ИРЧ для коротковолновой и длинноволновой спектральных компонент  $\lambda_p = \lambda_o - 0.82 \Delta \lambda = 1.71$  мкм и  $\lambda_s = \lambda_o + 0.03 \Delta \lambda =$ 

1.99 мкм, соответственно (а), зависимость периода  $\Lambda$  от длины волны ИРЧ для коротковолновой и длинноволновой спектральных компонент  $\lambda_p = \lambda_o - 0.82\Delta\lambda = 1.71$  мкм и  $\lambda_s = \lambda_o + 0.58\Delta\lambda = 2.17$  мкм (б) соответственно.

Как показано в §1.3 [30], в приближении однонаправленных волн при взаимодействии лазерного импульса с длительностью в нескольких колебаний с нелинейной средой в режиме слабо выраженной материальной дисперсии волновые уравнения (3.1.1) в нормированном виде с учетом (3.1.5) могут быть представленны в виде

$$\frac{\partial \Phi_x}{\partial \xi} - \frac{\partial^3 \Phi_x}{\partial \eta^3} + A \frac{\partial^5 \Phi_x}{\partial \eta^5} + B \int_{-\infty}^{\eta} \Phi_x d\eta' - 4\pi C(\xi) \Phi_x \frac{\partial \Phi_y}{\partial \eta} - 4\pi C(\xi) \Phi_y \frac{\partial \Phi_x}{\partial \eta} = 0, \qquad (3.1.8)$$

$$\frac{\partial \Phi_{y}}{\partial \xi} - \frac{\partial^{3} \Phi_{y}}{\partial \eta^{3}} + A \frac{\partial^{5} \Phi_{y}}{\partial \eta^{5}} + B \int_{-\infty}^{\eta} \Phi_{y} d\eta' - 4\pi C(\xi) \Phi_{x} \frac{\partial \Phi_{x}}{\partial \eta} + 4\pi C(\xi) \Phi_{y} \frac{\partial \Phi_{y}}{\partial \eta} = 0.$$
(3.1.9)

где

$$\tau = t - \frac{\alpha \cdot z}{c}, \eta = 2\pi \frac{\tau}{T_0} = \omega_0 \tau, T_0 = \frac{c}{\lambda_0}, \xi = z\beta^I = z\omega_0^3\beta, \Phi_y = E_y/E_{0\text{max}}, \quad \Phi_x = E_x/E_{0\text{max}},$$
$$A = \omega_0^2 \frac{\gamma}{\beta}, B = \frac{1}{\omega_0^4} \frac{\theta}{\beta}, C(\xi) = \frac{1}{c\omega_0^2} \frac{\widetilde{d}_{22}(\xi)}{\alpha \cdot \beta}$$

107

 $\tilde{d}_{22}(\xi) = d_{22}(\xi) E_{0\text{max}}$ ,  $E_{0\text{max}}$  – максимальное значение амплитуды электрического поля.

Согласно [30], в уравнениях (3.1.8) и (3.1.9) коэффициент А определяется отношением длины дисперсионного расплывания, обусловленного дисперсией второго порядка, к длине дисперсионного расплывания, обусловленного дисперсией четвертого порядка. Коэффициент В определяется отношением длины дисперсионного расплывания, обусловленной дисперсией второго порядка к длине дисперсионного расплывания, обусловленного ионным линейным поляризационным откликом. Коэффициент С определяется отношением длины дисперсионного расплывания, обусловленного дисперсией второго порядка к характеристеческой длине нелинейного взаимодействия. При  $\lambda_0 = 1.98$ мкм и температуре  $t = 23^{\circ}$ C для кристалла GaSe длина дисперсионного расплывания, обусловленного дисперсией второго порядка,  $L_{d2} = 1/(v_a^3\beta) = 4.44$  мм, а длина дисперсионного расплывания, обусловленного дисперсией четвертого порядка,  $L_{d4} = 1/(v_o^5 \gamma)$ = 5.45 м, (A =  $L_{d2}/L_{d4}$  = 0.81×10<sup>-3</sup>), B = 0.063. Для  $E_{0max}$  = 100 MB/м характерная длина нелинейного взаимодействия  $L_n = L_{d2}/C = 1.0$ . Начальные условия для численного решения системы уравнений (3.1.8) и (3.1.9) выбираются в виде

 $\Phi_{x}(\xi=0,\eta) = \Phi_{x0} \exp(-\eta^{2}/\tau_{p}^{2}) \cos(\eta), \quad \Phi_{y}(\xi=0,\eta) = \Phi_{y0} \exp(-\eta^{2}/\tau_{p}^{2}) \cos(\eta-\delta \varphi), \quad (3.1.10)$ 

где  $\Phi_{y0} = \Phi_{x0} = \Phi_0$  – начальные нормированные значения амплитуд импульсов с *y*- и *x*поляризациями соответственно,  $2\tau_p = 30$  фс - длительность импульсов,  $\delta \phi$  – разность фаз между взаимодействующими импульсами. Максимальное значение начальной амплитуды импульсов выбиралось равным 100 МВ/м. В ходе численного эксперимента исследуется зависимость как смещения максимума спектра ИРЧ, так и соотношения спектральных плотностей взаимно ортогонально поляризованных импульсов ИРЧ от фазового сдвига между взаимодействущими импульсами (3.1.10). Выбор значения длины волны ИРЧ при бо = 0 определяется выбором величины периода Л регулярной доменной структуры в соответствии с (3.1.7). Значение периода А регулярной доменной структуры выбирался равным 304 мкм и 152 мкм, что соответствуют квазисинхронной генерации ИРЧ на длинах волн 11.87 мкм и 8 мкм, соответственно. При Л =304 мкм количество периодов рассматриваемой доменной структуры выбиралось равным 11, а при 152 мкм – 15. Выбор длины нелинейного кристалла и максимального значения амплитуды поля лазерного импульса определяется условием применимости метода однонаправленных волн [30]. Что касается граничных условий системы уравнений (3.1.8) и (3.1.9), то ими можно пренебречь, так как переменная  $\eta$  меняется в бесконечной области  $-\infty \le \eta \le \infty$ , а изменения решения
происходят на конечном интервале по  $\eta$ . Решения (3.1.8) и (3.1.9) рассматриваются в прямоугольнике  $0 \le \xi \le L$  и  $0 \le \eta \le T$ , ограниченном прямыми  $\eta_m = m \cdot h$  (m = 0,1,2, ..., M), где h = T/M и  $\xi_n = n \cdot k$  (n = 0,1,2, ..., N), где k = L/N. В [30] достаточно подробно описана численная схема решения системы уравнений (3.1.8) и (3.1.9), основанная на использовании метода прямых [33]. Относительная погрешность в ходе вычислений была выбрана равной  $10^{-6}$ .

Рассмотрим результаты численного интегрирования системы уравнений (3.1.8) и (3.1.9) методом прямых с начальными условиями (3.1.10). В ходе численного интегрирования для определения зависимостей спектральных распределений взаимно ортогонально поляризованных импульсов ИРЧ на выходе кристалла от разности фаз  $\delta \phi$  между взаимодействующими импульсами накачки на входе кристалла проводилась спектральная фильтрация электрических полей *x*-и *y*-поляризованных импульсов на выходе с помощью фильтра низких частот с коэффициентом пропускания

$$H(f) = \frac{1}{1 + (f/f_c)^4} , \qquad (3.1.11)$$

где  $f_c = 85.71$  ТГц – частота среза фильтра, соответствующая длине волны  $\lambda_c = c/f_c = 3.5$  мкм. Согласно (3.1.4a) и (3.1.10), при равных амплитудах x– и y– поляризованных взаимодействующих импульсов спектр нелинейной поляризации среды при  $\delta \phi = 0$ определяется следующим образом

$$\widetilde{P}_{xNL}(\omega) \propto \widetilde{F}(\omega) + \widetilde{F}(\omega - 2\omega_0)$$
 (3.1.12a),

$$\widetilde{P}_{yNL}(\omega) = 0 \tag{3.1.126},$$

а при  $\delta \phi = \pi/2$ 

$$\widetilde{P}_{xNL}(\omega) \propto \widetilde{F}(\omega - 2\omega_0)$$
 (3.1.13a),

$$\widetilde{P}_{yNL}(\omega) \propto \widetilde{F}(\omega - 2\omega_0)$$
 (3.1.136),

где  $\widetilde{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-2\frac{t^2}{\tau_0^2}\right) \exp\left(-j\omega t\right) d\omega$  – Фурье образ огибающей начального импульса.

Согласно (3.1.12а) и (3.1.12б), при  $\delta \phi = 0$  после процесса спектральной фильтрации спектр сгенерированной в среде *x*- поляризованной нелинейной поляризации будет сосредоточен в окрестности низких частот и отличен от нуля, а спектр сгенерированной в среде *y*- поляризованной нелинейной поляризации равен нулю. Согласно (3.1.13а) и (3.1.13б), при  $\delta \phi = \pi/2$  спектры *x*- и *y*- поляризованных, сгенерированных в среде излучений будут равны нулю. На рис.3.1.3 показаны нормированные временные профили *x*- и *y*- поляризованных

взаимодействующих импульсов на выходе кристалла GaSe с регулярной периодической доменной структурой с периодом 304 мкм и количеством периодов 11 при  $\delta \phi = 0$ ,  $\delta \phi = 30^{\circ}$  и  $\delta \phi = 60^{\circ}$ , соответственно. На рис.3.1.4 показаны временные профили импульсов ИРЧ в увеличенном масштабе. Согласно рис.3.1.4, при  $\delta \phi = 0$  максимум абсолютного значения электрического поля *у*– поляризованного импульса ИРЧ составляет 0.03, при  $\delta \phi = 30^{\circ}$  и  $\delta \phi = 60^{\circ}$  соответственно 0.21 и 0.23. При изменении  $\delta \phi$  от 0 до 60° максимум абсолютного значения электрического поля *x*– поляризованного импульса ИРЧ уменьшается от 0.7 до 0.4.



Рис.3.1.3 Нормированные временные профили *x*-и *y*-поляризованных взаимодействующих импульсов на выходе кристалла GaSe с регулярной периодической доменной структурой с периодом 304 мкм и количеством периодов 11 при δφ = 0, δφ = 30° и δφ = 60°, соответственно.



Рис.3.1.4 Временные профили импульсов ИРЧ в увеличенном масштабе.

Зависимости нормированных спектральных плотностей x– и y– поляризованных излучений на выходе кристалла от длины волны, при значениях разности фаз  $\delta \phi = 0$ ,  $\delta \phi = 30^{\circ}$  и  $\delta \phi = 60^{\circ}$  представлены на рис.3.1.5a, b, и с соответственно. Там же показаны зависимости нормированных спектральных плотностей x– и y– поляризованных излучений в диапазоне длин волн от 4 мкм до 18 мкм, полученные в результате спектральной фильтрации (рис. 3.1.5d,e,f). Как видно из рис.3.1.5, амплитуда спектра x– поляризованного излучения больше амплитуды спектра y– поляризованного излучения и при увеличении разности фаз от 0° до 60° разность между амплитудами спектральных плотностей, выраженная в децибелах, на длине волны 11.87 мкм уменьшается от –34 dB до –9 dB. Значение длины волны инфракрасного излучения 11.87 мкм соответствует длине волны, для которой в рассматриваемой доменной структуре выполняется условие квазисинхронной генерации.



Рис.3.1.5 Зависимости нормированных спектральных плотностей x-и y-поляризованных излучений на выходе кристалла от длины волны, при значениях разности фаз  $\delta \phi = 0$ ,  $\delta \phi = 30^{\circ}$  и  $\delta \phi = 60^{\circ}$  соответственно.

На рис.3.1.6 приведены зависимости нормированных спектральных плотностей для *x*-и *y*-поляризованных импульсов ИРЧ *S<sub>xIR</sub> / S<sub>xmax</sub>* и *S<sub>yIR</sub> / S<sub>ymax</sub>* от разности фаз, где

$$S_{xIR,yIR}(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{E}_{x,y}(f) H(f) \exp(-j2\pi f t) df \right|, \qquad (3.1.14a)$$

$$S_{x,y}(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{E}_{x,y}(f) \exp(-j2\pi f t) df \right| \qquad (3.1.146)$$

 $\tilde{E}_{x,y}(f)$  – Фурье образ х– ( у– ) поляризованного импульса, H(f) – коэффициент пропускания фильтра (3.1.11). Согласно рис.3.1.6, при изменении разности между взаимодействующими импульсами в пределах от 0 до –45° и от 0 до 45° существует однозначное соответствие между величиной разности фаз и нормированной спектральной плотностью как для *x* – так и для *y* – поляризованных импульсов ИРЧ. Как видно из рис.3.1.6, максимум эффективности генерации *x* – поляризованного ИРЧ составлет 16.3×10<sup>-3</sup>, а для *y* – поляризованного ИРЧ – 6.12×10<sup>-3</sup>.



Рис.3.1.6 Зависимости нормированных спектральных плотностей для *x*- и *y*- поляризованных импульсов ИРЧ от разности фаз.

На рис.3.1.7 показана зависимость длины волны ИРЧ, соответствующая максимуму спектра для x - u y - поляризованных импульсов ( $\Lambda_{xIR}$ ,  $\Lambda_{yIR}$ ) от разности фаз. Согласно рис.3.1.7, при изменении  $|\delta \phi|$  от 0 до 45°  $\Lambda_{xIR}$  изменяется от 15.1 мкм до 16 мкм. Иначе говоря, при изменении  $|\delta \phi|$  от 0 до 45° для x – поляризованного импульса ИРЧ существует однозначное соответствие между значением величины  $\Lambda_{xIR}$  и разностью фаз. При изменении  $|\delta \phi|$  от 0 до 2°  $\Lambda_{yIR}$  изменяется от 3 мкм до 12 мкм. При изменении  $|\delta \phi|$  от 2° до 60°  $\Lambda_{yIR}$  изменяется от 12 мкм до 14 мкм. Уменьшение длины волны  $\Lambda_{yIR}$  при изменении  $|\delta \phi|$  от 0 до 2° определяется тем, что при  $\delta \phi = 0$  спектр сгенерированной в среде y – поляризованной нелинейной поляризации в окрестности низких частот равен нулю. При "смешивании" x – поляризованного ИРЧ на длинах волн от 15.1 мкм до 16 мкм с излучением одномодового квантово-каскадного лазера, работающего при комнатной температуре на длине волны 16 мкм [73], частота сигнала биений будет находиться в радиодиапазоне и будет пропорциональна разности фаз между взаимодействующими импульсами.



Рис.3.1.7 Зависимость длины волны ИРЧ, соответствующая максимуму спектра для *x*-и *y*-поляризованных импульсов ( $\Lambda_{xIR}$ ,  $\Lambda_{yIR}$ ) от разности фаз.

Это позволит установить прямую фазово-когерентную связь между частотой сигнала биений и разностью фаз взаимно ортогонально поляризованных импульсов (3.1.10), которая может быть использована для фазовой синхронизации двух волоконно-оптических фемтосекундных лазеров, один из которых является частотно-стабилизированным [74, 75]. В соответствии с вышеизложенным, при  $|\delta \phi| \le 2^\circ$  для установления прямой фазово-когерентной связи между частотой синхронизированного лазера и частотой ИРЧ в качестве синхронизированного лазера следует использовать перестраиваемый источник, генерирующий в диапазоне длин волн от 2.5 мкм до 16 мкм. Перейдем к рассмотрению результатов численного моделирования для случая, когда рассматривается процесс генерации ИРЧ взаимно ортогонально линейно-поляризованными лазерными импульсами, распространяющимися в кристалле GaSe с регулярной периодической доменной структурой с периодом Л равным 152 мкм и соответствующим квазисинхронной генерации ИРЧ на длине волны 8 мкм. Количество периодов рассматриваемой доменной структуры выбиралось равным 15. Как показано в приложении для рассматриваемой структуры эффективность генерации ИРЧ с *х*поляризацией составляет 11.4×10<sup>-3</sup> а с у- поляризацией – 16.2×10<sup>-4</sup>. На рис.3.1.8 показаны нормированные временные профили *х*– и *у*– поляризованных взаимодействующих импульсов ИРЧ, сформированные на выходе из кристалла GaSe с регулярной периодической

доменной структурой с периодом  $\Lambda = 152$  мкм и количеством периодов 15 при  $\delta \varphi = 0$ ,  $\delta \varphi = 30^{\circ}$  и  $\delta \varphi = 60^{\circ}$ , соответственно. Как видно из рис.3.1.8, при  $\delta \varphi = 0$  максимум абсолютного значения электрического поля *y*– поляризованного импульса ИРЧ составляет 0.01, при  $\delta \varphi = 30^{\circ}$  и  $\delta \varphi = 60^{\circ}$  соответсвенно 0.03 и 0.02. Согласно рис.3.1.8, при изменении  $\delta \varphi$  от 0 до  $60^{\circ}$  максимум нормированного значения электрического поля *x*– поляризованного импульса ИРЧ уменьшается от 0.344 до 0.328. На рис.3.1.9 показана зависимость отношения спектральной плотности излучения на выходе низкочастотного фильтра к максимуму спектральной плотности излучения до фильтра  $S_{xIR}$  /  $S_{xmax}$  и  $S_{yIR}$  /  $S_{ymax}$  для *x*– и *y*– поляризованных импульсов, соответственно, от разности фаз. Согласно рис.3.1.9, максимум эффективности генерации *x*– поляризованного ИРЧ составлет 11.4×10<sup>-3</sup>, а для *y*– поляризованного ИРЧ – 16.2×10<sup>-4</sup>.



Рис.3.1.8 Нормированные временные профили *x*– и *y*– поляризованных взаимодействующих импульсов ИРЧ, сформированные на выходе из кристалла GaSe с регулярной периодической доменной структурой с периодом  $\Lambda = 152$  мкм и количеством периодов 15 при  $\delta \phi = 0$ ,  $\delta \phi = 30^{\circ}$  и  $\delta \phi = 60^{\circ}$ , соответственно.



Рис.3.1.9 Зависимость отношения спектральной плотности излучения на выходе низкочастотного фильтра к максимуму спектральной плотности излучения до фильтра S<sub>xIR</sub> / S<sub>xmax</sub> и S<sub>yIR</sub> / S<sub>ymax</sub> для *x*- и *y*- поляризованных импульсов, соответственно, от разности фаз.

На рис.3.1.10 показана зависимость длины волны ИРЧ, соответствующая максимуму спектральной плотности x-(y-) поляризованного импульса  $\Lambda_{xIR}$  ( $\Lambda_{yIR}$ ) от разности фаз. Согласно рис.3.1.10, при изменении  $|\delta \phi|$  от 0 до 45°  $\Lambda_{xIR}$  изменяется от 7.94 мкм до 8.3 мкм. Иначе говоря, при изменении  $|\delta \phi|$  от 0 до 45° для x- поляризованного импульса ИРЧ существует однозначное соответствие между значением величины  $\Lambda_{xIR}$  и разностью фаз. При изменении  $|\delta \phi|$  от 0 до 2°  $\Lambda_{yIR}$  изменяется от 2.205 мкм до 7.267 мкм. При изменении  $|\delta \phi|$  от 2° до 60°  $\Lambda_{yIR}$  изменяется от 7.267 мкм до 7.436 мкм. В соответствии с вышеизложенным, при  $|\delta \phi| \le 2°$  для установления прямой фазово-когерентной связи между частотой синхронизированного лазера и частотой ИРЧ, в качестве синхронизированного лазера следует использовать перестраиваемый источник, генерирующий в диапазоне длин волн от 2.0 мкм до 8 мкм.



Рис.3.1.10 Зависимость длины волны ИРЧ, соответствующая максимуму спектральной плотности *x*-(*y*-) поляризованного импульса  $\Lambda_{xIR}$  ( $\Lambda_{vIR}$ ) от разности фаз.

При "смешивании" *x*- поляризованного ИРЧ на длинах волн от 7.94 мкм до 8.30 мкм с излучением одномодового квантово-каскадного лазера, работающего при комнатной температуре на длине волны 8 мкм [76], частота сигнала биений будет находится в радиодиапазоне и будет пропорциональна разности фаз между взаимодействующими импульсами.

## §3.2 Нелинейно-оптическое преобразование разности фаз взаимодействующих субпикосекундных лазерных импульсов излучения в среднем ИК диапазоне в разность интенсивностей сгенерированных импульсов излучения в ближнем ИК диапазоне

В данном параграфе предлагается метод определения фазового сдвига центральной частоты субпикосекундного лазерного импульса в среднем ИК диапазоне длин волн. Метод основан на генерации излучения суммарной частоты (ИСЧ) двумя одинаково линейнополяризованными лазерными субпикосекундными импульсами накачки с разностью фаз, распространяющимися в кристалле GaSe с регулярной доменной структурой (РДС). Показано, что в поле субпикосекундного лазерного ИК импульса на центральной длине волны 9.6 мкм, распространяющегося в кристалле GaSe с РДС с периодом равным 216 мкм происходит одновременная квазисинхронная генерация второй, третьей и четвертой гармоник импульса накачки на длинах волн 4.8 мкм, 3.2 мкм и 2.4 мкм соответственно. Полученные в работе результаты могут быть использованы с целью разработки нелинейнооптического фазового коррелятора для определения фазы субпикосекундного лазерного импульса в среднем ИК диапазоне длин волн.

В последние годы исследуются возможности создания компактной техники и устройств генерации и приема электромагнитного излучения среднего ИК диапазона длин волн. Это диктуется, помимо спектроскопических и экологических проблем, также и широкими возможностями применения приёмно-передающих устройств этих диапазонов для решения важных задач военного и гражданского назначения. Среди последних важнейшим является мониторинг атмосферы, диагностика повреждений газо- и нефтепроводов, контроль аварий на производстве, медицинская хирургия и офтальмология, тепловидение с повышенным температурным контрастом, беспроводная оптическая связь и другие. По существу, атмосферы – единственная лазерный мониторинг возможность быстрого, как дистанционного, так и локального мониторинга загрязнений. И в этом отношении средний ИК диапазон является уникальной областью спектра. Прежде всего, в этом диапазоне расположены «окна» прозрачности атмосферы (3-5 мкм, 8-12 мкм и др.) и различные источники теплового излучения. Кроме того, в среднем ИК диапазоне лежат линии поглощения колебательных переходов - "маркеров", характерных «отпечатков пальцев» разнообразных молекул. Это даёт возможность дистанционного определения по спектрам поглощения (абсорбционная спектроскопия) и рассеяния, в частности, сложных органических молекул -загрязнителей атмосферы, содержащих С-Н, С-N и N-O связи.

Излучение среднего ИК диапазона в «окнах» прозрачности менее подвержено влиянию погодных условий или рассеянию, чем излучения ближнего ИК, видимого или ультрафиолетового диапазонов. В абсорбционной спектроскопии, относящейся к числу оптических методов, выделяются два метода: фотоэлектрический и фотографический. В фотоэлектрическом методе фотоприемным устройством, преобразующим световой сигнал в электрический, регистрируется небольшой спектральный интервал, как правило, соответствующий одной линии. Перестройка длины волны излучения в подобных системах нужна, чтобы увеличить чувствительность при анализе загрязнений за счет свипирования частоты лазера через линию поглощения исследуемого вещества. Один из путей решения проблем мониторинга создание мощных оптических перестраиваемых сред параметрических генераторов на основе твердотельных лазеров и преобразования частоты в нелинейных кристаллах, что позволяет в принципе осуществить дистанционный мониторинг на больших трассах (1 км и более). В фотографическом методе абсорбционной спектроскопии, где в качестве зондирующего излучения используется импульсное широкополосное ИК излучение, временное разрешение несколько ниже, чем в фотоэлектрическом методе и определяется длительностью широкополосного ИК излучения. Фотографический метод получил применение из-за возможности получения большего обьема информации. Кроме данных, представляющих непосредственный спектроскопический интерес, широкополосная регистрация поглощения может дать возможность независимого определения температуры поглощающей среды, например, по относительной интенсивности линии. Значительный интерес представляет средняя ИК область спектра, в которой лежат линии поглощения, соответствующие колебательновращательным переходам молекул среды. Возможности продвижения фотографическогонестационарного метода абсорбционной спектроскопии в среднюю ИК область связаны с внедрением нелинейно-оптических методов. Прогресс В области генерации субпикосекундных лазерных импульсов в среднем ИК диапазоне длин волн определяется также применением нелинейно-оптических методов[49,77-85]. Нелинейная оптика дает как получения широкополосного импульса ИК возможности излучения, так и широкополосной регистрации ИК спектров. Получение широкополосного ИК излучения возможно в нелинейно-оптических кристаллах в процессе генерации излучения на разностной частоте (ИРЧ) (даун конверсия) в поле фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ). При нелинейном взаимодействии ФЛИ с нелинейным кристаллом, из широкого спектра ФЛИ выделяются множество пар частотных компонент, смешение которых приводит к генерации широкополосного ИК излучения. Применение нелинейно-оптических

кристаллов с регулярной доменной структурой (РДС) позволяет реализовать условия фазового синхронизма взаимодействующих волн для генерации излучения на разностной частоте (ИРЧ) практически в любых, в том числе в изотропных (но не центросимметричных) кристаллических средах за счет компенсации сдвига обобщенной фазы при переходе от одного домена к другому (так называемый "квазисинхронизм") [21]. Для субпикосекундных лазерных импульсов излучения в среднем ИК диапазоне длин волн создание нелинейнооптических методов определения смещения фазы несущей частоты относительно огибающей имеет весьма важное практическое значение в таких фундаментальных и прикладных задачах как нестационарная ИК спектроскопия многоатомных молекул, абсорбционная спектроскопия, исследование процессов возбуждения и релаксации многоатомных молекул, изучение физики узкозонных полупроводников и разработка импульсных лазеров в среднем ИК диапазоне длин волн со стабилизацией фазы. В настоящей работе предлагается нелинейно-оптический фазовый коррелятор для определения фазы субпикосекундного лазерного импульса в среднем ИК диапазоне длин волн, основанный на генерации излучения суммарной частоты в поле субпикосекундного лазерного импульса в среднем ИК диапазоне длин волн, распространяющегося в среде с РДС.

В настоящем параграфе, на основе нелинейных систем уравнений Максвелла, рассматривается процесс влияния разности фаз между двумя одинаково линейнополяризованными субпикосекундными лазерными импульсами в среднем ИК диапазоне длин волн, распространяющихся в кристалле GaSe с РДС, на эффективность генерации излучения на суммарной частоте. Рассмотрим одинаковые линейно-поляризованные лазерные импульсы с плоскими волновыми фронтами, с компонентами электромагнитного поля ( $E_{x1}$ ,  $E_{x2}$ ) и ( $H_{z1}$ ,  $H_{z2}$ ) распространяющимися вдоль главной оптической оси (z-срез) кристалла GaSe точечной группы 62*m* с РДС (рис.3.1.1). При этом между рассматриваемыми импульсами существует некоторая разность фаз. Благодаря нелинейной поляризации среды в процессе распространения импульсов генерируются также компоненты поля Е<sub>у</sub> и H<sub>x</sub>. Как видно из рис.3.1.1 направление распространения импульсов совпадает с оптической осью Z ( [001]), анизотропного кристалла GaSe, E<sub>v</sub> импульс поляризован вдоль кристаллической оси Y ([010]) а  $E_x$  импульс – вдоль X ([100]). В рассматриваемой геометрии импульсы ( $E_{x1}, E_{x2}$ ) и Е<sub>у</sub> соответствуют волнам с обыкновенной поляризацией. В этом случае система уравнений Максвелла, описывающих данный процесс, может быть представлена в виде

$$\frac{\partial D_{y}}{\partial t} = \frac{\partial H_{x}}{\partial z}, \qquad \qquad \frac{\partial D_{x}}{\partial t} = -\frac{\partial H_{y}}{\partial z}, \\
\frac{\partial H_{x}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_{0}} \cdot \frac{\partial E_{y}}{\partial z}, \qquad (3.2.1), \qquad \frac{\partial H_{y}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_{0}} \cdot \frac{\partial E_{x}}{\partial z}, \\
E_{y} = \frac{D_{y} - P_{yL} - P_{yNL}}{\varepsilon_{0}} \qquad E_{x} = \frac{D_{x} - P_{xL} - P_{xNL}}{\varepsilon_{0}}$$

где  $D_x$ ,  $D_y$  – компоненты электрической индукции,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – проницаемости вакуума, а  $P_{xL}$ ,  $P_{yL}$ ,  $P_{xNL}$  и  $P_{yNL}$  – соответственно, линейная и нелинейная поляризации среды. Компоненты электрической индукции  $D_x$ ,  $D_y$  определяются согласно материальным уравнениям, в которых учитываются линейная дисперсия и нелинейная поляризация среды:

$$D_{x} = \varepsilon_{0} \cdot E_{x} + P_{xL} + P_{xNL} \qquad (3.2.3) \qquad D_{y} = \varepsilon_{0} \cdot E_{y} + P_{yL} + P_{yNL} \qquad (3.2.4)$$

Линейная поляризация среды может быть представлена в виде

$$P_{xL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \int_{-\infty}^t \chi_x^{(1)}(t-\tau) \cdot E_x(\tau) \cdot d\tau \quad , \quad P_{yL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \int_{-\infty}^t \chi_y^{(1)}(t-\tau) \cdot E_y(\tau) \cdot d\tau \quad . \tag{3.2.5}$$

Нелинейная поляризации оптического кристалла группы симметрии 62*m*, (GaSe), рассматривается в квазистатическом приближении:

$$P_{xNL}(t) = -2 \cdot \varepsilon_0 \cdot d_{22} \cdot E_x(t) \cdot E_y(t) \quad , \qquad (3.2.6a)$$

$$P_{yNL}(t) = -\varepsilon_0 \cdot d_{22} \cdot E_x^2(t) + \varepsilon_0 \cdot d_{22} \cdot E_y^2(t)$$
(3.2.66)

где  $d_{22} = 54$  пм/В – нелинейная восприимчивость кристалла GaSe. Согласно [49], при описании процесса генерации излучения как на суммарной так и разностной частоте в полосе прозрачности кристалла можно использовать квазистатическое приближение, соответствующее мгновенному нелинейному отклику среды. В линейной части поляризации (3.2.5) частотно-зависимые линейные восприимчивости  $\chi_x^{(1)}(\omega), \chi_y^{(1)}(\omega)$  в рассматриваемой нами геометрии определяются через показатель преломления  $n_{or}(\omega, T)$  обыкновенной волны следующим образом:

$$\chi_x^{(1)}(\omega) = \chi_y^{(1)}(\omega) = n_{or}^2(\omega) - 1$$
 (3.2.7)

Вдали от резонанса, внутри полосы прозрачности (0.62мкм – 20мкм), показатель преломления нелинейного кристалла GaSe аппроксимируется уравнением Селмейера [50], которое основано на классической лоренцовской модели атома и которое при T = 293K имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{or}(\omega) = n_{or}^2(\omega) = 7.4437 + \frac{0.3757}{4\pi^2 c^2/\omega^2 - 0.1260} - 0.00154 \cdot \frac{4\pi^2 c^2}{\omega^2}$$
(3.2.8)

121

где  $\lambda$  – длина волны (в мкм), *c* – скорость света в вакууме (в мкм/с). Согласно (3.2.8), линейные частотные функции отклика  $\chi_x^{(1)}(\omega), \chi_y^{(1)}(\omega)$  могут быть представлены в следующем виде:

$$\chi_x^{(1)}(\omega) = \chi_y^{(1)}(\omega) = a_0 + \frac{b_0 \omega^2}{(2\pi c)^2 - c_0 \cdot \omega^2} - q_0 \frac{(2\pi c)^2}{\omega^2} \qquad , \qquad (3.2.9)$$

где  $a_o = 6.4437$   $b_o = 0.3757 c_o = 0.1260$   $q_o = 0.00154$ .

С учетом трех слагаемых в (3.2.9) линейная поляризация среды во временном представлении может быть записана в виде:

$$P_{xL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{co} \cdot E_x(t) + S_x(t) + G_x(t),$$
  

$$P_{yL}(t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{co} \cdot E_y(t) + S_y(t) + G_y(t)$$
(3.2.10)

где  $\varepsilon_{co} = (a_o - b_o / c_o)$  а  $G_{x,y}(t)$ ,  $S_{x,y}(t)$  – решения обыкновенных дифференциальных уравнений

$$c_{0} \cdot \frac{\partial^{2} S_{x,y}(t)}{\partial t^{2}} + (2\pi c)^{2} S_{x,y}(t) = \varepsilon_{0} \cdot \frac{b_{o}}{c_{0}} \cdot (2\pi c)^{2} \cdot E_{x,y}(t, y),$$

$$\frac{\partial^{2} G_{x,y}(t)}{\partial t^{2}} = -\varepsilon_{0} \cdot q_{o} \cdot (2\pi c)^{2} \cdot E_{x,y}(t, y)$$

$$(3.2.11)$$

Система уравнений (3.2.11) описывает свойства линейной дисперсии среды в области прозрачности в соответствии с классической лоренцовой моделью. В РДС на границах разделов доменов происходит периодическое изменение знака квадратичной восприимчивости, что создает условия для конструктивной интерференции сигнальной и холостой волн в объемных кристаллах с произвольными дисперсионными характеристиками. Нелинейная восприимчивость для периодически поляризованных кристаллов может быть представленна в виде [21]

$$d_{22}(z) = d_{22} \sum_{m=0}^{M} \frac{\sin\left(2\pi z [2m+1]/\Lambda\right)}{(2m+1)} \frac{\sin\left[\pi (m+1)/M\right]}{\pi (m+1)/M}$$
(3.2.12)

где  $\Lambda$ -значение периода периодической доменной структуры, m = 0, 1, 2, ... M, M – количество слагаемых в сумме (3.2.12). Очевидно, что в данном случае нелинейная поляризация среды, обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, также будет периодической функцией от координаты. Выбор значения периода  $\Lambda_2$  для реализации условия квазисинхронной генерации *у*– поляризованного излучения второй гармоники (ВГ), с учетом рассматриваемой геометрии задачи, определяется из условий выполнения законов сохранения энергии и импульса

$$\frac{1}{\lambda_{S2}} = \frac{2}{\lambda_{IR}}$$

$$\frac{n_o(\lambda_{S2})}{\lambda_{S2}} = \frac{n_o(\lambda_{IR})}{\lambda_{IR}} + \frac{1}{\Lambda_2}$$
(3.2.13)

где  $\lambda_{IR}$  – центральная длина волны субпикосекундного импульса накачки в среднем ИК диапазоне длин волн,  $\lambda_{S2}$  – центральная длина волны импульса ВГ. Как видно из (3.2.6а) и (3.2.13), в рассматриваемом случае, имеет место ооо тип взаимодействия волн. Когерентная  $L_{c2} = \pi / \Delta k_2 ,$ процесса определяется длина для данного как где  $\Delta k_2 = 2\pi (n_o(\lambda_{S2})/\lambda_{S2} - 2n_o(\lambda_{IR})/\lambda_{IR})$ . При дальнейшем *ооо* типе взаимодействии *x*поляризованного субпикосекундного ИК импульса накачки с у- поляризованным импульсом ВГ происходит генерация х- поляризованного излучения третьей гармоники. Выбор значения периода  $\Lambda_3$ для реализации условия квазисинхронной генерации *v*– поляризованного излучения третьей гармоники (ТГ), определяется из условий выполнения законов сохранения энергии и импульса

$$\frac{1}{\lambda_{S3}} = \frac{1}{\lambda_{S2}} + \frac{1}{\lambda_{IR}}$$

$$\frac{n_o(\lambda_{S3})}{\lambda_{S3}} = \frac{n_o(\lambda_{S2})}{\lambda_{S2}} + \frac{n_o(\lambda_{IR})}{\lambda_{IR}} + \frac{1}{\Lambda_3}$$
(3.2.14)

где  $\lambda_{S3}$  – центральная длина волны импульса ТГ. Когерентная длина для данного процесса определяется как  $L_{c3} = \pi/\Delta k_3$ , где  $\Delta k_3 = 2\pi (n_o(\lambda_{S3})/\lambda_{S3} - n_o(\lambda_{S2})/\lambda_{S2} - n_o(\lambda_{IR})/\lambda_{IR})$ . Выбор значения периода  $\Lambda 4$  для реализации условия квазисинхронной генерации у-поляризованного излучения четвертой гармоники (ЧГ), обусловленной ооо типом взаимодействия волн, (см. второе слагаемое в (3.2.66)) определяется из условий

$$\frac{1}{\lambda_{S4}} = \frac{2}{\lambda_{S2}}$$

$$\frac{n_o(\lambda_{S4})}{\lambda_{S4}} = \frac{n_o(\lambda_{S2})}{\lambda_{S2}} + \frac{1}{\Lambda_4}$$
(3.2.15)

где  $\lambda_{s4}$  – центральная длина волны импульса ЧГ. Когерентная длина для данного процесса определяется как  $L_{c4} = \pi/\Delta k_4$ , где  $\Delta k_4 = 2\pi (n_o(\lambda_{s4})/\lambda_{s4} - 2n_o(\lambda_{s2})/\lambda_{s2})$ . При дальнейшем ооо типе взаимодействии х– поляризованного субпикосекундного ИК импульса накачки с *у*– поляризованным импульсом ЧГ происходит генерация *х*– поляризованного излучения пятой гармоники (ПГ). Выбор значения периода  $\Lambda_5$  для реализации условия квазисинхронной генерации *х*– поляризованного излучения пятой гармоники (ПГ), обусловленной ооо типом взаимодействия волн, (см. (3.2.6а)) определяется из условий

$$\frac{1}{\lambda_{S5}} = \frac{1}{\lambda_{S4}} + \frac{1}{\lambda_{IR}}$$

$$\frac{n_o(\lambda_{S5})}{\lambda_{S5}} = \frac{n_o(\lambda_{S4})}{\lambda_{S4}} + \frac{n_o(\lambda_{IR})}{\lambda_{IR}} + \frac{1}{\Lambda_5}$$
(3.2.16)

где  $\lambda_{S5}$  – центральная длина волны импульса ПГ. Когерентная длина для данного процесса определяется как  $L_{c5} = \pi/\Delta k_5$ , где  $\Delta k_5 = 2\pi (n_o(\lambda_{S5})/\lambda_{S5} - n_o(\lambda_{S4})/\lambda_{S4} - n_o(\lambda_{IR})/\lambda_{IR})$ . В дальнейшем рассмотрении, процессы генерации более высоких гармоник не будут учитываться ввиду их весьма малой эффективности. Как показано в [61], для заданного значения  $\lambda_{IR}$  при отношениях когерентных длин  $L_{c1}/L_{c2}$ ,  $L_{c1}/L_{c3}$ ,  $L_{c1}/L_{c4}$ ,  $L_{c1}/L_{c5}$  равных или целому нечетному числу, или отношению целых нечетных чисел возможна реализация одновременного квазисинхронизма для всех рассматриваемых процессов осо типа взаимодействия. С учетом (3.2.1)–(3.2.6), материальные уравнения могут быть представлены в виде

$$D_{y} = \varepsilon_{0}E_{y} + \varepsilon_{0}\varepsilon_{co} \cdot E_{y}(t) + S_{y}(t) + G_{y}(t) - \varepsilon_{0}\overline{d}_{22}(z) \cdot E_{x}^{2}(t) + \varepsilon_{0}\overline{d}_{22}(z) \cdot E_{y}^{2}(t), \qquad (3.2.17)$$

$$D_x = \varepsilon_0 E_x + \varepsilon_0 \varepsilon_{co} \cdot E_x(t) + S_x(t) + G_x(t) - 2\varepsilon_0 \cdot \overline{d}_{22}(z) \cdot E_x(t) \cdot E_y(t) . \qquad (3.2.18)$$

В данной работе вышеописанная модель взаимодействия импульса длительностью в несколько колебаний применяется для описания процесса генерации излучения на суммарной частоте (ИСЧ) в поле субпикосекундного лазерного ИК импульса, распространяющегося в кристалле GaSe с РДС. Начальные условия для численного решения системы нелинейных уравнений Максвелла (3.2.1) - (3.2.6) выбираются в виде

$$E_{x}(t, z = 0) = E_{x0} \cdot \exp\left(-\frac{t^{2}}{\tau_{x0}^{2}}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{x0}} \cdot t\right) + E_{x0} \cdot \exp\left(-\frac{t^{2}}{\tau_{x0}^{2}}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{x0}} \cdot t + \delta\rho\right)$$

$$E_{y}(t, z = 0) = 0 \qquad (3.2.196)$$

где  $E_{x0}$  - амплитуда x- поляризованного импульса,  $\tau_{x0} = 300$  фс длительность xполяризованного импульса, а  $\lambda_{x0} = \lambda_{IR} = 9.6$  мкм – центральная длина волны,  $\delta \varphi$  – разность фаз между двумя начальными x- поляризованными импульсами. Амплитуда импульса  $E_{x0} =$ 400 MB/м. Использование такого широкополосного импульса накачки с шириной полосы  $\Delta v \approx 1/\tau_{x0} = 3.33$  ТГц на несущей частоте  $v_0 = c/\lambda_{IR} = 31.25$  ТГц может привести к увеличению эффективности генерации ИСЧ, что определяется количеством длинноволновых и коротковолных спектральных компонент, удовлетворяющих условиям законов сохранения (3.2.13) – (3.2.16). Начальное условие (3.2.19а) может быть представлено также в виде

$$E_{x}(t, z=0) = 2E_{x0} \cdot \exp\left(-\frac{t^{2}}{\tau_{x0}^{2}}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{x0}} \cdot t + \frac{\delta \varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta \varphi}{2}\right)$$
(3.2.20)

откуда следует, что суммарная амплитуда х- поляризованного импульса пропорциональна косинусу половины разности фаз. Следовательно, изменению разности фаз между двумя хполяризованными импульсами будет соответствовать изменение интенсивности импульса накачки, а изменению интенсивности импульса накачки будет соответствовать изменение эффективности генерации излучения суммарной частоты (ИСЧ). Таким образом, при изменении разности фаз  $\delta \phi$  от 0 до  $\pi$ , имеет место однозначное соответствие между эффективностью генерации ИСЧ и разностью фаз между входными *х*-поляризованными субпикосекундными ИК импульсами. При этом, диапазон длин волн в котором происходит эффективная селективная генерация ИСЧ определяется возможностью реализации одновременного квазисинхронизма для всех рассматриваемых процессов генерации гармоник в поле субпикосекундного лазерного импульса, распространяющегося в кристалле GaSe с РДС. На рис.3.2.1 показаны зависимости когерентных длин для генерации ВГ (L<sub>c2</sub> – кривая 2), ТГ ( $L_{c3}$  – кривая 3), ЧГ ( $L_{c4}$  – кривая 4) и ПГ ( $L_{c5}$  – кривая 5) от центральной длины волны x – поляризованного субпикосекундного импульса накачки –  $\lambda$ . Согласно рис.3.2.2, при  $\lambda = 9.6$  мкм  $L_{c2} = L_{c3} = L_0 = 108$  мкм,  $L_{c4} = 84$  мкм, а  $L_0 / L_{c4} = 9/7$ . Таким образом, как следует из вышеизложенного, в поле субпикосекундного импульса на центральной длине волны  $\lambda_{IR} = 9.6$  мкм, распространяющегося в кристалле GaSe с РДС с периодом равным  $2L_0$ , возможна реализация квазисинхронной генерации ВГ, ТГ и ЧГ. Вместе с тем, при  $\lambda_{IR} = 9.6$ мкм и периоде РДС равном  $2L_0$  квазисинхронная генерация ПГ не возможна. Ниже приводятся результаты численных расчетов спектров и временных профилей х-и уполяризованных импульсов ИСЧ, возникающих на выходе из нелинейного кристалла. Период РДС Л в расчетах выбирался равным 216 мкм что обеспечивает квазисинхронную генерацию ВГ, ТГ и ЧГ импульса накачки на длинах волн 4.8 мкм, 3.2 мкм и 2.4 мкм соответственно. Количество периодов рассматриваемой доменной структуры выбирался равным 15, а длина кристалла с РДС состаляет 15×216 мкм = 3.24 мм. С целью обеспечения условий приближения плоской волны, длина кристалла должна быть меньше, чем  $\pi\sigma^2 / 2\lambda_{\rm IR}$ , где  $\sigma$  - диаметр пучка накачки. Так например, при  $\sigma = 300$  мкм, параметр  $\pi\sigma^2 / 2\lambda_{\rm IR} = 14.72$ мм, что в 4.54 раза превосходит выбранную длину кристалла, и следовательно, применимо приближение плоской волны. Характерная нелинейная длина, на которой сдвиг фазы из-за нелинейного взаимодействия,  $L_n = \lambda_{IR}/2d_{22}E_{x0}$ , достигает  $\pi/2$ , равна примерно 222 мкм, а длина дисперсии второго порядка,  $L_d = \tau_0^2/2|\beta_2|$ ,  $(\beta_2 = \partial^2 k(\omega)/\partial \omega^2|_{\omega})$ , равно 55.78 мм.



Рис.3.2.1 Зависимости когерентных длин для генерации ВГ (*L*<sub>c2</sub> – кривая 2), ТГ (*L*<sub>c3</sub> – кривая 3), ЧГ (*L*<sub>c4</sub> – кривая 4) и ПГ (*L*<sub>c5</sub> – кривая 5) от центральной длины волны *x*– поляризованного субпикосекундного импульса накачки – λ.

Таким образом, выбранная толщина кристалла в 17.2 раз меньше, чем дисперсионная длина. В ходе численного интегрирования системы уравнений Максвелла методом конечных разностей во временной области используется конечно-разностная схема достаточно подробно описанная в [52]. В ходе численного моделирования процессов, описываемых уравнениями (3.2.1)–(3.2.6), (3.2.17)–(3.2.18), в дальнейшем переходим к сеточным функциям для полей  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_y$  и  $H_x$ , электрической индукции  $D_x D_y$ , линейной и нелинейной откликов. Численная сетка вдоль координаты z определяется как  $k \cdot \Delta z$  (k=0,1,2,...) а по времени– как  $n \cdot \Delta t$  (n=0,1,2,...). Шаг пространственной ячейки  $\Delta z$  выбирается равным  $\lambda_{IR}/400$  = 24 нм ( $\lambda_{IR} = 9.6$  мкм), а шаг по времени  $\Delta t$  определяется условием Куранта –  $\Delta t = \Delta z/2c = 0.04$  фс. При таком шаге по времени дисперсия линейной части схемы максимально близка к лоренцовской дисперсии среды. Число пространственных ячеек в расчетах составляет  $K=3\cdot10^5$ . В работе [52] показано, что конечно-разностная схема обладает хорошей стабильностью и слабой числовой дисперсией, а учет нелинейности не приводит к расходимости в числовой схеме для рассматриваемых значений амплитуд полей и толщины кристалла. В частности, при  $E_{x_max} = 400$  MB/м и  $\gamma = \overline{d}_{22}\overline{E}_{x_max} = 0.0216$  отношение фазовой

скорости  $v_{pnum}(N = 400)$ , полученной численным методом, к величне  $v_{p_phys} = c/n(\lambda_0)$  (для сплошной среды) равно  $v_{pnum}(N = 400)/v_{p_phys} = 0.9972$ . Численные оценки показывают, что относительная ошибка определения фазовой скорости составляет 0.28%. Отношение скорости  $v_{g}(N = 400)$ , полученной численным методом, к групповой величине  $v_{g_{-}phys} = c/n(\lambda_0)$  (для сплошной среды) равно  $v_g(N = 400)/v_{g_{-}phys} = 0.9936$ . Согласно численным оценкам, относительная ошибка определения групповой скорости составляет 0.64%. На рис.3.2.2 показаны временные профили *х*-поляризованного субпикосекундного ИК импульса на выходе из кристалла для значений разности фаз бо равных 0°, 40°, 80° и 120°. Согласно (3.2.20) и как видно из рисунка, увеличение разности фаз бо приводит к увеличению смещения фазы центральной частоты импульса относительно огибающей и к уменьшению амплитуды импульса. На рис.3.2.3 приведены зависимости спектральных плотностей, нормированных на максимум, х- поляризованного субпикосекундного ИК импульса на выходе из кристалла для значений разности фаз бор равных 0°, 40°, 80° и 120° в диапазоне длин волн от 7 мкм до 13 мкм. Как видно из рисунка, в спектральном распределении ниже уровня -65 дБ с уменьшением разности фаз бо наблюдается уширение спектра как в коротковловую, так и в длинновоновую часть спектра.



Рис.3.2.2 Временные профили *x*– поляризованного субпикосекундного ИК импульса на выходе из кристалла для значений разности фаз δφ равных 0°, 40°, 80° и 120°.



Рис.3.2.3 Зависимости спектральных плотностей, нормированных на максимум, *x*–поляризованного субпикосекундного ИК импульса на выходе из кристалла для значений разности фаз бор равных 0°, 40°, 80° и 120° в диапазоне длин волн от 7 мкм до 13 мкм.

На рис.3.2.4 приведены зависимости, нормированных на максимум спектральных плотностей x- поляризованного субпикосекундного ИК импульса на выходе из кристалла для значений разности фаз бф равных 0°, 40°, 80° и 120° в диапазоне длин волн от 1 мкм до 4 мкм. Согласно рис.3.2.4, с увеличением разности фаз бф амплитуда спектра в окрестностях длин волн, соответствующих ТГ – 3.2 мкм и ПГ – 1.92 мкм, уменьшается. При этом если генерация ТГ имеет место в условиях квазисинхронизма, то как было выше отмечено, генерация ПГ происходит в отсутствии условия квазисинхронизма. Согласно (3.2.20), в приближении бездисперсного распространения волн, интенсивность гармоник (ВГ, ТГ, ЧГ и ПГ) определяется через интенсивность импульса накачки (основной гармоники) и разность фаз следующим образом

$$I_{na_b} \propto I_{a_b}^n \cos^{2n} \left(\frac{\delta \varphi}{2}\right) \qquad (3.2.21)$$



Рис.3.2.4 Зависимости, нормированных на максимум спектральных плотностей *x*– поляризованного субпикосекундного ИК импульса на выходе из кристалла для значений разности фаз δφ равных 0°, 40°, 80° и 120° в диапазоне длин волн от 1 мкм до 4 мкм.

На рис.3.2.5 показаны временные профили у– поляризованного импульса ИСЧ на выходе из кристалла для значений разности фаз бф равных 0°, 40°, 80° и 120°. Как видно из рисунка, увеличение разности фаз бф приводит к уменьшению амплитуды импульсов второй и четвертой гармониках. Для значений бф равных 80° и 120° амплитуда импульса ЧГ становится пренебрижимо малым по сравнению с амплитудой импульса ВГ. Как было отмечено выше, генерация как ЧГ так и ВГ происходит в условиях квазисинхронизма.



Рис.3.2.5 Временные профили у- поляризованного импульса ИСЧ на выходе из кристалла для значений разности фаз бор равных 0°, 40°, 80° и 120°.

На рис.3.2.6 приведены зависимости, нормированных на максимум спектральной плотности x- поляризованного субпикосекундного ИК импульса, спектральные плотности y- поляризованного импульса ИСЧ на выходе из кристалла для значений разности фаз бф равных 0°, 40°, 80° и 120° в диапазоне длин волн от 2 мкм до 6 мкм. В соответствии с выражением (3.2.21) и как видно из рисунка, увеличению разности фаз бф соответствует уменьшение интенсивности импульсов ВГ и ЧГ. Коэффициент пропорциональности между интенсивностью n- ой гармоники, деленной на интенсивность основной гармоники, и разностью фаз, согласно (3.2.21) определяется как

$$\left|\frac{d(I_{n\omega_0}/I_{\omega_0})}{d(\delta\varphi)}\right| = I_{\omega_0}^{n-1} \frac{\sin(\delta\varphi)}{2} \qquad (3.2.22)$$

Как следует из (3.2.22), коэффициент пропоциональности определяется (n - 1) – ой степенью интенсивности основной гармоники, а максимальное значение коэффициент пропорциональности принимает при разности фаз бор равном  $\pi/2$ .



Рис.3.2.6 Зависимости, нормированных на максимум спектральной плотности *x*поляризованного субпикосекундного ИК импульса, спектральные плотности *y*поляризованного импульса ИСЧ на выходе из кристалла для значений разности фаз δφ равных 0°, 40°, 80° и 120° в диапазоне длин волн от 2 мкм до 6 мкм.



Рис.3.2.7 Зависимость отношения интенсивности *у*– поляризованного импульса ВГ к интенсивности *х*– поляризованного субпикосекундного ИК импульса в децибелах.

На рис.3.2.7 показана зависимость отношения интенсивности у- поляризованного импульса ВГ к интенсивности х- поляризованного субпикосекундного ИК импульса в децибелах. В общем случае, в выражении (3.2.22), следует учитывать изменение временных профилей и спектров импульсов накачки, обусловленных нелинейным взаимодействием с дисперсным нелинейным кристаллом GaSe с РДС. Как видно из рис.3.2.8 максимум эффективности генерации у– поляризованного излучения ВГ при  $\delta \phi = 0^{\circ}$  составлет -25.52 дБ, а при  $\delta \phi =$ 160° составляет -41 дБ. На рис.3.2.8 приведена зависимость, нормированной на максимум спектральной плотности у- поляризованного импульса ВГ, спектральной плотности уполяризованного импульса ИСЧ в спектральном диапазоне длин волн от 1.0 мкм до 4.0 мкм на выходе из кристалла от разности фаз бо. Согласно рисунку, максимум эффективности генерации у- поляризованного ИСЧ в диапазоне длин волн от 1.0 мкм до 4.0 мкм на выходе из кристалла при  $\delta \phi = 0^{\circ}$  составлет -12.8 дБ, а при  $\delta \phi = 160^{\circ}$  составляет -70 дБ. Там же показана зависимость, нормированной на максимум спектральной плотности *x*поляризованного импульса накачки, спектральной плотности *х* – поляризованного импульса ИСЧ в спектральном диапазоне длин волн от 1.0 мкм до 6.0 мкм на выходе из кристалла от разности фаз бф.



Рис.3.2.8 зависимость, нормированной на максимум спектральной плотности *y*– поляризованного импульса ВГ, спектральной плотности *y*– поляризованного импульса ИСЧ в спектральном диапазоне длин волн от 1.0 мкм до 4.0 мкм на выходе из кристалла от разности фаз δφ.

Согласно рисунку, максимум эффективности генерации х- поляризованного ИСЧ в диапазоне длин волн от 1.0 мкм до 6.0 мкм на выходе из кристалла при  $\delta \phi = 0^{\circ}$  составлет -38.1 дБ, а при  $\delta \phi = 160^{\circ}$  составляет -80 дБ. Таким образом, как следует из вышеизложенного, поле двух сонаправленных субпикосекундных при генерации ИСЧ в линейно-ИК поляризованных лазерных импульсов в среднем диапазоне длин волн, распространяющихся в нелинейном кристалле с РДС, эффективность генерации ИСЧ пропорциональна разности фаз между субпикосекундными импульсами [86]. А диапазон длин волн в котором происходит селективная эффективная генерация ИСЧ определяется периодом РДС.

## Выводы третьей главы

- 1. Предлагается метод определения смещения фазы центральной частоты лазерного импульса длительностью несколько колебаний относительно огибающей, основанный на генерации ИРЧ взаимно ортогонально *x* и *y* линейно-поляризованными лазерными импульсами, распространяющимися в кристалле GaSe с регулярной периодической доменной структурой.
- Получена зависимость значения длины волны ИРЧ, соответствующего максимуму спектра, от разности фаз между взаимно ортогонально линейно-поляризованными импульсами накачки. Получены зависимости нормированных спектральных плотностей взаимно ортогонально поляризованных импульсов ИРЧ от разности фаз между импульсами накачки.
- 3. Полученные результаты могут быть применены для установления прямой фазовокогерентной связи частот синхронизированного лазера и ИРЧ, при котором частота сигнала биений будет находится в радиодиапазоне и будет пропорциональна смещению фазы центральной частоты импульса синхронизируемого лазера. Данный метод может быть использован для фазовой синхронизации двух фемтосекундных волоконнооптических лазеров, один из которых является частотно-стабилизированным.
- 4. Показано, что в поле субпикосекундного лазерного ИК импульса на центральной длине волны 9.6 мкм, распространяющегося в кристалле GaSe с РДС с периодом Л равным 216 мкм происходит одновременная квазисинхронная генерация ВГ, ТГ и ЧГ импульса накачки на длинах волн 4.8 мкм, 3.2 мкм и 2.4 мкм соответственно.
- 5. Показано, что при изменении рзности фаз δφ между х– поляризованными субпикосекундными лазерными импульсами от 00 до 1600 эффективность генерации у– поляризованного излучения ВГ изменяется от -25.52 дБ до -41 дБ, а эффективность генерации у– поляризованного ИСЧ в диапазоне длин волн от 1.0 мкм до 4.0 мкм на выходе из кристалла изменяется от -12.8 дБ до -70 дБ.
- 6. Полученные зависимости между разностью фаз и эффективностью селективной генерации ИСЧ могут быть использованы для определения фазы одного из х–поляризованных субпикосекундных лазерных импульсов в среднем ИК диапазоне длин волн, когда в качестве второго х–поляризованного субпикосекундного лазерного импульса используется импульс от лазерного источника со стабилизированной фазой.
- Полученные в работе результаты могут быть использованы с целью разработки нелинейно-оптического фазового коррелятора для определения фазы субпикосекундного лазерного импульса в среднем ИК диапазоне длин волн.

## ЛИТЕРАТУРА

- L.F. Scatena, M.G. Brown, G.L. Richmond, Water at Hydrophobic Surfaces: Weak Hydrogen Bonding and Strong Orientation Effects // Science. 2001. Vol. 292, № 5518. P. 908–912.
- F.K. Tittel, D. Richter, A. Fried, Mid-Infrared Laser Applications in Spectroscopy // Solid-State -Infrared Laser Sources / ed. Sorokina D.I.T., Vodopyanov D.K.L. Springer Berlin Heidelberg, 2003. P. 458–529.
- 3. S. Mukamel Principles of nonlinear optical spectroscopy. Oxford: Oxford university press, 1995.
- S. Woutersen, U. Emmerichs, H.J. Bakker, Femtosecond Mid-IR Pump-Probe Spectroscopy of Liquid Water: Evidence for a Two-Component Structure // Science. 1997. Vol. 278, № 5338. P. 658–660.
- 5. Л.А. Скворцов, Лазерные методы обнаружения следов взрывчатых веществ на поверхностях удаленных объектов // Квантовая Электроника. 2012. Vol. 42, № 1. Р. 1–11.
- D. Kartashov et al., Free-space nitrogen gas laser driven by a femtosecond filament // Phys. Rev. A. 2012. Vol. 86, № 3.
- 7. P.B. Corkum, F. Krausz, Attosecond science // Nat. Phys. 2007. Vol. 3, № 6. P. 381–387.
- T. Popmintchev et al., Bright Coherent Ultrahigh Harmonics in the keV X-ray Regime from Mid-Infrared Femtosecond Lasers // Science. 2012. Vol. 336, № 6086. P. 1287–1291.
- 9. C. Hernández-García et al., Zeptosecond High Harmonic keV X-Ray Waveforms Driven by Midinfrared Laser Pulses // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111, № 3. P. 033002.
- 10. V. Petrov et al., Femtosecond parametric generation in ZnGeP2 // Opt. Lett. 1999. Vol. 24, № 6.
  P. 414–416.
- 11. V. Petrov, F. Rotermund, F. Noack, Generation of high-power femtosecond light pulses at 1 kHz in the mid-infrared spectral range between 3 and 12 µm by second-order nonlinear processes in optical crystals // J. Opt. Pure Appl. Opt. 2001. Vol. 3, № 3. P. R1.
- 12. R.A. Kaindl et al., Generation, shaping, and characterization of intense femtosecond pulses tunable from 3 to 20 μm // J. Opt. Soc. Am. B. 2000. Vol. 17, № 12. P. 2086–2094.
- F. Rotermund, V. Petrov, F. Noack, Difference-frequency generation of intense femtosecond pulses in the mid-IR (4–12 µm) using HgGa2S4 and AgGaS2 // Opt. Commun. 2000. Vol. 185, № 1–3. P. 177–183.
- 14. Y. Nomura et al., Phase-stable sub-cycle mid-infrared conical emission from filamentation in gases // Opt. Express. 2012. Vol. 20, № 22. P. 24741–24747.

- 15. G. Andriukaitis et al., 90 GW peak power few-cycle mid-infrared pulses from an optical parametric amplifier // Opt. Lett. 2011. Vol. 36, № 15. P. 2755–2757.
- 16. D. Kartashov et al., White light generation over three octaves by femtosecond filament at 3.9 μm in argon // Opt. Lett. 2012. Vol. 37, № 16. P. 3456–3458.
- 17. А.А. Ланин, "Когерентные взаимодействия сверхкоротких импульсов ближнего и среднего инфракрасного диапазонов в задачах микроспектроскопии и дистанционного зондирования", диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н., Москва 2014.
- 18. R.A. Kaindl et al., Generation, shaping, and characterization of intense femtosecond pulses tunable from 3 to 20 μm // J. Opt. Soc. Am. B. 2000. Vol. 17, <sup>1</sup> 12. P. 2086–2094.
- O. Chalus et al., Six-cycle mid-infrared source with 3.8 μJ at 100 kHz // Opt. Lett. 2010. Vol. 35, 19. P. 3204–3206.
- 20. А. Ярив, П. Юх "Оптические волны в кристаллах", М.: Мир, 1987, с.179.
- 21. А.А. Ахумян, Э.М. Лазиев, А.С. Никогосян, Д.Л. Оганесян, Г.Д. Оганесян, " Генерация разностной частоты в кристалле GaAs с периодической доменной структурой при оптическом выпрямлении фемтосекундного лазерного импульса", Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.28-38, 2010.
- 22. T. Skauli, P.S. Kuo, K.L. Vodopyanov, T.J. Pinguet, O. Levi, L. A. Eyres, J. S. Harris, M. M. Fejer, E.L. Ginzton, B. Gerard, L. Becouarn, E. Lallier, "Improved dispersion relations for GaAs and applications to nonlinear optics", Journal of Applied Physics, 94, N10, p. 6447, 2003.
- 23. A. Yariv, Quantum Electronics, (Wiley, New York, 3rd edition, 1988), Chapter 16.
- 24. V.G. Dmitriev, G.G. Gurzadyan, D.N. Nikogosyan, Handbook of Nonlinear Optical Crystals, (Springer, Berlin, 1997).
- 25. R.W. Boyd, Nonlinear Optics (third Edition), Rochester, New York, October, p. 69, 2007.
- 26. J. Li., D.B. Fenner, K. Termkoa, M.G. Allen, P.F. Moulton, C. Lynch, D.F. Bliss, W.D. Goodhue, "Wafer-fused orientation-patterned GaAs", SPIE Photonics West, San Jose, CA, 19-24 January, 2008.
- 27. K. L. Vodopyanov, " Optical generation of narrow-band terahertz packets in periodicallyinverted electro-optic crystals: conversion efficiency and optimal laser pulse format", 20 / Vol. 14, No. 6 / Optics express 2263, p. 2263, 2006.
- 28. Y. Lee, Principles of Terahertz Science and Technology, Springer, p. 125, 2009.
- 29. A. Nahata, T. F. Heinz, "Reshaping of Freely Propagating Terahertz Pulses by Diffraction", IEEE, JST of QE, vol. 2, N 3, p. 701, 1996.

- 30. Д.Л. Оганесян, В.О. Чалтыкян, Г.Д. Оганесян, А.С. Мартиросян, К.А. Оганесян, "Генерация излучения разностной частоты в GaAs в поле лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний в режиме слабо выраженной хроматической дисперсии", Известия НАН Армении, Физика, т.46, №2, с.91-108, 2011.
- 31. В.Г. Беспалов, С.А. Козлов, Ю.А. Шполянский, Метод анализа динамики распространения фемтосекундных импульсов с континуумным спектром в прозрачной оптической среде. - Оптический Журнал, т.67, N4, с.5-14, 2000.
- 32. R. J. LeVeque, Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems, University of Washington, Seattle, Washington, Society for Industrial and Applied Mathematics, (2007).
- 33. W.E. Schiesser, G. W. Griffiths, A Compendium of Partial Differential Equation Models, Method of Lines Analysis with Matlab, Cambridge University Press, New York, 2009.
- 34. K. L. Vodopyanov, "Optical generation of narrow-band terahertz packets in periodicallyinverted electro-optic crystals: conversion efficiency and optimal laser pulse format", Optics Express 14, p. 2263, 2006.
- 35. А. Г. Степанов, А. А. Мельников, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, "Модификация спектра фемтосекундного лазерного импульса при высокоэффективной генерации терагерцового излучения методом оптического выпрямления", Письма в ЖЭТФ, том 85, вып. 5, сс. 279-282, 2007.
- 36. A. S. Martirosyan, D. L. Hovhannisyan, V. O. Chaltikyan, G. D. Hovhannisyan, "Radiation of difference frequencies at optical rectification of spatially-limited femtosecond laser pulse in the periodically-poled GaAs crystal", Proceedings Paper, DOI: 10.1117/12.852578, SPIE Photonics Europe, Conferences: 13-15 April 2010, Belgium Photonics Europe (2010).
- 37. D. L. Hovhannisyan, V. O. Chaltykyan, G. D. Hovhannisyan, "Generation of difference frequency radiation in the field of few-cycle laser pulse propagating in GaAs crystal with periodic and aperiodic domain structure", Laser Physics 2011, International Journal of Modern Physics: Conference Series, Vol. 15 (2012) 91–98, World Scientific Publishing Company.
- 38. Д.Л. Оганесян, А.О. Варданян, Г.Д. Оганесян, "Генерация излучения на разностной частоте в поле лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний, распространяющегося в кристалле GaAs с доменной структурой", Квантовая Электроника, 2013, Том 43, № 6, с. 519-525.
- 39. А.А. Ахумян, Г.Д. Оганесян, " Динамика процесса генерации излучения разностной частоты в поле лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний

распространяющегося в кристалле GaAs с доменной структурой", Известия НАН Армении, Физика, т.49, N 2, сс. 99-113, (2014).

- J. A. L'huillier, G. Torosyan, M. Theuer, Yu. Avetisyan, R. Beigang, part1: Theory, Generation of THz radiation using bulk, periodically and aperiodically poled lithium niobate Appl. Phys. B, Vol. 86, 185 (2007).
- 41. J. A. L'huillier, G. Torosyan, M. Theuer, Yu. Avetisyan, R. Beigang, part2: Generation of THz radiation using bulk, periodically and aperiodically poled lithium niobate Experiments, Appl. Phys. B, Vol. 86, 197 (2007).
- 42. A. Bianchi, M. Garbi, "Down-conversion in the 4–18 μm range with GaSe and AgGaSe<sub>2</sub> nonlinear crystals" Opt. Commun. 30, 122, 1979.
- 43. K. L. Vodopyanov, L. A. Kulevskii, V. G. Voevodin, A. I. Gribenyukov, K. R. Allakhverdiev, T. A. Kerimov, "High efficiency middle IR parametric superradiance in ZnGeP<sub>2</sub> and GaSe crystals pumped by an erbium laser", Opt. Commun. 83, 322, 199.
- 44. A. O. Okorogu, S. B. Mirov, W. Lee, D. I. Crouthamel, N. Jenkins, A. Yu. Dergachev, K. L. Vodopyanov, V. V. Badikov, "Tunable middle infrared downconversion in GaSe and AgGaS<sub>2</sub>" Opt. Commun. 155, 307, 1998.
- 45. R. Huber, A. Brodschelm, F. Tauser, A. Leitenstorfer, "Generation and field-resolved detection of femtosecond electromagnetic pulses tunable up to 41 THz", Appl. Phys. Lett. 76, 3191, 2000.
- 46. W. Shi, Y. J. Ding, X. Mu, N. Fernelius, "Tunable and coherent nanosecond radiation in the range of2.7–28.7 μm based on difference-frequency generation in gallium selenide", Appl. Phys. Lett. 80, 3889, 2002.
- 47. K. Finsterbusch, A. Bayer, H. Zacharias, "Tunable, narrow-band picosecond radiation in the mid-infrared by difference frequency mixing in GaSe and CdSe", Appl. Phys. B 79, 457 (2004).
- 48. W. Shi, Y. J. Ding, "A monochromatic and high-power terahertz source tunable in the ranges of 2.7–38.4 and 58.2–3540 μm for variety of potential applications", Appl. Phys. Lett. 84, 1635, 2004.
- 49. G.D. Hovhannisyan, "Summary and difference frequency radiation generation in the field of few-cycle laser pulse propagating in GaSe", Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), vol.22, N3, pp. 135-147, 2013.
- 50. David N. Nikogosyan, Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey, Springer, 2005.
- 51. Robert W. Boyd, Academic Press; 3 edition, Nonlinear Optics, 2008.
- D. L. Hovhannisyan, A. A. Hakhoumian, R. M. Martirosyan, A. S. Nikoghosyan, E. M. Laziev,
   G. D. Hovhannisyan, "Theoretical investigation and computational modeling of the difference

frequency generation of few cycle laser pulse in GaAs", Journal of Modern Optics, 57, 10, 1228 (2010).

- 53. Francois Auger, Patrick Flandrin, Paulo Goncalves, Olivier Lemoine, Time-Frequency Toolbox, For Use with MATLAB, Rice University (USA), CNRS (France), 1995-1996.
- 54. D. L. Hovhannisyan, A. A. Hakhoumian, R. M. Martirosyan, A. S. Nikoghosyan, E. M. Laziev, G. D. Hovhannisyan, "Modeling of difference frequency radiation energy redistribution process in a spectrum of laser pulse of a few optical cycles propagating in a quasi-phase-matching GaAs crystal", Journal of Modern Optics, Vol. 57, No. 12, 10 July 2010, 1075–1086.
- 55. Н.В. Карлов, Лекции по квантовой электронике, Наука, Москва, 1988.
- G.D. Holah, Far-Infrared and Submillimeter Filters, in Infrared and Millimeter Waves, Ed. By K.J. Button, NY., Acad. Press, vol.6, p.305, 1982.
- 57. Gary J. Hawkins, Roger Hunneman, Richard Sherwood, Barbara M. Barrett, "Infrared filters and coatings for the High Resolution Dynamics Limb Sounder (6–18 μm)", Applied Optics, Vol. 39, Issue 28, pp. 5221-5230, 2000.
- 58. T. Zentgraf, R. Huber, N.C. Nielsen, S.C. Daniel, R.A. Kaindl, "Ultrabroadband 50-130 THz pulses generated via phase-matched difference frequency mixing in LiIO3", Optics Express Vol. 15, Iss. 9, pp. 5775–5781, 2007.
- 59. G. Hovhannisyan, "Generation of Summary and Difference Frequency Radiation in the Field of Few-Cycle Laser Pulse Propagating in Periodically Poled Lithium Niobate", Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), 2013, Vol. 22, No. 1, pp. 37–55. © Allerton Press, Inc., 2013.
- 60. G. D. Hovhannisyan, "Generation of difference frequency radiation in the field of few-cycle laser pulse propagating in periodically-poled Lithium Niobate", pp.33-43, PROCEEDINGS of the International Conference on Microwave and THz Technologies and Wireless Communications, October 16-17, 2012, Yerevan, Armenia.
- 61. В.Г. Дмитриев, Л.В. Тарасов, Прикладная нелинейная оптика, 2-ое изд. М., 2004.
- 62. D. L. Hovhannisyan, A. H. Hovhannisyan, V.O. Chaltikyan, G. D. Hovhannisyan, K. A. Hovhannisyan, "2D Simulation of Generation of DifferenceFrequency Radiation by Few- Cycle Laser Pulse in Thin Crystal of GaAs", Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), v. 21, No. 3 pp. 145–158, 2012.
- 63. A. A. Hakhoumian, R. M. Martirosyan, G. D. Hovhannisyan, "Generation of Differencefrequency Radiation by Spatially Limited Few-cycle Laser Pulse in Thin Crystal of GaAs", Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings, Stockholm, Sweden, Aug. 12-15, 1415-1420, 2013.

- 64. D. Hovhannisyan, E. Laziev, S. Dupont, G. Hovhannisyan, "Theoretical study and 2D computational modeling of middle-infrared radiation generation in the field of few-cycle laser pulse propagating in GaSe slab waveguide", Journal of Modern Optics, v. 61, 20, pp. 1641-1655, 2014.
- 65. А.А. Ахумян, Г.Д. Оганесян, "Определение смещения фазы центральной частоты лазерного импульса длительностью в несколько колебаний относительно огибающей", Известия НАН Армении, Физика, т.50, №2, 212-227, 2015.
- 66. A.A. Hakhumyan, G.D. Hovhannisyan, "Method of determination the femtosecond fiber laser pulse central wavelength phase offset respect to the envelope", International Conference on Microwave and THz Technologies and Applications, October 02 – 03, pp. 23-28, Aghveran, Armenia, 2014.
- 67. M. Gubin, A. Shelkovnikov, E. Kovalchuk, D. Krylova, E. Petrukhin, D. Tyurikov, "Present performance of the transportable He-Ne/CH4 optical frequency standards", Proceedings of the 13th European Frequency and Time Forum, Besancon, France, April 13-16, 710-713, 1999.
- 68. Дж.Л. Холл, "Определение и измерение оптических частот: перспективы оптических часов — и не только", УФН, 176, 1353, 2006.
- M. Zimmermann, C. Gohle, R. Holzwarth, T. Udem, T. W. Hnsch, "Optical clockwork with an offset-free difference-frequency comb: accuracy of sum- and difference-frequency generation", Optics Letters, 29, 3, 310–312, 2004.
- 70. Seth M. Foreman, Adela Marian, Jun Ye, Evgeny A. Petrukhin, Mikhail A. Gubin, Oliver D. Mücke, Franco N. C. Wong, Erich P. Ippen, and Franz X. Kärtner, "Demonstration of a HeNe/CH4-based optical molecular clock", Optics Letters, 30, 5, 570–572, 2005.
- 71. Brian R. Washburn, Scott A. Diddams, Nathan R. Newbury, Jeffrey W. Nicholson, Man F. Yan, and Carsten G. Jrgensen, "Phase-locked, erbium-fiber-laser-based frequency comb in the near infrared", Optics Letters, 29, 3, 250–252, 2004.
- 72. Е. В. Бакланов, П. В. Покасов, "Оптические стандарты частоты и фемтосекундные лазеры", Квант. электрон., 33, 5, 383–400, 2003.
- 73. Michel Rochat, Daniel Hofstetter, Mattias Beck, Jérôme Faist, "Long-wavelength (λ≈16 µm), room-temperature, single-frequency quantum-cascade lasers based on a bound-to-continuum transition", Appl. Phys. Lett. 79, 4271, 2001.
- 74. И.И. Корель, В.И. Денисов, Б.Н. Нюшков, В.С. Пивцов, "Прецизионные лазерные системы на основе оптических волокон", ТРУДЫ МФТИ, 6, 1, 7-11, 2014.

- 75. М.А. Губин, А.Н. Киреев, А.В. Конященко, П.Г. Крюков, А.В. Таусенев, Д.А. Тюриков, "Реализация компактных метановых оптических часов", А.С. Шелковников. Квантовая Электроника, 38, 7, 613-614, 2008.
- 76. Yu Guo, F.Q. Liu, J.Q. Liu, C.M. Li, Z.G. Wang, "8 μm strain-compensated quantum cascade laser operating at room temperature", Semicond. Sci. Technol., 20, 8, 844, 2005.
- 77. A. Bianchi and M. Garbi, "Down-conversion in the 4–18 μm range with GaSe and AgGaSe<sub>2</sub> nonlinear crystals", Opt. Commun. 30, 122-124, 1979.
- 78. K. L. Vodopyanov, L. A. Kulevskii, V. G. Voevodin, A. I. Gribenyukov, K. R. Allakhverdiev, T. A. Kerimov, "High efficiency middle IR parametric superradiance in ZnGeP2 and GaSe crystals pumped by an erbium laser", Opt. Commun. 83, 322-326, 1991.
- 79. A. O. Okorogu, S. B. Mirov, W. Lee, D. I. Crouthamel, N. Jenkins, A. Yu. Dergachev, K. L. Vodopyanov, V. V. Badikov, "Tunable middle infrared downconversion in GaSe and AgGaS2", Opt. Commun. 155, 307-312, 1998.
- 80. R. A. Kaindl, M. Wurm, K. Reimann, P. Hamm, A. M. Weiner, M. Woerner, "Generation, shaping, and characterization of intense femtosecond pulses tunable from 3 to 20 μm", J. Opt. Soc. Am. B 17, 2086-2094, 2000.
- R. Huber, A. Brodschelm, F. Tauser, A. Leitenstorfer, "Generation and field-resolved detection of femtosecond electromagnetic pulses tunable up to 41 THz", Appl. Phys. Lett., 76, 3191-3192, 2000.
- 82. W. Shi, Y. J. Ding, X. Mu, and N. Fernelius, "Tunable and coherent nanosecond radiation in the range of 2.7–28.7 μm based on difference-frequency generation in gallium selenide", Appl. Phys. Lett., 80, 3889-3891, 2002.
- 83. K. Finsterbusch, A. Bayer, and H. Zacharias, "Tunable, narrow-band picosecond radiation in the mid-infrared by difference frequency mixing in GaSe and CdSe" Appl. Phys. B 79, 457-462, 2004.
- 84. W. Shi and Y. J. Ding, "A monochromatic and high-power terahertz source tunable in the ranges of 2.7–38.4 and 58.2–3540 μm for variety of potential applications", Appl. Phys. Lett., 84, 1635-1637, 2004.
- 85. T. Tanabe, K. Suto, J. -i. Nishizawa, and T. Sasaki, "Characteristics of terahertz-wave generation from GaSe crystals", J. Phys. D: Appl. Phys. 37, 155-158, 2004.
- 86. А.А. Ахумян, Г.Д. Оганесян, "Нелинейно-оптический фазовый коррелятор для определения фазы субпикосекундного лазерного импульса в среднем ИК диапазоне длин волн", Известия НАН Армении, Физика, т.50, 4, сс. 476-491, 2015.
- 87. А.О. Варданян, Д.Л. Оганесян, "Взаимодействие лазерных импульсов длительностью в

несколько периодов оптических колебаний в изотропной нелинейной среде", Квантовая электроника, 37, 6, сс. 554-560, 2007.

- 88. А.О. Варданян, Д.Л. Оганесян, "Генерация терагерцового излучения, полученного при фильтрации сверхуширенного спектра, сформированного в процессе распространения фемтосекундного лазерного импульса в кристалле GaAs", Квантовая электроника, 38, 11, сс. 1070-1077, 2008.
- 89. С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин, Оптика фемтосекундных лазерных импульсов, М. Наука, 1988.
- 90. D.L. Hovhannisyan A.O.Vardanyan, "Process of Near infrared Radiation Generation via Optical Rectification of a Few optical Cycles Laxer Pulse in LiNBO3 and Filtration by Fiber-Bragg Grating", Laser in Engineering . v18 N 1-2. pp. 35-47, 2008.
- 91. L. Cohen, "Time-frequency distributions— a review", Proc. IEEE, 77, 941, 1981.

## приложение

Теоретическое исследование и FDTD численное моделирование спектральновременных характеристик и эффективности генерации излучения разностной частоты полученной при распространении лазерного импульса длительностью несколько колебаний в изотропном кристалле GaAs

В данном приложении приведены результаты численного интегрирования методом конечных разностей во временной области (FDTD) системы нелинейных уравнений Максвелла, описывающих взаимодействие лазерного импульса длительностью несколько колебаний с прозрачной изотропной нелинейной средой. Рассмотрен процесс взаимодействия взаимно ортогонально линейно-поляризованных импульсов с центральными длинами волн 1.98 мкм и 1,55 мкм, длительностями 30 фс и значениями энерги 20 нДж, распространяющимися вдоль нормали к плоскости <110> в кристалле GaAs с толщиной 854 мкм [52]. Рассмотрен случай, когда линейно–поляризованные ФЛИ с плоскими волновыми фронтами и с взаимно ортогональными плоскостями поляризации  $E_z$  и  $E_x$  распространяются вдоль оси *y*, совпадающем с нормалью к плоскости <110>, в изотропном кристалле GaAs. Соответствующая система уравнений Максвелла для компонент электрического поля ( $E_z$ ,  $E_x$ ) и для компонент магнитного поля ( $H_z$ ,  $H_x$ ) может быть представлена в виде

где  $D_x$ ,  $D_z$  компоненты вектора электрической индукции,  $P_{xL}$ ,  $P_{zL}$  и  $P_{xNL}$ ,  $P_{zNL}$  компоненты векторов линейной и нелинейной поляризации среды. Компоненты вектора электрической индукции  $D_x$ ,  $D_z$  определяются из материальных уравнений, где учитываются как линейный так и нелинейный отклики среды

$$D_z = \varepsilon_0 \cdot E_z + P_{zL} + P_{zNL} \tag{II.3} \qquad D_x = \varepsilon_0 \cdot E_x + P_{xL} + P_{xNL} \tag{II.4}$$

При выбранной геометрии нелинейная поляризация среды, обусловленная нелинейной квадратичной восприимчивостью, в квазистатическом приближении может быть представленна в виде

$$P_{zNL}(t) = \varepsilon_0 \cdot d_{14} \cdot E_x^2(t), \quad P_{xNL}(t) = \varepsilon_0 \cdot d_{14} \cdot E_z(t) \cdot E_x(t) \cdot \sqrt{2}$$
(II.5)

143

где  $d_{14} = 150 \times 10^{-12}$  М/В коэффициент нелинейной восприимчивости кристалла *GaAs*. Квазистатическое приближение, соответствующее безинерционному нелинейному отклику среды, может быть использован в полосе прозрачности в среднем ИК диапазоне длин волн [87, 88]. В качестве нелинейной изотропной нелинейной среды рассмотрен кристалл *GaAs* с полосой прозрачности 0.97 мкм - 18 мкм, коэффициент линейной восприимчивости которого, согласно [22] (см. (1.2.4)), может быть представлен в виде

$$\chi^{(1)}(\omega) = n^2(\omega) - 1 = b_0 + \sum_{i=1}^3 \frac{b_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot c)^2}{\omega_i^2 - \omega^2}$$
(II.6)

где  $b_0 = 4.372514$ ,  $b_1 = 27.83972$ ,  $b_2 = 0.031764 + 4.35 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \Delta T + 4.664 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^2 b_3 = 0.00143636$ ,  $\lambda_1 = 0.4431307 + 0.50564 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta T$  мкм,  $\lambda_2 = 0.8746453 + 0.1913 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T - 4.88210^{-7} \cdot \Delta T^2$  мкм,  $\lambda_3 = 36.9166 - 0.011622 \cdot \Delta T$  мкм,  $\lambda_i = 2\pi c/\omega_i$ ,  $\Delta T$  отклонение температуры относительно комнатной температуры t = 22 °C (T = 293 K).

В соответствии с (П.6) линейный отклик среды может быть записан в виде

$$P_{xL,zL}(\omega) = \varepsilon_0 \cdot \left( b_0 + \sum_{i=1}^3 \frac{b_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot c)^2}{\omega_i^2 - \omega^2} \right) \cdot E_{x,z}(\omega) = \varepsilon_0 \cdot b_0 \cdot E_{x,z}(\omega) + \sum_{i=1}^3 P_{ixL,izL}(\omega)$$
(II.7)

Система уравнений (П.7) во временной области может быть представлена в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\partial^2 P_{izL}}{\partial t^2} + P_{izL} = \varepsilon_0 \cdot \frac{b_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot c)^2}{\omega_i^2} \cdot E_z(t) \tag{II.8}$$

$$\frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\partial^2 P_{ixL}}{\partial t^2} + P_{ixL} = \varepsilon_0 \cdot \frac{b_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot c)^2}{\omega_i^2} \cdot E_x(t)$$
(II.9)

где *i* = 1, 2, 3.

Уравнения (П.8) и (П.9) описывают линейную дисперсию среды в полосе прозрачности в соответствии с классической моделью Лоренца. С учетом (П.5) и (П.7) компоненты вектора электрической индукции D<sub>z</sub> и D<sub>x</sub> могут быть записаны в виде

$$D_z = \varepsilon_0 \cdot E_z + \varepsilon_0 \cdot b_0 \cdot E_z + \sum_{i=1}^3 P_{izL} + \varepsilon_0 \cdot d_{14} \cdot E_x^2$$
(II.10)

$$D_x = \varepsilon_0 \cdot E_x + \varepsilon_0 \cdot b_0 \cdot E_x + \sum_{i=1}^3 P_{ixL} + \sqrt{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot d_{14} \cdot E_z \cdot E_x.$$
(II.11)

Вышеописанная классическая модель нами была использована для описания процесса генерации ИРЧ, возникающего при взаимодействия взаимно ортогонально линейнополяризованных ФЛИ с изотропной диспергирующей нелинейной средой [87,88]. В данном приложении данная модель применяется для исследования процесса генерации ИРЧ, возникающего при параметрическом взаимодействии взаимно ортогонально линейно-
поляризованных импульсов длительностью несколько колебаний распространяющихся в кристалле GaAs с толщиной 854 мкм. Рассматривается случай когда центральные длины волн взаимодействующих импульсов равны  $\lambda_{x0} = 1.55$  мкм и  $\lambda_{z0} = 1.98$  мкм соответственно. Согласно численным оценкам, при выбранной толщине нелинейного кристалла двух фотонным поглощением в кристалле GaAs на длинах волн меньших 1.75 мкм можно пренебречь. Для численного моделирования процессов, описываемых уравнениями (П.1), (П.2), (П.8)-(П.11), перейдем к сеточным функциям для полей  $E_z$ ,  $E_x$  и  $H_x$ ,  $H_z$ , электрической индукции  $D_z$ ,  $D_x$ , линейного и нелинейного откликов среды  $P_{zL}$ ,  $P_{xL}$  и  $P_{zNL}$ ,  $P_{xNL}$ , для которых задаются сетки по координате  $k\Delta y$  и по времени  $n\Delta t$ . Шаг пространственной сетки  $\Delta y$  нами был выбран равным  $\lambda_{x0}/300 = 5.16$  нм ( $\lambda_{x0} = 1.55$  мкм), где  $\lambda_{x0}$  центральная длина волны х– поляризованного импульса накачки. Шаг временной сетки определяется условием Куранта  $\Delta t = \Delta y/2c$  и равен 0.0086 фс. Как будет показано ниже, при выборе такого шага по времени линейная часть численной схемы имеет дисперсию, максимально близкую к лоренцевской дисперсии среды. Разностная схема является явной схемой второго порядка точности по у. Значения магнитного поля задаются между узлами сетки по координате у и на промежуточном слое по времени. Численное интегрирование проводится для следующих нормированных величин:

$$\overline{E}_{z,x} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_{z,x}, \overline{D}_{z,x} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \cdot D_{z,x}, \overline{H}_{x,z} = H_{x,z}, \overline{P}_{zL,xL} = \frac{P_{zL,xL}}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}, \overline{d}_{14} = d_{14} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$
(II.12)

Каждый шаг по времени разбивается на четыре этапа. Начальными данными для процесса итерации являются значения  $E_x$ ,  $D_x$ ,  $E_z$ ,  $D_z$  на *n*- ом дискретном временном шаге и  $H_z$ ,  $H_x$  на дискретном временном шаге  $n = \frac{1}{2}$ . На первом этапе проводится аппроксимация уравнений Максвелла, из которых по известным значениям *E*, *D* и *H* находим *D* и *H* на новых временных слоях n + 1 и n + 1/2 соответственно:

$$\overline{H}_{x}\Big|_{k+1/2}^{n+1/2} = \overline{H}_{x}\Big|_{k+1/2}^{n-1/2} - \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta y} \cdot \left(\overline{E}_{z}\Big|_{k+1}^{n} - \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n}\right), \quad \overline{D}_{z}\Big|_{k}^{n+1} = \overline{D}_{z}\Big|_{k}^{n} - \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta y} \cdot \left(\overline{H}_{x}\Big|_{k+1/2}^{n+1/2} - \overline{H}_{x}\Big|_{k-1/2}^{n+1/2}\right)$$
(II.13)

$$\overline{H}_{z}\Big|_{k+1/2}^{n+1/2} = \overline{H}_{z}\Big|_{k+1/2}^{n-1/2} + \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta y} \cdot \left(\overline{E}_{x}\Big|_{k+1}^{n} - \overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n}\right), \quad \overline{D}_{x}\Big|_{k}^{n+1} = \overline{D}_{x}\Big|_{k}^{n} + \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta y} \cdot \left(\overline{H}_{z}\Big|_{k+1/2}^{n+1/2} - \overline{H}_{z}\Big|_{k-1/2}^{n+1/2}\right)$$
(II.14)

где  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  скорость светс в вакууме. Прежде чем перейти к следующему этапу, рассмотрим разностные схемы, соответствующие уравнениям (П.8) и (П.9). Разностные схемы, соответствующие линейному отклику среды и позволяющие определить значения  $P_{ixL}$ ,  $P_{izL}$  на (n+1)- ом дискретном временном шаге, согласно (П.8) и (П.9) можно представить в виде:

$$\overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n+1} = al_{i} \cdot \overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n} - \overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n-1} + cl_{i} \cdot \overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n}$$
(II.15)

$$\overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n+1} = al_{i} \cdot \overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n} - \overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n-1} + cl_{i} \cdot \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n}$$
(II.16)

где  $\overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n-1}, \overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n}$ ,  $\overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n-1}, \overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n}$  – значения линейной поляризации среды на (*n*-1)- ом и n- ом дискретных временных шагах;  $\overline{E}_{x}\Big|_{\kappa}^{n}, \overline{E}_{z}\Big|_{\kappa}^{n}$  – значения электрических полей на n- ом дискретном временном шаге;

$$al_i = 2 - (\omega_i \cdot \Delta t)^2, cl_i = b_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot c \cdot \Delta t)^2.$$
(II.17)

На втором этапе в соответствии с (П.15) и (П.16) вычисляются значения линейной поляризации среды  $\overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n+1}$ ,  $\overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n+1}$  на (n+1)- ом дискретном временном шаге. На третьем этапе вычисляются значения нелинейной поляризации. Мгновенные значения нелинейной поляризации среды  $P_{xNL}$ ,  $P_{zNL}$  на (n+1)- ом дискретном временном шаге в соответствии с (П.5) можно записать в виде:

$$\overline{P}_{zNL}\Big|_{k}^{n+1} = \overline{d}_{14} \cdot \left(\overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1}\right)^{2}, \ \overline{P}_{xNL}\Big|_{k}^{n+1} = \sqrt{2} \cdot \overline{d}_{14} \cdot \overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1} \cdot \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n+1}.$$
(II.18)

Согласно (П.10) и (П.11) компоненты электрической индукции  $D_x$  и  $D_z$  на (*n*+1)- ом дискретном временном шаге могут быть представлены в виде

$$\overline{D}_{z}\Big|_{k}^{n+1} = \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n+1} + b_{0} \cdot \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n+1} + \sum_{i=1}^{3} \overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n+1} + \overline{d}_{14} \cdot \left(\overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1}\right)^{2}$$
(II.19)

$$\overline{D}_{x}\Big|_{k}^{n+1} = \overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1} + b_{0} \cdot \overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1} + \sum_{i=1}^{3} \overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n+1} + \sqrt{2} \cdot \overline{d}_{14} \cdot \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n+1} \cdot \overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1}.$$
(II.20)

На последнем, четвертом, этапе по заданным значениям линейной и нелинейной поляризаций определяются значения полей  $\overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1}$  and  $\overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n+1}$  в соответствии со следующей рекурентной формулой:

$$\overline{E}_{z}\Big|_{k}^{p+1} = \frac{\overline{D}_{z}\Big|_{k}^{n+1} - \sum_{i=1}^{3} \overline{P}_{izL}\Big|_{k}^{n+1} - \overline{d}_{14} \cdot \left(\overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1}\right)^{2}}{1 + b_{0}} \tag{\Pi.21}$$

$$\overline{E}_{x}\Big|_{k}^{p+1} = \frac{\overline{D}_{x}\Big|_{k}^{n+1} - \sum_{i=1}^{3} \overline{P}_{ixL}\Big|_{k}^{n+1}}{1 + b_{0} + \sqrt{2} \cdot \overline{d}_{14} \cdot \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n+1}}$$
(II.22)

где  $\overline{E}_{x}\Big|_{k}^{p} = \overline{E}_{x}\Big|_{k}^{n+1}$ ,  $\overline{E}_{z}\Big|_{k}^{p} = \overline{E}_{z}\Big|_{k}^{n+1}$  – значения электрических полей в начале процесса итерации. Главной проблемой реализации схем численного интегрирования нелинейных уравнений Максвелла является устойчивость алгоритма. Ниже показано, что реализуемая конечноразностная схема обладает высокой устойчивостью, а учет нелинейности при рассматриваемых значениях амплитуды электрических полей лазерных импульсов и длины нелинейного кристалла не приводит к расходимости численной схемы. Для исследования дисперсионных свойств и устойчивости численной схемы электрическое поле x-поляризованной волны представим в виде плоской волны с угловой частотой  $\omega_{x0}$  и волновым вектором  $k_x$  распространяющимся вдоль оси y,

$$E(y,t) = E_{x0} \cdot \sin(\omega_{x0} \cdot t - k_x \cdot y) \quad . \tag{\Pi.23}$$

После подстановки выражения (П.23) в разностные уравнения, соответствующие уравнениям (П.13), (П.14), (П.15), (П.16), (П.18) – (П.20), получаем дисперсионное уравнение, определяющее зависимость между угловой частотой и волновым вектором для *х*–поляризованной волны:

$$\sin^{2}\left(\frac{\pi \cdot S}{N}\right)^{2} \cdot \left[1 + b_{0} + \sum_{i=1}^{3} \frac{cl_{i}}{2 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot S}{N}\right) - al_{i}} + \gamma_{z,x}\right] = S^{2} \cdot \sin^{2}\left(\frac{k \cdot \Delta y}{2}\right) \tag{\Pi.24}$$

где  $S = c \cdot \Delta t / \Delta y$  параметр, характеризующий стабильность численной схемы (фактор стабильности),  $\gamma_z = \overline{d}_{14} \cdot \overline{E}_{x0}, \gamma_x = \sqrt{2} \cdot \overline{d}_{14} \cdot \overline{E}_{z0}, N = \lambda_{x0} / \Delta y$ . Дисперсионное уравнение (П.24) в случае линейной и бездисперсной среды и при выполнении условия  $\Delta y \ll \lambda_{x0}$  сводится к уравнению  $\omega_{x0} = c \cdot k_x$ . В расчетах фактор стабильности *S* выбирался равным 0.5 а N = 300. Рассмотрим случай, соответствующий линейной дисперсной среде ( $\gamma_{z,x} = 0$ ), когда выражение (П.24) соответствует линейному дисперсионному соотношению  $\omega(k)$ . Фазовая скорость, полученная на основании дисперсионного соотношения (П.24), имеет следующий вид:

$$v_{pnum}(N) = \frac{\omega_0}{k_{num}},$$

$$k_{num} = \frac{2}{\Delta y} \cdot \sin^{-1} \left( \frac{1}{S} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot S}{N}\right) \cdot \sqrt{1 + b_0 + \sum_{i=1}^3 \frac{cl_i}{2 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot S}{N}\right) - al_i} + \gamma_{z,x}} \right).$$
(II.25)

Как видно из (П.25), когда  $\gamma_{z,x} = 0$  и N = 300 отношение фазовой скорости, полученной из численной схемы, к фазовой скорости в сплошной среде  $v_{p_phys} = c/n(\lambda_0)$  на длине волны  $\lambda_{x0} = 1.55$  мкм, есть  $v_{pnum}(N = 300)/v_{p_phys} = 0.999797$ . Численные оценки показывают, что фазовая скорость, полученная из численной схемы на 0.02029% меньше фазовой скорости в сплошной среде. Это означает, что распространению волны в сплошной среде на расстояние

551· $\lambda_{x0}$  / $\Delta y$  соответсвующее 165300 шагам пространственной сетки будет отвечать распространение волны в дискретизированной среде на расстояние в 165266.5 шагов пространственной сетки. Это, в свою очередь, соответствует погрешности определения фазовой скорости (165300 – 165266.5) / 300 )·360  $\approx$  40.2°, или ~11.17 %. При учете нелинейности среды ( $\gamma_{z,x} \neq 0$ ) и равных амплитудах взаимно ортогонально поляризованных  $E_{x0} = E_{z0} = 464$  МВ/м отношение  $v_{pnum}(N = 300)/v_{p_phys} = 0.999795$ . Следовательно, погрешность определения фазовой скорости с учетом нелинейности составляет 0.02047%. Таким образом, учет нелинейности при заданных значениях полей импульсов накачки, практически не влияет на погрешность определения фазы. Полученная на основании дисперсионного соотношения (П.24) групповая скорость имеет следующий вид

$$v_{gnum}(\omega) = (dk_{num}(\omega)/d\omega)^{-1},$$
  

$$k_{num}(\omega) = \frac{2}{\Delta y} \cdot \sin^{-1} \left( \frac{1}{S} \cdot \sin\left(\frac{\omega \cdot \Delta t(N)}{2}\right) \cdot \sqrt{1 + b_0 + \sum_{i=1}^3 \frac{cl_i}{2 \cdot \cos(\omega \cdot \Delta t(N)) - al_i} + \gamma_{z,x}} \right)$$
(II.26)

Как видно из (П.16), при  $\gamma_{z,x} = 0$  и N = 300 отношение групповых скоростей  $v_{gnum}(N = 300)/v_{g_phys} = 0.999391$ , где  $v_{g_phys} = (dk(\omega)/d\omega)^{-1}$ .

Это означает,что групповая скорость, полученная из численной схемы, меньше групповой скорости в сплошной среде на 0.061%. Иначе говоря, в дискретизированной среде волна распространяется на расстояние 854 мкм за  $(551 \cdot \lambda_0)/v_{gnum} = (551 \cdot \lambda_0)/v_{g_-phys} + 6.1252$  фс время, а в сплошной среде за время  $(551 \cdot \lambda_0)/v_{g_-phys} = 10.059$  пс. При учете нелинейности среды ( $\gamma_{z,x} \neq 0$ ) и равных амплитудах взаимно ортогонально поляризованных волн  $E_{x0} = E_{z0}$  = 464 MB/м,  $v_{pnum}(N = 300)/v_{p_-phys} = 0.995479$ , и следовательно, групповая скорость, полученная из численной схемы, примерно на 0.452% меньше групповой скорости  $v_{g_-phys}$ в сплошной среде.

Перейдем к результатам расчетов спектров ортогонально поляризованных импульсов длительностью несколько колебаний, распространяющихся в изотропном кристалле *GaAs*. Рассмотрим формирование импульса ИРЧ, полученного в результате фильтрации спектрального суперконтинуума, сгенерированного на выходе из кристалла, в диапазоне длин волн 5 мкм – 20 мкм (15 ТГц – 60 ТГц). Численное моделирование было проведено при следующих начальных условиях:

$$E_{z,x}(t,z=0) = E_{z0,x0} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_{z0,z0}^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{z0,x0}} \cdot t\right)$$
(II.27)

где  $E_{x0}$ ,  $E_{z0}$  – начальные значения амплитуд взаимно ортогонально линейно-поляризованных импульсов,  $\tau_{x0} = \tau_{z0} = \tau_0$  – длительности импульсов,  $\lambda_{x0} = 1.55$  мкм и  $\lambda_{z0} = 1.98$  мкм центральные длины волн импульсов. Расчеты были проведены при длительности  $\tau_0 = 30$  фс, длине рассматриваемой среды L = 854 мкм, максимальных значениях начальных амплитуд  $E_{z0,max} = 295 \cdot 10^6$  В/м и  $E_{x0,max} = 463 \cdot 10^6$  В/м. Длина пути нелинейного преобразования, соответствующая максимальному значению амплитуды поля импульса, для x– и z– поляризованных импульсов составляла  $L_{nx} = \lambda_{x0}/(2\gamma_x) \approx 7.89$  мкм и  $L_{nz} = \lambda_{z0}/(2\gamma_z) \approx 15.82$  мкм соответственно. Толщина кристалла выбиралась с учетом дисперсии и стабильности численной разностной схемы. Длина волны x– поляризованного ИРЧ при смешивании x– и z– поляризованных импульсов накачки в нелинейном кристалле определяется из условия

$$\lambda_{x,DF} = \frac{\lambda_{x0}\lambda_{z0}}{\lambda_{z0} - \lambda_{x0}}.$$
 (II.28)

Для рассматриваемых значений центральных длин волн взаимодействующих импульсов  $\lambda_{x0}$  = 1.55 мкм и  $\lambda_{z0}$  = 1.98 мкм центральная длина волны *x*– поляризованного ИРЧ составляла 7.14 мкм. Спектр *x*– поляризованного ИРЧ, с учетом ширины полос *x*– и *z*– поляризованных импульсов накачки (П.27) (  $\Delta v = \sqrt{2 \ln 2} / \pi_0 = 24.985$  ТГц ) простирается от 5.5 мкм до 10.5 мкм. С учетом (П.6), для оценки условия фазового синхронизма для *x*– поляризованного ИРЧ найдем длину фазовой когерентности в рассматриваемом нами случае

$$L_{xc}(\lambda_{x,DF},\Delta T) = \frac{\pi}{\Delta k(\lambda_{x,DF},\Delta T)} = \frac{\lambda_{x,DF}}{2 \cdot \left[n(\lambda_{x0},\Delta T) - n_{DF}(\lambda_{x,DF},\Delta T)\right]}$$
(II.29)

где  $\Delta k(\lambda_{x,DF}, \Delta T)$  расстройка волновых векторов. При изменении длины волны ИРЧ от 5.5 мкм до 10.5 мкм длина фазовой когерентности изменяется от 36.5 мкм до 53 мкм. Таким образом, при длине кристалла больше 53 мкм генерация ИРЧ происходит в условиях отсутствия фазового синхронизма. Вместе с тем, эффективное взаимодействие x– и z– поляризованных импульсов накачки в нелинейном кристалле происходит на расстояниях  $L_w$  при которых временное смещение импульсов накачки внутри кристалла друг относительно друга меньше длительности импульсов накачки

$$L_{w} \le \frac{\tau_{0}}{\left|1/\nu_{x} - 1/\nu_{z}\right|} \tag{\Pi.30}$$

149

где 
$$v_x = c/(n(\lambda_{x0}, \Delta T) - \lambda_{x0} dn(\lambda, \Delta T)/d\lambda|_{\lambda=\lambda_{x0}}), \quad v_z = c/(n(\lambda_{z0}, \Delta T) - \lambda_{z0} dn(\lambda, \Delta T)/d\lambda|_{\lambda=\lambda_{z0}})$$
 -

групповые скорости импульсов накачки. В частности, при  $\lambda_{x0} = 1.55$  мкм и  $\lambda_{z0} = 1.98$  мкм максимальное значение *L<sub>w\_max</sub>* составляло 91 мкм, и следовательно пройдя это расстояние *xz*- поляризованные импульсы накачки далее в процессе распространения во времени не перекрываются. На расстояниях меньших  $L_w$  max генерация x- поляризованного импульса ИРЧ определяется во времени перекрывающимися взаимно ортогональными х-и zполяризованными импульсами накачки а генерация *z*-поляризованного импульса ИРЧ только *х*- поляризованным импульсом накачки (см. (П.15)). На расстояниях больших *L<sub>w max</sub>* генерация *х*- поляризованного импульса ИРЧ определяется во времени перекрывающимися *х*– поляризованным импульсом накачки и ранее сгенерированными *z*– поляризованными коротковолновыми спектральными компонентами. Эффективность взаимодействия определяется также длиной групповой задержки, которая определяется через расстройку групповых скоростей как

$$Lg(\omega) = \frac{2 \cdot \pi}{\Delta \omega} \cdot \left( \frac{\partial k_{DF}(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_{THz}} - \frac{\partial k_o(\omega)}{\partial \omega} \right)^{-1}$$
(II.31)

где  $\Delta \omega$  ширина спектра импульса накачки,  $k_{DF}(\omega)$  и  $k_o(\omega)$  волновые вектора ИРЧ и волны накачки соответственно. Для *z*– поляризованного ИРЧ на длине волны 19.5 мкм длина групповой расстройки Lg = 905 мкм. Следовательно, при длине кристалла 854 мкм имеет место стационарный режим генерации ИРЧ на длине волны 19.5 мкм (15.38 ТГц). При  $\lambda_{x0} =$ 1.55 мкм и  $\lambda_{z0} = 1.98$  мкм значениях центральных длин волн импульсов накачки когда спектр *x*– поляризованного ИРЧ простирается от 5.5 мкм до 10.5 мкм (28.57 ТГц ÷ 54.54 ТГц) длина групповой расстройки  $L_g$  изменяется от 95.5 мкм до 101 мкм и от 178 мкм до 199 мкм соответственно. Следовательно, при выбранной толщине кристалла имеет место нестационарный режим генерации *x*– поляризованного ИРЧ. На рис.П.1 показаны зависимости длительностей взаимно ортогонально поляризованных импульсов на уровне 1/е, нормированные на начальные значения длительностей, от толщины кристалла, полученные в результате численных расчетов.



Рис. П.1 Зависимости длительностей взаимно ортогонально поляризованных импульсов на уровне 1/е, нормированные на начальные значения длительностей, от толщины кристалла, полученные в результате численных расчетов.

Следует отметить, что при рассматриваемых одинаковых значениях длительностей и амплитуд напряженностей полей ФЛИ, распространяющихся в изотропной среде, скорость временного расплывания импульсов по мере распространения определяется тем, что центральные длины волн взаимодействующих импульсов разные. Как видно из рис.П.1 при толщине кристалла 233 мкм длительности x– и z– поляризованных импульсов накачки составляют  $1.62 \tau_0$  и  $1.57 \tau_0$  соответственно. Изменение длительностей взаимодействующих импульсов определяется в основном дисперсией анизотропной среды. В частности, при толщине кристалла равном L = 854 мкм длительности x– и z– поляризованных импульсов накачки составляют  $2.8 \tau_0$  и  $2.3 \tau_0$  соответственно. На рис.П.2 приведены временные профили (а) и зависимости спектральных плотностей мощности (б),

$$S\left(\nu = \frac{c}{\lambda}, y = L\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{P}{P}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} E(t, y = L) \cdot \exp\left\{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda}\right\} \cdot dt\right|^{2}}{\left|\int_{-\infty}^{\infty} E(t, y = 0) \cdot \exp\left\{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot t}{\lambda}\right\} \cdot dt\right|^{2}}\right)$$
(II.32)

для *z*- поляризованного импульса на входе ( (a), (б) ) и выходе из кристалла ( (г), (д) ), от длины волны при  $E_{z0} = 295 \cdot 10^6$  В/м и L = 854 мкм. Длительность импульса, согласно расчетам, и в соответствии с рис.П.2(г) составляет 69 фс.



Рис. П.2 Временные профили (а) и зависимости спектральных плотностей мощности (б), для *z*- поляризованного импульса на входе ( (а), (б) ) и выходе из кристалла ( (г), (д) ), от длины волны при  $E_{z0} = 295 \cdot 10^6$  В/м и L = 854 мкм. Длительность импульса, согласно расчетам, и в соответствии с рис.2.1.2(г) составляет 69 фс.

На рис.П.3 приведены временные профили (а) и зависимости спектральных плотностей мощности (б), для *x*- поляризованного импульса на входе ( (а), (б) ) и выходе из кристалла ( (г), (д) ), от длины волны при  $E_{x0} = 463 \cdot 10^6$  В/м и L = 854 мкм. Длительность импульса, согласно расчетам, и в соответствии с рис.2.1.3(г) составляет 84 фс.



Рис.П.З Временные профили (а) и зависимости спектральных плотностей мощности (б), для *x*- поляризованного импульса на входе ( (а), (б) ) и выходе из кристалла ( (г), (д) ), от длины волны при  $E_{x0} = 463 \cdot 10^6$  В/м и L = 854 мкм. Длительность импульса, согласно расчетам, и в соответствии с рис.2.1.3(г) составляет 84 фс.

Как видно из рис.П.2(д) и рис.П.3(д) в спектре импульсов на выходе из кристалла формируются спектральные континуумы в диапазоне длин волн, соответствующих ИРЧ. Здесь же показано спектральное окно фильтра в диапазоне длин волн от 5 мкм до 30 мкм, с помощью которого проводится спектральная фильтрация. Спектральные плотности мощности излучений на выходе из кристалла на рис.П.2(д) и рис.П.3(д) нормированы на значения спектральных плотностей импульсов накачки на входе среды. Здесь учитывается также потеря энергии при отражении излучения на границе воздух–*GaAs* при нормальном падении на границу, которая составляет -5.315 дБ при  $\lambda_{x0} = 1.55$  мкм и -5.367 дБ при и  $\lambda_{z0} = 1.98$  мкм. Следует отметить, что при фильтрации иделизированным математическим

фильтром фазовое соотношение между спектральными компонентами в области разностных частот в полосе пропускания фильтра остается таким же, что и в формируемом спектральном континууме, образовавшемся в процессе распространения импульса в кристалле. Полосовые фильтры в диапазоне длин волн от 5 мкм до 30 мкм могут быть реализованы, в частности, на основе Брэг структур [56] или многослойных диэлектрических фильтров [57,58]. Для отделения видимого и ближнего ИК диапазонов спектра от исследуемого частотного диапазона необходимо импульсы с выхода из нелинейного кристалла предварительно пропустить через кремниевый или германиевый фильтр [58]. В численных расчетах был использован фильтр с коэффициентом пропускания

$$h(v) = \exp\left\{-\frac{(v-v_c)^4}{\Delta v^4}\right\}$$
(II.33)

где vc = 27.78 ТГц – центральная частота фильтра ( $\lambda c = 10.42$  мкм),  $\Delta v = 22.22$  ТГц. На рис.П.4(а) и рис.П.4(б) показаны зависимости нормированной текущей частоты для *x*– и *z*– поляризованных импульсов накачки от времени для разных длин нелинейного кристалла

$$\varpi_{x,z}(t) = \frac{\omega_{x,z}(t) - \omega_{x0,z0}}{\omega_{x0,z0}}, \quad \omega_{x0,z0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_{x0,z0}}. \tag{\Pi.34}$$

Как видно из рис.П.4, по мере распространения импульсов в среде помимо временного дисперсионного расплывания приобретают также частотную модуляцию (положительный чирп), результате чего длинноволновые компоненты начинают опережать коротковолновые (что соответствует области нормальной дисперсии среды). Согласно рис.П.4, текущая частота для *x*- и *z*- поляризованных импульсов накачки может быть аппроксимирована в виде линейной функции как

$$\omega_{x,z}(t) = \omega_{x0,z0} - 2 \cdot \alpha_{x,z} \cdot t. \qquad (\Pi.35)$$

На рис. П.5 показана зависимость чирпа  $\alpha_{x,z} \tau_0^2$  от длины кристалла.



Рис.П.4 Зависимости нормированной текущей частоты для (а) *х*– и (б) *z*– поляризованных импульсов накачки от времени для разных длин нелинейного кристалла.

Согласно расчетам, по мере распространения в кристалле спектрально-ограниченные лазерные импульсы (П.27) преобразуются в импульсы с линейной частотной модуляцией, знак которой определяется дисперсией среды [89]. Из изложенного следует, что если сформировать лазерные импульсы с отрицательным чирпом  $\alpha_{x,z}(y)$  и подобрать величину чирпа в соответствии с зависимостями показанными на рис.П.5, а длительность импульса  $\tau_{x,z}(y)$  в соответствии с зависимостями на рис.П.1, то на выходе кристалла длительность импульса  $\tau_0$  будет определяться полной шириной спектра, а скорость изменения частоты будет равна нулю  $\alpha_{x,z}(L) = 0$ . Это, в свою очередь, приведет к увеличению эффективности генерации ИРЧ с высокочастотными составляющими на выходе нелинейного кристалла.



Рис.П.5 Зависимость чирпа  $\alpha_{x,z} \tau_0^2$  от длины кристалла.

Спектральную фильтрацию спектрального суперконтинуума, образовавшегося на выходе из кристалла, можно реализовать, в частности, с помощью волоконно-оптической Брэг структуры [90]. Для увеличения спектрально-временного разрешения динамической спектрограммы излучения разностной частоты кроме преобразования Вигнера может быть так же использовано вейвлет преобразование [49, 91]. На рис.П.6 показаны временной профиль и зависимость спектральной плотности *x*– поляризованного ИРЧ от частоты при разных значениях толщины кристалла, полученные в результате фильтрации спектрального континуума при начальных значениях напряженностей полей  $E_{x0} = 463 \cdot 10^6$  В/м и  $E_{z0} = 295 \cdot 10^6$  В/м. Согласно рис.П.6 при значениях толщины кристалла равном 233 мкм и 388 мкм максимуму спектральной плотности ИРЧ соответствуют частоты 50 ТГц (6 мкм) и 20 ТГц (15 мкм), а при толщинах кристалла 698 мкм и 854 мкм максимум приходится на частоту 31.7 ТГц (9.46 мкм).





На рис.П.7 показаны временной профиль и зависимость спектральной плотности *z*-поляризованного ИРЧ от частоты при разных значениях толщины кристалла, полученные в результате фильтрации спектрального континуума при начальных значениях напряженностей полей  $E_{x0} = 463 \cdot 10^6$  В/м и  $E_{z0} = 295 \cdot 10^6$  В/м. Согласно рис.П.7, при толщине кристалла равном 233 мкм максимум спектральной плотности приходится на частоту 40.7 ТГц (7.4 мкм). При толщине кристалла равном 388 мкм максимум спектральной плотности приходится на частоту 53.5 ТГц (5.61 мкм), а при значениях толщины кристалла равном 543 мкм, 698 мкм и 854 мкм максимум спектральной плотности приходится на частоты 13.8 ТГц (21.7 мкм), 21.6 ТГц (13.8 мкм) и 20.3 ТГц (14.8 мкм) соответственно.





На рис.П.8 показаны временной профиль и зависимость спектральной плотности xполяризованного ИРЧ от частоты при разных значениях длительности x- поляризованного импульса накачки. Как видно из рис.П.8, при увеличении длительности x- поляризованного импульса накачки от 30 фс до 60 фс ширина спектра x- поляризованного ИРЧ, определенная на уровне -3дБ, уменьшается от 19 ТГц до 10 ТГц. Это объясняется уменьшением спектральных компонент, в пределах полосы x- поляризованного импульса накачки, взаимодействующих со спектральными компонентами z- поляризованного импульса накачки.



Рис.П.8 Временной профиль и зависимость спектральной плотности *x*– поляризованного ИРЧ от частоты при разных значениях длительности *x*– поляризованного импульса накачки. Максимум спектральной плотности приходится на частоту 31.7 ТГц (9.46 мкм). На рис.П.9 показаны временной профиль и зависимость спектральной плотности *z*– поляризованного ИРЧ от частоты при разных значениях длительности *x*– поляризованного импульса накачки. Как видно из рис.П.9, при увеличении длительности *x*– поляризованного импульса накачки от 30 фс до 60 фс ширина спектра *z*– поляризованного ИРЧ, определенная на уровне -3дБ, уменьшается от 10 ТГц до 2 ТГц. Максимум спектральной плотности ИРЧ при  $\tau_{x0}$  = 30 фс приходится на частоту 20.3 ТГц (14.8 мкм) а при  $\tau_{x0}$  = 60 фс – на часоту 5 ТГц (60 мкм). Уменьшение ширины полосы и центральной частоты *z*– поляризованного ИРЧ, в основном, объясняется уменьшением взаимодействующих друг с другом спектральных компонент *x*– поляризованного импульса накачки.



Рис.П.9 Временной профиль и зависимость спектральной плотности *z* – поляризованного ИРЧ от частоты при разных значениях длительности *x* – поляризованного импульса накачки.

Зависимости, представленные на рис.П.8 и П.9, получены при разных значениях длительности x- поляризованного импульса накачки, начальных амплитудах  $E_{x0} = 463 \cdot 10^6$  В/м,  $E_{z0} = 295 \cdot 10^6$  В/м и длине кристалла равном 854 мкм. На рис.П.10 показаны зависмости спектральных плотностей x- и z- поляризованных ИРЧ от длины кристалла.

$$10 \cdot \lg\left(\frac{P_{xDF,zDF}}{P_{x_{pumpz_{pumpz_{pump}}}pump}}\right) = 10 \cdot \lg\left\{\frac{\left|\int_{v_{1}}^{v_{2}} E_{x,z}(v, y = L) \cdot H(v) \cdot dv\right|^{2}}{\left|\int_{0}^{\infty} E_{x,z}(v, y = L) \cdot dv\right|^{2}}\right\}.$$
 (II.36)



Рис.П.10 Зависмости спектральных плотностей *х*-и *z*-поляризованных ИРЧ от длины кристалла.

В (П.36) частоты  $v_1 = 10$  ТГц (30 мкм) и  $v_2 = 60$  ТГц (5 мкм) соответствуют граничным значениям частот в пределах которого производится фильтрация. Согласно рис.П.10, нормированная спектральная плотность *x*- поляризованного ИРЧ при увеличении толщины кристалла от 233 мкм до 300 мкм уменьшается от -70 дБ до -97 дБ (кривая 1), а при увеличении толщины кристалла от 233 мкм до 450 мкм нормированная спектральная плотность *z*- поляризованного ИРЧ при увеличении толщины кристалла от 233 мкм до 450 мкм нормированная спектральная плотность *z*- поляризованного ИРЧ уменьшается от -57 дБ до -95.7 дБ. Согласно (рис.П.6), при длине кристалла меньше 300 мкм спектральная плотность *x*- поляризованного ИРЧ принимает максимальное значение при частоте 50 ТГц (6 мкм) а при толшине кристалла больше 300 мкм – 31.7 ТГц (9.46 мкм), а эффективность генерации ИРЧ падает до -97 дБ. Согласно (рис.П.7), при длине кристалла меньше 450 мкм спектральная плотность *z*- поляризованного ИРЧ принимает максимальное значение при частоте 53.5 ТГц (5.61 мкм) а при толшине кристалла больше 450 мкм – 20.3 ТГц (14.8 мкм), а эффективность генерации ИРЧ падает до -95.7 дБ. Теоретический предел максимального значения эффективности генерации ИРЧ определяется из условия [28]

$$\frac{I_{DF}(L)}{I_{pump}(0)} \le \frac{n_0 \lambda_{pump}}{n_{DF} \lambda_{DF}} , \qquad (\Pi.37)$$

161

где  $n_0$ ,  $n_{DF}$  коэффициенты преломления для импульса накачки и импульса ИРЧ соответственно,  $I_{pump}$ ,  $I_{DF}$  интенсивности импульса накачки и импульса ИРЧ соответственно. Согласно (П.37), с увеличением центральной длины волны ИРЧ эффективность генерации ИРЧ уменьшается. На рис.П.11 приведены зависимости эффективности генерации x– и z– поляризованных ИРЧ от длительности x– поляризованного импульса накачки –  $\tau_{x0}$ . Согласно рис.П.11, при  $\tau_{x0} = 30$  фс эффективность генерации x– и z–поляризованных ИРЧ составляют -100.5 дБ и -91.2 дБ соответственно, а при  $\tau_{x0} = 60$  фс составляют -102 дБ и -92.4 дБ соответственно. Это определяется уменьшением ширины спектра x– поляризованного импульса накачки.



Рис.П.11 Зависимости эффективности генерации *х*-и *z*-поляризованных ИРЧ от длительности *х*-поляризованного импульса накачки – *т<sub>x0</sub>*.